Universidade Estadual de Santa Cruz
Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Mestrado em Física

SEÇÕES DE ESPALHAMENTO NEUTRINO-NÚCLEO DENTRO DO MODELO DE TEORIA GROSSA

TIAGO SANTOS LEITE

ILHÉUS
2022

TIAGO SANTOS LEITE

SEÇÕES DE ESPALHAMENTO NEUTRINO-NÚCLEO DENTRO DO MODELO DE TEORIA GROSSA

ILHÉUS
2022

L533 Leite, Tiago Santos.
Seções de espalhamento neutrino-núcleo dentro do modelo de teoria grossa / Tiago Santos Leite. – Ilhéus : UESC, 2022.
62f. : il.
Orientador : Arturo Rodolfo Samana.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Mestrado em Física.

Inclui referências e apêndices.

1. Partículas (Física nuclear) – 2. Física – Léptons. 3. Física – Neutrinos – Desintegração beta. 4. Tecnologia nuclear. I. Samana, Arturo Rodolfo. II. Título.

CDD - 539.721

TIAGO SANTOS LEITE

SEÇÕES DE ESPALHAMENTO NEUTRINO-NÚCLEO DENTRO DO MODELO DE TEORIA GROSSA

Ilhéus-BA, 14 de setembro de 2022.

Arturo Rodolfo Samana
Cad:73519312-8

Prof. Dr. Arturo Rodolfo Samana
UESC - Universidade Estadual de Santa Cruz
Orientador

Prof. Dr. Cláudio de Conti
UNESP - Universidade Estadual Paulista
Examinador Externo

Prof. Dr. Fermin de La Caridad Garcia Velasco
UESC - Universidade Estadual de Santa Cruz
Examinador Interno

Ilhéus-BA
2022

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Antônio e Lourdes, quero registrar minha eterna gratidão pois seus esforços me auxiliaram a chegar até aqui.

Ao meu orientador Dr. Arturo Rodolfo Samana, pela oportunidade e dedicação para a idealização e desenvolvimento dessa pesquisa. Muito obrigado, seus ensinamentos foram de suma importância.

Aos integrantes do grupo de pesquisa, pelo conhecimento compartilhado.

Aos professores da banca, pelas contribuições e avaliação do trabalho.

À Universidade Estadual de Santa Cruz pela infraestrutura fornecida.

Aos professores do Programa de Pós Graduação em Física (PROFÍSICA) pelo conhecimento científico compartilhado.

À Fapesb pela concessão da bolsa.

E a todos que direta ou indiretamente contribuíram para o desenvolvimento dessa pesquisa.

RESUMO

No presente trabalho foram calculadas as seções de espalhamento neutrino-núcleo: $\nu - (A, Z)$, usando o modelo da teoria grossa do decaimento beta - GTBD, para um conjunto de núcleos de interesse astrofísico. Usando a universalidade da interação fraca, e o fato que os núcleos que intervém no espalhamento do neutrino-núcleo são os mesmos que para o decaimento-β, utilizamos os mesmos elementos de matriz nucleares. Foram utilizados núcleos impar- impar com massa A entre 12 e 208, de acordo ao seguinte critério: utilizar núcleos com um $log(ft) \leq 6$, conservando assim as transições permitidas, para as quais nosso modelo de GTBD é válido. O valor de σ_N, parâmetro associado a largura da ressonância de GT, é obtido através de um processo de minimização das vidas médias experimentais. Obtidas as seções de espalhamento dentro do modelo de GTBD, foram realizados dois ajustes fenomenológicos para essas seções, para logo após fazer uma extrapolação do ajuste para núcleos que não pertencem ao conjunto. Um dos ajustes realizados, corresponde ao um ajuste polinomial, presente na literatura e um novo ajuste do tipo exponencial, devido ao "apelo" físico que poderiam ter os parâmetros de ajuste nas funções exponenciais e suas semelhanças com as curvas para as seções de espalhamento. O ajuste exponencial mostrou-se mais eficaz que o ajuste polinomial. Algumas anomalias existentes nos cálculos das seções de espalhamento para uma faixa de núcleos com com Z= $[36, 50]$ e N= $[44, 74]$ foram analisadas, porém os estudos aqui apresentados não foram conclusivos, devendo fazer um estudo mais aprimorado, que vai além do objetivo do presente trabalho. Foi realizada uma extensão de seções de espalhamento para núcleos que não pertencem ao conjunto e foram comparadas com outras estimações teóricas obtidas com modelos microscópicos, obtendo um acordo bem razoável. Também estudou-se como as seções de espalhamento são afetadas pelo valor de σ_N, obtendo que a variação desse valor é mais relevante para núcleos leves (A$<$ 56). Porém estudos mais refinados devem ser realizados em conjunto com um aprimoramento do modelo da GTBD que atualmente utilizamos.

Palavras-chaves: decaimento beta, GTBD, ajuste exponencial, MINUIT.

ABSTRACT

In the present work, the neutrino-nucleus scattering sections: $\nu - (A, Z)$ were calculated, using the model of the coarse theory of beta decay - GTBD, for a set of nuclei of astrophysical interest. Using the universality of the weak interaction, and the fact that the nuclei in the neutrino-nucleus cross section are the same as those in the β-decay, we use the same nuclear matrix elements. Odd-odd nuclei with mass A between 12 and 208 were used, according to the following criteria: to employ nuclei with a $log(ft) \leq 6$, to conserve the allowed transitions, for which our GTBD model is valid. The value of σ_N , a parameter associated with the width of the GT resonance, is obtained through a process of minimization of the experimental half-lives. When the cross sections were obtained within the GTBD model, two phenomenological adjustments were performed with these ones, to make later an extrapolation of the adjustment for nuclei that do not belong to the set. One of the adjustments made corresponds to a polynomial adjustment, present in the literature, and a new exponential adjustment, due to the physical "appeal" that the adjustment parameters in the exponential functions could have and their similarities with the curves for the cross sections. The exponential fit was more effective than the polynomial fit. Some existing anomalies in the calculations of the scattering sections for a range of nuclei with Z= $[36, 50]$ and N= $[44, 74]$ were analyzed, however the studies presented here were not conclusive, and a further study should be carried out, which goes beyond the objective of the present work. An extension of scattering sections was performed for nuclei that do not belong to the set and were compared with other theoretical calculations obtained with other microscopic models, obtaining a very reasonable agreement. It was also studied how the cross sections are affected by the value of σ_N, obtaining that the variation of this value is more relevant for light nuclei (A$<$ 56). However more refined studies should be carried out together with an improvement of the GTBD model that we currently use.

Keywords: beta decay, GTBD, exponential adjustment, MINUIT.

Lista de Figuras

1 *Processos semileptônicos com troca de carga em núcleos. Walecka (2004)* . 2

2 *Seção de espalhamento neutrino-núcleo por β^- com $A < 70$, obtida em (Samana* et al.*, 2008).* 4

3 *Seções de espalhamento $\nu-^{56}Fe$ com $E_\nu < 60$ MeV, obtida em (Samana & Bertulani, 2008).* 5

4 *Carta de nuclídeos.* 9

5 *Esquema ilustrativo das regras de seleção para as transições de Fermi e Gamow-Teller.* 17

6 *Probabilidades de transição.* 19

7 *Diagrama de blocos referente ao funcionamento do código GT13.f* 23

8 *Os valores Q do estado fundamental dos núcleos qualificados. O critério II representado pela curva.* 27

9 *Comparação das meias-vidas teóricas $\tau_{1/2}^{cal}$ com as experimentais $\tau_{1/2}^{exp}$.* . . . 27

10 *Comparação do χ^2 calculado de acordo com a Tabela (13) com o χ^2 calculado no artigo (Samana* et al.*, 2008) tanto para χ_A^2 quanto para χ_B^2.* 28

11 *Seções de espalhamento neutrino-núcleos para núcleos como massa $12 \leq A \leq 208$ dentro da teoria grossa.* 30

12 *À esquerda: comparação entre as seções neutrino-núcleo calculadas dentro da teoria grossa (GTBD-G13), com modelos microscópicos (RPA) (Athar* et al.*, 2006) e (QRPA) (Cheoun* et al.*, 2010). À direita: comparação entre as seções neutrino-núcleo calculadas dentro da teoria grossa (GTBD-G13), com modelos microscópicos (QRPA) e (RHB+PN-QRPA) (Paar* et al.*, 2008).* 31

13 *À esquerda: comparação entre as seções neutrino-núcleo calculadas dentro da teoria grossa (GTBD-G13), com modelos microscópicos (SM+RPA), (RPA), (RQRPA) e (PQRPA) (Cheoun* et al.*, 2011). À direita: comparação entre as seções neutrino-núcleo calculadas dentro da teoria grossa (GTBD-G13), com modelos microscópicos (RPA) (Athar* et al.*, 2006), (RHB+PN+QRPA) e (QRPA) (Paar* et al.*, 2008).* 31

14 *Comparação entre as seções neutrino-núcleo calculadas dentro da teoria grossa (GTBD-G13), com modelos microscópicos (RPA) (Athar* et al.*, 2006), (RHB+PN+RQRPA) e (QRPA) (Paar* et al.*, 2008).* 32

15 *Comparação entre as seções neutrino-núcleo calculadas dentro da teoria grossa (GTBD-G13) com varios valores de σ_N.* 33

16 *Comparação das seções calculadas com o código GT13.f (GTBD) e as funções exponenciais e polinomiais ajustadas com o MINUIT, com a aproximação $B(3) = B(4) = 0$ (10t) e sem aproximação (20t).* 44

17 *Comparação das seções calculadas com o código GT13.f (GTBD) e as funções exponenciais e polinomiais ajustadas com o MINUIT, com a aproximação $B(3) = B(4) = 0$ (10t) e sem aproximação (20t).* 45
18 *Comparação das seções calculadas com o código GT13.f (GTBD) e as funções exponenciais e polinomiais ajustadas com o MINUIT, com a aproximação $B(3) = B(4) = 0$ (10t) e sem aproximação (20t).* 46
19 *Constante A_0 do ajuste exponencial, em vermelho temos o ajuste simples e em preto o ajuste via MINUIT.* 47
20 *Constante A_1 do ajuste exponencial, em vermelho temos o ajuste simples e em preto o ajuste via MINUIT.* 48
21 *Constante A_2 do ajuste exponencial, em vermelho temos o ajuste simples e em preto o ajuste via MINUIT.* 49
22 *Extrapolação e comparação com a teoria microscópica (RQRPA) (Paar* et al.*, 2013).* 50
23 *Extrapolação e comparação com a teoria microscópica (RQRPA) (Paar* et al.*, 2013).* 51

Lista de Tabelas

1 *Meia vida experimental para alguns núcleos impar-impar coletados da base de dados NuDat (NNDC, 2022).* 26
2 *Valores de σ_N ajustados para a distribuição gaussiana (75)* 29
3 *Constantes do ajuste polinomial de 4° ordem.(Continua)* 35
4 *Constantes do ajuste polinomial de 4° ordem.(Concluída)* 36
5 *Constantes do ajuste exponencial.(Continua)* 37
6 *Constantes do ajuste exponencial.(Concluída)* 38
7 *$B(m)$ utilizado na equação (98).* 38
8 *Comparação dos termos do ajuste como foi programado no MINUIT vs. Literatura (Barbero* et al.*, 2012).* 39
9 *d_{nm} para a função polinomial de 4° ordem com os $A_i(A, Z)$ dado pela equação (98) na aproximação $B(3) = B(4) = 0$.* 40
10 *d_{nm} para a função polinomial de 4° ordem com os $A_i(A, Z)$ dado pela equação (98).* 41
11 *d_{nm} para a função exponencial com os $A_i(A, Z)$ dado pela equação (98) na aproximação $B(3) = B(4) = 0$.* 42
12 *d_{nm} para a função exponencial com os $A_i(A, Z)$ dado pela equação (98).* . . . 43
13 *Conjunto de núcleos com anomalias no $A_i(N, Z)$ do ajuste exponencial.* . . . 52
14 *Seção de espalhamento neutrino - ^{12}C em função da energia do neutrino.(Continua)* 54
15 *Seção de espalhamento neutrino - ^{12}C em função da energia do neutrino.(Continua)* 55
16 *Seção de espalhamento neutrino - ^{12}C em função da energia do neutrino.(Concluída)* 56
17 *Seção de espalhamento neutrino - ^{208}Pb em função da energia do neutrino.(Continua)* 57
18 *Seção de espalhamento neutrino - ^{208}Pb em função da energia do neutrino.(Continua)* 58
19 *Seção de espalhamento neutrino - ^{208}Pb em função da energia do neutrino.(Concluída)* 59

Sumário

1 Introdução **1**
1.1 Estado da Arte 3
1.2 Objetivos 8
1.2.1 Objetivo geral 8
1.2.2 Objetivos específicos 8

2 Metodologia **9**
2.1 Decaimento Beta 9
2.2 Probabilidade de transição 10
2.3 Teoria de Fermi para o decaimento β^- 12
2.4 Teoria grossa do decaimento beta 16
2.5 Seção de espalhamento neutrino-núcleo 21
2.6 Código GT13 23

3 Resultados **24**
3.1 Decaimento β^-, meia vida experimental e teórica 24
3.2 Cálculo de χ^2 28
3.3 Cálculo da seção de choque $\sigma_\nu(E)$ neutrino-núcleo 29
3.3.1 Comparação com modelos microscópicos 31
3.3.2 Sobre a variação do σ_N 32
3.4 Ajuste polinomial e exponencial das seções $\sigma_\nu(E)$ 34
3.4.1 Comparação entre os ajustes polinomiais e exponenciais com auxílio do MINUIT para alguns núcleos 44
3.4.2 Extrapolação e comparação com a teoria microscópica (RQRPA) . . 50
3.5 Sobre o ajuste exponencial e zona de anomalias 51

4 Conclusão **53**

5 Apêndice **54**

6 Referências bibliográficas **60**

1 Introdução

Nos últimos anos o estudo do processos semileptonicos, como por exemplo, o decaimento beta nuclear e o espalhamento de neutrinos por núcleos, cresceram notavelmente tanto na parte teórica como na experimental. O conjunto de processos semileptônicos: decaimentos beta, espalhamento de neutrinos e captura de léptons carregados, está representado na Figura 1. Em virtude da universalidade da interação fraca é possível usar dados experimentais de um processo para colocar limites em outro. Assim, o decaimento beta pode ser usado como um teste chave para outros processos associados provenientes da interação fraca, como por exemplo, o espalhamento de neutrinos, onde obter uma medida experimental desta quantidade é muito difícil pela baixa interação dos neutrinos com a matéria.

No decaimento beta, a maioria dos núcleos chegam ao fundo do vale de estabilidade beta, e núcleos pesados com um maior número de nêutrons, por exemplo, precisam compensar a força coulombiana entre os prótons para se manterem em equilíbrio através da emissão de um elétron e um antineutrino (decaimento beta menos) como na Equação (1). O decaimento beta nuclear pode ser dividido basicamente em 3 tipos o beta menos (1), beta mais (2) e a captura eletrônica (3):

$$\beta^- : n \rightarrow p + e^- + \overline{\nu}_e, \tag{1}$$

$$\beta^+ : p \rightarrow n + e^+ + \nu_e, \tag{2}$$

$$CE : e^- + p \rightarrow n + \nu_e. \tag{3}$$

No decaimento beta mais, o núcleo pai emite um pósitron e um neutrino através da transformação de um próton no interior do núcleo em um nêutron como na equação (2), com isso o núcleo filho tem a mesma massa do núcleo pai (chamados de isóbaros). Já na captura eletrônica o núcleo pai absorve um elétron e emite um neutrino como na equação (3). Esse tipo de decaimento é muito importante nos processos mais avançados da evolução estelar, no qual os átomos se encontram completamente sem seus elétrons e estes passam a constituir um gás de elétrons livres. Nesse caso, em vez de capturar elétrons da órbita atômica, o núcleo é induzido a capturar elétrons do gás de elétrons livres, neutronizando cada vez mais o meio estelar.

Os neutrinos foram previstos teoricamente por Wolfgang Pauli em 1930, para explicar o espectro contínuo da energia dos elétrons emitidos durante o decaimento beta como ilustrado na Figura 1. Em 1956, os neutrinos foram finalmente detectados por Frederick Reines e Clyde L. Cowan Jr, emitidos de um reator nuclear. Em 1968, Raymond Davis Jr. e seus colaboradores, do Brookhaven National Laboratory detectaram neutrinos colocando um tanque com fluído de limpeza percloroetileno (água sanitária), no fundo de uma mina a 1.500m de profundidade. Como aproximadamente 25% átomos de cloro são isótopos

do ^{37}Cl, calculou-se que dos 100 bilhões de neutrinos solares que atravessam a Terra por segundo, alguns interagiam com um átomo de cloro, transformando-o em um átomo de argônio (^{37}Ar) (Cleveland *et al.*, 1998) de acordo com a reação (4):

$$\nu_e + {}^{37}Cl \rightarrow e^- + {}^{37}Ar. \tag{4}$$

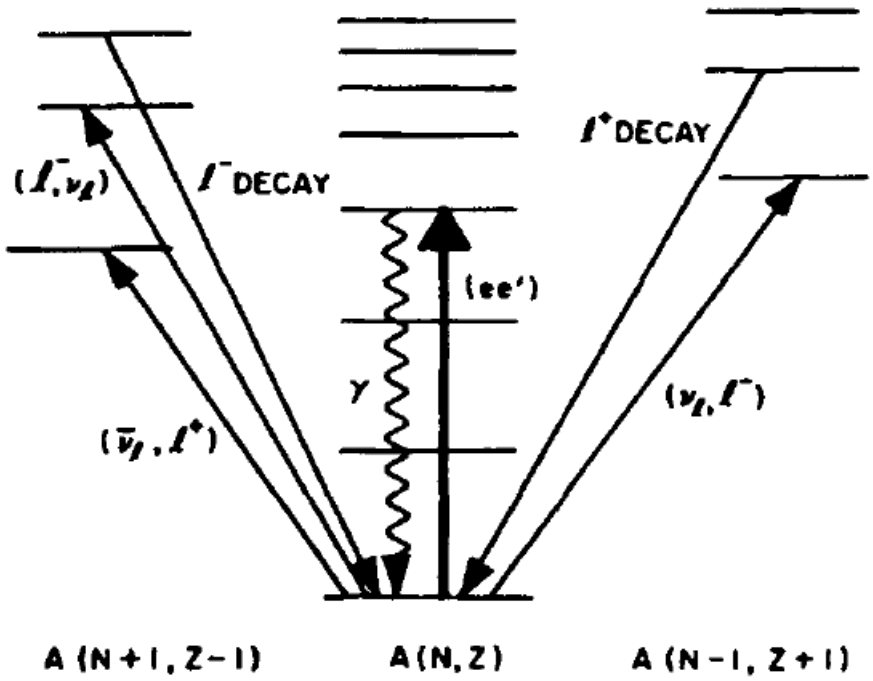

Figura 1: *Processos semileptônicos com troca de carga em núcleos. Walecka (2004)*

Posteriormente, foi estabelecido que em forma similar de seus primos de léptons carregados, os neutrinos vêm em três sabores, ν_e, ν_μ e ν_τ, sendo produzidos quando intensos feixes de elétrons, múons e tauons interagem nos alvos, respectivamente. Após a hipótese de Pauli foi reconhecido que os neutrinos têm propriedades incomuns. Dentro do modelo padrão temos que os quarks participam de interações fortes e eletromagnéticas, os léptons carregados interagem eletromagneticamente, porém os neutrinos interagem apenas fracamente. Assim, eles são extremamente difíceis de detectar e podem atravessar por objetos astrofísicos como as estrelas sem dispersão. Eles foram concebidos como leves, e dentro do modelo padrão de partículas elementares como não massivos. Foram criados grandes detectores, que utilizaram aos núcleos atômicos como detectores. Por mais de trinta anos, houve um grande empenho do físico teórico John Bahcall e dos experimentais de Homestake, idealizado e realizado por RayDavis, que mostraram que o fluxo de neutrinos do Sol que atinge a Terra é menor que o esperado pelo modelo de Bahcall. Será que a teoria está

errada como mostram os experimentos ? Em 1999 esta pergunta foi respondida, observando que em outros experimentos onde neutrinos atmosféricos eram estudados também existia um problema. A solução veio da hipótese do físico italiano Bruno Pontecorvo que postula uma oscilação de sabor, fenômeno puramente quântico, somente possível com um neutrino massivo.

Desde então, o estudo das colisões neutrino-núcleo através do cálculo das seções de espalhamento neutrino-núcleo tem sido feito de forma exaustiva nestes últimos 20 anos (Fukuda *et al.*, 1998), procurando propriedades exóticas dos mesmos. Um ponto essencial na descrição destes fenômenos está associada com as incertezas que podem vir do modelo nuclear usado (Samana *et al.*, 2006). Assim, as seções de choque neutrino-núcleo são fortemente importantes para restringir as propriedades dos neutrinos. Esta questão exige um esforço gigantesco porque os modelos nucleares a serem utilizados dependem da energia dos neutrinos incidentes. (Samana *et al.*, 2016).

Assim, temos em uso desde modelos microscópicos até modelos macroscópicos, que podem ser encontrados, por exemplo, no livro texto do Rowe (Rowe, 1979). Dentre os modelos microscópicos mais usados se destacam o QRPA (Quasiparticle Random Phase Approximation) (Samana *et al.*, 2008) e Projected QRPA (Samana & Bertulani, 2008), e a RQRPA (Relativistic Quasiparticle Random Phase Approximation) (Paar *et al.*, 2013). Já dentre os modelos macroscópicos, se destaca a GTBD (Gross Theory of Beta Decay) (Takahashi & Yamada, 1969).

1.1 Estado da Arte

A nucleossíntese de elementos pesados só pode ser compreendida através do estudo das reações nucleares distantes da linha de estabilidade β, da carta de nuclídeos, e envolvendo um grande número de espécies nucleares instáveis. Assim, as reações de interesse são os decaimentos beta menos e beta mais, e a captura eletrônica que competem nesta fase de evolução. Recentemente tem se mostrado interessante incluir as capturas de neutrinos e antineutrinos porque poderiam alterar a trajetória deste processo. Assim, o cálculo das seções de espalhamento de neutrinos com núcleos mostrou-se importante. Há uma vasta bibliografia nesse sentido, principalmente para espalhamentos em captura de neutrinos, decaimento beta menos, decaimento beta mais e captura eletrônica, tanto em condições terrestres como em condições estelares encontradas por exemplo em (Samana *et al.*, 2008), (Samana & Bertulani, 2008) e (Marketin *et al.*, 2016).

No (Samana *et al.*, 2008) o cálculo das seções de espalhamento neutrino-núcleo é feito usando o modelo macroscópico fenomenológico conhecido como teoria grossa GTBD (Gross Theory of Beta Decay). Os resultados obtidos permitiram estudar a evolução do caroço da pré-supernova. Foram obtidas as seções de espalhamento neutrino-núcleo na região $A < 70$ como ilustrado na Figura 2, e encontrou-se que as mesmas estão de acordo

com cálculos mais sofisticados realizados com modelos microscópicos ETFSI (Extended Thomas-Fermi Strutinsky Integral) combinado com a CQRPA (Continumm-Quasiparticle Random Phase Approximation) (Borzov & Goriely, 2000). Também foi usado o modelo de gás de Fermi, que leva a valores da seção de choque maiores do que aqueles obtidos com modelos nucleares microscópicos, particularmente para núcleos leves ou intermediários. Destes estudos se chegou a conclusão que seria interessante avaliar também as seções de espalhamento neutrino-núcleo para a região com $A \geq 70$, bem como a abundância isotópica no cenário da pré-supernova.

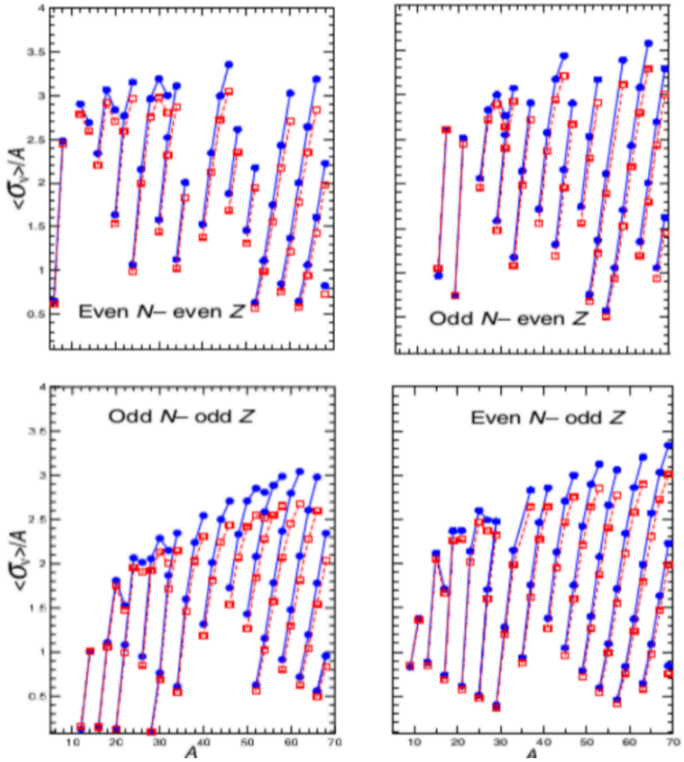

Figura 2: *Seção de espalhamento neutrino-núcleo por β^- com $A < 70$, obtida em (Samana* et al.*, 2008).*

Já no artigo (Samana & Bertulani, 2008) o cálculo das seções de espalhamento $\nu-^{56}$Fe são feitos utilizando modelos microscópicos QRPA (Quasiparticle Random Phase Approximation) e PQRPA (Projected QRPA). Foi observado que o modelo nuclear PQRPA produz uma seção de espalhamento menor do que a de quase todos os modelos RPA, com exceção do QRPA relativístico para energia do neutrino $E_\nu < 60$ MeV como ilustrado na Figura 3. Acima desta energia e até 100 MeV, o modelo de PQRPA leva a uma seção espalhamento menor que o modelo de RQRPA. No artigo (Paar *et al.*, 2013) o cálculo das seções de espalhamento neutrino-núcleo é feito para núcleos com número atômico entre 8 e 82, e os cálculos realizados utilizam um modelo microscópico de QRPA relativístico (RQRPA), resultando em diferenças consideráveis em comparação com dados encontrados na literatura e para um grande número de núcleos alvo, obtendo maiores seções de

espalhamento. Para os autores do artigo (Paar *et al.*, 2013) é necessário um estudo mais detalhado das transições permitidas e proibidas na região abaixo $E_\nu = 100$ MeV, tanto experimentalmente como teoricamente em particular na região com $E_\nu < 60$ MeV.

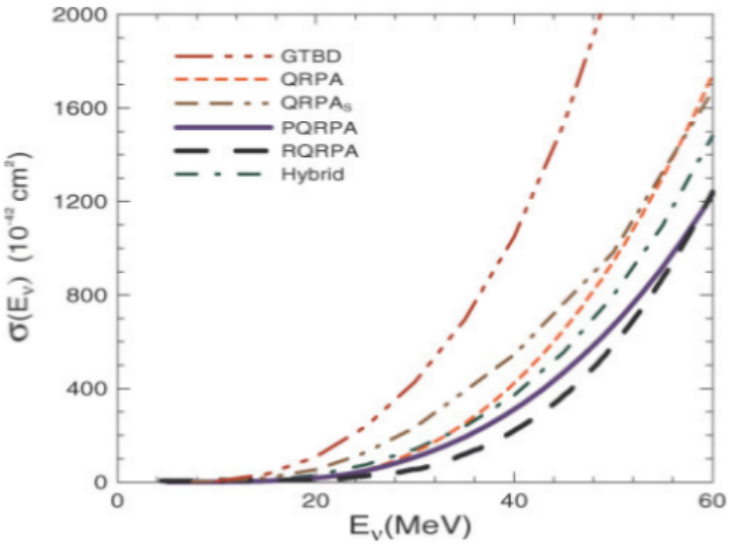

Figura 3: *Seções de espalhamento $\nu-^{56}Fe$ com $E_\nu < 60$ MeV, obtida em (Samana & Bertulani, 2008).*

Uma das maneiras de se detectar partículas em experimentos é através da aferição da seção de espalhamento por equipamentos adequados, essas seções também podem ser estimadas teoricamente como é o caso das seções de espalhahmento neutrino-núcleo. Para isso, em (Barbero *et al.*, 2020) os autores com os dados obtidos utilizando o código GT10, programa implementado na linguagem Fortran 77 para o cálculo das seções de espalhamento com a teoria grossa, fizeram ajustes polinomiais de 4° ordem (5) com o objetivo de obter com ajuda do código MINUIT uma expressão para as constantes do ajuste polinomial em função de A e Z $A_i(A, Z)$. Onde chegaram a um resultado que expressa de um modo geral uma dependência quadrática da seção de espalhamento com energia do neutrino em baixas energias, como aquela anunciada por John Bahcall (Bahcall, 1989). Para os autores, uma outra opção de trabalho seria incluir as transições proibidas no código.

$$\sigma_\nu(E_\nu) = A_0 + A_1 E_\nu + A_2 E_\nu^2 + A_3 E_\nu^3 + A_4 E_\nu^4. \tag{5}$$

No artigo (Marketin *et al.*, 2016) o cálculo das taxas do decaimento β utilizam uma estrutura de teoria CDFT (Continumm Density Functional Theory) totalmente auto consistente. O cálculo do estado fundamental de todos os núcleos usam o modelo RHB (Relativistc Hartree-Fock Bogoliubov), e os estados excitados são obtidos dentro da aproximação (pn-RQRPA). Tendo como principais resultados uma contribuição significativa das primeiras transições proibidas para a taxa de decaimento total em núcleos distantes

do vale de estabilidade. As meias vidas experimentais são em geral, bem reproduzidas, tanto para núcleos par-impares e impares-impares, em particular para núcleos de vida curta.

As seções de espalhamento neutrino-núcleo têm um papel importante no estudo das propriedades exóticas dos neutrinos. E diante do que foi exposto acima nota-se a importância e atualidade do tema proposto, e nesse sentido, pretende-se neste trabalho calcular as seções de espalhamento dentro do modelo da Teoria Grossa do Decaimento Beta - GTBD. O diferencial do modelo GTBD no cálculo da taxa de transição nuclear do decaimento beta, está no elemento de matriz que é obtido pela regra da soma (Kondoh *et al.*, 1985). A Teoria Grossa nuclear, formulada originalmente por TAKAHASHI e YAMADA no artigo (Takahashi & Yamada, 1969) tem sua principal aplicação no cálculo das taxas de decaimento beta. A quantidade física medida em laboratório é a seção de espalhamento média $\langle\sigma\rangle$, calculada através da integral da função $\sigma(E)$ sobre energia do neutrino vezes o fluxo de neutrinos, onde $\sigma(E)$ é seção de choque em função da energia do neutrino incidente. A estimativa numérica da seção $\sigma(E)$ depende do modelo nuclear usado e da energia do neutrino incidente.

As primeiras estimativas de usar a GTBD para espalhamento de neutrinos foi realizada por (Naoki *et al.*, 1977) com ^{37}Cl, onde foi utilizado a GTBD original de Takahashi. Posteriormente esse trabalho foi aprimorado com a inclusão das transições primeiras proibidas (Itoh & Kohyama, 1978). Primeiramente foi realizado um cálculo sistemático das seções de espalhamento neutrino-núcleo para $A < 70$ no ano de 2008(Samana *et al.*, 2008), onde foram incorporadas melhorias na posição das ressonâncias de F e GT, na escolha de núcleos com transições permitidas e um cálculo mais atual do valor Q da reação.

Uma aplicação astrofísica direita da GTBD foi implementada para descrever os processo fracos no estagio de pre-supernova (Ferreira *et al.*, 2014). Foi mostrado que o decaimento beta e as taxas de captura de elétrons são de fundamental importância na evolução de estrelas massivas em um caroço de pré-supernova. Enquanto o decaimento beta dá sua contribuição emitindo elétrons no plasma do núcleo da estrela, aumentando assim a pressão e temperatura. Do outro lado, a captura de elétrons remove elétrons livres do plasma do núcleo da estrela contribuindo para a redução da pressão e temperatura. Assim no trabalho de (Ferreira *et al.*, 2014) foram estimadas com a GTBD, as taxas de decaimento beta e captura de elétrons em condições estelares para 63 núcleos de relevância no estágio pré-supernova. Os resultados obtidos foram comparados com outras avaliações disponíveis na literatura, sendo menores ou iguais ao calculado em outros modelos. As diferenças encontradas podem influenciar a evolução da estrela nos estágios posteriores da pré-supernova.

Um problema em aberto na comunidade dos físicos nucleares que estudam estrutura nuclear é a escolha da constante axial-vetorial g_A, que deu origem ao chamado "quenching" dessa constante. A fim de contribuir nesse quesito, no artigo (Possidonio *et al.*,

2018) os autores avaliaram as taxas de decaimento β dentro da GTBD e foram comparados os resultados para diferentes valores da constante de acoplamento axial-vetor, $g_A = 0,76, g_A = 0,88, g_A = 1, g_A = 1,13$ e $g_A = 1,26$. Também foram usados defeitos de massa experimentais atualizados e uma aproximação melhorada para a função de Fermi. Foram feitas comparações dos resultados calculados para um conjunto de 94 núcleos de interesse em fase pré-supernova, com dados experimentais em condições terrestres e também com outros modelos teóricos como o QRPA, o modelo shell (SM), e diferentes versões do GTBD. Os autores mostraram que os melhores resultados são obtidos com $g_A = 1$ usando distribuições Gaussianas e Lorentzianas para a densidade de níveis.

No trabalho (Azevedo *et al.*, 2020) foi analisado o efeito de incluir a massa do antineutrino, dando um valor não nulo à massa do antineutrino que participa do decaimento β^-, essa massa é geralmente desprezada porque deveria ser pequena comparado com a massa do elétron. O formalismo de GTBD é modificado inserindo a massa do antineutrino, usando $g_A = 1$, e com um novo conjunto de parâmetro σ_N relacionado ao desvio padrão para a ressonância Gamow-Teller, defeitos de massa experimentais atualizados, e também uma aproximação melhorada para a função de Fermi. Se trabalhou com uma amostra de 94 núcleos de interesse na pré-supernova, comparando um cálculo sem a inclusão da massa do antineutrino com aquela adotando um valor realmente superestimado de 50 keV para ilustrar o efeito sobre as taxas de decaimento. As taxas foram aprimoradas em aproximadamente um por mil, concluindo que o efeito da massa do antineutrino nas taxas de decaimento não é relevante.

No respectivo cálculo de seções de espalhamento dentro da GTBD temos que foi realizado um cálculo sistemático dessas seções para aplicações astrofísicas (Barbero *et al.*, 2020). Nesse trabalho, assumindo a universalidade das interações fracas, avaliou-se as taxas de decaimento de $\beta^\pm$, captura de elétrons e as seções de choque. Os núcleos são separados de acordo com sua paridade em par-par, par-ímpar, ímpar-ímpar e ímpar-par, tanto para os decaimentos quanto para captura de elétrons. As seções obtidas foram interpoladas por meio de uma função polinomial de quarto grau em função da energia do neutrino. Essas funções polinomiais fornecem uma ferramenta para a avaliação sistemática das seções transversais necessárias em processos astrofísicos como o processo r durante a nucleossíntese de supernovas.

Finalmente novos resultados para as taxas de decaimento β^- obtidas no contexto GTBD usando novos valores do parâmetro σ_N, incluindo dados experimentais quando eles estão disponíveis e, se não, adotando o valor do vizinho mais próximo anterior (ou seja, com menos massa) que possui dados experimentais (de Azevedo *et al.*, 2020). As taxas foram obtidas usando uma função de distribuição de energia gaussiana com a constante de acoplamento fraco de vetorial axial $g_A = 1$, considerando defeitos de massa experimentais atualizados e também uma aproximação melhorada para a função de Fermi. A amostra foi composta por 94 núcleos com massa na faixa de $46 < A < 70$, todos eles decaindo por meio

de transições permitidas com dados experimentais em condições terrestres disponíveis na Carta de Nuclídeos. Os resultados foram comparados com um resultado prévio da GTBD (Possidonio *et al.*, 2018) mostrando que a substituição dos parâmetros ajustados por dados experimentais na GTBD melhora os resultados para taxas de decaimento β^- em 6,4 %.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

No presente trabalho pretende-se calcular seções de espalhamento neutrino-núcleo para um conjunto de núcleos de interesse astrofísico. O conjunto escolhido corresponde a núcleos impar-impar que podem decair através de decaimento-β^- e para os quais os elementos de matriz nucleares (NME) serão os mesmos para o espalhamento de neutrinos em núcleos par-par. Usaremos para esse fim, a teoria grossa do decaimento beta - GTBD (Gross Theory of Beta Decay) e as analogias dos NME em virtude da universalidade da interação fraca.

1.2.2 Objetivos específicos

1. Obter seções de espalhamento $\nu - (Z, A)$ usando o modelo da teoria grossa do decaimento beta - GTBD, e fazer ajustes polinomiais destas seções.

2. Fazer uma extrapolação do ajuste polinomial, obtendo uma função do tipo $A_i(A, Z)$ para as constantes deste ajuste com o auxilio do código MINUIT.

3. Validar a função de extrapolação polinomial

4. Utilizar uma função de ajuste do tipo exponencial ao invés de um polinômio, devido ao "apelo" físico que poderiam ter os parâmetros de ajuste nas funções exponencias e suas semelhanças com as curvas das seções de espalhamento.

5. Repetir os pontos 2. e 3. para o ajuste exponencial para as seções obtidas no ponto 1.

Para calcular a densidade de estados dentro da GTBD, foi utilizado o modelo de gás de Fermi (Chung, 2001). Assim, analisou-se um maior conjunto de núcleos, que aquele utilizado no TCC de minha autoria, para as cadeias isotópicas de Fe e Ni, foi implementada a função de ajuste do tipo exponencial ao invés de um polinômio. Para tal, se faz necessário uma modificação no código MINUIT usado anteriormente, para que se possa ajustar os parâmetros característicos das funções exponencias.

2 Metodologia

2.1 Decaimento Beta

A forma de decaimento radioativo que mais ocorre na natureza e em experimentos é o decaimento-β, detectado em isótopos de praticamente todos os elementos, exceto até o momento dos elementos mais pesados que se encontram no final da carta de nuclídeos.

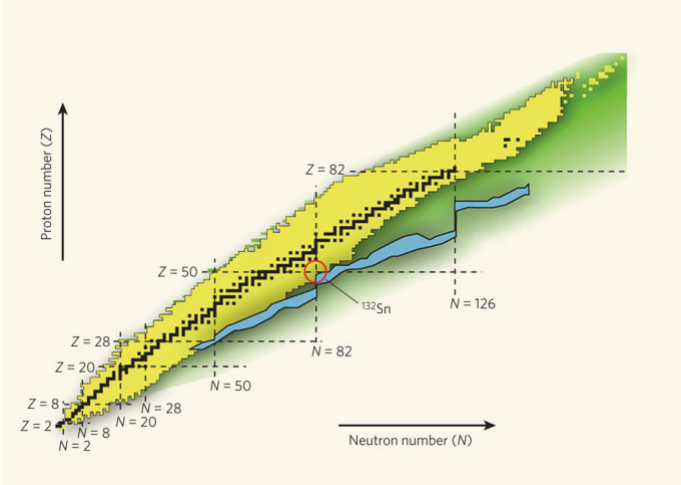

Figura 4: *Carta de nuclídeos.*

A força responsável por este decaimento é chamada de força fraca, uma das 4 forças fundamentais de ação entre partículas, ao lado das forças nuclear, eletromagnética e gravitacional. É ela a responsável pela transformação de um nêutron em um próton com a emissão de um elétron e um antineutrino no decaimento β^+, um próton em um nêutron com a emissão de um pósitron e um neutrino no decaimento β^- e de forma similar na captura eletrônica CE. Todas essas transições ocorrem com a grande maioria dos núcleos instáveis e de acordo com as reações:

$$\beta^+ : (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + e^+ + \nu_e, \tag{6}$$

$$\beta^- : (Z, A) \rightarrow (Z + 1, A) + e^- + \overline{\nu}_e, \tag{7}$$

$$CE : e^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + \nu_e. \tag{8}$$

Durante um decaimento β, duas partículas são emitidas, nesse caso o espectro de energias cinéticas das partículas é contínuo. Devido a essa continuidade no espectro de energia dos elétrons e pósitrons, que W. Pauli (Pauli, 1933) sugeriu a existência de uma segunda partícula(neutrino) no decaimento-β. Os neutrinos são férmions e portanto tem uma carga nula e um spin igual a 1/2, do balanço de energia de uma desintegração-β podemos calcular a massa do neutrino m_ν de acordo com (Bertulani, 2011).

$$Q = m_{Z,A}c^2 - m_{Z\pm1,A} - m_e c^2 - m_\nu c^2, \tag{9}$$

Onde $m_{Z,A}$ é a massa de um núcleo com Z prótons e massa igual a A. Considerando agora a massa do neutrino como sendo nula $m_\nu = 0$, podemos reescrever a equação (9) em função da massa atômica.

$$Q = \left\{ M_{Z,A} - Zm_e + \sum_{i=1}^{Z} B_i - \left[M_{Z\pm1,A} - (Z \pm 1)m_e + \sum_{i=1}^{Z\pm1} B_i \right] - m_e \right\} c^2, \tag{10}$$

Onde B_i é a energia de ligação do i-ésimo elétron e $M_{Z,A}$ é a massa atômica dada por

$$M_{Z,A} = m_{Z,A} + Zm_e - \sum_{i=1}^{Z} B_i \tag{11}$$

A energia de ligação dos elétrons das orbitais finais pode ser desprezada, de tal forma que podemos reescrever a equação (11) como segue

$$Q_{\beta^-} = (M_{Z,A} - M_{Z+1,A})c^2, \tag{12}$$

$$Q_{\beta^+} = (M_{Z,A} - M_{Z-1,A} - 2m_e)c^2. \tag{13}$$

2.2 Probabilidade de transição

Um estado instável pode ser representado através da adição de uma perturbação a um estado estacionário (Bertulani & Schechter, 2009), de tal forma que a Hamiltoniana total do sistema fica:

$$H = H_0 + V, \tag{14}$$

onde H_0 é Hamiltoniana do estado estacionário e V é o potencial responsável pela perturbação.

A equação de onda para o estado estacionário fica na forma:

$$H_0\psi_n = E_n\psi_n. \tag{15}$$

Logo a função de onda total pode ser escrita pela superposição de estados estacionários, onde a "constante"de superposição tem uma dependência temporal a ser determinada devido a natureza instável do problema.

$$\Psi = \sum_n a_n(t)\psi_n e^{-iE_n t/\hbar}. \tag{16}$$

Substituindo esta solução na equação de onda completa:

$$H\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}, \tag{17}$$

$$(H_0 + V)\sum_n a_n(t)\psi_n e^{-iE_n t/\hbar} = i\hbar\sum_n \dot{a}_n\psi_n e^{-iE_n t/\hbar} + \sum_n a_n\psi_n E_n e^{-iE_n t/\hbar}. \tag{18}$$

Usando a equação (15) podemos reescrever a equação (18) na forma:

$$\sum_n a_n V\psi_n e^{-iE_n t/\hbar} = i\hbar\sum_n \dot{a}_n\psi_n e^{-iE_n t/\hbar}. \tag{19}$$

Agora multiplicando a equação (19) pela esquerda por ψ_k^* e depois integrando em todo o espaço, teremos como resultado:

$$\sum_n a_n \int \psi_k^* V\psi_n d^3\mathbf{r} e^{-iE_n t/\hbar} = i\hbar\sum_n \dot{a}_n \int \psi_k^*\psi_n d^3\mathbf{r} e^{-iE_n t/\hbar}. \tag{20}$$

Usando a propriedade de ortogonalidade das funções de onda estacionárias:

$$\int \psi_k^*\psi_n d^3\mathbf{r} = \delta_{kn}, \tag{21}$$

a equação (20) pode ser reescrita na forma :

$$\sum_n a_n(t)V_{kn}e^{-iEnt/\hbar} = i\hbar\dot{a}_k e^{-iEnt/\hbar}, \tag{22}$$

$$\dot{a}_k = -\frac{i}{\hbar}\sum_n a_n(t)V_{kn}e^{i(E_k-E_n)t/\hbar}, \tag{23}$$

com

$$V_{kn} = \int \psi_k^* V\psi_n d^3\mathbf{r}. \tag{24}$$

Usando a teoria das perturbações é possível demonstrar (Bertulani & Schechter, 2009) que:

$$\begin{cases} a_m = 1, & \text{se } n = m \\ a_n = 0, & \text{se } n \neq m \end{cases}. \tag{25}$$

Logo a equação (23) pode ser reescrita na forma

$$\dot{a}_k = -\frac{i}{\hbar}a_m V_{km}e^{i(E_k-E_m)t/\hbar}. \tag{26}$$

Integrando com relação ao tempo de 0 á T onde T é o tempo de atuação da perturbação V:

$$a_k = -\frac{i}{\hbar}\int_0^T V_{km}e^{i(E_k-E_m)t/\hbar}dt, \tag{27}$$

$$a_k = V_{km}\frac{1 - e^{i(E_k - E_m)T/\hbar}}{E_k - E_m}. \tag{28}$$

Podemos interpretar ao módulo de a_k como sendo a probabilidade do sistema ser encontrado no estado k e dividindo este valor por T, teremos então a taxa de transição do estado m para o k. Logo a constante de decaimento λ pode ser obtida pela soma de todas as taxas de transição de k para m.

$$\lambda = \sum \frac{|a_k|^2}{T}, k \neq m. \tag{29}$$

Definindo $\rho(E_k)$ como a densidade de estados disponíveis entorno de E_k. A taxa de transição total fica:

$$\lambda = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty} |a_k|^2 \rho(E_k) dE_k. \tag{30}$$

Substituindo a equação (28) na (30) considerando que a função

$$sen^2(x)/x^2, \tag{31}$$

tem uma amplitude máxima entorno da origem e decresce para o extremos de forma abrupta (tipo delta de Dirac), logo podemos reescrever a equação (30) retirando da integral a $|V_{km}|^2$ e $\rho(E_k)$:

$$\lambda = \frac{2|V_{km}|^2\rho(E_k)}{\hbar}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{sen^2(x)}{x^2} dx, \tag{32}$$

com

$$x = \frac{(E_k - E_m)T}{2\hbar}, \tag{33}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar}|V_{km}|^2\rho(E_k). \tag{34}$$

Esta equação é conhecida como Regra de Ouro de Fermi.

2.3 Teoria de Fermi para o decaimento β^-

A regra de ouro de Fermi nós possibilita medir a taxa de transição devido a atuação de um potencial instável e de curta duração. Este potencial instável na aproximação de interação local, pode ser representado (Chung, 2001) pelo operador de interação local:

$$V = G\delta(\mathbf{r}_e - \mathbf{r})\delta(\mathbf{r}_{\overline{\nu}e} - \mathbf{r}). \tag{35}$$

Onde $\mathbf{r}_e$ e $\mathbf{r}_{\overline{\nu}e}$ são respectivamente as posições do elétron e do antineutrino.

Como o elemento de matriz nuclear é o mesmo vamos utilizar como exemplo para descrever a teoria de Fermi o decaimento β^-, neste caso o elemento da matriz de interação

pode ser escrito como :

$$V_{fi} = \int \phi_e^* \phi_{\overline{\nu}_e}^* \psi_f^* V \psi_i d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{r}_e d^3\mathbf{r}_{\overline{\nu}e}, \tag{36}$$

onde ϕ_e é a função de onda plana do elétron, $\phi_{\overline{\nu}e}$ é a função de onda plana do antineutrino, ψ_f é a função de onda do núcleo filho, ψ_i é a função de onda do núcleo pai, e G é a constante de acoplamento da interação fraca.

A aproximação de onda plana para o elétron desconsidera a priori a interação elétron-núcleo. Essa simplificação será corrigida com a adição da função de Fermi no seu momento adequado. A princípio as função de onda plana para o elétron e antineutrino normalizadas para um volume V e com momentos $\mathbf{p}$ e $\mathbf{q}$ respectivamente, podem ser escritas na forma :

$$\phi_e = \frac{1}{\sqrt{v}} e^{i\mathbf{p}.\mathbf{r}/\hbar}, \tag{37}$$

$$\phi_{\overline{\nu}e} = \frac{1}{\sqrt{v}} e^{i\mathbf{q}.\mathbf{r}/\hbar}. \tag{38}$$

Para calcular a densidade de estados disponíveis definida na seção anterior, usamos o modelo de gás de Fermi (Chung, 2001). De tal forma que o número de estado finais para $\mathbf{p}$ fixo fica:

$$dn_{\overline{\nu}e} = \frac{vq^2 dq}{2\pi^2\hbar^3}. \tag{39}$$

Agora para $\mathbf{q}$ fixo, teremos :

$$dn_e = \frac{vp^2 dp}{2\pi^2\hbar^3}. \tag{40}$$

O número total de estados é portanto:

$$dn = \frac{v^2 q^2 dq p^2 dp}{4\pi^4\hbar^6} = \rho dE_e, \tag{41}$$

onde a densidade ρ de estados disponíveis é calculada só levando em consideração a energia do elétron resultante do decaimento β^-, porque estamos interessado somente no espectro eletrônico. Para calcular o elemento de matriz de interação local basta substituir as funções de onda plana para o elétron, neutrino e o operador de interação local na equação (36):

$$
\begin{aligned}
V_{fi} &= G\int \phi_e^*\phi_{\overline{\nu}_e}^*\psi_f^*\delta(\mathbf{r}_e-\mathbf{r})\delta(\mathbf{r}_{\overline{\nu}e}-\mathbf{r})\psi_i d^3\mathbf{r}d^3\mathbf{r}_e d^3\mathbf{r}_{\overline{\nu}e},\\
&= G\int \phi_e^*\phi_{\overline{\nu}_e}^*\psi_f^*\delta(\mathbf{r}_{\overline{\nu}e}-\mathbf{r})\psi_i d^3\mathbf{r}d^3\mathbf{r}_{\overline{\nu}e},\\
&= G\int \phi_e^*\phi_{\overline{\nu}_e}^*\psi_f^*\psi_i d^3\mathbf{r},\\
&= \frac{G}{v}\int e^{-i(\mathbf{p}+\mathbf{q}).\mathbf{r}/\hbar}\psi_f^*\psi_i d^3\mathbf{r}. \qquad (42)
\end{aligned}
$$

Expandindo a exponencial em séries de potência, temos:

$$
e^{-i(\mathbf{p}+\mathbf{q}).\mathbf{r}/\hbar} = 1 - \frac{i(\mathbf{p}+\mathbf{q}).\mathbf{r}}{\hbar} + ..., \qquad (43)
$$

Como os momentos são pequenos quando comparados com as dimensões nucleares, podemos considerar apenas o primeiro termo da expensão. Esse tipo de aproximação da origem às chamadas transições permitidas. Portanto teremos para o elemento da matriz de interação:

$$
V_{fi} = \frac{G}{v}\int \psi_f^*\psi_i d^3\mathbf{r}. \qquad (44)
$$

Logo podemos definir o elemento de matriz nuclear como:

$$
M_{fi} = \int \psi_f^*\psi_i d^3\mathbf{r}. \qquad (45)
$$

O calculo da taxa de transição para um determinado $\mathbf{p}$ e $\mathbf{q}$, é obtido substituindo na regra de ouro de Fermi as equações (41) e (44).

$$
\lambda(p,q) = G^2|M_{fi}|^2\frac{p^2dpq^2}{2\pi^3\hbar^7}\frac{dq}{dE_e}. \qquad (46)
$$

A energia máxima total disponível para o decaimento β^-, desconsiderando o recuo do núcleo filho é :

$$
E_{max} = E_e + E_{\overline{\nu}e}. \qquad (47)
$$

Segundo a relatividade de Einstein o momento para o antineutrino fica da forma :

$$
q = \frac{E_{\overline{\nu}e}}{c}, \qquad (48)
$$

ou utilizando a equação para E_{max}:

$$
q = \frac{E_{max}-E_e}{c}. \qquad (49)
$$

Substituindo a equação (49) na (46) e considerando apenas o modulo da taxa de

transição, teremos:

$$\lambda(p, E_e) = G^2|M_{fi}|^2 \frac{p^2 dp (E_{max} - E_e)^2}{2\pi^3 c^3 \hbar^7}. \tag{50}$$

Utilizando a relação para o momento p relativístico do elétron e a energia máxima total disponível E_{max} para o decaimento β^-, que é a resultante da soma da energia cinética total Q mais a energia de repouso do elétron. Podemos então reescrever a equação (50) somente em função da energia do elétron, portanto dado o momento relativístico do elétron:

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}. \tag{51}$$

Derivando a equação (51), teremos:

$$dp = \frac{2E_e dE_e}{2c\sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}}. \tag{52}$$

Multiplicando ambos os lados da equação (52) por p^2:

$$p^2 dp = \frac{E_e dE_e}{c\sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}} \frac{(E_e^2 - m_e^2 c^4)}{c^2}, \tag{53}$$

$$p^2 dp = \frac{\sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} E_e dE_e}{c^3}. \tag{54}$$

Agora basta substituir a equação (54) na (50) e levando em consideração a energia máxima total disponível E_{max}:

$$E_{max} = Q + m_e c^2. \tag{55}$$

Teremos então para a taxa de transição λ :

$$\lambda(E_e) = G^2|M_{fi}|^2 \frac{(Q + m_e c^2 - E_e)^2 \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} E_e dE_e}{2\pi^3 c^6 \hbar^7}. \tag{56}$$

Para atenuar o fato de ter sido considerado uma função de onda plana para descrever o estado do elétron emitido durante o decaimento β^- como facilitador para o cálculos da taxa de transição, mesmo estando este elétron sob a ação da força coulombiano relativo a interação núcleo-elétron. Vamos introduzir uma função corretiva chamada função de Fermi (Bertulani & Schechter, 2009). Tal função, no seu limite não-relativístico, pode se escrita na forma:

$$F(Z^{`}, E_e) = \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}}, \tag{57}$$

onde

$$\eta = \frac{\pm Z^{`} e^2}{\hbar v_e}. \tag{58}$$

O sinal negativo é válido para o decaimento β^+, v_e é a velocidade do elétron emitido durante o decaimento β^- e $Z^{`}$ o número atômico do núcleo filho. Logo a taxa de transição

λ fica :

$$\lambda(Z^{`}, E_e) = G^2|M_{fi}|^2 \frac{(Q + m_e c^2 - E_e)^2 \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} E_e F(Z^{`}, E_e) dE_e}{2\pi^3 c^6 \hbar^7}. \tag{59}$$

Para obter a taxa de transição total basta integrar a equação (59) na energia do elétron E_e:

$$\lambda(Z^{`}, E_{e^{max}}) = \frac{G^2|M_{fi}|^2}{2\pi^3 c^6 \hbar^7} \int_{m_e c^2}^{E_{e^{max}}} (Q + m_e c^2 - E_e)^2 \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} E_e F(Z^{`}, E_e) dE_e. \tag{60}$$

Definindo uma função chamada integral de Fermi $f(Z^{`}, E_e)$:

$$f(Z^{`}, E_{e^{max}}) = \frac{1}{m_e^5 c^{10}} \int_{m_e c^2}^{E_{e^{max}}} (Q + m_e c^2 - E_e)^2 \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} E_e F(Z^{`}, E_e) dE_e. \tag{61}$$

Teremos então para a λ:

$$\lambda = \frac{G^2 m_e^5 c^4 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7} f(Z^{`}, E_{e^{max}}). \tag{62}$$

Para o decaimento β^- fica:

$$\lambda_{\beta-} = \frac{G^2 m_e^5 c^4 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7} f(Z + 1, E_{e^{max}}). \tag{63}$$

2.4 Teoria grossa do decaimento beta

Na teoria de Fermi as partículas leptônicas resultantes do decaimento beta não tem momento angular orbital, porque o estado do elétron e antineutrino no β^- são representados como funções de onda plana. Contudo na teoria do momento angular é possível demonstrar que ambas as partículas de spin 1/2. Podendo serem acoplado de duas maneiras diferentes: singleto para spins antiparalelos $S = 0$, e tripletos para spins paralelo $S = 1$. As transições do tipo singlete são chamadas de transições de Fermi e as do tipo tripletos de transições de Gamow-Teller.

Os léptons emitidos nas transições de Fermi tem momento angular orbital $l = 0$ e spin $S = 0$, logo pela conservação do momento angular o spin nuclear J não alterado $\Delta J = 0$ e a paridade associada ao momento angular orbital $\Delta\pi = (-1)^l = 0$. Já para as transições de Gamow-Teller a paridade é a mesma que para as transições de Fermi $\Delta\pi = 0$, porém o momento de spin nuclear J é alterado de $\Delta J = \pm 1$, exceto para o caso onde o spin do núcleo pai J_i e do núcleo filho J_f são ambos iguais a zero $J_i = J_f = 0$, ilustrados na Figura 5.

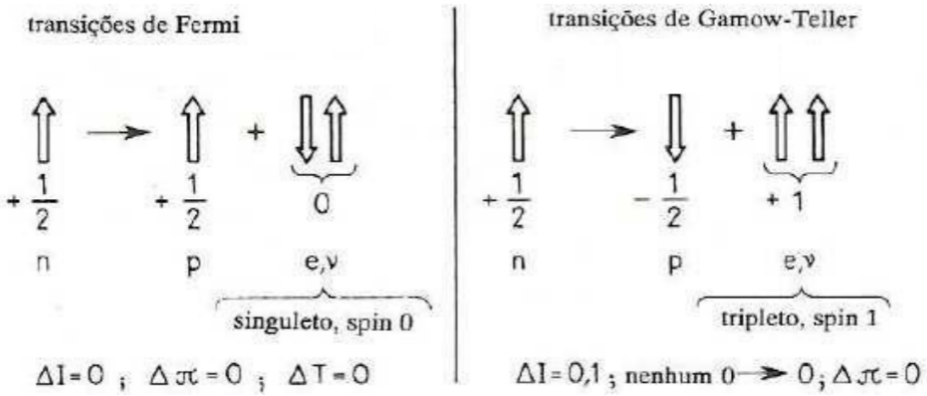

Figura 5: *Esquema ilustrativo das regras de seleção para as transições de Fermi e Gamow-Teller.*

Na seção (2.3) na equação (43) fizemos uma expansão em séries de potencia afim de realizar uma aproximação para o elemento de matriz nuclear, considerando apenas o primeiro termo devido os momentos serem pequenos quando comparados com as dimensões nucleares. Esse tipo de aproximação nos leva a definir as chamadas primeiras transições proibidas de classe 0, 1 e 2. A transição proibida de classe 0 é obtida ao considerar somente o segundo termo da expansão, a de classe 1 o terceiro termo e assim por diante. O que nós leva a considerar para a taxa de transição no decaimento beta total, a soma:

$$\lambda_\beta = \lambda_F + \lambda_{GT} + \lambda_1^{(0)} + \lambda_1^{(1)} + \lambda_1^{(2)}, \tag{64}$$

onde:

$\lambda_F \rightarrow$ taxa para a transição de Fermi,
$\lambda_{GT} \rightarrow$ taxa para a transição de Gamow-Teller,
$\lambda_1^{(0)} \rightarrow$ taxa para a transição primeira proibida de classe 0.
$\lambda_1^{(2)} \rightarrow$ taxa para a transição primeira proibida de classe 1.
$\lambda_1^{(3)} \rightarrow$ taxa para a transição primeira proibida de classe 2.

As transições proibidas não são necessariamente "proibidas" no sentido corriqueiro do uso do verbo proibir, mas sim são transições com pouca probabilidade de ocorrência como ilustrado na Figura 6 devido a rápida convergência da série (43). De fato:

$$[(\mathbf{p} + \mathbf{q}).\mathbf{r}/\hbar]^2 \approx 10^{-2} \tag{65}$$

O que nos leva a considerar somente as transições de Fermi e Gamow-Teller na equação (64). Assim:

$$\lambda_\beta = \lambda_F + \lambda_{GT}, \tag{66}$$

Para o calculo das taxas de transição de Fermi e Gamow-Teller usamos os elementos de matriz nucleares obtido através da regra da soma do artigo (Takahashi, 1971).

$$|M_\Omega(E)|^2 = \overline{|\langle\psi_f|\,\Omega\,|\psi_i\rangle|^2}\rho(E), \tag{67}$$

Logo podemos escrever as taxas de transição de Fermi e Gamow-Teller na forma definida por Takahashi e Yamada em (Takahashi & Yamada, 1969). O fator 3 na expressão para λ_{GT} é devido ao spin total $S = 1$ na transição de Gamow-Teller:

$$\lambda_F = \frac{m_e^5 c^4 g_F^2}{2\pi^3\hbar^7}\int_{-Q}^{0}|M_F(E)|^2 f(-E)dE, \tag{68}$$

$$\lambda_{GT} = \frac{m_e^5 c^4 g_{GT}^2}{2\pi^3\hbar^7}\int_{-Q}^{0}3|M_{GT}(E)|^2 f(-E)dE. \tag{69}$$

onde:

ψ_i, função de onda para o estado inicial da transição β.

ψ_f, função de onda para o estado final da transição β.

Ω, operador de transição.

$\rho(E)$, densidade de níveis finais de energia.

$g_F = 1$, constante de acoplamento de Fermi.

$g_{GT} = 1.27 g_F$ (**?**), constante de acoplamento de Gamow-Teller.

$f(-E)$, integral de Fermi normalizada na energia de repouso do elétron.

Q, energia cinética total definida na (55).

Para obter $f(-E)$ a partir da equação (61) basta fazer $E = Q$ e $E_{max} = E + 1$, onde agora $m_e c^2$ passa a ser igual a 1. Logo obtemos a integral de Fermi normalizada em $m_e c^2$ na seguinte forma:

$$f(-E) = \int_{1}^{-E+1}(-E+1-E_e)^2\sqrt{E_e^2-1}E_e F(Z,E_e)dE_e. \tag{70}$$

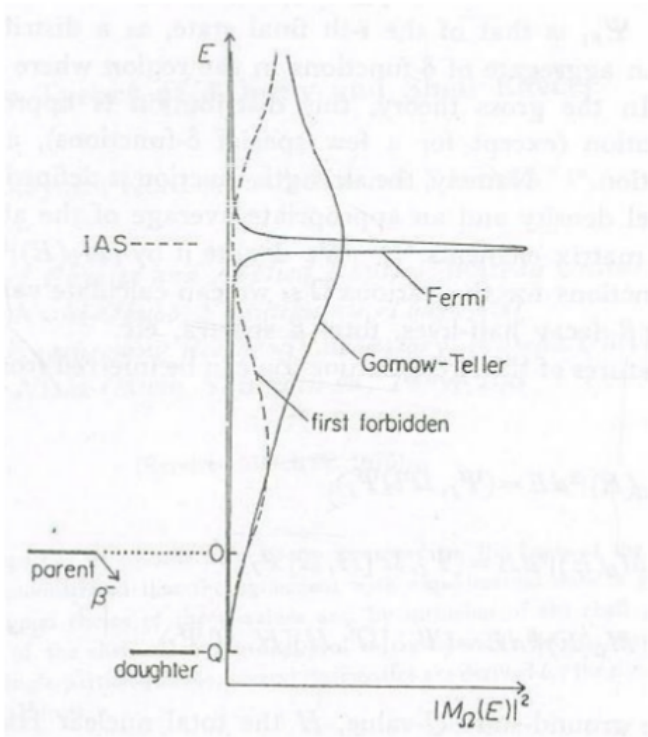

Figura 6: *Probabilidades de transição.*

Para obter a taxa de transição total basta substituir as equações (68) e (69), com as novas constantes G_F e G_{GT} na equação (66):

$$G_F = \frac{m_e^5 c^4 g_F^2}{2\pi^3 \hbar^7} \approx 1,1X10^{-4} 1/s, \tag{71}$$

$$G_{GT} = \frac{m_e^5 c^4 3 g_{GT}^2}{2\pi^3 \hbar^7} \approx 4,8X10^{-4} 1/s. \tag{72}$$

Logo:

$$\lambda_\beta = \int_{-Q}^{0} [G_F |M_F|^2 + G_{GT} |M_{GT}|^2] f(-E) dE. \tag{73}$$

Vamos agora introduzir a parametrização da equação (67) de acordo com Takahashi e Yamada no trabalho (Takahashi & Yamada, 1969):

$$|M_\Omega(E)|^2 = \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon_1} D_\Omega(E, \varepsilon) \frac{dN}{d\varepsilon} W(E, \varepsilon) d\varepsilon, \tag{74}$$

onde ε é a energia do nucleon, que no caso do decaimento β^- é o nêutron que sofre a transição para um próton no interior do núcleo. N é o número de nêutrons que tem probabilidade de decair, sendo considerado como partícula independente, $D_\Omega(E, \varepsilon)$ é a função de distribuição da probabilidade de transição da partícula independente, para este último não será levado em consideração a dependência da energia do nucleon, devido a transição ocorrer independentemente desta energia. Para a forma da função $D_\Omega(E, \varepsilon)$

existem varias possibilidades como por exemplo a gaussiana, a lorentziana e ate mesmo uma exponencia. Porém neste trabalho optamos por usar uma função tipo gaussiana porque é a que da melhores resultados segundo o artigo (Samana *et al.*, 2008). Assim podemos escrever:

$$D_\Omega(E,\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\Omega} e^{-(E-E_\Omega)^2/2\sigma_\Omega^2}, \tag{75}$$

onde E_Ω é a energia de ressonância e σ_Ω é o desvio padrão, relacionados à força coulombiana. Levando em consideração o núcleo como uma esfera uniforme carregada de raio $1,2A^{1/3}$, podemos estimar:

$$E_\Omega = E_F = E_c = \pm(1,44ZA^{-1/3} - 0,7825)\mathrm{M}eV, \tag{76}$$

$$\sigma_F = \sigma_c = 0,157ZA^{-1/3}, \tag{77}$$

onde Z é o número de prótons do núcleo pai. Usando a estimativa proposta em (Samana *et al.*, 2008) para a transição de Gamow-Teller, temos:

$$E_{GT} = E_F + 26A^{-1/3} - \frac{18,5(N-Z)}{A}\mathrm{M}eV, \tag{78}$$

com

$$\sigma_{GT} = \sqrt{\sigma_c^2 + \sigma_N^2}. \tag{79}$$

Para o parâmetro de ajuste σ_N usamos o mesmo método da Referência (Samana *et al.*, 2008). Basta agora calcular o $\frac{dN}{d\varepsilon}$ da equação (74), para tal usamos o modelo do gás de Fermi tal como proposto por Takahashi e Yamada no trabalho (Takahashi & Yamada, 1969). De tal forma que:

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} 4\pi V[2M_n^{*3}(\varepsilon - \varepsilon_{min})]^{1/2}, \tag{80}$$

com

$$\varepsilon_{min} = \varepsilon_1 - \varepsilon_F, \tag{81}$$

onde M_n^* é a massa efetiva do nucleon, V o volume nuclear apropriado e ε_F a energia de Fermi dada por:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2M_n^*}\left(3\pi^2\frac{N}{V}\right)^{2/3}, \tag{82}$$

com a energia mínima ε_0:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_1 - Q - E. \tag{83}$$

Agora substituindo as equações (80), (81), (82) e (83) na equação (73) com o auxilio da equação (74) e considerando $W(E,\varepsilon) = 1$, porque trata-se de uma transição num modelo

cuja superfície é do tipo degrau e plana, obtemos para a taxa de transição total:

$$\lambda_\beta = \int_{-Q}^{0} [G_F D_F(E) + G_{GT} D_{GT}(E)] N \left[1 - \left(1 - \frac{Q+E}{\varepsilon_F} \right)^{3/2} \right] f(-E) dE. \tag{84}$$

2.5 Seção de espalhamento neutrino-núcleo

Nas versões mais recentes da nucleossíntese do processo-r em uma supernova, considera-se que esses processos ocorrem na superfície de uma estrela de nêutrons durante o colapso da supernova. Os núcleos são expostos a um fluxo térmico $\Phi_\nu(E_\nu)$ de ν_e e com energia E_ν, que produz a reação:

$$\nu_e + (Z, A) \rightarrow (Z+1, A) + e^-, \tag{85}$$

com seção de espalhamento média de acordo com (Samana *et al.*, 2008):

$$\langle \sigma_\nu \rangle = \int_{E_{th}}^{\infty} \Phi_\nu(E_\nu) \sigma_\nu(E_\nu) dE_\nu, \tag{86}$$

onde E_{th} é o limiar da energia da reação, que é igual ao valor Q_{β^-} para núcleos estáveis e zero para os casos instáveis. Para $\Phi_\nu(E_\nu)$ se usa uma distribuição Fermi-Dirac com potencial químico nulo.

$$\Phi_\nu(E_\nu) = \frac{N}{T_\nu^3} \frac{E_\nu^2}{e^{E_\nu/T_\nu} + 1} \tag{87}$$

onde T_ν é a temperatura do neutrino e N é a constante de normalização do espectro. A avaliação da seção transversal ν_e-núcleo $\sigma_\nu(E_\nu)$, em um ambiente rico em neutrinos, deve ser consistente com o procedimento empregado no cálculo das taxas de decaimento β. O que nos permite fazer a seguinte aproximação de acordo com (Samana *et al.*, 2008):

$$\sigma_\nu(E_\nu) = \frac{G^2}{\pi} \int_0^{E_\nu - m_e} p_e E_e F(Z+1, E_e) [g_F^2 |M_F(E)|^2 + g_{GT}^2 |M_{GT}(E)|^2] dE. \tag{88}$$

A integração se estende sobre todos os estados nucleares permitidos pelas regras de seleção e os limites de integração são determinados a partir da condição de conservação de energia. Quando as energias são medidas a partir do estado fundamental do núcleo pai (Z, A), essa condição é expressa por:

$$E_\nu + M(Z, A) = E_e + M(Z+1, A) + Q_{\beta^-} + E, \tag{89}$$

onde $E = E_\nu - E_e > 0$ é a energia de excitação do núcleo filho $(Z+1, A)$, e $F(Z, E)$ é a função Fermi de espalhamento usual que leva em consideração a interação de Coulombiana entre o elétron e o núcleo.

Neste trabalho, não calcularemos as seções integradas dadas pela equação (86). A

quantidade medida experimentalmente em condições terrestres esta dada pela equação (86), usando o fluxo de neutrinos, chamado de espectro de Michel:

$$\Phi_\nu(E_\nu) = \frac{96E_\nu^2}{M_\mu^4}(M_\mu - 2E_\nu), \tag{90}$$

onde M_μ é a massa do muon. Na Tabela 1 da Referência (Samana & Bertulani, 2008) foram estimadas as seções para o núcleo de Fe calculadas com vários modelos teóricos e comparados com o único valor experimental (Maschuw *et al.*, 1998). Dessa comparação não pode se obter qual modelo teórico descreve melhor o valor experimental, devido ao grande erro experimental na medição.

2.6 Código GT13

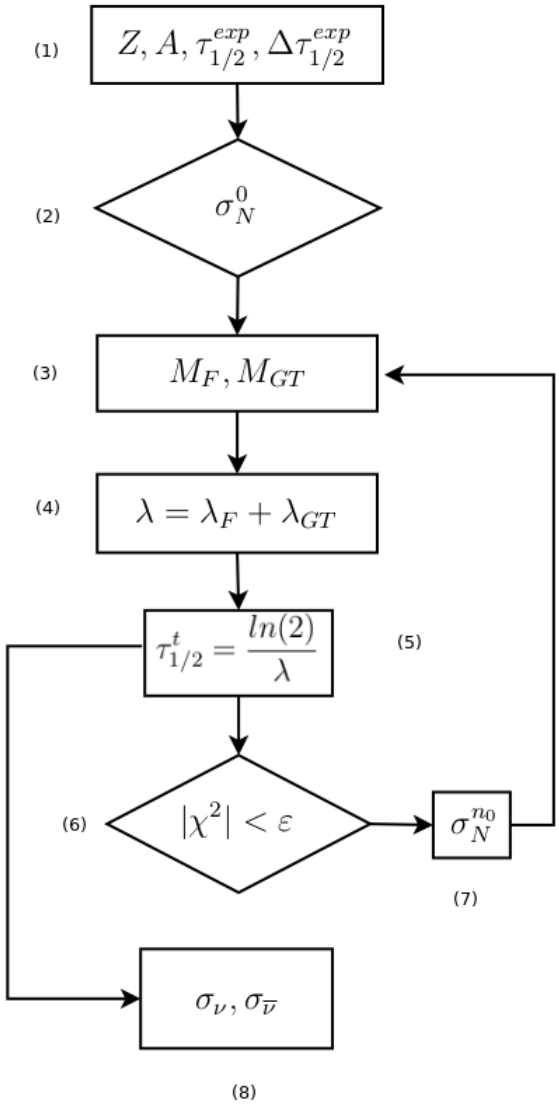

Figura 7: *Diagrama de blocos referente ao funcionamento do código GT13.f*

A figura 7 representa um diagrama de blocos das etapas que são realizadas durante a execução do código GT13.f. Estas são detalhadas a seguir:

1. Leitura de dados: Tem como entrada o número de próton, o número de massa, a vida média experimental e o seu respectivo erro para determinados núcleos. Consiste em 8 conjuntos diferentes de dados para núcleos com número de nêutrons par e prótons par, par-impar, impar-par e impar-impar respectivamente ambos para os decaimentos β^- e β^+.

2. Geração de um conjunto $\{\sigma_N\}$, de largura de ressonância de Gamow-Teller entre 0 e 20 MeV.

3. Para cada valor do conjunto $\{\sigma_N\}$ o programa calcula um elemento de matriz de Fermi M_F e outro de Gamow-Teller M_{GT} através das equações (74) e (75).

4. Com o conjunto de elementos de matriz de Fermi e Gamow-Teller referente a cada um dos valores do conjunto $\{\sigma_N\}$, calcula-se as taxas de transição através da equação (73).

5. Nessa etapa calcula-se a vida média teórica para cada valor de λ.

6. É gerado a função χ^2 para o conjunto $\{\sigma_N\}$ e com está função é realizado um processo de minimização para obter $\sigma_N^{n_0}$.

$$\chi^2 = \sum_n \left[\frac{\log\left(\frac{\tau_{1/2}^t(n)}{\tau_{1/2}^{exp}(n)}\right)}{\Delta \log\left(\tau_{1/2}^{exp}(n)\right)} \right]^2 . \tag{91}$$

onde

$$\Delta \log\left(\tau_{1/2}^{exp}(n)\right) = \left| \log\left[\tau_{1/2}^{exp}(n) + \Delta\tau_{1/2}^{exp}(n)\right] - \log\left[\tau_{1/2}^{exp}(n)\right] \right| . \tag{92}$$

7. Com o valor de $\sigma_N^{n_0}$ o programa volta para a etapa 3 para recalcular M_F e M_{GT}, continuando na etapa 4 para obter as taxas de transição que por sua vez são usadas para obter o melhor valor para a vida média teórica. Como já foi calculado o $\sigma_N^{n_0}$, o programa pula da etapa 5 para a 8 afim de obter as seções de espalhamento através da equação (88).

Para execução do código G13.f é necessário 3 arquivos além do arquivo que contem o código: gross.inc, NAMESG12.dat e o mais importe que é o DC.DAT, no DC.DAT é necessário escolher o número de dados em ndata, o número de conjuntos em NCONJ, o tipo de distribuição em INDEXTYPE (1 Gauss/2 Lorentz) e o tipo de decaimento em INDECAY (1 beta-/2 beta+ ou EC) e bem como o input a ser considerado (tabela (13))

3 Resultados

3.1 Decaimento β^-, meia vida experimental e teórica

No desenvolvimento do presente trabalho, foi selecionado um conjunto de núcleos impar-impar (N,Z) com meia vidas experimentais conhecidas e bem como sua respectivas

incertezas coletadas da base de dados NuDat (NNDC, 2022). A escolha deste conjunto de núcleos deve satisfazer alguns critérios segundo o artigo (Takahashi & Yamada, 1969):

I - A taxa de ramificação total das transições permitidas excede ou parece exceder 50%.

II - O valor Q do estado fundamental dado pela equação (12) é grande o suficiente para satisfazer a desigualdade;

$$Q \geq 10A^{-1/3}MEV. \tag{93}$$

O primeiro critério é necessário porque foi considerado apenas transições permitidas, ou seja, foi considerado apenas núcleos que cumprem a desigualdade $log(ft) < 6$, sendo f a integral de Fermi dada pela equação (61) e t é a meia vida. Já o segundo critério é importante para que seja possível utilizar o tratamento bruto (teoria grossa) no qual a densidade de níveis finais é grande e portanto quanto maior o valor Q (para o decaimento β^- do núcleo pai), melhor será a aproximação dentro da teoria grossa. A única exceção é o ^{208}Tl, que não cumpre o primeiro critério mas foi utilizado devido à suas aplicações na astrofísica nuclear.

Tabela 1: *Meia vida experimental para alguns núcleos impar-impar coletados da base de dados NuDat (NNDC, 2022).*

INDEX	N	Z	$\tau_{1/2}$	$\Delta\tau_{1/2}$	INDEX	N	Z	$\tau_{1/2}$	$\Delta\tau_{1/2}$
1	7	5	0.0202	2E-005	23	39	31	1268.4	1.8
2	9	5	0.0125	0.005	24	45	35	972.7	1.1
3	9	7	7.13	0.02	25	57	39	5.34	5
4	11	7	0.624	0.012	26	59	39	0.546	0.002
5	11	9	11.07	0.06	27	57	41	2.86	0.06
6	15	11	1.077	0.005	28	59	41	1.5	0.2
7	15	13	134.484	0.072	29	57	43	15.46	0.19
8	17	13	3.6	0.06	30	59	43	5.28	0.15
9	19	13	0.033	0.004	31	59	45	42.3	0.4
10	19	15	12.43	0.08	32	61	45	29.80	0.08
11	29	23	224.58	0.3	33	63	45	16.8	0.5
12	35	27	90	2.4	34	65	45	3.2	0.2
13	37	27	0.3	0.03	35	67	45	3.45	0.37
14	37	29	307.2	0.84	36	71	45	0.68	0.06
15	39	29	31.1	1.5	37	75	49	3.11	0.10
16	61	47	138.147	0.583	38	77	51	32436	144
17	63	47	24.52	0.19	39	87	55	1.684	0.014
18	67	47	4.6	0.1	40	97	65	456	9
19	67	49	14.097	0.029	41	115	75	186	18
20	69	49	5.0	0.5	42	125	81	252.12	0.66
21	71	49	3.08	0.08	43	127	81	183.18	0.24
22	73	49	1.5	0.3					

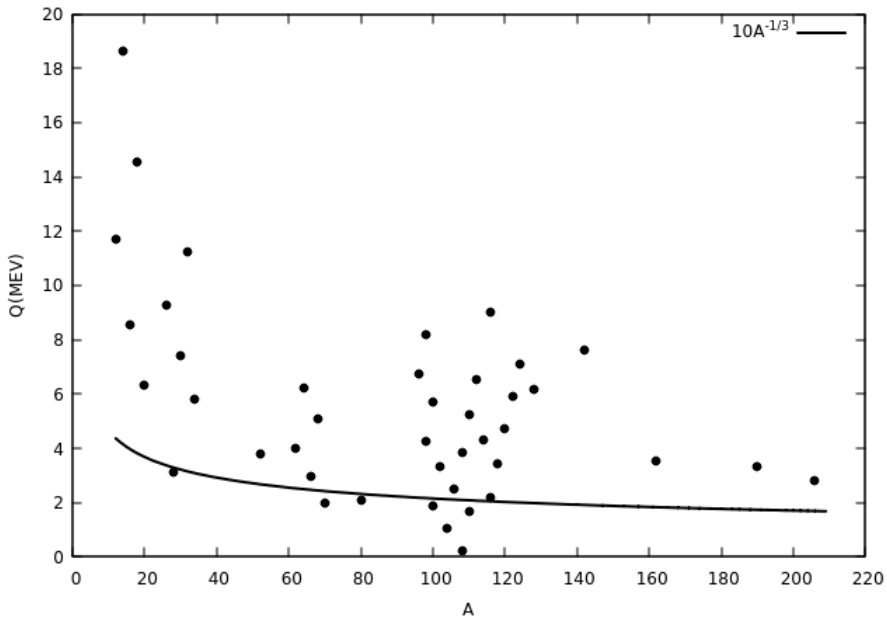

Figura 8: *Os valores Q do estado fundamental dos núcleos qualificados. O critério II representado pela curva.*

O Q-valor para as transições β^- são calculados com o código G13.f com auxílio da equação (61), tendo com base experimental as meias-vidas da tabela (13), pode-se verificar na figura (8) que a maioria dos núcleos do conjunto ímpar-ímpar (13) cumpre o critério II.

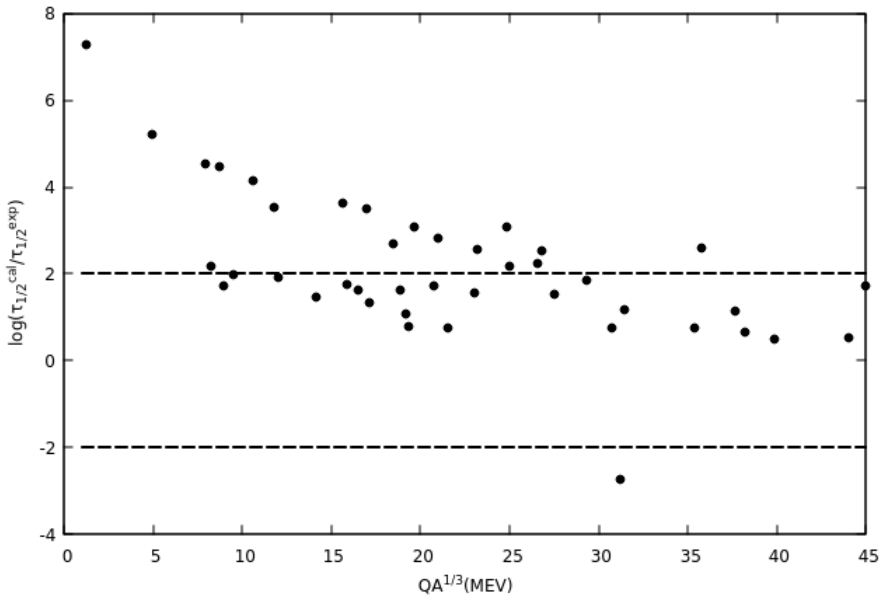

Figura 9: *Comparação das meias-vidas teóricas $\tau_{1/2}^{cal}$ com as experimentais $\tau_{1/2}^{exp}$.*

A figura (9) expressa a razão dos logaritmos das meia-vidas teórica e experimental em função $QA^{1/3}$, sendo as meias-vidas teóricas calculadas com o código G13.f considerando

uma distribuição gaussiana $D_x(E)$ tendo com base as meias-vidas experimentais da tabela (13). É possível verificar da figura (9) que aproximadamente 50% dois núcleos estão entre as duas linhas horizontais 2 e -2, isso é uma constatação da razoável aproximação entre a experiência e a teoria. No artigo (Samana *et al.*, 2008) foi obtido uma razoável aproximação entre as meias-vidas teóricas e experimentais com uma casa decimal, ou seja, a maioria dos núcleos num gráfico semelhante (figura 3 do (Samana *et al.*, 2008)) ficaram localizados entre as linhas horizontais 1 e -1, este resultado se deve ao fato de que no artigo os autores consideraram apenas núcleos com massa $A < 70$.

Como neste trabalho, considerou-se núcleos ímpar-ímpar com massa A entre 12 e 208, já era de se esperar uma aproximação mais grosseira. Portanto, o que justifica a utilização no atual trabalho deste conjunto tão extenso em massa e ao menos tempo pequeno em número de núcleos, ou seja, com lacunas que serão preenchidas a medida que novos dados experimentais forem encontrados, é busca por uma método que estime a seção de choque neutrino-núcleo para núcleos que se localizam muito distantes da linha de estabilidade β.

Em comparação com os cálculos de partícula simples estes resultados são mais adequados e os resultado das análises numéricas pouco dependem de Z e A.

3.2 Cálculo de χ^2

Para achar o σ_N que entra no cálculo da distribuição gaussiana (75) é necessário minimizar o χ^2 para valores de meia vida experimental da tabela (13). O cálculo do valor σ_N que minimiza o χ^2 é realizado através o código G14.f, o mesmo calcula o valor de χ^2 para um dado valor de σ_N variando de 0 à $20MEV$ com um passo de $0.2MEV$, como consta na figura (10).

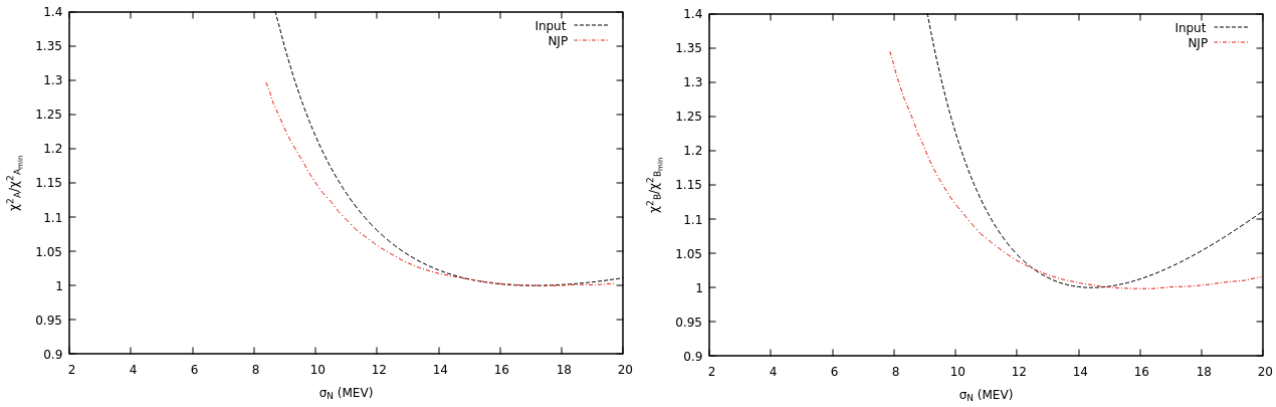

Figura 10: *Comparação do χ^2 calculado de acordo com a Tabela (13) com o χ^2 calculado no artigo (Samana* et al.*, 2008) tanto para χ^2_A quanto para χ^2_B.*

A figura à esquerda 10 expressa o χ^2_A como foi definido em (Samana *et al.*, 2008) em função de σ_N, o gráfico em vermelho representa o χ^2_A para valores da vida média de um conjunto de núcleos impar-impar com massa $A < 70$ utilizados no artigo (Samana *et al.*,

2008) figura 1 e gráfico em preto representa o χ^2_A para valores da vida média da Tabela (13). A figura à direita expressa o χ^2_B também definido em (Samana *et al.*, 2008) em função de σ_N, o gráfico em vermelho representa o χ^2_B para valores da vida média de um conjunto de núcleos impar-impar com massa $A < 70$ utilizados no artigo (Samana *et al.*, 2008) figura 1 e o gráfico em preto representa o χ^2_B para valores da vida média da Tabela (13). Em todos os cálculos foi utilizado a aproximação;

$$E_{GT} = E_F + \delta, \tag{94}$$

Com $\delta = 26A^{-1/3} - 18.5(N - Z)/A\ MEV$.

Como pode-se verificar, os valores σ_N que minimizam o χ^2_A tanto para o NJP quanto para o Imput são mais aproximados que os valores de σ_N que minimizam χ^2_B e portanto, foi utilizado no presente trabalho o σ_N que minimiza χ^2_A para o ajustar da distribuição gaussiana (75).

Tabela 2: *Valores de σ_N ajustados para a distribuição gaussiana (75)*

		χ^2_A	χ^2_B
Data	N	σ_N	σ_N
Input	43	16.6	15.8
NJP	54	17.6	15.8

3.3 Cálculo da seção de choque $\sigma_\nu(E)$ neutrino-núcleo

Tendo sido ajustado o σ_N, foi utilizado o código G13.f para efetuar o cálculo das seções de espalhamento $\sigma_\nu(E)$ dentro da teoria grossa (88), as seções foram calculadas para o núcleo filho (Z, A) do decaimento β^- de cada núcleo $(Z - 1, A)$ da Tabela (13).

$$\nu_e + (Z, A) \rightarrow (Z + 1, A) + e^-, \tag{95}$$

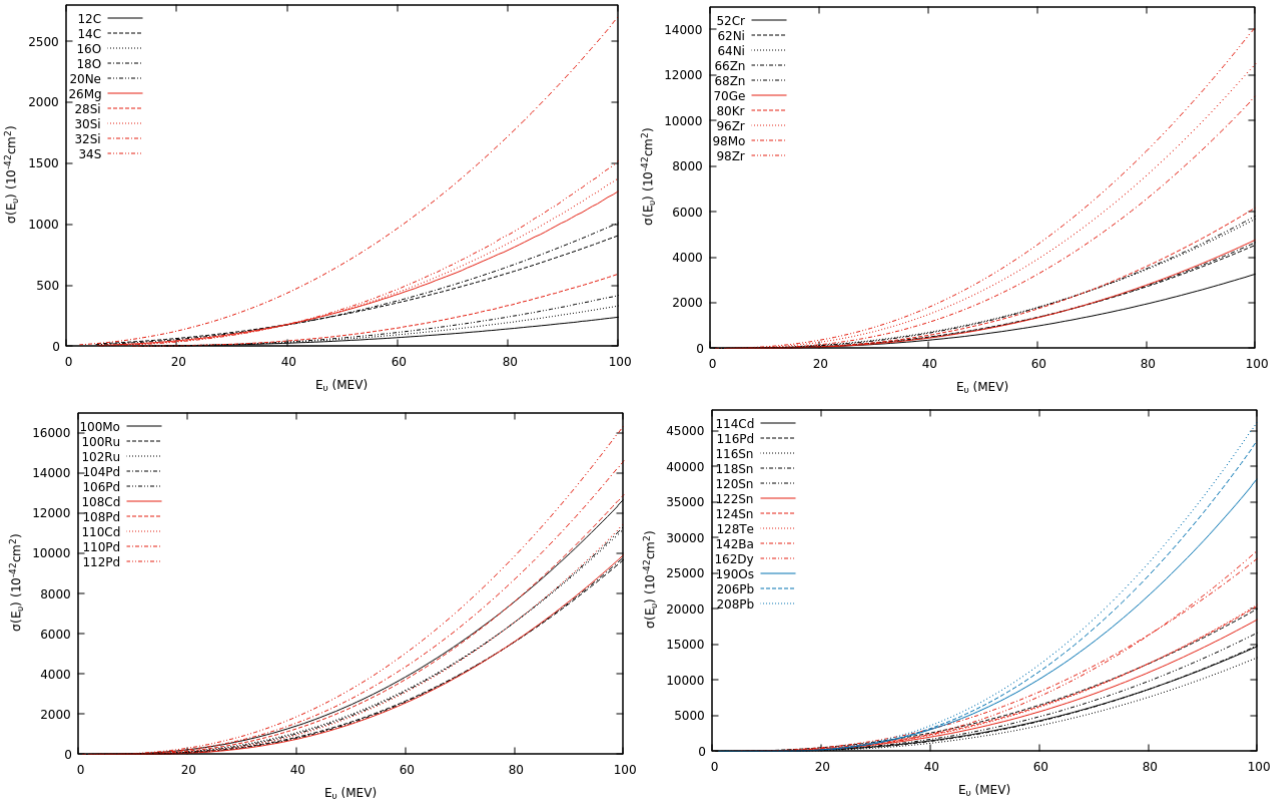

Figura 11: *Seções de espalhamento neutrino-núcleos para núcleos como massa* $12 \leq A \leq 208$ *dentro da teoria grossa.*

As seções são proporcionais a energia do neutrino ao quadrado e são calculada entre 0 e 100 MEV de acordo com a figura (11). Apesar da limpeza feita no input afim de se ter um conjunto com núcleos que decaem por β^- através de transições permitidas, essas transições se referem somente ao estado fundamental, e acima de 100 MEV a contribuição dos estados proibidos no cálculo da seção de espalhamento passam a ser consideráveis, portanto se faz necessário esta limitação.

3.3.1 Comparação com modelos microscópicos

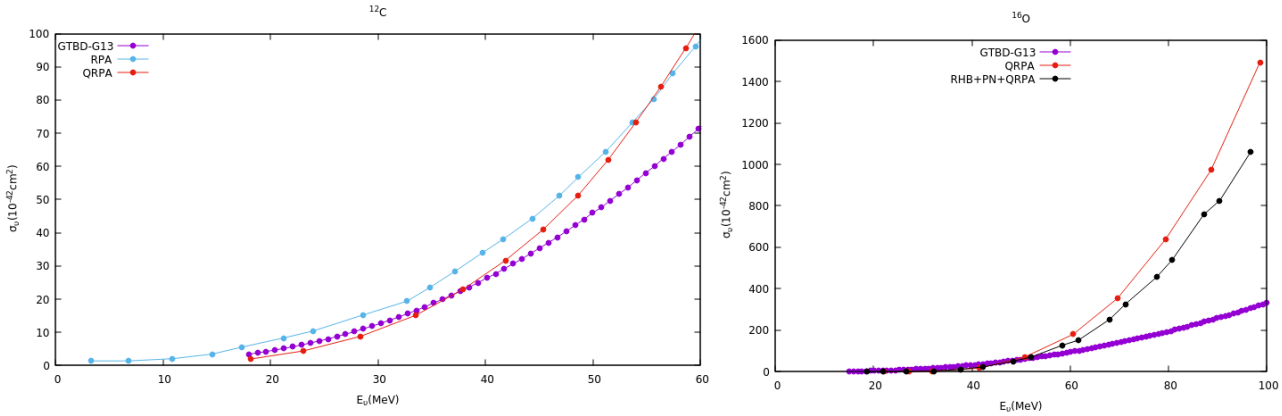

Figura 12: *À esquerda: comparação entre as seções neutrino-núcleo calculadas dentro da teoria grossa (GTBD-G13), com modelos microscópicos (RPA) (Athar* et al.*, 2006) e (QRPA) (Cheoun* et al.*, 2010). À direita: comparação entre as seções neutrino-núcleo calculadas dentro da teoria grossa (GTBD-G13), com modelos microscópicos (QRPA) e (RHB+PN-QRPA) (Paar* et al.*, 2008).*

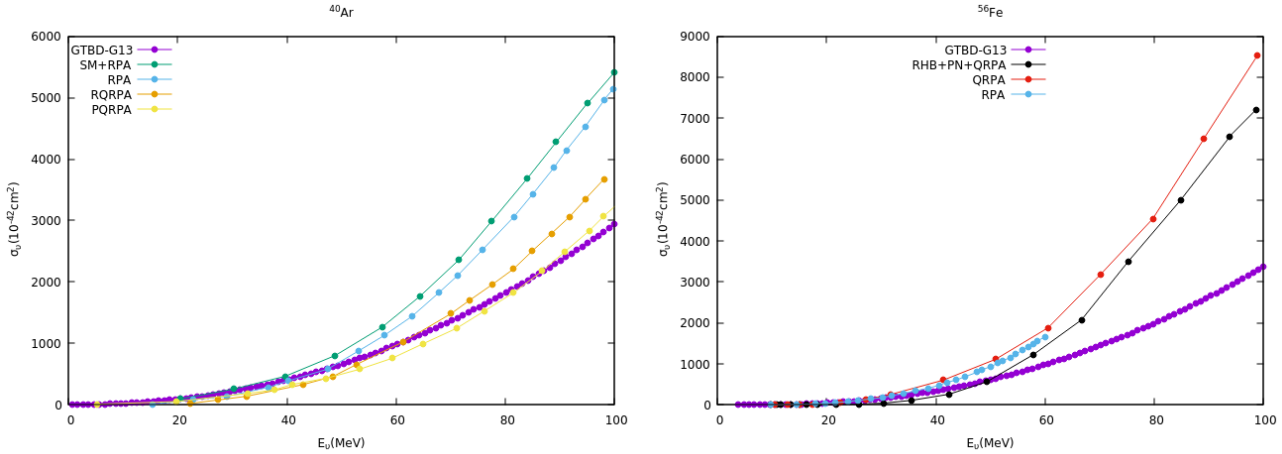

Figura 13: *À esquerda: comparação entre as seções neutrino-núcleo calculadas dentro da teoria grossa (GTBD-G13), com modelos microscópicos (SM+RPA), (RPA), (RQRPA) e (PQRPA) (Cheoun* et al.*, 2011). À direita: comparação entre as seções neutrino-núcleo calculadas dentro da teoria grossa (GTBD-G13), com modelos microscópicos (RPA) (Athar* et al.*, 2006), (RHB+PN+QRPA) e (QRPA) (Paar* et al.*, 2008).*

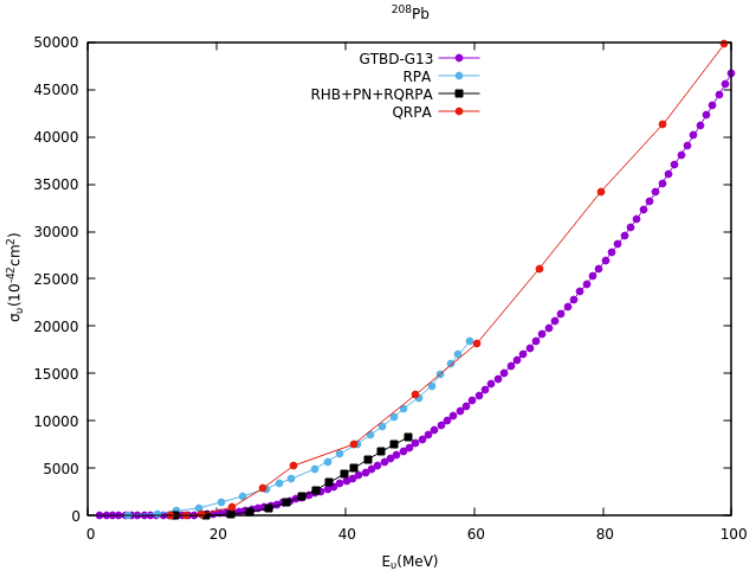

Figura 14: *Comparação entre as seções neutrino-núcleo calculadas dentro da teoria grossa (GTBD-G13), com modelos microscópicos (RPA) (Athar* et al.*, 2006), (RHB+PN+RQRPA) e (QRPA) (Paar* et al.*, 2008).*

Até 60 MEV as seções calculadas dentro da teoria grossa com auxílio do código G13.f estão bem próximas das seções calculadas dentro de alguns modelos microscópicos (como, por exemplo, os modelos RQRPA, PQRPA e RPA representados nas figuras (12) e (13)), isso se deve ao fato de que as transições permitidas tem uma maior contribuição até este valor de energia, e na medida que a energia do neutrino incidente aumenta, as transições proibidas passam a ter uma maior contribuição no cálculo da seção de choque, tendo em vista que no presente trabalho o modelo utilizado não leva em consideração as transições proibidas que são consideradas nos cálculos das teorias microscópicas. Portanto, o modelo proposto neste trabalho está bem satisfatório para energia do neutrino menor que 60 MEV.

Em alguns casos, como o que está representado pela figura (14), o modelo terá uma validação para a energia do neutrino menor que 100 MEV em comparação com teorias microscópicas (como, por exemplo, o QRPA).

3.3.2 Sobre a variação do σ_N

Como já foi explicado anteriormente, o valor do σ_N está associado com a largura de energia causada pelas forças nucleares dependentes de spin. Esse valor dentro da GTBD é usado como um parâmetro ajustável para minimizar o função χ^2, definida pela equação (91), que mede os desvios das vidas médias experimentais respectivamente das vidas médias teóricas de acordo a equação (84). Como também foi comentado esse valor de σ_N depende do conjunto inicial de núcleos que intervem no ajuste, sendo garantido que o σ_N é obtido nesse processo é o valor ideal que melhor reproduz as vidas médias experimentais

desse conjunto, como se nota da figura 10. É possível ainda se preguntar como a variação do σ_N afeta as seções de espalhamento calculadas dentro da GTBD. Para isso realizou-se um estudo quantitativo com três núcleos de diferentes massas: ^{16}O, ^{56}Fe e ^{208}Pb. A figura 15 mostra uma comparação entre as seções neutrino-núcleo calculadas dentro da GTBD com varios valores de σ_N. Esses valores representam uma variação de 30 % do valor mínimo $\sigma_N^{min} = 15.8$ MeV, obtido neste trabalho. Assim obtemos $(\sigma_N^{min} + 30\%) = 20.5$ MeV e $(\sigma_N^{min} - 30\%) = 11.06$ MeV. Na figura 15, as seções para estes valores estão representadas por: uma linha continua preta, linha tracejada vermelha e linha tracejada azul, respectivamente.

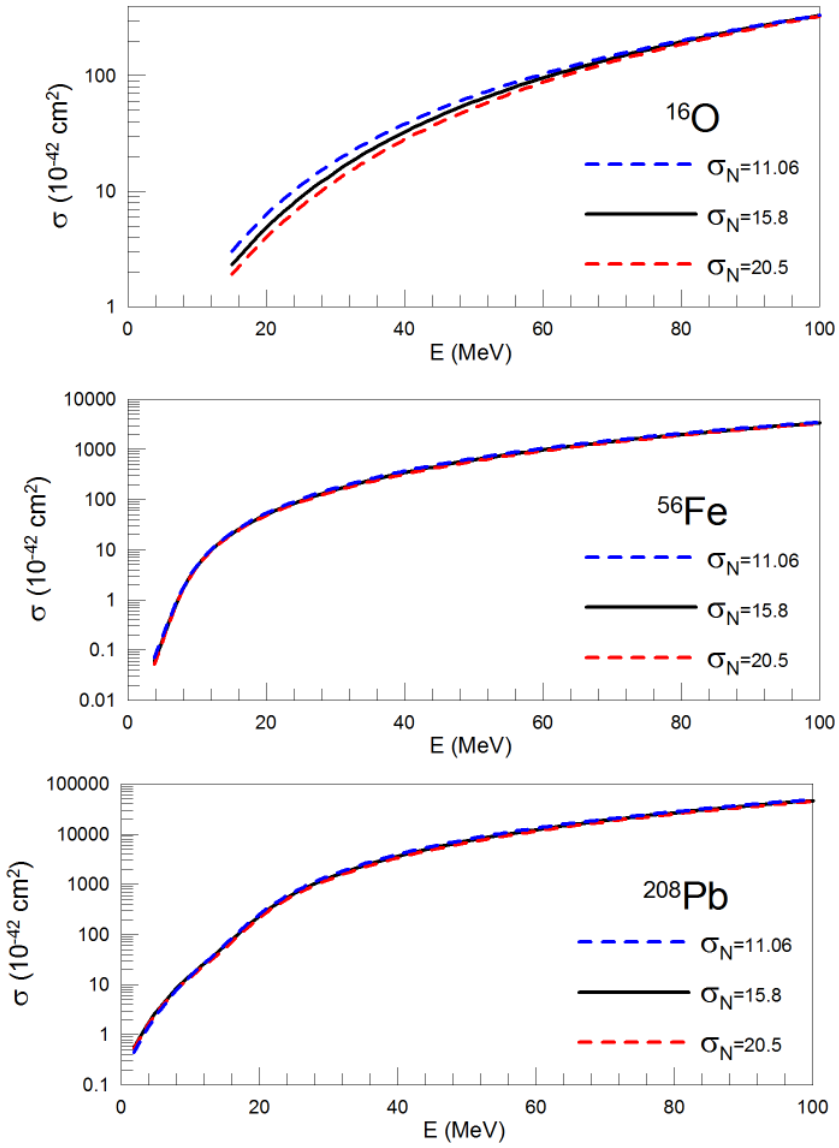

Figura 15: *Comparação entre as seções neutrino-núcleo calculadas dentro da teoria grossa (GTBD-G13) com varios valores de σ_N.*

Como nota-se na figura 15, somente no núcleo leve de ^{16}O se observam as variações de σ_N na seção de espalhamento dependente da energia. É possível concluir que com um menor valor de σ_N, as seções são maiores e, com um valor maior de σ_N, as seções são menores, sendo mais notáveis estas diferenças para energias menores que 60 MeV. Num núcleo de massa média como ^{56}Fe e num núcleo de grande massa como ^{208}Pb, as variações de $\pm 30\%$ no valor do σ_N^{min} não afetam o comportamento (crescimento ou descrescimento) da seção de espalhamento em função da energia para o intervalo considerado, desde o limiar da reação até 100 MeV de energia do neutrino incidente.

Ainda assim deve-se considerar que poderíamos obter outros valores de σ_N, implementando melhorias com novas expressões para: (i) função de Fermi equação (70), (ii) fórmula de massa nuclear usada para estimar o valor Q da reação, (iii) raio nuclear ($r_0 = 1.2A^{1/3}$) e, (iv) massa efetiva do nucleon no meio nuclear M_n^*, entre outros. Outras variações importantes como a influência da constante axial vetorial g_A e na função de distribuição de partícula simples, lembramos que neste trabalho já adotamos $g_A = 1$ e uma função de distribuição de parículas do tipo gaussiana, como recomenda-se em Possidonio *et al.* (2018). Assim todas essas novas melhorias devem ser implementadas de forma consistente e com um novo processo de minimização da função χ^2, definida pela equação (91), garantindo que o ajuste de σ_N, reproduza as vidas médias experimentais com a menor incerteza.

3.4 Ajuste polinomial e exponencial das seções $\sigma_\nu(E)$

Foram realizados ajustes das seções de espalhamento neutrino-núcleo do tipo polinomial de 4° ordem (96) e exponencial (97). Para ajustar as curvas por um polinômio de 4° ordem foi desenvolvido um script com base na linguagem de programação utilizada no GNU Octave. Para realizar os ajustes exponenciais foi necessário a utilização do programa LAB Fit, dado que o ajuste exponencial não é linear (Ou seja, não é composto por combinações lineares dos parâmetros).

$$\sigma_\nu(E) = A_0 + A_1 E + A_2 E^2 + A_3 E^3 + A_4 E^4 \tag{96}$$

$$\sigma_\nu(E) = A_0 + A_1 exp(A_2 E) \tag{97}$$

Tabela 3: *Constantes do ajuste polinomial de 4° ordem.(Continua)*

N	Z	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
06	06	4.91928383891	-0.52600804349	0.02316318398	0.00008422088	-0.00000029351
08	06	12.25530124877	1.13598288195	0.07153823128	0.00011139189	-0.00000045217
08	08	6.11991200595	-0.65580303053	0.02465521243	0.00022965596	-0.00000085944
10	08	8.4770894542	0.6721367805	0.0780200989	0.0002637522	-0.0000010898
10	10	6.6202116440	-0.7030268800	0.0222126585	0.0004100840	-0.0000015154
14	12	5.3220488298	0.0383395879	0.0841549200	0.0006940627	-0.0000027621
14	14	4.3550110758	-0.3709705908	0.0002304152	0.0009974484	-0.0000037584
16	14	6.1092268077	-0.4783996437	0.0905103419	0.0008274223	-0.0000031617
18	14	10.4723464526	1.1732848641	0.2104008219	0.0007779712	-0.0000031218
18	16	6.5660924037	-0.8248448255	0.0921870454	0.0010558634	-0.0000038777
28	24	7.552911033	-2.066293990	0.179587985	0.002660466	-0.000010034
34	28	10.458842180	-3.160383900	0.260090510	0.003566546	-0.000013358
36	28	8.911863387	-2.855968023	0.388079821	0.003326757	-0.000012659
36	30	14.022813409	-3.746076198	0.235551091	0.004242149	-0.000016011
38	30	9.044630534	-3.437220286	0.353116165	0.004202931	-0.000016037
38	32	17.160644896	-4.077819766	0.202715734	0.004956941	-0.000018398
44	36	23.555598053	-5.659970403	0.265262119	0.006457420	-0.000024093
56	40	36.733267258	-9.761478512	0.910078086	0.007026455	-0.000027102
56	42	34.348011821	-8.237454645	1.074128416	0.006835275	-0.000026932
58	40	30.450650189	-9.757349176	0.620649038	0.009288624	-0.000035034
58	42	36.981899271	-10.791112667	0.840404835	0.008513993	-0.000032464
56	44	40.061070551	-9.229232528	0.350846559	0.011288551	-0.000042564
58	44	34.353484462	-10.239729106	0.540141771	0.010850269	-0.000040827
58	46	46.448643178	-9.319454263	0.268602835	0.012761217	-0.000047924
60	46	39.581459972	-10.210504127	0.428219747	0.012971862	-0.000049902
60	48	34.241399505	-10.943042717	0.613668563	0.012781323	-0.000049689
62	46	48.978287843	-13.782298737	0.909762290	0.011060514	-0.000042553
62	48	49.948964272	-13.671565500	1.110362537	0.010807710	-0.000042688
64	46	77.990625259	-15.928308788	1.732045949	0.006430811	-0.000022424
66	46	54.211871634	-9.532074788	0.197177140	0.013996662	-0.000051820
66	48	50.104347034	-11.063169493	0.367214493	0.014100890	-0.000053078
70	46	47.706153072	-13.918760107	0.789840928	0.013236323	-0.000050842
66	50	51.849857206	-12.495135208	0.453074252	0.015801618	-0.000059956
68	50	43.802771384	-13.308577837	0.643424523	0.015745329	-0.000060566
70	50	60.392622073	-16.600482031	0.948395323	0.014162910	-0.000054357
72	50	73.769684214	-18.895518641	1.248013711	0.012653373	-0.000048452
74	50	81.490151012	-19.900781398	1.525320942	0.011366792	-0.000043492

Tabela 4: *Constantes do ajuste polinomial de 4° ordem.(Concluída)*

N	Z	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
76	52	88.043652441	-21.769719429	1.424369952	0.013573837	-0.000051930
86	56	128.263947066	-29.146859588	2.103237825	0.014204705	-0.000054209
96	66	118.69080063	-28.49295248	1.01237010	0.03372539	-0.00013005
114	76	169.99965257	-36.70758899	0.94463856	0.05243997	-0.00020256
124	82	171.31051785	-34.84681240	0.44608313	0.06894383	-0.00026625
126	82	225.39505043	-45.30713736	1.04016007	0.06536122	-0.00025235

Tabela 5: *Constantes do ajuste exponencial.(Continua)*

N	Z	A_0	A_1	A_2
06	06	-0.5328E+02	0.3433E+02	0.2158E-01
08	06	-0.2325E+03	0.2129E+03	0.1691E-01
08	08	-0.6333E+02	0.3927E+02	0.2328E-01
10	08	-0.2288E+03	0.1973E+03	0.1855E-01
10	10	-0.7065E+02	0.4219E+02	0.2472E-01
14	12	-0.2418E+03	0.1892E+03	0.2099E-01
14	14	-0.8543E+02	0.4788E+02	0.2678E-01
16	14	-0.2454E+03	0.1833E+03	0.2202E-01
18	14	-0.5559E+03	0.4688E+03	0.1957E-01
18	16	-0.2542E+03	0.1820E+03	0.2298E-01
28	24	-0.4897E+03	0.3443E+03	0.2415E-01
34	28	-0.6626E+03	0.4681E+03	0.2435E-01
36	28	-0.9001E+03	0.6732E+03	0.2305E-01
36	30	-0.6590E+03	0.4487E+03	0.2499E-01
38	30	-0.8519E+03	0.6212E+03	0.2400E-01
38	32	-0.6492E+03	0.4255E+03	0.2573E-01
44	36	-0.8244E+03	0.5393E+03	0.2593E-01
56	40	-0.2068E+04	0.1500E+04	0.2298E-01
56	42	-0.1513E+04	0.1050E+04	0.2514E-01
58	40	-0.2579E+04	0.1911E+04	0.2190E-01
58	42	-0.1938E+04	0.1377E+04	0.2388E-01
56	44	-0.1228E+04	0.7858E+03	0.2663E-01
58	44	-0.1462E+04	0.9871E+03	0.2583E-01
58	46	-0.1209E+04	0.7469E+03	0.2723E-01
60	46	-0.1441E+04	0.9401E+03	0.2640E-01
60	48	-0.1190E+04	0.7096E+03	0.2784E-01
62	46	-0.1710E+04	0.1166E+04	0.2561E-01
62	48	-0.1411E+04	0.8884E+03	0.2705E-01
64	46	-0.2145E+04	0.1495E+04	0.2445E-01
66	46	-0.2650E+04	0.1884E+04	0.2337E-01
66	48	-0.2011E+04	0.1373E+04	0.2532E-01
70	46	-0.3819E+04	0.2818E+04	0.2156E-01
66	50	-0.1633E+04	0.1045E+04	0.2684E-01
68	50	-0.1886E+04	0.1261E+04	0.2621E-01
70	50	-0.2326E+04	0.1589E+04	0.2510E-01
72	50	-0.2835E+04	0.1975E+04	0.2407E-01

Tabela 6: *Constantes do ajuste exponencial.(Concluída)*

N	Z	A_0	A_1	A_2
74	50	-0.3405E+04	0.2416E+04	0.2313E-01
76	52	-0.3194E+04	0.2222E+04	0.2397E-01
86	56	-0.4645E+04	0.3271E+04	0.2296E-01
96	66	-0.3478E+04	0.2227E+04	0.2688E-01
114	76	-0.4499E+04	0.2793E+04	0.2763E-01
124	82	-0.4830E+04	0.2918E+04	0.2847E-01
126	82	-0.5449E+04	0.3342E+04	0.2776E-01

As constantes dos ajustes contidas nas Tabelas (3) e (5) foram usadas como entradas no código MINUIT (James, 1994), afim de se obter uma função ajustada para a seção de espalhamento neutrino-núcleo $\sigma_\nu(E)$ que seja capaz de estimar seções de espalhamento neutrino-núcleo para núcleos fora do conjunto inicialmente proposto na Tabela (13) e fora da linha de estabilidade β representada pela figura (4). Foram propostas 4 funções para a seção de espalhamento $\sigma_\nu(E)$ a serem ajustadas com o MINUIT, duas exponencias (96) e duas polinomiais de 4° ordem (97), cada uma utilizando os $B(m)$ dados pela Tabela (7) e na aproximação considerando $B(3) = B(4) = 0$;

$$A_i(A, Z) = \sum_{m=1}^{4} \sum_{n=0}^{4} d_{nm} Z^n B(m), \tag{98}$$

onde os $B(m)$ estão expressos na seguinte tabela:

Tabela 7: *$B(m)$ utilizado na equação (98).*

m	1	2	3	4
$B(m)$	A	$A^{2/3}$	$A^{-1/3}$	A^{-1}

A forma da função que representa as constantes $A_i(A, Z)$ foi idealizada inicialmente no artigo (Barbero *et al.*, 2012) e representa aproximadamente a equação semi-empírica da energia de ligação no modelo da gota líquida. Na tabela (8) é feita uma correspondência entre o que foi programado no MINUIT (parte referente ao modelo da gota líquida) e os termos da função (98).

Com um termo volumétrico proporcional a A, um termo superficial proporcional a $A^{2/3}$, um termo do tipo coulombiano proporcional a $A^{-1/3}$ e um termo de assimetria proporcional a A^{-1} . Não foi utilizado o termo de emparelhamento pois considerou-se que o mesmo está implicitamente sendo levado em consideração ao separar os conjuntos de acordo as paridades nos números de prótons e nêutrons.

i	term(i)	literatura
1	a*xpar(1)	$d_{01}A$
2	a**(2./3.)*xpar(2)	$d_{02}A^{2/3}$
3	a**(-1./3.)*xpar(3)	$d_{03}A^{-1/3}$
4	a**(-1.)*xpar(4)	$d_{04}A^{-1}$
5	z*a*xpar(5)	$d_{11}ZA$
6	z*a**(2./3.)*xpar(6)	$d_{12}ZA^{2/3}$
7	z*a**(-1./3.)*xpar(7)	$d_{13}ZA^{-1/3}$
8	z*a**(-1.)*xpar(8)	$d_{14}ZA^{-1}$
9	(z**2)*a*xpar(9)	$d_{21}Z^2A$
10	(z**2)*a**(2./3.)*xpar(10)	$d_{22}Z^2A^{2/3}$
11	(z**2)*a**(-1./3.)*xpar(11)	$d_{23}Z^2A^{-1/3}$
12	(z**2)*a**(-1.)*xpar(12)	$d_{24}Z^2A^{-1}$
13	(z**3)*a*xpar(13)	$d_{31}Z^3A$
14	(z**3)*a**(2./3.) * xpar(14)	$d_{32}Z^3A^{2/3}$
15	(z**3)*a**(-1./3.)*xpar(15)	$d_{33}Z^3A^{-1/3}$
16	(z**3)*a**(-1.) * xpar(16)	$d_{34}Z^3A^{-1}$
17	(z**4)*a*xpar(17)	$d_{41}Z^4A$
18	(z**4)*a**(2./3.)*xpar(18)	$d_{42}Z^4A^{2/3}$
19	(z**4)*a**(-1./3.)*xpar(19)	$d_{43}Z^4A^{-1/3}$
20	(z**4)*a**(-1.)*xpar(20)	$d_{44}Z^4A^{-1}$

Tabela 8: *Comparação dos termos do ajuste como foi programado no MINUIT vs. Literatura (Barbero* et al.*, 2012).*

Tabela 9: d_{nm} *para a função polinomial de 4° ordem com os* $A_i(A, Z)$ *dado pela equação (98) na aproximação* $B(3) = B(4) = 0$.

d_{nm}	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
d_{01}	1.086299	1.298045	0.101715	-1.410807E-004	-1.749825E-008
d_{02}	-2.234141	-1.864875	-0.149025	2.976418E-004	-8.731348E-008
d_{03}	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
d_{04}	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
d_{11}	-0.416913	4.207721E-002	3.518423E-003	-7.118250E-006	-7.338621E-010
d_{12}	0.974748	-0.305561	-2.161721E-002	2.467843E-005	-2.503500E-009
d_{13}	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
d_{14}	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
d_{21}	7.798215E-003	-1.650867E-003	2.548875E-005	-4.947852E-007	-4.704560E-011
d_{22}	2.930220E-003	5.860349E-003	-8.656646E-005	2.258826E-006	-2.102589E-010
d_{23}	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
d_{24}	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
d_{31}	4.389058E-005	-8.960862E-006	5.499988E-008	-9.324839E-010	-2.630778E-013
d_{32}	-5.018131E-004	6.348991E-005	-1.701843E-006	1.874362E-008	-2.530167E-012
d_{33}	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
d_{34}	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
d_{41}	6.746943E-007	-7.927206E-008	2.124096E-009	-4.765586E-012	-1.324868E-015
d_{42}	-5.595668E-006	8.707324E-007	-1.340896E-008	5.227530E-011	-1.303640E-014
d_{43}	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
d_{44}	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabela 10: *d_{nm} para a função polinomial de 4° ordem com os $A_i(A, Z)$ dado pela equação (98).*

d_{nm}	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
d_{01}	12.573523	1.085343	6.583838E-003	1.133335E-005	-1.017988E-007
d_{02}	8.050014	-2.276483	-4.414464E-002	1.570836E-004	-9.481448E-007
d_{03}	-122.330422	76.189779	2.555862	7.482567E-003	2.772142E-005
d_{04}	-10.310097	-106.708741	-7.671986	-1.502053E-002	1.143776E-004
d_{11}	0.421993	6.120076E-002	5.061942E-004	1.083751E-006	5.247483E-009
d_{12}	-2.235006	-6.604281E-002	1.653034E-003	-3.071779E-007	1.093500E-008
d_{13}	-106.608587	-8.101539	-5.760094E-002	-1.566265E-005	-1.745726E-006
d_{14}	237.541191	-42.429800	-0.5029594	-5.310293E-003	1.417118E-005
d_{21}	6.890075E-003	-3.571029E-004	4.806950E-006	-9.026149E-008	9.305582E-010
d_{22}	-1.766895E-002	-2.567683E-003	2.078627E-005	-1.041062E-007	1.610025E-010
d_{23}	-6.986541	-0.720410	-7.501778E-004	3.563049E-007	2.235958E-009
d_{24}	39.377628	8.378985	1.160724E-002	-2.040116E-004	-1.595085E-006
d_{31}	2.543213E-005	-1.562267E-006	3.007610E-007	-3.472359E-009	-1.578319E-011
d_{32}	-2.310855E-005	-1.509974E-005	-1.050518E-007	7.620297E-009	1.086837E-011
d_{33}	-0.140475	-5.198983E-003	-4.464878E-005	7.061215E-008	-2.514115E-009
d_{34}	3.837961	4.947935E-002	-1.889180E-003	9.543686E-006	4.437597E-009
d_{41}	5.695526E-008	-1.362256E-008	2.465141E-009	-1.524217E-011	2.910007E-013
d_{42}	-7.771875E-007	2.029749E-007	-2.963094E-008	2.094833E-010	-1.579940E-012
d_{43}	-9.528936E-004	6.146527E-005	-1.526912E-006	2.994872E-008	5.176415E-011
d_{44}	3.475655E-002	4.071295E-003	-4.826279E-005	-4.471109E-009	-1.820300E-009

Tabela 11: d_{nm} *para a função exponencial com os* $A_i(A, Z)$ *dado pela equação (98) na aproximação* $B(3) = B(4) = 0$.

d_{nm}	A_0	A_1	A_2
d_{01}	-144.131464	137.73528	-9.365595E-004
d_{02}	190.532311	-187.64558	5.684037E-003
d_{03}	0.000000	0.00000	0.000000
d_{04}	0.000000	0.00000	0.000000
d_{11}	-8.487468	7.10553	-1.548777E-006
d_{12}	39.717709	-35.65751	-2.426720E-005
d_{13}	0.000000	0.00000	0.000000
d_{14}	0.000000	0.00000	0.000000
d_{21}	-1.706889E-002	6.66017E-004	4.937139E-008
d_{22}	0.2483913	-0.13070	3.299555E-007
d_{23}	0.000000	0.00000	0.000000
d_{24}	0.000000	0.00000	0.000000
d_{31}	-9.047957E-005	-1.87243E-005	1.867976E-010
d_{32}	1.541578E-003	-8.99410E-004	3.197655E-009
d_{33}	0.000000	0.00000	0.000000
d_{34}	0.000000	0.00000	0.000000
d_{41}	-3.120290E-007	-5.17215E-007	-8.458060E-012
d_{42}	-1.931476E-006	1.07767E-005	-2.014842E-011
d_{43}	0.000000	0.00000	0.000000
d_{44}	0.000000	0.00000	0.000000

Tabela 12: *d_{nm} para a função exponencial com os $A_i(A, Z)$ dado pela equação (98).*

d_{01}	-583.689207	447.085239	-2.783222E-005
d_{02}	-359.099934	637.009645	-4.967798E-004
d_{03}	5338.543510	-4640.767035	-5.176396E-002
d_{04}	-1959.473440	-1203.877807	4.569030E-002
d_{11}	-19.431258	13.200593	1.413362E-007
d_{12}	81.467953	-59.631226	1.005755E-006
d_{13}	6386.069336	-6597.243268	-9.795659E-006
d_{14}	-11996.744567	12229.808240	8.554559E-002
d_{21}	-6.878399E-002	5.503126E-002	-1.316845E-009
d_{22}	0.2318856	-0.1046155	4.440124E-009
d_{23}	309.941152	-230.908445	5.433188E-006
d_{24}	-2749.362610	2626.184860	3.917792E-004
d_{31}	3.715477E-004	-3.954295E-004	-1.112261E-011
d_{32}	2.229152E-003	-2.088004E-003	-5.445757E-010
d_{33}	2.883519	-1.937666	2.498321E-008
d_{34}	-118.019477	81.862166	2.742411E-006
d_{41}	2.345382E-006	-1.793487E-006	-2.839358E-013
d_{42}	-3.227455E-005	2.974987E-005	6.532015E-012
d_{43}	-4.759910E-003	3.624322E-003	-6.719660E-010
d_{44}	-0.258654	0.173496	1.040564E-008

3.4.1 Comparação entre os ajustes polinomiais e exponenciais com auxílio do MINUIT para alguns núcleos

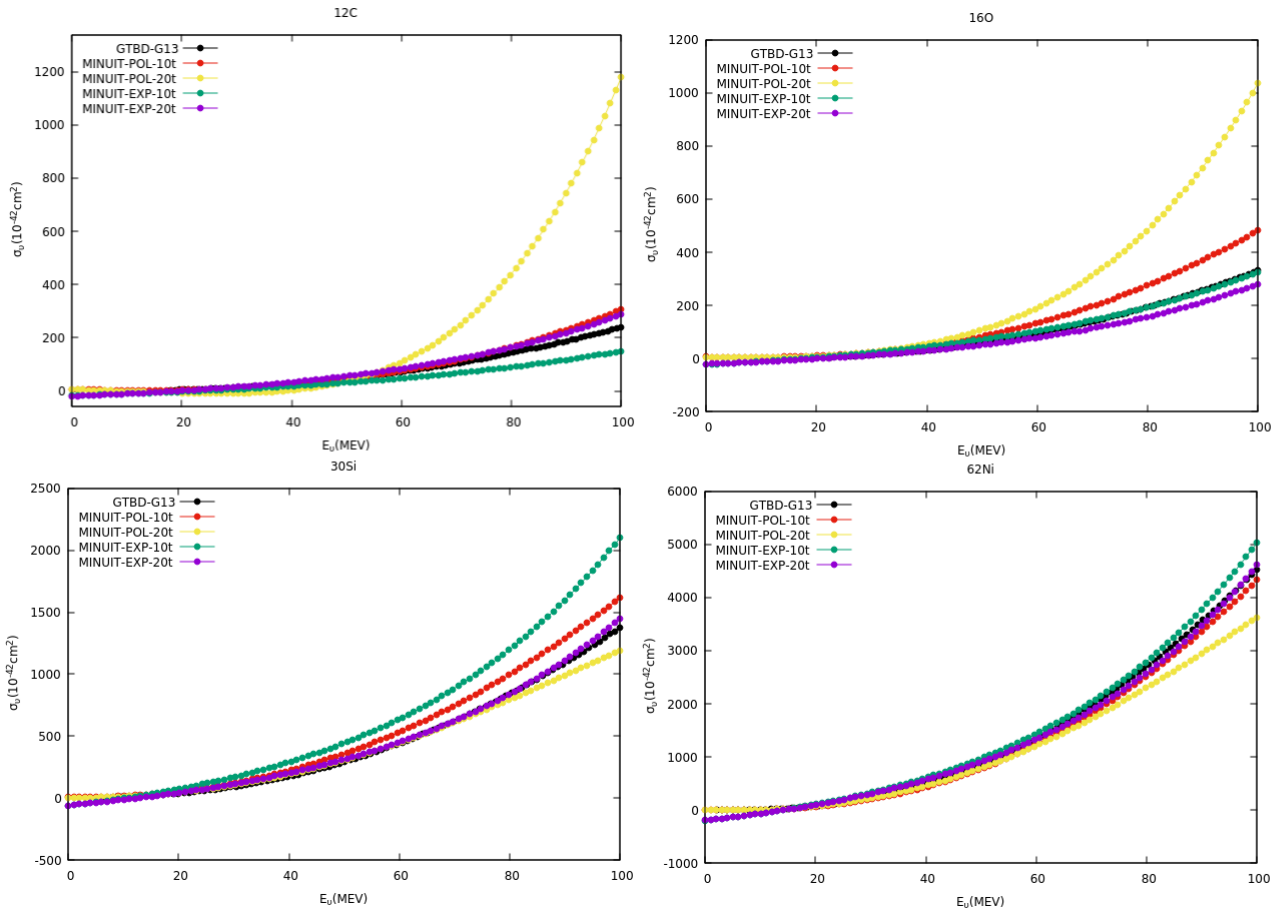

Figura 16: *Comparação das seções calculadas com o código GT13.f (GTBD) e as funções exponenciais e polinomiais ajustadas com o MINUIT, com a aproximação* $B(3) = B(4) = 0$ *(10t) e sem aproximação (20t).*

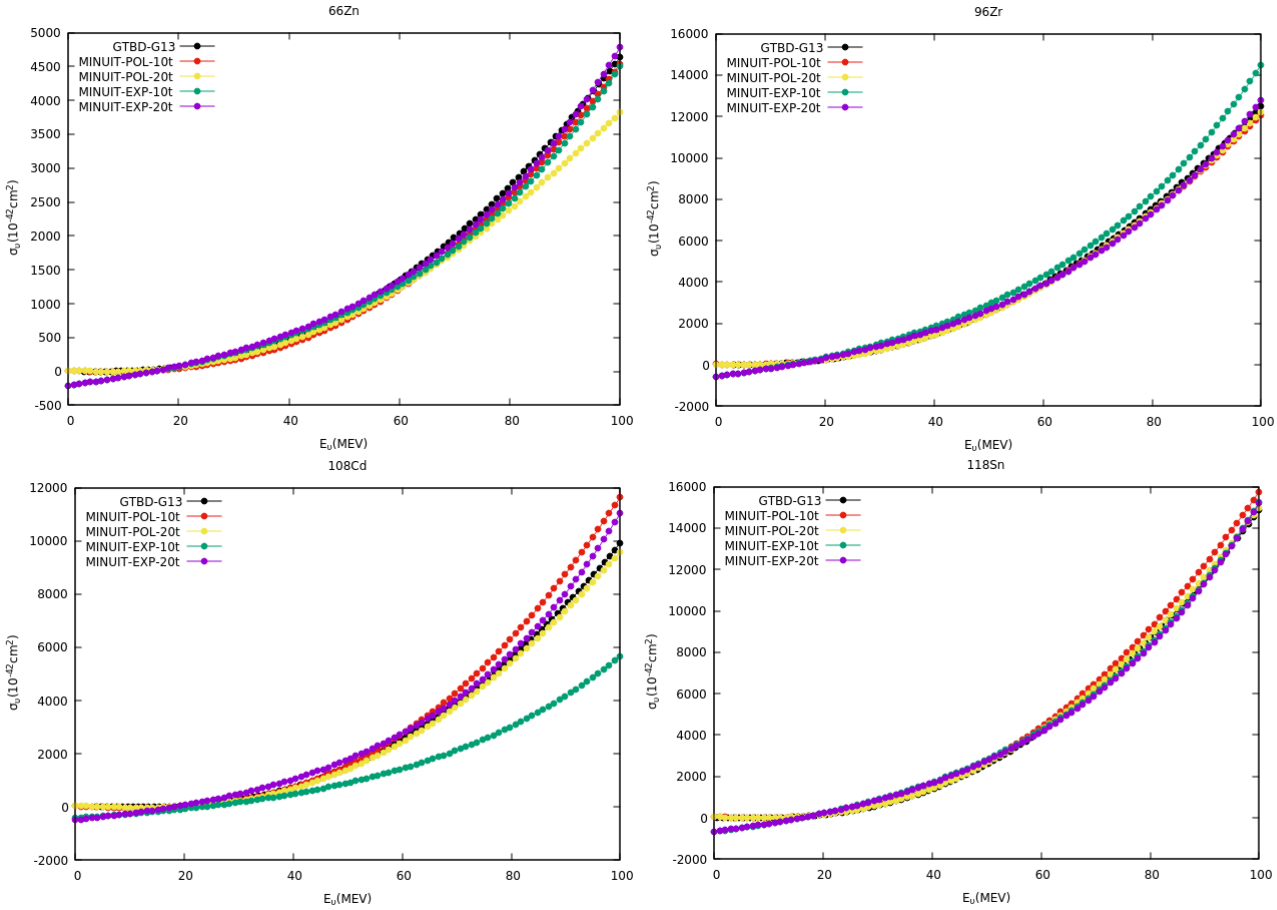

Figura 17: *Comparação das seções calculadas com o código GT13.f (GTBD) e as funções exponenciais e polinomiais ajustadas com o MINUIT, com a aproximação* $B(3) = B(4) = 0$ *(10t) e sem aproximação (20t).*

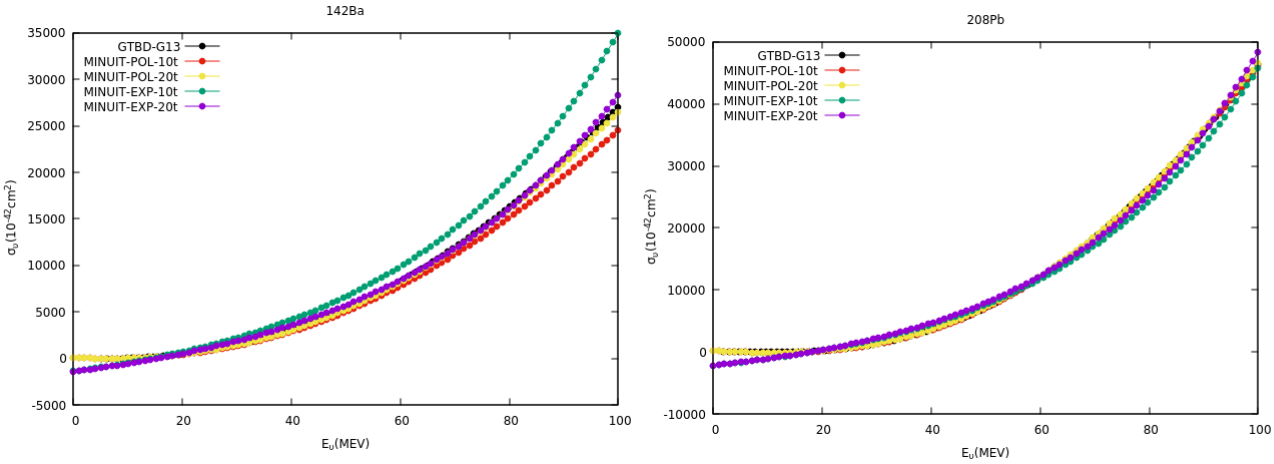

Figura 18: *Comparação das seções calculadas com o código GT13.f (GTBD) e as funções exponenciais e polinomiais ajustadas com o MINUIT, com a aproximação* $B(3) = B(4) = 0$ *(10t) e sem aproximação (20t).*

Nas figuras (16), (17) e (18) o gráfico em lilás é o que mais se aproxima do gráfico em preto (gráfico gerado com os dados de saída do G13.f para as entradas contidas na figura (13)) para o ^{12}C, ^{30}Si, ^{62}Ni, ^{66}Zn, ^{96}Zr, ^{118}Sn, ^{142}Ba e ^{208}Pb. O gráfico em verde é o que mais se aproxima do gráfico em preto para ^{16}O, porém se distancia razoavelmente do mesmo para o ^{30}Si, ^{12}C e ^{108}Cd e ^{142}Ba. O gráfico em amarelo tem 5 razoáveis aproximações com o gráfico em preto para ^{96}Zr, ^{108}Cd, ^{118}Sn, ^{142}Ba e ^{208}Pb, porém apresenta um erro considerável em relação ao mesmo para o ^{12}C e ^{16}O sendo necessário desconsidera-lo de imediato. O gráfico em vermelho tem 6 razoáveis aproximações com o gráfico em preto para o ^{12}C, ^{62}Ni, ^{66}Zn, ^{96}Zr, ^{118}Sn e ^{208}Pb, porém apresenta um erro considerável em relação ao mesmo para o ^{16}O e ^{30}Si, sendo também necessário desconsidera-lo de imediato.

A partir do que foi exposto é possível concluir que o gráfico em lilás é o que mais se aproxima do gráfico em preto, desta forma, usou-se para representar a seção de espalhamento uma função exponencial dada pela equação (97) sem a aproximação $B(3) = B(4) = 0$ (MINUIT-EXP-20t), com os d_{nm} dados pela Tabela (12).

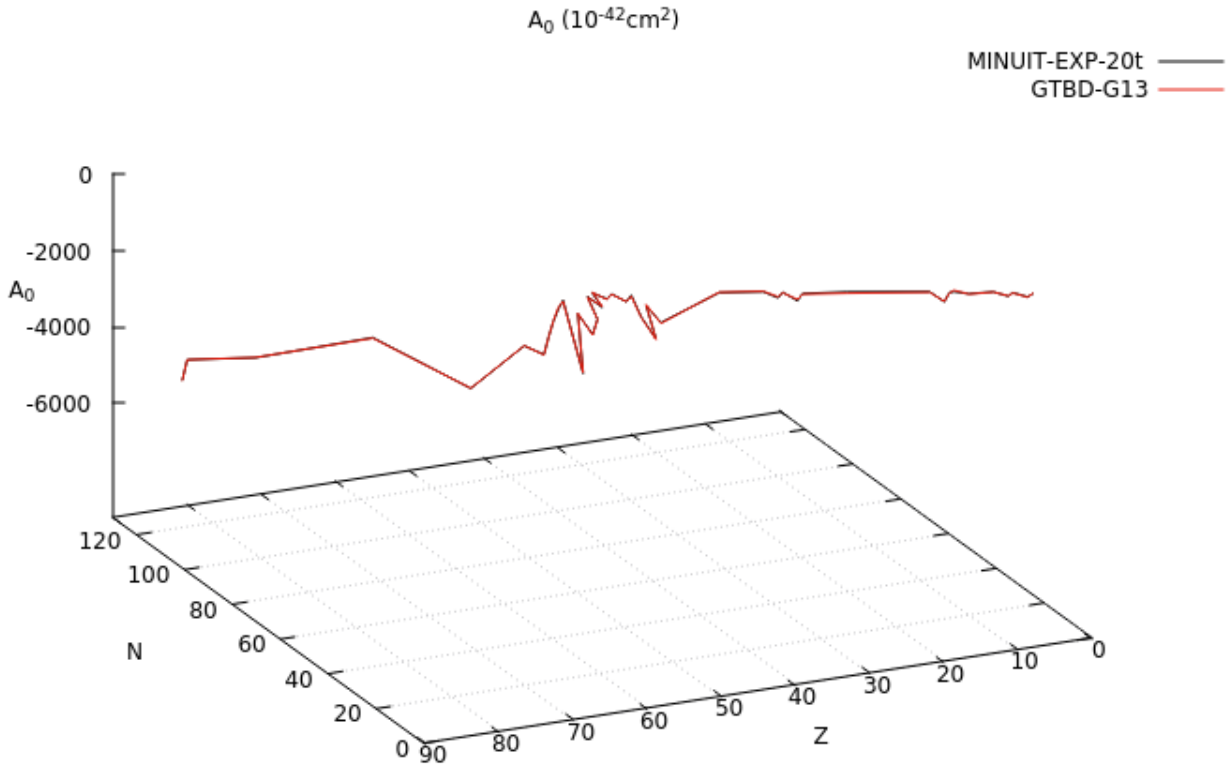

Figura 19: *Constante A_0 do ajuste exponencial, em vermelho temos o ajuste simples e em preto o ajuste via MINUIT.*

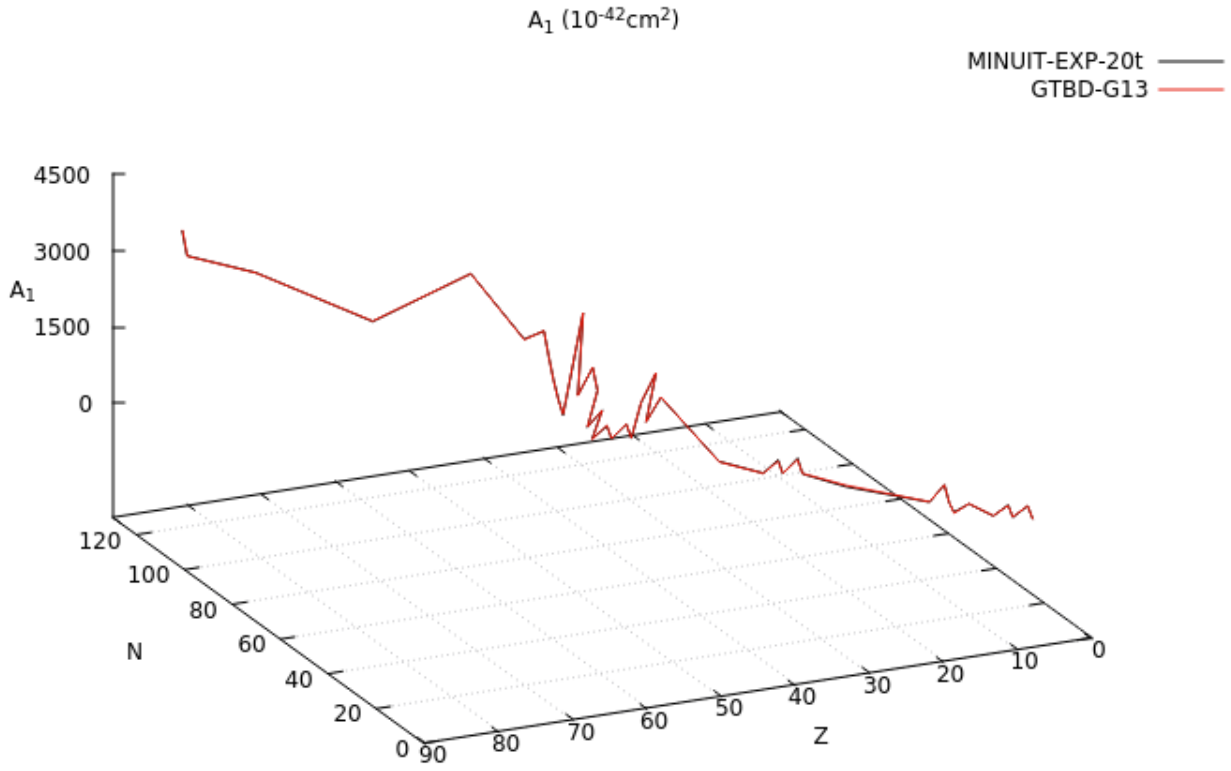

Figura 20: *Constante A_1 do ajuste exponencial, em vermelho temos o ajuste simples e em preto o ajuste via MINUIT.*

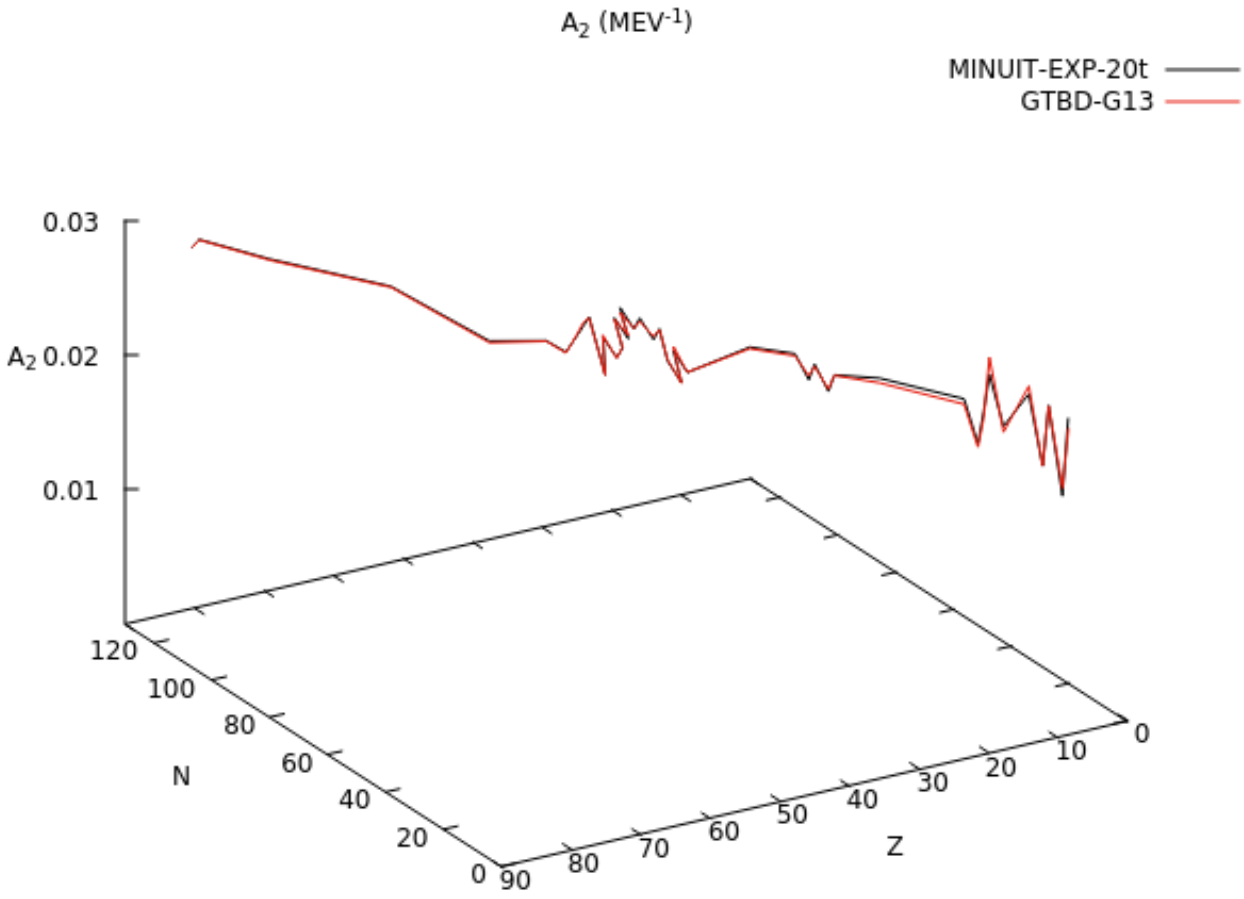

Figura 21: *Constante A_2 do ajuste exponencial, em vermelho temos o ajuste simples e em preto o ajuste via MINUIT.*

Nas figuras (19), (20) e (21) estão representadas uma comparação entre as constantes do ajuste exponencial via Minuit e um ajuste exponencial simples, o primeiro é construído com o auxílio da equação (98) com os d_{nm} dados pela Tabela (12) e o segundo é construído a partir da Tabela (5). Um erro praticamente inexistente pode ser considerado entre os dois ajustes nas figuras (19) e (20), e um pequeno devio na figura (21) na medida que o número de massa aumenta que pode muito bem ser desconsiderado . No artigo (Barbero *et al.*, 2020) foi realizado uma comparação semelhante com a diferença que, os autores estavam utilizando um polinômio de 4° grau e na aproximação $B(3) = B(4) = 0$, portanto, foram ajustadas 5 constantes, e com exceção da constante A_0 todas as outras apresentavam um erro considerável quando eram comparados os dois tipos de ajustes já mencionados acima, na medida que a massa do núcleo aumentava. Portanto, fica evidente que o ajuste exponencial apresenta uma maior adequação nesse tipo de trabalho com o auxílio do MINUIT.

3.4.2 Extrapolação e comparação com a teoria microscópica (RQRPA)

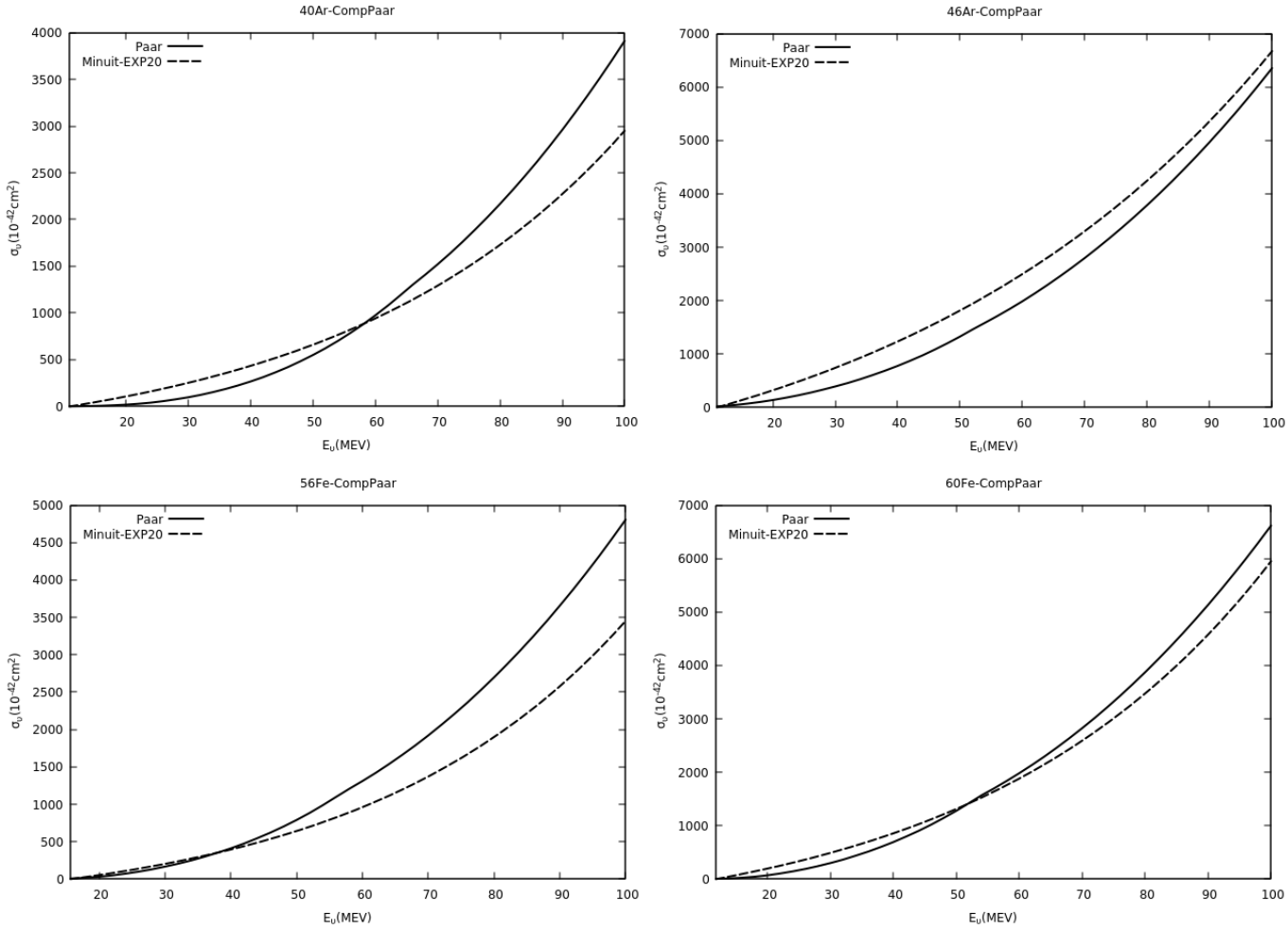

Figura 22: *Extrapolação e comparação com a teoria microscópica (RQRPA) (Paar* et al.*, 2013).*

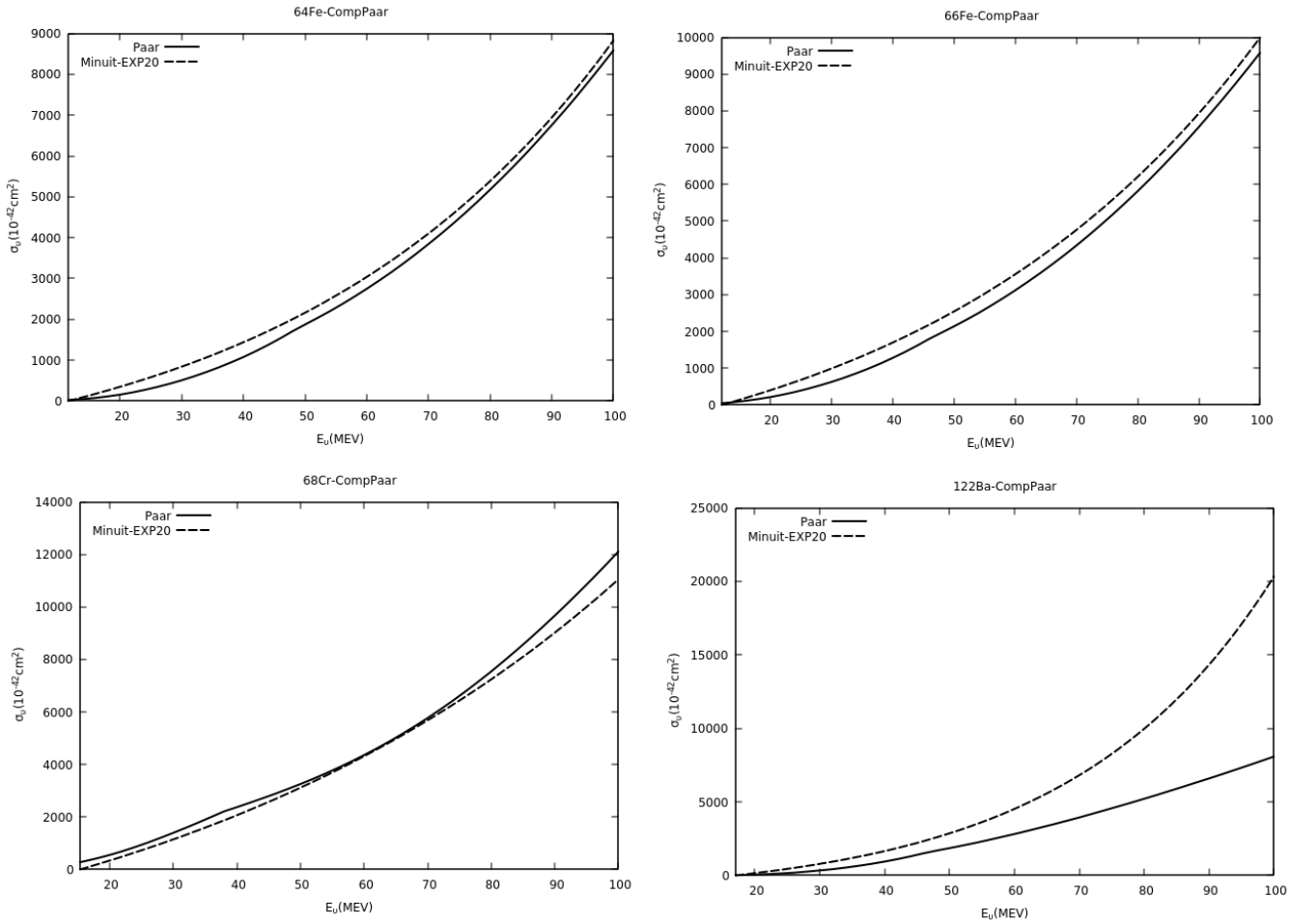

Figura 23: *Extrapolação e comparação com a teoria microscópica (RQRPA) (Paar* et al.*, 2013).*

Nas figuras (22) e (23) são apresentadas 8 extrapolações da seção de espalhamento neutrino-núcleo, ou seja, foram calculadas seções de espalhamento para núcleos que estão fora do conjunto inicialmente proposto, e afim de verificar a previsibilidade do modelo foi feito uma comparação com as seções de espalhamento calculadas dentro da teoria microscópica RQRPA retidas do artigo (Paar *et al.*, 2013). É possível verificar que com exceção do ^{122}Ba, todas as outras seções calculadas dentro da teoria grossa e extrapoladas através do MINUIT para uma função exponencial, como já foi explicado acima, estão bem adequadas quando comparadas com as seções calculadas dentro da teoria microscópica RQRPA.

3.5 Sobre o ajuste exponencial e zona de anomalias

Tendo já ajustado nosso modelo de GTBD para obter uma extrapolação de seções que não possuam dados experimentais da vida média experimental do decaimento beta, analisa-se um comportamento de notáveis oscilações observadas nos coeficientes A_0, A_1 e

A_2 em função do N, Z do ajuste exponencial que se apresentou nas Figuras 19, 20 e 21. Essa caraterística não parece ser origem dos subsequentes ajustes realizados com Minuit, pois já aparecem na descrição fenomenológica das seções de espalhamento usando o ajuste exponencial da Ec. (97). Assim, das Figuras 19, 20 e 21, faremos um destaque na zona de não regularidade para procurar a faixa de núcleos de interesse.

Como as seções de espalhamento são contínuas e suaves em função das energias e com um ajuste para uma função suave que representa o ajuste exponencial, não era de se esperar ter um comportamento irregular dos coeficientes como funções de (N,Z), a menos se existir efeitos do tipo de camada para os núcleos que participam da reação. Assim, foram identificadas as zonas de anomalias com Z= $[36, 50]$ e N= $[44, 74]$.

Tabela 13: *Conjunto de núcleos com anomalias no $A_i(N, Z)$ do ajuste exponencial.*

INDEX	A	#	N	Z	$\tau_{1/2}$	$\Delta\tau_{1/2}$	#	N-1	Z+1
24	80	Br	45	35	972.7	1.1	Kr	44	36
25	96	Y	57	39	5.34.	5.	Zr	56	40
26	98	Y	59	39	0.546	0.002	Zr	58	40
27	98	Nb	57	41	2.86.	0.06	Mo	56	42
28	100	Nb	59	41	1.5.	0.2	Mo	58	42
29	100	Tc	57	43	15.46	0.19	Ru	56	44
30	102	Tc	59	43	5.28	0.15	Ru	58	44
31	104	Rh	59	45	42.3	0.4	Pd	58	46
32	106	Rh	61	45	29.80	0.08	Pd	60	46
33	108	Rh	63	45	16.8	0.5	Pd	62	46
34	110	Rh	65	45	3.2	0.2	Pd	64	46
35	112	Rh	67	45	3.45	0.37	Pd	66	46
36	116	Rh	71	45	0.68	0.06	Pd	70	46
37	124	In	75	49	3.11	0.10	Sn	74	50

A Tabela 12 apresenta os núcleos presentes nesta zona. Numa primeira inspeção nota-se que somente ^{124}Sn apresenta camada fechada em Z= 50, enquanto que ^{96,98}Zr apresenta subcamada fechada em Z= 40. Assim, somente poderemos atribuir efeitos de camada nos núcleos mencionados. Analisando o restante dos núcleos do conjunto, temos que os seguintes núcleos são fragmentos de fissão com estados fundamentais que decaem através de transições primeiras ou segunda proibidas, podendo ter 'escapado' do critério do corte de $logft < 6$: ^{96,98}Y, ^{98}Nb e ^{102}Tc. Também dentro desse conjunto temos núcleos filhos com possibilidade de decaimento beta duplo como os ^{124}Sn , ^{100}Mo e ^{96}Zr. Assim, seria interessante analisar este conjunto com o outro ajuste polinomial e comparar as seções com outros modelos microscópicos como QRPA ou RQRPA, para chegar a uma

conclusão desse efeito que acontece com a GTBD.

4 Conclusão

No presente trabalho foram calculadas as seções de espalhamento neutrino-núcleo $\nu - (A, Z)$ usando o modelo da teoria grossa do decaimento beta - GTBD, para um conjunto de núcleos de interesse astrofísico. O conjunto de 43 núcleos corresponde a núcleos impar-impar que decaem através de decaimento-β^-. Os elementos de matriz nucleares (NME) são os mesmos para o espalhamento de neutrinos em núcleos par-par pelas analogias dos NME nos núcleos da reação e pela universalidade da interação fraca.

Para esse fim, foram selecionados os núcleos com um $log(ft) \leq 6$, conservando as transições permitidas para as quais nosso modelo de GTBD é válido. Através de um processo de minimização das vidas médias experimentais foi ajustado o valor de σ_N, parâmetro associado a largura da ressonância de GT, obtendo valores compatíveis com cálculos anteriores da GTBD presentes na literatura. Como utilizamos núcleos impar-impar com massa A entre 12 e 208 , era de se esperar uma aproximação mais grosseira. Portanto, o que justifica a utilização no atual trabalho deste conjunto tão extenso em massa e ao mesmo tempo pequeno em número de núcleos, ou seja, com lacunas que serão preenchidas à medida que novos dados experimentais forem encontrados, é busca por um método que estime as seções para núcleos que se localizam muito distantes da linha de estabilidade β. Com este ajuste feito, foram estimadas as seções de espalhamento neutrino-núcleo.

Posteriormente, foram realizados dois ajustes fenomenológicos para as seções obtidas, para após fazer uma extrapolação do ajuste para núcleos que não pertencem ao conjunto. Um dos ajustes realizados, corresponde ao um ajuste polinomial, feito anteriormente no meu trabalho de conclusão de curso e na literatura com um conjunto mais extenso de núcleos (Barbero *et al.*, 2020). Com a extrapolação do ajuste polinomial, obtemos funções do tipo $A_i(A, Z)$ para as constantes da expressão $\sigma(E_\nu)(A, Z) = \sum_{i=0}^{4} A_i(A, Z)E_\nu^i$, com o auxílio do código MINUIT. A outra opção de ajuste foi de um ajuste do tipo exponencial, $\sigma(E_\nu)(A, Z) = A_0(A, Z) + A_1(A, Z)\exp(A_2(A, Z)E_\nu)$, devido ao "apelo" físico que poderiam ter os parâmetros de ajuste nas funções exponenciais e suas semelhanças com as curvas para as seções de espalhamento.

O ajuste exponencial mostrou-se mais eficaz para modelar uma função via MINUIT, com o objetivo de prever seções de espalhamento neutrino-núcleo (dentro da teoria grossa) que estavam fora do conjunto núcleos inicialmente proposto. Esta função pode ser útil para estimar a seção de espalhamento neutrino-núcleo para núcleos que não se sabe qual é a vida média. O ajuste mostrou-se também mais eficiente que os ajustes polinomiais de 4° como pode-se verificar nas figuras (16), (17) e (18).

5 Apêndice

Tabela 14: *Seção de espalhamento neutrino - ^{12}C em função da energia do neutrino.(Continua)*

Index	E_ν	$\sigma(E_\nu)$
1	0.1796684E+02	0.3268588E+01
2	0.1878718E+02	0.3658677E+01
3	0.1960751E+02	0.4060863E+01
4	0.2042784E+02	0.4495917E+01
5	0.2124817E+02	0.4955745E+01
6	0.2206850E+02	0.5448633E+01
7	0.2288883E+02	0.5982829E+01
8	0.2370916E+02	0.6560328E+01
9	0.2452950E+02	0.7143004E+01
10	0.2534983E+02	0.7766590E+01
11	0.2617016E+02	0.8439990E+01
12	0.2699049E+02	0.9158018E+01
13	0.2781082E+02	0.9877918E+01
14	0.2863115E+02	0.1069506E+02
15	0.2945149E+02	0.1150087E+02
16	0.3027182E+02	0.1234741E+02
17	0.3109215E+02	0.1327459E+02
18	0.3191248E+02	0.1415877E+02
19	0.3273281E+02	0.1515906E+02
20	0.3355314E+02	0.1615248E+02
21	0.3437347E+02	0.1722340E+02
22	0.3519381E+02	0.1833455E+02
23	0.3601414E+02	0.1945772E+02
24	0.3683447E+02	0.2062941E+02
25	0.3765480E+02	0.2183287E+02
26	0.3847513E+02	0.2303943E+02
27	0.3929546E+02	0.2436101E+02
28	0.4011580E+02	0.2574902E+02
29	0.4093613E+02	0.2704973E+02
30	0.4175646E+02	0.2856917E+02
31	0.4257679E+02	0.2998833E+02
32	0.4339712E+02	0.3146752E+02
33	0.4421745E+02	0.3309819E+02

Tabela 15: *Seção de espalhamento neutrino - ^{12}C em função da energia do neutrino.(Continua)*

Index	E_ν	$\sigma(E_\nu)$
34	0.4503779E+02	0.3470513E+02
35	0.4585812E+02	0.3632120E+02
36	0.4667845E+02	0.3792967E+02
37	0.4749878E+02	0.3966907E+02
38	0.4831911E+02	0.4147668E+02
39	0.4913944E+02	0.4327411E+02
40	0.4995977E+02	0.4522041E+02
41	0.5078011E+02	0.4686673E+02
42	0.5160044E+02	0.4894678E+02
51	0.5242077E+02	0.5092513E+02
52	0.5324110E+02	0.5283460E+02
53	0.5406143E+02	0.5503721E+02
54	0.5488176E+02	0.5722162E+02
55	0.5570210E+02	0.5921163E+02
56	0.5652243E+02	0.6153320E+02
57	0.5734276E+02	0.6364403E+02
58	0.5816309E+02	0.6581728E+02
59	0.5898342E+02	0.6822048E+02
60	0.5980375E+02	0.7052097E+02
61	0.6062408E+02	0.7321011E+02
62	0.6144442E+02	0.7549955E+02
63	0.6226475E+02	0.7800145E+02
64	0.6308508E+02	0.8041624E+02
65	0.6390541E+02	0.8326651E+02
66	0.6472574E+02	0.8580805E+02
67	0.6554607E+02	0.8841412E+02
68	0.6636641E+02	0.9108624E+02
69	0.6718674E+02	0.9382601E+02
70	0.6800707E+02	0.9663497E+02
71	0.6882740E+02	0.9910570E+02
72	0.6964773E+02	0.1020435E+03
73	0.7046806E+02	0.1050559E+03
74	0.7128840E+02	0.1079015E+03
75	0.7210873E+02	0.1110594E+03
76	0.7292906E+02	0.1140405E+03

Tabela 16: *Seção de espalhamento neutrino - ^{12}C em função da energia do neutrino.(Concluída)*

Index	E_ν	$\sigma(E_\nu)$
77	0.7374939E+02	0.1171137E+03
78	0.7456972E+02	0.1202272E+03
79	0.7539005E+02	0.1234052E+03
80	0.7621038E+02	0.1269485E+03
81	0.7703072E+02	0.1300182E+03
82	0.7785105E+02	0.1334158E+03
83	0.7867138E+02	0.1368910E+03
84	0.7949171E+02	0.1404511E+03
85	0.8031204E+02	0.1434143E+03
86	0.8113237E+02	0.1471021E+03
87	0.8195271E+02	0.1508765E+03
88	0.8277304E+02	0.1544182E+03
89	0.8359337E+02	0.1583674E+03
90	0.8441370E+02	0.1615659E+03
91	0.8523403E+02	0.1648903E+03
92	0.8605436E+02	0.1690639E+03
93	0.8687469E+02	0.1720768E+03
94	0.8769503E+02	0.1763944E+03
95	0.8851536E+02	0.1808231E+03
96	0.8933569E+02	0.1844829E+03
97	0.9015602E+02	0.1880905E+03
98	0.9097635E+02	0.1923539E+03
99	0.9179668E+02	0.1955909E+03
100	0.9261702E+02	0.1999905E+03
101	0.9343735E+02	0.2049458E+03
102	0.9425768E+02	0.2078703E+03
103	0.9507801E+02	0.2129958E+03
104	0.9589834E+02	0.2171692E+03
105	0.9671867E+02	0.2213023E+03
106	0.9753901E+02	0.2255962E+03
107	0.9835934E+02	0.2298818E+03
108	0.9917967E+02	0.2343114E+03
109	0.1000000E+03	0.2387439E+03

Tabela 17: *Seção de espalhamento neutrino - ^{208}Pb em função da energia do neutrino.(Continua)*

Index	E_ν	$\sigma(E_\nu)$
1	0.1888677E+01	0.5582164E+00
2	0.2869790E+01	0.9924315E+00
3	0.3850903E+01	0.1636939E+01
4	0.4832016E+01	0.2556341E+01
5	0.5813130E+01	0.3812078E+01
6	0.6794243E+01	0.5488263E+01
7	0.7775356E+01	0.7671993E+01
8	0.8756469E+01	0.1046035E+02
9	0.9737582E+01	0.1397728E+02
10	0.1071870E+02	0.1834935E+02
11	0.1169981E+02	0.2382758E+02
12	0.1268092E+02	0.3080875E+02
13	0.1366204E+02	0.3995849E+02
14	0.1464315E+02	0.5225031E+02
15	0.1562426E+02	0.6899687E+02
16	0.1660538E+02	0.9159994E+02
17	0.1758649E+02	0.1212896E+03
18	0.1856760E+02	0.1591367E+03
19	0.1954871E+02	0.2057100E+03
20	0.2052983E+02	0.2614811E+03
21	0.2151094E+02	0.3267371E+03
22	0.2249205E+02	0.4017031E+03
23	0.2347317E+02	0.4865824E+03
24	0.2445428E+02	0.5815721E+03
25	0.2543539E+02	0.6868675E+03
26	0.2641651E+02	0.8026626E+03
27	0.2739762E+02	0.9291493E+03
28	0.2837873E+02	0.1066358E+04
29	0.2935985E+02	0.1214778E+04
30	0.3034096E+02	0.1374445E+04
31	0.3132207E+02	0.1545330E+04
32	0.3230319E+02	0.1728001E+04
33	0.3328430E+02	0.1922188E+04

Tabela 18: *Seção de espalhamento neutrino - ^{208}Pb em função da energia do neutrino.(Continua)*

Index	E_ν	$\sigma(E_\nu)$
34	0.3426541E+02	0.2128521E+04
35	0.3524653E+02	0.2346639E+04
36	0.3622764E+02	0.2577240E+04
37	0.3720875E+02	0.2819863E+04
38	0.3818987E+02	0.3075279E+04
39	0.3917098E+02	0.3342920E+04
40	0.4015209E+02	0.3623231E+04
41	0.4113321E+02	0.3916756E+04
42	0.4211432E+02	0.4222744E+04
51	0.4309543E+02	0.4541695E+04
52	0.4407655E+02	0.4874225E+04
53	0.4505766E+02	0.5219380E+04
54	0.4603877E+02	0.5577728E+04
55	0.4701989E+02	0.5949970E+04
56	0.4800100E+02	0.6334931E+04
57	0.4898211E+02	0.6733260E+04
58	0.4996323E+02	0.7145004E+04
59	0.5094434E+02	0.7571002E+04
60	0.5192545E+02	0.8009744E+04
61	0.5290656E+02	0.8462016E+04
62	0.5388768E+02	0.8927846E+04
63	0.5486879E+02	0.9407259E+04
64	0.5584990E+02	0.9901317E+04
65	0.5683102E+02	0.1040802E+05
66	0.5781213E+02	0.1092837E+05
67	0.5879324E+02	0.1146239E+05
68	0.5977436E+02	0.1201007E+05
69	0.6075547E+02	0.1257275E+05
70	0.6173658E+02	0.1314789E+05
71	0.6271770E+02	0.1373672E+05
72	0.6369881E+02	0.1433927E+05
73	0.6467992E+02	0.1495553E+05
74	0.6566104E+02	0.1558551E+05
75	0.6664215E+02	0.1622922E+05
76	0.6762326E+02	0.1688844E+05

Tabela 19: *Seção de espalhamento neutrino - ^{208}Pb em função da energia do neutrino.(Concluída)*

Index	E_ν	$\sigma(E_\nu)$
77	0.6860438E+02	0.1755968E+05
78	0.6958549E+02	0.1824467E+05
79	0.7056660E+02	0.1894339E+05
80	0.7154772E+02	0.1965585E+05
81	0.7252883E+02	0.2038204E+05
82	0.7350994E+02	0.2112198E+05
83	0.7449106E+02	0.2187565E+05
84	0.7547217E+02	0.2264552E+05
85	0.7645328E+02	0.2342678E+05
86	0.7743440E+02	0.2422178E+05
87	0.7841551E+02	0.2503053E+05
88	0.7939662E+02	0.2585303E+05
89	0.8037774E+02	0.2668927E+05
90	0.8135885E+02	0.2753925E+05
91	0.8233996E+02	0.2840298E+05
92	0.8332108E+02	0.2928045E+05
93	0.8430219E+02	0.3017166E+05
94	0.8528330E+02	0.3108010E+05
95	0.8626441E+02	0.3199893E+05
96	0.8724553E+02	0.3293151E+05
97	0.8822664E+02	0.3387783E+05
98	0.8920775E+02	0.3483790E+05
99	0.9018887E+02	0.3581172E+05
100	0.9116998E+02	0.3679928E+05
101	0.9215109E+02	0.3780058E+05
102	0.9313221E+02	0.3881563E+05
103	0.9411332E+02	0.3984443E+05
104	0.9509443E+02	0.4088697E+05
105	0.9607555E+02	0.4194325E+05
106	0.9705666E+02	0.4301831E+05
107	0.9803777E+02	0.4410225E+05
108	0.9901889E+02	0.4519993E+05
109	0.1000000E+03	0.4631136E+05

6 Referências bibliográficas

Referências

Athar, M Sajjad, Ahmad, Shakeb, & Singh, SK. 2006. Neutrino nucleus cross sections for low energy neutrinos at SNS facilities. *Nuclear Physics A*, **764**, 551–568.

Azevedo, MR, Ferreira, RC, Dimarco, AJ, Barbero, César Alberto, Samana, Arturo Rodolfo, & Possidonio, DN. 2020. Effects of Antineutrino mass on β–Decay Rates Calculated Within the Gross Theory of Beta Decay. *Brazilian Journal of Physics*, **50**(1), 57–63.

Bahcall, John N. 1989. *Neutrino Astrophysics*. New York: Cambrigde University.

Barbero, Cesar, Hirsch, Jorge G, & Mariano, Alejandro E. 2012. Deformation and shell effects in nuclear mass formulas. *Nuclear Physics A*, **874**, 81–97.

Barbero, César Alberto, dos Santos, M Cassiano, & Samana, AR. 2020. Systematic Calculation of Neutrino–Nucleus Cross Section Available for Astrophysical Applications. *Brazilian Journal of Physics*, **50**(3), 331–345.

Bertulani, C. A., & Schechter, H. 2009. *Introdução À Física Nuclear*. Rio de Janeiro: UFRJ.

Bertulani, Carlos A. 2011. *Física Nuclear*.

Borzov, IN, & Goriely, Stéphane. 2000. Weak interaction rates of neutron-rich nuclei and the r-process nucleosynthesis. *Physical Review C*, **62**(3), 035501.

Cheoun, Myung-Ki, Ha, Eunja, Kim, KS, & Kajino, Toshitaka. 2010. Neutrino–nucleus reactions via neutral and charged currents by the quasi-particle random phase approximation (QRPA). *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, **37**(5), 055101.

Cheoun, Myung-Ki, Ha, Eunja, & Kajino, Toshitaka. 2011. Reactions on Ar 40 involving solar neutrinos and neutrinos from core-collapsing supernovae. *Physical Review C*, **83**(2), 028801.

Chung, K. C. 2001. *Introdução À Física Nuclear*. Rio de Janeiro: EDUERJ.

Cleveland, Bruce T, Daily, Timothy, Davis Jr, Raymond, Distel, James R, Lande, Kenneth, Lee, CK, Wildenhain, Paul S, & Ullman, Jack. 1998. Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector. *The Astrophysical Journal*, **496**(1), 505.

de Azevedo, M Rocha, Ferreira, RC, & Barbero, César Alberto. 2020. Beta decay rates evaluated within the Gross Theory using experimental data for the Gamow-Teller resonance parameter. *Brazilian Journal of Physics*, **50**(4), 466–470.

Ferreira, RC, Dimarco, AJ, Samana, Arturo Rodolfo, & Barbero, César Alberto. 2014. Weak decay processes in pre-supernova core evolution within the gross theory. *The Astrophysical Journal*, **784**(1), 24.

Fukuda, Y, Hayakawa, T, Ichihara, E, Inoue, K, Ishihara, K, Ishino, Hirokazu, Itow, Y, Kajita, T, Kameda, J, Kasuga, S, *et al.* 1998. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Physical Review Letters*, **81**(8), 1562.

Itoh, Naoki, & Kohyama, Yasuharu. 1978. Statistical theory of nuclear neutrino capture:(II). Inclusion of first-forbidden transitions. *Nuclear Physics A*, **306**(3), 527–535.

James, Fred. 1994. *MINUIT function minimization and error analysis: reference manual version 94.1.* Tech. rept.

Kondoh, Takayoshi, Tachibana, Takahiro, & Yamada, Masami. 1985. Improvement of the Gross Theory of β-Decay. I: Formalism. *Progress of Theoretical Physics*, **74**(4), 708–724.

Marketin, Tomislav, Huther, Lutz, & Martínez-Pinedo, Gabriel. 2016. Large-scale evaluation of β-decay rates of r-process nuclei with the inclusion of first-forbidden transitions. *Physical Review C*, **93**(2), 025805.

Maschuw, Reinhard, Armbruster, B, Drexlin, G, Eberhard, V, Eitel, K, Gemmeke, H, Jannakos, T, Kleifges, M, Kleinfeller, J, Oehler, C, *et al.* 1998. Neutrino spectroscopy with KARMEN. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, **40**, 183–192.

Naoki, Itoh, Yasuharu, Kohyama, & Akihiko, Fujii. 1977. A statistical theory of nuclear neutrino capture. *Nuclear Physics A*, **287**(3), 501–505.

NNDC. 2022. National Nuclear Data Center.

Paar, Nils, Vretenar, Dario, Marketin, Tomislav, & Ring, Peter. 2008. Inclusive charged-current neutrino-nucleus reactions calculated with the relativistic quasiparticle random-phase approximation. *Physical Review C*, **77**(2), 024608.

Paar, Nils, Tutman, Hrvoje, Marketin, Tomislav, & Fischer, Tobias. 2013. Large-scale calculations of supernova neutrino-induced reactions in Z= 8-82 target nuclei. *Physical Review C*, **87**(2), 025801.

Pauli, W. 1933. Rapports du septieme conseil de physique solvay. *Brussels (Gauthier Villars, Paris, 1934).*

Possidonio, DN, Ferreira, RC, Dimarco, AJ, Barbero, CA, Samana, AR, Azevedo, MR, Santana, CL, & Mariano, AE. 2018. Influence of the Axial-Vector Coupling Constant and the Energy Distribution Function on β-Decay Rates Within the Gross Theory of Beta Decay. *Brazilian Journal of Physics*, **48**(5), 485–496.

Rowe, D. J. 1979. *Nuclear Collective Motion, Models and Theory.* Canada: University of Toronto.

Samana, A., Krmpotić, F., Mariano, A., & Funchal, R. Zukanovich. 2006. A reanalysis of the LSND neutrino oscillation experiment. *Physics Letters B*, **642**(1), 100–105.

Samana, AR, & Bertulani, CA. 2008. Detection of supernova neutrinos with neutrino-iron scattering. *Physical Review C*, **78**(2), 024312.

Samana, AR, Barbero, César Alberto, Duarte, SB, Dimarco, AJ, & Krmpotić, F. 2008. The gross theory model for neutrino-nucleus cross-section. *New Journal of Physics*, **10**(3), 033007.

Samana, Arturo Rodolfo, Krmpotić, Francisco, & Mariano, Alejandro Edgardo. 2016. QRPA-based calculations for neutrino scattering and electroweak excitations of nuclei.

Takahashi, Kohji. 1971. Gross theory of first forbidden β-decay. *Progress of Theoretical Physics*, **45**(5), 1466–1492.

Takahashi, Kohji, & Yamada, Masami. 1969. Gross theory of nuclear β-decay. *Progress of Theoretical Physics*, **41**(6), 1470–1503.

Walecka, J.D. 2004. *Theoretical Nuclear and Subnuclear Physics.* Canada: Imperial College Press and World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.