



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA - PPGECM

FABIANA DOS SANTOS VIEIRA

O RACIOCÍNIO FUNCIONAL NA EDUCAÇÃO INFANTIL: um
estudo exploratório

Ilhéus – BA, Brasil

2022

FABIANA DOS SANTOS VIEIRA

**O RACIOCÍNIO FUNCIONAL NA EDUCAÇÃO INFANTIL: um
estudo exploratório**

Texto de dissertação apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, como requisito de defesa para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências.

Orientadora: Prof.^a Sandra Maria Pinto Magina, PhD

Coorientadora: Prof^a Dr^a Ana Virginia de Almeida Luna

Ilhéus – BA

2022

V658

Vieira, Fabiana dos Santos.

O raciocínio funcional na educação infantil: um estudo exploratório / Fabiana dos Santos Vieira. – Ilhéus, BA: UESC, 2022.

128f. : il.

Orientadora: Sandra Maria Pinto Magina
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGECM
Inclui referências e apêndices.

1. Álgebra. 2. Estimação de relações funcionais.
3. Raciocínio em crianças. I. Título.

CDD 512

FABIANA DOS SANTOS VIEIRA

JO RACIOCÍNIO FUNCIONAL NA EDUCAÇÃO INFANTIL: UM ESTUDO
EXPLORATÓRIO.

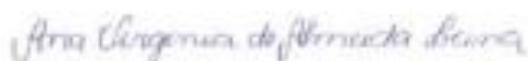
Dissertação submetida ao Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGECM, em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA
EM 30/03/2022



Prof. Dra. Sandra Mária Pinto Magina

Orientadora/Presidente da banca – PPGECM/UDESC




Prof. Dra. Ana Virginia de Almeida Luna

Coorientadora – UEFS



Prof. Dra. Adair Mendes Nacarato

Examinadora – Universidade de São Francisco



Prof. Dra. Luciana Sedano de Souza

Examinadora – PPGECM/UDESC

Ilhéus, Bahia, 30 de março de 2022.

Dedico a minha mãe, a minha irmã e aos meus sobrinhos que são a minha base, a minha força, o motivo por lutar todos os dias.

AGRADECIMENTO

Agradeço a Deus pelo dom da vida e pelas bênçãos que tenho alcançado.

À minha mãe por nunca ter desistido de mim, pela força que ela representa, por ser responsável por eu ter chegado até aqui.

Ao meu pai pelo apoio e incentivo.

À minha irmã Cristiane por sempre está ao meu lado, por me ajudar a ter força para seguir lutando.

Aos meus sobrinhos Isac Lucas e Cristian meus presentes, responsáveis por me trazer novamente a “vida”.

Á meu esposo Miguel pelas contribuições e apoio nessa caminhada, por me levar todos os dias ao local da coleta, fazer as gravações e dar dicas durante todo o processo da produção dos dados.

Agradeço a minha orientadora Sandra Magina a quem sou fã, sempre desejei ser sua orientanda, mas nunca imaginei que isso seria possível. Obrigada pela oportunidade, pela confiança, parceria, pela paciência e compreensão, por ser tão solícita. Sou grata pelos ensinamentos, por ter me dado autonomia para pesquisar, agradeço por tudo.

À professora Vera, por ter me escolhido para a professora Sandra, como ela mesmo me disse que falou no dia da entrevista “vou olhar essa menina com carinho para Sandra”. Agradeço pelas contribuições, pelo olhar especial ao meu trabalho, obrigada por tudo.

À minha coorientadora professora Ana Virgínia, pelas contribuições valiosas, por aceitar fazer parte desta conquista.

Às professoras Adair Nacarato e Luciana Sedano por aceitar o convite para participar da minha banca e pelas contribuições valiosas à minha pesquisa.

À Adriana minha amiga, companheira que me ajudou muito com sugestões, incentivo, apoio emocional, parceria. Obrigada Drica!

Aos meus colegas de mestrado em especial a Gleidson, pelas contribuições ao meu trabalho.

Ao grupo RePaRe por todo apoio, por contribuir para que minha pesquisa

Agradeço a direção e o corpo docente da instituição de Educação Infantil que permitiu a realização da pesquisa.

À minha aluna Gabriele Povoas que permitiu que sua pequena participasse da pesquisa, não só por isso, mas também por todo apoio durante toda a produção de dados, os contatos com os pais, as gravações, o espaço, obrigada por tudo!

À Ataliane por contribuir muito com essa pesquisa me “emprestando” suas pequenas, pois sem elas nada disso teria acontecido.

Aos pequenos que aceitaram participar desta pesquisa e tornar esse trabalho mais lindo.

Agradeço a todos que contribuíram diretamente e indiretamente para esse sonho acontecer.

RESUMO

O raciocínio funcional está presente nas mais diversas situações cotidianas vivenciadas pelas crianças. Diante disto, a presente pesquisa objetiva investigar a presença do raciocínio funcional em crianças de 4 e 5 anos, apontando as singularidades do setting em que ele se apresenta e como se apresenta. O estudo fomenta uma discussão importante sobre a *Early Algebra* na Educação Infantil, defendendo que a introdução do raciocínio funcional fomenta o desenvolvimento do raciocínio matemático das crianças, já que permite acesso a novas formas de linguagem que auxiliam nas aprendizagens socioculturais que precisam ser ampliadas nesta etapa da educação básica. Para isso, foi necessário investigar como se manifesta os rudimentos do raciocínio presente nas crianças da Educação Infantil. O percurso metodológico adotado na pesquisa aconteceu a partir de um estudo exploratório, utilizando como técnica de produção de dados o método clínico piagetiano, escolhemos esse método por conta do período de pandemia que não possibilitou a investigação com as crianças nas interações cotidianas na Educação Infantil, o método clínico permitiu que as crianças fossem entrevistadas individualmente permitindo que não haja contato físico da pesquisadora com as crianças garantindo assim sua segurança. A investigação ocorreu com crianças com idade de 4 e 5 anos que estudam em uma instituição pública, localizada numa cidade do sul da Bahia que atende crianças da Educação Infantil. As crianças passaram por atividades diagnósticas as quais foram inseridas no contexto do padrão em sequência de dois tipos, repetitiva e crescente com dois e três elementos. As atividades foram desenvolvidas na perspectiva do raciocínio funcional apresentadas por meio três *settings* (sistemas representacionais), a saber, Papel & Lápis, Material Manipulativo e Movimento corporal para saber o que pensam as crianças quando são envolvidas em situações algébricas de relação funcional. Os resultados do estudo revelaram haver a presença do raciocínio funcional nas crianças da Educação Infantil que este raciocínio é expressado por meio de várias estratégias como exemplo a identificação da unidade de repetição, estratégia aditiva, funcional e a verbalização oral. Observamos que as estratégias também de acordo com os *settings* para cada atividade e com o tipo de padrão em sequência. Defendemos que padrões de crescimento sejam trabalhos ao mesmo tempo que os padrões de repetição, pois ambos possibilitam diferentes estratégias usadas pelas crianças favorecendo assim o desenvolvimento do raciocínio funcional.

Palavras-chave: Álgebra precoce. Relação Funcional. Raciocínio Espontâneo.

ABSTRACT

Functional reasoning is present in the most diverse daily situations experienced by children. In view of this, the present research aims to investigate the presence of functional reasoning in children aged 4 and 5 years, pointing out the circumstances in which it presents itself and how it presents itself. The study promotes an important discussion about Early Algebra in Early Childhood Education, arguing that the introduction of functional reasoning encourages the development of children's mathematical reasoning, as it allows access to new forms of language that help in sociocultural learning that need to be expanded at this stage. Of basic education. For this, it was necessary to investigate how the rudiments of reasoning present in children of Kindergarten are manifested. The methodological path adopted in the research will be based on an exploratory study, using the Piagetian clinical method as a data production technique, we chose this method because of the pandemic period that did not allow the investigation with children in everyday interactions in Early Childhood Education, the clinical method allows the children to be interviewed individually, allowing the researcher to have no physical contact with the children, thus guaranteeing their safety. The investigation took place with children aged 4 and 5 years old who study in a public institution located in a city in the south of Bahia that serves children in Early Childhood Education. The children underwent diagnostic activities, which were inserted in the context of the pattern in a sequence of two types, repetitive and increasing with two and three elements. The activities were developed from the perspective of functional reasoning presented through three settings (representational systems), namely, Paper & Pencil, Manipulative Material and Body Movement to find out what children think when they are involved in algebraic situations of functional relationship. The results of the study revealed the presence of functional reasoning in children of Early Childhood Education that this reasoning is expressed through various strategies such as the identification of the repetition unit, additive and functional strategy and oral verbalization. We observed that the strategies also according to the settings for each activity and the type of pattern in sequence. We defend that growth patterns work at the same time as repetition patterns, as both allow different strategies used by children, thus favoring the development of functional reasoning.

Keywords: Early algebra. Functional Relationship. Spontaneous Reasoning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Organização dos campos de experiência.....	38
Figura 2 - Desenho do estudo.....	51
Figura 3 - Atividade 1: Padrão em Sequência repetitiva de dois elementos, proposta para P&L	55
Figura 4: Atividade 1.1 Padrão em Sequência repetitiva de dois elementos, proposta para MM.....	56
Figura - Atividade 1.2 Padrão em Sequência repetitiva de dois elementos, proposta para MC.....	57
Figura 6 - ATIVIDADE 2: Padrão em Sequência repetitiva de três elementos, proposta para P&L....	58
Figura 7 - ATIVIDADE 2.1: Padrão em Sequência repetitiva de três elementos, proposta para MM...	59
Figura 8 - ATIVIDADE 2.2 Padrão em Sequência repetitiva de três elementos, proposta para MC....	60
Figura 9 - ATIVIDADE 3: Padrão em Sequência crescente de dois elementos, proposta para P&L....	60
Figura 10 - Atividade 3.1 Padrão em Sequência crescente de dois elementos, proposta para MM.....	62
Figura 11 - Atividade 3.2 Padrão em Sequência crescente de dois elementos, proposta para MC.....	63
Figura 12 - Atividade 4 Padrão em Sequência crescente de três elementos, proposta para P&L.....	64
Figura 13- Atividade 4.1. Padrão em Sequência crescente de três elementos, proposta para MM.....	65
Figura 14 - Atividade 4.2 Padrão em Sequência crescente de três elementos, proposta para MC.....	66
Figura 15 - Resposta de Duda, 5 anos, para a atividade 1 - sequência repetitiva com dois elementos no <i>setting</i> P&L	70
Figura 16 -Resposta de Beto, 4 anos, na sequência de dois elementos do <i>setting</i> MM	71
Figura 17 - Resposta de Cris 5, na sequência de 2 elementos do <i>setting</i> MM.....	71
Figura 18 - Resposta de Ana, 4 anos, na sequência de 2 elementos do <i>setting</i> MM.....	72
Figura 19 - Resposta de Duda, 5 anos, na sequência de dois elementos do <i>setting</i> MM	73
Figura 20 - Resposta de Duda, 5 anos, na sequência de três elementos do <i>setting</i> P&L	77
Figura 21 - Resposta de Beto, 4 anos, na sequência de três elementos do <i>setting</i> P&L	77
Figura 22 - Resposta de Ana, 4 anos, na sequência de três elementos do <i>setting</i> P&L	78
Figura 23 - Resposta de Beto, 4 anos, na sequência de três elementos do <i>setting</i> P&L	79
Figura 24 - Resposta de Cris 5 anos na sequência de três elementos do <i>setting</i> P&	80

Figura 25 - Resposta de Duda, 5 anos, na sequência de três elementos do <i>setting</i> MM	81
Figura 26 - Resposta de Duda, na sequência de dois elementos do <i>setting</i> MM	81
Figura 27 - Resposta de Ana, na sequência de três elementos no <i>setting</i> MM.....	82
Figura 28: resposta de Ana na sequência de três elementos no <i>setting</i> MM	82
Figura 29 - Resposta de Cris ,5 anos, à atividade três - sequência crescente com dois elementos, no <i>setting</i> P&L	86
Figura 30 - Resposta de Ana, 4 anos, à atividade três - sequência crescente com dois elementos, no <i>setting</i> P&L	81
Figura 31: Resposta de Duda à atividade três - sequência crescente com dois elementos, no <i>setting</i> P&L.....	89
Figura 32: Resposta de Ana à atividade 3.1 sequência de dois elementos do <i>setting</i> MM.....	92
Figura 33: Resposta de Beto à atividade 3.1 sequência crescente com dois elementos do <i>setting</i> MM	93
Figura 34: Resposta de Cris na sequência crescente com de dois elementos no <i>setting</i> MM	96
Figura 35 - Resposta de Duda 5 anos na sequência de 3 elementos do <i>setting</i> MM.....	97
Figura 36: Resposta de Duda á atividade à atividade 4.2 Sequência de padrão crescente com três elementos no <i>setting</i> MM.....	102
Figura 37: sequência feita pela pesquisadora à atividade 4.2 Sequência de padrão crescente com três elementos no <i>setting</i> MM.....	103
Figura 38 à atividade 4.2 Sequência de padrão crescente com três elementos no <i>setting</i> MM	103
Figura 39: sequência feita pela pesquisadora à atividade 4.2 Sequência de padrão crescente com três elementos no <i>setting</i> MM.....	104
Figura 40 – Resposta de Ana à atividade 4.2 Sequência de padrão crescente com três elementos no <i>setting</i> MM.....	104
Figura 41: sequência feita pela pesquisadora à atividade 4.2 Sequência de padrão crescente com três elementos no <i>setting</i> MM.....	104
Figura 42: Resposta de Duda à atividade 4.2 Sequência de padrão crescente com três elementos no <i>setting</i> MM.....	104

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Objetivos de aprendizagem e desenvolvimento BNCC	39
Quadro 2 – Idade que inicia a álgebra nos currículos da Educação Infantil.....	40
Quadro 3 – objetivo de aprendizagem.	42
Quadro 4 - Conceitos algébricos para os anos de alfabetização (BNCC)	45
Quadro 5 - Estrutura do material pedagógico	48

LISTA DE ABREVIATURAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
LDB	Lei de diretrizes de bases da educação
MC	Movimento Corporal
MDF	Medium Density Fiberboard
MM	Material Manipulativo
NCTM	<i>National Council of Teachers of Mathematics</i>
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
P&L	Papel e Lápis
RePARE	Grupo de Pesquisa Reflexão, Planejamento, Ação e Reflexão

SUMÁRIO

RESUMO	7
ABSTRACT	8
LISTA DE FIGURAS	9
LISTA DE QUADROS	11
LISTA DE ABREVIATURAS	12
INTRODUÇÃO	16
CAPÍTULO 1. A ÁLGEBRA DO PONTO DE VISTA DA MATEMÁTICA, DA ESCOLA E DA PESQUISA	23
1.5 O raciocínio funcional	31
1.5 Os padrões e suas relações com o raciocínio funcional.....	33
1.5.1 Padrão repetitivo.....	34
1.5.2 Padrões de crescimento	35
CAPÍTULO 2. ÁLGEBRA E A EDUCAÇÃO INFANTIL: das políticas públicas brasileiras ao currículo (nacional e internacionais)	37
2.1. A Educação Infantil como direito subjetivo	37
2.2. A Matemática no currículo Brasileiro da Educação Infantil	39
2.3 A álgebra nos currículos Nacional e internacional de Educação Infantil.....	43
2.3.1 Currículo dos Estados Unidos da América: <i>National Council of Teachers of Mathematics</i> (NCTM).....	44
2.3.2 Currículo de EI de Singapura	45
2.3.3 Currículo de EI da Austrália.....	46
2.3.4 Currículo de EI da Nova Zelândia.....	47
2.3.5 Currículo de EI de Portugal	47

2.3.6 Currículo do Brasil sobre a <i>Early Algebra</i>	48
2.4 Formação inicial do raciocínio funcional na Educação Infantil	50
2.4.1 O desenvolvimento do raciocínio funcional a partir dos campos de experiências da BNCC	51
CAPÍTULO 3. CAMINHOS METODOLÓGICOS	52
3.1 A pesquisa do ponto de vista teórico-metodológico.....	52
3.2 O contexto da pesquisa.....	53
3.2 Desenho do estudo	53
3.2.1 Os Participantes da Pesquisa	54
3.2.4 Quantidade de elementos da sequência	57
3.4 O Material pedagógico	57
3.4.1 Descrição das atividades dos instrumentos	58
3.5. Produzindo os dados	70
3.6 Procedimento para Análise dos dados	71
CAPÍTULO 4. ANÁLISE DOS RESULTADOS	72
4.1 Sequências de padrão repetitivo	72
4.1.1 Sequência de padrão repetitivo com dois elementos Setting Papel e Lápis (P&L).....	72
4.1.2 sequências de padrão repetitivo com três elementos	80
Síntese sequência de padrão repetitivo com três elementos	89
4.2 Sequências de padrão crescente.....	90
4.2.1 sequência de padrão crescente com dois elementos	90
Síntese sequência de padrão crescente de dois elementos.....	107
4.2.2 Sequência de padrão crescente com três elementos	108
Síntese sequência de padrão crescente de três elementos.....	115
CONSIDERAÇÕES FINAIS	117

Sequência de padrão repetitivo com dois e com três elementos.....	118
Sequência de padrão crescente com dois e três elementos.....	118
CONCLUSÕES DO ESTUDO	119
Dificuldades enfrentadas para realização do estudo.....	120
REFERÊNCIAS	122
APÊNDICES	127

INTRODUÇÃO

“... que a importância de uma coisa não se mede com fita métrica nem com balanças nem com barômetro. Que a importância de uma coisa há que ser medida pelo encantamento produzida por nós. ”

Manoel de Barros

Falar sobre Álgebra na Educação Infantil não é uma tarefa fácil, pois o ensino formal de álgebra está tradicionalmente associado aos anos finais do Ensino Fundamental e se prolonga no ensino médio. E a Educação Infantil é uma etapa da educação com características diferentes das demais etapas da educação básica, pois nesta fase (0 a 5 anos e 11 meses) as práticas de escolarização não são recomendadas visto que a Educação Infantil tem como princípio norteador o brincar, o cuidar e o educar, por isso falar sobre um assunto tão complexo para essa etapa é um desafio.

Escolhi como participantes deste estudo crianças de 4 e 5 anos porque já desenvolvia pesquisas relacionadas a matemática na Educação Infantil por conta da minha formação em pedagogia e, porque sou especialista em Educação Infantil e considero os conhecimentos matemático, essenciais para o desenvolvimento da criança. Entendo a importância de proporcionar as crianças, contatos iniciais com as diferentes formas de linguagens e conforme a Resolução n.º 5, DE 17 de dezembro de 2009, a composição curricular da Educação Infantil deve garantir às crianças experiências que “recriem, em contextos significativos para as crianças, relações quantitativas, medidas, formas e orientações espacotemporais” (BRASIL, 2009).

A ideia de explorar essa temática (raciocínio funcional) surgiu das discussões do grupo de pesquisa que faço parte, grupo RePaRe¹, que vem desenvolvendo nos últimos anos pesquisa sobre *Early Algebra*. Quando participei da entrevista de seleção no mestrado tinha uma ideia muito ampla do que pesquisar, mas tinha em mente que continuaria a desenvolver estudos com crianças da Educação Infantil. Na primeira reunião com minha orientadora soube qual era seu objeto de pesquisa (raciocínio algébrico) e confesso que fiquei preocupada porque não me lembrava muito bem o que era álgebra. Quando li os primeiros trabalhos sobre álgebra nos anos iniciais e participei das reuniões do grupo de pesquisa senti um certo alívio, pois achei que teria que me tornar especialista em álgebra formal para poder desenvolver essa pesquisa, mas os estudos que o grupo desenvolvia eram inovadores, totalmente diferente daquilo que eu imaginava e cheguei até a recordar que eu já havia realizado algumas atividades semelhantes com minhas turmas de 1º ano do Ensino Fundamental, mas não tinha ideia que se tratava de álgebra.

Diante dessas discussões sobre *Early Algebra* definimos nosso objetivo de pesquisa que era investigar se as crianças de 4 e 5 apresentam o raciocínio algébrico e como ele se apresentavam. A partir daí começamos a fazer leituras sobre o assunto e percebemos que seria um grande desafio, pois não encontrávamos trabalhos com crianças nessa faixa etária desenvolvidos no Brasil então passamos a fazer uma pesquisa ao nível internacional e encontramos alguns trabalhos que abordavam o pensamento algébrico na Educação Infantil. Em meio a esses estudos percebemos que os documentos oficiais para Educação Infantil quando falavam no desenvolvimento do pensamento ou raciocínio algébrico o foco maior era em atividades envolvendo padrão em sequência e muitos autores já salientavam que os padrões eram uma boa estratégia para desenvolver o pensamento algébrico na Educação Infantil. Então decidimos fazer essa investigação do desenvolvimento do raciocínio funcional por meio de atividades de padrão em sequência em três *settings* distintos (Papel e Lápis, Material Manipulativo e Movimento corporal).

A escolha por trabalhar com padrões em sequência com as crianças da Educação Infantil está relacionada ao fato deste tema está presente no cotidiano das crianças de diversas formas.

¹ RePaRe é a sigla Grupo de pesquisa “Reflexão, Planejamento Ação, Reflexão em Educação Matemática”, registrado no CNPq.

Lembro-me, por exemplo, que quando criança caminhando pelas ruas da minha cidade (Ilhéus-Ba) minha irmã e eu gostávamos de brincar procurando padrões nas calçadas. Era sempre uma diversão e não só isso, mas todas as situações que eram possíveis a gente sempre tentava encontrar um padrão para as coisas. Anos depois, pude observar também meu sobrinho, ainda bem pequeno, brincando da mesma forma pelas ruas da cidade, que ainda preserva um pouco das calçadas históricas que permite sempre às crianças brincarem procurando um padrão. Até hoje caminhando pelas ruas consigo observar diversas crianças brincando dessa forma.

Assim, em diversas situações no dia a dia das crianças é possível observá-las expressando um raciocínio funcional seja observando e brincando com a disposição dos azulejos nas paredes de casa, agrupando os brinquedos alternando as cores, na composição de filas em que as crianças sugerem a formação das filas alternado meninas e menino, seja em diversas ações comuns na Educação Infantil.

Por isso defendemos que essa pesquisa pode abrir caminho para a realização de muitas outras pesquisas sobre esta temática, contribuindo também para uma discussão sobre a introdução do raciocínio algébrico nos documentos oficiais para Educação Infantil.

Sob essa ótica, entendemos que o presente trabalho apresenta uma importante discussão a respeito do raciocínio funcional especificamente para as noções de relações funcionais estabelecidas pelas crianças na Educação Infantil.

Neste estudo usaremos o termo “raciocínio”, baseadas no que Magina, (2010)² tem pontuado sobre a diferença entre pensamento e raciocínio, em que o primeiro “é um conceito mais amplo e que engloba, inclusive o segundo”. Ela explica que “fazem parte do pensamento os processos de motivação, atenção, imaginação, sonhos, raciocínio, linguagem, lógica entre outros. Já o raciocínio envolve o exercício da razão; faz parte do raciocínio o juízo, a argumentação, ponderação”. Magina (2010) afirma que o raciocínio é, portanto, “a parte racional do pensamento”.

2 - Essa diferenciação entre o “pensamento” e “raciocínio” Magina o fez em uma das reuniões operativas do grupo de pesquisa RePARE, em 2010, nas dependências da PUC/SP. Trata-se, portanto, de uma posição assumida pela referida pesquisadora, comunicada oralmente aos seus orientandos de mestrado e doutorado. Esta comunicação foi áudio-gravada, e foi aqui fielmente transcrita.

Existe muito a se investigar sobre o raciocínio algébrico por se tratar de um assunto que passou a fazer parte da discussão brasileira oficialmente a partir de documento “Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo básico de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental” (BRASIL, 2012), como conteúdo obrigatório para os anos iniciais. Portanto, é algo a ser pensado, até então o raciocínio algébrico não estava presente nos anos iniciais, tão pouco na Educação Infantil.

Estudos internacionais mostram as possibilidades do desenvolvimento do raciocínio algébrico na Educação Infantil (ALSINA, 2019), já que em alguns países estes estudos têm apontado resultados relevantes para o desenvolvimento do raciocínio algébrico da Educação Infantil, há uma grande possibilidade de realizar esse tipo de estudo também no Brasil.

A *Early Algebra* auxilia no desenvolvimento do pensamento algébrico desde cedo, ela pode ser entendida como uma maneira de pensar que dá significado, para a compreensão matemática das crianças, aprofundando os conceitos já ensinados, de modo que haja oportunidade de generalizar relacionamentos e propriedades na matemática (BLANTON *et al.* 2007).

Iniciar os estudos de conceitos algébricos antes mesmo dos anos iniciais do Ensino Fundamental é uma forma de promover significado para apropriação da criança sobre conceitos matemáticos. Se a criança tiver contato com situações que envolvem essa linguagem nos primeiros anos da educação básica poderão desenvolver habilidades para compreensão da Álgebra quando for apresentada de forma mais complexa (ALSINA, 2019).

Diante disso, falar sobre raciocínio funcional na Educação Infantil torna-se importante, já que a álgebra modela problemas do mundo real e a função talvez seja seu conceito principal, aquele que está no cerne da sua apropriação. Além disso, a função tem intensa relação com a aritmética, em especial com as quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação, divisão). Assim, uma situação multiplicativa envolvendo uma proporção simples, com relação de um para muitos, como “se uma bicicleta tem 2 rodas, quantas rodas terão 5 bicicletas?”, sua generalização pode ser expressa por meio de uma função linear do tipo $f(x)=4x$. Mas o que de raciocínio funcional é possível investigar na Educação Infantil? Teriam alunos desse nível algum raciocínio funcional, mesmo que este fosse espontâneo.

No que se refere ao currículo brasileiro atual, buscamos na Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (BRASIL, 2017) o lugar da Educação Infantil e constatamos que desde a promulgação da LDB, em 1996, esta etapa de Educação passou a fazer parte da Educação Básica brasileira, tal como já era no Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

A BNCC (BRASIL, 2017) regulamenta o desenvolvimento dos conceitos algébricos desde cedo e não somente a partir dos anos finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 2017). E assim, a unidade temática Álgebra está presente desde o 1º ano do Ensino Fundamental. Mas, não na Educação Infantil. Acreditamos que essa ausência nos documentos oficiais da Educação Infantil pode ser pela falta de estudos desenvolvidos no Brasil sobre esta temática já este assunto já discutido desde a década de 1990 em outros países.

De acordo com Merino, Cañadas e Molina (2013) é possível desenvolver raciocínios relativos à *Early Algebra* já na Educação Infantil por meio de uma abordagem funcional e com o uso de situações concretas.

Os estudos de Blanton e Kaput (2004) com crianças de 5 anos a partir tarefas que envolviam o pensamento algébrico (o termo é assim empregado na pesquisa citada) para sua resolução, permitiram identificar que expressam relações funcionais diante dessas tarefas. Foram capazes de descrever como as quantidades correspondem a um pensamento funcional. Warren et al. (2013), apontam em suas pesquisas com crianças de 5 anos indicativos de que essas crianças pequenas manifestem algum tipo de Raciocínio Algébrico quando expressa generalização à regra de uma função.

Dessa forma, este estudo pretende ampliar os debates sobre o raciocínio funcional em crianças de 4 e 5 anos. Este foi investigado por meio de um estudo exploratório, em que atividades envolvendo relações funcionais foram apresentadas às crianças individualmente e dentro de dois contextos distintos: o do mundo tangível, por meio de material manipulativo e o movimento corporal, e o do mundo representativo, por meio de situações-problemas apresentadas no papel e lápis, contendo em seu enunciado a representação icônica.

Especificamente, este estudo tem por objetivo *investigar a presença do raciocínio funcional de crianças, de 4 e 5 anos*, apontando as singularidades do setting em que ele se apresenta e como se apresenta.

Neste sentido pretende responder a seguinte questão de pesquisa: *como as crianças entre 4 e 5 anos apresentam o Raciocínio funcional e em que circunstâncias ele se apresenta e como?* A partir desta pergunta, e buscando nos subsidiar diante da investigação, surgiram outros questionamentos, de caráter mais específico e que certamente nos ajudarão a ter uma visão mais ampla do estudo e assim poder responder à questão de pesquisa com mais propriedade:

O tipo de sequência em padrão (repetitiva ou crescente) influencia no raciocínio funcional dessas crianças? Quais estratégias as crianças utilizam para resolver atividades envolvendo Raciocínio Algébrico? Há diferença nas estratégias se as atividades estão inseridas em diferentes settings (materiais manipulativos, movimentos corporais ou papel e lápis)?

Para responder aos questionamentos, propomos uma investigação tendo como objetivos específicos:

- Investigar como crianças de 4 e 5 anos lidam com situações que requerem o Raciocínio Funcional para sua resolução.
- Identificar as estratégias de ação que essas crianças lançam mão na sua interação nos casos em que os problemas apresentados dentro de situações icônicas de papel e lápis, em situações com materiais manipulativos e movimento corporal.
- Investigar se o tipo de sequência (repetitiva e crescente) influencia nas estratégias usadas pelas crianças.

Optamos por realizar um diagnóstico com crianças da Educação Infantil (crianças de 4 e 5 anos), que é a idade em que a criança passa obrigatoriamente a frequentar uma instituição educativa antes do seu processo de escolarização que acontece no Ensino Fundamental. Pois, a aprendizagem nesta etapa precisa ocorrer de forma contínua e permanente para que diferentes conhecimentos são construídos. Entendemos também que essas crianças já expressam conhecimento algébrico para resolver situações problemas de seu cotidiano.

Esta pesquisa pretende aprofundar as discussões sobre o raciocínio funcional na Educação Infantil a fim de promover novas possibilidades de aprendizagem considerando a matemática como parte integrante do contexto social da criança. A Educação Infantil é a primeira etapa da educação básica em que os contatos iniciais com as diferentes formas de linguagens acontecem de modo específico a essa faixa etária.

Para atingir os objetivos e assim poder responder às questões de pesquisa traçamos um caminho que descrevemos brevemente. O trabalho foi organizado em quatro capítulos, no primeiro falaremos da Álgebra do ponto de vista da escola e da pesquisa, abordando um breve histórico da Álgebra no currículo brasileiro. No segundo capítulo abordaremos a Educação Infantil a partir das políticas públicas que oficializam a obrigatoriedade da oferta dessa etapa da educação básica em instituições oficiais de educação e como se encaixa *Early Algebra* nesse contexto. No terceiro capítulo descreveremos os caminhos metodológicos da pesquisa e no quarto apresentaremos a análise dos resultados da pesquisa, quando faremos conjectura e buscaremos dialogar com os estudos anteriormente apresentados. Por fim, apresentaremos a nossa conclusão, momento em que retomaremos a questão de pesquisa para respondê-la a luz da análise dos dados obtidos. Encerraremos a presente dissertação tecendo uma reflexão sobre fatos e sentimento que vivemos ao longo da realização do estudo. Esclarecemos de antemão que tais reflexões estão para além da pesquisa por isso só serão apresentadas após a conclusão formal da dissertação.

CAPÍTULO 1. A ÁLGEBRA DO PONTO DE VISTA DA MATEMÁTICA, DA ESCOLA E DA PESQUISA

Nesse capítulo procederemos com um breve histórico sobre a álgebra, iniciando pelo ponto de vista da matemática e seguindo pela ótica da escola no Brasil. A partir dessa apresentação mais ampla da álgebra, abordaremos a *Early Algebra*, tanto do ponto de vista curricular, como da pesquisa. Iniciaremos por discutir o que vem a ser *Early Algebra* e como ela tem sido introduzida na escola e, por fim, os estudos realizados ao longo dos anos. Concluiremos o capítulo tratando do raciocínio funcional, objeto deste estudo e amplamente pesquisado no âmbito da *Early Algebra*.

Procederemos com a revisão da literatura, trazendo estudos nacionais e internacionais para que possam dialogar e, em certa medida, subsidiar nosso estudo. É importante enfatizar que na busca pelos estudos, traremos em especial àqueles que foram realizados com estudantes da Educação Infantil. E, por fim, falaremos sobre o raciocínio funcional e o que dizem as pesquisas sobre o seu desenvolvimento na Educação Infantil e também a exploração de padrão, seu conceito os tipos mais comuns na Educação Infantil.

1.1 A Algébrica do ponto de vista da matemática

A Matemática configura-se como parte integrante da sociedade. Ela surge para atender as necessidades humanas, pois desde o nascimento o homem é inserido em mundo em que é importante fazer relações matemáticas para seu convívio social. Dentro dessa visão, encontramos a Álgebra, parte integrante do domínio da Matemática, que se apresenta como uma ferramenta poderosa para resolver problemas relacionados ao cotidiano. Por isso a

importância de se apropriar dos conceitos algébricos e, conseqüentemente, deles serem incluídos nos currículos escolares cada vez mais cedo (COELHO; AGUIAR, 2018).

A álgebra foi considerada ao longo do tempo como o estudo das operações, definida de forma arbitrária sobre operações algébricas específicas. Novos debates surgiram a respeito de sua natureza, o que permitiu que se estabelecesse uma área de conhecimento constituída essencialmente como abstrata, cuja construção se deu por meio de uma linguagem simbólica própria e específica (COELHO; AGUIAR, 2018).

Podemos ainda conceituar a álgebra como sendo “o ramo da Matemática que estuda as generalizações dos conceitos e operações de aritmética” (MAGINA, 2012, p.3). Porto (2018) esclarece a álgebra, como produção de conhecimento, é

[...] resultado de um longo processo cumulativo de gerações, uma acomodação de saberes intelectuais. Estas foram desenvolvidas e difundidas em conjunto com a história da humanidade. As formas como fazemos Álgebra hoje difere-se das formas algébricas de nossos antepassados e provavelmente não serão as mesmas Álgebras do futuro. (p. 35)

Nessa direção, a álgebra passa a ser responsável pelos estudos da manipulação formal de equações, operações matemáticas, polinômios e estruturas algébricas. O termo *álgebra*, na verdade, compreende um espectro de diferentes ramos da Matemática, cada um com suas especificidades.

Elon (2006) e Magina (2012) apresentam uma classificação para a álgebra: (i) álgebra universal – aquela que estuda as ideias em comum de todas as estruturas algébricas; (ii) álgebra abstrata – aquela que estuda as estruturas algébricas tais como grupos, anéis e corpos.; (iii) álgebra elementar – aquela que diz respeito às operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação, divisão) mas que, ao contrário da aritmética, utiliza símbolos (a , x , y) em vez de números (1, 2, 9); (iv) álgebra computacional, também chamada de computação algébrica, é o nome da tecnologia para a manipulação de fórmulas matemáticas por computadores digitais. Podemos ainda entendê-la como uma computação com símbolos representando objetos matemáticos; por fim temos a (v) álgebra linear, que é o estudo dos espaços vetoriais e das transformações lineares entre eles.

Tendo apresentado uma visão sucinta sobre a álgebra do ponto de vista da matemática, passaremos a tratar da álgebra na visão dos pesquisadores que discutem o desenvolvimento da álgebra escolar no Brasil.

1.2. A Álgebra do ponto vista da escola no Brasil

O desenvolvimento histórico da álgebra permitiu que estudos fossem desenvolvidos no Brasil e no mundo para conceber uma álgebra escolar, tratando de que se revela na forma de pensar ou de raciocinar do sujeito e não apenas só como uma linguagem:

Álgebra não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste também na atividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras. Assim, a álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas. (KIERAN, 2007, p. 5, tradução livre nossa).

A Álgebra está relacionada aos modos que os sujeitos manifestam seu raciocínio e não apenas nas representações feitas em uma tarefa, e de acordo Lins e Gimenez (1997, p. 10) “é preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, e de modo que a Álgebra e a Aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra”.

O estudo da Álgebra foi introduzido no Brasil no período Imperial com a Carta Régia de 1799, que instituía o ensino da álgebra junto com outras disciplinas (aritmética, geometria e trigonometria), por meio de um ensino mecânico dissociado de significados, de forma fragmentada (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1992). No século XIX a álgebra é introduzida no Ensino Secundário e somente nos anos de 1930 com a reforma de Francisco Campos a álgebra juntamente com as demais disciplinas passam a integrar parte da matemática.

Ao descrever o desenvolvimento do ensino da álgebra no Brasil Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) destacam a existência de três concepções, as quais aparecem em momentos distintos. A primeira foi a linguística pragmática. Nela o papel da álgebra era fornecer técnicas para resolver equações e, portanto, o ensino era “desenvolvido através de muitos exercícios visando capacitar os alunos no manejo preciso dessas expressões algébricas” (ibid, 1993, p.3) e somente depois da prática excessiva de exercícios é que eram introduzidas as situações problemas de aplicação algébrica.

Em 1970, com o surgimento do Movimento da Matemática Moderna e na tentativa de unificar os três campos fundamentais da Matemática (a teoria de conjuntos, as estruturas

algébricas e as relações que constituem as bases de uma construção lógico-matemática) surgiu a concepção fundamentalista estrutural. Esta surgiu para se contrapor a concepção linguística pragmática e dava destaque ao papel pedagógico da álgebra. A partir dessa concepção, outros campos da matemática escolar, como a aritmética, a geometria e a trigonometria, também passaram a ter uma atenção maior (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

A última concepção algébrica, a fundamentalista-analógica, tem como objetivo sintetizar as duas concepções anteriores, procurando retomar o valor simbólico como instrumento de resolução de problemas para justificar o transformismo algébrico, como também seu valor instrumental e seu caráter fundamentalista.

A partir de 1990, os estudos da Álgebra no Brasil começaram a propor novas formas de pensar álgebra e também entender como os estudantes constroem significados para compreender conceitos algébricos, destacam-se nesse processo os estudos de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lessa (1996), essas pesquisas permitiram uma importante contribuição para a elaboração do currículo da educação brasileira, sobretudo a inclusão da álgebra nos documentos curriculares, pois esses documentos dão aos professores um direcionamento na sua prática pedagógica, por isso é importante conhecer os elementos que compõem a álgebra e com estão dispostos nos documentos oficiais nacionais.

Os documentos oficiais da década de 1990 ainda dava ênfase a um ensino de Álgebra voltado para os anos finais do Ensino Fundamental, de acordo com Almeida (2017), os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998) elaborado nos anos de 1990 aponta a possibilidade do pensamento algébrico desde os anos iniciais, mas com destaque para sua aplicação somente nos anos finais do Ensino Fundamental, no entanto por meio de um ensino com ênfase na linguagem simbólica não sendo suficiente para que o estudante desenvolvesse de forma significativa os conceitos algébricos.

As concepções que foram abordadas ao longo desse trabalho apontam que o ensino da Álgebra sempre foi pautado em concepções tradicionais por meio de uma valorização de uma linguagem simbólica e de um ensino mecânico sem nenhuma significação para o estudante. O destaque maior é para uma linguagem algébrica e simbólica ao invés de valorizar o desenvolvimento de um raciocínio que não exija uma relação de dependência com as atividades que são propostas. Diante disso:

“o ensino da álgebra ainda está bastante referido à pedagogia tradicional baseada na sequência: definição - exemplos – aplicações” os alunos, em geral, terminam o ensino fundamental com bastante “dificuldade em dar significado para as atividades [algébricas] que lhes são propostas, na maioria das vezes adotando um comportamento de meros repetidores de procedimentos que o professor utiliza no desenvolvimento do tema” (CASTRO, 2003, p. 6).

Na Educação Infantil, o trabalho com Álgebra pode oportunizar às crianças uma formação de conceitos algébricos ao longo da vida escolar de forma significativa, por meio de um processo que permeia a estruturação de um raciocínio algébrico que possa ser desenvolvido já na infância. Muitos estudos no Brasil e no mundo apontam a necessidade de pensar uma aprendizagem algébrica por meio da construção de significados que atendam às necessidades da sociedade e que seja introduzida nos primeiros anos de escolaridade.

Dessa forma, os estudos sobre a álgebra inicial influenciaram a introdução da unidade temática Álgebra nos anos iniciais para desenvolvimento do pensamento algébrico como aponta a BNCC (BRASIL, 2017) que “é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade” (BRASIL, 2017, p.270). Isso não implica introduzir as notações convencionais como nos anos finais do Ensino Fundamental, mas em situações que façam algum sentido para o estudante nos anos iniciais.

As indicações da BNCC (BRASIL, 2017) sobre o desenvolvimento de uma linguagem algébrica já nos anos iniciais, permitiram ampliar os debates que já existiam a nível internacional e a se consolidar cada vez mais no Brasil para o desenvolvimento do raciocínio algébrico na Educação Infantil. Segundo (FERREIRA, 2017, p.20) este tipo de raciocínio “é passível de ser desenvolvido desde a Educação Infantil, percorrendo toda a escolaridade que pressupõe a generalização, transpondo situações particulares a ideias gerais”.

Uma das formas de perceber as manifestações do raciocínio algébrico e, sobretudo, o raciocínio funcional nas crianças na Educação Infantil é por meio de atividades que envolvem padrão em sequência. De acordo como o NCTM (2007) as crianças da Educação Infantil são capazes de desenvolver conceitos básicos relacionados com padrões, funções e álgebra. Warren e Cooper (2006), também reforçam a relevância da aprendizagem dos padrões na Educação Infantil, valorizando o pensamento funcional para um maior crescimento do raciocínio algébrico.

Partindo desse princípio para ampliar as discussões sobre as manifestações do raciocínio funcional na Educação Infantil, nas próximas sessões abordaremos mais aspectos sobre esse assunto.

1.3 A *Early Algebra*

As primeiras ideias sobre *Early Algebra* tiveram início nos anos de 1998, quando um grupo de estudiosos, desenvolveram um trabalho colaborativo juntamente com educadores e educandos em escolas de Boston nos Estados Unidos, o principal objetivo era desenvolver pesquisas referentes ao raciocínio algébrico, uma vez que esses educadores apontam a necessidade de introduzir este raciocínio nos primeiros anos da vida escolar (SILVA; SAVIOLI, 2014).

O projeto intitulado *Early Algebra* tem como objetivo realizar intervenções longitudinais com crianças a partir dos 5 anos prolongando-se até o Ensino Médio em Boston, com fins da aprendizagem da Álgebra e com foco no raciocínio das crianças (SILVA, 2012). Os pesquisadores do projeto, com a colaboração dos professores, buscavam promover estratégias em que as crianças participassem de todo processo de aprendizagem em que pudessem ser acompanhados desde a Educação Infantil até o Ensino Médio.

Essa importante área de pesquisa permite entender como a álgebra pode ser desenvolvida a partir da Educação Infantil envolvendo as diversas formas de pensar e, não as atividades convencionais da álgebra que são relacionadas às resoluções de tarefas. Mediante as ideias de Blanton e Kaput (2005), a integração do raciocínio algébrico na Educação Infantil oferece uma alternativa para a evolução conceitual da matemática, de forma mais profunda e complexa valorizando as experiências das crianças desde o início de sua vida escolar.

Da mesma forma, é importante entender que a *Early Algebra* não tem a intenção de ensinar conceitos matemáticos, mas permitir às crianças uma familiarização de novos conceitos e que elas desenvolvam estratégias dentro de contextos significativos para que possam fazer uso desses conhecimentos novos. Para Katz (2007), a *Early Algebra* é uma forma que a criança utiliza para produzir significado ao conhecimento matemático. Percebemos que, se as crianças forem envolvidas em situações que necessite de um raciocínio algébrico poderão ter mais facilidades no futuro quando tiver contato com situações mais complexas envolvendo Álgebra.

Essas pesquisas têm mostrado a importância de inserir as aprendizagens da Álgebra, como parte do currículo de matemática da Educação Básica. Sobre isso, Kaput (2008) argumenta que os estudos da *Early Algebra* permitem uma reestruturação curricular, pois apresentam situações que não estão somente no âmbito da matemática, mas nas questões sociais. É possível ocorrer também mudanças na sala de aula, nos processos avaliativos e na formação dos professores. Sobre este assunto, Mestre e Oliveira (2011) argumentam que:

As recentes tendências internacionais consideram que a introdução ao pensamento algébrico deve começar nos primeiros anos, mas que este não deve constituir um apenas um tema adicional do currículo. Ao invés, deve ser entendido como uma forma de pensamento que aporta significado, profundidade e coerência à aprendizagem de outros temas. (MESTRE E OLIVEIRA, 2018, p. 201).

Diante desse contexto, o Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos da América (NCTM, 2000) destacam uma abordagem para a introdução das aprendizagens algébricas de crianças a partir dos 3 anos, para que desde cedo possam ser construídas bases sólidas de aprendizagens que promovam o desenvolvimento de conhecimentos algébricos. Blanton e Kaput (2004) desenvolveram estudos com crianças a partir dos 3 anos de idade, com tarefas que tinham como objetivo investigar o pensamento algébrico nessas crianças, os dados sugerem que as crianças nessa faixa etária apresentam este tipo de pensamento e foram capazes de descrever e expressar um pensamento algébrico nas atividades propostas.

Em estudos posteriores, Blanton; Kaput (2005) sugeriram que os currículos de Educação Infantil deveriam desenvolver habilidades de pensar algebricamente nas crianças, sendo preciso identificar os tipos de práticas em sala de aula que estimular o raciocínio algébrico. É importante considerar que esses estudos ampliam uma visão do que é a *Early Algebra* e, em qual etapa da educação básica deve iniciar. Os primeiros estudos sobre a *Early Algebra* tinham o foco na introdução das aprendizagens algébricas nos anos iniciais, do Ensino Fundamental, no entanto, com as influências principalmente de novos estudos, possibilitou pensar em pesquisas sobre as manifestações de um raciocínio algébrico na Educação Infantil.

Para justificar a possibilidade de desenvolver um estudo sobre o raciocínio funcional em crianças, da Educação Infantil recorreremos aos estudos de Alsina (2016, 2017, 2019) e de Zapatera (2018) que, têm como abordagem principal atividades desenvolvidas com crianças de 3 a 6 anos de idade na perspectiva da *Early Algebra*. De acordo Alsina (2016), a *Early Algebra* na Educação Infantil traz um objetivo mais amplo, focando a introdução de modos de raciocínio

algébrico no aprender e ensinar matemática desde os primeiros anos escolares, a partir de conexões interdisciplinares.

Alsina e Inchaustegui (2018), realizaram estudos sobre orientações didáticas para desenvolver o raciocínio algébrico na Educação Infantil por meio da robótica. Os autores utilizaram pequenos robôs como recurso para trabalhar padrões com crianças de 3 e 4 anos, com intuito de desenvolver o aprendizado de padrões como conteúdo intrínseco da álgebra. Os resultados revelaram que as crianças com idades de 4 e 5 anos diante deste tipo de atividade consegue expressar um pensamento algébrico.

Em publicação mais recente, Alsina (2019) faz uma revisão das principais causas que deram origem a ligação da álgebra com a linguagem simbólica, juntamente com o surgimento da matemática moderna. Ele discute o que causou a ausência de um bloco de conteúdo de Álgebra nos primeiros níveis educacionais e aponta as principais razões que deram origem a presença da Álgebra precoce, nos currículos de Educação Infantil de países como os Estados Unidos, Singapura, Austrália e a Nova Zelândia.

A partir desse estudo, Alsina (2019) apresenta uma proposta para o sequenciamento de conteúdo inicial de álgebra para crianças de 3 a 6 anos, num itinerário didático contendo uma série de atividades para favorecer o raciocínio algébrico das crianças e de profissional de Educação Infantil. Seguindo esta mesma perspectiva, Zapatera (2018) aponta a importância dos estudos da *Early Algebra* para a Educação Infantil. Ele considera que uma das maneiras mais eficazes da inserção das ideias algébricas nos primeiros anos de escolaridades é por meio de atividades que envolvam a generalização de padrões. Zapatera (2018), após estudar os processos de generalização de padrões, elaborou uma sequência de tarefas que podem ser desenvolvidas na Educação infantil e Ensino Fundamental, com o objetivo de incentivar os professores a introduzir o raciocínio algébrico nas crianças e fornecer-lhes uma ferramenta que pode servir de referência em sua prática pedagógica.

Os autores citados fundamentam seus estudos nas orientações do NTCM (2003), que estabelece objetivos para crianças de 3 a 8 anos em relação ao conhecimento algébrico:

Compreender padrões, relacionamentos e funções: selecionar, classificar e ordenar objetos por tamanho, quantidade e outras propriedades; reconhecer, descobrir e expandir padrões como sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples e passar de uma representação para outra; analisar como os padrões de repetição e crescimento são gerados. (NCTM, 2003, p. 402).

Mais adiante, o NTCM (2007) aponta que a caracterização do raciocínio algébrico em crianças de 3 e 4 anos se apresenta quando ela:

Reconhece, descreve e estende padrões como sequências e formas de som ou padrões numéricos simples e transfere de uma representação para outra.

Analisa como dois padrões repetidos são gerados e crescem.

Usa representações concretas, pictóricas e verbais para desenvolver uma compreensão das notações simbólicas inventadas e convencionais. (NCTM, 2007, p. 42, tradução da autora).

Estes pontos destacados sobre o *Early Algebra* em crianças pequenas justificam nossa intenção sobre a investigação com foco no raciocínio funcional das crianças na Educação Infantil. Concordamos com Cañadas e Molina (2016) quando essas destacam que a abordagem funcional permite o uso de álgebra em situações concretas e de maneira significativa. Essas autoras consideram que diversas situações no cotidiano da criança permitem o uso de um raciocínio algébrico numa perspectiva Funcional.

1.5 O raciocínio funcional

Nas últimas décadas, os estudos da *Early Algebra* tinham como interesse o desenvolvimento do pensamento algébrico em matemática do Ensino Fundamental, em que foi possível identificar estratégias para explorar ideias algébricas, particularmente, em tarefas nas quais o pensamento algébrico ocorreu através da generalização de padrões numéricos para desenvolver relações funcionais (BLANTON; KAPUT, 2004).

O objetivo desse trabalho consiste em investigar a presença do raciocínio funcional em crianças de 4 e 5 anos, apontando as singularidades do setting em que ele se apresenta e como se apresenta.

De acordo com Porto, Magina e Ferrer (2019), o raciocínio funcional está presente em diversas situações do cotidiano, aconteça ele dentro ou fora do contexto escolar. Por isso, propomos nesta pesquisa uma proposta pedagógica que esteja relacionada às vivências sociais de cada criança.

O raciocínio funcional pode ser entendido como uma forma de comparar grandezas. Para Beck (2020), o Raciocínio Funcional “está relacionado com a construção da ideia de

variável, ou seja, de uma grandeza que varia em função de outra grandeza”. Dessa forma, Teixeira, Magina e Merlini, (2016) definem o raciocínio funcional como sendo:

a capacidade de estabelecer a relação entre grandezas. Isto pode aparecer, por exemplo, em situações multiplicativas, quando a quantidade de rodas está relacionada a quantidade de carro, sendo a primeira quantidade uma variável dependente da segunda quantidade. Dessa forma, se 1 carro tem 4 rodas, 10 carros têm 40 rodas e n carros tem $4n$ rodas. Esta situação poderia ser matematicamente escrita no âmbito de uma função linear: $f(n) = 4n$. (TEIXEIRA, MAGINA E MERLINI, 2016, p. 4).

As crianças na Educação Infantil quando em situações que envolvem o raciocínio funcional, podem ser capazes estabelecer relação entre grandezas.

Assim, Merino et al. (2013) afirmam que um dos enfoques da *Early Algebra* recomendada para crianças da Educação Infantil é a abordagem funcional. Pois, essa abordagem considera o uso de álgebra em situações concretas, ou seja, em situações próximas à realidade das crianças. Warren et al. (2013), em um Projeto longitudinal de três anos desenvolvidos com crianças na Austrália investigou como crianças de 5 compreendiam generalizava uma regra da função. Os resultados revelam que as crianças recorrem ao uso de gestos e da argumentação para expressar generalizações. Com a intervenção dos professores durante as entrevista e realização das tarefas foram capazes de identificar a regra da função.

Para expressar um raciocínio funcional a criança utiliza inúmeras ferramentas como, por exemplo, questionamentos, levantamentos de hipóteses, gestos, comparações, desenhos, etc. Para raciocinar sobre funções, as crianças fazerem uso de situações por meio da fala, de uma linguagem simbólica, de situações covariacionais e também podem fazer relações de correspondência sobre os dados propostos e algumas vezes resolver equações com quantidades desconhecidas (BLANTON; KAPUT, 2011).

A introdução do raciocínio funcional é muito importante para o desenvolvimento matemático das crianças da Educação Infantil, pois permite contatos com novas formas de linguagem que auxiliam nas aprendizagens socioculturais que precisam ser ampliadas nesta etapa da educação básica, uma das formais mais usadas para esse desenvolvimento é por meio da exploração de padrões em sequência.

1.5 Os padrões e suas relações com o raciocínio funcional

Muitos autores consideram a Matemática como a ciência dos padrões. De acordo com Devlin (2002), os matemáticos analisam diversos tipos de padrões, sejam eles abstratos, numéricos, ou de movimento. Esses padrões podem ser reais ou imaginários, que podem surgir do mundo em nossa volta ou até mesmo da atividade da mente humana. Para Balmond (2000), “A essência da Matemática consiste em procurar padrões”. Por isso, abordar temas sobre padrões torna-se pertinente, pois de acordo com Stewart (1996), no Universo encontram-se muitas representações de padrões, quando o sujeito reconhece padrões está reconhecendo o mundo. (DEVLIN, 2002; NCTM, 2007, WARREN, 2008) concordam que é importante promover a compreensão desses conceitos desde os primeiros anos de escolaridade, pois quanto mais cedo for a formação dos conceitos matemáticos mais cedo será possível fazer interligações com a realidade.

Não é muito fácil conceituar padrões, pois não existe um consenso em relação a esse termo devido à variedade de seus significados. Orton (1999) considera que “padrões” pode ser utilizado para fazer referência a organização particular ou arranjo de formas, cores ou sons, sem regularidade aparente. Pode-se pensar também em repetições e numa procura de ordem. Podemos associar matematicamente padrões de acordo com Borralho et al., (2007), às regularidades, sequência, motivo, regras, ordem. Barros e Palhares (2001) afirmam que o conceito de padrão está relacionado a algum tipo de regularidade em que os padrões podem ser definidos como arranjos que têm regras lógicas de formação de sequências.

Devlin (2002) aponta seis tipos de padrões para caracterizar seu conceito: (i) padrões de contagem, (ii) padrões de raciocínio e de comunicação, (iii) padrões de movimento e mudança, (iv) padrões de forma, (v) padrões de simetria e regularidade e (vi) padrões de posição (topologia). Analisando os tipos de padrões propostos usaremos a definição de Barbosa (2010, p.46) ao “considerar que um padrão é todo o arranjo de números ou formas onde são detectadas regularidades passíveis de serem continuadas”. Para esse estudo consideraremos também como padrão as mudanças ou regularidades nos movimentos realizados pelas crianças.

Os padrões configuram-se como um dos recursos com muita potencialidade para desenvolver o raciocínio algébrico, por serem entendidos como sequências estruturadas nas quais existem alguma regularidade (VALE, 2012). Segundo Kaput (2008), existem dois aspectos

essenciais que caracterizam o pensamento algébrico: (a) a generalização e a formalização de padrões e (b) a manipulação simbólica, destacando ainda que a abordagem aos padrões é uma possível via para introduzir a álgebra. Mendes e Delgado (2008) apresentam os padrões como “um dos alicerces do pensamento algébrico” e ressalta que atividades envolvendo padrões contribuem para desenvolver na criança a generalização matemática em níveis cada vez mais elementares. Radford (2008) explica que atividades que envolvem a exploração de padrões são fundamentais para desenvolver o pensamento algébrico, uma vez que as estratégias usadas na resolução das atividades permitem aos estudantes expressarem generalizações, articular regras e relações com o meio, reconhecer pontos em comum e possivelmente representar simbolicamente essas relações.

A exploração de padrões está associada ao desenvolvimento da abstração, a fazer previsões e encontrar generalizações que são características do pensamento algébrico. Descobrir um termo em uma sequência pode ser um caminho para se chegar a álgebra (Vale et al., 2011). As tarefas envolvendo padrões precisam desenvolver nas crianças o seu potencial algébrico é necessário que durante o envolvimento com as tarefas as crianças exerçam um raciocínio sobre os padrões para que possam suscitar aspectos do pensamento algébrico. Vale e Pimentel (2011) e vale (2012), salientam que existem dois tipos de padrões que podem ser usados com crianças da Educação Infantil para o desenvolvimento do pensamento algébrico, sendo estes designados por padrões de repetição e padrões de crescimento, que de acordo com Warren; Cooper (2008) o trabalho com padrões na Educação Infantil deve proporcionar progressivamente a evolução dos padrões de repetição para os padrões de crescimento, contribuindo assim para a transição de um pensamento recursivo para o pensamento funcional.

1.5.1 Padrão repetitivo

Threlfall (1999), em seus estudos com crianças de três e cinco anos de idade, defende que “o uso de padrões repetitivos constitui um veículo para o trabalho com símbolos, um caminho conceitual para a álgebra e um contexto para a generalização” (p. 11). Entende-se por padrão repetitivo aquele que é possível identificar uma ou mesmo “um grupo de repetição (...) que se repete de forma cíclica indefinidamente” (VALE e PIMENTEL, 2010, p. 110).

Os padrões repetitivos podem ser uma boa estratégia para iniciar a formação do raciocínio funcional na Educação Infantil, por meio de tarefas que valorize a participação das crianças na construção usando materiais manipulativos, representações pictóricas, sons, brincadeiras e até mesmo o movimento do seu corpo. É importante que as crianças sejam capazes de fazer associações, por exemplo, de um padrão geométrico AB com um padrão que se utilize de seus movimentos corporais em uma brincadeira com os comandos “mãos para cima, mãos para baixo” ou ainda nos desenhos dos azulejos de sua casa “pedra preta, pedra branca”. Conforme o NCTM (2007) ao estabelecer esse tipo de relação que a criança faz ao perceber a variedade de representações do mesmo padrão, ela manifesta o raciocínio algébrico funcional.

Os padrões de repetição têm um grande potencial para promover a generalização, pois as crianças são capazes de generalizar relações em objetos distintos a medida que realiza as repetições (Warren, 2008). Essa generalização pode acontecer copiar um padrão, continuar um padrão, identificar a unidade de repetição, criar novos padrões e relacionar um determinado padrão para outro. Os padrões de repetição contribuem para a formação do raciocínio funcional quando a criança cria uma estratégia para pensar qual será o próximo termo da sequência ou até mesmo se for solicitado que ela descubra, qual será o termo pulando duas ou mais posições.

1.5.2 Padrões de crescimento

Os padrões de crescimento são aqueles em que cada termo muda de forma previsível relativamente ao termo anterior, prolongando-se de forma regular promovendo um crescimento à sequência (Vale et al., 2009). VALE, (2012. P.186) ressalta que existe uma lei de formação em que é possível identificar “cada termo de forma previsível em relação ao anterior”, prolongando-se o padrão pela aplicação sucessiva dessa lei.

A exploração de padrões de crescimento é considerada mais complexa para trabalhar com crianças da Educação Infantil esse tipo de padrão apresentam maior dificuldade na sua resolução por conta do nível cognitivo que se encontram as crianças (SALVATERRA, 2017; REIMÃO, 2020). Os padrões de crescimento possibilitam maior diversidade no desenvolvimento do raciocínio funcional, pois tornam as explorações muitas diversificada para

as crianças inclusive para que elas encontrem regras simples para o desenvolvimento desse raciocínio. Na Educação Infantil e, sobretudo na pré-escola as crianças são capazes de continuar sequências de crescente principalmente se forem apresentadas em diferentes contextos que facilitem o reconhecimento da estrutura do padrão quando o critério para a serem usados para a resolução esteja em evidencia (PAPIC & MULLIGAN, 2007).

Do nosso ponto de vista é importante que as crianças tenham contato desde cedo tanto com os padrões de repetição quanto com os de crescimento, pois estes tipos de padrão estão presentes no cotidiano delas. Além disso, eles trazem em seu bojo, implicitamente, o raciocínio funcional. As crianças têm contato diariamente com os padrões, quer seja por meio das brincadeiras, das músicas, das diversas formas presentes em suas casas ou mesmo nas ruas por onde costuma andar. Por isso contatos iniciais com esses conceitos permitem a criança percorrer um caminho que pode ajuda-la nos estudos algébricos posteriormente.

CAPÍTULO 2. ÁLGEBRA E A EDUCAÇÃO INFANTIL: das políticas públicas brasileiras ao currículo (nacional e internacionais)

Para ajudar no processo de introdução da Álgebra no currículo brasileiro, nos anos iniciais do Ensino Fundamental e na Educação Infantil, dedicaremos este capítulo para proceder com uma discussão sob duas óticas documentais complementares, uma, relacionada às políticas educacionais brasileiras, vista a partir de leis e resolução, e a ótica voltada para os documentos curriculares. Estes últimos serão apreciados não apenas o brasileiro, mas também os currículos de alguns outros países com vista a proceder uma comparação entre eles.

2.1. A Educação Infantil como direito subjetivo

Nos últimos tempos têm aumentado a quantidade de estudos relacionados à Educação Infantil. Esses estudos refletem sobre esta etapa educacional tão importante promovendo avanços em relação à documentos legais e parâmetros que norteiam as suas ações. A legislação brasileira, por meio da Constituição Federal de 1988 e a Lei de diretrizes de bases da educação (LDB/1996), reconhecem como parte do sistema de ensino as creches e pré-escolas para crianças de 0 a 5 anos. Conforme a resolução Nº 5 do conselho nacional de educação de 17 de dezembro de 2009, a Educação Infantil (EI) é definida como a:

[...] primeira etapa da educação básica oferecida em creches e pré-escola as quais se caracterizam como espaços institucionais não domésticos que constituem estabelecimentos educacionais públicos ou privados que educam e cuida de crianças de zero a cinco anos de idade no período diurno em jornada integral ou parcial

regulados e supervisionados por órgãos competentes do sistema de ensino submetido ao controle social (BRASIL, 2009, p.1).

Posteriormente é promulgada a lei 12.796/2013 que estabelece a obrigatoriedade da educação para crianças a partir dos 4 anos, como parte da política de universalização da Educação Infantil. Tal lei se consolida por meio do Plano Nacional de Educação (PNE), aprovado em junho de 2014. Essa etapa da educação básica configura-se no Brasil como um direito humano e social de todas as crianças. Assim a Educação Infantil passa a ser reconhecida como etapa educacional de grande importância, pois visa proporcionar o desenvolvimento integral da criança nas suas particularidades (BRASIL, 2013).

A obrigatoriedade de matrícula para as crianças a partir dos 4 anos na educação básica aponta alguns avanços em relação à democratização do acesso e permanência das crianças à educação. Por outro lado, levanta algumas questões polêmicas em torno da escolarização precoce, visto que o objetivo da Educação Infantil não é promover a escolarização das crianças nessa faixa etária, mas sim garantir seu direito de acesso à educação visando seu desenvolvimento pleno e integral. A Educação Infantil é a etapa educacional em que se deve prevalecer o desenvolvimento integral da criança. Por isso as ações pedagógicas precisam estar pautadas na observância da legislação, respeitando o princípio básico da Educação Infantil, que é o cuidar, o educar e o brincar.

A resolução Nº 5, de 17 de dezembro de 2009, que fixa as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil recomenda que as propostas pedagógicas elaboradas pelas instituições levem em consideração o contexto em que estão inseridas, bem como as características socioculturais da comunidade que elas atendem. Nesta direção, o currículo da Educação Infantil como prática social “busca articular as experiências e os saberes das crianças com os conhecimentos que fazem parte do patrimônio cultural, artístico, ambiental, científico e tecnológico, de modo a promover o desenvolvimento integral de crianças de 0 a 5 anos de idade” (Brasil, 2009, p.1). Tal objetivo permite que a instituição contribua para o processo de construção de conhecimento das crianças na direção de torná-las autônomas e participativas na sociedade em que vivem.

Assim, há uma indicação para que as práticas pedagógicas, estabelecidas no cotidiano escolar, levem em consideração a valorização da autonomia da criança permitindo ampliar as possibilidades de relacionar as aprendizagens com a leitura de mundo, de forma participativa e crítica. Ainda, desenvolver na criança diversas possibilidades de articulação às diversas

manifestações presentes na sociedade respeitando a criatividade, a imaginação e a liberdade para se expressar livre e individualmente, dentro da cultura que a própria criança constrói. Desse modo, as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil (DCNEI) orientam que:

As propostas pedagógicas da Educação Infantil deverão considerar que a criança, centro do planejamento curricular, é sujeito histórico e de direitos que, nas interações, relações e práticas cotidianas que vivencia, constrói sua identidade pessoal e coletiva, brinca, imagina, fantasia, deseja, aprende, observa, experimenta, narra, questiona e constrói sentidos sobre a natureza e a sociedade, produzindo cultura. (BRASIL, 2009, p.1).

O objetivo principal das propostas pedagógicas é o de promover o desenvolvimento integral da criança, permitindo a elas acesso aos diversos processos na construção do conhecimento nos diferentes aspectos e diferentes linguagens (BRASIL, 2009). É função do educador infantil proporcionar à criança, oportunidades de interação com seus pares para promover o desenvolvimento de habilidades necessárias para que esta criança possa saber agir na sociedade.

2.2. A Matemática no currículo Brasileiro da Educação Infantil

Sabemos que a Matemática está presente no cotidiano das crianças, sendo constituída a partir da vivência com o ambiente natural e com as interações sociais. Porém, é preciso que ela seja desenvolvida considerando a finalidade da educação que, conforme Piaget (1999) é desenvolver a autonomia da criança, que é indissociavelmente, social, moral e intelectual. “E deve ser construída dentro de um contexto geral do dia-a-dia da criança” (KAMMI, 1991, p. 36). Ensinar Matemática de forma lúdica e contextualizada às vivências da criança permite que ela se aproprie de informações que amplia a sua forma de pensar, construindo possibilidades dela conhecer o mundo e refletir sobre ele a fim de buscar soluções para diversos problemas (SMOLE, 2019).

De acordo com Lorenzato (2008), explorar o conhecimento matemático na Educação Infantil é uma excelente estratégia para o desenvolvimento intelectual, social e emocional da criança. Tal contribuirá para a sua formação cidadã, tornando-a capaz de resolver diferentes situações do contexto social. As experiências iniciais da criança com matemática devem levar em consideração os conhecimentos prévios adquiridos com suas vivências tendo o processo educativo como facilitador do desenvolvimento matemático. Vygotsky (1984) considera a

criança como ser ativo, participante, que está sempre criando hipóteses sobre as situações cotidianas. Desse modo, a aprendizagem da Matemática tem melhor chances de se desenvolver dentro de contextos em que haja interações na construção coletiva de novos conhecimentos.

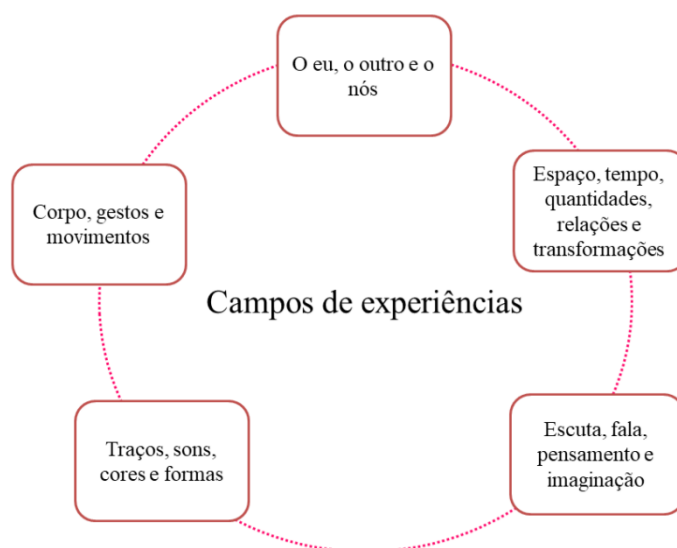
Sob tais aspectos, é preciso que o currículo da Educação Infantil contenha eixos norteadores que contemplem como práticas pedagógicas (i) o conhecimento de si e do mundo; (ii) as experiências expressivas, corporais que possibilitem o movimento; (iii) e favoreçam a imersão da criança em diferentes linguagens. Além disso, que esses eixos permitam a vivência de experiências que “recriem, em contextos significativos para as crianças, relações quantitativas, medidas, formas e orientações espaço temporais” (BRASIL, 2010, p.4).

Nossa preocupação, contudo, reside no fato de que as discussões sobre a obrigatoriedade da matrícula a partir dos 4 anos não ter gerado mudanças no currículo da Educação Infantil, no sentido da elaboração de propostas pedagógicas específicas para esse novo momento da educação básica. As crianças passam a frequentar a escola mais cedo, mas as práticas pedagógicas parecem não acompanhar esse avanço.

A BNCC (BRASIL, 2017) apresenta mudanças significativas para o ensino da Matemática, como a inserção da álgebra a partir do 1º ano do Ensino Fundamental. Esse avanço trouxe para a educação brasileira uma tendência que já vinha sendo utilizada em outros países. Como já dito, a BNCC aponta que “é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade” (BRASIL, 2017, p.270). No entanto, o trabalho com conceitos algébricos não se estende para a Educação Infantil, muito embora tais conceitos estejam também presentes no cotidiano das crianças. Daí vem à necessidade da realização de estudos científicos que ofereçam suporte para que tais conceitos possam ser introduzidos na Educação Infantil.

A organização curricular proposta pela BNCC para a Educação Infantil está estruturada em cinco campos de experiência, onde estão definidos os objetivos de aprendizagem e de desenvolvimento. “Os campos de experiências constituem um arranjo curricular que acolhe as situações e as experiências concretas da vida cotidiana das crianças e seus saberes, entrelaçando-os aos conhecimentos que fazem parte do patrimônio cultural” (BRASIL, 2017, p.40). Os campos de experiências em que se organiza a BNCC serão apresentados na figura 1.

Figura 1 - organização dos campos de experiência



Fonte: elaborado pela autora com base em (BRASIL, 2017).

Os campos de experiência estão baseados nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil (DCNEI) “em relação aos saberes e conhecimentos fundamentais a serem propiciados às crianças e associados às suas experiências” (BRASIL, 2009, p.5). Considerando esses saberes e conhecimentos foram organizados da seguinte forma:

1. **O eu, o outro e o nós**, diz respeito às interações sociais das crianças em que elas vão “construindo um modo próprio de agir, sentir e pensar e vão descobrindo que existem outros modos de vida, pessoas diferentes, com outros pontos de vista” (BRASIL, 2017, p.40).
2. **Corpo, gestos e movimentos** estão relacionados ao corpo como forma de explorar o mundo estabelecendo relações com ele. Expressando-se por meio de brincadeiras e produzindo conhecimentos sobre si e sobre os outros. “Na Educação Infantil, o corpo das crianças ganha centralidade, pois ele é o partícipe privilegiado das práticas pedagógicas de cuidado físico, orientadas para a emancipação e a liberdade, e não para a submissão” (BRASIL, 2017, p.40).
3. **Traços, sons, cores e formas**, compreende o acesso das crianças as diferentes formas de manifestações artísticas, culturais, locais e universais, que possibilite por meio das experiências das vivências com diferentes expressões e linguagens, “como as artes visuais (pintura,

modelagem, colagem, fotografia, etc.), a música, o teatro, a dança e o audiovisual, entre outras” (BRASIL, 2017, p.41).

4. **Escuta, fala, pensamento e imaginação**, relaciona-se as situações comunicativas realizadas pelas crianças ao longo de sua infância que progressivamente vão ampliando e enriquecendo seu repertório e vocabulário quanto as formas de expressão, compreensão e apropriação da língua materna. (BRASIL, 2017).

5. **Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações**, contribui para que a criança tenha experiência com as noções de espaços e tempos, conhecimento importante para o desenvolvimento das noções matemáticas (ordenação, contagem, dimensões, medidas entre outros) que fazem parte de seu cotidiano (BRASIL, 2017).

Especificamente sobre a Matemática a BNCC estabelece que a Educação Infantil, precisa promover situações em que a criança se aproprie dos conceitos matemáticos de forma a integrar a criatividade e imaginação. Na visão da BNCC “a instituição escolar está criando oportunidades para que as crianças ampliem seus conhecimentos do mundo físico e sociocultural e possam utilizá-los em seu cotidiano” (BRASIL, 2017, p. 43).

Identificamos no campo de experiência “Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações” alguns conceitos de matemática relacionados aos objetivos de aprendizagem e desenvolvimento conforme o quadro 1.

Quadro 1 - Objetivos de aprendizagem e desenvolvimento BNCC

Crianças bem pequenas (1 ano e 7 meses a 3 anos e 11 meses)	Crianças pequenas (4 anos a 5 anos e 11 meses)
(EI02ET05) classificar objetos, considerando determinado atributo (tamanho, peso, cor, forma etc.).	(EI03ET05) classificar objetos e figuras de acordo com suas semelhanças e diferenças.
(EI02ET06) utilizar conceitos básicos de tempo (agora, antes, durante, depois, ontem, hoje, amanhã, lento, rápido, depressa, devagar).	(EI03ET06) relatar fatos importantes sobre seu nascimento e desenvolvimento, a história dos seus familiares e da sua comunidade.
(EI02ET07) contar oralmente objetos, pessoas, livros etc., em contextos diversos.	(EI03ET07) relacionar números às suas respectivas quantidades e identificar o antes, o depois e o entre em uma sequência.
(EI02ET08) registrar com números a quantidade de crianças (meninas e meninos, presentes e ausentes) e a quantidade de objetos da mesma natureza (bonecas, bolas, livros etc.).	(EI03ET08) expressar medidas (peso, altura etc.), construindo gráficos básicos.

Fonte: (BRASIL, 2017, p. 51 e 52)

No entanto, o documento normativo, que é a base para a construção do currículo brasileiro, não aponta a álgebra como parte do currículo para o desenvolvimento de conceitos na Educação Infantil. Tal constatação evidencia o longo caminho que a educação brasileira ainda tem a percorrer. Para justificar a importância dos debates sobre a inserção da álgebra na Educação Infantil no Brasil apresentaremos como currículos de outros países apresentam essa temática.

2.3 A álgebra nos currículos Nacional e internacional de Educação Infantil

Em nossos levantamentos identificar alguns países que valorizam a formação inicial da álgebra desde a Educação Infantil foi possível identificar cinco, a saber, Austrália, Estados Unidos da América, Nova Zelândia, Portugal e Singapura. No quadro a seguir mostraremos uma síntese das idades em que cada um desses cinco países inicia os conceitos algébricos, incluindo no quadro o Brasil.

Quadro 2 - Idade que inicia a álgebra nos currículos da Educação Infantil

País	Documento	Idade de introdução da Álgebra
Austrália	<i>The Australian Curriculum: Mathematics</i> ³	A partir dos 4 anos
Estados unidos da América	National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) ⁴	A partir dos 3 anos
Nova Zelândia	<i>Te Whāriki: Early childhood curriculum</i> ⁵	A partir dos 3 anos
Portugal	Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar	A partir dos 3 anos
Singapura	<i>Nurturing Early Learners A Curriculum for Kindergartens in Singapore</i> ⁶	A partir dos 4 anos

³ Currículo australiano: matemática

⁴ National Council of Teachers of Mathematics.

⁵ Te Whāriki: Currículo infantil

⁶ O Currículo Australiano: Matemática

Brasil	BNCC	A partir dos 6 anos
--------	------	---------------------

Fonte: (Vieira; Magina, 2021, p.88).

Conforme apresenta o quadro 2, nos Estados Unidos, Nova Zelândia e Portugal a introdução da Álgebra acontece a partir dos 3 anos de idade. Já na Austrália e Singapura essa introdução ao currículo acontece a partir dos 4 anos de idade. Por fim, no Brasil a iniciação dos conceitos algébricos só acontece a partir dos 6 anos de idade que corresponde ao 1º ano do Ensino Fundamental e nenhum conceito algébrico é introduzido na Educação Infantil.

A seguir descreveremos alguns aspectos dos currículos dos países acima referidos, no sentido de destacar como a álgebra é apresentada nos documentos.

2.3.1 Currículo dos Estados Unidos da América: *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM)

O NCTM que representa o maior conselho que referencia e orienta as questões referentes à educação matemática da Educação Infantil até o Ensino Médio nos Estados Unidos. De acordo com Alsina (2019), desde os anos 2000 o NTCM já apresentava um avanço em relação ao trabalho sistemático da *Early Algebra* a partir dos 3 anos de idade, pontos específicos no currículo apontam o processo de ensino e aprendizagem de álgebra precoce já na Educação Infantil. O documento de 2003 constitui alguns conceitos da *EA* que as crianças de 3 a 8 anos podem manifestar em relação ao conhecimento algébrico:

Compreender padrões, relacionamentos e funções: selecionar, classificar e ordenar objetos por tamanho, quantidade e outras propriedades; reconhecer, descobrir e expandir padrões como sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples e passar de uma representação para outra; analisar como os padrões de repetição e crescimento são gerados. (NCTM, 2003, p. 402).

Já o documento de 2007 Os programas de ensino do pré-escolar (educação infantil) ao 12.º ano deverão habilitar todos os alunos para:

Compreender padrões, relações e funções.

Representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos.

Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas.

Analisar a variação em diversos contextos.

(NCTM, 2007)

O NCTM evidencia nas versões apresentadas a presença da *Early Algebra* nos currículos da Educação Infantil, por meio da caracterização do raciocínio algébrico, do desenvolvimento de padrões repetitivos e crescente, padrões em sequência e a relação funcional.

2.3.2 Currículo de EI de Singapura

Trata-se da nova versão do currículo para a Educação Infantil que destaca os princípios de ensino e aprendizagem relevantes para o desenvolvimento das competências das crianças para o século XXI. Tem como objetivo fornecer para as crianças bases sólidas para a aprendizagem ao longo da vida, ajudando a construir uma boa e adequada formação, que estimule sua curiosidade e desenvolva seu senso de confiança (SINGAPURA, 2013).

Sobre os aspectos da Álgebra, o currículo apresenta no tópico referente aos objetivos do desenvolvimento matemático os seguintes aspectos:

Quadro 3 - objetivos de aprendizagem

Área de aprendizagem	Metas de aprendizagem
Numeramento (NUM)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconhecer e usar relacionamentos e padrões simples; 2. Reconhecer e usar formas básicas e conceitos espaciais simples nas experiências diárias.

Fonte: (SINGAPURA, 2013, p. 22, tradução nossa)

O documento curricular de Singapura não apresenta uma referência explícita sobre a Álgebra, no entanto, nos objetivos apresentados na seção “*iTeach Principles in Action*⁷” sugere o professor, na sua prática pedagógica desenvolva atividades que favoreçam a criação de padrões repetitivos por meio de objetos, palavras, imagens, símbolos ou ações, bem como

⁷ Princípios do professor em ação

reconhecer e dar continuidade a padrões simples. De acordo com Zapatera (2018) a generalização de padrões é considerada uma maneira eficaz de introduzir pensamento algébrico na Educação Infantil. Por dar ênfase a esse aspecto importante da Álgebra é perceptível que o documento analisado já se preocupa em desenvolver questões da álgebra na Educação Infantil.

2.3.3 Currículo de EI da Austrália

As orientações curriculares para Educação Infantil da Austrália definem as expectativas para o que todas as crianças e jovens australianos devem aprender independentemente de sua origem. Para eles, a educação desempenha um papel muito importante na formação dos estudantes e na contribuição para uma sociedade democrática, equitativa e justa que seja próspera, coesa e culturalmente diversa. (AUSTRÁLIA, 2017). A nova versão do currículo Australiano foi desenvolvida com o objetivo de melhorar a qualidade, equidade e transparência do sistema educacional da Austrália. Sobre a matemática para a Educação Infantil o currículo defende o desenvolvimento do senso de número, ordem, sequência, padrão e posição fazendo uso do contexto do aluno.

Na análise desse documento encontramos os elementos que caracterizam a *Early Algebra* nos objetivos e nas orientações de atividades que orienta aos professores realizam atividades que envolvem classificar objetos familiares, explicar a base da classificação de padrões executados, copiados, criados e ampliados com objetos, desenhos ou material manipulador, além de reforçar a capacidade de observar e identificar os padrões naturais do ambiente (AUSTRÁLIA, 2017).

No currículo australiano os conceitos algébricos se apresentam quando as crianças são envolvidas em atividades sobre padrões nas diversas formas de aprendizagem na Educação Infantil, seja nas atividades envolvendo desenhos, seja com os materiais manipuláveis como também em contato com o meio ambiente. Tais elementos da *Early Algebra* estão em conformidade com os estudos de Zapatera (2018), quando afirma que a participação das crianças em atividades que envolvem conceitos algébricos como a construção de padrões, podem auxiliá-las no seu desenvolvimento e até mesmo em estudos posteriores.

2.3.4 Currículo de EI da Nova Zelândia

Documento da Educação Infantil da Nova Zelândia foi elaborado para a primeira infância define as diretrizes e os direitos de aprendizagem para a Educação Infantil. O *Te Whāriki* foi publicado pela primeira vez em 1996 e é reconhecido internacionalmente como um dos primeiros documentos curriculares internacionais para a Educação Infantil. O atual documento reconhece e reflete as mudanças sociais, mudanças na política e na educação, além de orientar as questões referentes à avaliação, a pedagogia e prática (NOVA ZELÂNDIA, 2017).

Em relação aos aspectos da álgebra o currículo destaca:

Capacidade de explorar, desfrutar e descrever padrões e relações relacionadas com quantidade, número, medição, forma e espaço.

Chama a atenção para números, formas e padrões e a conceitos como 'mais' e 'menos', 'grande' e 'pequeno' de maneiras autênticas e significativas.

Salienta a oportunidades de aprender símbolos numéricos e usar conceitos matemáticos e processos, como volume, quantidade, medição, classificação, correspondência e reconhecimento de padrões.

Confiança em explorar, intrigante mais e fazer sentido do mundo, usando estratégias como configuração e resolver problemas, procurar padrões, classificar, adivinhação, usando tentativa e erro. (NOVA ZELÂNDIA, 2017, p. 17-49, tradução nossa).

Nos tópicos destacados, fica evidente a presença da exploração de padrões como nos demais documentos analisados, mas diferente dos outros documentos esse documento apresenta diversas formas de desenvolver atividades envolvendo padrão como classificar, fazer correspondência, reconhecer padrões e também fazer relação com outros conceitos.

A forma como o documento apresenta os diversos contextos em que pode ser utilizado esse conceito algébrico estabelece uma base que permite aos alunos desenvolver relações a outros conhecimentos e, sobretudo, ao desenvolvimento da infância.

2.3.5 Currículo de EI de Portugal

O documento de Portugal fundamenta-se nos objetivos globais pedagógicos definidos por lei e dispõem a apoiar a construção e gestão do currículo da Educação Infantil, assim como

da responsabilidade de cada educador/a, em colaboração com a equipe educativa de cada instituição de ensino (PORTUGAL, 2016).

Entre outros aspectos o documento apresenta um campo voltado para o desenvolvimento matemático o “Domínio da Matemática” apresenta a matemática como essencial na estruturação do pensamento, e destaca ainda que “o acesso a esta linguagem é fundamental para a criança dar sentido, conhecer e representar o mundo” (PORTUGAL, 2016, p. 10).

Dentre os aspectos da álgebra no documento está o processo que envolve operar com formas ou figuras geométricas, através de ações de deslizar, rodar, refletir (voltar) ou projetar, que estão relacionadas com a construção e reconhecimento de padrões, as quais contribuem para o desenvolvimento algébrico. O documento aponta ainda que:

As crianças muitas vezes inventam naturalmente padrões quando estão a construir com legos ou a enfiar contas. A observação de azulejos, desenhos da calçada portuguesa, bem como a criação de ritmos musicais são também atividades que apelam à exploração de padrões e ao desenvolvimento do sentido estético. A diversidade de oportunidades de reconhecimento, duplicação e criação de padrões sequenciais simples, e a sua evolução gradual para padrões mais complexos são essenciais nas aprendizagens matemáticas. (PORTUGAL, 2016, 22)

O documento revela a importância de desenvolver os conceitos algébricos, que nesse caso é a exploração de padrões, relacionados às situações cotidianas das crianças. De acordo com Zamorano e Alsina (2020), as crianças naturalmente descrevem padrões na rua, por exemplo, quando percebem a diferença das cores ou das formas na calçada.

2.3.6 Currículo do Brasil sobre a *Early Algebra*

Nesta subseção trataremos apenas o currículo brasileiro no que diz respeito aos anos de alfabetização (1º e 2º anos do Ensino Fundamental). Isto porque, como na Educação Infantil não há qualquer indicação do trabalho com conceitos algébricos, mas nos anos do Ensino Fundamental há, então optamos por descrever os anos em que tais conceitos têm seu início do ponto de vista curricular. Para tanto, buscamos na BNCC (BRASIL, 2017) como é proposto e discutido a introdução da álgebra.

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo

uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2017, p. 270).

Como já exposto, a Álgebra é introduzida no Brasil a partir dos 6 anos de Idade, ou seja, nos anos iniciais do Ensino fundamental e os conceitos a serem explorados para os anos de alfabetização serão apresentados no quadro abaixo.

Quadro 4 - Conceitos algébricos para os anos de alfabetização (BNCC)

Matemática no 1º ano		
UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADE
Álgebra	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências	(EF01MA09) organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
Álgebra	Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seqüências numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)	(EF01MA10) descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
Matemática no 2º ano		
UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADE
Álgebra	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas	(EF02MA09) construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
Álgebra	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na seqüência	(EF02MA10) descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. (EF02MA11) descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

Fonte: (BRASIL, 2017)

Os cinco países apresentados nessa pesquisa desenvolvem trabalhos específicos com crianças a partir dos 3 anos de idade sobre *Early Algebra*, o Brasil somente inicia aos 6 anos. As buscas por esses documentos curriculares contribuíram para o desenvolvimento desse tema no Brasil, visto que até o momento não foram encontrados trabalhos específicos a essa temática. Nosso foco nesta pesquisa será mostrar as manifestações do raciocínio funcional por meio de

tarefas que envolvem a exploração de padrões para ampliação dos debates sobre a formação inicial do raciocínio funcional na Educação Infantil.

2.4 Formação inicial do raciocínio funcional na Educação Infantil

Para desenvolver o raciocínio funcional na Educação Infantil é muito importante iniciar com atividades que sejam de fácil compreensão para as crianças e que estejam dentro do contexto do qual elas fazem parte. As ações pedagógicas usadas pelo professor nesse processo precisam promover um ambiente em que as crianças possam explorar, modelar o mundo a sua volta, participar das ações propostas e construir de forma autônoma novos conhecimentos.

Uma dentre as formas abordadas por muitos pesquisadores para iniciar o os conceitos algébricos com crianças menores de 6 anos é a exploração de padrão em sequência (PALHARES e MAMEDE, 2002; SALVATERRA, 2017; ZAPATERA, 2018; ALSINA, 2019; REIMÃO, 2020). Ainda de acordo com alguns pesquisadores, a generalização de uma sequência pode ser representada por meio de uma função. Por exemplo, em um padrão do tipo (ABB AB BB ABBBB...), em que o objetivo é continuar uma sequência crescente⁸, para encontrar o próximo valor de B será necessário saber o dobro do valor da última posição de B e dela subtrair o valor do elemento A (que é constante). Essa situação pode ser representada pela função $f(x)=2x-1$.

Dessa forma, esse tipo de raciocínio pode ser estimulado nas crianças pequenas, não de forma convencional como apresentada no exemplo anterior, mas de forma lúdica, dentro do contexto da Educação Infantil, com atividades que estimulem a imaginação, as experiências variadas por meio de brinquedos, brincadeiras, gestos, sons e ações diversas. Como já foi dito, a exploração de padrões contribui para o desenvolvimento do raciocínio funcional e, de acordo com Zapatera (2017), para a Educação Infantil são recomendadas atividades com padrões de repetições por serem mais simples e de fácil compreensão pelas crianças. Ele salienta, ainda, que, para desenvolver a compreensão dos padrões, o professor deve promover experiências

⁸ Uma sequência crescente é aquela em que cada termo muda de forma previsível relativamente ao termo anterior, prolongando-se de forma regular, de modo a promover um crescimento à sequência (Vale *et al.*, 2009).

contínuas com padrões repetitivos, sempre incentivando as crianças a explorar, ampliar e descobrir o domínio da formação para que as elas cheguem a ter alguma generalização.

2.4.1 O desenvolvimento do raciocínio funcional a partir dos campos de experiências da BNCC

A BNCC (BRASIL, 2017), documento de caráter normativo define para as crianças da Educação Infantil, direitos e objetivos de aprendizagem visando o seu desenvolvimento por meio das interações e a brincadeiras assegurando-lhes

Os direitos de *conviver, brincar, participar, explorar, expressar-se e conhecer-se*, a organização curricular da Educação Infantil na BNCC está estruturada em cinco **campos de experiências**, no âmbito dos quais são definidos os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento (BRASIL, 2017, p.40).

Desenvolver propostas pedagógicas a partir das experiências das crianças contribui para uma educação que respeite a criança como centro do processo de aprendizagem.

Para desenvolver o raciocínio funcional na Educação Infantil podemos pensar na interação dos cinco campos de experiência, pois uma proposta pedagógica não pode ser pensada de forma desarticulada como dividir as aprendizagens em “caixinhas”, mas pensar no desenvolvimento da criança de forma integral permitindo a ela o acesso a diversas formas de aprender.

Quando construímos uma proposta de atividades para desenvolver um conhecimento específico que no nosso caso é o raciocínio funcional, atividades estas que envolvem situações com desenhos que corresponde a linguagem escrita das crianças nessa faixa etária, material manipulativo que está relacionado aos brinquedos que estão presente no contexto da criança tanto no convívio da criança em casa como na escola e os movimentos do corpo que estão relacionados as brincadeiras comuns no universo infantil perpassamos pelos cinco campos de experiência.

CAPÍTULO 3. CAMINHOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo descreveremos os caminhos metodológicos percorridos por nosso estudo. Iniciaremos tecendo comentários sobre o tipo de pesquisa que realizamos, do ponto de vista teórico-metodológico. Na sequência descreveremos o contexto no qual ela foi realizada e depois o nosso desenho do estudo, dentro do qual são descritos os participantes e apontadas as variáveis de pesquisa. Por fim, serão apresentados o Material pedagógico no âmbito de três *settings* distintos: Papel & lápis, Material Manipulativo, e Movimento Corporal contendo as atividades, e seus respectivos objetivos, que foram propostas para as crianças.

3.1 A pesquisa do ponto de vista teórico-metodológico

A partir do objetivo deste estudo, qual seja, investigar a existência do raciocínio funcional em crianças de 4 e 5 anos, apontando as circunstâncias em que ele se apresenta e como se apresenta, pretendemos responder ao seguinte questionamento: como as crianças entre 4 e 5 anos apresentam o Raciocínio Funcional? E em que circunstâncias ele se apresenta e como? Para tanto, elaboramos um plano de pesquisa para coletar os dados e, a partir deles, ter subsídios para analisar as estratégias que as crianças utilizam para resolver as atividades propostas no âmbito de três *settings* distintos: manipulativo, Papel & Lápis e corporal. Nesses três *settings*⁹ o foco das atividades reside em nos subsidiar para entendermos como o raciocínio funcional se manifesta.

⁹ O termo inglês *setting* em tradução literal significa ambiente, mas nesta pesquisa seu significado é mais amplo, pois o estamos usando no mesmo sentido que Magina (1994), para quem o *setting* são sistemas representacionais.

Trata-se um estudo exploratório que busca compreender de que forma as crianças na Educação Infantil manifestam o raciocínio funcional por meio das atividades diagnósticas propostas. Nossa intenção foi não intervir, do ponto de vista do ensino, nas estratégias que as crianças lançaram mão para lidar com as atividades propostas a elas, mas fizemos muitas perguntas para melhor entender suas ações.

Nessa perspectiva, utilizamos o método clínico (piagetiano) (CARRAHER, 1989) para efetuar as entrevistas com as crianças, enquanto elas atuam frente às atividades propostas dentro dos três *settings* do estudo. Esclarecemos que tanto esse método de coleta, como os *settings* serão mais bem descritos nas próximas seções.

3.2 O contexto da pesquisa

A investigação ocorreu com crianças de idade entre 4 e 5 anos que frequentam uma instituição pública de Educação Infantil localizada na cidade de Ilhéus-Bahia. Esta instituição funciona nos turnos matutino e vespertino¹⁰. A escolha da instituição se deu por motivos pragmáticos, quais sejam, acessibilidade aos professores e ao corpo diretivo da mesma. Também pela disponibilidade e interesse de duas das professoras em permitir que nosso estudo fosse realizado com parte de seus alunos. Além disso, a equipe gestora demonstrou interesse em trabalhar com o tema que desenvolvemos na presente pesquisa. Para tanto nos comprometemos a realizar um workshop com o corpo docente da escola para apresentar nossos resultados e, ainda, para discutir as possibilidades do trabalho com a *Early Álgebra* na Educação Infantil. Essa ação acontecerá tão logo tenhamos concluído nosso estudo.

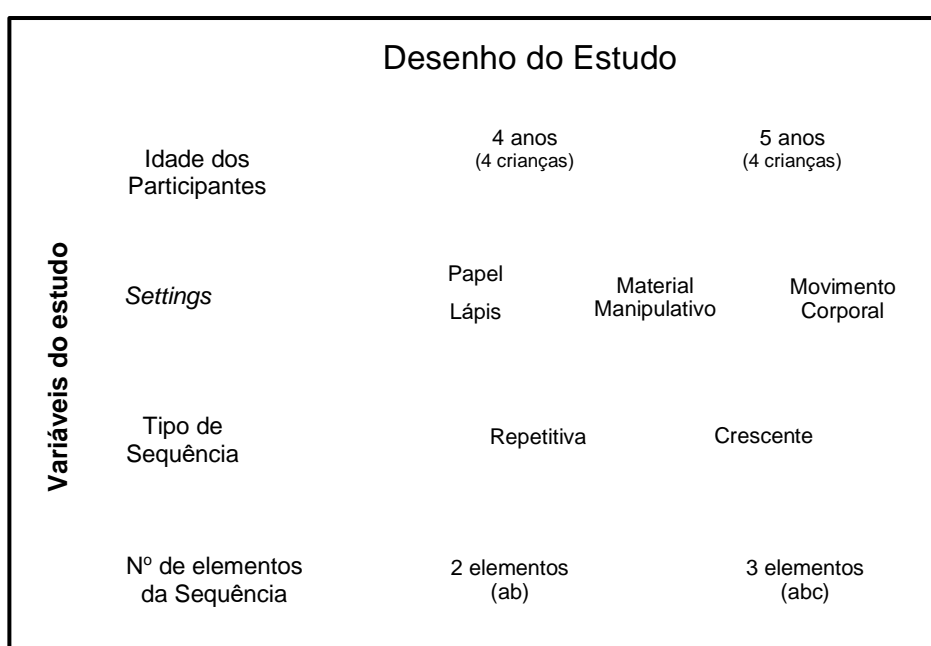
3.2 Desenho do estudo

Apresentaremos nessa seção o delineamento da pesquisa que aconteceu a partir de quatro variáveis. A primeira diz respeito aos participantes da pesquisa que serão crianças de 4 e 5 anos, matriculadas na Educação Infantil. A segunda variável trata-se dos *settings* que serão

¹⁰ O termo de concordância da realização da pesquisa foi assinado pelo diretor da escola, e seu modelo, preservando o anonimato da escola e do diretor encontra-se em anexo, ao final deste projeto.

três, Papel & Lápis que está relacionado às representações icônicas, o *setting* Material Manipulativo aquele relacionado aos brinquedos e brincadeiras comuns na Educação Infantil e o Movimento Corporal em que o corpo da criança é o próprio ambiente. Temos como terceira variável o tipo de padrão em sequência que serão repetitivos, quando A e B se repete sucessivamente (AB, AB, AB,...), ou crescente, quando A ou B se repete sucessivamente, mas aumentando a quantidade de uma das variáveis (AB, ABB, ABBB...) a quarta e última variável refere-se ao número de elementos de cada sequência que serão dois (AB) e três elementos (ABC). O esquema abaixo faz uma síntese das variáveis apresentadas nesta pesquisa.

FIGURA 2 - Desenho do estudo



Fonte: Elaborado pela autora

A partir dessas variáveis, foram observados a compreensão das crianças em relação às manifestações do raciocínio funcional, as estratégias que elas utilizam para resolver as atividades propostas, bem como as suas limitações e potencialidades.

3.2.1 Os Participantes da Pesquisa

Participaram da pesquisa quatro crianças da Educação Infantil, sendo duas crianças de 2 anos e duas crianças de 5 anos. As quatro crianças passaram, individualmente por apenas uma seção, dentro da qual as atividades diagnósticas que compõem cada um dos três *settings*, foram apresentadas. No que tange à metodologia de coleta de dados, ocorreu por intermédio do método clínico (piagetiano). Este método busca entender “como a criança raciocina, como descobre novos instrumentos” (BRINGUIER, 1993, p. 40) para lidar com a situação e os conceitos nela envolvidos. A finalidade deste método é entender como pensa o sujeito, como elabora as respostas aos contra-argumentos do examinador (CARRAHER, 1989).

A escolha da faixa etária e do grupo de crianças para essa pesquisa está atrelada ao conhecimento que a ciência ainda busca sobre o que pensam e fazem crianças na Educação Infantil quando estão diante de situações relativas a conceitos pertinentes à relação funcional. De nossa parte, encontramos estudos na literatura brasileira que tenham investigado o raciocínio algébrico, ou funcional, de crianças de 4 e 5 anos, contudo o que observamos é que são escassos. Outro fator importante para essa escolha é o fato da obrigatoriedade de matrícula na educação básica de crianças a partir dos 4 anos, previsto na Emenda Constitucional nº 59/2009. Esta emenda é confirmada pela lei 12796 de 4 de abril de 2013 que altera a Lei de Diretrizes e Bases da educação no que tange a obrigatoriedade e gratuidade da educação básica dos 4 aos 17 anos de idade. Sendo assim, embora não haja um documento específico com propostas pedagógicas para essa etapa educacional, é importante iniciar a discussão sobre o tema ainda na Educação Infantil, já que esta faz parte integrante da educação brasileira. De mais a mais, é previsto na BNCC o trabalho que incentive o pensamento algébrico de crianças a partir do 1º ano, ou seja, crianças com 6 anos.

3.2.2 Os *Settings* da Pesquisa

Como mencionado anteriormente, nesta pesquisa usaremos três *settings*. O *setting* Papel & Lápis - P&L- (representação bidimensional de elementos passíveis de existir no mundo tangível) que consiste da prática escrita, sendo que essa escrita pode ser convencional ou por meio de formas pictóricas. Lautert e Spinillo (1999, p. 25) esclarecem que a representação pictográfica se refere a “grafismos que ilustram tanto a numerosidade como a aparência dos







elementos”. Assim, neste *setting* serão apresentadas atividades de padrão em sequência nas quais as crianças poderão responder com desenhos.

O *setting* Material Manipulativo - MM – (representação tridimensional) corresponde ao ambiente em que os materiais concretos serão usados como recursos didáticos em diversas situações pedagógicas. Esses materiais são confeccionados com diversos materiais como madeira, plásticos, borracha e muitos outros. Além de serem materiais que as crianças podem tocar, sentir, manipular que podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem. Nesse *setting* serão apresentadas às crianças atividades de padrão em sequência, correspondentes às atividades do papel & lápis que as crianças responderão com materiais concretos, ou seja, com brinquedos usados nas práticas educativas na Educação Infantil que são: peças de figuras geométricas espaciais confeccionadas com madeiras, peças de lego com material de plástico, miçangas com material de MDF e massinha de modelar.

Por fim, o terceiro *setting*, intitulado Movimento corporal – MC – (o sistema representacional é o próprio corpo da criança, a partir do qual som e movimento serão produzidos) corresponde à ação corporal realizada pela criança segundo uma sequência a ela apresentada. Entendemos que situações didáticas que envolvem os movimentos corporais são positivas quando fazem parte da rotina da Educação Infantil. Permitindo, por exemplo, que as crianças utilizem suas expressões corporais para expressar ideias, conceitos e, ainda, ajudar nas interações com seus pares. Este *setting* também tem sustentação na teoria piagetiana, no sentido de considerar que na idade que estamos pesquisando (4 e 5 anos) a criança ainda apresenta um pensamento egocêntrico, no qual há uma indiferenciação entre a própria atividade da criança e as transformações do objeto (PIAGET, 1999). Nas atividades envolvendo o *setting* Movimento Corporal as crianças representarão a sequência em padrão com movimentos que serão produzidos com seu corpo, por exemplo, com palmas, com movimentos dos membros, com a fala. Essas atividades também correspondem às atividades dos *settings* Papel & Lápis e Material Manipulativo.

3.2.3 Tipo de Padrão em Sequência

Nesta seção apontaremos os tipos de padrão de sequências. Foram considerados nesta pesquisa dois tipos de padrão. O padrão repetitivo que pode ser entendido como aquele em que é possível identificar uma repetição em seus elementos. Esse é o caso de uma sequência

numérica do tipo (1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3) ou pictórica (     ) de dois ou mais elementos. Já o Padrão de crescimento que pode ser representado por uma sequência que um ou mais elementos da sequência aumente de quantidade cada vez que aparece, como, por exemplo, na sequência alfabética na qual que o elemento “B” aumenta de quantidade a cada nova aparição (AB ABB ABBB). Novamente podemos ter padrão de sequência crescente desde dois até N elementos. Além disso, seus elementos podem ser numéricos, alfabéticos, pictóricos, icônicos.

3.2.4 Quantidade de elementos da sequência

No que se refere à quantidade de elementos em cada sequência tivemos, sequência com dois elementos (ABAB) e com três elementos (ABC ABC) para as sequências de padrões repetitivos. Quanto às sequências de dois e três elementos crescentes, teremos, respectivamente, (AB ABB) e (ABC ABCCC ABCCCC)

3.4 O Material pedagógico

O material pedagógico é composto por quatro atividades de padrão em sequência, sendo duas de sequência repetitiva, uma com dois elementos e outra com três elementos e as outras duas envolvem duas de sequência crescente, sendo uma com dois elementos e uma com três elementos. Essas quatro atividades serão desenvolvidas nos três *settings*, P&P, MM, MC. Por causa da peculiaridade de cada *setting*, haverá adaptações nas atividades em cada um deles, porém a equivalência do conceito matemático entre elas serão mantidas.

O quadro 5 a seguir apresenta a distribuições das atividades, segundo as variáveis do estudo, quais sejam, os *settings*, o tipo de padrão em sequência e o número de elementos.

Quadro 5 - Estrutura do material pedagógico

	Tipo de padrão	Quantidade elementos	Ambiente Papel & Lápis	Ambiente Manipulativo	Ambiente Movimento Corporal
Padrão em Sequência	Repetitivo	2 elementos	Atividade 1	Atividade 1.1	Atividade 1.2
		3 elementos	Atividade 2	Atividade 2.1	Atividade 2.2
	Crescente	2 elementos	Atividade 3	Atividade 3.1	Atividade 3.2
		3 elementos	Atividade 4	Atividade 4.1	Atividade 4.2


Fonte: Elaborado pela autora


Podemos então afirmar que do ponto de vista matemático, as atividades se repetirão nos três ambientes. Com o intuito de evitar a memorização, as atividades serão apresentadas em situações distintas. A seguir serão apresentadas as atividades do P&L, as quais terão formato de livrinho, em que cada página terá apenas uma atividade no tamanho A4, com orientação paisagem. Imediatamente a cada atividade em P&L, virá a atividade que a ela corresponde nos outros dois ambientes (MM e MC).

3.4.1 Descrição das atividades dos instrumentos

As questões a seguir foram desenvolvidas com crianças da Educação Infantil em idade pré-escolar de 4 e 5 anos por meio do método clínico piagetiano para investigar a presença do Raciocínio Funcional de crianças, de 4 e 5 anos, apontando as circunstâncias em que ele se apresenta e como se apresenta.

FIGURA 3: Atividade 1: Padrão em Sequência repetitiva de dois elementos, proposta para P&L

 Olá, preciso de ajuda! Vamos preencher os quadrinhos com essas carinhas de “feliz ou triste” para saber qual será a última carinha!



(i) Seguindo a sequência, que carinha você vai desenhar no próximo quadrinho?

(ii) E qual das carinhas você vai desenhar no quadrinho que está pintado de azul?

(iii) Para descobrir qual carinha desenhar no quadro azul, como você pensou?


Fonte: Elaborado pela autora

Essa atividade corresponde a uma sequência repetitiva com dois elementos ABAB (sendo A para carinha triste e B para carinha feliz) no *setting* P&L, em que a criança representará seu raciocínio com os desenhos dos elementos. Do ponto de vista do tipo de sequência e do número de elementos, é uma das atividades mais simples cognitivamente. O objetivo da atividade é lançar mão da capacidade visual da criança para que ela possa identificar a sequência repetitiva com dois elementos. Investigamos também se a criança consegue prever, antes mesmo de completar a sequência, qual seria a carinha a ser desenhada na última posição da sequência (quadrinho azul).

O questionamento (i) permitiu avaliar se e como a criança compreende a sequência e consegue continua-la. O questionamento (ii) investiga se a criança é capaz generalizar de alguma forma, a partir da observação do padrão em sequência apresentado (AB). A terceira (iii) busca identificar o raciocínio utilizado pela criança para descobrir qual carinha ela deve desenhar no quadro azul. É possível que esse raciocínio seja representado apenas oralmente ou mesmo com gestos.

FIGURA 4: Atividade 1.1 Padrão em Sequência repetitiva de dois elementos, proposta para MM

Nesta atividade usaremos peças de madeira. Peças de cor laranja em formato de paralelepípedo e peças de cor verde em formato de cilindro. As peças serão colocadas em cima da mesa formando uma sequência como indica a imagem a baixo.



Em seguida será solicitado às crianças que continuem a sequência. Serão feitas às crianças perguntas semelhantes as da atividade 1 de P&L.

Perguntas:

- (i) Seguindo a sequência, qual será a próxima peça que você vai colocar?
- (ii) Escolha mais três peças e continue a sequência? Qual será a última peça que você vai colocar?
- (iii) Como você pensou para descobrir qual seria a última peça?

Fonte: Elaborada pela autora.

Essa atividade corresponde a sequência repetitiva com dois elementos ABAB (sendo A o paralelogramo de cor laranja e B o cilindro de cor verde) no *setting* MM, que consiste em construir a sequência por meio de brinquedos (peças de madeira). Ela tem a mesma

correspondência em termos matemáticos da atividade 1 do *setting* P&L. O objetivo da atividade é lançar mão da capacidade visual e manipulativa da criança para que ela possa identificar a sequência repetitiva com dois elementos, usando materiais concretos. Para essa atividade no ambiente manipulativo foram utilizadas peças de madeira no formato de paralelepípedo e cilindro.

O questionamento (i) permite avaliar se e como a criança compreende a sequência e consegue continua-la. O questionamento (ii) investiga se a criança é capaz de fazer alguma generalização, ao escolher as três peças. A terceira (iii) busca identificar o raciocínio utilizado pela criança para descobrir qual deve ser a última peça a ser colocada. É possível que esse raciocínio seja representado por gestos, expressões ou explicações orais.

Nossa expectativa é que o sistema representacional manipulativo que envolve material do mundo tangível com interação direta com a criança poderá facilitar o entendimento desta sobre o padrão.

FIGURA 5 - Atividade 1.2 Padrão em Sequência repetitiva de dois elementos, proposta para MC

Esta atividade corresponde a atividade 1 do ambiente papel e lápis (padrão repetitivo ABABAB). E para caracterizar os dois elementos termos três movimentos.

1. Bater Palma
2. Mostrar os polegares

Agora vou ensinar uma brincadeira pra você!

- Eu vou fazer esses movimentos (Bater Palma, mostrar os polegares) e depois você terá que repetir os movimentos sozinhos.

No momento em que a criança estiver realizando os movimentos a pesquisadora pedirá para ela executar movimentos específicos com a finalidade de perceber as manifestações do raciocínio funcional pela criança ao realizar os movimentos


Fonte: Elaborado pela autora.

Essa atividade corresponde a sequência repetitiva com dois elementos (AB AB...) no ambiente MC, que consiste nas crianças realizar movimentos com o corpo construindo uma sequência repetitiva com dois elementos, sendo A bater palma e B mostrar os dois polegares. O objetivo dessa atividade é saber se a criança compreende e continua a sequência repetitiva, com dois elementos, com movimentos de seu corpo.

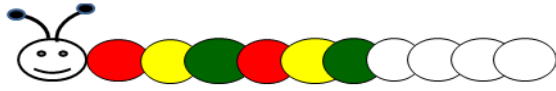
A criança manifestará o raciocínio funcional se ela observar e compreender que há uma alternância entre os movimentos (bater palma/mostrar os polegares) ao continuar os movimentos da sequência feitos pela pesquisadora. É importante perguntar à criança: Como é a ordem dos comandos dessa brincadeira? Como você pensou para realizar os movimentos dessa forma? Assim será possível entender o seu raciocínio.

Nossa expectativa é que pelo fato de envolver situações lúdicas que são comuns na prática pedagógica da Educação Infantil as crianças tenham mais facilidade em compreender e continuar a sequência. Também entendemos que por envolver apenas dois elementos esse tipo de padrão repetitivo é mais fácil ser compreendido pelas crianças.

FIGURA 6 - ATIVIDADE 2: Padrão em Sequência repetitiva de três elementos, proposta para P&L



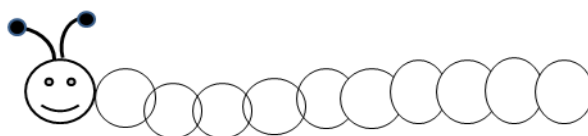
Vamos conhecer uma lagartinha chamada Aghata, ela tem umas cores bem diferentes. Todo o corpo da Aghata tem essas cores nessa sequência.



Vamos seguir essa mesma sequência e colorir a Aghata para ela ficar mais feliz.

(i) Como você pensou para seguir essa sequência?

Aghata gosta de muitas cores. Então, você pode escolher três cores diferentes e criar sua própria sequência para colorir a Aghata.



Fonte: Elaborada pela autora.

Essa atividade corresponde a sequência repetitiva com três elementos (ABC ABC...), para ser respondida pela criança com desenhos. O objetivo é que a criança possa expressar que os três elementos que se repetem formam o padrão da sequência (cor vermelha, cor amarela e cor verde). Nessa ação a criança terá que completar a lagartinha com as cores que faltam observando o padrão e seguindo a sequência pré-estabelecida. No entanto, se a criança decidir criar um novo padrão para completar a lagartinha e argumentar sua decisão é possível dizer que ela teve algum nível de generalização.


A segunda proposta dessa atividade consiste na criança escolher três outras cores para pintar a lagartinha, pois se trata de um padrão repetitivo com três elementos. Esperamos que

nessa proposta seja possível observar se a criança usou o raciocínio funcional para colorir a lagartinha mesmo se ela colorir com apenas duas cores ou mesmo repetir mais de uma vez uma das cores. Durante toda a resolução é imprescindível que a criança seja instigada a argumentar duas escolhas, para que possamos observar se houve ou não um processo de generalização.

Pelo fato ser uma sequência com três elementos essa atividade este seja um fator de dificuldade diferente daquele encontrado na sequência com dois elementos. É possível que as crianças tenham mais dificuldade em observar o padrão da sequência.

FIGURA 7 - ATIVIDADE 2.1: Padrão em Sequência repetitiva de três elementos, proposta para MM


Para essa atividade usaremos pecinhas de “lego” brinquedos comuns na prática pedagógica da educação infantil.



Peças de lego

Introdução da atividade:

Vamos construir um trem bem grande com essas pecinhas (a pesquisadora montará as primeiras peças). Olha como ficou!



Ilustração

Agora é a sua vez!

(i) Qual será a próxima pecinha que você vai colocar para que o trem fique ainda maior?

Serão escolhidas pela pesquisadora 3 peças, sendo uma azul, uma verde e uma vermelha, para que a criança termine a sequência.

(ii) Se você encaixar essas 3 peças, qual será a última que você vai encaixar?

(iii) Como você pensou para saber qual será a última peça?

Fonte: elaborado pela autora

Essa atividade aborda uma sequência repetitiva com três elementos (ABC ABC...), que corresponde a atividade 2 no ambiente P&L. Tem como objetivo contribuir como uma possibilidade a mais no que se refere as manifestações do raciocínio funcional nas crianças da EI, também que as crianças percebam a regularidade das cores do trem e desenvolver a compreensão sobre essa regularidade. Para essa atividade usamos peças plásticas de montar do tipo “lego”, material muito comum nas práticas pedagógicas da EI.

Esperamos que as crianças continuem a sequência repetitiva com três elementos, seguindo a regularidade (peça vermelha, peça azul e peça verde). Nossa expectativa com o questionamento (i) é que a criança encaixe a pecinha vermelha. Após entregar três peças para a criança completar a sequência no questionamento (ii), observaremos quais estratégias ela vai usar para completar a sequência. O questionamento (iii) servirá para compreender qual o raciocínio foi usado pela criança para dar a resposta. É possível que as respostas dadas pela criança no questionamento (iii) indiquem alguma generalização.

FIGURA 8 - ATIVIDADE 2.2 Padrão em Sequência repetitiva de três elementos, proposta para MC

Esta atividade corresponde a atividade 2 do ambiente papel e lápis. E para caracterizar os três elementos temos três movimentos.

1. Mãos para cima
2. Mãos para baixo
3. Um pulo

Neste ambiente dos movimentos a pesquisadora vai observar se a criança consegue fazer os movimentos na sequência.

Atividade

Agora vou ensinar uma brincadeira pra você!

- ✓ Eu vou fazer esses movimentos (mãos para cima, mãos para baixo, um pulo) e depois você terá que repetir os movimentos sozinhos.

No momento em que a criança estiver realizando os movimentos a pesquisadora pedirá para ela executar movimentos específicos com a finalidade de perceber as manifestações do raciocínio funcional pela criança ao realizar os movimentos.

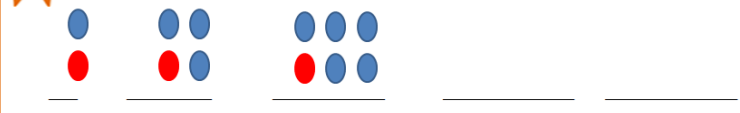
Fonte: elaborado pela pesquisadora

Essa situação de atividade no *Setting* da MC tem a mesma correspondência matemática da atividade 2 e 2.1. Trata-se de uma sequência repetitiva com três elementos (ABC...), seguindo as orientações da pesquisadora a criança repetirá a sequência dos movimentos indicado e depois deverão realizar sozinha a sequência.

O objetivo dos três questionamentos é observar se a criança compreendeu a sequência e se consegue continuar. Também é saber se houve um raciocínio funcional para executar os movimentos. Nossa expectativa é que por se trata de brincadeiras muito comuns na Educação Infantil as crianças consigam apresentar alguma generalização.

FIGURA 9 - ATIVIDADE 3: Padrão em Sequência crescente de dois elementos, proposta para P&L

Preciso descobrir o segredo de Isac. Ele estava brincando com suas bolinhas e arrumou de forma diferente. Ela arrumou em vários grupos diferentes.



(i) Quantas bolinhas terá próximo grupo?
(ii) E depois?
(iii) Quantas bolinhas vermelhas têm em cada grupo?
(iv) A quantidade de bolinhas vermelhas é igual à quantidade de bolinhas azuis em cada grupo?
(v) Você conseguiu descobrir o segredo de Isac?

Fonte: Elaborada pela autora.

Essa atividade refere-se a uma sequência crescente com dois elementos (bolinha vermelha, bolinha azul), na qual espera-se que as crianças representem seu raciocínio por meio de desenhos. Por se tratar de um padrão crescente consideramos como uma atividade mais complexa cognitivamente, pois para responder a essa atividade a criança necessita de outros conhecimentos por exemplo, noções de contagem, relacionar quantidade, conhecer cores, entre outros. O objetivo é a criança observar que, a cada posição, a quantidade de bolinha vai aumentando. A partir do próprio desenho das bolinhas, ícones, gestos ou oralmente, a criança poderá representar sua resposta.

A finalidade dos questionamentos (i) e (ii) é saber se a criança consegue generalizar. É possível que a criança entenda que houve um crescimento, mas que não consiga dizer com exatidão a quantidade de bolinhas que terá no próximo grupo mesmo assim será possível saber se houve ou não o raciocínio funcional.

Os questionamentos (iii) e (iv) tem como objetivo saber se a criança observou que houve diferença na quantidade de bolinhas vermelhas e azuis. A partir das respostas das crianças será possível entender as manifestações do raciocínio funcional. No questionamento (v) será possível perceber as estratégias que as crianças utilizaram para solucionar o problema.


Nossa expectativa é que as crianças apresentem dificuldades por se tratar de uma sequência envolvendo padrão de crescimento. É possível que as crianças observem o crescimento a cada novo grupo, mas que não consiga dizer o número exato de bolinhas que terá

em cada grupo. Acreditamos que elas perceberam que em cada grupo há apenas uma bolinha vermelha, mas que não saberá dizer quantas bolinhas azuis terão cada grupo subsequente.

FIGURA 10 - Atividade 3.1 Padrão em Sequência crescente de dois elementos, proposta para MM

O objetivo desta atividade é que a criança perceba que se trata de uma sequência crescente tipo ABABBABBB, cuja finalidade é agrupar as bolinhas de modo que a cada grupo a quantidade de bolinhas seja o dobro da posição que o grupo de bolinhas ocupa. Também é importante que a criança perceba que há duas cores de bolinhas (vermelha e verde) e que a bolinha verde em cada grupo será sempre uma.

A pesquisadora disponibilizar as bolinhas e pedirá para criança observar os três primeiros grupos que foram formados com a sequência ABABBABBB. Em seguida perguntar:



(i) Quantas bolinhas terá próximo grupo?
(ii) E depois?
(iii) Quantas bolinhas verdes têm em cada grupo?
(iv) A quantidade de bolinhas vermelhas é igual à quantidade de bolinhas verdes em cada grupo?
(v) Você conseguiu descobrir o segredo das bolinhas?

Fonte: Elaborada pela autora

A atividade 3.1 tem a mesma equivalência da atividade 3 e corresponde a um padrão crescente com dois elementos. Em que as crianças podem representar seu raciocínio, com materiais manipulativos, que são bolinhas de MDF. Os questionamentos dessa atividade seguem a mesma regra da atividade correspondente no P&L. O principal objetivo é saber se a criança identifica o tipo de padrão, ou seja, se ela observa que houve um aumento na quantidade de elementos a cada nova posição.

Não é esperado que a criança diga com exatidão a quantidade de elemento, mas perceberemos que houve um entendimento se ela somente responder que a quantidade de elementos aumentou em relação ao anterior. Será importante também observar se a criança percebeu que a quantidade de bolinha verde não muda a cada novo grupo e o que vai ser acrescentando é a quantidade de bolinhas vermelhas. Esperamos que as crianças tenham mais facilidade em resolver essa questão por envolver materiais manipulativos que permitem um movimento mais dinâmico e diante dos questionamentos feitos às crianças elas podem mudar as estratégias adotadas.

FIGURA 11- Atividade 3.2 Padrão em Sequência crescente de dois elementos, proposta para MC

Esta atividade corresponde a atividade 3 do ambiente papel e lápis. Neste ambiente relacionado ao movimento corporal teremos dois movimentos. Um movimento constante (mãos para cima) e um movimento que vai crescendo a cada tentativa (toques na mesa).

1. Palma;
2. Um toque na mesa;
3. Palma;
4. Dois toques na mesa;
5. Palma;
6. Três toques na mesa;
7. Palma;
8. Quatro toques na mesa;
9. Palma;
10. Cinco toques na mesa;


Fonte: Elaborada pela autora


Nessa atividade devemos observar se a criança consegue fazer os movimentos na sequência. No momento em que a criança estiver realizando os movimentos a pesquisadora pedirá para ela executar movimentos específicos com a finalidade de perceber as manifestações do raciocínio funcional pela criança ao realizar os movimentos.

Trata-se de atividade que requer um movimento constante (movimento 1) e um movimento que vai aumentando a cada tentativa (movimento 2). O objetivo desta atividade é investigar se as atividades corporais ajudam (ou dão pistas) a criança para identificar e dar continuidade a uma sequência de padrão crescente do tipo ABABBABBB.

Nossa expectativa é que a ação da criança sobre seu próprio corpo possibilite que a mesma identifique que há mudança, com relação ao toque na mesa, a cada rodada. As atividades envolvendo o movimento do corpo costumam ser muito utilizadas na rotina da EI e permitem o reconhecimento do mundo a seu redor mais rápido, porque atua na perspectiva egocêntrica, própria da idade (PIAGET, 1999).

FIGURA 12 - Atividade 4 Padrão em Sequência crescente de três elementos, proposta para P&L


 Eu tenho uma amiguinha chamada Duda. Ela gosta de ficar olhando céu com o seu pai. Ela desenha no caderno as estrelas que vê no céu. Veja os três desenhos que ela fez.



(i) Você conseguiu observar alguma coisa diferente no desenho de Duda?
 (ii) Para completar o desenho de Duda como deve ficar o desenho do próximo grupo?
 (iii) Como você pensou para descobrir que era essa quantidade de estrelas vermelhas, amarelas e azuis?

Fonte: Elaborada pela autora


A atividade 4 é uma proposta pedagógica que envolve um padrão de crescimento com três elementos (estrela vermelha, estrela amarela e estrela azul). O objetivo dos três é saber se as crianças apresentam alguma generalização ou pelo menos perceber que há um padrão de crescimento. Essa proposta envolve três elementos diferentes o que pode dificultar o entendimento das crianças por ser mais complexa, mas nosso objetivo é observar se diante de uma situação como essa criança apresenta um raciocínio funcional e, em caso afirmativo, qual seria seu argumento.

É possível que ao se deparar com essa situação as crianças apresentem dificuldade maior do que aquela apresentada nas atividades 3, 3.1 e 3.2, por envolver um número maior de elementos (3). É provável que as crianças observem que em cada grupo houve um crescimento, mas pode ser que não consiga dizer o número exato de estrelinhas que terá em cada grupo. É provável que elas percebam que a quantidade de estrelas em cada grupo é diferente, mas dificilmente saberá fazer alguma generalização.

FIGURA 13 - Atividade 4.1. Padrão em Sequência crescente de três elementos, proposta para MM

Nesta atividade usaremos massinha de modelar com três cores diferentes para caracterizar os três elementos referentes a atividade 4 de papel e lápis elementos.

Vamos construir uma lagarta bem grande, eu vou começar e você deve continuar a sequência.



- (i) Qual é a próxima cor que vamos colocar?
- (ii) Quantas vamos colocar dessa cor que escolheu?
- (iii) E depois qual é a cor que vamos colocar? E quantas dessa?
- (iv) Agora que você colocou a amarela e a rosa, quantos vamos colocar da verde? Como pensou para descobrir essa quantidade?

Fonte: Elaborada pela autora

Essa atividade apresenta um padrão de crescimento com três elementos na qual crianças podem apresentar seu raciocínio com material manipulativo (massinha de modelar) e tem como objetivo investigar se as crianças conseguem observar o crescimento no padrão proposto e se elas conseguem continuar a sequência. Os questionamentos (i), (ii) e (iii) permitirá saber se a criança apresenta um raciocínio funcional para responder a situação proposta. Com o questionamento (iv) será possível identificar as estratégias de ação que essas crianças lançam mão na sua interação com padrões de crescimento por intermédio de MM.

Esperamos que nessa atividade as crianças se saiam melhor do que na atividade 4, por se tratar de uma situação envolvendo materiais manipulativos.

FIGURA 14: Atividade 4.2 Padrão em Sequência crescente de três elementos, proposta para MC

Neste ambiente teremos três elementos: (mãos na cabeça; mãos nos ombros e mãos nos joelhos)

➤ Os movimentos seguirão da seguinte forma:

1. Mãos na cabeça
2. Mãos nos ombros
3. Mãos nos joelhos
4. Mãos na cabeça
5. Mãos nos ombros
6. Mãos nos joelhos
7. Mãos nos joelhos
8. Mãos na cabeça
9. Mãos nos ombros
10. Mãos nos joelhos
11. Mãos nos joelhos
12. Mãos nos joelhos
12. Mãos nos joelhos....

Fonte: Elaborado pela autora

Essa atividade corresponde a uma situação de padrão em sequência com três elementos (ou três movimentos) no *setting* MC, que apresenta um grau de complexidade maior em relação às sequências repetitivas e crescentes com dois elementos. Para expressar seu raciocínio nessa situação pedagógica a criança precisa lançar mão de diversas estratégias, que envolvem, escuta, percepção, noções de contagem, etc.

O objetivo desta atividade é o de verificar se as crianças percebem, por meio dos movimentos corporais, que se trata de uma sequência de padrão crescente com três elementos em que há dois movimentos constantes (movimento 1 e 2) e um movimento que vai aumentando a cada tentativa (movimento 3).

Nossa expectativa é que para essa ação as crianças percebam a mudança a cada nova tentativa, pois as atividades envolvendo o movimento do corpo são as mais utilizadas na rotina da Educação Infantil. No entanto, por envolver muitos elementos para a manifestação de seu raciocínio é possível que as crianças não consigam repetir com exatidão a quantidade correta dos movimentos.

3.5. Produzindo os dados

Para produção dos dados sobre o raciocínio funcional das crianças, utilizaremos o “método clínico piagetiano” (PIAGET, BETH, MAYS, 1974; PIAGET, 1990; BRINGUIER, 1993), como já indicado no início do capítulo. Nesse método, cada participante será entrevistado individualmente, a partir de suas ações ao interagir com situações funcionais presentes nas atividades propostas nos três *settings*.

O referido método é desenvolvido da seguinte forma: i) apresenta-se uma tarefa à criança solicitando que ela a resolva; ii) durante a resolução da tarefa, vão sendo feitas perguntas referentes às ações da criança em sua interação com os elementos da atividade. “Há três ou quatro questões que serão sempre propostas, mas em torno disso, volta-se e explora-se todas as proximidades, sem, contudo, nos determos estritamente nas questões” (BRINGUIER, 1993, p. 40).

Escolhemos esse método por conta do período pandêmico em vivemos, pois para esta pesquisa é muito importante a participação das crianças. Para a obtenção dos dados foi disponibilizada pela instituição um espaço ao ar livre sendo possível um distanciamento entre a pesquisadora e as crianças. Serão seguidos todos os protocolos estabelecidos pela Organização Mundial de Saúde e também serão respeitados todos os decretos instituídos pelo estado da Bahia e pelo município de Ilhéus. Assim que for permitida a presença das crianças na Instituição nos momentos das entregas do material pedagógico elas passarão pelas atividades. Cada criança receberá seu material pedagógico que serão utilizados individualmente por ela, além disso, receberão um kit contendo máscara e álcool em gel 70%.

Com a intenção de registrar com fidelidade as ações e falas das crianças enquanto elas interagem com as atividades nos três *settings* da pesquisa todos os encontros serão vídeo gravados. Xxx Explique e defenda/justifique um pouco mais a importância desse registro. Fale

do registro em vídeo na introdução também, no momento em que for apresentar, brevemente, seu percurso metodológico lá. A finalidade das gravações é registrar não apenas as ações da criança em suas interações com as atividades do questionário nos três *settings*, bem como registrar suas respostas às perguntas que lhe serão feitas com a finalidade de esclarecer suas ações.

3.6 Procedimento para Análise dos dados

A análise dos dados coletados e produzidos foi feita a partir das respostas oferecidas pela criança na sua interação com as atividades propostas nos três diferentes *settings* (material pedagógico). Nesta análise, foram consideradas e comparadas as variáveis independentes do estudo, quais sejam: as idades, os *settings*, o tipo de sequência e a quantidade de elementos contidos nos padrões em sequência. Também buscamos investigar se a ordem em que as tarefas são apresentadas (variável independente) interfere nas estratégias utilizadas pelas crianças (variável dependente).

CAPÍTULO 4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Apresentaremos neste capítulo a análise dos dados produzidos por esta pesquisa. O critério de organização dessa análise será pelo tipo de sequência. Assim, o nosso primeiro olhar será para as situações que envolveram a sequência repetitiva (seção 4.1) seguido pela sequência crescente (seção 4.2). Dentro de cada sequência, consideraremos a quantidade de elementos distintos da sequência, iniciando a análise por aquelas com dois elementos e depois com três. Por fim, os três *settings* (sistemas representacionais): Papel e Lápis (P&L), Material Manipulativo (MM) e o Movimento Corporal (MC), serão considerados.

4.1 Sequências de padrão repetitivo

Nesta seção abordaremos as sequências que possuem o padrão repetitivo. Como já explicado anteriormente, uma sequência de padrão repetitivo pode ser entendida como aquela em que há uma ou um grupo de repetição que acontece de forma periódica. Threlfall (1999) discute que o uso de padrões repetitivos com crianças entre três e cinco anos estabelece um caminho para o trabalho com símbolos, um caminho conceitual para a Álgebra e um contexto para a generalização. No caso desta pesquisa, apresentamos um padrão repetitivo com dois elementos (A B A B) e um padrão repetitivo com três elementos (A B C A B C).


4.1.1 Sequência de padrão repetitivo com dois elementos Setting Papel e Lápis (P&L)

No *setting* P&L, as crianças não tiveram dificuldades em identificar o padrão e continuar a sequência, todas elas conseguiram identificar qual era o próximo elemento (generalização local) e três delas previram corretamente qual seria a carinha da última posição, numa indicação de generalização global.

Figura 15 - Resposta de Duda, 5 anos, para a atividade 1 - sequência repetitiva com dois elementos no *setting* P&L

ATIVIDADE 1: AMBIENTE PAPEL E LÁPIS (REPETITIVO) ABABAB

Olá, preciso de ajuda! Vamos preencher os quadrinhos com essas carinhas “triste ou feliz” para saber qual será a última carinha!



(i) Seguindo a sequência, que carinha você vai desenhar no próximo quadrinho?

(ii) E qual das carinhas você vai desenhar no quadrinho que está pintado de azul?

(iii) Para descobrir qual carinha desenhar no quadro azul, como você pensou?

Fonte: dados da pesquisa

A seguir, transcrevemos um trecho de um diálogo entre a pesquisadora e uma das crianças de 5 anos, em que se busca identificar o raciocínio generativo dela.

Extrato 4.1.1 Diálogo da pesquisadora com Duda na sequência repetitiva de 2 elementos no P&L

PESQUISADORA: Vamos preencher os quadrinhos com essas carinhas de “triste ou feliz” para saber qual será a última carinha!

Que carinhas você está vendo aqui? O que estas carinhas estão dizendo pra gente?

DUDA: Feliz, triste, feliz, zangado

PESQUISADORA: Precisamos ajudar o padrãozinho a preencher todos esses quadrinhos com essas carinhas seguindo a mesma sequência. Tá bem?

DUDA: tá bem!

PESQUISADORA: Vamos fazer juntas a sequência [feliz, triste, feliz, triste], qual a carinha que vamos desenhar no próximo quadradinho?

DUDA: feliz

PESQUISADORA: Por que não pode ser triste?

DUDA: Porque é uma feliz e uma triste (desenha a carinha feliz)

PESQUISADORA: Então o próximo será triste ou feliz?

DUDA: triste (desenha a carinha triste)

PESQUISADORA: E depois?

DUDA: Feliz (não desenha)

PESQUISADORA: Agora, sem fazer os próximos desenhos eu quero você me diga que carinha

PESQUISADORA: vamos desenhar no quadrinho azul. Sempre seguindo a sequência.

[Ela observa a sequência e responde]

DUDA: eu vou desenhar a feliz

PESQUISADORA: Por que você vai desenhar a feliz e não a triste?

DUDA: Porque quando meu pai me dá um presente eu fico feliz

PESQUISADORA: Ah! Então você vai desenhar feliz porque quando seu pai me dá um presente eu fico feliz e não por que a carinha que tem que desenhar é feliz?

DUDA: Não, aqui tem que desenhar feliz.

PESQUISADORA: Como você pensou para saber é a carinha feliz que tem que desenhar? (não responde)

Esse trecho do diálogo com Duda, acima transcrito no Extrato 4.1.1, é um indício que as crianças conseguem fazer tanto uma generalização local quanto global, pelo menos no que tange a sequência de dois elementos, em sistema representacional de P&L. Este resultado está de acordo com o que diz Zapatera (2018), ao afirmar que uma das maneiras mais eficazes da inserção das ideias algébricas nos primeiros anos de escolaridades é por meio de atividades que envolvam a generalização de padrões. Também, Palhares (2000) afirma que crianças na Educação Infantil ao serem introduzidas a um padrão AB conseguem reproduzir e continuar o padrão e até mesmo identificar outros padrões.

A seguir observaremos os resultados das crianças no setting é MM.

Setting Material Manipulativo (MM)

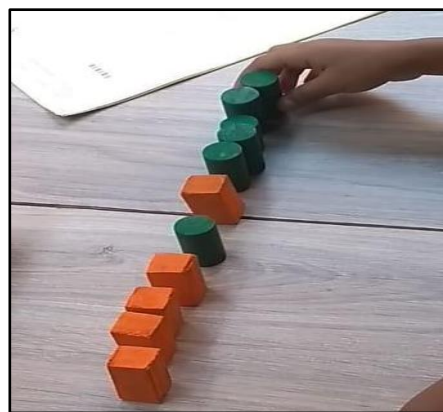
Este *setting* MM apesar de ter a mesma equivalência matemática que a do P&L, na sequência de dois elementos, parece não favorecer as crianças, visto que três crianças (duas de 4 anos e uma de 5 anos) não conseguiram continuar a sequência. Ao invés disso, elas criam outros padrões, como, por exemplo agrupar as peças por cores (verde do lado de verde, laranja do lado de laranja), como mostra as Figuras 16 e 17.

Figura 16 - Resposta de Beto, 4 anos, na sequência de dois elementos do *setting* MM



Fonte: dados da pesquisa

Figura 17 - Resposta de Cris 5, na sequência de dois elementos do *setting* MM



Fonte: dados da pesquisa

Ana, de 4 anos, também agrupou as peças por cores, ela não seguiu a proposta inicial que era a de alternar às duas cores, ou seja, uma peça laranja e em seguida uma peça verde. Após várias tentativas e quando uma das peças foi colocada em outra posição (deitada) é que ela continuou a sequência como havíamos estabelecido *a priori*, como mostra a Figura 18 a seguir.

Figura 18 - Resposta de Ana, 4 anos, na sequência de dois elementos



Fonte: dados da pesquisa

É possível que as cores e o tamanho das peças tenham influenciado as crianças a agruparem as peças por cores. De fato, apesar das crianças não terem seguido a sequência que havíamos pensado na elaboração da atividade, elas apresentaram outra sequência que também contempla um raciocínio algébrico ao agrupar as cores equivalentes criando outro padrão. Nessa direção, Alsina (2019) apresenta em seu “itinerário didático” (um conjunto de atividades para o desenvolvimento do pensamento algébrico na Educação Infantil) como possibilidade para a introdução do pensamento algébrico, atividades que envolvem agrupamentos de elementos como, por exemplo, argumento pela forma, por cores e por objetos equivalentes. Agrupar as peças por cores mesmo que as crianças tenham visto a sequência se iniciando de forma diferente pode ser uma estratégia que elas utilizaram para expressar o raciocínio algébrico.

Assim sendo, percebemos que as crianças não obedecem à lei de formação que pensamos a princípio, mas criam outra (o padrão não deixou de existir). A partir deste resultado observamos que poderíamos ter usado pecinhas com mesmo formato, mesma cor e tamanhos diferentes, possivelmente poderíamos obter o resultado que esperávamos com essa atividade. Justificamos esta hipótese pelo fato que as peças que utilizamos tinha formatos (paralelepípedo e cilindro) e cores diferentes (laranja e verde, respectivamente), duas variáveis, o que pode ter influenciado e dado margem às crianças criarem outros padrões.

No momento que elaboramos a sequência, tínhamos por hipótese de que o material manipulativo seria um sistema representativo que mobiliza o uso do raciocínio generativo das crianças. Isto porque elas teriam em mãos o material para a compor as sequências que lhe seriam solicitadas. Entretanto, nosso resultado indica que foi justamente esse *setting* aquele em que as crianças tiveram mais dificuldade para seguir a sequência pré-estabelecida. Por ser um material que está relacionado aos brinquedos e brincadeiras comuns na Educação Infantil esperávamos que as crianças conseguiriam continuar e construir a própria sequência naturalmente. Em outras palavras, hipotetizávamos que esse seria o *setting* que mais contribuiria para o uso do raciocínio generativo, já que era o único em que os objetos estariam no mundo tangível, passível de serem tocados, manipulados. No entanto, o que ocorreu foi que as crianças se distraíam muito com os objetos, transformando-os em brinquedos e queriam sempre fazer outras brincadeiras com eles, como, por exemplo, empilhando-os, dificultando suas concentrações na direção de trabalhar com eles para construir/continuar sequências.

Apesar disso, vale ressaltar que Duda, de 5 anos, conseguiu continuar a sequência como mostra a figura 19.

Figura 19: Resposta de Duda, 5 anos, na sequência de dois elementos do *setting* MM



Fonte: dados da pesquisa

Para mais bem entender as ações da Duda na atividade, transcrevemos, no extrato 4.1.2, parte do diálogo que travamos com ela, enquanto a mesma buscava fazer a atividade.

Extrato 4.1.2: Diálogo da pesquisadora com Duda (5 anos) na sequência repetitiva de 2 elementos no MM

PESQUISADORA: vamos construir uma sequência bem grande com essas peças. Vou começar: pecinha laranja, pecinha verde, pecinha laranja, pecinha verde. Para continuar a sequência, qual é a pecinha que vou colocar agora?

DUDA: [observando a sequência construída ela responde] pecinha laranja

PESQUISADORA: e agora qual que eu vou colocar?

DUDA: verde

PESQUISADORA: por que não posso colocar outra laranja?

DUDA: por que é uma verde e uma laranja. Uma verde e uma laranja

PESQUISADORA: agora vou misturar as peças e você vai montar a sequência sozinha

DUDA: [ela monta a sequência corretamente]

PESQUISADORA: como você pensou para montar a sequência dessa forma?

DUDA: por que eu gosto das duas cores e se eu misturar fica rosa.

PESQUISADORA: AH! entendi

DUDA: [pediu as pecinhas para brincar]

Como podemos observar, Duda reconhece haver uma alternância entre as cores e consegue, sem qualquer estímulo de nossa parte, seguir sozinha a sequência intercalando as cores, diferentemente das demais crianças que fizeram por agrupamento das cores. Para Warren (2008) os padrões de repetição têm potencialidade para promover a generalização e que as crianças podem de generalizar relações em objetos distintos à medida que realizam as repetições. Conforme as respostas dadas por Duda, observamos que ela consegue efetivamente seguir a lei de formação, a generalização, assim como foi na atividade de P&L.

Setting Movimento Corporal (MC)

Este foi o *setting* em que as crianças foram mais bem-sucedidas, quando se tratou de sequência repetitiva de dois elementos. De fato, as quatro crianças tiveram sucesso ao continuar a sequência, fazendo os movimentos correspondentes ao padrão (A B A B) de forma alternada sem qualquer dificuldade. Acreditamos que por envolver situações lúdicas comuns na prática pedagógica da Educação Infantil, as crianças não apresentaram dificuldade em compreender e continuar a sequência proposta. Consideramos ainda, tal como Alsina (2019), que as crianças da Educação Infantil têm mais facilidade em compreender esse tipo de padrão, sobretudo por envolver situações do cotidiano.

Nessa atividade todas as crianças conseguiram não só continuar a sequência, bem como prever qual era o próximo elemento e o mais distante. Para Vale *et al.* (2011) as crianças podem de reconhecer, por exemplo, que o padrão de cores do tipo ABAB é igual, em estrutura, ao padrão “*palma, passo, palma, passo*”. No nosso caso as crianças conseguiram de reconhecer tanto padrão “*carinha triste carinha feliz*” no P&L como o padrão “*palma, polegar*” no MC ambos representam um padrão A B A B.

O Extrato 4.1.3, retirado do diálogo entre nós e a criança Cris (5 anos) ilustra bem a compreensão que ela tem sobre a sequência repetitiva de 2 elementos, usando o movimento corporal (MC).

Extrato 4.1.3 Diálogo da pesquisadora com Cris (5 anos) na sequência repetitiva de 2 elementos no MC

PESQUISADORA: Vou te mostrar uns movimentos [Palma e mostrar os polegares] (ela diz que está com vergonha de fazer porque a tia e avó estão observando)

[Após incentivos ela decide fazer].

PESQUISADORA: Eu vou fazer primeiro e depois você. PALMA/POLEGAR (ela repete os movimentos)

PESQUISADORA: Se eu fizer palma qual que você faz?

DUDA: Polegar

PESQUISADORA: Eu faço um você o outro. se eu fizer polegar, você faz...?

DUDA: palma (ela repete os movimentos várias vezes)

O trecho do diálogo entre a pesquisadora e Cris, apresentado no extrato 4.1.3, deixa claro que a criança compreendia a sequência proposta desde quando lhe foi apresentada. Assim, junto com o setting P&L, neste também as crianças continuaram a sequência com êxito e sabiam indicar claramente os elementos e a sequência em que apareciam.

Síntese sequência de padrão repetitivo com dois elementos

As crianças realizaram as atividades de sequência de padrão repetitivo com dois elementos com bastante entusiasmo e não apresentaram dificuldades para compreender as atividades propostas tanto no setting P&L como no MC. No *setting* MM, ao invés de construir a sequência, as crianças agruparam as pecinhas por cores, sem alterná-las conforme solicitava a atividade. É possível que as crianças tenham sido influenciadas pelas cores, nesse caso a estratégia que três delas utilizaram foi a de equivalência. Apenas uma das crianças utilizou a estratégia de identificação da unidade de repetição, fazendo a correspondência termo a termo e explicando seu raciocínio verbalmente enquanto seguia completando a sequência.

É possível que o bom resultado das crianças nos *settings* P&L e MC esteja atrelado à construção da sequência, quer seja desenhando, quer seja emitindo sons. Já no *setting* MM o

material já estava pronto e à disposição da criança (em sua frente), permitindo, neste caso, a possibilidade dela se distrair inventando outras brincadeiras que, muitas vezes, não diziam respeito ao raciocínio algébrico que buscávamos. Cris, por exemplo, ao pegar as peças no *setting* MM colocou uma peça sobre a outra e disse que estava montando um prédio. Isso não significa que ela não tenha entendido nossa proposta, o que pode ter acontecido é que as peças podem ter chamado sua atenção para realizar outras atividades, fazer outra brincadeira. De fato, usar materiais concretos manipulativos para brincar é algo que elas estão acostumadas. Nada mais cotidiano para as crianças dessa faixa de idade (de 4 a 6 anos) do que imaginar, criar situações e fazer de conta nas diversas brincadeiras.

Outro ponto que gostaríamos de chamar a atenção é que a partir desta coleta de dados, repensamos sobre o tipo de material manipulativo a serem utilizados. Como citamos anteriormente, as peças que utilizamos são conhecidas do cotidiano educativo e também das diversas práticas sociais das crianças, que costumam brincar com elas empilhando ou criando formas como casinhas, por exemplo. Conjecturamos agora que o material manipulativo poderia ter sido outro, de formato igual, tamanhos e cores diferentes. Eles não poderiam ser empilhados tão facilmente como as peças que utilizamos, o que talvez ajudasse as crianças a focarem na mistura das cores. Contudo, não testamos e, portanto, trata-se apenas de uma hipótese que necessitaria ser investigada mais profundamente.

4.1.2 sequências de padrão repetitivo com três elementos

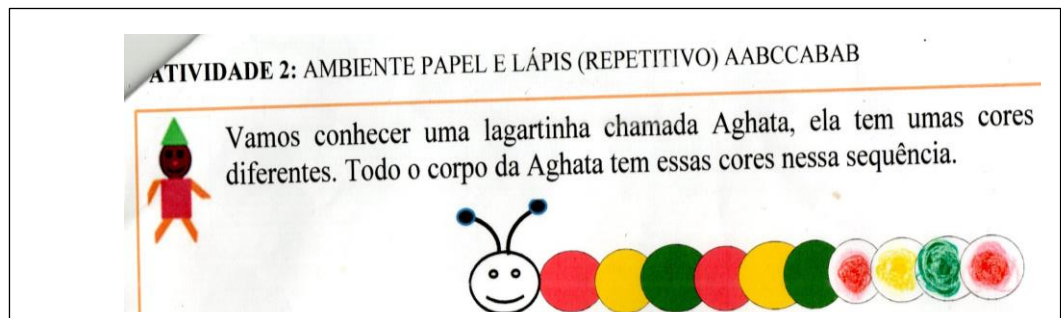
Nesta seção trataremos de sequência com padrão repetitivo com três elementos (A B C A B C). Iniciamos com o *setting* P&L.

***Setting* P&L**

Esta atividade com padrão repetitivo com três elementos no *setting* P&L apresenta duas etapas. Na primeira as crianças devem continuar uma sequência e na segunda eles devem criar uma sequência, ambas de padrão repetitivo com três elementos. Iniciamos a análise com a continuidade das três cores em quatro espaços (bolinhas do corpo da lagarta). As quatro crianças conseguem realizar a tarefa conforme o que foi proposto pela pesquisadora, apresentando uma

ação que indica a generalização local, ou seja, continuam a sequência de três cores, como mostram as Figuras: 20 e 21, extraídas do protocolo de Duda (5 anos) e Beto (4 anos).

Figura 20 - Resposta de Duda, 5 anos, na sequência de três elementos do *setting* P&L



Fonte: dados da pesquisa

Figura 21 - Resposta de Beto, 4 anos, na sequência de três elementos do *setting* P&L



Fonte: dados da pesquisa

Notamos que enquanto Duda segue a sequência repetindo na quarta posição a mesma cor que usou na primeira, o Beto, já não o faz. De fato, ele segue a sequência com as mesmas três cores que vinham sendo usadas no corpo da lagartinha, mas a última posição ele pinta como se tratasse de uma sequência de dois elementos.

Buscando entender o raciocínio de Duda, transcrevemos, no extrato 4.1.4 a seguir, parte do diálogo que travamos com ela enquanto ela continuava a sequência proposta.

Extrato 4.1.4 Diálogo da pesquisadora com Duda na sequência repetitiva de 3 elementos no P&L 1ª etapa.

PESQUISADORA: Vamos conhecer uma lagartinha chamada Ághata, ela tem umas cores bem diferentes. Todo o corpo da Ághata tem essas cores nessa sequência. **PESQUISADORA:** Vamos seguir essa mesma sequência e colorir a Ághata para ela ficar mais feliz.

DUDA: [ela observa a sequência separa as cores e segue corretamente a sequência]

Notemos que, com poucas palavras, ela indica ter dado atenção para as cores e, de fato, seguiu a sequência. Já o Beto observa a sequência e continua as três cores corretamente, mas não finaliza a sequência com a cor previamente estabelecida.

Extrato 4.1.5, Diálogo entre a pesquisadora e Beto na sequência repetitiva de 3 elementos no P&L

Pesquisadora: Agora nós vamos pegar as cores para gente continuar pintando Ághata.

Primeiro vamos falar junto as cores e depois a gente vai continuar a sequência. Nós vamos pintar o corpinho de Ághata seguindo as cores que ela já tem aqui [vermelha, amarela e verde]

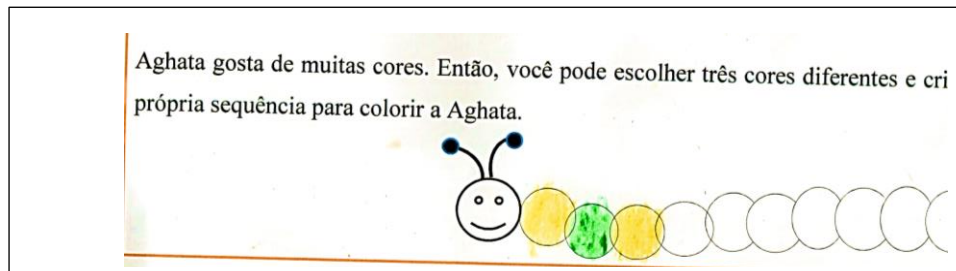
Pesquisadora: vamos falar juntos vermelha, amarela e verde], qual será a cor que vamos pintar agora?

Beto: não sei

Beto não consegue explicar sua resposta. Ele não sabe expressar porque escolheu a cor amarela para pintar a última bolinha mesmo com estímulo.

Já na segunda etapa, que consiste em criar uma sequência de três cores formando uma estrutura (A B C) as crianças apresentaram mais dificuldade. Ana escolhe apenas duas cores e pinta três bolinhas apresentando uma alternância (amarelo, verde, amarelo), mas não constrói um padrão com três elementos.

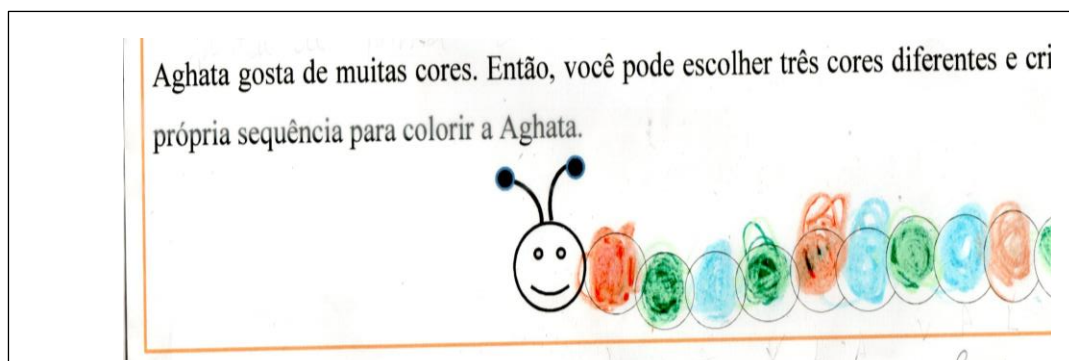
Figura 22 - Resposta de Ana, 4 anos, na sequência de três elementos do *setting* P&L



Fonte: dados da pesquisa

Beto, Cris e Duda entendem que seriam necessárias três cores. Mas não seguem a sequência proposta na tarefa. Elas valorizam a alternância criando seu próprio padrão. Trelfall (1999) propõe que se comece o trabalho de padrões repetitivos com crianças pequenas a partir da continuação de modelos iniciados pelos adultos, para que assim possam criar seus próprios padrões. No que tange ao nosso estudo, foi esse o procedimento que adotamos, porém, notamos que o número de elementos interfere no entendimento global da criança e seu desempenho cai quando passamos de dois para três elementos. Com isso queremos sinalizar que a proposta de Trelfall (1999) mostra-se interessante, mas outros fatores interferiram no desenvolvimento desse raciocínio e um deles certamente é o número de elementos da sequência, os quais são, em última análise uma das variáveis da situação.

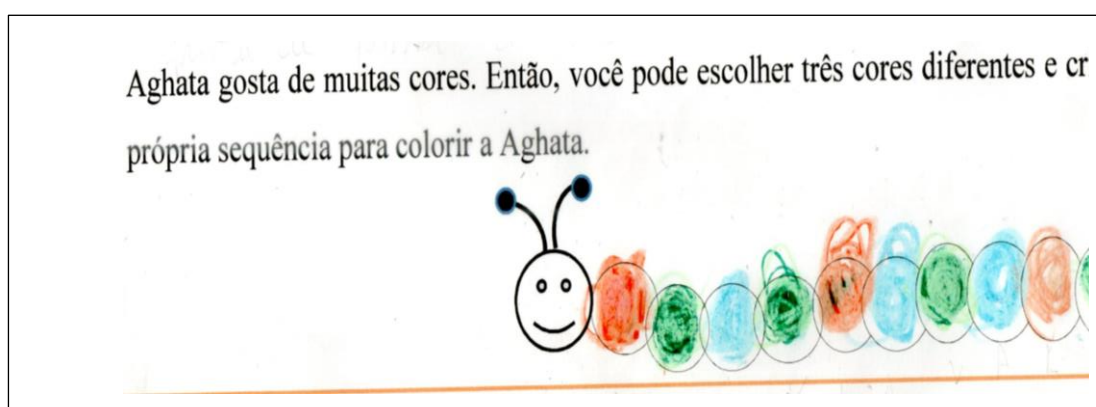
Figura 23 - Resposta de Beto, 4 anos, na sequência de três elementos do *setting* P&L



Fonte: dados da pesquisa

Cris escolhe as três cores, contudo apenas uma é primária (vermelha) e as outras duas secundárias (rosa e laranja), cuja composição derivam da vermelha o que as tornam semelhantes (rosa deriva da mistura de vermelho e branco, laranja que deriva da mistura de vermelho e amarelo) A escolha destas cores pode ter atrapalhado a continuidade da sequência, sendo que isso pode ser visto como ponto negativo, mas a ideia era deixar que a criança escolhesse suas próprias cores e não esperávamos que essa escolha pudesse influenciar o resultado. Contudo, observamos que por mais que não siga a sequência proposta ela sempre usa a cor laranja na terceira posição.

Figura 24 - Resposta de Cris 5 anos na sequência de três elementos do *setting* P&L



Fonte: dados da pesquisa

As crianças apresentaram estratégias diferentes nas duas etapas, quais sejam para continuar a sequência e para criar o próprio padrão. A maioria delas conseguiu compreender serem necessários três elementos para compor o padrão e que esses três elementos sofreriam uma alternância como o passar do tempo mesmo não seguindo o que foi estabelecido pela atividade. No caso de Cris, por exemplo, a cada duas bolinhas uma rosa e uma vermelha sempre terá uma laranja. O que chama a atenção nas três crianças é o fato de que as cores nunca se repetem valorizando e mantendo sempre a alternância das cores dos três elementos da sequência.

Após discorrermos das atividades resolvidas no *setting* P&L, abordaremos sobre as atividades no *setting* MM.

Setting MM

A proposta desta atividade foi a construção de um trenzinho com peças de lego com três cores diferentes, laranja, azul e verde, seguindo este padrão. Embora estes brinquedos sejam comuns na prática pedagógica da Educação Infantil, os resultados encontrados foram semelhantes à proposta repetitiva com dois elementos. O MM não contribuiu na construção da sequência, pois somente uma criança conseguiu seguir a sequência após as orientações da pesquisadora, isso significa que o padrão da sequência não foi o fator preponderante no material apresentado.

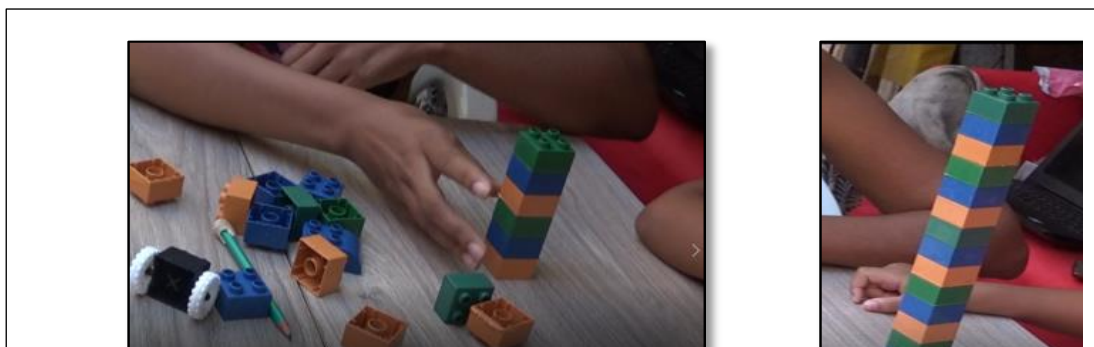
Figura 25 - Resposta de Duda, 5 anos, na sequência de três elementos do *setting* MM



Fonte: a autora

Outro ponto marcante na realização dessa atividade, é que as crianças pedem para brincar com as pecinhas e este momento é garantindo-lhes. Duda pediu as pecinhas para brincar na oportunidade sugeri-lhes que construíssemos um prédio seguindo uma sequência.

Figura 26 - Resposta de Duda, na sequência de três elementos do *setting* MM



Fonte: dados da pesquisa

Nas duas situações Duda conseguiu seguir a sequência proposta mesmo querendo brincar, ela não perde o foco da atividade evidenciando a presença do raciocínio funcional, obedecendo o padrão.

Ana observa a sequência feita pela pesquisadora, mas, ao nosso ver, coloca as peças de forma aleatória, quando lhe é perguntado sobre o porquê está seguindo a sequência dessa forma ela não responde e continua colocando as peças. Reiteramos nossa postura que o MM nem sempre está acima das outras formas de apresentar e representar as atividades, ele é importante, contudo é preciso ter em mente a importância de compreender que um conceito não é construído a partir de uma única situação, mas sim de um conjunto delas e com diferentes representações.

Figura 27 - Sequência de três elementos no *setting* MM feita pela pesquisadora



Fonte: dados da pesquisa

Figura 28: resposta de Ana na sequência de três elementos no *setting* MM



Fonte: dados da pesquisa

Fonte: dados da pesquisa

Mesmo depois de muitas tentativas Ana não continua a sequência conforme o que foi proposto pela pesquisadora, ela deseja apenas brincar com as peças para construir um trem maior do que o da pesquisadora.

A seguir, descreveremos sobre a resolução das atividades de sequência com padrão repetitivo com três elementos no *setting* MC.

***Setting* MC**

De forma geral as crianças conseguem fazer uma generalização local e global no *setting* MC. Elas conseguem completar a sequência dos movimentos e também fazem os movimentos alternados com a pesquisadora. Somente Ana precisou de bastante estímulo nosso para seguir a sequência, mas conseguiu. O extrato a seguir ilustra a dificuldade apresentada por Ana e como se deu o nosso estímulo.

Extrato 4.1.6 da observação da atividade de Ana na sequência repetitiva de 3 elementos no MC

PESQUISADORA: A segunda brincadeira você vai fazer MÃO PRA CIMA/MÃO PRA BAIXO E PULA (ela faz mão pra baixo, mão pra cima e pula)

PESQUISADORA: Vou fazer novamente para você fazer igual a mim [MÃO PRA CIMA/MÃO PRA BAIXO E PULA] (ela faz mão pra baixo e pula)

PESQUISADORA: Vou fazer mais uma vez [MÃO PRA CIMA/MÃO PRA BAIXO E PULA]. (ela para um pouco para pensar antes de fazer e realiza duas vezes os movimentos)

As outras três crianças realizaram a tarefa com muita facilidade e sem necessitar de estímulos. De fato, nós apenas realizamos os comandos iniciais e as crianças continuaram com os movimentos sem hesitação, como indicam os extratos 4.1.7, 4.1.8 e 4.1.9 apresentados a seguir.

Extrato 4.1.7 Diálogo com Beto, a partir da observação de suas ações na atividade na sequência crescente de 3 elementos no *setting* MM

Pesquisadora: Vamos para a segunda parte dos movimentos. Como da primeira vez vou fazer os movimentos e depois você vai repetir, tá bem?

Beto: tá bem!

Pesquisadora: Os movimentos são: mão pra cima, mão pra baixo e pula (repetido 3 X)

Beto: [ele executa corretamente os movimentos por 3 vezes]

Pesquisadora: Vou fazer os primeiros movimentos e você faz o último [mão pra cima, mão para baixo]

Beto [ele pula]

Extrato 4.1.8 da observação da atividade de Cris na atividade na sequência repetitivo de 3 elementos no *setting* MM

PESQUISADORA: Nesta brincadeira vamos fazer três movimentos (mão pra cima, mão para baixo, pulo)

Cris: [após observar ela faz os três movimentos corretamente]

PESQUISADORA: eu vou fazer e você vai completar o que falta

Extrato 4.1.9 da observação da atividade de Duda na atividade na sequência repetitivo de 3 elementos no *setting* MM

PESQUISADORA: a segunda brincadeira você vai fazer MÃO PRA CIMA/MÃO PRA BAIXO E PULA

QUEREM: [ela repete a sequência]

PESQUISADORA: se eu fizer MÃO PRA CIMA/MÃO baixo o que você faz?

Notamos que, assim como na proposta repetitiva com dois elementos (A B) na atividade de padrão crescente as crianças não tiveram dificuldade em continuar a sequência apesar de ter sido acrescentado mais um elemento (A B C). As crianças além de continuar sozinhas a sequência, conseguem também fazer os movimentos de forma alternada como foi evidenciado nos extratos de observação 4.1.7, 4.1.8 e 4.1.9. Assim como Vale *et al* (2011) salienta que as crianças conseguem reconhecer o padrão ABAB em diferentes contextos. Para além do que Vale *et al.* (2011) apontam sobre esse reconhecimento do padrão pelas crianças, destacamos que as crianças de nosso estudo também conseguiram de reconhecer um padrão do tipo (A B C) quando apresentados em três diferentes *settings* (P&L, MM, MC).

Síntese sequência de padrão repetitivo com três elementos

Todas as crianças fizeram uma generalização local na sequência de padrão repetitivo com três elementos. Elas parecem ter compreendido comuns necessárias três cores para compor a sequência, o que ficou evidenciado na segunda etapa da atividade no *setting* P&L em que cada criança teria que criar sua própria sequência. De modo geral as crianças conseguiram completar a sequência, percebendo a alternância dos elementos.

Observamos que no *setting* MM, em que foi utilizado pecinhas de lego para construir um trem, as crianças queriam apenas brincar, todas externaram esse desejo. Somente com muito estímulo e aproveitando a brincadeira é que conseguimos que Duda continuasse a sequência de três elementos. A estratégia que Duda utilizou neste *setting* foi a de identificar a unidade de repetição, verbalizada ao explicar seu raciocínio.

Nem uma das quatro crianças tiveram dificuldades em continuar a sequência no *setting* MC, em que elas conseguiram fazer uma generalização local por meio da estratégia de identificação da unidade de repetição e também uma generalização global usando estratégias de verbalização ao expressar oralmente a alternância entre os gestos feitos por ela e os gestos feitos pela pesquisadora.

Na continuação, analisaremos as ações das crianças frente ao segundo padrão de sequência que nos propomos estudar, qual seja, o padrão crescente.

4.2 Sequências de padrão crescente

Passaremos agora para a análise das atividades de padrão de crescimento. Escolhemos usar esse tipo de padrão por entender que ele está presente no cotidiano das crianças, nas músicas, nas brincadeiras. Uma sequência de padrão crescente pode ser entendida como uma sequência de elementos que se prolonga de forma regular fazendo com que cada termo mude em relação ao anterior. Alguns autores consideram que o padrão de crescimento só deve ser introduzido a partir do 3º ano do Ensino Fundamental por se tratar da compreensão da generalização de padrões. Warren & Cooper (2008) afirmam que o trabalho com padrões deve ser gradual e progressivo, começando com o estudo de padrões de repetição para posteriormente passar aos padrões de crescimento. Diferentemente dos autores citados acreditamos que padrões de repetição e padrões de crescimento podem ser trabalhados ao mesmo tempo, para assim conhecermos quais as estratégias que as crianças utilizam para quando são envolvidas nos dois tipos de padrão.

4.2.1 sequência de padrão crescente com dois elementos

De modo geral, as crianças apresentarem alguma dificuldade de reconhecer o padrão se compararmos com a sequências repetitivas, embora consideremos que os resultados encontrados em nossos estudos foram satisfatórios. De fato, por mais que as crianças, tanto com 4 ou 5 anos, não conseguissem precisar a quantidade de elementos que cresciam de uma posição para a outra. No entanto, elas demonstravam haver acréscimo, pois expressavam haver um crescimento. Tal fato torna os resultados mais interessantes porque essas crianças tinham idade para frequentar instituições educacionais conforme a Lei de Diretrizes e bases da Educação (9394/1996), mas por conta da pandemia elas não frequentaram e todo o conhecimento que tinham sobre números, quantidade foram adquiridos em casa. Mesmo assim, em várias atividades elas expressaram um raciocínio algébrico diante das situações propostas, como observamos nas sequências de padrão repetitivo e constatamos também nas sequências de

padrão crescente. Isso, contudo, não é válido para todos os *settings*, variando inclusive conforme o número de elementos da sequência.

A seguir apresentaremos como as crianças do estudo responderam à atividade de sequência crescente com dois elementos no *setting* P&L.

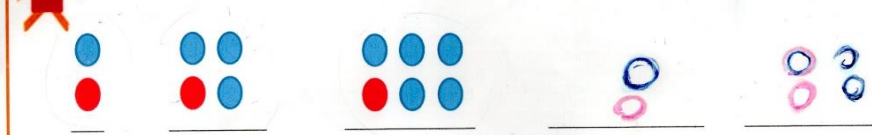
Setting P&L

Nesta atividade, duas das quatro crianças seguem a sequência de forma repetitiva. É possível que isso aconteça pelo fato da estratégia metodológica utilizada na realização das atividades, que consistia em começar pelas atividades de sequência repetitiva, para depois fazer as de crescimento. Ao realizar as atividades dessa forma, pode ter interferido nas respostas das crianças, visto que já vinham de um longo exercício de situações com padrão repetitivo, sendo que foi a primeira vez que as crianças tiveram acesso a esse tipo de atividade.

Figura 29 - Resposta de Cris à atividade 3 - sequência crescente com dois elementos, no *setting* P&L

ATIVIDADE 3: AMBIENTE PAPEL E LÁPIS (CRESCIMENTO) ABABBB

Preciso descobrir o segredo de Isac. Ele estava brincando com suas bolinhas e arrumou de forma diferente. Ela arrumou em vários grupos diferentes.



(i) Quantas bolinhas terá próximo grupo?
(ii) E depois?
(iii) Quantas bolinhas vermelhas têm em cada grupo?
(iv) A quantidade de bolinhas vermelhas é igual à quantidade de bolinhas azuis em cada grupo?
(v) Você conseguiu descobrir o segredo de Isac?

Fonte: dados da pesquisa

Cris é uma das crianças que continua a sequência de forma repetitiva quando a resposta é dada por meio de desenhos. O fato de Cris responder de forma repetitiva, não significa que ela não consiga perceber uma sequência crescente, como salientamos anteriormente. É importante considerar que ela havia realizado seis atividades de padrão repetitivo, nos

diferentes *settings* (P&L, MM e MC), o que pode ter implicado nessa resposta, isto é, continuar pensando em um padrão repetitivo. Diante disso, é possível que ela tenha utilizado a mesma estratégia que usou nas respostas anteriores, continuando como uma sequência repetitiva e não percebendo que teria que usar outras estratégias.

Nos questionamentos feitos a ela, sobre a composição do padrão. Cris demonstra entender que se trata de uma sequência diferente da que ela já fez, mesmo respondendo de forma repetitiva. Além disso, ela evidencia em seu diálogo (Extrato 4.2.1) entender que a quantidade de bolinhas (vermelhas e azuis) são diferentes e que existe apenas uma bolinha vermelha em cada grupo (que é a constante). Foi possível encontrar em um dos trechos do diálogo, afirmações que está crescendo a quantidade de bolinhas a cada novo grupo. O que significa que ela apresentou um raciocínio funcional ao ser questionada sobre suas respostas. Um dos objetivos desta pesquisa é saber se crianças nesta faixa etária apresenta o raciocínio funcional e de que forma ele se apresenta no caso da Cris ela manifesta este raciocínio tanto na escrita (desenhos) como na verbalização (oralmente).

Extrato 4.2.1 Diálogo da pesquisadora com Cris na atividade de sequência crescente de 2 elementos no *setting* P&L

Pesquisadora: Observando a forma que Isac agrupou as bolinhas, quantas bolinhas você vai desenhar no próximo grupo? (ela observa a sequência e responde)

Cris: Duas

Pesquisadora: E quantas bolinhas você vai desenhar no próximo grupo? (ela faz os desenhos observando a sequência e desenha quatro bolinhas duas vermelhas e duas azuis. Ela percebe que colocou uma bolinha vermelha a mais e passa o lápis azul por cima)

Pesquisadora: Quantas bolinhas vermelhas têm em cada grupo?

Cris: Uma

Pesquisadora: A quantidade de bolinhas vermelhas é igual à quantidade de bolinhas azuis em cada grupo?

Cris: Não

Pesquisadora: Tem mais bolinha azul ou mais bolinhas vermelhas?

Cris: bolinha azul

Pesquisadora: Agora acompanha a sequência aqui comigo. Tem mais bolinhas aqui [segundo grupo] ou aqui [terceiro grupo]?

sem

Figura 30 - Resposta de Ana, à atividade 3 - sequência crescente com dois elementos, no *setting* P&L

ATIVIDADE 3: AMBIENTE PAPEL E LÁPIS (CRESCIMENTO) ABABBB

Preciso descobrir o segredo de Isac. Ele estava brincando com suas bolinhas e arrumou de forma diferente. Ela arrumou em vários grupos diferentes.

(i) Quantas bolinhas terá próximo grupo?
(ii) E depois?
(iii) Quantas bolinhas vermelhas têm em cada grupo?
(iv) A quantidade de bolinhas vermelhas é igual à quantidade de bolinhas azuis em cada grupo?
(v) Você conseguiu descobrir o segredo de Isac?

No que tange aos diálogos que Cris e Ana tiveram com a pesquisadora, percebemos algumas diferenças entre eles, uma vez que Cris, embora falasse em crescimento, voltava sempre a repetir algum padrão; Já Ana, que não conhece os números, nem sabe nomear as cores, indica compreender que um acréscimo nas bolinhas de um grupo para outro, como indica o extrato de diálogo abaixo.

Extrato 4.2.2 Diálogo da pesquisadora com Ana na atividade de sequência crescente de 2 elementos no *setting* P&L

Pesquisadora: Preciso descobrir o segredo de Isac. Ele estava brincando com suas bolinhas e arrumou de forma diferente. Ele arrumou em vários grupos diferentes.

Isac arrumou as bolinhas de forma diferente no primeiro grupo ele colocou essa quantidade bolinhas, você sabe quantas bolinhas tem?

Ana: (não responde) (ela não sabe contar)

Pesquisadora: Então, ele arrumou o primeiro grupo com duas bolinhas uma vermelha e uma azul. O segundo grupo com quatro bolinhas uma vermelha e três azuis e no terceiro grupo ele arrumou com seis bolinhas, uma vermelha e cinco azuis. Quantas bolinhas você vai colocar no próximo grupo

Ana: [não responder]

Pesquisadora: Vai ser mais ou menos bolinhas?

Das quatro crianças Duda é a única que desenha a quantidade com crescimento e observamos no extrato acima que, apesar de identificar haver aumento na quantidade de elementos, Ana não consegue explicar o seu raciocínio para chegar a resposta.

Por fim, a Duda (5 anos), embora não tenha tido sucesso na realização da atividade 3 do setting P&L (ver Figura 31), demonstra entender que a quantidade de bolinhas cresce de uma posição para outra, como mostra o Extrato 4.2.3.

Figura 31: Resposta de Duda à atividade 3 - sequência crescente com dois elementos, no setting P&L

ATIVIDADE 3: AMBIENTE PAPEL E LÁPIS (CRESCIMENTO) ABABBB

Preciso descobrir o segredo de Isac. Ele estava brincando com suas bolinhas e arrumou de forma diferente. Ela arrumou em vários grupos diferentes.

(i) Quantas bolinhas terá próximo grupo?
(ii) E depois?
(iii) Quantas bolinhas vermelhas têm em cada grupo?
(iv) A quantidade de bolinhas vermelhas é igual à quantidade de bolinhas azuis em cada grupo?
(v) Você conseguiu descobrir o segredo de Isac?

Fonte: dados da pesquisa

Extrato 4.2.3 Diálogo da pesquisadora com Duda 5 anos

Pesquisadora: Preciso descobrir o segredo de Isac. Ele estava brincando com suas bolinhas e arrumou de forma diferente. Ela arrumou em vários grupos diferentes. Isaac arrumou as bolinhas de forma diferente no primeiro grupo ele colocou... (ela interrompe e conta)

Duda: tem duas bolinhas, quatro bolinhas e seis bolinhas.

Pesquisadora: Muito bem! Então cada grupinho tem uma quantidade diferente de bolinha, né?

É importante notar que Duda consegue identificar o crescimento na quantidade total de bolinhas, sem, contudo, fazer distinção entre os elementos da sequência (bolinhas azuis e bolinhas vermelhas). Sendo assim, ela reduz os dois elementos (bolinha e cor das bolinhas) da sequência em apenas um (bolinhas). Ela demonstra lidar bem com uma variável (quantidade), mas não consegue coordenar duas (quantidade e cores), isto é, coordenar a quantidade de elementos crescente e as cores desses elementos na sequência.

Continuando a realização da atividade para resolver a situação problema ela utiliza uma estratégia aditiva conforme classificam Zapatera e Callejo (2011) sobre a generalização de padrões lineares. Quando ela compreende haver um crescimento, mas apenas acrescenta mais um elemento em relação ao último. Como a última posição tinha três elementos ela responde sete.

Extrato 4.2.4 Diálogo da pesquisadora com Duda na atividade de sequência crescente com dois elementos no *setting* P&L

Pesquisadora: Então vamos tentar descobrir qual foi o segredo de Isac. Quantas bolinhas você acha que vai ter nesse grupo aqui (quarta posição)

Duda: sete

Pesquisadora: Por que sete?

Duda: por que depois do seis vem o sete.

Ela também utiliza uma estratégia funcional, ainda conforme a classificação de Zapatera e Callejo (2011), em que ela relaciona a posição da figura e o número de elementos dessa figura.

Ela expressa também sem dúvidas haver uma constante mesmo cometendo um equívoco no seu desenho. Ela ainda explica seu raciocínio, evidenciando a presença de um raciocínio funcional.

Extrato 4.2.5: Diálogo da pesquisadora com na atividade de sequência crescente de 3 elementos no *setting* P&L

Pesquisadora: Quantas bolinhas vermelhas você tem que desenhar?

Duda: uma

Pesquisadora: Pode ser duas bolinhas vermelhas?

Duda: não

Pesquisadora: Por que não pode ser duas bolinhas vermelhas?

Duda: Porque não

Pesquisadora: Mas você desenhou duas vermelhas.

Duda: foi sem querer.

Pesquisadora: Ah! Entendi. Agora que você desenhou sete. Quantas bolinhas a gente vai desenhar aqui [quinta posição]?

Duda: depois do sete vem o oito

Pesquisadora: Por que não desenhar seis agora?

Duda: Por que tem que ser mais

Pesquisadora: Certo. Então desenha a quantidade que falou. Quantas bolinhas são mesmo?

Duda: oito

Pesquisadora: Desenha então

(ela desenha uma vermelha e sete azuis e conta as bolinhas para conferir que tem oito)

Pesquisadora: Mas só tem uma bolinha vermelha aqui. Só poder uma vermelha?

Duda: sim

Pesquisadora: Não pode ser duas vermelhas?

Duda: não

Pesquisadora: Como você sabe que não pode ser duas vermelhas que só pode uma? Explica ai pra mim? (apontando para os grupos responde)

Duda: por que aqui, aqui tem uma bolinha vermelha entendeu?

Pesquisadora: Ah! Entendi. É que cada grupo só tem uma vermelha né?

Foi possível perceber na atividade de padrão de crescimento com dois elementos no *setting* P&L, a presença do raciocínio funcional nas crianças de 4 e 5 anos. Contudo, essa presença era difusa, ora com a criança só conseguindo focar na quantidade total de objetos que crescia, ora considerando que aumentava, mas não sabia o quanto.

Embora tenhamos obtido resultados satisfatórios, temos consciência que esta atividade apresenta certo nível de complexidade. É preciso considerar que havia dois elementos distintos nesta sequência, um fixo (bolinha vermelha) e um variável (bolinhas azuis) e que somente esta última é que crescia, de acordo com a posição que estava. As respostas das crianças evidenciaram que elas conseguem visualizar as cores, compreendem a diferença de suas funções na sequência (parte fixa e parte variável), contudo seus raciocínios variam, não são categóricos, contundentes. Por outro lado, destacamos algumas respostas das crianças que não levaram em conta esta distinção de cores, mas sim que de posição a posição a quantidade de bolinhas era maior que a anterior. Diante do exposto, reafirmamos que os resultados foram satisfatórios, dado que as duas formas de respostas oferecidas pelas crianças indicam que elas reconhecem haver crescimento na quantidade de bolinhas de uma posição para a próxima.

Na sequência apresentamos como as crianças do estudo responderam à atividade de sequência crescente com dois elementos no *setting* MM.

***Setting* MM**

Consideramos positivos os resultados obtidos pelas crianças no *setting* MM, já que este *Setting* foi aquele que as crianças mais apresentaram dificuldades para perceber e continuar as sequências repetitivas. No entanto, na sequência de padrão crescente com dois elementos as crianças conseguiram explicar melhor suas respostas, permitindo que identificássemos

vestígios de um raciocínio funcional. De fato, nesta atividade, a maioria das crianças não conseguiu continuar a sequência com o MM, mas isso não foi obstáculo para perceber se havia, ou não, um indício de raciocínio funcional para resolver a sequência. As crianças percebem e expressam haver um crescimento na sequência, como veremos em suas respostas apresentadas a seguir.

Ana, por exemplo, demonstra que entendeu a sequência, embora não saiba precisar o número exato de bolinhas vermelhas (elemento variável), mas ela continua a sequência evidenciando a constante, a bolinha verde.

Figura 32: Resposta de Ana à atividade 3.1 sequências de 2 elementos do *setting* MM



Fonte: dados da pesquisa

A estratégia utilizada por Ana está explicada no diálogo que ela teve com a pesquisadora, apresentado no extrato 4.2.6 a seguir.

Pesquisadora: Vou arrumar agora essas bolinhas em três grupos diferentes. Primeiro grupo - quantas bolinhas tem aqui você sabe?

Ana: uma, duas.

Pesquisadora: Onde tem mais bolinhas aqui [terceiro grupo] aqui [segundo grupo] ou aqui [Primeiro grupo].

Ana: Aqui [terceiro grupo]

Pesquisadora: isso! Muito bem! Agora onde tem mais bolinhas aqui [segundo grupo] ou aqui [Primeiro grupo].

Ana: aqui [segundo grupo]

Pesquisadora: É isso aí! Então agora é você que vai arrumar as bolinhas no último grupo. Esse grupo que você vai fazer vai ser mais ou menos bolinhas?

Ana: Mais (Ela montou um grupo com seis vermelhas e uma verde)

Por meio da verbalização, Ana demonstra entender a diferença existente nos três grupos de bolinhas apresentados a ela. Considerando a sequência do tipo crescente, fica evidente que Ana se saiu melhor no *setting* MM do que no *setting* P&L. No *setting* MM ela consegue expressar entendimento sobre a sequência e ainda consegue continuar a sequência, entendendo que a sequência tem um elemento constante (bolinha verde) e que o número de bolinhas vermelhas deve ser superior ao número de bolinhas do grupo anterior. Dessa maneira, fica evidente que Ana lançou mão de uma estratégia funcional para responder essa atividade.

Beto não consegue dar respostas compreensíveis, mas no momento em que continua a sequência ele coloca quatro bolinhas vermelhas e uma verde. Ele não consegue dizer a quantidade exata de bolinhas, apenas monta um grupo em que há uma constante (bolinha verde),

que ele a repete, sem modificá-la, nas posições posteriores, enquanto aumenta a quantidade de bolinhas vermelhas, como mostra a Figura 33 a seguir.

Figura 33: Resposta de Beto à atividade 3.1 sequências crescente com dois elementos do *setting* MM



Fonte: dados da pesquisa

Em seu diálogo com a pesquisadora Beto explica sua estratégia para continuar a sequência com essa quantidade de bolinhas (uma verde e quatro vermelhas). Primeiro ele diz que queria fazer outra coisa, “desenhar um tanque” (fazendo referência ao que havia dito em outro momento enquanto fantasiava sobre um filme que havia assistido “o Godzilla”). Devemos levar em consideração que as crianças quando estão em contato com brinquedos a sua primeira intenção é brincar. Pois, muitas vezes ela acaba imaginando outras situações diferentes daquelas que o trabalho pedagógico exige dela. Acreditamos que manipular materiais ajude a criança a trazer seu mundo de fantasia para misturá-lo ou mesmo fugir da tarefa que lhe estão propondo.

A seguir apresentamos um extrato do diálogo que tivemos com o Beto enquanto ele buscava responder à atividade

[a **pesquisadora** agrupa as bolinhas em três grupos (grupo 1- duas bolinhas-uma vermelha e uma verde; grupo 2- quatro bolinhas- uma vermelha e três azuis e grupo 3 – com seis bolinhas-uma vermelha e cinco azuis)]. Nós temos um grupo de bolinhas, outro grupo de bolinhas e aqui tem outro grupo.

Beto: tem muitas bolinhas

Pesquisadora: Quantas bolinhas têm aqui no primeiro grupo? Vamos contar juntos (não sabe contar)

Pesquisadora: A quantidade de bolinhas em todos os grupos é igual?

Beto: Sim

Pesquisadora: Em cada grupo desses tem a mesma quantidade de bolinhas?

Beto: Sim

Pesquisadora: Então vamos observar os grupos e você vai montar o próximo grupo. A quantidade de bolinhas que você vai colocar será maior ou menor que a do último grupo?

Beto: Mais

Então pode montar [entrego as bolinhas para ele] (ele coloca quatro bolinhas vermelhas e uma verde)

Pesquisadora: Por que arrumou as bolinhas assim?

Beto: Queria desenhar um tanque

Pesquisadora: Por que você colocou essa vermelha aqui?

Beto: Porque tem esse, esse e esse (mostrando nos grupos de bolinhas)

ANÁLISE

Um fato importante sobre os dados produzidos por Beto é que mesmo não completando a sequência com a quantidade exata de bolinhas ele preserva a constante, ou seja, ele coloca apenas uma bolinha verde. Ao ser questionado sobre o porquê ele só colocava uma bolinha verde, ele demonstrou entender que em cada posição só podia haver uma bolinha verde, enquanto que as bolas vermelhas aumentavam (ele não precisava de quanto era esse aumento). Do nosso ponto de vista ao observarmos Beto manipular as bolinhas, mesmo não conseguindo expressar oralmente, ele faz uso de uma estratégia funcional.

Demonstrando uma compreensão maior que a de Beto, Cris consegue expressar de maneira explícita o seu raciocínio. Ela compreende que há uma constante, assim como que há um crescimento, embora não saiba precisar o valor, mas entende que no próximo grupo terá mais bolinhas do que no grupo anterior. Evidenciamos essas ações a partir dos diálogos entre a pesquisadora e Cris no extrato 4.2.8.

Extrato 4.2.8 do diálogo entre a pesquisadora e Cris na atividade de sequência crescente com dois elementos no *setting* MM

Pesquisadora: vou montar essas bolinhas em grupos diferentes. Primeiro grupo (uma bolinha verde e uma vermelha); segundo grupo (uma bolinha verde e três vermelhas); terceiro grupo (uma bolinha verde e cinco vermelhas). A quantidade de bolinhas de cada grupo são iguais?

Cris: sim

Pesquisadora: Todos os grupos têm a mesma quantidade de bolinhas?

Cris: sim

Pesquisadora: Vamos contar?

(depois de contar ela percebe que os grupos não tem a mesma quantidade)

Pesquisadora: Para montar mais um grupo de bolinhas você vai colocar mais bolinhas ou menos bolinhas que os outros grupos?

Cris: Mais

Pesquisadora: Então aqui tem quantas [terceiro grupo]?

Cris: Seis

Pesquisadora: O grupo que vamos montar vai ter seis ou mais de seis?

Cris explicita em sua fala que ela concebe haver uma parte constante e outra parte que cresce. Porém, não sabe precisar de quanto é esse aumento, mas entende que no próximo grupo terá mais bolinhas do que no grupo anterior. Uma possível explicação para que ela não consiga precisar o valor do aumento é o desconhecimento dos valores numéricos. Afinal, temos que lembrar que em função da pandemia essas crianças nunca estiveram na escola e mais, trata-se de crianças com pouco poder aquisitivo e que tiveram pouco ou nenhum apoio educacional em casa.

Outro ponto positivo extraído do diálogo com Cris foi o constatar que Cris consegue explicitar seu raciocínio. Ela demonstra entender que a quantidade de bolinhas de cada grupo é diferente e que para continuar a sequência é necessário ter um grupo com mais bolinhas, e ela explica o porquê. Esse fato torna-se ainda mais evidente quando ela completa a sequência com um grupo qual a quantidade de bolinhas é superior ao do grupo anterior, como podemos observar na figura 34.

Figura 34: Resposta de Cris na sequência crescente com de dois elementos no *setting* MM



Fonte: dados da pesquisa

As respostas de Cris no MM foram diferentes das respostas do P&L. No P&L ela respondeu de forma repetitiva, tanto por meio de desenhos quanto nos questionamentos feitos. Já no *setting* MM ela demonstra maior compreensão da tarefa, deixando seu raciocínio mais evidente. Como essa atividade no *setting* MM é bem semelhante à atividade no *setting* P&L, conjecturamos que o *setting* MM (manipular objetos) tenha sido o fator que contribuiu para o

entendimento da atividade e o uso do raciocínio funcional por parte de algumas das crianças. O documento dos Estados Unidos da América *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) aponta que as crianças de 3 a 8 anos de idade podem manifestar o conhecimento algébrico ao compreender padrões, relacionamentos e funções; descobrir e expandir padrões como sequências de sons e formas; analisar como os padrões de repetição e crescimento são gerados; e analisar a variação em diversos contextos. Essas características apontadas no NCTM são possíveis de serem observadas nas estratégias utilizadas por Cris (NCTM, 2003, p.402). Desse modo, compreendemos que o raciocínio de Cris está de acordo com os aspectos ou dimensões do NCTM.

Analisando a atividade realizada por Duda, percebemos que ela repete os mesmos resultados do P&L. ela entendeu e continuou a sequência tanto usando o MM quanto expressasse verbalmente, ela ainda não entende a lógica usada para o crescimento, mas ela sabe e expressa que sempre os elementos vão crescer. Na figura a seguir podemos observar como ela montou o grupo que lhes foi solicitado, ela colocou sete bolinhas vermelhas e uma bolinha verde.

Figura 35 - Resposta de Duda 5 anos na sequência de 3 elementos do *setting* MM



Fonte: a autora

No extrato do diálogo com Duda, podemos observar sua explicação para lidar com a situação envolvendo raciocínio funcional. Ela explica que cada grupo tem quantidades de bolinhas diferentes, além de explicar que o próximo grupo não pode ter quantidade inferior à anterior. Ela ainda não consegue explicar como chegou a essa conclusão, mas entendemos que

ela usou uma estratégia funcional, pois relaciona a posição com a quantidade de elementos dessa posição mesmo que não seja de forma exata.

Extrato 4.2.9 Diálogo da pesquisadora com Duda 5 anos

Pesquisadora: Vamos ver aqui essa forma que arrumei essas bolinhas. Arrumei em três grupos diferentes. Nos três grupos tem a mesma quantidade de bolinha?

Duda: não

Pesquisadora: Como você sabe que não tem a mesma quantidade?

Duda: por que aqui tem dois [posição um], aqui tem quatro [posição 2], e aqui tem seis [posição 3].

Pesquisadora: Certo agora você vai montar o próximo grupo. Quantas bolinhas terão nesse grupo?

Duda: sete

Pesquisadora: Por que sete?

Duda: porque depois do seis vem o sete

Então coloca. (ela coloca seis bolinhas vermelhas e uma verde)

Pesquisadora: Como você pensou para arrumar as bolinhas dessa foram?

Duda: usando a imaginação

Pesquisadora: E sua imaginação não soprou no seu ouvido por que seria sete? Ela não te

Partindo da observação do diálogo entre a pesquisadora e Duda, podemos perceber que ela compreende e reconhece que existe um padrão e de acordo com Kaput (2008) é um dos aspectos essenciais para perceber o pensamento algébrico e no caso desta pesquisa um caminho para o desenvolvimento do raciocínio funcional, pois um padrão pode ser representado por uma função. Na Educação Infantil as crianças conseguem de continuar sequências crescentes principalmente se forem apresentadas em diferentes contextos que facilitem o reconhecimento da estrutura do padrão quando o critério para a serem usados para a resolução esteja em evidência (PAPIC & MULLIGAN, 2007).

Duda também compreende haver uma relação funcional ao evidenciar a constante e que o outro termo sofrerá uma mudança como numa função afim que matematicamente pode ser escrita como sendo $f(p)=(2p-1)+1$, sendo que p é a posição que ocupa; $f(p)$ é a quantidade total de bolinhas de cada posição; $(2p-1)$ é quantidade de bolinhas vermelhas (parte variável) e 1 representa a bolinha verde (parte fixa) ... ($f(\text{bolinha})$ vai ser igual a bolinha vermelha mais bolinha verde. Evidente que ela não tem essa dimensão matemática, contudo é nítida a sua

compreensão que há uma parte que cresce (bolinhas vermelhas) e uma parte que é fixa (bolinha verde), elementos importantes da função afim que esta sequência representa, o que nos permite afirmar que apresenta indícios de um raciocínio funcional.

Após apresentarmos como as crianças do estudo responderam à atividade de sequência crescente com dois elementos nos *settings* P&L e MM, a seguir apresentaremos os resultados no *setting* MC.

Setting MC

Diferente dos resultados obtidos nas sequências de padrão repetitivo *setting* no MC, as crianças apresentaram dificuldades em realizar as atividades de crescimento no MC. As quatro crianças realizam os movimentos de forma repetitiva.

Apesar dos estímulos da pesquisadora para realizar os movimentos de forma crescente nenhuma das quatro crianças conseguiu fazer. Duda expressa verbalmente sua dificuldade em fazer os movimentos como podemos observar no extrato 4.2.2.1 do seu diálogo com a pesquisadora.

Extrato 4.2.2.1: Diálogo da pesquisadora com Duda na atividade de sequência crescente com dois elementos no *setting* MC

Pesquisadora: Uma palma quatro toques na mesa crescente. Uma palma três toques na mesa crescente. Você precisa prestar atenção quantas vezes eu fiz cada movimento

Duda: (fica um pouco tímida pra fazer).

Pesquisadora: Vou fazer de novo [repito os movimentos].

Duda: (faz palma e três toques na mesa)

Pesquisadora: Vou fazer de novo [repito os movimentos].

Duda: eu não sei fazer, sou um saco de pipoca

Pesquisadora: Claro que sabe fazer, você é um saquinho de pipoca muito inteligente. [repito os movimentos].

Duda: É difícil

Pesquisadora: Por que é difícil? Conta pra mim? Eu não sei fazer

Pesquisadora: Vou te ajudar a fazer. Você tem que ver como faço os movimentos e depois você faz [repito os movimentos]. Primeiro eu fiz?

Duda: Palma

Pesquisadora: e depois?

Duda: Bateu na mesa

Pesquisadora: Tá vendo que você sabe! Agora é sua vez

Duda: (ela faz palma e dois toques na mesa)

Pesquisadora: Só foi uma vez que fiz? Não foi mais?

Duda: (acena com a cabeça que sim)

Duda expressa sua dificuldade em fazer os movimentos, mas atribui a ela mesma

Essa dificuldade quando diz “eu não sei fazer, sou um saco de pipoca”. No entanto, a metodologia que adotamos pode ter influenciado nos resultados. Isto porque só tivemos um único encontro com cada criança, o que dificultou o estreitamento dos laços entre pesquisadora e criança, levando a algumas demonstrações de vergonha da criança e até mesmo de se sentir pouco à vontade na nossa presença. Muito foi por conta da pandemia da covid-19 que dificultou o nosso contato físico, presencial, com as crianças (resumido apenas a um) e com intervalos muito curtos entre uma atividade e outra. Esse último fato pode também ter sido um fator que levou as crianças ao cansaço para realizar as atividades no *setting* MC (as últimas). No extrato do diálogo com Duda é possível perceber que ela não está muito animada para continuar a atividade e quando lhe perguntado se deseja parar ela não hesita em responder que sim, quer parar. Reconhecemos que esses dois fatores (pouco contato para familiarização das crianças com a pesquisadora e o excesso de atividades com pouco tempo para realizá-las) podem ter sido duas variáveis intervenientes do estudo.

Síntese sequência de padrão crescente de dois elementos

Após examinarmos o comportamento (gestual e verbal) das crianças ao lidarem com sequência crescentes de dois elementos, nos três *settings*, podemos afirmar que as crianças

conseguiram dar continuidade às sequências propostas, em especial no P&L e no MM. Todas as crianças conseguiram perceber o crescimento que havia nessas sequências. No papel e lápis, por exemplo, elas utilizaram uma estratégia aditiva para prever a quantidade do próximo grupo e também usaram uma estratégia funcional ao perceber a constante e o crescimento do elemento B. Já no material manipulativo as crianças tiveram melhor desempenho em relação às atividades no material manipulativo das sequências de padrão repetitivo. Ainda no *setting* MM, as crianças se utilizaram de uma estratégia aditiva e, também, de estratégia funcional. No entanto, no *setting* MC as crianças tiveram um pouco de dificuldade em realizar os movimentos o que acreditamos ter sido por conta do cansaço e não pelo tipo de padrão desenvolvida na atividade já que o desempenho delas nos outros *settings* foi satisfatório.

Assim, foi possível identificar que houve a manifestação do raciocínio funcional por parte dessas crianças nas atividades de padrão crescente com dois elementos. Este foi observado tanto a partir das estratégias utilizadas em suas interações com as atividades no P&L como no MM, quanto em suas verbalizações orais diante dos questionamentos feitos pela pesquisadora.

4.2.2 Sequência de padrão crescente com três elementos

Iniciamos a apresentação dos resultados obtidos nas atividades de sequência crescente com três elementos, assim como as anteriores, pelo *setting* P&L.

***Setting* P&L**

Nesta atividade apenas Duda consegue seguir a sequência. Ela percebe haver duas constantes e que o terceiro elemento apresenta um crescimento. Em sua resposta verbal ela usou uma estratégia aditiva, já na escrita ela usa uma estratégia funcional.

O extrato 4.2.2.2 do diálogo de Duda podemos observar que ela usou uma estratégia aditiva quando ela responde que desenhará nove bolinhas “porque depois do oito vem o nove” e “depois do nove vem o dez”. Ela sabe que haverá sempre um crescimento, mas ainda não sabe expressar o valor exato de bolinhas.

Extrato 4.2.2.2 do diálogo de Duda com a pesquisadora na atividade de sequência crescente com dois elementos no *setting* MC

Pra continuar o desenho de Duda. Quantas estrelas você vai desenhar aqui?

Nove

Como você pensou pra ser que é nove?

Porque depois do oito vem nove

Quantas estrelas você desenhou aqui [quarto grupo]?

Nove

Quantas vai desenhar aqui [quinto grupo]?

Dez

Por que tem que ser dez?

Porque depois do nove vem o dez (ela desenhou dez azuis, uma vermelha e uma amarela[ela realizou essa ação sem que fosse questionado quantas bolinhas vermelhas e amarelas seriam])

Como você pensou para desenhar essas quantidades?

Olhando os outros

Duda usa as mesmas estratégias para responder essa atividade que usou nas atividades de padrão com dois elementos no *setting* P&L e MM. O fato de ter acrescentado mais um elemento à sequência não fez com que ela mudasse seu raciocínio.

Em outro trecho do diálogo é possível perceber que ela entende haver duas constantes (uma estrela amarela e uma estrela vermelha) quando é perguntado a ela como será o desenho.

Extrato 4.2.2.3 do diálogo de Duda com a pesquisadora

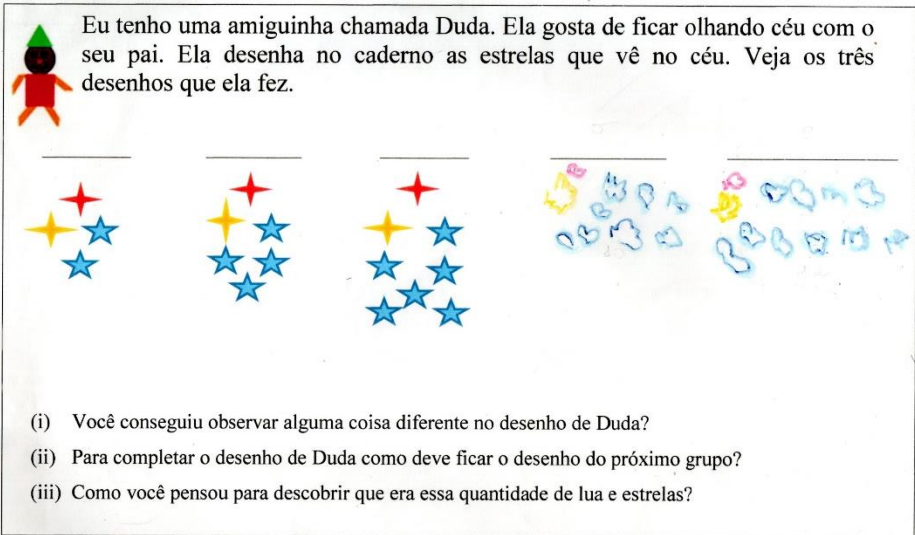
Como é que vai ser esse desenho. Quantas estrelas amarelas, quantas estrelas vermelhas, quantas azuis?

Duda explica seu pensamento expressando que para desenhar a quantidade de elementos de cada grupo, ela se baseou na quantidade de elementos dos outros grupos criando assim sua

própria estratégia. Ela usa duas estratégias nessa resolução a estratégia aditiva quando ela a partir da última posição prevê que as próximas, pois a cada posição é acrescentado mais um elemento. E a estratégia funcional quando ela monta o grupo de bolinhas respeitando a constante como mostra a figura a seguir.

Figura 36: Resposta de Duda à atividade 4.2 Sequência de padrão crescente com três elementos no *setting* MM

ATIVIDADE 4: AMBIENTE PAPEL E LÁPIS (CRESCIMENTO) ABCCABCCCC



Eu tenho uma amiguinha chamada Duda. Ela gosta de ficar olhando céu com o seu pai. Ela desenha no caderno as estrelas que vê no céu. Veja os três desenhos que ela fez.

(i) Você conseguiu observar alguma coisa diferente no desenho de Duda?

(ii) Para completar o desenho de Duda como deve ficar o desenho do próximo grupo?

(iii) Como você pensou para descobrir que era essa quantidade de lua e estrelas?

Fonte: a autora

Como podemos observar na figura 36, Duda completa sozinha a sequência e completa com a quantidade exata de estrelas demonstrando assim que usou uma estratégia funcional.

Em geral, não esperávamos que alguma criança acertasse essa atividade por apresentar um grau de complexidade maior que as outras, apenas esperávamos que elas percebessem o crescimento ou mesmo as constantes, isso seria suficiente para entendermos que a criança apresenta um raciocínio funcional. No entanto, as respostas de Duda superaram nossas expectativas por ela fazer generalizações que seriam difíceis até mesmo para crianças com um grau de escolaridade maior.

É importante ressaltar que as crianças que participaram da pesquisa nunca frequentaram uma instituição de educação, pois a pesquisa aconteceu no contexto da pandemia da Covid-19.

A produção dos dados ocorreu no final do ano de 2021 significando que as crianças que em 2020 tinham 4 anos não foram matriculadas por conta da pandemia e no ano anterior em 2019 sua matrícula não era obrigatória. As crianças com 5 anos em 2021 teriam sua matrícula obrigatória em 2020, portanto estas crianças participaram da pesquisa sem nenhum contato com uma educação sistematizada, não tinham conhecimento sobre as cores, quantidades, formas, conhecimentos básicos.

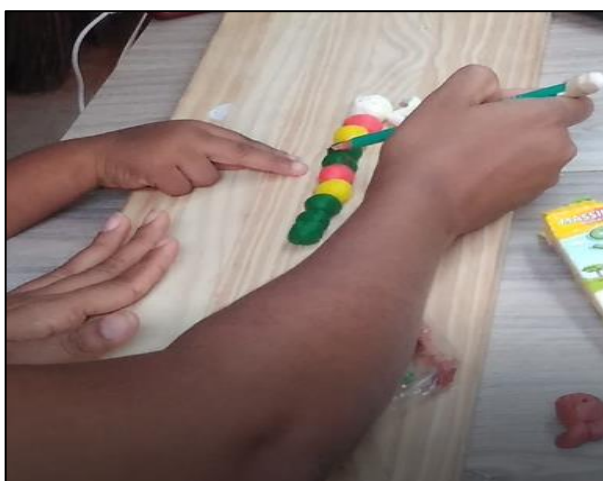
O fato das crianças mesmo sem frequentar uma instituição de educação apresentarem um raciocínio funcional reforça o que apresentamos no embasamento teórico desta pesquisa, no qual raciocínio funcional está presente no cotidiano infantil e se manifestará antes mesmo da criança iniciar sua vida escolar.

Na próxima seção traremos os resultados obtidos nas atividades de sequência crescente com três elementos no *setting* MM.

***Setting* MM**

No *setting* MM as crianças continuam a sequência de forma repetitiva. Elas não conseguem expressar haver um crescimento no elemento C como mostra as imagens a seguir.

Figura 37: sequência feita pela pesquisadora à atividade 4.2 Sequência de padrão crescente com três elementos no *setting* MM



Fonte: dados da pesquisa

Figura 38 – Resposta de Ana à atividade 4.2 Sequência de padrão crescente com três elementos no *setting* MM



Fonte: dados da pesquisa

Figura 39: sequência feita pela pesquisadora à atividade 4.2 Sequência de padrão crescente com três elementos no *setting* MM



Fonte: dados da pesquisa

Figura 41: sequência feita pela pesquisadora à atividade 4.2 Sequência de padrão crescente com



Fonte: dados da pesquisa

Figura 40 – Resposta de Ana à atividade 4.2 Sequência de padrão crescente com três elementos no *setting* MM



Fonte: dados da pesquisa

Figura 42: Resposta de Duda à atividade 4.2 Sequência de padrão crescente com três elementos no



Fonte: dados da pesquisa

O tipo de material usado (massinha de modelar) pode ter influenciado na compreensão da sequência, pois as crianças sempre pediam para brincar de outra forma com a massinha como no extrato 4.3.1, a seguir, do diálogo da pesquisadora com Duda.

Extrato 4.3.1 do diálogo de Duda com a pesquisadora na atividade de sequência crescente com três elementos no *setting* MM

Duda: Eu quero fazer uma agora (ela pede para fazer. Ela faz uma sequência)

Pesquisadora: Me fala sobre sua lagartinha. Por que fez ela assim?

Duda: Pra ficar maior que a sua

É notável que a intenção de Duda era somente brincar; o material usado nesta atividade desperta nela outros interesses e ela não faz mais associação com as atividades que já havia realizado. Consideramos que o pouco tempo para realização das atividades todas influenciou nos resultados dessa atividade (a última). Como já dito antes, o momento de pandemia da Covid-19 não permitiu que houvesse mais de um encontro, por isso não tivemos a oportunidade de fazer outras tentativas com esse material para saber se as crianças conseguiriam completar, ou não, a sequência, bem como dispor de mais tempo (pelo menos 2 encontros de 90 min cada) para que a criança brincar e, ao mesmo tempo, realizar as atividades que lhe solicitávamos. Destacamos ainda que materiais, como massinha de modelar, favorece a aprendizagem das crianças nessa faixa etária, por se tratar de um material presente no universo infantil e por permitir inúmeras possibilidades nesse processo.

Diante disto, apresentamos os resultados obtidos nas atividades de sequência crescente com três elementos no *setting* MM, na seção a seguir.

Setting MC

A nossa expectativa nesta atividade era que as crianças percebessem os elementos crescentes a cada nova tentativa. Como essa atividade envolvem muitos elementos entendemos

que as crianças não conseguiram repetir os movimentos com exatidão reproduzindo os movimentos crescentes. Como resultado as quatro crianças responderam de forma repetitiva, algumas se atrapalhando às vezes com os movimentos crescentes e outras apenas reproduzindo a música que já conheciam.

Escolhemos para essa atividade movimentos comuns a rotina das crianças da Educação Infantil, movimentos semelhantes a uma música muito cantada por elas. É possível que essa familiaridade pode ter interferido nos resultados.

No extrato 4.3.2 do diálogo de Ana com a pesquisadora podemos perceber que a familiaridade com os movimentos interfere realização dos movimentos.

Extrato 4.3.2 do diálogo da pesquisadora com Ana na atividade de sequência crescente com três elementos no *setting MC*

Pesquisadora: Agora vamos fazer esses movimentos: CABEÇA/OMBRO/ JOELHO.

Ana: Eu sei fazer

Mas sabe fazer igual a mim?

Ana: Eu já sei fazer esse

Pesquisadora: Eu vou fazer algumas coisas diferentes

Foi possível perceber que Ana ao afirmar que já sabia fazer faz associação a música que conhece e repete os movimentos como já está acostumada na música. Percebemos com isso que a escolha desses movimentos não foi muito boa dificultando nossa análise em relação à manifestação do raciocínio funcional.

Beto 4 anos, mesmo com mais dificuldades para realizar as atividades e com bastante estímulo da pesquisadora consegue dizer que os movimentos no “joelho” se repetem de forma diferente.

Extrato 4.3.3 do diálogo de Beto com a pesquisadora na atividade de sequência crescente com três elementos no *setting MC*

[Beto realiza os 3 movimentos, mas não executa os movimentos de crescimento como foi apresentado. No entanto percebe que há um crescimento].

Pesquisadora: Você percebeu algo diferente nos movimentos?

Beto: A gente faz mais vezes quando chega no joelho.

Pela complexidade das atividades envolvendo padrão de crescimento os estímulos foram muito importantes para extrair das crianças o raciocínio, pois sempre foi esperado que as crianças manifestassem o seu raciocínio de diversas formas e a expressão oral como estratégia nesta pesquisa foi muito importante, pois nem sempre os desenhos e as atividades com MM são suficientes para perceber a existência do raciocínio funcional.

Ao serem questionadas sobre os movimentos as crianças muitas vezes conseguem expressar um raciocínio funcional. Isso é importante, pois as falas das crianças são muito reveladoras em relação aos objetivos que traçamos. Para pesquisas com crianças pequenas todas as suas ações são relevantes, pois muitas vezes aquilo que o registro escrito, as ações com os MM e os MC não revelam serão evidenciadas nas suas explicações orais ou vice-versa.

Síntese sequência de padrão crescente de três elementos

Esta última atividade de investigação desenvolvida com as crianças envolveu o padrão de crescimento com três elementos. Consideramos os resultados também foram satisfatórios no *setting* P&L. De fato, três das quatro crianças conseguiram compreender haver um crescimento no padrão, ou seja, que a quantidade de estrelas variava a cada nova tentativa. Elas também conseguiram identificar as duas constantes presentes no padrão. Uma das crianças, a Duda, conseguiu inclusive repetir o mesmo resultado que obteve na sequência de padrão crescente com dois elementos. Por meio da verbalização ela afirmou existirem duas constantes (estrela vermelha e estrela amarela) e afirmou também que a estrela azul (que equivale ao terceiro elemento) aumentava a cada nova tentativa. Além do verbalizado, ela desenhou a quantidade de estrelas esperada na próxima posição. Para dar as suas respostas ela usou estratégia adjetiva e estratégia funcional. Duda ainda consegue explicar seu raciocínio tal como o fez na sequência de padrões crescente com dois elementos.

Nos *settings* MM e MC as crianças responderam de forma repetitiva. Como já conjecturamos anteriormente, um dos fatores que podem ter interferido para esse comportamento foi o cansaço, já que se tratava da última atividade dos quatro blocos de três atividades. Nesse último momento, as crianças expressaram algumas vezes já estarem cansadas para continuar realizando a atividade. Outra possibilidade, que não é excludente da anterior, é o grau de complexidade da tarefa. De fato, a sequência de padrão crescente com três elementos foi, a mais complexa cognitivamente. Ainda assim, tanto na sequência do *setting* MM como na do *setting* MC, as crianças conseguiram expressar verbalmente que havia crescimento na quantidade de elementos da sequência.

Após analisarmos os comportamentos e verbalizações das crianças nas atividades envolvendo sequências de padrão repetitivos e crescentes, com dois e três elementos, dentro dos três *settings*, consideramos já termos elementos suficientes para responder a nossa questão de pesquisa, o que acontecerá na conclusão de nosso estudo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa buscou investigar a presença do Raciocínio Funcional em crianças de 4 e 5 anos, apontando as circunstâncias em que ele se apresenta e como se apresenta. Para tanto, levantamos o seguinte questionamento: como as crianças entre 4 e 5 anos apresentam o Raciocínio funcional?

A partir dessa pergunta geral, e justamente para ter subsídios que nos auxiliem a respondê-la com mais propriedade, elaboramos algumas outras perguntas, de caráter mais específico, a saber:

O tipo de sequência em padrão (repetitiva ou crescente) influencia no raciocínio funcional dessas crianças? Quais estratégias as crianças utilizam para resolver atividades envolvendo Raciocínio Algébrico? Há diferença nas estratégias se as atividades estão inseridas em diferentes settings (materiais manipulativos, movimentos corporais ou papel e lápis)?

Para responder a esses questionamentos desenvolvemos um estudo exploratório acerca das manifestações do raciocínio funcional na Educação Infantil especificamente com as crianças de 4 e 5 anos a partir do método clínico piagetiano no contexto da pandemia da Covid-19 de 2020 a 2021. Para a produção dos dados da pesquisa elaboramos um material pedagógico contendo atividades com sequências de padrão repetitivas e crescente em três *settings* diferentes a saber Papel e Lápis (P&L), Material Manipulativo (MM) e o Movimento Corporal (MC).

Considerando as variáveis do estudo (a) settings (P&L, MM e MC), (b) o tipo de padrão da sequência (repetitivo ou crescente) e (c) o número de elementos envolvidos na sequência (dois ou três).

Iniciamos as nossas conclusões a partir das repostas informando que as crianças apresentaram o raciocínio funcional por meio de várias estratégias. Observamos que esse raciocínio se apresentava mais evidente quando elas utilizavam estratégia de alternância, principalmente nas atividades de sequência de padrão repetitivo. Nelas, as crianças chegavam a identificar a unidade de repetição, lançando mão da verbalização para explicar seus raciocínios.

No que tange às estratégias, identificamos o uso do raciocínio funcional quando as crianças estavam resolvendo atividades de construção de sequência repetitiva. Nesse caso, a estratégia mais como era a de contagem, a partir do último termo para continuar o padrão. Na sequência de padrão crescente de dois elementos, identificamos o uso da estratégia aditiva funcional, em que a criança identificava a constante e ia completando o outro elemento da sequência como o que já fora pré-estabelecido antes (quando apresentávamos a sequência).

Apresentamos a seguir as estratégias mais utilizadas pelas crianças participantes:

Sequência de padrão repetitivo com dois e com três elementos

Atendendo aos resultados obtidos nos três *Settings* (P&L, MM e MC) concluímos que:

As crianças: (i) identificam a unidade de repetição, (ii) fazem a alternância dos elementos (iii) agrupamento (equivalência) (iv) fazem verbalização sobre ação realizada. Mesmo com o pouco sucesso de três das quatro crianças na atividade realizada no setting MM, quando as crianças agruparam as peças por cor e não por alternância, considerando que a variável cor parece exercer uma atração muito grande no sentido de querer agrupá-las.

Sequência de padrão crescente com dois e três elementos

Para este tipo de sequência concluímos nos três *Settings* (P&L, MM e MC) que as crianças utilizam como estratégia (i) identificar a unidade de repetição, (ii) estratégia aditiva e funcional e (iii) verbalização oral.

Consideramos que o tipo de sequência em padrão (repetitiva ou crescente) adotada na pesquisa influenciou nas estratégias usadas pelas crianças para manifestar o raciocínio funcional. As crianças utilizaram estratégia diferentes para cada tipo de sequência. Para as sequências em padrão repetitivo elas mais utilizaram identificação da unidade de repetição e

alternância principalmente nos *Settings* P&L e MC. Nas sequências em padrão crescente além de utilizar a estratégia de identificação da unidade de repetição as crianças apresentaram novas estratégias como estratégia aditiva e funcional. Também foi nas sequências em padrão crescente que as crianças mais utilizaram a verbalização oral o que foi possível compreender melhor o raciocínio delas, já que não houve muitas respostas escritas nesse tipo de sequência.

As estratégias também mudam de acordo com os *settings* para cada atividade. Na sequência em padrão repetitivo as estratégias para o P&L e MC foram a mesma (identificação da unidade de repetição e alternância). Já no *setting* MM a estratégia utilizada foi o agrupamento (equivalência). Na sequência em padrão crescente com dois elementos as estratégias foram as mesmas para os *settings* P&L e MM o que acreditamos ser por conta das atividades apresentadas nesses *settings* serem iguais, ou seja, apresenta mesmo elementos para a resolução. Já na sequência em padrão crescente com três elementos as estratégias as crianças usaram estratégias semelhantes nos *settings* MM e MC, pois usam as estratégias de identificação da unidade de repetição e alternância e no *setting* P&L elas utilizaram as estratégias aditiva e funcional. Apontamos que as crianças fazem uso de diferentes estratégias de acordo com o *setting* que as atividades lhes são apresentadas. As estratégias podem variar também dependendo da sequência de padrões.

CONCLUSÕES DO ESTUDO

As crianças de 4 e 5 anos que participaram deste estudo apresentaram um raciocínio funcional tanto em atividades de sequência de padrão repetitiva como em sequência de padrão crescente com dois e três elementos e em três *Settings* (P&L, MM e MC). O raciocínio funcional foi apresentado por meio de várias estratégias sendo elas identificação de unidade de repetição, alternância dos elementos, agrupamento (equivalência), estratégia aditiva, funcional e verbalização oral.

Apresentamos para as crianças neste estudo os padrões repetitivos e os crescentes simultaneamente, pois ambos possibilitam diferentes estratégias sejam usadas pelas crianças para assim favorecendo o desenvolvimento do raciocínio funcional.

A partir desta pesquisa evidenciamos a necessidade de se desenvolver mais estudos acerca do raciocínio funcional na Educação Infantil, pois apresentamos no nosso referencial teórico muitos trabalhos desenvolvidos em outros países com crianças nesta faixa etária e não encontrando até o momento estudos específicos sobre o raciocínio funcional na Educação Infantil no Brasil. Os documentos curriculares brasileiros destacam a importância de introduzir o pensamento algébrico a partir do 1º ano do Ensino Fundamental deixando de fora a Educação Infantil. Acreditamos ser importante iniciar o raciocínio algébrico e funcional desde a Educação Infantil, pois mostramos neste estudo que estes conhecimentos estão presentes no cotidiano da escola e ele pode ser manifesto até mesmo em crianças que nunca frequentaram uma instituição educativa.

Após termos discutido o estudo sob a ótica do nosso objetivo e questão de pesquisa e termos apresentado nossas conclusões, gostaríamos de refletir sobre questões que se apresentam para além da apresentação formal do estudo; são questões que apareceram nos “bastidores” da pesquisa geraram muita dificuldade para a realização da coleta de dados. Poderíamos dizer que foram variáveis intervenientes aquelas que não estavam previstas no desenho do estudo e que ao surgirem atrapalham muito seu andamento. Por outro lado, refletir sobre essas dificuldades nos faz amadurecer enquanto pesquisadora e por esse motivo as trazemos após termos respondido à questão de pesquisa, isto é, após termos formalmente concluído o estudo.

Dificuldades enfrentadas para realização do estudo

Muitas foram as dificuldades enfrentadas para a realização do estudo. A primeira, e talvez a principal, foi o contexto da pandemia da Covid-19 que influenciou diretamente nos resultados da pesquisa, mas nos trouxe outra perspectiva em relação a nossa concepção sobre o desenvolvimento na Educação Infantil. Por conta da pandemia não foi possível um número maior de participantes na pesquisa. Inicialmente pensamos 12 participantes, sendo que quatro participaria de um projeto piloto que também não foi possível por conta da pandemia. Então realizamos a investigação com apenas quatro crianças.

As crianças que participaram da pesquisa não frequentaram uma instituição de Educação Infantil, pois a realização do diagnóstico aconteceu em meados de 2021 não permitindo que essas crianças ingressassem no sistema educacional. A falta de contato das crianças com Educação formal trouxe para elas uma certa dificuldade em entender e realizar as atividades,

pois as atividades foram pensadas para utilizar elementos comuns da Educação Infantil e os contatos dessas crianças com o mundo era apenas doméstico o que acabou influenciando em alguns resultados, porque algumas atividades exigiam conhecimento de cores, noções de quantidades e outras.

O tempo também foi um fator importante, pois essas atividades deveriam e foram planejadas para acontecer em momentos distintos, isto é, havíamos pensado em realizar a coleta de dados utilizando dois encontros com cada criança. Por conta das atividades remotas só nos foi permitido realizar apenas um encontro com cada criança, sendo que duas das crianças realizaram as atividades no mesmo dia. Isso significou que cada criança participou por mais de uma hora de nossas atividades. Não foi possível saber o quanto tal fato interferiu no desempenho e interesse em responder nossas atividades e questões.

Por fim, mas não por último, a pandemia impediu a presença dessas crianças na escola. Considerando que as quatro crianças apresentaram resultados semelhantes na manifestação de seus raciocínios funcionais, tal resultado nos faz pensar sobre como seria se estas crianças tivessem ingressado numa instituição educativa no tempo certo, será que esses resultados seriam diferentes? Será que haveria diferença nos resultados das crianças segundo suas escolaridades? Esperamos que tais perguntas possam ser respondidas por outros estudos a serem realizados no seio do nosso grupo de pesquisa RePARE.

REFERÊNCIAS

ALSINA, Á; INCHAUSTEGUI, Y, A. Iniciación al álgebra en Educación Infantil a través del pensamiento computacional: una experiencia sobre patrones con robots educativos programables. **Revista Iberoamerica de Educación Matematica**. N. 52, 2017.

ALSINA, Á. **Del razonamiento lógico-matemático al álgebra temprana en Educación Infantil**. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, Gerona, 2019.

AUSTRALIAN. **Curriculum, Assessment and Reporting Authority, *The Australian Curriculum: Mathematics*** (ACARA), Sydney 2015.

BALMOND, C. O Número 9: **Em Busca do Código Sigma**. Lisboa: Replicação, 2000.

BARBOSA, A. **A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2º ciclo do ensino básico**. Dissertação do Doutoramento.: Universidade do Minho.

Baroody, A. (2000). **Does mathematics instruction for three to five year olds really make sense?** Young Children, Braga, 2010.

BARROS, M. G. & Palhares, P. **Emergência da Matemática no Jardim-de-Infância**. Porto: Porto Editora, 2001.

BECK, V. SILVA, J. Invariantes Operatórios de Recursividade Algébrica Presentes nas Estratégias de Estudantes Do 3º Ano Do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Em REVISTA** n. 21 - v.1 – p. 6, Pelotas, 2020.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. **Functional Thinking as a Route Into Algebra in the Elementary Grades**. **ZDM—International Reviews on Mathematical Education**, p. 34–42. Boston, 2011.

BLANTON, M.; KAPUT, J. **Characterizing a classroom practice that promotes** BLANTON, Maria e cols. Early Algebra. In: VICTOR, J. K. (Ed.). **Algebra: Gateway to a Technological Future**, The Mathematical Association of America: Columbia/USA, 2007.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J.. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412-446, Boston, 2005.

BLANTON, M.; KAPUT, J. **Elementary grades students' capacity for functional thinking**. PME28, vol 2. University of Massachusetts Dartmouth, USA, 2004.

BORRALHO, A., Cabrita, I., Palhares, P. & Vale, I. **Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra**. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavaro (Orgs), *Números e Álgebra* (pp. 193-211). Lisboa: SEM-SPCE, 2007.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017. Disponível em: [anexo_texto_bncc \(mec.gov.br\)](http://anexo_texto_bncc(mec.gov.br)). Acesso em: 22 jan. 2020.

BRASIL. Lei Federal 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o **Plano Nacional de Educação - PNE** e dá outras providências. Brasília, DF, 25. Jun. 2014. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/113005.htm>. Acesso em: 12 Abr. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral – DICEI. Coordenação Geral do Ensino Fundamental – COEF. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo básico de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental**. Brasília, DF: MEC, 2012. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=18543&Itemid=1098

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Referencial curricular nacional para a educação infantil**. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. **Referencial curricular nacional para a educação infantil**. Brasília: MEC, 1998. 3 v. disponível em: Brasil. Ministério da Educação Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica / Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Brasília: MEC, 2013.

BRINGUIER, Jean-Claude. **Conversando com Jean Piaget**. Trad. M. J. Guedes. 2.ed. Rio de Janeiro: Bertrand, 1993. 210p.

CASTRO, M. R. Educação algébrica e resolução de problemas. **Boletim Salto para o Futuro**, TV Escola. Brasília, 2003.

CARRAHER, Terezinha Nunes (Org.) **Aprender pensando**. Petrópolis: Vozes, 1989. 128p

COELHO, AGUIAR. **A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. Estudos Avançados**. São Paulo, 2018.

DEVLIN, K. **Matemática: a ciência dos padrões**.: Porto Editora, Porto, 2002.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2012.

- FIorentini, D.; Miorim, M. A.; Miguel. **Algebra ou geometria: para onde pende o pêndulo. Pro-posições**, v,3, n. 1, p. 9- 54, Campinas, 1992.
- FIorentini, D.; Miguel, A.; Miorim, M. A. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. **Pro-Posições, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação – Unicamp**. Campinas, v.4, n.1[10], p.78-91, Campinas, 1993.
- KAMII, Constance; DEVRIES, Rheta. **Jogos em grupo na educação infantil: Implicações da teoria de Piaget**. São Paulo: Trajetória Cultural, 1991.
- KAPUT, J. What is Algebra? What is algebraic reasoning? In Kaput. Carraher, Blanton (Eds.), **Algebra in early grades** . Nova York: Routledge, pp. 5-17, 2008.
- KATZ, Victor. J. **Algebra: Gateway to a Technological Future**, Columbia: MAA Reports, 2007.
- KIERAN C. **Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels**. Quadrante. v. XVI, n. 1, Portugal, 2007.
- LAUTERT, Sintria; SPINILLO, Alina. Como as crianças representam a operação de divisão: da linguagem oral para outras formas de representação. **Temas em Psicologia**, v. 7, 1999, pp. 23-36.
- LORENZATO, S. **Educação Infantil e Percepção Matemática**. 2a edição. Campinas, SP: autores associados. 2008
- MESTRE, C., OLIVEIRA, H. **O pensamento algébrico e a capacidade de generalização de alunos do 3.º ano de escolaridade do ensino básico**. In C. Guimarães, & P. Reis, (Orgs.), Professores e infâncias: estudos e experiências. pp. 201-223. São Paulo: Junqueira & Marin. São Paulo, 2011.
- MENDES, M. F., & DELGADO, C. C. **Geometria**. Lisboa: Ministério da Educação- Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, 2008.
- MERINO, E.; CAÑADAS, M. C.; MOLINA, M. **Uso de representaciones y patrones por alumnos de quinto de educación primaria en una tarea de generalización**. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 2(1), pp. 24-40, Granada 2013.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS – NCTM**. Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM, 2000.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS-NCTM**. Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: a quest for coherence. Reston, V.A.: National Council of Teachers of Mathematics. (2007).
- PAPIC, M., MULLIGAN, T., & Mitchelmore, M. **Assessing the developing of preschoolers' mathematical patterning**. *Journal for Research in Mathematics Education*, 2011).
- PIAGET, Jean. **A Linguagem e o Pensamento da Criança**. São Paulo: Mertins Fontes ed. 7ª edição, 1999
- PORTO, R; MAGINA, S; GOMERO, G. Dois lados de uma mesma vertente algébrica: raciocínios proporcional e funcional por estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental. **CEDU – Revista Cenas Educacionais**, V. 2, N. 1, p. 143-168, Caetité, 2019.

- PORTUGAL, **Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar**. Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação (DGE), Lisboa, 2016.
- RADFORD, L. **Theories in mathematics education**: A brief inquiry into their conceptual differences. ICMI 11 Survey team 7: The notion and role of theory in mathematics education research. Working paper, 2008.
- REIMÃO, J. V. **Padrões na creche e no jardim de infância**: a emergência do pensamento algébrico e do raciocínio matemático. Dissertação (Mestrado em Educação Pré-escolar), Instituto politécnico, Setubal, 2020.
- RUDIO, Frans. **Introdução ao projeto de pesquisa científica**. Petrópolis: Editora Vozes. 2008, 35ª edição.
- SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D. Manifestação do pensamento algébrico em resoluções de tarefas por estudantes do Ensino Fundamental I. **Revista paranaense de Educação Matemática**, v. 3, n. 5, p. 139 – 156, jul. – dez. Campo Mourão, 2014.
- SALVATERRA, M, L. **Exploração de padrões por crianças do pré-escolar: um estudo realizado no domínio da matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Pré-escolar), Instituto politécnico, Viana do Castelo, 2017.
- SMOLE, K. S.; **A Matemática na escola**: pelos caminhos do saber, do sentir e do querer. 2019. Disponível em: <https://mathema.com.br/artigos/a-matematica-na-escola-pelos-caminhos-do-saber-do-sentir-e-do-querer/>. acesso em: 21 de dezembro de 2020.
- STEWART, I. **Os números da natureza**: a realidade irreal da imaginação matemática. Rocco: Rio de Janeiro, 1996.
- TEXEIRA, C; MAGINA, S; A possibilidade de se introduzir o raciocínio funcional para estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental: Contribuição para o debate. In OLIVEIRA, Paulo (Ed.) **Produtos Educacionais: contribuições de pesquisas na Educação Matemática**. UFSCar. pp. 103-122. São Carlos, 2018.
- Vale, I., & Pimentel, T. **Raciocinar com Padrões** Figurativos, 2013.
- VALE, I., PIMENTEL, T., ALVERENGA, D., FÃO, A. **Uma proposta didáctica envolvendo padrões - 1º e 2º ciclos do ensino básico**. Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo; Viana do Castelo: ESE/IPVC, 2011.
- VIEIRA, F. dos S.; MAGINA, S. M. P. A Early Algebra no currículo da educação infantil: uma análise dos documentos nacionais e internacionais. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 23, p. 81–98, 2021. DOI: 10.30938/bocehm.v8i23.5070. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/5070>. Acesso em: 21 jun. 2021.
- VYGOTSKY, L. **Pensamento e Linguagem**. Martins Fontes: São Paulo, 1987.
- MAGINA, Sandra; SANTOS, Aparecido; MERLINE, Vera. **O raciocínio de estudantes do ensino fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas**. **Ciências e Educação**, março/2012.

MARTINHO, H.; VISEU, F. (Orgs.). **Actas do Seminário de Investigação em Educação Matemática**. Viana do Castelo: APM, p. 35-63. 2009.

Threlfall, J. Repeating Patterns in the Early Primary Years. In A. Orton (Ed.), **Patterns in Teaching and Learning of Mathematics** (pp.18-30). London: Cassell, 1999.

WARREN, E., MILLER, J. Y COOPER, T. J. **Exploring young students' functional thinking**. *PNA*, 183-192. 2013.

WARREN, E. (Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. **Educational Studies in Mathematics**, 2008.

WARREN, E., & COOPER, T. Using repeating patterns to explore functional thinking. Australian Primary Mathematics Classroom, 2006.

ZAMORANO, C. M.; ALSINA, A. La incorporación del Early Algebra en el currículo de Educación Primaria. **Números: revista de didáctica de las matemáticas**. Volumen 105, p. 81-102. Girona, 2020.

ZAPATERA, A. Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para Educación Infantil y primaria. **Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas**, 97, 51-67. Girona, 2018.

APÊNDICES

Material pedagógico para as atividades no setting Papel e Lápis (P&L)



ATIVIDADE 1: AMBIENTE PAPEL E LÁPIS (REPETITIVO) ABABAB

Olá, preciso de ajuda! Vamos preencher os quadrinhos com essas carinhas de “triste ou feliz” para saber qual será a última carinha!



- (i) Seguindo a sequência, que carinha você vai desenhar no próximo quadrinho?
- (ii) E qual das carinhas você vai desenhar no quadrinho que está pintado de azul?
- (iii) Para descobrir qual carinha desenhar no quadro azul, como você pensou?

ATIVIDADE 2: AMBIENTE PAPEL E LÁPIS (REPETITIVO) AABCCABAB

Vamos conhecer uma lagartinha chamada Aghata, ela tem umas cores bem diferentes. Todo o corpo da Aghata tem essas cores nessa sequência.



Vamos seguir essa mesma sequência e colorir a Aghata para ela ficar mais feliz.

- (i) Como você pensou para seguir essa sequência?

Aghata gosta de muitas cores. Então, você pode escolher três cores diferentes e criar sua própria sequência para colorir a Aghata.



ATIVIDADE 3: AMBIENTE PAPEL E LÁPIS (CRESCIMENTO) ABABBB


Preciso descobrir o segredo de Isac. Ele estava brincando com suas bolinhas e arrumou de forma diferente. Ela arrumou em vários grupos diferentes.



- (i) Quantas bolinhas terá próximo grupo?
- (ii) E depois?
- (iii) Quantas bolinhas vermelhas têm em cada grupo?
- (iv) A quantidade de bolinhas vermelhas é igual à quantidade de bolinhas azuis em cada grupo?
- (v) Você conseguiu descobrir o segredo de Isac?

Apêndice B – Material pedagógico para as atividades do *setting* Material Manipulativo

(MM)

ATIVIDADE 4: AMBIENTE PAPEL E LÁPIS (CRESCIMENTO) ABCCABCCCC


Eu tenho uma amiguinha chamada Duda. Ela gosta de ficar olhando céu com o seu pai. Ela desenha no caderno as estrelas que vê no céu. Veja os três desenhos que ela fez.



- (i) Você conseguiu observar alguma coisa diferente no desenho de Duda?
- (ii) Para completar o desenho de Duda como deve ficar o desenho do próximo grupo?
- (iii) Como você pensou para descobrir que era essa quantidade de estrelas vermelhas, amarelas e azuis?