



**UNIVERSIDADE ESTDUAL DE SANTA CRUZ-UESC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA-PROFÍSICA**

MATEUS DOS SANTOS

**SEÇÕES DE ESPALHAMENTO NEUTRINO-NÚCLEO DE
CORRENTE NEUTRA EM MODELOS DE QRPA**

**ILHÉUS - BAHIA
2021**

MATEUS DOS SANTOS

SEÇÕES DE ESPALHAMENTO NEUTRINO-NÚCLEO DE
CORRENTE NEUTRA EM MODELOS DE QRPA

Dissertação apresentada à Universidade Estadual de Santa Cruz para a obtenção do título de Mestre em Física.

Linha de pesquisa: Física Nuclear.

Orientador: Dr. Arturo Rodolfo Samana.

ILHÉUS - BAHIA
2021

S237 Santos, Mateus dos.
Seções de espalhamento neutrino-núcleo de corrente neutra em modelos de QRPA / Mateus dos Santos.
– Ilhéus, BA: UESC, 2021.
115 f. : il.

Orientador: Arturo Rodolfo Samana.
Dissertação (mestrado) –Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-graduação em Física (Profísica).

Referências: f. 110-115.

1. Neutrinos. 2. Estrutura nuclear. 3. Espalhamento (Física). 4. Fortran 77 (Linguagem de programação de computador). I.Título.

CDD 539.7215

MATEUS DOS SANTOS

**SEÇÕES DE ESPALHAMENTO NEUTRINO-NÚCLEO DE CORRENTE
NEUTRA EM MODELOS DE QRPA**

Ilhéus-BA, 03 de março de 2021.



Arturo Rodolfo Samana
Cad:73519312-8

Prof. Dr. Arturo Rodolfo Samana
UESC - Universidade Estadual de Santa Cruz
Orientador



Prof. Dr. Fermin de la Caridad Garcia Velasco
UESC - Universidade Estadual de Santa Cruz
Examinador Interno



Prof. Dr. Sérgio José Barbosa Duarte
CBPF – Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas
Examinador Externo

Ilhéus-BA
2021

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha mãe e aos meus avós, que tanto me apoiaram durante esta jornada.

AGRADECIMENTOS

À Universidade Estadual de Santa Cruz por conceder a infraestrutura para o desenvolvimento da pesquisa.

Ao Programa de Pós-Graduação em Física - PROFÍSICA pela oportunidade de cursar o mestrado.

À Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB) pela concessão da bolsa de estudo, através do Termo de Outorga de nº BOL0103/2019.

Agradeço à Deus por ter me permitido chegar até aqui e finalizar mais este ciclo, levarei sempre comigo o aprendizado pessoal e profissional adquirido. Durante esta jornada contei com o apoio de muitas pessoas para suportar os momentos difíceis, a cada uma delas meu sincero obrigado.

Um agradecimento especial a meu orientador Arturo Samana por todos esses anos de companherismo, amizade, compreensão e principalmente por sua paciência para comigo. Sou muito grato pelos seus esforços para me ensinar e ajudar construir minha carreira.

Ao professor Alejandro Dimarco pelas excelentes e divertidas conversas durante o tempo em que compartilhamos o mesma sala.

À toda equipe do Centro de Tecnologia das Radiações (CTR) por me suportar e fazer meus dias mais alegres. Em especial agradeço a professora Agnes e Diango por todo apoio e conselhos recebidos.

Aos meus amigos Maic, Luciano, Josafá, Henrique, João Vitor, Alisson, Gabriel, Rygel, Renan e Edvaldo, sou muito grato a todos vocês por fazerem o meu tempo na UESC o mais leve e divertido possível.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB) por apoiar e financiar este trabalho.

Seções de espalhamento neutrino-núcleo de corrente neutra em modelos de QRPA.

RESUMO

O espalhamento neutrino-núcleo via corrente neutra desempenha um papel fundamental no ambiente estelar, onde o transporte de neutrinos determina a taxa de resfriamento. Sua importância neste tipo de ambiente está diretamente relacionada ao fato das energias dos neutrinos de supernova serem muito pequenas para produzirem múon ou tau, o que limita o número de neutrinos que irão participar em reações com corrente carregada. Modelar este tipo de reação é também essencial para estudar detectores modernos baseados no espalhamento de neutrinos em hádrons e núcleos.

Com o objetivo de estudar interações com trocas de carga, há alguns anos atrás foi desenvolvido um código na linguagem FORTRAN 77 chamado QRAP (Quasiparticle Random Aproximation). Esse código calcula processos semileptônicos de corrente carregada, como decaimento beta, captura de neutrinos e a seção de espalhamento neutrino-núcleo, usando a QRPA (Quasiparticle Random Phase Approximation) e a PQRPA (Projected QRPA) como formalismo para descrever toda a parte nuclear. Neste trabalho nós estendemos o formalismo e modificamos o código QRAP para descrever as reações neutrino-núcleo via corrente neutra. Consideramos de modo consistente as correlações de emparelhamentos nêutron-próton (np), nêutron-nêutron (nn) e próton-próton (pp) e obtivemos uma QRPA de carga conservada, o que nos permite descrever as reações via corrente neutra de maneira consistente.

Com o intuito de validar a nova $pp + nn$ QRPA desenvolveu-se um modelo de prova para ^{24}Mg que calcula as amplitudes de transição eletromagnéticas, os resultados obtidos estão em bom acordo com os dispostos na literatura. Em relação aos processos semileptônicos, calculou-se as seções de espalhamento inelástico neutrino-núcleo via corrente neutra para ^{12}C , e a mesma seção utilizando um fluxo de neutrinos. Os resultados obtidos para a seção de espalhamento também estão em excelente acordo quando comparados com outros modelos na literatura e com os dados experimentais disponíveis. Cálculos para a seção de espalhamento em ^{40}Ar e ^{56}Fe também foram realizados. Encontramos que as transições de Gamow-Teller (GT) e Fermi mostraram ser ingredientes fundamentais para o entedimento destas reações.

Keywords: Neutrino-núcleo, estrutura nuclear, QRPA, Fortran77

Neutral-current neutrino-nucleus cross section in QRPA models.

ABSTRACT

Neutrino-nucleus scattering via neutral-current play a fundamental role in a stellar environment, where the transport of neutrinos determines the rate of cooling. The importance is due the energy of supernova neutrinos are too small to produce a massive muon or a tau lepton limiting the number of neutrinos that will participate in charged-current reactions. Modeling this kind of reaction is also important in view of studies on modern detectors based on neutrino scattering on hadrons and nuclei.

A few years ago a code in FORTRAN 77 language called QRAP (Quasiparticle Random AProximation) was implemented to study the charged-current interactions of the neutrino-nucleus. This code theoretically calculates the semileptonic charge-exchange processes, such as simple beta decay, neutrino capture and the neutrino-nucleus scattering section, using a formalism to describe the neutrino-nucleus interaction, whereas the calculations nuclear structure for NME (Nuclear Matrix Elements) were performed using the QRPA model (Quasiparticle Random Phase Approximation) and PQRPA (Projected QRPA). In this work we extended the formalism and modified the QRAP code to describe neutrino-nucleus reactions via neutral-current. We have considered neutron-proton (np) pairing as well as neutron-neutron (nn) and proton-proton (pp) pairing correlations, and obtained an uncharged-exchange QRPA wich enables us to describe neutral-current reactions in a consistent way.

In order to verify the new $pp + nn$ QRPA we used a toy model for ^{24}Mg that calculates eletromagnetic transitions amplitudes and the results are in a good agreement with other models in the literature. Relative to the semi-leptonic processes, we performed inelastic neutral-current neutrino-nucleus cross sections for ^{12}C , as well as the respective cross sections averaged over distribution of Michel neutrino flux. The results obtained are in excellent agreement with other calculations present in the literature and experimental data. Calculations for ^{40}Ar and ^{56}Fe were also performed. We noted that the Gamow Teller (GT) and Fermi transitions are shown to be important ingredients for understanding these reactions.

Keywords: Neutrino-nucleus, nuclear structure, QRPA, Fortran77

Lista de Figuras

1	Decaimentos beta simples β (linha verde) e duplo beta $\beta\beta$ (linha roxa) para isobáros de massa $A = 76$. Como o decaimento beta simples entre ${}^{76}\text{Ge}$ e ${}^{76}\text{Se}$ é energeticamente proibido, logo este poderá ocorrer via o decaimento duplo beta [2].	15
2	Espectro de distribuição em energia de um processo de emissão β [4].	16
3	Diagrama do processo de espalhamento neutrino-núcleo com corrente neutra [12].	18
4	Representação esquemática do espalhamento neutrino-núcleo com corrente carregada através da troca de bósons W^+ . O quadrimomento transferido $q_\mu = k'_\mu - k_\mu = p_\mu - p'_\mu$ [13].	18
5	Processos semileptônicos na triade $\{{}^{12}\text{B}, {}^{12}\text{C}, {}^{12}\text{N}\}$. São mostrados os estados fundamentais para os três núcleos indicando o spin, isospin J^π e T respectivamente e as energias em MeV . Também é indicado os primeiros estados excitados 0^+ e 1^+ em ${}^{12}\text{C}$. Cada seta indica o tipo do processo possível [18]	19
6	Seção de choque neutrino-núcleo (NC) para o espalhamento coerent em função da energia do neutrino incidente. É também feito uma comparação com outras seções de choque na mesma faixa de energia para o espalhamento com corrente carregada (CC) [24].	20
7	Experimento DUNE [26].	21
8	Transições eletromagnéticas de segunda ordem multipolar entre os estados do núcleo de ${}^{24}\text{Mg}$ [61].	25
9	Esquema de níveis do modelo de camadas [1].	34
10	Estado fundamental e estados excitados de mais baixas energias com momento angular zero e paridade positiva em um sistema com número par de férmions se movendo em uma configuração de partícula simples [99].	38
11	Seção de espalhamento $\nu+{}^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 26.0$ para os estados $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm$. Os resultados obtidos pelo QRAP, Dapo [42] e Cheoun [41] estão dispostos em vermelho, azul e preto respectivamente.	70
12	Seção de espalhamento $\nu+{}^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 26.0$ para os estados $J^\pi = 2^\pm, 3^\pm$. Em vermelho estão os resultados obtidos pelo código QRAP e em azul são os resultados obtidos pelo Dapo [42].	71

13	Esquemas de níveis para os primeiros estados excitados em ^{12}C . Em vermelho estão dispostos a probabilidade de decaimento e a vida-média, respectivamente, em preto estão os estados e suas energias [92].	72
14	Seção de choque total da reação $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 26.0$, em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Os resultados obtidos pelo QRAP, Dapo [42] e Cheoun [41] estão dispostos em vermelho, azul e preto respectivamente.	73
15	Seção de choque inclusiva $\sigma_{e^-}(E_\nu)$ da reação $^{12}\text{C}(\nu_e, e^-)^{12}\text{N}$ (em unidades de 10^{-39}cm^2) para diferentes <i>s.p.e</i> S_2 , S_3 e S_6 , comparados com diferentes modelos [33].	74
16	Contribuição de cada multipolo para a seção de choque utilizando uma energia fixa $E_\nu = 21.63$ MeV.	75
17	Seção de choque total da reação $\nu + ^{12}\text{C} \rightarrow \nu' + ^{12}\text{C}^*$ (vermelho) e as seções de choque por estado excitado, e em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita).	76
18	Seção de choque para o estado 1^+ das reações (138) e (139), para ν_e (vermelho) e $\bar{\nu}_\mu$ (azul).	78
19	Seção de choque (136) por estado excitado usando o fluxos de ν_e (134) em função da energia de excitação.	80
20	Comparação das seções de espalhamento utilizando utilizando dois conjuntos de <i>s.p.e</i> diferentes, s_1 e s_2	82
21	Seção de espalhamento $\nu+^{40}\text{Ar}$ para os parâmetros $v_s = 27.0$ e $v_t = 26.0$ para os estados $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm$. Os resultados obtidos pelo QRAP, Dapo [42], Cheoun [46] e V. Dessel [93] estão dispostos em vermelho, azul, preto e verde respectivamente.	83
22	Seção de espalhamento $\nu+^{40}\text{Ar}$ para os parâmetros $v_s = 27.0$ e $v_t = 26.0$ para os estados $J^\pi = 2^\pm, 3^\pm$. Os resultados obtidos pelo QRAP, Dapo [42], Cheoun [46] e V. Dessel [93] estão dispostos em vermelho, azul, preto e verde respectivamente.	84
23	Seção de choque total da reação $\nu+^{40}\text{Ar}$ para os parâmetros $v_s = 27.0$ e $v_t = 26.0$, em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Os resultados obtidos pelo QRAP, Dapo [42], Cheoun [46] e V.Dessel [93] estão dispostos em vermelho, azul, preto e verde respectivamente.. . . .	85
24	Contribuição de cada multipolo para a seção de choque utilizando uma energia fixa $E_\nu = 21.6$ MeV, utilizando diferentes parâmetros de interação.	86

25	Seção de choque total da reação $\nu + {}^{40}\text{Ar} \rightarrow \nu' + {}^{40}\text{Ar}^*$ (vermelho) e as seções de choque por estado excitado; em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Foram plotados apenas os multipolos que mais contribuem para a seção de choque total, com objetivo de ter uma melhor visualização, uma vez que obteve-se multipolos até $J^\pi = 6^\pm$	87
26	Seção de espalhamento $\nu + {}^{56}\text{Fe}$ para os parâmetros $v_s = 27$ e $v_t = 64.0$ para os estados $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm$. Os resultados obtidos pelo QRAP e RQRPA [42] estão dispostos em vermelho e azul respectivamente.	88
27	Seção de espalhamento $\nu + {}^{56}\text{Fe}$ para os parâmetros $v_s = 27$ e $v_t = 64.0$ para os estados $J^\pi = 2^\pm, 3^\pm$. Os resultados obtidos pelo QRAP e RQRPA [42] estão dispostos em vermelho e azul respectivamente.	89
28	Seção de choque total da reação $\nu + {}^{56}\text{Fe}$ para os parâmetros $v_s = 27$ e $v_t = 64.0$, em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Os resultados obtidos pelo QRAP e RQRPA [42] estão dispostos em vermelho e azul respectivamente.	90
29	Seção de choque total da reação $\nu + {}^{56}\text{Fe} \rightarrow \nu' + {}^{56}\text{Fe}^*$ (vermelho) e as seções de choque por estado excitado, e em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Foram plotados apenas os multipolos que mais contribuem para a seção de choque total, com objetivo de ter uma melhor visualização, uma vez que obteve-se multipolos até $J^\pi = 8^\pm$	91
30	Comparação entre as seções de espalhamento $\nu(\bar{\nu})$ em ${}^{12}\text{C}$ (vermelho), ${}^{40}\text{Ar}$ (verde) e ${}^{56}\text{Fe}$ (azul). As linhas sólidas representam as seções de neutrinos e a pontilhada de antineutrinos.	92
31	Seção de espalhamento $\nu + {}^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 0.0$ para os estados $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm$. Em vermelho estão os resultados obtidos pelo código QRAP e em azul são os resultados obtidos pelo RQRPA [42].	97
32	Seção de espalhamento $\nu + {}^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 0.0$ para os estados $J^\pi = 2^\pm, 3^\pm$. Em vermelho estão os resultados obtidos pelo código QRAP e em azul são os resultados obtidos pela RQRPA [42].	98
33	Seção de choque total da reação $\nu + {}^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 0.0$, em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Os resultados obtidos pelo QRAP estão disposto em vermelho e os obitdos na RQRPA [42] em azul.	99

34	Seção de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 5.0$ para os estados $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm$. Em vermelho estão os resultados obtidos pelo código QRAP e em azul são os resultados obtidos pela RQRPA [42].	100
35	Seção de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 5.0$ para os estados $J^\pi = 2^\pm, 3^\pm$. Em vermelho está os resultados obtidos pelo código QRAP e em azul são os resultados obtidos pela RQRPA [42].	101
36	Seção de choque total da reação $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 5.0$, em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Os resultados obtidos pelo QRAP estão disposto em vermelho e os obitdos por Dapo [42] em azul.	102
37	Seção de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = 26.0, v_t = 43.3$ para os estados $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm$. Em vermelho estão os resultados obtidos pelo código QRAP e em azul são os resultados obtidos pelo RQRPA [42].	103
38	Seção de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = 26.0, v_t = 43.3$ para os estados $J^\pi = 2^\pm, 3^\pm$. Em vermelho estão os resultados obtidos pelo código QRAP e em azul são os resultados obtidos pelo RQRPA [42].	104
39	Seção de choque total da reação $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = 26.0, v_t = 43.3$, em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Os resultados obtidos pelo QRAP, RQRPA [42] e QRPA [41] estão dispostos em vermelho, azul e preto respectivamente.	105

Lista de Tabelas

1	Conjunto de alguns artigos publicados nas últimas duas décadas sobre reações neutrino-núcleo com corrente neutra (NC) e corrente carregada (CC).	23
2	Paridade dos operadores das equações (9,10).	28
3	Classificação da radiação gama.	29
4	Exemplos de decaimento gama. O símbolo ‡ indica que trata-se do único tipo de decaimento possível.	29
5	Alguns valores de $a_m(nl, n'l')$ para $l + l'$ par. Onde n e l são os números quânticos principal e azimutal, respectivamente [65].	32
6	Alguns valores de $a_m(nl, n'l')$ para $l + l'$ ímpar [65].	32
7	Valores do fator geométrico F_{JLM} [88].	56
8	Energias e probabilidades de ocupação das configurações utilizadas no cálculo de estrutura nuclear para ^{24}Mg . As legendas π e ν representam próton e nêutron, respectivamente.	61
9	Valores para os NME do acoplamento PH e PP nas camadas $1d - 2s$ para $J^\pi = 2^+$ obtidos através das equações (45) e (36).	62
10	Valores dos NME para o acoplamento PH e PP nas camadas $1d - 2s$ para $J^\pi = 2^+$ obtidos através das equações (45) e (36).	62
11	Energias de partícula simples, probabilidades de ocupação u e v , e energias de quase-partícula. Estes valores foram obtidos por Suhonen [61].	64
12	Alguns valores da integral radial R^λ para os multipolos $\lambda = 0, 1, 2, 3$ nas camadas $1s, 1p, 2s, 1d, 2p$ e $1f$	66
13	Elementos de matriz de partícula simples para os estados da camada de valência $1d - 2s$. Como trata-se de estados de partículas simples, estes resultados são os mesmos para prótons e nêutrons.	67
14	Contribuições das configurações de duas quase-partículas ab na camada de valência, as quantidades Q_{ab} e C_{ab} são definidas pelas equações (130) e (131).	67
15	Valores obtidos para o cálculo do elemento de matriz perturbado para o estado 2_1^+ e a probabilidade de transição $2_1^+ \rightarrow 0_{gs}$, para este, foram utilizadas as cargas efetivas $e_{eff}^p = 1.3e$ e $e_{eff}^n = 0.3e$	68
16	Regras de seleção para o momento angular e paridade no decaimento beta.	69

17	Resultados obtidos para a seção de choque (136) oriunda dos fluxos de ν_e (134) e $\bar{\nu}_\mu$ (135) por diferentes modelos teóricos. Na última coluna está o único resultado experimental disponível na literatura para a reação $\nu + {}^{12}\text{C} \rightarrow \nu' + {}^{12}\text{C}^*$	79
18	Energias de partículas simples <i>s.p.e</i> para ${}^{12}\text{C}$ utilizando dois conjuntos diferentes, ambos com 6 níveis.	81
19	Elementos de matrizes auxiliares calculados para o núcleo de ${}^{24}\text{Mg}$, usando QRPA e pnQRPA.	96
20	Resultados obtidos para seção de choque $\nu_e + {}^{12}\text{C}$ obtida da convolução com o fluxo de Michel, na primeira coluna está a energia do neutrino, na segunda a seção de choque média, seguido do fluxo e da seção de choque total.	107
21	Resultados obtidos para seção de choque $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C}$ convolução com o fluxo de Michel. Na primeira coluna está a energia do antineutrino, na segunda a seção de choque média, seguido do fluxo e da seção de choque total.	109

Conteúdo

1	Introdução	15
1.1	Reações com corrente carregada e com corrente neutra.	17
1.2	Experimentos com neutrinos	19
1.2.1	Espalhamento coerente de neutrinos	19
1.2.2	Deep Underground Neutrino Experiment (DUNE)	20
1.3	Evolução dos modelos de estrutura nuclear e estado atual da investigação	21
1.4	Objetivos	24
2	Transições eletromagnéticas	25
2.1	Regras de seleção	27
2.2	Os elementos de matriz de partícula simples	29
2.3	Propriedades das integrais radiais	30
3	Modelos de estrutura nuclear	33
3.1	O hamiltoniano nuclear	34
3.2	Correlações de emparelhamento no núcleo	37
3.3	A interação residual delta	39
3.3.1	Para partículas não-idênticas	40
3.3.2	Para partículas idênticas	41
3.4	Teoria de BCS	42
3.5	Aproximação de QTDA (Quasiparticle Tamm-Dancoff Approx- imation)	46
3.6	Aproximação de QRPA (Quasiparticle Random Phase Approx- imation)	51
4	A interação neutrino-núcleo	52
4.1	O Hamiltoniano de interação	53
4.2	Seção de choque neutrino-núcleo de corrente carregada	58
4.3	Seção de choque neutrino-núcleo de corrente neutra	60
5	Resultados Numéricos	61
5.1	Transições eletromagnéticas em ^{24}Mg	61
5.2	Seção de espalhamento neutrino- ^{12}C	68
5.3	Seção de espalhamento neutrino- ^{40}Ar	82
5.4	Seção de espalhamento neutrino- ^{56}Fe	87
6	Conclusão	93
6.1	Trabalhos futuros	94

A	Elementos de matriz nuclear de partícula simples	95
B	Seção de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ com diferentes PH parametrizações	97
C	Seção $\nu+^{12}\text{C}$ com o fluxo de Michel	106

1 Introdução

A forma mais comum de um núcleo se desexcitar é através do decaimento beta, que tem sido detectado em isótopos de quase todos os elementos, com exceção daqueles muito pesados localizados ao final da carta de nuclídeos. Este tipo decaimento consiste na emissão de um elétron e um antineutrino (*decaimento* β^-) ou um pósitron e um neutrino (*decaimento* β^+). Em ambos os casos o número de nucleons é conservado ao final reação, como mostra as equações

$${}^A_Z X_N \rightarrow {}^A_{Z+1} Y_{N-1} + e^- + \bar{\nu}, \quad (\beta^-) \quad (1)$$

$${}^A_Z X_N \rightarrow {}^A_{Z-1} Y_{N+1} + e^+ + \nu, \quad (\beta^+) \quad (2)$$

onde o e^- elétron (e^+ pósitron) é criado no instante da emissão por intermédio da interação fraca [1]. Quando um próton captura um elétron e se converte em um nêutron e um neutrino (ν), chamamos esse processo de *captura eletrônica*

$${}^A_Z X_N + e^- \rightarrow {}^A_{Z-1} Y_{N+1} + \nu, \quad (\text{CE}) \quad (3)$$

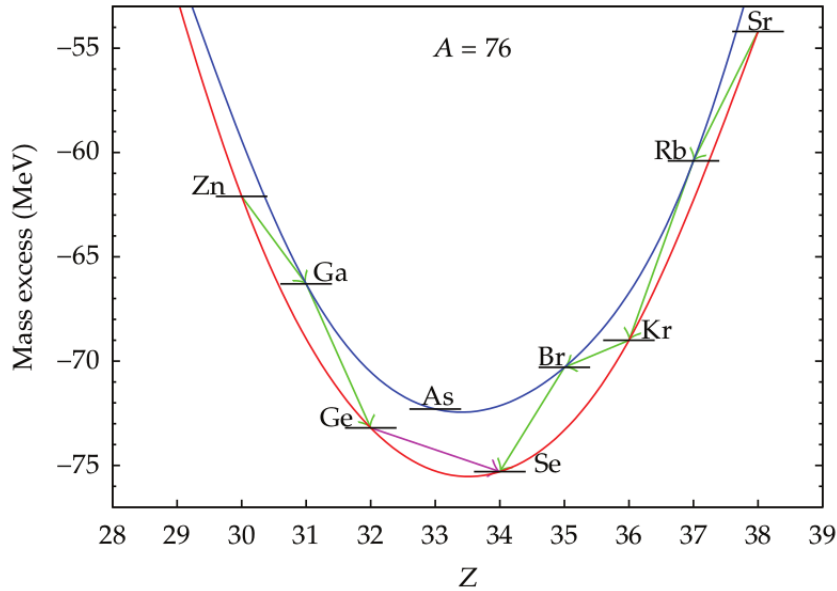


Figura 1: Decaimentos beta simples β (linha verde) e duplo beta $\beta\beta$ (linha roxa) para isobáros de massa $A = 76$. Como o decaimento beta simples entre ${}^{76}\text{Ge}$ e ${}^{76}\text{Se}$ é energeticamente proibido, logo este poderá ocorrer via o decaimento duplo beta [2].

A Figura (1) mostra os decaimentos beta possíveis entre os isobáros $A = 76$. As duas parábolas de massa existem devido as correlações de emparelhamento.

O neutrino foi proposto em 1930 por Wolfgang Pauli visto a necessidade de manter a conservação de energia e de paridade no sistema durante o processo de decaimento beta [3]. Essa partícula deveria dividir juntamente com elétron emitido no decaimento a energia liberada no processo (Figura 2). O que justifica o decaimento beta possuir um espectro contínuo, em contraste com os decaimentos alfa e gama.

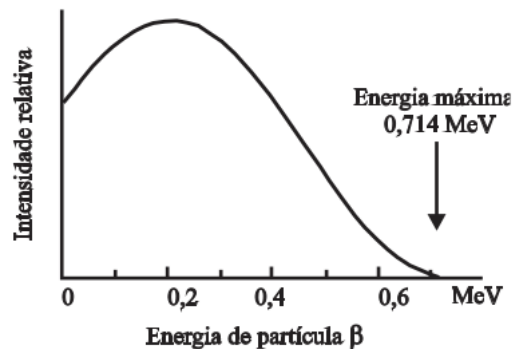


Figura 2: Espectro de distribuição em energia de um processo de emissão β [4].

Pauli postulou que o neutrino (ν) deveria ser eletricamente neutro, férmion de spin- $\frac{1}{2}$ com massa similar a do elétron, e de interação fraca. Ele tinha um certo receio de que o neutrino nunca seria observado. Porém, em 1956 dois anos antes da sua morte, Clyde Cowan e Frederick Reines detectaram o neutrino experimentalmente a partir de um experimento no reator nuclear Savannah River, localizado na Carolina do Sul [5].

Sabe-se atualmente que existem três tipos de neutrinos e são nomeados de acordo com o lépton que o acompanha na interação fraca, são eles: o neutrino do elétron (ν_e), neutrino do múon (ν_μ) e neutrino do tau (ν_τ). O primeiro a ser descoberto foi o ν_e em 1956. O ν_μ foi descoberto posteriormente por Melvin Schwartz, Leon Ledeman e Jack Steinberg em 1962 [6]. Nos anos 2000, a colaboração internacional Donut (Direct observation of the ν_τ) realizou experimentos no acelerador de partículas Fermilab e obteve evidências experimentais da existência do ν_τ [7].

Os atuais experimentos com neutrino prometem não somente mostrar a natureza do neutrino, mas também apontar o caminho para uma nova Física além do Modelo Padrão de partículas elementares, pois será considerado um neutrino massivo.

1.1 Reações com corrente carregada e com corrente neutra.

Existem dois tipos de espalhamento (anti)neutrino-núcleo, o espalhamento com corrente carregada e com corrente neutra. Eles podem ser descritos da seguinte forma:

- Corrente carregada (CC) :

$$\begin{aligned}\nu_l + A(Z, N) &\rightarrow A^*(Z + 1, N - 1) + l^-, \\ \bar{\nu}_l + A(Z, N) &\rightarrow A^*(Z - 1, N + 1) + l^+.\end{aligned}$$

- Corrente neutra (NC):

$$\begin{aligned}\nu_l + A(Z, N) &\rightarrow A^*(Z, N) + \nu_l, \\ \bar{\nu}_l + A(Z, N) &\rightarrow A^*(Z, N) + \bar{\nu}_l,\end{aligned}$$

onde l corresponde a um lépton que pode ser o elétron (e), múon (μ) ou tau (τ), A é a massa nuclear e Z o número atômico, o asterísco (*) representa o estado excitado do núcleo final.

As reações via corrente neutra procedem via trocas de um bóson neutro Z^0 como descrito no esquema da Figura (3). No entanto, as reações via corrente carregada procedem via trocas de bósons carregados W^+ ou W^- e as excitações produzidas conduzem os núcleos a estados de núcleos vizinhos, como pode ser visualizado no esquema da Figura (4).

Uma descrição mais detalhada sobre o formalismo, técnicas experimentais de medição e aplicações astrofísicas para reações com corrente neutra podem ser encontradas, por exemplo, nos trabalhos Donnelly [9] e Ydrefors *et al.* [10]. Para corrente carregada, o mesmo pode ser encontrado em [11].

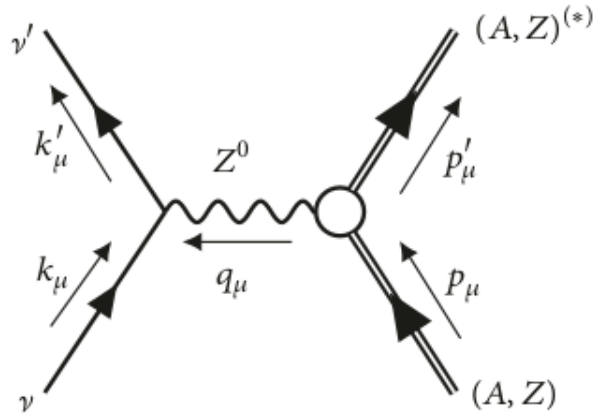


Figura 3: Diagrama do processo de espalhamento neutrino-núcleo com corrente neutra [12].

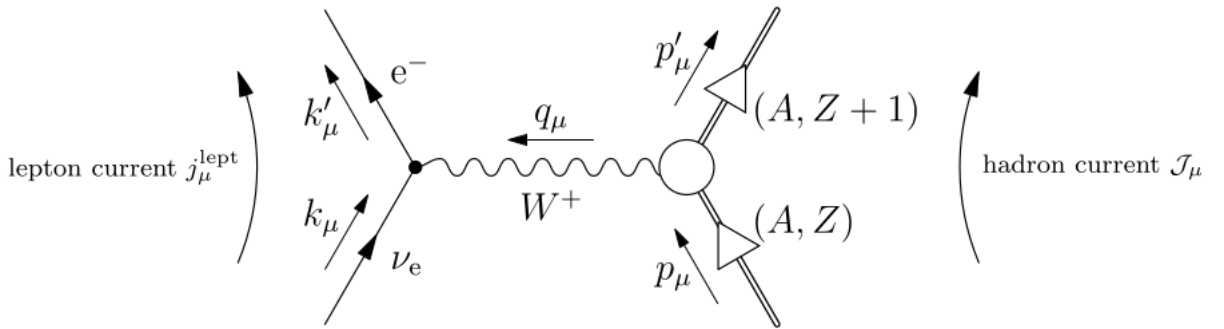


Figura 4: Representação esquemática do espalhamento neutrino-núcleo com corrente carregada através da troca de bósons W^+ . O quadrimomento transferido $q_\mu = k'_\mu - k_\mu = p_\mu - p'_\mu$ [13].

Na Figura (5) mostramos os processos de corrente neutra e corrente carregada para a triade $\{^{12}\text{B}, ^{12}\text{C}, ^{12}\text{N}\}$. Todos esses decaimentos foram amplamente estudados de forma teórica e experimental. Em particular, o espalhamento neutrino-núcleo em ^{12}C é importante porque este núcleo é um componente importante de muitos detectores de neutrinos. Nos experimentos de LSND [14] e KARMEN [15] foi utilizado ^{12}C para estudar oscilações de neutrinos e medir seções de espalhamento neutrino-núcleo. Atuais estudos sobre oscilações de neutrino atmosféricos ou gerados em aceleradores também envolvem ^{12}C operando com energias de neutrino da ordem de $E_\nu \sim 1$ GeV como no MiniBoone [16] ou Minerva [17].

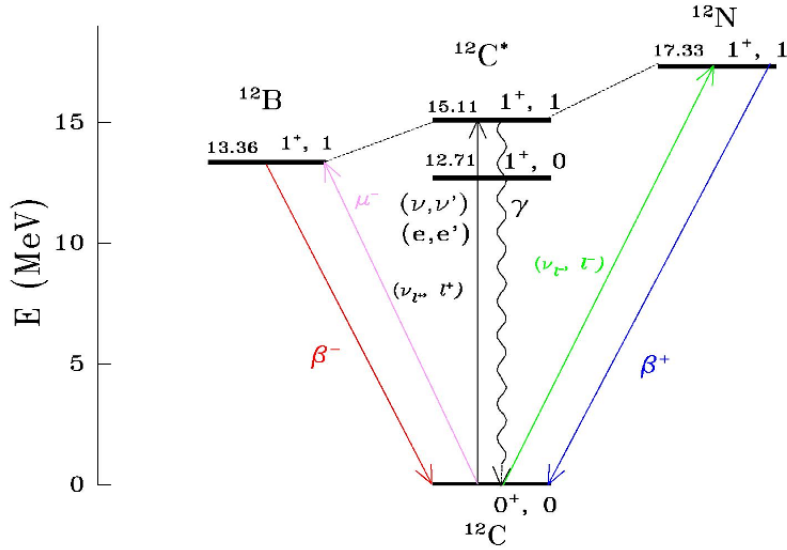


Figura 5: Processos semileptônicos na triade $\{^{12}\text{B}, ^{12}\text{C}, ^{12}\text{N}\}$. São mostrados os estados fundamentais para os três núcleos indicando o spin, isospin J^π e T respectivamente e as energias em MeV . Também é indicado os primeiros estados excitados 0^+ e 1^+ em ^{12}C . Cada seta indica o tipo do processo possível [18]

1.2 Experimentos com neutrinos

O Modelo Padrão de partículas elementares fornece a melhor descrição das partículas fundamentais e as forças que existem no universo, no entanto, neste modelo o neutrino não deve possuir massa. Com o conhecimento das oscilações de neutrinos [19, 20] sabemos que o neutrino possui uma massa muito pequena, abrindo espaço para uma reformulação do modelo. Os neutrinos possuem as mesmas características de sua antipartícula, o que é uma peculiaridade entre as partículas. Eles podem estar relacionados com outras partículas massivas presentes na formação do universo, o que explica os grandes esforços científicos para a realização de experimentos capazes de fornecer essas e outras respostas.

1.2.1 Espalhamento coerente de neutrinos

Em 1973, experimentos realizados na câmara de bolhas Gargamelle no CERN (Centro Europeu de Pesquisas Nucleares) detectaram a primeira evidência direta de uma reação com corrente neutra oriunda da interação fraca [21, 22]. Esta detecção conduziu as descobertas dos bósons W e Z , os quais são me-

diadores da interação fraca. Esse processo já havia sido previsto de forma independente por Sheldon Glashow, Abdus Salam e Steven Weinberg [23]. A descoberta da interação do neutrino via corrente neutra foi um passo fundamental para a unificação do eletromagnetismo e a força fraca, dando origem a força eletrofraca.

Com o objetivo de estudar o espalhamento elástico coerente de neutrinos, foi conduzido no Oak Ridge National Laboratory, o experimento *CEνNS* (Coherent Elastic neutrino-Nucleus Scattering), que é o processo de espalhamento elástico e coerente de neutrinos por um núcleo. Nesse processo o neutrino interage com o núcleo como um todo, em forma coletiva, não havendo a interação neutrino-nucleon. Nessa reação os componente iniciais e finais são os mesmos, medindo-se apenas o recuo do núcleo e o ângulo de espalhamento do neutrino [24].

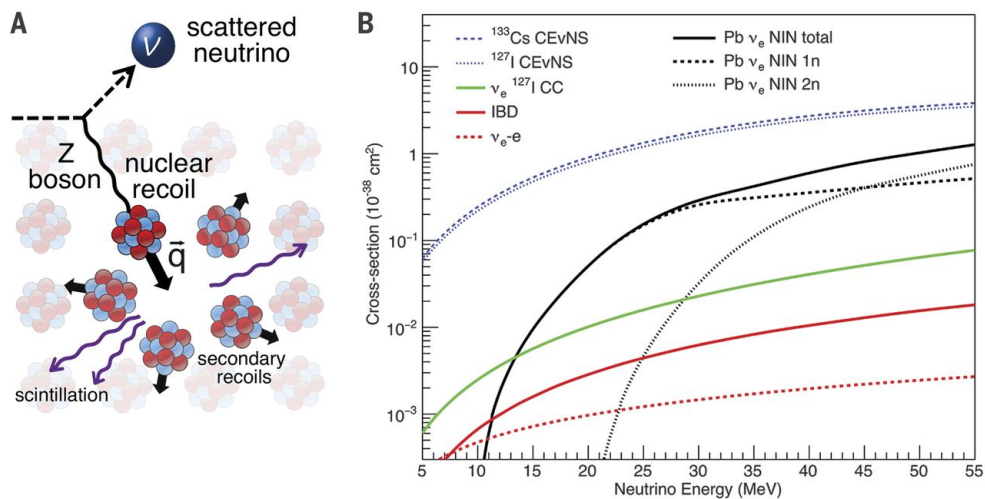


Figura 6: Seção de choque neutrino-núcleo (NC) para o espalhamento coerente em função da energia do neutrino incidente. É também feita uma comparação com outras seções de choque na mesma faixa de energia para o espalhamento com corrente carregada (CC) [24].

1.2.2 Deep Underground Neutrino Experiment (DUNE)

O DUNE é o maior experimento com neutrinos em construção no mundo. Grandes laboratórios equipados com detectores extremamente sensíveis estão sendo contruídos no Fermilab (Illinois) e Stanford (South Dakota).

Um feixe de prótons será acelerado pelo acelerador *PIP-II* e bombardeados em um alvo de grafite, produzindo píons e nêutrons, os píons positivos

posteriormente decaíram em neutrinos, gerando um feixe que viajará por 1300 *km* sendo medido por um detector de ârgonio liquido. A distância entre os detectores é fundamental para medir as oscilações dos neutrinos.

Serão comparadas as taxas de oscilação dos neutrinos e antineutrinos para verificar uma possível diferença entre elas, com o objetivo de observar a existência de um desequilíbrio entre matéria e antimatéria no universo.

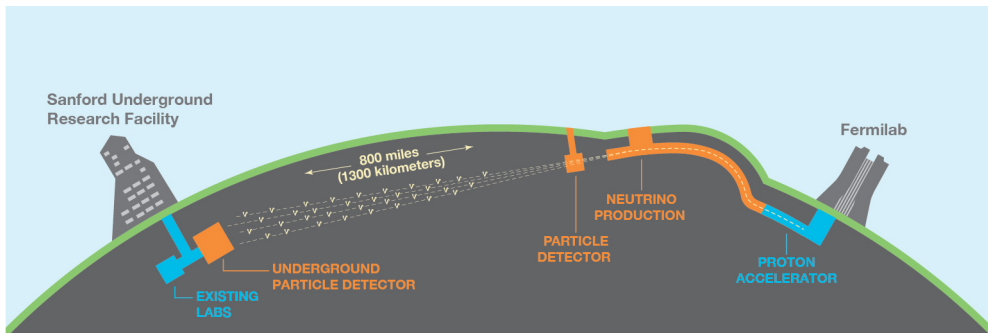


Figura 7: Experimento DUNE [26].

1.3 Evolução dos modelos de estrutura nuclear e estado atual da investigação

Nas últimas cinco décadas pesquisas envolvendo neutrinos vem ganhando cada vez mais destaque no cenário internacional, principalmente pelas perguntas ainda não respondidas a cerca desta misteriosa partícula. Alguns dos tópicos em aberto são: a natureza do neutrino, ainda não sabemos se os neutrinos são partículas de Majorana (neutrino = antineutrino) ou, se eles são partículas de Dirac (neutrino \neq antineutrino); o valor absoluto de sua massa, e como incorporá-la em um modelo de partículas elementares que satisfaça esta condição; as interações envolvendo neutrinos de supernova, num cenário que não pode ser reproduzido na terra, e finalmente as suas oscilações e intensidades [27–29]. Assim, o estudo das interações nucleares fracas é uma parte fundamental para responder estas perguntas, bem como os cálculos de estrutura nuclear.

Com o objetivo de responder estas questões, os modelos teóricos que descrevem as interações fracas e a estrutura nuclear vem sendo aprimorados ao longo dos últimos anos. Os mais eficientes até o presente momento são as aproximações microscópicas de BCS, PBCS, QRPA e PQRPA. A aproximação BCS (Bardeen–Cooper–Schrieffer), originalmente desenvolvida para estudar a supercondutividade em metais, têm sido amplamente utilizada com grande eficácia para descrever os níveis mais baixos de energia em núcleos

pesados, dando conta das correlações de emparelhamento nos núcleos [30]. Por usar a transformação de Bogoliubov-Valatin, que conecta um conjunto de quase-partículas aos núcleons originais, e que não comuta com o operador número de partículas, a função de onda que resulta deste processo corresponde a um número não definido de núcleons. Com isto, as energias obtidas através desta função de onda, são interpretadas como médias das energias correspondentes de um conjunto de núcleos vizinhos. Por esta razão, a aproximação BCS funciona melhor para núcleos pesados que para núcleos leves.

Para descrever com boa precisão a interação residual entre prótons e nêutrons é necessário ir além do emparelhamento, sendo o RPA (Random Phase Approximation) a forma mais adequada de descrevê-la [78], pois esta introduz as correlações de longo alcance uma vez que a BCS somente considera as de curto alcance (emparelhamento). Usando a RPA é possível descrever o estado fundamental como uma mistura das excitações duas partículas- dois buracos, sendo esta oriunda da interação residual. Este método funciona muito bem para núcleos de camada fechada, porém em núcleos com camadas abertas não funciona com a mesma precisão. Nestes núcleos, a combinação BCS+RPA [31] é uma solução simples e eficiente, uma vez que as equações de BCS fornecem bem a descrição do emparelhamento de curto alcance e a RPA fornece a interação residual de longo alcance.

Por não se tratar de um método autoconsistente a BCS+RPA foi substituída pela QRPA (Quasiparticle Random Phase Approximation), onde as probabilidades de ocupação são obtidas resolvendo as equações de BCS e a interação residual leva em consideração as contribuições de longo alcance entre pares de partículas e partícula-buraco [61, 68]. Com o passar dos anos, foi observado que pequenas mudanças nas amplitudes da interação no canal partícula-partícula causava mudanças significativas nas vidas médias dos núcleos, o que demonstrava haver uma inconsistência no método, este episódio ficou conhecido como colapso do QRPA. Este problema ainda está parcialmente em aberto.

Um dos aprimoramentos feitos no nível de BCS foi a descoberta de um método capaz de evitar a não-conservação do número de partículas. A aproximação de PBCS (Projected BCS) ou aproximação de BCS projetada do número de partículas permite manter exato o número de partículas com um procedimento de projeção [32], diferentemente do que acontece na BCS onde o número de partículas é conservado em média. Assim é possível ter uma extensão autoconsistente do procedimento da PBCS e da QRPA. Este método ficou conhecido como PQRPA (Projected Quase Random Phase Approximation) [90]. Contudo, este método só apresenta resultados substancialmente melhores do que a QRPA para núcleos leves [33].

Com o objetivo de calcular os elementos de matriz nuclear em reações

envolvendo neutrinos, A. Samana e F. Krmpotic desenvolveram um código na linguagem Fortran 77, chamado de QRAP (Quasiparticle RAndom Phase approximation) [34]. Este código utiliza as aproximações de QRPA e PQRPA para descrever a estrutura do núcleo, e para a interação residual é utilizada a interação delta simples. Além dos cálculos dos elementos de matriz nuclear, o código também calcula as seções de espalhamento neutrino-núcleo em reações com CC e a captura de múon. Diversos trabalhos podem ser encontrados na literatura oriundos do modelo QRAP, entre eles algumas novas versões que englobam o decaimento duplo beta [35, 36].

Entender os processos nucleares fracos passa diretamente por uma descrição quantitativa apropriada da estrutura nuclear, o que faz os cálculos de NME serem cada vez mais importantes e a busca por melhorias nos modelos cada vez mais necessárias. A Tabela (1) mostra alguns dos diversos artigos que foram publicados nas últimas décadas, envolvendo interação neutrino-núcleo com CC e NC. Muitas descrições diferentes da estrutura nuclear são empregadas, o que fornece a vantagem de conhecer as limitações de cada descrição.

Núcleo	Z	A	NC	CC
He	2	4	[37, 38]	[38]
C	6	12	[38–42]	[39, 41, 43]
O	8	16	[39, 40, 42]	[44, 45]
Ar	18	40	[46]	[46–48]
Fe	26	56	[49, 50]	[49, 51]
Mo	42	92-100	[42]	
Xe	54	128-136	[12]	

Tabela 1: Conjunto de alguns artigos publicados nas últimas duas décadas sobre reações neutrino-núcleo com corrente neutra (NC) e corrente carregada (CC).

Nos últimos anos, foi demonstrado que o espalhamento neutrino-núcleo via corrente neutra desempenha um papel de relevância no ambiente estelar, onde o transporte de neutrinos determina a taxa de resfriamento [52, 53]. O que torna a modelagem de reações induzidas por neutrinos via corrente neutra fundamental, além de contribuir para o estudo e desenvolvimento de novos detectores de neutrinos, que se baseiam no espalhamento em hádrons e núcleos.

Recentes trabalhos mostram que a seção de choque neutrino-núcleo via corrente neutra é menor do que com corrente carregada, sendo necessário estudar minuciosamente todo processo para entender o motivo [42]. Os dados experimentais ^{12}C e ^{56}Fe [54–57] disponíveis na literatura para a seção de choque via corrente carregada servem de guia para os modelos teóricos, porém, para a seção de choque via corrente neutra há somente a transição do estado fundamental para o estado com energia de 15.11 MeV ($T = 1$) em ^{12}C [58, 59].

1.4 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo estudar a interação neutrino-núcleo de corrente neutra utilizando QRPA, obtendo os elementos de matriz nucleares perturbados, assim como uma descrição detalhada das transições eletromagnéticas entre estados excitados e posteriormente as seções de espalhamento neutrino-núcleo para os núcleos de ^{12}C , ^{40}Ar e ^{56}Fe . Ao final deste trabalho espera-se também obter um código que reproduza as interações via corrente neutra.

2 Transições eletromagnéticas

Um núcleo em um estado excitado sempre pode decair a um estado de mais baixa energia emitindo radiação eletromagnética ou através do processo de conversão interna. O sistema quântico que constitui o núcleo de A núcleons tem, acima de seu estado de mais baixa energia (estado fundamental), uma quantidade imensa de estados excitados. Estes estados são possíveis de serem atingidos se energia for cedida ao sistema [1].

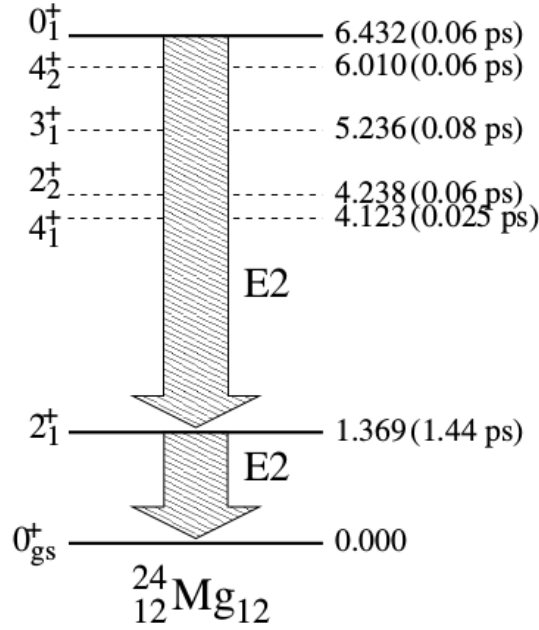


Figura 8: Transições eletromagnéticas de segunda ordem multipolar entre os estados do núcleo de ${}^{24}\text{Mg}$ [61].

O processo de decaimento eletromagnético de um núcleo pode ser descrito como o resultado da interação do núcleo com um campo magnético externo. Essa interação é mediada pelo quadripotencial (Φ, \mathbf{A}) , que combina o potencial escalar elétrico e o potencial vetor magnético. O campo eletromagnético da radiação pode ser expandido em termos de multipolos $\lambda\mu$ contendo aos harmônicos esféricos através do operador de um corpo [61].

$$T_{\lambda\mu} = \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha | T_{\lambda\mu} | \beta \rangle c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta} = \hat{\lambda}^{-1} \sum_{ab} (a || \mathbf{T}_{\lambda} || b) [c_a^{\dagger} \tilde{c}_b]_{\lambda\mu}, \quad (4)$$

onde

$$\tilde{c}_{\alpha} \equiv (-1)^{j_{\alpha} + m_{\alpha}} c_{-\alpha}, \quad c_{-\alpha} = c_{\alpha, -m_{\alpha}},$$

é um operador de aniquilação que se comporta como um tensor esférico de ordem j_a . O elemento de matriz $\langle \alpha | T_{\lambda\mu} | \beta \rangle$ é o elemento de matriz de partícula simples e $\langle a || \mathbf{T}_\lambda || b \rangle$ é o elemento de matriz reduzido. Os elementos de matriz carregam as propriedades dos operadores envolvidos no processo.

As fontes do campo eletromagnético são do tipo elétrico (E) e magnético (M) e serão designados pelo índice $\sigma = E$ ou $\sigma = M$. A probabilidade de transição entre os estados pode ser obtida por:

$$T_{fi}^{(\sigma\lambda\mu)} = \frac{2}{\epsilon_0 \hbar} \frac{\lambda + 1}{\lambda [(2\lambda + 1)!!]^2} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c} \right)^{2\lambda+1} |\langle \mathcal{E}_f J_f m_f | \mathcal{M}_{\sigma\lambda\mu} | \mathcal{E}_i J_i m_i \rangle|^2, \quad (5)$$

onde E_γ é a energia de transição e $\mathcal{M}_{\sigma\lambda\mu}$ é o operador nuclear associado com o campo de radiação multipolar $\sigma\lambda\mu$.

Com o objetivo de obter um elemento de matriz que não dependa dos números quânticos de projeção m , aplica-se o teorema de Wigner-Eckart (eq.6). Este teorema expande os observáveis de interesse em termos de tensores esféricos. Esse elemento de matriz reduzido a ser obtido carrega toda informação física das funções de onda dos estados inicial e final, além de fornecer detalhes sobre a natureza do operador [62, 63].

$$\langle \xi' j' m' | T_{LM} | \xi j m \rangle = \hat{j}'^{-1} (j m L M | j' m') (\xi' j' || \mathbf{T}_L || \xi j), \quad (6)$$

onde a quantidade ξ carrega toda informação necessária para descrever completamente o estado quântico.

Aplicando o teorema de Winger-Eckart na eq.(5) e somando sobre todos os estados iniciais e finais, obtêm-se

$$T_{fi}^{(\sigma\lambda)} = \frac{2}{\epsilon_0 \hbar} \frac{\lambda + 1}{\lambda [(2\lambda + 1)!!]^2} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c} \right)^{2\lambda+1} B(\sigma\lambda; \mathcal{E}_i J_i \rightarrow \mathcal{E}_f J_f), \quad (7)$$

onde

$$B(\sigma\lambda; \mathcal{E}_i J_i \rightarrow \mathcal{E}_f J_f) \equiv \frac{1}{2J_i + 1} |(\mathcal{E}_f J_f || \mathcal{M}_{\sigma\lambda} || \mathcal{E}_i J_i)|^2, \quad (8)$$

sendo

$$\mathcal{M}_{E\lambda} = Q_\lambda \quad \mathcal{M}_{M\lambda} = M_\lambda.$$

O tensor elétrico pode ser escrito em termos da carga elétrica $e(j)$ e o tensor magnético em termos do momento angular orbital $\mathbf{I}(j)$ e do spin $\mathbf{s}(j)$

$$Q_{\lambda\mu} = \varsigma^{(E\lambda)} \sum_{j=1}^A e(j) r_j^\lambda Y_{\lambda\mu}(\Omega_j), \quad (9)$$

$$M_{\lambda\mu} = \frac{\mu_N}{\hbar c} \varsigma^{(M\lambda)} \sum_{j=1}^A \left[\frac{2}{\lambda+1} g_l^{(j)} \mathbf{l}(j) + g_s^{(j)} \mathbf{s}(j) \right] \cdot \nabla_j [r_j^\lambda Y_{\lambda\mu}(\Omega_j)], \quad (10)$$

onde os termos envolvendo g são os fatores giromagnéticos: $g_s^{(j)} = g_p = 5.586$ para prótons e $g_s^{(j)} = g_n = -3.826$ para nêutrons.

As componentes orbitais são $g_l^{(j)} = 1$ para prótons e $g_l^{(j)} = 0$ para nêutrons. O magnéton nuclear μ_N é dado por

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = 0.10515,$$

onde $m_p = 938.27 \text{ MeV}/c^2$ é a massa do próton.

Os fatores de fase $\varsigma^{E\lambda}$ e $\varsigma^{M\lambda}$ possuem diferentes valores, dependendo da convenção de fase utilizada, podendo ser do tipo Condon-Shortley (CS) ou Biedenharn-Rose (BR).

$$\varsigma^{(E\lambda)} = \begin{cases} 1, & CS, \\ i^\lambda, & BR. \end{cases} \quad (11)$$

$$\varsigma^{(M\lambda)} = \begin{cases} 1, & CS, \\ i^{\lambda-1}, & BR. \end{cases} \quad (12)$$

Neste trabalho será usado a convenção de Condon-Shortley.

2.1 Regras de seleção

As conservações de momento angular e paridade proíbem determinadas transições entre dois estados via transição gama, assim como ocorre nos decaimentos alfa e beta. Estabelecer as regras que governam este tipo de transição é um tanto quanto simples, se considerarmos o fato de que um quantum de radiação carrega um momento angular \mathbf{J} de módulo $\sqrt{\lambda(\lambda+1)}\hbar$ e componente z igual a $m\hbar$. Assim, em uma transição entre um estado inicial com momento angular J_i e um estado final J_f temos a conservação de momento angular que impõe $J_i = J_f + \mathbf{J}$ e com isto, os valores possíveis para a ordem multipolar λ devem obedecer a relação triângular

$$|J_i - J_f| \leq \lambda \leq J_i + J_f. \quad (13)$$

A primeira regra de seleção é que não existem transições com ordem multipolar igual a zero, ou seja, não existem transições $E0$ ou $M0$. Isto é perceptível pelas eq.(9) e eq.(10), se $\lambda = 0$, $Q_{\lambda\mu}$ torna-se constante e uma

constante não pode realizar transições entre dois estados, já $M_{\lambda\mu}$ torna-se zero.

As transições de ordem multipolar zero são proibidas via emissão gama, no entanto a transição $E0$ são permitidas via conversão interna, na qual o processo desexcitação nuclear é feito através da emissão de um elétron atômico. Devido a ausência de monópolos magnéticos na natureza é impossível obter a transição $M0$.

Em relação a paridade, podemos destacar que as transições entre estados de mesma paridade só podem ser efetuadas por meio da radiação multipolar elétrica de ordem par ou magnética de ordem ímpar. Quando há mudanças de paridade entre os estados as transições serão efetuadas via radiação multipolar magnética de ordem ímpar ou elétrica de ordem par.

Tomando π_i como sendo a paridade do estado inicial e π_f a do estado final, temos a seguinte regra de seleção para a conservação da paridade

$$\pi_i\pi_f = \begin{cases} (-1)^\lambda & E\lambda, \\ (-1)^{\lambda-1} & M\lambda. \end{cases} \quad (14)$$

Na Tabela (2) mostramos as paridades dos operadores que aparecem nas equações (9) e (10).

Operador	Paridade
$Y_{\lambda\mu}$	$(-1)^\lambda$
r^λ	+1
l	+1
s	+1
∇	-1

Tabela 2: Paridade dos operadores das equações (9,10).

As transições eletromagnéticas são classificadas de acordo com sua ordem multipolar e tradicionalmente recebem a sua nomenclatura de acordo com os números gregos para 2^λ . Na Tabela (3) mostramos a nomenclatura das transições mais usuais, a ordem do multipolo e sua paridade para radiação gama. Na Tabela (8) mostramos alguns exemplos para um par de estados inicial e final com a nomenclatura usada na Tabela (3).

Nome	Abreviação	λ	Paridade
Dipolo elétrico	$E1$	1	-1
Dipolo magnético	$M1$	1	+1
Quadrupólo elétrico	$E2$	2	+1
Quadrupólo magnético	$M2$	2	-1
Octupólo elétrico	$E3$	3	-1

Tabela 3: Classificação da radiação gama.

Estado inicial	Estado final	Decaimento pre- dominante
2^+	0^+	$E2^\ddagger$
1^+	0^+	$M1^\ddagger$
1^-	0^+	$E1^\ddagger$
2^+	1^+	$M1$
2^-	1^-	$E1$
2^+	2^+	$M1$
0^+	0^+	Nenhum

Tabela 4: Exemplos de decaimento gama. O símbolo \ddagger indica que trata-se do único tipo de decaimento possível.

2.2 Os elementos de matriz de partícula simples

Para conhecer as propriedades físicas dos operadores é necessário obter os elementos de matriz de partícula simples, pois estes contém toda a informação necessária para descrevê-los. Através da eq.(4) pode-se obter o elemento de matriz reduzido geral do operador eletromagnético

$$(\mathcal{E}_f J_f || \mathcal{M}_{\sigma\lambda} || \mathcal{E}_i J_i) = \hat{\lambda}^{-1} \sum_{ab} (a || \mathcal{M}_{\sigma\lambda} || b) (\mathcal{E}_f J_f || [c_a^\dagger \tilde{c}_b]_\lambda || \mathcal{E}_i J_i). \quad (15)$$

O elemento de matriz de partícula simples $(a || \mathcal{M}_{\sigma\lambda} || b)$ pode ser decomposto em duas componentes, elétrica e magnética. Para a componente elétrica $\sigma = E$, é necessário usar as propriedades dos elementos de matriz acoplados a tensores para escrever \mathbf{Y}_λ presente na composição do tensor elétrico $Q_{\lambda\mu}$ eq.(9) como

$$(l \frac{1}{2} j || \mathbf{Y}_\lambda || l' \frac{1}{2} j') = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} (-1)^{j' - \frac{1}{2} + \lambda} \frac{1 + (-1)^{j' + l' + \lambda}}{2} \hat{j} \hat{j}' \hat{\lambda} \begin{pmatrix} j & j' & \lambda \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Com isto, o elemento de matriz reduzido de partícula simples elétrico pode ser escrito como sendo

$$(a||\mathbf{Q}_\lambda||b) = \varsigma_{ab}^{(E\lambda)} \frac{e}{\sqrt{4\pi}} (-1)^{j_b+\lambda-\frac{1}{2}} \frac{1 + (-1)^{l_a+l_b+\lambda}}{2} \hat{\lambda} \hat{j}_a \hat{j}_b \begin{pmatrix} j_a & j_b & \lambda \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} R_{ab}^\lambda$$

$$\varsigma_{ab}^{(E\lambda)} = \begin{cases} 1, & CS \\ (-1)^{\frac{1}{2}(l_b-l_a+\lambda)} & BR. \end{cases} \quad (17)$$

Aplicando-se o mesmo procedimento para o tensor magnético eq.(10), têm-se

$$(a||\mathbf{M}_\lambda||b) = \varsigma_{ab}^{(M\lambda)} \frac{\mu_N/c}{\sqrt{4\pi}} (-1)^{j_b+\lambda-\frac{1}{2}} \frac{1 - (-1)^{l_a+l_b+\lambda}}{2} \hat{\lambda} \hat{j}_a \hat{j}_b \begin{pmatrix} j_a & j_b & \lambda \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\times (\lambda - \kappa) \left[g_l \left(1 + \frac{\kappa}{\lambda + 1} \right) - \frac{1}{2} g_s \right] R_{ab}^{(\lambda-1)},$$

$$\kappa \equiv (-1)^{l_a+j_a+\frac{1}{2}} (j_a + \frac{1}{2}) + (-1)^{l_b+j_b+\frac{1}{2}} (j_b + \frac{1}{2}),$$

$$\varsigma_{ab}^{(M\lambda)} = \begin{cases} 1, & CS \\ (-1)^{\frac{1}{2}(l_b-l_a+\lambda+1)} & BR \end{cases} \quad (18)$$

Os fatores g nos elementos de matriz de partícula simples são dados por

$$e(p) = e, \quad e(n) = 0, \quad g_l(p) = 1, \quad g_l(n) = 0, \quad g_s(p) = g_p, \quad g_s(s) = g_n \quad (19)$$

2.3 Propriedades das integrais radiais

Para obter os valores dos elementos de matriz reduzidos (17,18) é necessário calcular os valores numéricos de R_{ab}^λ usando as propriedades das funções de onda do oscilador harmônico R_{nl} [65].

$$R_{ab}^\lambda = \int_0^\infty v_k(p) p^2 dp$$

$$\times \int_0^\infty R_{n_a l_a}(r_a) R_{n'_a l'_a}(r_a) j_{k_a}(pr_a) r_a^2 dr_a \int_0^\infty R_{n_b l_b}(r_b) R_{n'_b l'_b}(r_b) j_{k_b}(pr_b) r_b^2 dr_b,$$

$$(20)$$

sendo R_{nl} a função de onda tridimensional do oscilador harmônico dada por

$$R_{nl}(r) = N_{nl} \exp(-\nu r^2/2) r^l v_{nl}(\nu r^2), \quad (21)$$

onde ν é a frequência do oscilador harmônico

$$\nu = \frac{m\omega}{\hbar}, \quad (22)$$

e m é a massa e $\hbar\omega$ é o quantum de energia, que pode ser obtido por fórmula de Blomqvist–Molinari [66]

$$\hbar\omega = (45A^{-1/3} - 25A^{-2/3}) \text{ MeV}. \quad (23)$$

O termo N_{nl} é a constante de normalização

$$N_{nl^2} = \frac{(2l + 2n + 1)!!}{2^n n! [(2l + 1)!!]^2} (2\nu)^{l + \frac{3}{2}} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (24)$$

com v_{nl} é o polinômio de Laguerre associado

$$v_{nl}(\rho) = \sum_m \binom{n}{\mu} \frac{(2l + 1)!!}{(2l + 2\mu + 1)!!} (-2\rho)^\mu. \quad (25)$$

Expandindo o produto de dois polinômios de Laguerre associados em séries de potência, têm-se

$$v_{nl}(\rho)v_{n'l'}(\rho) = \frac{(2l + 1)!!(2l' + 1)!!}{(2l + 2n + 1)!!(2l' + 2n' + 1)!!} \sum_{s=0}^{n+n'} a_{l+l'+2s}(nl, n'l')(2\rho)^s, \quad (26)$$

com isto, pode-se escrever o produto de duas funções de onda de oscilador harmônico como sendo

$$R_{nl}(r)R_{n'l'}(r) = M(nl, n'l')^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \exp(-\nu r^2) \sum_m a_m(nl, n'l')(2\nu)^{(m+3)/2} r^m, \quad (27)$$

onde $m = l + l' + 2s$, sendo $s = (0, 1, \dots, n + n')$ e

$$M(nl, n'l') = 2^{n+n'} n! n'! (2l + 2n + 1)!! (2l' + 2n' + 1)!!. \quad (28)$$

Fazendo uso das propriedades das funções de Bessel, podemos escrever

$$\begin{aligned} \int_0^\infty R_{nl}(r)R_{n'l'}(r)j_k(pr)r^2 dr &= M(nl, n'l')^{-\frac{1}{2}} \sum_m a_m(nl, n'l') \\ &\times \frac{(m + k + 1)!!}{(2k + 1)!!} \exp\left(\frac{-p^2}{4\nu}\right) \left(\frac{p^2}{4\nu}\right)^{\frac{k}{2}} v_{\frac{m-k}{2}, k}, \end{aligned} \quad (29)$$

para o caso em que $p \rightarrow 0$, têm-se

$$\int_0^\infty R_{nl}(r)R_{n'l'}(r)j_k(pr)r^2dr = (2\nu)^{-\frac{k}{2}}M(nl, n'l')^{-\frac{1}{2}} \sum_m (m+k+1)!!a_m(nl, n'l'). \quad (30)$$

Estes resultados estão amplamente detalhados no trabalho de Horie e Sasaki [65]. Essas expressões são de fundamental importância para os cálculos de elementos de matriz de transições beta e eletromagnéticas quando as funções de onda de oscilador harmônico são usadas como funções de onda das partículas.

As Tabelas (11,6) mostram alguns resultados obtidos para o coeficiente $a_m(nl, n'l')$, variando o valor de m diferentes resultados são obtidos. Os resultados levam em consideração a paridade de cada estado.

$nl \ n'l'$	$m = 0$	2	4	6
00 00	1			
01 01	1	1		
02 00	1	1		
02 00	1	1	1	
10 00	3	-1		
10 02	3	3	-1	
10 10	9	-6	1	
03 01	9	-6	1	
03 01	9	-6	1	1

Tabela 5: Alguns valores de $a_m(nl, n'l')$ para $l + l'$ par. Onde n e l são os números quânticos principal e azimutal, respectivamente [65].

$nl \ n'l'$	$m = 1$	3	5	7
01 00	1			
02 01	1	1		
10 01	3	-1		
03 00	3	1		
03 02	3	1	1	
03 10	3	3	-1	
11 00	5	-1		
11 02	5	5	-1	

Tabela 6: Alguns valores de $a_m(nl, n'l')$ para $l + l'$ ímpar [65].

3 Modelos de estrutura nuclear

Após a sua descoberta em 1911 por Ernest Rutherford, o núcleo tem sido uma importante área de estudo da Física. Entender como os prótons P e nêutrons N se combinam no núcleo para formar os elementos estáveis e instáveis, compreender as características intrínsecas como spin e paridade destas partículas e elaborar modelos capazes de descrever matematicamente o núcleo são os principais objetivos deste campo de estudo.

Os modelos nucleares podem ser classificados em dois grandes grupos. A primeira classe desses modelos permitem que os núcleons interagem fortemente no interior do núcleo e seu livre caminho médio é de curto alcance, esta classe estuda o núcleo como um todo e são chamados de modelos coletivos. Os modelos em que o princípio de Pauli restringe as colisões dos núcleons no interior do núcleo são chamados de modelos de partícula independente. Esta restrição de colisões permitem que os núcleons tenham um livre caminho médio grande.

O modelo da gota líquida proposto por Bohr e desenvolvido por Von Weizsacker em 1935 é um modelo coletivo, e foi um dos primeiros modelos fenomenológicos a obter sucesso em descrever a energia de ligação de um núcleo. Este modelo se baseia na idéia de que o núcleo pode apresentar comportamento idêntico a o de uma gota líquida, em virtude de ocorrer em ambos os casos a saturação das forças entre seus constituintes. Alguns experimentos revelaram que os núcleos apresentam características de objetos esféricos e raio proporcional a $A^{\frac{1}{3}}$, sugerindo que a densidade nuclear é quase independente do número de núcleons que constitui o núcleo.

Um dos principais problemas do modelo da gota líquida é não descrever os efeitos localizados do núcleo como, por exemplo, a existência dos números mágicos de núcleons. Com a existência comprovada destes números, o modelo da gota líquida, apesar de descrever bem o comportamento médio das energias de ligação com o número de massa, não predominou.

Os números quânticos revelam que o núcleo possui uma estrutura de camadas e somente modelos que consideram o núcleo como um sistema quântico podem descrevê-los com uma melhor precisão. O modelo de camadas faz, que é um modelo de partícula independente, esta descrição do núcleo. As primeiras propostas sobre este modelo surgiram no final da década de 1920, porém a falta de uma base teórica consistente e a pouca aceitação no meio científico da idéia de que os núcleons pudessem se mover de forma independente, o que era contrário aos dados experimentais da época, fizeram o modelo demorar mais tempo para ser implantado.

O modelo de camadas considera que os núcleons se movem de forma quase independente dentro do núcleo sujeitos a um potencial central, é con-

siderado que este potencial tem origem na suposição de que cada núcleon se move em um potencial médio criado pelos demais núcleons. Em 1949, a introdução de um termo de acoplamento spin-órbita estabeleceu de forma definitiva o modelo de camadas, sendo possível descrever melhor os números mágicos e outras características fundamentais como: os momentos angulares dos núcleos, transições onde há grande mudanças no momento angular nuclear (transições isoméricas), decaimento beta, decaimento gama e os momentos magnéticos dos núcleos.

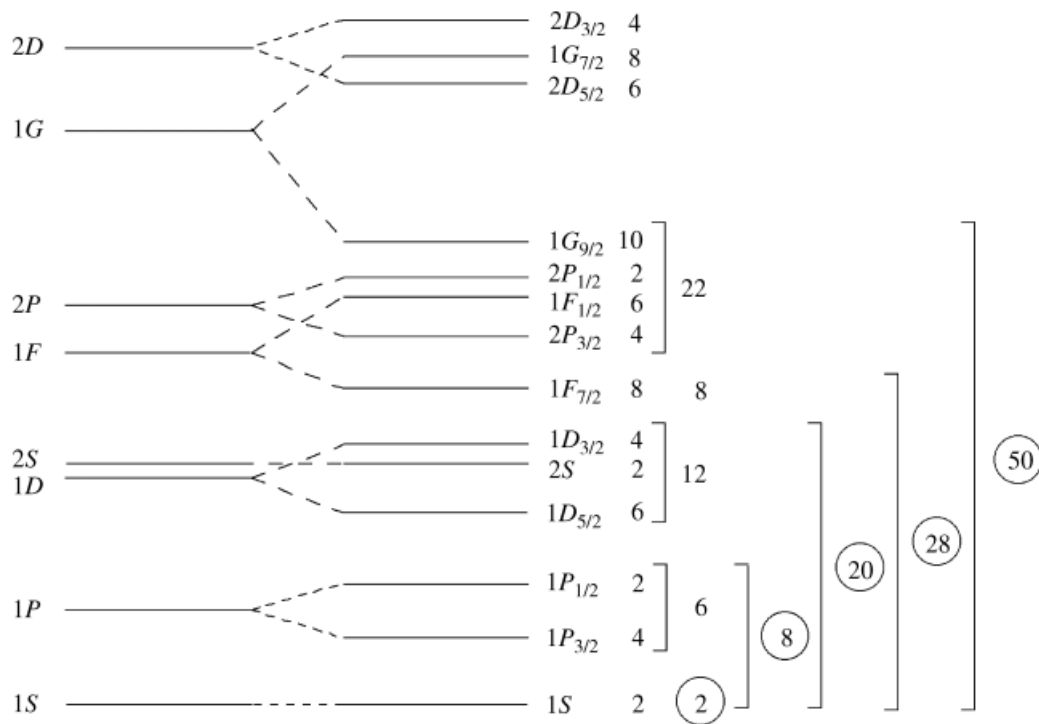


Figura 9: Esquema de níveis do modelo de camadas [1].

3.1 O hamiltoniano nuclear

Nesta seção usaremos a segunda quantização para descrever o Hamiltoniano nuclear. Esta poderosa técnica é fortemente empregada em sistemas compostos por um grande número de partículas. A idéia básica por trás desta formulação é a noção de estados de partícula simples, que indica o conjunto de estados quânticos que podem ser ocupados por uma partícula simples. A grande vantagem está em poder descrever os operadores de interesse físico em termos dos operadores de criação e destruição, fazendo uso da

representação de ocupação número.

O Hamiltoniano nuclear dentro do modelo de camadas possui basicamente três componentes, estas consideram o campo médio gerados pelos prótons H_p , pelos nêutrons H_n e pela interação residual próton-nêutron H_{pn} .

$$H = H_p + H_n + H_{pn}.$$

Em 1960 Baranger desenvolveu um formalismo que permitiu obter uma aproximação adequada para calcular as propriedades de níveis de baixas energias em um núcleo par-par esférico, partindo do Hamiltoniano do modelo de camadas [67].

Na formulação de segunda quantização o Hamiltoniano nuclear pode ser escrito como

$$H = \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} + \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{v}_{\alpha\beta\gamma\delta} c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta}^{\dagger} c_{\delta} c_{\gamma}, \quad (31)$$

a primeira parcela leva em conta a soma das energias de partículas simples e a segunda contém as informações da interação próton-nêutron, podendo ser obtida da seguinte forma.

$$v_{\alpha\beta\gamma\delta} = \int \phi_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{x}_1) \phi_{\beta}^{\dagger}(\mathbf{x}_2) v(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \phi_{\gamma}(\mathbf{x}_1) \phi_{\delta}(\mathbf{x}_2) d^3 r_1 d^3 r_2,$$

$\phi(\mathbf{x})$ é a função de onda da partícula simples. Os índices α , β , δ e γ representam os estados quânticos de partículas simples dentro do modelo de camadas. Os termos c_{β} e c_{β}^{\dagger} são respectivamente os operadores de destruição e criação. Como os operadores de destruição devem destruir estados de partículas e operadores de criação devem criar estados de partículas, logo eles devem satisfazer as seguintes relações de anticomutação

$$\begin{aligned} \{c_{\alpha}, c_{\beta}\} &= \{c_{\alpha}^{\dagger}, c_{\beta}^{\dagger}\} = 0 \\ \{c_{\alpha}^{\dagger}, c_{\beta}\} &= \delta_{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (32)$$

O termo $\bar{v}_{\alpha\beta\gamma\delta}$ é a forma antisimetrizada do operador de dois corpos, onde

$$\bar{v}_{\alpha\beta\gamma\delta} \equiv v_{\alpha\beta\gamma\delta} - v_{\alpha\beta\delta\gamma},$$

respeitando as seguintes propriedades de simetria

$$\bar{v}_{\alpha\beta\gamma\delta} = -\bar{v}_{\beta\alpha\gamma\delta} = -\bar{v}_{\alpha\beta\delta\gamma} = \bar{v}_{\beta\alpha\delta\gamma} = \bar{v}_{\gamma\delta\alpha\beta}^*.$$

Estas relações de simetria são de grande utilidade na descrição da interação residual, podendo $\bar{v}_{\alpha\beta\gamma\delta}$ também ser escrito como

$$\bar{v}_{\alpha\beta\gamma\delta} = {}_{n.as.} \langle \alpha\beta | V | \gamma\alpha \rangle_{n.as.}.$$

Os operadores de dois corpos são fundamentais para descrever os pares de interações entre as partículas, podendo atuar simultaneamente sobre duas partículas, partícula-buraco ou sobre dois buracos. Neste trabalho será utilizado a nomenclatura PP para representar a interação partícula-partícula e PH partícula-buraco.

O acoplamento PP a um certo momento angular JM é dado por:

$$|ab, J\rangle = \sum_{m_a m_b} \langle j_a m_a j_b m_b | JM \rangle |j_a m_a j_b m_b\rangle,$$

onde

$$|a\rangle \equiv |(\frac{1}{2}l_a)j_a\rangle.$$

representa um ket de partícula simples com momento angular j_a , resultado do acoplamento do momento angular l_a com o spin 1/2. A forma antisimetrizada é

$$|ab, J\rangle_a = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{a,b}}} \sum_{m_a m_b} \langle j_a m_a j_b m_b | JM \rangle |j_a m_a j_b m_b\rangle,$$

com a seguinte propriedade

$$|ab, J\rangle_a = (-1)^{j_a + j_b - J + 1} |ba, J\rangle_a.$$

O acoplamento PH possui o seguinte formato

$$|ab^{-1}, J\rangle = \sum_{m_a m_b} (-1)^{j_a m_a} \langle j_a m_a j_b - m_b | JM \rangle |j_a m_a (j_b m_b)^{-1}\rangle,$$

com a seguinte propriedade

$$|a^{-1}\rangle = a |0\rangle = |(j_a m_a)^{-1}\rangle = (-1)^{j_a - m_a} |j_a - m_a\rangle.$$

Usando o operador de dois corpos, podemos acoplar duas partículas com momento angular JM a outras duas partículas com também com momento angular JM . Assim, podemos definir o elemento de matriz G , que representa o acoplamento PP.

$$G(abcd; J) = \sum_{m_a m_b m_c m_d} \langle j_a m_a j_b m_b | JM \rangle \langle j_c m_c j_d m_d | JM \rangle V_{abcd}^{PP}. \quad (33)$$

O mesmo raciocínio é utilizado para obter o acoplamento PH, representado pelo elemento de matriz F .

$$\begin{aligned} F(abcd; J) &= \sum_{m_a m_b m_c m_d} (-1)^{j_a - m_a} (-1)^{j_c - m_c} \langle j_a m_a j_b - m_b | JM \rangle \\ &\times \langle j_c m_c j_d - m_d | JM \rangle V_{abcd}^{PH}, \end{aligned} \quad (34)$$

onde

$$V_{abcd}^{PH} = \langle ab^{-1}|V|cd^{-1}\rangle = \langle ad|V|bc\rangle = V_{adbc}^{PP}.$$

Os elementos de matriz PP e PH são relacionados da seguinte forma:

$$F(abcd; J) = \sum_J \hat{J}'^2 (-1)^{j_b+j_c+J'} \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ j_c & j_d & J' \end{Bmatrix} G(adbc; J'), \quad (35)$$

com a relação inversa

$$G(adbc; J) = \sum_J \hat{J}'^2 (-1)^{j_b+j_c+J'} \begin{Bmatrix} j_a & j_d & J \\ j_c & j_b & J' \end{Bmatrix} F(abcd; J'), \quad (36)$$

sendo, $\begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ j_c & j_d & J' \end{Bmatrix}$, o símbolo de 6j e J' sendo obtido por

$$\hat{J}' = \sqrt{2J' + 1}. \quad (37)$$

3.2 Correlações de emparelhamento no núcleo

Os núcleos que possuem núcleons fora de uma camada fechada, são chamados de núcleos de camada aberta. A descrição da estrutura deste tipo de núcleo se torna intratável se aplicado os métodos partícula-buraco. Isso se deve ao fato de que dentro da camada principal as diferenças entre as energias de partícula simples são da mesma ordem de magnitude dos elementos de matriz de dois corpos. Com isto, a interação residual fica livre para espalhar os nucleons de forma que a hierarquia partícula-buraco é perdida.

Em modelos nucleares como o modelo de camadas, os núcleons interagem através da força forte, que é atrativa e de curto alcance. Esta interação contribui para o potencial médio dos núcleons e a interação residual entre eles. Dois núcleons podem minimizar suas energias tirando vantagem da interação residual, para isso basta que se movam em algumas orbitas restritas, como o mesmo momento angular e projeções opostas. Quando esses dois núcleons interagem, o momento angular total do par é zero.

Para obter o estado fundamental de um núcleo par de prótons e nêutrons é necessário acoplar núcleons em estados com energias próximas ao nível de Fermi, formando pares com momento angular total zero. É notório que, para formar os estados excitados será necessário quebrar os pares, os estados de mais baixa energia são construídos quebrando somente um par. Esses estados possuem energia de excitação em torno de 2Δ , onde Δ é a energia emparelhamento.

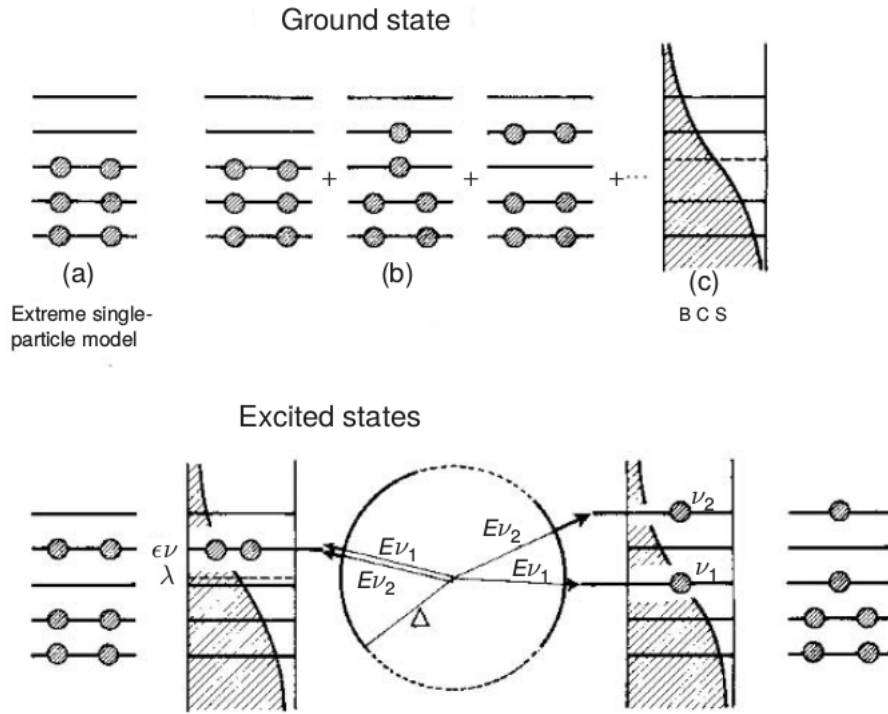


Figura 10: Estado fundamental e estados excitados de mais baixas energias com momento angular zero e paridade positiva em um sistema com número par de férmions se movendo em uma configuração de partícula simples [99].

Na Figura (10) é possível observar que, o estado fundamental pode ser obtido preenchendo os mais baixos orbitais, respeitando o princípio de exclusão de Pauli. A grande energia de separação entre os níveis observada no espectro pode ser entendida assumindo a grande perda de energia na quebra de um par e para mover os pares de um nível a outro, como indicado no item (b). Pode-se afirmar que quando têm-se correlações de emparelhamento, o estado fundamental é uma combinação linear dos pares de estados de partículas distribuídos sobre todos os estados disponíveis. Assim o estado fundamental dos pares correlacionados consiste dos pares espalhados pela superfície difusa de Fermi, como pode ser visto em (c). Os estados excitados podem ser obtidos pela quebra de um par de partículas em dois níveis quaisquer, como pode ser visto na parte inferior da figura. A energia associada com cada par de partículas (energia de quasepartícula) é dada por

$$E_\nu = \sqrt{(\epsilon_\nu - \lambda)^2 + \Delta^2}, \quad (38)$$

onde ϵ_ν é a energia de partícula simples e λ a energia de Fermi obtida das equações de BCS, como veremos mais na frente.

Pela necessidade de se formar pares para emparelhar, em núcleos ímpares sempre haverá núcleons desemparelhados. Pode-se obter uma descrição qualitativa destes núcleos em termos das órbitas disponíveis para o núcleon desemparelhado.

A interação residual desempenha um importante papel nas interações entre pares de núcleons, sendo responsável pelas diferentes propriedades presentes em núcleos pares e ímpares. Os núcleos pares são mais abundantes e mais estáveis, o que indica que possuem energias de ligações mais fortes do que os núcleos ímpares.

3.3 A interação residual delta

Para descrever a interação residual, utilizou-se a interação delta, que tem sido amplamente utilizada na literatura [69–71] para calcular as taxas de decaimentos beta simples, duplo e espalhamento de neutrinos/antineutrinos. Assim,

$$V = -4\pi(v_s P_s + v_t P_t)\delta(r), \quad (39)$$

com

$$\delta(r) = 2\pi \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} \sum_{l\mu} Y_{l\mu}(\theta_1, \phi_1) Y_{l-\mu}(\theta_2, \phi_2) (-)^\mu,$$

onde v_s (do projetor singleto) e v_t (do projetor tripleto) são as amplitudes da interação nos canais de emparelhamento, de PP e de PH. Por exemplo, v_s no canal de emparelhamento é um parâmetro ajustável para reproduzir o gap experimental de prótons e nêutrons. Assim temos dois pares (v_s, v_t) para os canais PP e PH, que se ajustam convenientemente para reproduzir algum observável. Os termos P_s e P_t são os projetores que descrevem o emparelhamento núcleon-núcleon.

O potencial $\delta(r)$ é uma representação simples de uma interação atrativa de curto alcance entre dois núcleons de valência.

Para obter os elementos de matriz da interação delta utilizou-se os seguintes trabalhos [72–74]. Será mostrado os elementos de matriz PP e PH para partículas idênticas e não-idênticas. Consideramos conveniente apresentar aqui estes elementos de matriz, porque se bem estão mencionadas as referências originais, muitas vezes essa informação está bem espalhada e dispor de um apanhado de relações é bem didático.

3.3.1 Para partículas não-idênticas

Para a interação PP, os elementos de matriz para partículas diferentes utilizando a interação delta é dado por:

$$G(abcd; J) = {}_a \langle ab; J, t_a t_b | V | cd; J, t_c t_d \rangle_a = 2 \langle ab; J, t_a t_b | V | cd; J, t_c t_d \rangle_{dir}.$$

Pode-se separar estas em interações em diferentes ordens de acoplamento.

$$G(pp'n'; J) = -v_s \frac{1}{4} R (1 + (-1)^{l_p + l_n + J}) g(pp'J) g(p'n'J) \\ - v_t \frac{1}{4} R [2h(pp'J)h(p'n'J) + (1 - (-1)^{l_p + l_n + J}) g(pp'J)g(p'n'J)],$$

onde

$$g(abJ) = (-1)^{j_a - \frac{1}{2} + l_a} \hat{j}_a \hat{j}_b \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} = (-1)^{j_a + j_b + 1 + l_a + l_b} g(baJ); \quad (40)$$

e

$$h(abJ) = (-1)^{j_a + j_b} \hat{j}_a \hat{j}_b \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} = (-1)^{j_a + j_b + J} h(baJ), \quad (41)$$

sendo R a integral radial definida pela eq.(20).

$$G(npp'n'; J) = -v_s \frac{1}{4} R (1 + (-1)^{l_p + l_n + J}) g(pp'n'J) g(p'n'J) \\ + v_t \frac{1}{4} R [2h(np'J)h(p'n'J) + (1 - (-1)^{l_p + l_n + J}) g(np'J)g(p'n'J)]$$

Para o acoplamento PH, têm-se

$$F(abcd; J) = {}_a \langle ab^{-1}; J, t_a t_b^{-1} | V | cd^{-1}; J, t_c t_d^{-1} \rangle_a = 2 \langle ab^{-1}; J, t_a t_b^{-1} | V | cd^{-1}; J, t_c t_d^{-1} \rangle_{dir},$$

de onde

$$F(pp'n'n'; J) = \frac{R}{4} (-1)^{l_p + l_{p'}} \{ [v_s + v_t] h(pp'n'J) h(p'n'J) \\ + [-v_s (-1)^{l_p + l_n + J} + v_t (2 + (-1)^{l_p + l_n + J})] g(pp'n'J) g(p'n'J) \},$$

e

$$F(pp'n'n'; J) = \frac{R}{4} (-1)^{l_p + l_n} \{ [v_s - v_t] h(pp'n'J) h(nn'J) - [v_s (-1)^{l_p + l_{p'} + J} \\ + v_t (2 + (-1)^{l_p + l_{p'} + J})] g(pp'n'J) g(nn'J) \}.$$

As equações anteriores podem ser simplificadas considerando a paridade do acoplamentos dos nucleons a J . Se o momento angular J for par e a paridade do acoplamento for positiva, os elementos de matriz são dados por:

$$G(pp'n'; J) = -\frac{R}{2}[v_s g(pnJ)g(p'n'J) + v_t h(pnJ)h(p'n'J)], \quad (42)$$

$$G(npp'n'; J) = -\frac{R}{2}[v_s g(npJ)g(p'n'J) - v_t h(npJ)h(p'n'J)], \quad (43)$$

$$F(pp'n'; J) = \frac{R}{4}(-1)^{l_p+l_{p'}}(3v_t-v_s)[g(pnJ)g(p'n'J) + (v_s+v_t)h(pnJ)h(p'n'J)], \quad (44)$$

$$F(pp'nn'; J) = -\frac{R}{4}(-1)^{l_p+l_n}(3v_t+v_s)[g(pp'J)g(nn'J) - (v_s-v_t)h(pp'J)h(nn'J)]. \quad (45)$$

Quando o momento angular J for ímpar e a paridade do acoplamento for negativa, temos os seguintes elementos de matriz:

$$G(pp'n'; J) = -\frac{R}{2}v_t[g(pnJ)g(p'n'J) + h(pnJ)h(p'n'J)], \quad (46)$$

$$G(npp'n'; J) = \frac{R}{2}v_t[g(npJ)g(p'n'J) + h(npJ)h(p'n'J)], \quad (47)$$

$$F(pp'n'; J) = \frac{R}{4}(-1)^{l_p+l_{p'}}(v_t+v_s)[g(pnJ)g(p'n'J) + h(pnJ)h(p'n'J)], \quad (48)$$

$$F(pp'nn'; J) = -\frac{R}{4}(-1)^{l_p+l_n}(v_t-v_s)[g(pp'J)g(nn'J) - h(pp'J)h(nn'J)]. \quad (49)$$

3.3.2 Para partículas idênticas

Considerando que as partículas são idênticas, temos o seguinte elemento de matriz PP

$$G(abcd; J) = -v_s \frac{1}{2} R (1 + (-1)^{l_a+l_b+J}) g(abJ)g(cdJ).$$

Com a seguinte propriedade

$$G(abcd; J) = -\theta(abJ)G(bacd; J) \quad \theta(abJ) \equiv \theta(j_a j_b J) = (-1)^{j_a + j_b + J}.$$

O elemento de matriz PH é dado por:

$$F(abcd; J) = -v_s \frac{1}{2} R(-1)^{l_a + l_c} [-h(abJ)h(cdJ) + (-1)^{l_a + l_b + J} g(abJ)g(cdJ)],$$

Quando muda-se $F(abcd; J) \rightarrow F(abdc; J)$, obtêm-se:

$$\begin{aligned} F(abdc; J) = & -v_s \frac{1}{2} R(-1)^{l_a + l_c} [-h(abJ)(-1)^{j_c + j_d + J} h(cdJ) \\ & + (-1)^{l_a + l_b + l_c + l_d + j_c + j_d + J + 1} g(abJ)g(cdJ)]. \end{aligned}$$

Quando J é par e a paridade do acoplamento é positiva, tem-se:

$$\begin{aligned} F(abdc; J) = & -v_s \frac{1}{2} R(-1)^{l_a + l_c} [-h(abJ)(-1)^{j_c + j_d + J} h(cdJ) \\ & + (-1)^{j_c + j_d + 1} g(abJ)g(cdJ)], \end{aligned} \quad (50)$$

$$G(abcd; J) = -v_s R g(abJ)g(cdJ), \quad (51)$$

$$F(abcd; J) = -v_s \frac{R}{2} (-1)^{l_a + l_c} [g(abJ)g(cdJ) - h(abJ)h(cdJ)]. \quad (52)$$

Para J ímpar e paridade do negativa, obtêm-se:

$$\begin{aligned} F(abdc; J) = & -v_s \frac{1}{2} R(-1)^{l_a + l_c} [-h(abJ)(-1)^{j_c + j_d + J} h(cdJ) \\ & - (-1)^{j_c + j_d + 1} g(abJ)g(cdJ)], \end{aligned} \quad (53)$$

$$G(abcd; J) = 0; \quad (54)$$

$$F(abcd; J) = -v_s \frac{R}{2} (-1)^{l_a + l_c} [-h(abJ)h(cdJ) - g(abJ)g(cdJ)]. \quad (55)$$

3.4 Teoria de BCS

A teoria BCS foi desenvolvida por Bardeen, Cooper and Schrieffer em 1957 [75] com o objetivo de fornecer uma descrição da supercondutividade nos metais. A idéia principal é que dois férmions com spins opostos se atraem para formar um estado ligado, chamado de *par de Cooper*, que possui spin zero e se comporta como bóson. Trata-se de uma poderosa teoria de muitos corpos, mas que pode ser generalizada para qualquer tipo de interação de dois corpos.

A função de onda para o estado fundamental de BCS pode ser escrita como

$$|BCS\rangle = \prod_{\alpha>0} (u_\alpha - v_\alpha c_\alpha^\dagger \tilde{c}_\alpha^\dagger) |CORE\rangle,$$

os coeficientes u_a e v_a são geralmente números complexos, mas podem ser considerados como reais, obedecendo a seguinte condição de normalização

$$u_a^2 + v_a^2 = 1, \quad (56)$$

para associar aos quadrados um sentido de probabilidade de ocupação e desocupação do estado quântico a .

Para introduzir as correlações de emparelhamento na função de onda, é necessário realizar a transformação de Bogoliubov-Valatin [76, 77]. Define-se a_α^\dagger como um operador com propriedades tensoriais que cria partículas no orbital α , $a = (-1)^{j_\alpha+m_\alpha} a_{-\alpha}$ seu operador de aniquilação correspondente e \tilde{a} o operador associado

$$\begin{aligned} a_\alpha^\dagger &= u_\alpha c_\alpha^\dagger + v_\alpha \tilde{c}_\alpha \\ \tilde{a}_\alpha &= u_\alpha \tilde{c}_\alpha - v_\alpha c_\alpha^\dagger \end{aligned} \quad (57)$$

Neste formalismo, têm-se agora não mais estados de partícula e buraco, mas sim estados de quase-partícula. Para um nível acima do nível de Fermi, têm-se $u_a \approx 1$ e $v_a \approx 0$, para um nível abaixo, têm-se $u_a \approx 0$ e $v_a \approx 1$. Então pode-se entender agora v_a e u_a como amplitudes de ocupação e desocupação de partículas. Para um dado orbital j , pode-se dizer que seu preenchimento é dado por $(2j+1)v_j^2$ partículas e $(2j+1)u_j^2$ buracos.

As transformações devem obedecer as seguintes relações de anticomutação afim de serem unitárias e conservarem as relações de anticomutação de Fermi

$$\begin{aligned} \{a_\alpha, a_\beta\} &= 0, \\ \{a_\alpha^\dagger, a_\beta^\dagger\} &= 0, \\ \{a_\alpha, a_\beta^\dagger\} &= \delta_{\alpha\beta}. \end{aligned}$$

A decomposição do Hamiltoniano nuclear (31) em um operador de um corpo, representado pelo campo médio de Htree-Fock e um operador de dois corpos, representado pela interação residual, pode ser obtida aplicando

o teorema de Wick.

$$\begin{aligned}
4V = & \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha\beta\gamma\delta} : c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta}^{\dagger} c_{\delta} c_{\gamma}^{\dagger} : \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle BCS | c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta}^{\dagger} | BCS \rangle : c_{\delta} c_{\gamma} : \\
& - \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle BCS | c_{\alpha}^{\dagger} c_{\delta} | BCS \rangle : c_{\beta}^{\dagger} c_{\gamma} : + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle BCS | c_{\alpha}^{\dagger} c_{\gamma} | BCS \rangle : c_{\beta}^{\dagger} c_{\delta} : \\
& + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle BCS | c_{\beta}^{\dagger} c_{\delta} | BCS \rangle : c_{\alpha}^{\dagger} c_{\gamma} : - \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle BCS | c_{\beta}^{\dagger} c_{\gamma} | BCS \rangle : c_{\alpha}^{\dagger} c_{\delta} : \\
& + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle BCS | c_{\delta} c_{\gamma} | BCS \rangle : c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta}^{\dagger} : \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle BCS | c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta}^{\dagger} | BCS \rangle \langle BCS | c_{\delta} c_{\gamma} | BCS \rangle \\
& - \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle BCS | c_{\alpha}^{\dagger} c_{\delta} | BCS \rangle \langle BCS | c_{\beta}^{\dagger} c_{\gamma} | BCS \rangle \\
& + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle BCS | c_{\alpha}^{\dagger} c_{\gamma} | BCS \rangle \langle BCS | c_{\beta}^{\dagger} c_{\delta} | BCS \rangle
\end{aligned} \tag{58}$$

Para obter o Hamiltoniano nuclear em termos dos operadores de criação e aniquilação de quase-partículas é necessário usar a transformação inversa da eq.(57) em eq.(58). Com isto têm-se

$$H = H_0 + \sum_b H_{11}(b) [a_b^{\dagger} \tilde{a}_b]_{00} + \sum_b H_{20}(b) ([a_b^{\dagger} a_b^{\dagger}]_{00} - [\tilde{a}_b \tilde{a}_b]_{00}) + V_{RES}, \tag{59}$$

onde

$$H_0 = \sum_a \epsilon_a \hat{j}_a^2 v_a^2 + \frac{1}{2} \sum_{abJ} v_a^2 v_b^2 \hat{J}^2 [\mathcal{N}_{ab}(J)]^{-2} \langle ab; J | V | ab; J \rangle + \frac{1}{2} \sum_{ab} \hat{j}_a \hat{j}_b u_a v_a u_b v_b \langle aa; 0 | V | bb; 0 \rangle,$$

$$\begin{aligned}
H_{11}(b) = & \epsilon_b \hat{j}_b (u_b^2 - v_b^2) - 2u_b v_b \sum_a \hat{j}_a u_a v_a \langle aa; 0 | V | bb; 0 \rangle \\
& + \hat{j}_b^{-1} (u_b^2 - v_b^2) \sum_{aJ} v_a^2 \hat{J}^2 [\mathcal{N}_{ab}(J)]^{-2} \langle ab; J | V | ab; J \rangle,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_{20}(b) = & \epsilon_b \hat{j}_b u_b v_b + \hat{j}_b^{-1} u_b v_b \sum_{aJ} v_a^2 \hat{J}^2 [\mathcal{N}_{ab}(J)]^{-2} \langle ab; J | V | ab; J \rangle \\
& + \frac{1}{2} (u_b^2 - v_b^2) \sum_a \hat{j}_a u_a v_a \langle aa; 0 | V | bb; 0 \rangle,
\end{aligned}$$

O termo V_{RES} pode ser agora escrito em termos do ordenamento normal

$$V_{RES} = \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha\beta\gamma\delta} : c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta}^{\dagger} c_{\delta} c_{\gamma} :,$$

onde $\mathcal{N}_{ab}(J)$ é uma constante de normalização que considera se as partículas em questão são idênticas ou não-idênticas dependendo também do momento angular

$$\mathcal{N}_{ab}(J) = \frac{\sqrt{1 + \delta_{ab}(-1)^J}}{1 + \delta_{ab}}, \quad (60)$$

As equações de BCS, que descrevem o estado fundamental, são obtidas através da minimização do valor esperado $\langle BCS|H|BCS\rangle$. Porém, o hamiltoniano (eq.59) não comuta com o operador número de quase-partículas. Para resolver este problema, é empregado o método dos multiplicadores de Lagrange, que possui o seguinte hamiltoniano auxiliar

$$\mathcal{H} = H - \lambda \sum_{\alpha} c_{\alpha}^{\dagger} c_{\alpha},$$

Usando o hamiltoniano auxiliar e a eq.(59), têm-se

$$\langle BCS|\mathcal{H}|BCS\rangle = H_0 - \sum_a \hat{j}_a^2 v_a^2 \equiv \mathcal{H}_0.$$

O mesmo procedimento pode ser aplicado para escrever os demais termos

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 &= \sum_b \hat{j}_b^2 [v_b^2 (\eta_b + \frac{1}{2} \mu_b) - \frac{1}{2} u_b v_b \Delta_b], \\ \mathcal{H}_{11}(b) &= \hat{j}_b [(u_b^2 - v_b^2) \eta_b + 2u_b v_b \Delta_b], \\ \mathcal{H}_{20}(b) &= \hat{j}_b [u_b v_b \eta_b - \frac{1}{2} (u_b^2 - v_b^2) \Delta_b]. \end{aligned} \quad (61)$$

onde temos definido os seguintes valores

$$\begin{aligned} \Delta_b &\equiv -\hat{j}_b^{-1} \sum_a \hat{j}_a u_a v_a \langle aa; 0|V|bb; 0\rangle, \\ \mu_b &\equiv -\hat{j}_b^{-2} \sum_{aJ} v_a^2 \hat{j}^2 [\mathcal{N}_{ab}(J)]^{-2} \langle ab; J|V|ab; J\rangle, \\ \eta_b &\equiv \epsilon_b - \lambda - \mu_b, \end{aligned} \quad (62)$$

onde termo Δ_b representa o gap de emparelhamento, μ_b a auto-energia que descreve a renormalização da energia de partícula simples, representada por ϵ_a , e λ é a energia de Fermi, associado ao operador número de partículas. Esta renormalização leva em conta a contribuição de energia das interações de um núcleon em um determinado orbital com todos os outros núcleons.

Em outras palavras, o Hamiltoniano expresso em termos das quase-partículas é igual a soma de três termos: um termo constante, o segundo termo é diagonal nas bases de quase-partículas, e um terceiro que é não-diagonal. Impondo a condição de que \mathcal{H}_{20} seja nulo, o que permite somente a criação de pares de quase-partículas, obtêm-se a chamada equação de gap

$$2(\epsilon_b - \lambda)u_b v_b = (u_b^2 - v_b^2)\Delta_b. \quad (63)$$

Usando a condição de normalização (eq.56), podemos escrever as probabilidades de ocupação em função da energia de quase-partícula E_b

$$u_b^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\epsilon_b - \lambda}{E_b} \right), \quad v_b^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_b - \lambda}{E_b} \right), \quad (64)$$

onde

$$E_b = \sqrt{(\epsilon_b - \lambda)^2 + \Delta_b}. \quad (65)$$

3.5 Aproximação de QTDA (Quasiparticle Tamm-Dancoff Approximation)

O método Tamm-Dancoff consiste em descrever e resolver problemas de muitos corpos, entre eles interações partícula-buraco. Suas aplicações vão muito além da física, sendo amplamente usado na química e engenharia.

É possível derivar este método do princípio variacional. Considerando H como sendo o Hamiltoniano nuclear e $|\Psi\rangle$ um vetor de estado arbitrário no espaço de Hilbert, têm-se que o valor esperado para a energia E deste estado é dado por:

$$E[\Psi] = \frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle}.$$

Para encontrar a melhor descrição para o estado $|\Psi\rangle$ deve-se impor que $E[\Psi]$ seja estacionário, ou seja, $\delta[E] = 0$. Aplicando o princípio variacional e fazendo $|\Psi\rangle \rightarrow |\Psi\rangle + |\delta\Psi\rangle$, onde $|\delta\Psi\rangle$ é um estado arbitrário infinitesimal do espaço de Hilbert, têm-se

$$\langle \delta\Psi | H - E | \Psi \rangle = 0, \quad \langle \Psi | H - E | \delta\Psi \rangle = 0.$$

Considerando que $|\Psi\rangle$ seja um estado de N partícula-simples ψ_α como

$$|\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N\rangle \equiv c_{\alpha_1}^\dagger c_{\alpha_2}^\dagger \dots c_{\alpha_N}^\dagger |0\rangle = \prod_{\alpha} (c_{\alpha}^\dagger)^{n_{\alpha}} |0\rangle,$$

o estado de mais baixa energia é $|\phi_0\rangle$ e sua variação infinitesimal é dada por:

$$|\delta\phi_0\rangle = \eta c_{\alpha}^\dagger c_{\beta}^\dagger |\phi_0\rangle \equiv \eta |\chi\rangle.$$

o estado $|\chi\rangle$ é uma excitação partícula-buraco do estado ϕ_0 . Este resultado nos conduz a o teorema de Brillouin's

$$\langle\chi|H|\phi_0\rangle = 0. \quad (66)$$

Da teoria de Hatree-Fock podemos escrever

$$\langle\chi|H|\phi_0\rangle = t_{\alpha\beta} + \sum_{\gamma} \bar{v}_{\gamma\alpha\gamma\beta} = T_{\alpha\beta}.$$

De acordo com a eq.(66) $T_{\alpha\beta} = 0$. Com isto, o operador de um corpo pode ser diagonalizado em termos das partículas simples e obter os autovalores de energia. Quando a interação residual é incluída o estado fundamental é descrito por um vácuo de Hatree-Fock e os estados excitados por combinações lineares das excitações partícula-buraco.

Pode-se desmembrar as contribuições dos operadores de um e dois corpos para as energias de excitação. Considerando que o Hamiltoniano nuclear seja a soma do hamiltoniano de Hatree-Fock com a interação residual, têm-se que a contribuição do operador de um corpo é dado por:

$$\langle ab^{-1}; J|H_{HF}|cd^{-1}; J\rangle = \delta_{ac}\delta_{bd}(\epsilon_a - \epsilon_b) \equiv \delta_{ac}\delta_{bd}\epsilon_{ab}, \quad (67)$$

e a contribuição do operador de dois corpos

$$\langle ab^{-1}; J|V_{RES}|cd^{-1}; J\rangle = - \sum_{J'} \hat{J}'^2 W(j_a j_b j_d j_c; J J') \langle da; J'|V|bc; J'\rangle, \quad (68)$$

onde $W(j_a j_b j_d j_c; J J')$ é o coeficiente de Racah

$$W(j_a j_b l_b l_a; J J') = (-1)^{j_a + j_b + l_a + l_b} \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ l_a & l_b & J' \end{Bmatrix}. \quad (69)$$

A eq.(68) é conhecida como transformação de Pandya dos elementos de matriz partícula-buraco.

A função de onda para os estados excitados é

$$|\Psi_{\omega}\rangle = \sum_{ab} X_{ab}^{\omega} |ab^{-1}; J^{\pi} M\rangle, \quad (70)$$

onde $\omega = nJ^{\pi}M$. Usando esta função de onda no hamiltoniano, nos retorna a seguinte equação de autovalores

$$\sum_{cd} (\delta_{ac}\delta_{bd}\epsilon_{ab} + \langle ab^{-1}; J^{\pi}|V_{RES}|cd^{-1}\rangle) X_{cd}^{\omega} = E_{\omega} X_{ab}^{\omega}. \quad (71)$$

Tendo em vista que o Hamiltoniano da aproximação de Tamm-Dancoff possui contribuições das interações partícula-buraco: próton-próton (pp^{-1}) e nêutron-nêutron (nn^{-1}), logo pode-se dividi-lo em blocos contendo interações de partículas idênticas e diferentes

$$H_{TDA} = \begin{pmatrix} H(pp^{-1} - pp^{-1}) & V(pp^{-1} - nn^{-1}) \\ V(nn^{-1} - pp^{-1}) & H(nn^{-1} - nn^{-1}) \end{pmatrix}, \quad (72)$$

onde o bloco $H(pp^{-1} - pp^{-1})$ leva as contibuições próton-próton, $H(pp^{-1} - pp^{-1})$ nêutron-nêutron e $V(nn^{-1} - pp^{-1})$ próton-nêutron.

Para derivar a equação de quase-partícula na aproximação de Tamm-Dancoff (QTDA), deve-se partir da equação de movimento. A idéia principal por trás desta equação é evitar um cálculo explícito do estado fundamental. Este método foi primeiramente introduzido por Rowe [68].

$$\langle \Psi_0 | [\delta Q, H, Q_\omega^\dagger]_\pm | \Psi_0 \rangle = E_\omega \langle \Psi_0 | [\delta Q, Q_\omega^\dagger]_\pm | \Psi_0 \rangle, \quad (73)$$

onde Q_ω^\dagger é o operador de criação e Ψ_0 um estado de vácuo.

$$\delta Q = A_{ab}(JM), \quad Q_\omega^\dagger = \sum_{cd} X_{cd}^\omega A_{cd}^\dagger(JM), \quad (74)$$

sendo A^\dagger e A os pares criação e aniquilação de quase-partículas:

$$A_{ab}^\dagger = \mathcal{N}_{ab}(J) [a_a^\dagger a_b^\dagger]_{JM}, \quad A_{ab}(JM) = -\mathcal{N}_{ab}(J) (-1)^{J+M} [\tilde{a}_a \tilde{a}_b]_{J,-M}. \quad (75)$$

Usando a chamada aproximação quase-bosónica, que consiste em fazer o estado de vácuo ser o vácuo de BCS, pode-se escrever

$$\langle BCS | [\delta Q, \mathcal{H}, Q_\omega^\dagger]_\pm | BCS \rangle = E_\omega \langle BCS | [\delta Q, Q_\omega^\dagger] | BCS \rangle. \quad (76)$$

Substituindo a eq.(74) na eq.(76), têm-se

$$\langle BCS | [\delta Q, \mathcal{H}, Q_\omega^\dagger]_\pm | BCS \rangle = \sum_{cd} X_{cd}^\omega \langle BCS | [A_{ab}(JM), A_{cd}^\dagger(JM)] | BCS \rangle. \quad (77)$$

Para partículas idênticas e não-idênticas, o lado direito da equação se reduz ao fator X^ω . Considerando que, a e b são ambos prótons ou ambos nêutrons, têm-se

$$\langle BCS | [\delta Q, \mathcal{H}, Q_\omega^\dagger]_\pm | BCS \rangle = \left[\frac{1 + \delta_{ab}(-1)^J}{1 + \delta_{ab}} \right]^2 X_{ab}^\omega, \quad (78)$$

onde o termo em parentêses é um fator de normalização. Notamos que o operador $A_{aa}(JM)$ desaparece se J é ímpar.

Para calcular o lado esquerdo, é necessário escrever o hamiltoniano nuclear na representação de quase-partícula. Para isso precisa-se escrever a interação residual em termos dos operadores de criação e destruição

$$\begin{aligned}
V_{RES} &= \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{V}_{\alpha\beta\gamma\delta} [u_a u_b v_c v_d a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger \tilde{a}_\delta^\dagger \tilde{a}_\gamma^\dagger - 2u_a u_b u_c v_d a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger a_\delta^\dagger \tilde{a}_\gamma + u_a u_b u_c u_d a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger a_\delta a_\gamma \\
&\quad - 2u_a v_b v_c v_d a_\alpha^\dagger \tilde{a}_\delta^\dagger \tilde{a}_\gamma^\dagger \tilde{a}_\beta - 4u_a v_b u_c v_d a_\alpha^\dagger \tilde{a}_\delta^\dagger \tilde{a}_\beta a_\gamma - 2u_a v_b u_c u_d a_\alpha^\dagger \tilde{a}_\beta a_\delta a_\gamma \\
&\quad + v_a v_b v_c v_d \tilde{a}_\delta^\dagger \tilde{a}_\gamma^\dagger \tilde{a}_\alpha \tilde{a}_\beta - 2v_a v_b u_c v_d \tilde{a}_\delta^\dagger \tilde{a}_\alpha \tilde{a}_\beta a_\gamma + v_a v_b u_c u_d \tilde{a}_\alpha \tilde{a}_\beta a_\delta a_\gamma] \\
&= H_{40} + H_{31} + H_{22}.
\end{aligned} \tag{79}$$

O Hamiltoniano nuclear pode ser escrito como a soma dos hamiltonianos \mathcal{H}_0 que carrega a energia de quase-partícula do campo médio, com o hamiltoniano \mathcal{H}_{11} que carrega as energias de partícula simples e a interação residual

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{11} + V_{RES}. \tag{80}$$

Substituindo na equação de movimento (73), somente \mathcal{H}_{11} e V_{RES} contribuem, com relação a interação residual somente H_{22} pode fornecer uma contribuição finita. Calculando a contribuição de \mathcal{H}_{11} , têm-se

$$\langle BCS | [\delta Q, \mathcal{H}_{11}, Q_\omega^\dagger] | BCS \rangle = (E_a + E_b) X_{ab}^\omega.$$

Substituindo todas as partes já calculadas na equação de movimento, obtêm-se

$$(E_a + E_b) X_{ab}^\omega + \sum_{c \leq d} X_{cd}^\omega \langle BCS | [A_{ab}(JM), V_{RES}, A_{cd}^\dagger(JM)] | BCS \rangle = E_\omega X_{ab}^\omega.$$

Substituindo V_{RES} por H_{22} e calculando sua contribuição, a equação torna-se

$$\begin{aligned}
&\sum_{c \leq d} X_{cd}^\omega \langle BCS | [A_{ab}(JM), H_{22}, A_{cd}^\dagger(JM)] | BCS \rangle \\
&= \{ (u_a u_b u_c u_d + v_a v_b v_c v_d) \langle ab; J | V | cd; J \rangle \\
&\quad + \mathcal{N}_{ab}(J) \mathcal{N}_{cd}(J) [(u_a v_b u_c v_d + v_a u_b v_c u_d) \langle ab^{-1}; J | V_{RES} | cd^{-1}; J \rangle \\
&\quad \quad - (-1)^{j_c + j_d + J} (u_a v_b v_c u_d) \langle ab^{-1}; J | V_{RES} | dc^{-1}; J \rangle \}
\end{aligned}$$

Com isto, pode-se escrever de forma compacta todas as contribuições mencionadas, utilizando a notação de Baranger, têm-se o que é conhecido como elementos de matriz de QTDA.

$$\begin{aligned}
A_{ab,cd} &\equiv (E_a + E_b) \delta_{ac} \delta_{bd} - 2\mathcal{N}_{ab}(J) \mathcal{N}_{cd}(J) (u_a u_b u_c u_d + v_a v_b v_c v_d) G(abcdJ) \\
&\quad + (u_a v_b u_c v_d + v_a u_b v_c u_d) F(abcdJ) \\
&\quad - (-1)^{j_c + j_d + J} (u_a v_b v_c u_d + v_a u_b u_c v_d) F(abdcJ).
\end{aligned} \tag{81}$$

Considerando que haja interações próton-próton, nêutron-nêutron, próton-nêutron e nêutron-próton, é necessário montar uma matriz que leve em conta todas estas interações, como feito em (72) e (121), com o objetivo de posteriormente realizar a diagonalização. Assim temos a matriz

$$A_{QTD A} = \begin{pmatrix} A(pp - pp) & A(pp - nn) \\ A(nn - pp) & A(nn - nn) \end{pmatrix} \quad (82)$$

Cada um destes termos representa uma submatriz, cuja dimensão depende do espaço de configurações utilizado. Por se tratar de partículas não-idênticas, nas submatrizes da diagonal secundária não são somadas as energias de quase-partículas.

De forma explícita, pode-se escrever $A(pp - pp)$ como sendo

$$\begin{aligned} A_{p_1 p_2, p_3 p_4} &\equiv (E_{p_1} + E_{p_2}) \delta_{p_1 p_3} \delta_{p_2 p_4} - 2\mathcal{N}_{p_1 p_2}(J) \mathcal{N}_{p_3 p_4}(J) \\ &\cdot (u_{p_1} u_{p_2} u_{p_3} u_{p_4} + v_{p_1} v_{p_2} v_{p_3} v_{p_4}) G(p_1 p_2 p_3 p_4 J) \\ &+ (u_{p_1} v_{p_2} u_{p_3} v_{p_4} + v_{p_1} u_{p_2} v_{p_3} u_{p_4}) F(p_1 p_2 p_3 p_4 J) \\ &- (-1)^{j_{p_3} + j_{p_4} + J} (u_{p_1} v_{p_2} v_{p_3} u_{p_4} + v_{p_1} u_{p_2} u_{p_3} v_{p_4}) F(p_1 p_2 p_4 p_3 J). \end{aligned} \quad (83)$$

Os elementos de matriz partícula-partícula $G(p_1 p_2 p_3 p_4 J)$ podem ser obtidos de acordo com as equações (51) e (54), realizando as seguintes trocas $a \rightarrow p_1$, $b \rightarrow p_2$, $c \rightarrow p_3$ e $d \rightarrow p_4$. O cálculo destes elementos de matriz estão condicionados ao estado e a paridade do acoplamento J^π . O mesmo procedimento pode ser aplicado para o cálculo do elemento de matriz partícula-buraco $F(p_1 p_2 p_3 p_4 J)$, utilizando as equações (52) e (55). Os elementos de matriz partícula-buraco $F(p_1 p_2 p_4 p_3 J)$ podem ser obtidos por meio das equações (50) e (53).

Realizando as modificações $p_1 \rightarrow n_1$, $p_2 \rightarrow n_2$, $p_3 \rightarrow n_3$ e $p_4 \rightarrow n_4$ na eq.(83), obtêm-se $A_{n_1 n_2, n_3 n_4}$. Sendo os elementos de partícula-partícula e partícula-buraco calculados pelas mesmas equações.

Para o cálculo de $A(pp - nn)$ pode ser realizado da seguinte forma

$$\begin{aligned} A_{p_1 p_2, n_3 n_4} &\equiv \mathcal{N}_{p_1 p_2}(J) \mathcal{N}_{n_3 n_4}(J) (u_{p_1} u_{p_2} u_{n_3} u_{n_4} + v_{p_1} v_{p_2} v_{n_3} v_{n_4}) G(p_1 p_2 n_3 n_4 J) \\ &+ (u_{p_1} v_{p_2} v_{n_3} u_{n_4} + v_{p_1} u_{p_2} u_{n_3} v_{n_4}) F(p_1 p_2 n_3 n_4 J). \end{aligned} \quad (84)$$

Os elementos de matriz partícula-partícula podem ser obtidos através da eq.(35) e os elementos de matriz partícula-buraco através das equações (45) e (49). Os elementos de matriz $A(nn - pp)$ pode ser obtido trocando as legendas de próton por nêutron e vice-versa na eq.(84).

3.6 Aproximação de QRPA (Quasiparticle Random Phase Approximation)

A técnica de Random Phase Approximation (RPA), ou aproximação de fase aleatória, foi primeiramente introduzida por Bohm e Pines em uma série de trabalhos publicados entre os anos de 1951 e 1953 [78–81], em seus estudos sobre as oscilações no plasma do gás de elétrons. A primeira aplicação em física nuclear foi feita por Ferrell [82] em 1957, nos seus estudos sobre as vibrações no núcleo de ^{16}O dentro da teoria de Tamm-Dancoff-Hatree-Fock. A técnica da RPA consiste em considerar um estado fundamental correlacionado composto por um vácuo de pares de partícula-buraco, o que difere em essência da TDA tradicional, que considera o estado fundamental como sendo um vácuo de Hatree-Fock. No caso da QRPA, o estado fundamental correlacionado está composto por pares de quase-partículas, e dentro da aproximação quasebosônica o estado fundamental é descrito pela função de BCS.

Dentro do formalismo de quase-partículas, as equações de QRPA podem ser obtidas de forma semelhante as de QTDA, a partir da equação de movimento. O operador de excitação em QRPA é dado por

$$Q_\omega^\dagger = \sum_{a \leq b} [X_{ab}^\omega A_{ab}^\dagger(JM) - Y_{ab}^\omega \tilde{A}_{ab}(JM)]. \quad (85)$$

Seu conjugado Hermitiano é dado por

$$Q_\omega = \sum_{a \leq b} [X_{ab}^{\omega*} A_{ab}(JM) - Y_{ab}^{\omega*} \tilde{A}_{ab}^\dagger(JM)], \quad (86)$$

onde os operadores acoplados de duas quase-partículas são definidos como

$$A_{ab}^\dagger = \mathcal{N}_{ab}(J)[a_a^\dagger a_b^\dagger]_{JM}, \quad A_{ab}(JM) = -\mathcal{N}_{ab}(J)[\tilde{a}_a \tilde{a}_b]_{JM}. \quad (87)$$

Substituindo (85) e (86) na equação de movimento (73), e considerando o vácuo de BCS, têm-se

$$\begin{aligned} A_{ab,cd}(J) &\equiv \langle BCS|[A_{ab}(JM), \mathcal{H}, A_{cd}^\dagger(JM)]|BCS\rangle, \\ B_{ab,cd}(J) &\equiv -\langle BCS|[A_{ab}(JM), \mathcal{H}, \tilde{A}_{cd}^\dagger(JM)]|BCS\rangle. \end{aligned} \quad (88)$$

O elemento de matriz $A_{ab,cd}$ é o mesmo elemento de matriz em QTDA. Escrevendo em forma de equação matricial, têm-se o seguinte problema de autovalores

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} X \\ -Y \end{pmatrix}, \quad (89)$$

onde A é uma matriz Hermitiana e B é simétrica.

Para obter a matriz B , pode ser aplicado um procedimento semelhante para a obtenção da matriz A , que nos conduz a seguinte expressão

$$\begin{aligned}
B_{ab,cd}(J) &\equiv 2\mathcal{N}_{ab}(J)\mathcal{N}_{cd}(J)[(u_a u_b v_c v_d + v_a v_b u_c u_d)G(abcdJ) \\
&\quad - (u_a v_b v_c u_d + v_a u_b u_c v_d)F(abcdJ) \\
&\quad + (-1)^{j_c+j_d+J}(u_a v_b u_c v_d + v_a u_b v_c u_d)F(abdcJ)].
\end{aligned} \tag{90}$$

Considerando as interações entre partículas idênticas e não-idênticas, pode-se proceder da mesma forma que em (82).

$$B_{QRPA} = \begin{pmatrix} B(pp - pp) & B(pp - nn) \\ B(nn - pp) & B(nn - nn) \end{pmatrix} \tag{91}$$

onde,

$$\begin{aligned}
B_{p_1 p_2 p_3 p_4 J}(J) &\equiv 2\mathcal{N}_{p_1 p_2}(J)\mathcal{N}_{p_3 p_4}(J)[(u_{p_1} u_{p_2} v_{p_3} v_{p_4} + v_{p_1} v_{p_2} u_{p_3} u_{p_4})G(p_1 p_2 p_3 p_4 J) \\
&\quad - (u_{p_1} v_{p_2} v_{p_3} u_{p_4} + v_{p_1} u_{p_2} u_{p_3} v_{p_4})F(p_1 p_2 p_3 p_4 J) \\
&\quad + (-1)^{j_{p_3}+j_{p_4}+J}(u_{p_1} v_{p_2} u_{p_3} v_{p_4} + v_{p_1} u_{p_2} v_{p_3} u_{p_4})F(p_1 p_2 p_4 p_3 J)].
\end{aligned} \tag{92}$$

Para obter $B_{n_1 n_2 n_3 n_4 J}(J)$ basta trocar as legendas de próton por nêutron. $B(pp - nn)$ pode ser obtido da seguinte forma

$$\begin{aligned}
B_{p_1 p_2, n_3, n_4}(J) &\equiv -(u_{p_1} u_{n_3} v_{p_2} v_{n_4} + v_{p_1} v_{n_3} u_{p_2} u_{n_4})G(p_1 p_2 n_3 n_4; J) \\
&\quad + (u_{p_1} v_{n_3} v_{p_2} u_{n_4} + v_{p_1} u_{n_3} u_{p_2} v_{n_4})F(p_1 p_2 n_3 n_4; J).
\end{aligned} \tag{93}$$

Os elementos de matriz $B(nn - pp)$ pode ser obtido trocando as legendas de próton por nêutron e vice-versa.

4 A interação neutrino-núcleo

A história da interação fraca (ou força fraca) está diretamente atrelada com o descobrimento do neutrino. Esta força fundamental da natureza governa o decaimento de partículas atômicas instáveis, como os mésons e inicia a reação de fusão nuclear que alimenta o Sol. A interação fraca atua em *left-handed* férmions, em partículas elementares com spin semi-inteiro e *right-handed* antiférmions. As partículas interagem via troca de bósons W^\pm e Z^0 , estes bósons possuem massa de 100 vezes maior que o próton, o que define a natureza de curto alcance desta interação.

Algumas considerações importantes sobre a interação fraca são:

- Processos que envolvem a interação fraca possuem uma seção de choque muito pequena, porém esta aumenta linearmente com a energia. Em 1 MeV , a seção de choque é da ordem de 10^{-43} cm^2 ; em 1 GeV é da ordem de 10^{-38} cm^2 .
- Os neutrinos são as únicas partículas que somente interagem através da interação fraca, os léptons carregados interagem via interação eletromagnética e interação fraca.
- As interações fracas não conservam alguns números quânticos que são conservados na interação eletromagnética e na interação forte. Por exemplo, a paridade P e a estranheza S são violadas em processos fracos.
- A interação fraca desempenha um papel fundamental em sistemas astrofísicos, sendo responsável pelo decaimento beta. Um exemplo disto é a cadeia de reações nucleares que ocorre dentro do Sol que depende criticamente da reação $pp \rightarrow de^+\nu_e$, que é um processo fraco.
- Como estamos tratando com processos cujas energias são da ordem $\approx 100 \text{ MeV}$, temos como ordem de magnitude para massas dos bósons $M_{W^\pm} \approx 78 \text{ GeV}$ e $M_{Z^0} \approx 89 \text{ GeV}$, com isto se cumpre $k^2 \ll M_B^2$ e o propagador de bósons pode ser aproximado para

$$\frac{-g_{\mu\nu} + k^\mu k^\nu / M_B^2}{k^2 - M_B^2} \rightarrow \frac{g_{\mu\nu}}{M_B^2}$$

4.1 O Hamiltoniano de interação

O formalismo mais utilizado em processos fracos na literatura é o proposto por Donnelly e Walecka [83,84], onde os fatores nucleares de forma são classificados como fatores de Coulomb (\mathcal{M}), longitudinal (\mathcal{L}), transversal elétrico (\mathcal{T}^{el}), e transversal magnético (\mathcal{T}^{mag}), em analogia com as transições eletromagnéticas. No entanto, existem muitos trabalhos na literatura que utilizam o formalismo desenvolvido por Kuramoto *et al.* [85] para estudar reações envolvendo neutrinos, muito por conta da sua simplicidade. Porém, com o formalismo de Kuramoto não é possível obter as taxas de captura de múon, o que o torna incompleto. Com isto, para descrever simultaneamente as reações neutrino-núcleo e o processo de captura de múon é necessário empregar as modificações feitas por Luyten [86] *et al.* e Auerbach [87], que empregaram os elementos de matriz M_V^2 , M_A^2 e M_P^2 que estão relacionados com os fatores de forma.

O Hamiltoniano de interação *neutrino + núcleo* é dado por [33]:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\nu, \bar{\nu}} + \mathcal{H}_{Nuc} + \mathcal{H}_W, \quad (94)$$

onde o primeiro termo é o Hamiltoniano do neutrino (Hamiltoniano livre), este descreve o neutrino como sendo livre de qualquer potencial; o segundo representa o Hamiltoniano do núcleo e o último representa a interação eletrofraca neutrino-núcleo.

Por conveniência iremos utilizar coordenadas esféricas ($m = -1, 0, +1$) para os 3-vetores, e a notação de Walecka [83], com a métrica Euclidiana, para os quadri-vetores $x = \{\mathbf{x}, x_4 = ix_\emptyset\}$. A única diferença é a substituição dos índices de Walecka (0,3) pelos nossos índices ($\emptyset, 0$), onde o índice \emptyset representa a componente temporal e o índice 0 a terceira componente esférica.

O Hamiltoniano eletrofraco pode ser expresso da seguinte forma

$$\mathcal{H}_w(r) = \frac{G}{\sqrt{2}} J_\alpha l_\alpha e^{-ir \cdot k} \quad (95)$$

onde $G = (3.04545 \pm 0.00006) \times 10^{-12}$ é a constante de Fermi em unidades naturais, r é o quadrivetor posição e $k = (k_0, \mathbf{k})$ é o momento transferido. A corrente leptônica $l_\alpha \equiv \{\mathbf{l}, il_\emptyset\}$ e o operador de corrente hadrônica são $J_\alpha \equiv (J, iJ_\emptyset)$ são respectivamente expressos em sua forma relativística como [34]

$$l_\alpha(\mathbf{q}, E_\nu) \equiv (l, il_\emptyset) = -i\bar{u}_{s_\nu}(\mathbf{p}, E_\nu)\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)u_{s_\nu} \quad (96)$$

onde $p_l \equiv \{\mathbf{p}, iE_l\}$ e $p_\nu \equiv \{\mathbf{q}, iE_\nu\}$ são respectivamente o momento do lépton e do neutrino.

$$J_\alpha = i\gamma_4 \left[g_V \gamma_\alpha - \frac{g_m}{2M} \sigma_\alpha k_\beta + g_A \gamma_\alpha \gamma_5 + ig_p k_\alpha \gamma_5 \right]. \quad (97)$$

Através da transformação de Foldy–Wouthuysen pode-se obter a forma não-relativística destes operadores, com isto têm-se

$$J_\emptyset = g_V + (\bar{g}_A + \bar{g}_{P1})\sigma \cdot \hat{\mathbf{k}} - g_A \sigma \cdot \mathbf{v} \quad (98)$$

$$J = -g_A \sigma - i\bar{g}_W \sigma \times \hat{\mathbf{k}} - \bar{g}_V \hat{\mathbf{k}} + \bar{g}_{P2}(\sigma \cdot \hat{\mathbf{k}})\hat{\mathbf{k}} + g_V \mathbf{v} \quad (99)$$

onde $\hat{\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{k}}{\kappa}$, $\kappa = |k|$, $\mathbf{v} = -i\nabla/M$ é o operador velocidade, que atua na função de onda nuclear.

O momento transferido pode ser escrito de forma explícita como

$$k = P_i - P_f \equiv \{\mathbf{k}, ik_0\} \quad (100)$$

onde P_i e P_f são os momentos iniciais e finais do núcleo, M é a massa do núcleo, m_l é a massa do lépton, e g_V , g_A , g_M e g_P são as constantes de acoplamento vetorial, axial-vetorial, magnética-fraca e pseudoescalar. Na forma adimensional têm-se

$$g_V = 1, \quad g_A = 1, \quad g_M = \kappa_p - \kappa_n = 3.70, \quad g_P = g_A \frac{2Mm_l}{\kappa^2 + m_\pi^2}. \quad (101)$$

Estas estimativas para g_M e g_P são oriundas da CVC (*Conserved Vector Current*) hypothesis e da PCAC (*Partially Conserved Axial Vector Current*) hypothesis, respectivamente.

Na forma de notação curta, podemos escrever:

$$\begin{aligned} \bar{g}_V &= g_V \frac{\kappa}{2M}, & \bar{g}_A &= g_A \frac{\kappa}{2M}, & \bar{g}_W &= (g_V + g_M) \frac{\kappa}{2M}, \\ \bar{g}_{P1} &= g_P \frac{\kappa}{2M} k_0, & \bar{g}_{P2} &= g_P \frac{\kappa^2}{2M}. \end{aligned} \quad (102)$$

Para prótons e nêutrons, temos as seguintes constantes de acoplamento:

$$g_V^n = \frac{1}{2}, \quad g_V^p = \frac{1}{2}(1 - 4\sin^2\theta), \quad g_A^{(n,p)} = \mp \frac{1}{2}g_A(0), \quad g_P^{(n,p)} = g_A \frac{2M}{k^2 + m_\pi^2} \quad (103)$$

onde $g_A(0) = -1.2617$ e θ denotam o ângulo de Weinberg, sendo $\sin^2\theta = 0.2325$

O efeito do tamanho nuclear finito é incorporado na forma do fator de dipolo com um corte em $\Lambda = 850 \text{ MeV}$.

$$g \rightarrow g \left(\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + k^2} \right)^2$$

Realizando a expansão do operador nuclear $O_\alpha \equiv (\mathbf{O}, iO_\alpha)$ têm-se:

$$O_\alpha \equiv (\mathbf{O}, iO_\alpha) = J_\alpha e^{-ik \cdot r}$$

onde $e^{-ik \cdot r}$ representa uma onda plana, que possui a seguinte forma

$$e^{-ik \cdot r} = \sum_L i^{-L} \sqrt{4\pi(2L+1)} j_L(\kappa r) Y_{L0}(\hat{\mathbf{r}}).$$

De forma conveniente, pode-se escrever

$$O_{\emptyset J} = j_J(\kappa r)Y_{J0}(\hat{\mathbf{r}})J_\emptyset$$

$$O_{MJ} = \sum_L i^{J-L} F_{JLM}(\kappa r)[Y_L(\hat{\mathbf{r}}) \otimes \mathbf{J}]_J.$$

O F_{JLM} é o fator geométrico, que possui a seguinte forma geral

$$F_{JLM} = (-)^{J+M} \sqrt{(2L+1)} \begin{pmatrix} L & 1 & J \\ 0 & -M & M \end{pmatrix}, \quad (104)$$

M	L	F_{JLM}
0	$J+1$	$-\sqrt{\frac{J+1}{2J+1}}$
0	J	0
0	$J-1$	$\sqrt{\frac{J}{2J+1}}$
1	$J+1$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{J}{2J+1}}$
1	J	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
1	$J-1$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{J+1}{2J+1}}$
-1	$J+1$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{J}{2J+1}}$
-1	J	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
-1	$J-1$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{J+1}{2J+1}}$

Tabela 7: Valores do fator geométrico F_{JLM} [88].

De forma explícita pode-se escrever $O_{\emptyset J}$ e O_{mJ} em função dos operadores elementares \mathcal{M}_J^V , \mathcal{M}_J^A , \mathcal{M}_{MJ}^A e \mathcal{M}_{MJ}^V

$$O_{\emptyset J} = g_V \mathcal{M}_J^V + ig_A \mathcal{M}_J^A + i(\bar{g}_A + \bar{g}_{P1}) \mathcal{M}_{0J}^A \quad (105)$$

$$O_{MJ} = i(\delta_{M0} \bar{g}_{P2} - g_A + M \bar{g}_W) \mathcal{M}_{MJ}^A + g_V \mathcal{M}_{MJ}^V - \delta_{M0} \bar{g}_V \mathcal{M}_J^V. \quad (106)$$

Os operadores elementares são

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_J^V &= j_J(\kappa r)Y_J(\hat{\mathbf{r}}), \\
\mathcal{M}_J^A &= M^{-1}j_J(\kappa r)Y_J(\hat{\mathbf{r}})(\sigma \cdot \nabla) \\
\mathcal{M}_{MJ}^A &= \sum_{L \geq 0} i^{J-L-1} F_{MLJ} j_L(\kappa r) [Y_L(\hat{\mathbf{r}}) \otimes \sigma]_J, \\
\mathcal{M}_{MJ}^V &= M^{-1} \sum_{L \geq 0} i^{J-L-1} F_{MLJ} j_L(\kappa r) [Y_L(\kappa r) \otimes \nabla]_J.
\end{aligned} \tag{107}$$

A CVC relaciona as peças dos operadores de corrente vetorial (105) e (106)

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{O}^V \equiv \kappa O_0^V = \tilde{k}_\emptyset O_\emptyset^V,$$

com

$$\tilde{k}_\emptyset \equiv k_\emptyset - S(\Delta E_{Coul} - \Delta M),$$

onde

$$\Delta E_{Coul} \cong \frac{6e^2 Z}{5R} \cong 1.45 Z A^{-1/3} \text{MeV}$$

é a diferença de energia coulombiana entre os núcleos final e inicial, $\Delta M = M_n - M_p = 1.29 \text{ MeV}$ é a diferença de massa entre nêutrons e prótons, e $S = \pm 1$ é um sinal para distinguir o espalhamento de neutrino e do antineutrino, respectivamente. Como resultado desta relação entre a CVC e os operadores, temos a seguinte substituição

$$g_V \mathcal{M}_{0J}^V - \bar{g}_V \mathcal{M}_J^V \rightarrow \frac{k_\emptyset}{\kappa} g_V \mathcal{M}_J^V.$$

Com esta modificação pode-se escrever O_{MJ} da seguinte forma

$$O_{MJ} = i(\delta_{M0} \bar{g}_{P2} - g_A + m \bar{g}_W) \mathcal{M}_{MJ}^A + 2|m| \bar{g}_V \mathcal{M}_{MJ}^V + \delta_{M0} \frac{k_\emptyset}{\kappa} g_V \mathcal{M}_J^V. \tag{108}$$

Os operadores elementares \mathcal{M}_J^V , \mathcal{M}_J^A , \mathcal{M}_{0J}^A e \mathcal{M}_{0J}^V são reais, mas $\mathcal{M}_{\pm 1J}^A$ e $\mathcal{M}_{\pm 1J}^V$ não são, com isto, é conveniente expressá-los suas partes reais e imaginárias

$$\mathcal{M}_{\pm 1J} = \mathcal{M}_{1J}^R \pm i \mathcal{M}_{1J}^I$$

com \mathcal{M}_{1J}^R carregando a parte real e $i \mathcal{M}_{1J}^I$ a parte imaginária. Podemos também separá-los considerando suas diferenças de paridade, com isto definimos

- *Paridades naturais* $\pi = (-)^J$: \mathcal{M}_J^V , $\mathcal{M}_{1J}^{A,I}$ e $\mathcal{M}_{1J}^{V,R}$;
- *Paridades não-naturais* $\pi = (-)^{J+1}$: \mathcal{M}_J^A , $\mathcal{M}_{1J}^{V,I}$, \mathcal{M}_{0J}^A e $\mathcal{M}_{1J}^{A,R}$.

4.2 Seção de choque neutrino-núcleo de corrente carregada

Em uma reação neutrino-núcleo em que há a emissão de um lépton carregado, o momento transferido pode ser escrito como $k = p_l - q_\nu$, com $p_l \equiv \{\mathbf{p}_l, iE_l\}$ e $q_\nu \equiv \{\mathbf{q}_\nu, iE_\nu\}$ sendo o momento do lépton ejetado e do neutrino, respectivamente. De forma explícita, têm-se:

$$E_l = E_\nu - \omega_{J_\alpha^\pi}$$

a energia do lépton, onde $\omega_{J_\alpha^\pi}$ é a energia do núcleo,

$$|\mathbf{p}_l| = \sqrt{(E_\nu - \omega_{J_\alpha^\pi})^2 - m_l^2},$$

o momento do lépton, onde m_l é a sua massa,

$$\kappa = |\mathbf{p}_l - \mathbf{p}_\nu| = \sqrt{2E_\nu(E_l - |\mathbf{p}_l| \cos \theta) - m_l^2 + \omega_{J_\alpha^\pi}^2},$$

o momento transferido. Com isto, a seção de choque é

$$\sigma(E_l, J_f) = \frac{|\mathbf{p}_l| E_l}{2\pi} F(Z+1, E_l) \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \mathcal{T}_\sigma(q, J_f) \quad (109)$$

onde $F(Z+1, E_l)$ é a função de Fermi, θ é o ângulo de espalhamento dado por

$$\theta \equiv \hat{\mathbf{q}}_\nu \cdot \hat{\mathbf{q}}_l,$$

e $\mathcal{T}_\sigma(q, J_f)$ é a probabilidade de transição

$$\mathcal{T}_\sigma(k, J_f) = \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{S_\nu} \sum_{M_i, M_f} |\langle J_f M_f | H_W | J_i M_i \rangle|^2, \quad (110)$$

sendo $|J_i M_i\rangle$ e $|J_f M_f\rangle$ os vetores de estado inicial e final do núcleo, respectivamente.

O elemento de matriz envolvendo o Hamiltoniano fraco pode ser escrito como

$$\langle J_f M_f | H_W | J_i M_i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} \mathcal{O}_\alpha l_\alpha, \quad (111)$$

onde \mathcal{O}_α é um elemento de matriz do operador nuclear

$$\mathcal{O}_\alpha \equiv \langle J_f M_f | \mathcal{O}_\alpha | J_i M_i \rangle.$$

Com isto, podemos escrever a probabilidade de transição da seguinte forma

$$\mathcal{T}_\sigma(\kappa, J_f) = \frac{G}{2J_i + 1} \sum_{M_i M_f} \mathcal{O}_\alpha \mathcal{O}_\beta^* \mathcal{L}_{\alpha\beta}$$

onde $\mathcal{L}_{\alpha\beta}$ são as traças leptônicas, que são expressas (em coordenadas cartesianas) por

$$\mathcal{L}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \sum_{s_l s_\nu} l_\alpha l_\beta^* = -\frac{1}{E_l E_\nu} [p_\alpha q_\beta + q_\alpha p_\beta - \delta_{\alpha\beta} (p \cdot q) \pm \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} q_\gamma p_\delta]$$

Uma mudança das coordenadas cartesianas para esféricas se torna conveniente, uma vez que nossos operadores estão em coordenadas esféricas. Seguindo os passos de [89], podemos expressar \mathcal{O} e \mathcal{L} em termos de $(M, M' = 0, -1, 1)$ e a probabilidade de transição torna-se

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_\sigma(k, J_f) = & \frac{4\pi G^2}{2J_i + 1} \sum_J [|\langle J_f | \mathcal{O}_{\emptyset J} | J_i \rangle|^2 \mathcal{L}_\emptyset + \sum_{M=0\pm 1} |\langle J_f | \mathcal{O}_{mj} | J_i \rangle|^2 \mathcal{L}_M \\ & - 2\mathcal{K}(\langle J_f | \mathcal{O}_{\emptyset J} | J_i \rangle \langle J_f | \mathcal{O}_{0J} | J_i \rangle) \mathcal{L}_{\emptyset 0}]. \end{aligned} \quad (112)$$

A forma explícita das traças leptônicas para $\mathcal{L}_\emptyset \equiv \mathcal{L}_{\emptyset\emptyset}$, $\mathcal{L}_M \equiv \mathcal{L}_M \equiv \mathcal{L}_{MM}$ de acordo com [90]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\emptyset\emptyset} &= 1 + \frac{|\mathbf{p}| \cos \theta}{E_l}, \\ \mathcal{L}_{\emptyset 0} &= \left(\frac{q_0}{E_\nu} + \frac{p_0}{E_l} \right), \\ \mathcal{L}_0 &= 1 + \frac{2q_0 p_0}{E_l E_\nu} - \frac{|\mathbf{p}| \cos \theta}{E_l}, \\ \mathcal{L}_{\pm 1} &= 1 - \frac{q_0 p_0}{E_l E_\nu} \pm \left(\frac{q_0}{E_\nu} - \frac{p_0}{E_l} \right) S_1. \end{aligned} \quad (113)$$

onde as componentes em z do momento do neutrino e do lépton carregado são

$$q_0 = \hat{k} \cdot \mathbf{q} = \frac{E_\nu (|\mathbf{p}| \cos \theta - E_\nu)}{\kappa}, \quad (114)$$

$$p_0 = \hat{k} \cdot \mathbf{p} = \frac{|\mathbf{p}| (|\mathbf{p}| - E_\nu \cos \theta)}{\kappa}, \quad (115)$$

onde $S = +1$ para espalhamento de neutrinos e -1 para antineutrinos.

4.3 Seção de choque neutrino-núcleo de corrente neutra

No espalhamento NC o processo fraco a ser considerado é

$$\nu + X(Z, N) \rightarrow \nu + X^*(Z, N),$$

onde o neutrino incidente ν interage com o núcleo-alvo $X(Z, N)$, sendo que este absorve parte da energia do neutrino.

Como as excitações ocorrem no mesmo núcleo $X \rightarrow X^*$, logo a função de Fermi $F(Z + 1, E_l) = 1$, pois não temos interação coulombiana do lepton ejetado com o núcleo final. Com isto, a seção de choque total pode ser descrita como:

$$\sigma(E_\nu, J_f) = \frac{|\mathbf{q}'|E_\nu}{2\pi} \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \mathcal{T}_\sigma(q, J_f) \quad (116)$$

onde $\theta \equiv q \cdot q'$ é o ângulo entre o neutrino incidente e o neutrino ejetado. A amplitude de transição possui a mesma forma geral da apresentada na eq.(112). Porém, as traças leptônicas são modificadas, pois sabemos qual será o lépton ejetado, ν' .

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{00} &= 1 + \frac{|q'| \cos \theta}{E_{\nu'}}, \\ \mathcal{L}_{00} &= \left(\frac{q_0}{E_\nu} + \frac{q'_0}{E_{\nu'}} \right), \\ \mathcal{L}_0 &= 1 + \frac{2q_0q'_0}{E_{\nu'}E_\nu} - \frac{|q'| \cos \theta}{E_{\nu'}}, \\ \mathcal{L}_{\pm 1} &= 1 - \frac{q_0q'_0}{E_{\nu'}E_\nu} \pm \left(\frac{q_0}{E_\nu} - \frac{q'_0}{E_{\nu'}} \right) S_1. \end{aligned} \quad (117)$$

onde as componentes em z de q_0 e q'_0 são respectivamente

$$q_0 = \hat{k} \cdot q = \frac{E_\nu(|q'| \cos \theta - E_\nu)}{\kappa}, \quad (118)$$

$$q'_0 = \hat{k} \cdot q' = \frac{|q'|(|q'| - E_\nu \cos \theta)}{\kappa}. \quad (119)$$

5 Resultados Numéricos

5.1 Transições eletromagnéticas em ^{24}Mg

Com objetivo de ter uma segurança nos códigos computacionais da QRPA sem troca de carga, que estamos implementando pela primeira vez no grupo de Nuclear da UESC, vamos implementar um *toy model* que permita fazer um seguimento detalhado da evolução dos cálculos de estrutura nuclear.

Assim vamos realizar os cálculos de estrutura nuclear para o núcleo de ^{24}Mg , usando um toy model com a camada de valência $1d_{5/2} - 2s_{1/2}$ para o estado $J^\pi = 2^+$. A vantagem em realizar um toy model com um espaço de duas configurações está na maior capacidade de acompanhamento dos resultados, podendo ser reproduzidos de forma analítica com maior facilidade.

As energias de partícula simples (*spe*), as probabilidades de ocupação oriundas da resolução da equação de BCS u e v , e as energias de quase-partículas (E) utilizados foram:

Orbital	<i>spe</i>	u	v	E (MeV)
$\pi 1d_{5/2}$	7.33	0.6841	0.7294	1.97
$\pi 2s_{1/2}$	6.75	0.7724	0.6352	2.35
$\nu 1d_{5/2}$	2.27	0.6891	0.7246	1.98
$\nu 2s_{1/2}$	1.82	0.7582	0.6520	2.34

Tabela 8: Energias e probabilidades de ocupação das configurações utilizadas no cálculo de estrutura nuclear para ^{24}Mg . As legendas π e ν representam próton e nêutron, respectivamente.

O espaço de configurações na camada $1d_{5/2} - 2s_{1/2}$ utilizado foi:

$$\{|\pi_1\rangle, |\pi_2\rangle, |\nu_1\rangle, |\nu_2\rangle\} = \{ |(\pi 1d_{5/2})^2; 2^+\rangle, |\pi 1d_{5/2}\pi 1s_{1/2}; 2^+\rangle, |(\nu 1d_{5/2})^2; 2^+\rangle, |\nu 1d_{5/2}\nu 1s_{1/2}; 2^+\rangle \}. \quad (120)$$

Para o espaço de configurações acima, os elementos de matriz para o acoplamento partícula-partícula e partícula-buraco no canal de partículas idênticas são

Orbital	$F(nn'nn'; 2^+)$	$G(nn'nn'; 2^+)$	$F(pp'pp'; 2^+)$	$G(pp'pp'; 2^+)$
1111	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03
1112	0.02	0.02	0.02	0.02
1212	-0.01	-0.02	-0.01	-0.02

Tabela 9: Valores para os NME do acoplamento PH e PP nas camadas $1d-2s$ para $J^\pi = 2^+$ obtidos através das equações (45) e (36).

Os elementos de matriz para o acoplamento partícula-partícula e partícula-buraco no canal de partículas não-idênticas são

Orbital	$F(pp'nn'; 2^+)$	$G(pp'nn'; 2^+)$
1111	0.54	3.01
1112	0.27	0.60
1212	0.09	0.29

Tabela 10: Valores dos NME para o acoplamento PH e PP nas camadas $1d-2s$ para $J^\pi = 2^+$ obtidos através das equações (45) e (36).

Para montar a matriz A_{QTDA} utilizou-se a eq.(83) para o acoplamento de partículas idênticas e a eq.(84) para partículas não-idênticas. Como temos quatro acoplamentos distintos, 2 para prótons e 2 para nêutrons, logo, obteremos matrizes 2×2 .

$$A_{p_1 p_2 p_3 p_4} = \begin{pmatrix} 5.1188 & -0.9044 \\ -0.9044 & 5.5187 \end{pmatrix}, \quad A_{n_1 n_2 n_3 n_4} = \begin{pmatrix} 5.1278 & -0.9110 \\ -0.9110 & 5.5253 \end{pmatrix},$$

$$A_{p_1 p_2 n_3 n_4} = \begin{pmatrix} 0.90 & 0.30 \\ 0.30 & 0.19 \end{pmatrix}.$$

Seguindo o modelo de formação da *supermatriz* QTDA em (82), têm-se uma matrix 4×4 com todos os acoplamentos realizados.

$$A_T = \begin{pmatrix} A_{\pi_1 \pi_1} & A_{\pi_1 \pi_2} & A_{\pi_1 \nu_1} & A_{\pi_1 \nu_2} \\ A_{\pi_2 \pi_1} & A_{\pi_2 \pi_2} & A_{\pi_2 \nu_1} & A_{\pi_2 \nu_2} \\ A_{\nu_1 \pi_1} & A_{\nu_1 \pi_2} & A_{\nu_1 \nu_1} & A_{\nu_1 \nu_2} \\ A_{\nu_2 \pi_1} & A_{\nu_2 \pi_2} & A_{\nu_2 \nu_1} & A_{\nu_2 \nu_2} \end{pmatrix}, \quad (121)$$

onde as legendas dos acoplamentos estão indicadas na eq.(120). Substituindo

os valores obtido em $A_{p_1 p_2 p_3 p_4}$, $A_{n_1 n_2 n_3 n_4}$ e $A_{p_1 p_2 n_3 n_4}$, obtêm-se

$$A_T = \begin{pmatrix} 5.1188 & -0.9044 & 0.90 & 0.30 \\ -0.9044 & 5.5187 & 0.30 & 0.19 \\ 0.90 & 0.30 & 5.1278 & -0.9110 \\ 0.30 & 0.19 & -0.9110 & 5.5253 \end{pmatrix}. \quad (122)$$

Aplicando o mesmo procedimento para obter a supermatriz B , utilizando (92) e (93), têm-se

$$B_{p_1 p_2 p_3 p_4} = \begin{pmatrix} 0.4117 & -0.3088 \\ -0.3088 & 0.4085 \end{pmatrix}, \quad B_{n_1 n_2 n_3 n_4} = \begin{pmatrix} 0.4123 & -0.3154 \\ -0.3154 & 0.4173 \end{pmatrix}$$

$$B_{p_1 p_2 n_3 n_4} = \begin{pmatrix} -0.63 & -0.12 \\ -0.12 & -0.09 \end{pmatrix}.$$

Através da eq.(91) montamos a supermatriz B , onde a ordem dos acoplamentos é o mesmo da eq.(121)

$$B_T = \begin{pmatrix} 0.4117 & -0.3088 & -0.63 & -0.12 \\ -0.3088 & 0.4085 & -0.12 & -0.09 \\ -0.63 & -0.12 & 0.4123 & -0.3154 \\ -0.12 & -0.09 & -0.3154 & 0.4173 \end{pmatrix}. \quad (123)$$

A diagonalização é feita utilizando a eq.(89) para obter as amplitudes X e Y , e os autovalores de energia. A nomenclatura 2_1^+ representa o primeiro estado excitado obtido no acoplamento 2^+ , seguindo de modo análogo para os demais.

$$\begin{aligned} |^{24}\text{Mg}; 2_1^+\rangle &= -0.608 |\pi_1\rangle + 0.077 |\pi_1^{-1}\rangle - 0.370 |\pi_2\rangle + 0.019 |\pi_2^{-1}\rangle \\ &\quad + 0.607 |\nu_1\rangle - 0.076 |\nu_1^{-1}\rangle + 0.370 |\nu_2\rangle - 0.019 |\nu_2^{-1}\rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |^{24}\text{Mg}; 2_2^+\rangle &= -0.432 |\pi_1\rangle - 0.030 |\pi_1^{-1}\rangle - 0.560 |\pi_2\rangle - 0.002 |\pi_2^{-1}\rangle \\ &\quad - 0.433 |\nu_1\rangle - 0.030 |\nu_1^{-1}\rangle - 0.560 |\nu_2\rangle - 0.002 |\nu_2^{-1}\rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |^{24}\text{Mg}; 2_3^+\rangle &= -0.381 |\pi_1\rangle + 0.046 |\pi_1^{-1}\rangle + 0.610 |\pi_2\rangle - 0.029 |\pi_2^{-1}\rangle \\ &\quad + 0.364 |\nu_1\rangle - 0.046 |\nu_1^{-1}\rangle - 0.597 |\nu_2\rangle + 0.028 |\nu_2^{-1}\rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |^{24}\text{Mg}; 2_4^+\rangle &= -0.554 |\pi_1\rangle + 0.003 |\pi_1^{-1}\rangle + 0.424 |\pi_2\rangle - 0.030 |\pi_2^{-1}\rangle \\ &\quad - 0.566 |\nu_1\rangle + 0.005 |\nu_1^{-1}\rangle + 0.441 |\nu_2\rangle - 0.032 |\nu_2^{-1}\rangle, \end{aligned}$$

Com o objetivo de analisar os resultados obtidos, iremos compará-los com os obtidos em um trabalho desenvolvido por Suhonen [61]. Com as seguintes ressalvas:

a) No trabalho desenvolvido por Suhonen, é utilizado a *Surface delta interaction* (SDI) como interação residual, o que difere da simples interação delta utilizada neste trabalho.

b) As energias de partículas simples empregados no cálculo são diferentes.

c) As probabilidades de ocupação u e v utilizadas por Suhonen para prótons e nêutrons são as mesmas para um mesmo estado. Neste trabalho estas probabilidades são próximas, porém diferentes.

Com tudo, mesmo com essas diferenças fundamentais, já era esperado que os resultados fossem diferentes, porém com a mesma ordem de grandeza, e foi exatamente o que obteve-se.

A Tabela (11) mostra os valores utilizados por Suhonen para os cálculos de estrutura nuclear. Os valores de u e v que saem da equação de BCS, as energias de partícula simples e de quase-partícula.

Orbital	spe	u	v	E (MeV)
$1d_{5/2}$	0.00	0.6685	0.7437	1.977
$2s_{1/2}$	0.87	0.8119	0.5838	2.073

Tabela 11: Energias de partícula simples, probabilidades de ocupação u e v , e energias de quase-partícula. Estes valores foram obtidos por Suhonen [61].

Os estados formados são os mesmos que os obtidos em (120), o que fornece ainda mais confiança na formação dos acoplamentos (segue as mesmas legendas). O cálculo das matrizes foi feito utilizando as mesmas equações mostradas acima. A eq.(124) mostra de forma explícita como é feito o cálculo do elemento de matriz A para o acoplamento $\pi 0d_{5/2} - \pi 0d_{5/2}$.

$$\begin{aligned}
A_{\pi_1\pi_1} &= A((\pi 0d_{5/2})^2, (\pi 0d_{5/2})^2) \\
&= 2 \times 1.977\text{MeV} + (0.6685^4 + 0.7437^4)(-0.6857A_1) \\
&\quad + \frac{1}{2}[2 \times 0.6685^2 \times 0.7437^2(-0.6857A_1) \\
&\quad - (-1)^{\frac{5}{2}+\frac{5}{2}+2} \times 2 \times 0.6685^2 \times 0.7437^2(-0.6857A_1)] \\
&= 3.954\text{MeV} - 0.686A_1,
\end{aligned} \tag{124}$$

$$A_T = \begin{pmatrix} 3.954 - 0.686A_1 & -0.886A_1 & -0.508A_0 - 0.170A_1 & -0.672A_0 - 0.224A_1 \\ -0.886A_1 & 4.050 - 1.154A_1 & -0.672A_0 - 0.224A_1 & -0.898A_0 - 0.287A_1 \\ \dots & \dots & 3.954 - 0.686A_1 & -0.886A_1 \\ \dots & \dots & -0.886A_1 & 4.050 - 1.154A_1 \end{pmatrix}, \quad (125)$$

$$B_T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -0.508A_0 - 0.169A_1 & -0.672A_0 - 0.224A_1 \\ 0 & -0.046A_1 & -0.672A_0 - 0.224A_1 & -0.880A_0 - 0.306A_1 \\ \dots & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & 0 & -0.046A_1 \end{pmatrix}, \quad (126)$$

$$\begin{aligned} |^{24}\text{Mg}; 2_1^+\rangle &= 0.468 |\pi_1\rangle + 0.164 |\pi_1^{-1}\rangle + 0.595 |\pi_2\rangle + 0.215 |\pi_2^{-1}\rangle \\ &\quad + 0.468 |\nu_1\rangle + 0.164 |\nu_1^{-1}\rangle + 0.595 |\nu_2\rangle + 0.215 |\nu_2^{-1}\rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |^{24}\text{Mg}; 2_2^+\rangle &= 0.621 |\pi_1\rangle - 0.057 |\pi_1^{-1}\rangle + 0.351 |\pi_2\rangle - 0.072 |\pi_2^{-1}\rangle \\ &\quad - 0.621 |\nu_1\rangle + 0.057 |\nu_1^{-1}\rangle - 0.351 |\nu_2\rangle + 0.072 |\nu_2^{-1}\rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |^{24}\text{Mg}; 2_3^+\rangle &= 0.554 |\pi_1\rangle - 0.002 |\pi_1^{-1}\rangle - 0.439 |\pi_2\rangle - 0.004 |\pi_2^{-1}\rangle \\ &\quad + 0.554 |\nu_1\rangle - 0.002 |\nu_1^{-1}\rangle - 0.439 |\nu_2\rangle - 0.004 |\nu_2^{-1}\rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |^{24}\text{Mg}; 2_4^+\rangle &= -0.345 |\pi_1\rangle - 0.024 |\pi_1^{-1}\rangle + 0.619 |\pi_2\rangle - 0.029 |\pi_2^{-1}\rangle \\ &\quad + 0.345 |\nu_1\rangle + 0.024 |\nu_1^{-1}\rangle - 0.619 |\nu_2\rangle + 0.029 |\nu_2^{-1}\rangle, \end{aligned}$$

Os resultados obtidos neste toy model estão em boa concordância com aqueles obtidos por Suhonen, uma vez que as amplitudes obtidas na função de onda estão na mesma ordem de grandeza. As diferenças nos sinais podem ser entendidas como divergências entre as diferentes interações residuais empregadas.

Com o objetivo de estudar as transições eletromagnéticas de um estado excitado para um estado fundamental, utilizou-se o estado 2_1^+ do ^{24}Mg , cuja a função de onda $|^{24}\text{Mg}; 2_1^+\rangle$ é fornecida acima. O elemento de matriz reduzido que descreve a transição eletromagnética de um estado excitado QRPA para um estado fundamental é

$$\begin{aligned} (QRPA||\mathcal{M}_{\sigma\lambda}||\omega) &= \delta_{\lambda J} \sum_{a \leq b} \mathcal{N}_{ab}(J) \theta^{lb} (v_a |u_b| \pm v_b |u_a|) (a||\mathcal{M}_{\sigma\lambda}||b) \times (X_{ab}^\omega + \zeta^\lambda Y_{ab}^\omega), \\ &\quad + \text{para } \sigma = E, - \text{para } \sigma = M, \end{aligned} \quad (127)$$

onde θ^{lb} é uma convenção de fase

$$\theta^{lb} = \begin{cases} (-1)^{lb} & \text{CS phase convention,} \\ 1 & \text{BR phase convention,} \end{cases} \quad (128)$$

e as probabilidades de ocupação

$$v_a u_b + \varsigma^{(\lambda)} u_a v_b = \theta^{lb} (v_a |u_b| \pm v_b |u_a|) \quad (129)$$

O elementos de matriz reduzidos entre estados de partículas simples são descritos pelas equações (17) e (18). Porém, como as transições eletromagnéticas obedecem regras de seleção que conservam o momento angular e a paridade dos estados, logo elas obedecem a relação triangular (13) e (14). Como a ordem multipolar é $\lambda = 2$, seguindo a Tabela (4), temos uma transição E_2 pura. Logo, é necessário calcular os elementos de matriz $(a||\mathcal{Q}_2||b)$, usando a equação (17).

Para obter os elementos de matriz de partícula simples entre os estados descritos na Tabela (13) é necessário calcular as integrais radiais entre esses estados, usando a equação (30). A Tabela (12) mostra os resultados obtidos para a integral radial, variando os estados e a ordem multipolar adotada. A Tabela (13) mostra os valores obtidos para os elementos de matriz de partícula simples para a transição E_2 .

a	b	$\lambda = 0$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$
1s	1s	1	1.128	1.500	2.257
1s	1p	0.921	1.225	1.843	3.062
1s	2s	0	-0.461	-1.225	-2.764
1s	1d	0.775	1.165	1.936	3.496
1s	1f	0.623	1.035	1.869	3.623
1s	2p	0.291	0	-0.583	-1.936
1p	1p	1	1.505	2.500	4.514
1p	2s	-0.376	-1	-2.257	-5
1p	1d	0.951	1.581	2.855	5.534
1p	1f	0.845	1.526	2.958	6.103
1p	2p	0	-0.476	-1.581	-4.282
2s	2s	1	1.693	3.500	7.899
2s	1d	-0.632	-1.427	-3.162	-7.136

Tabela 12: Alguns valores da integral radial R^λ para os multipolos $\lambda = 0, 1, 2, 3$ nas camadas 1s,1p,2s,1d,2p e 1f.

a	b	$(a \mathcal{Q}_2 b)$	$(a \mathcal{Q}_2 b)$
		QRAP	Suhonen
$1d_{5/2}$	$1d_{5/2}$	-2.585	-2.585
$1d_{5/2}$	$2s_{1/2}$	-2.185	-2.185
$2s_{1/2}$	$1d_{5/2}$	-2.185	-2.185
$2s_{1/2}$	$2s_{1/2}$	0.0	0.0

Tabela 13: Elementos de matriz de partícula simples para os estados da camada de valência $1d - 2s$. Como trata-se de estados de partículas simples, estes resultados são os mesmos para prótons e nêutrons.

Para auxiliar o cálculo dos elementos de matriz dos estados excitados, definiu-se a partir da equação (127), as quantidades Q_{ab} e C_{ab} .

$$Q_{ab} = \mathcal{N}_{ab}(2)(v_a u_a + v_b u_a)(a||\mathcal{Q}_2||b) \frac{e_{eff}}{e}, \quad (130)$$

$$C_{ab} = Q_{ab}(X_{ab}^\omega + \varsigma^\lambda Y_{ab}^\omega) \quad (131)$$

Suhonen				
Orbital	$Q_{ab} (fm^2)$	$X_{ab}^{2_1^+}$	$Y_{ab}^{2_1^+}$	$C_{ab} (e_{eff} fm^2)$
$\pi 1d_{5/2} \pi 1d_{5/2}$	$-5.97e_{eff}^p$	0.468	0.164	-3.77
$\pi 1d_{5/2} \pi 2s_{1/2}$	$-7.17e_{eff}^p$	0.595	0.215	-5.81
$\nu 1d_{5/2} \nu 1d_{5/2}$	$-5.97e_{eff}^p$	0.468	0.164	-3.77
$\nu 1d_{5/2} \nu 2s_{1/2}$	$-7.17e_{eff}^p$	0.595	0.215	-5.81
Toy model QRAP				
$\pi 1d_{5/2} \pi 1d_{5/2}$	$-5.99e_{eff}^p$	-0.608	0.077	-3.19
$\pi 1d_{5/2} \pi 2s_{1/2}$	$-7.16e_{eff}^p$	-0.370	0.019	-2.52
$\nu 1d_{5/2} \nu 1d_{5/2}$	$-6.00e_{eff}^p$	0.607	-0.076	-3.18
$\nu 1d_{5/2} \nu 2s_{1/2}$	$-7.17e_{eff}^p$	0.370	-0.019	-2.51

Tabela 14: Contribuições das configurações de duas quase-partículas ab na camada de valência, as quantidades Q_{ab} e C_{ab} são definidas pelas equações (130) e (131).

O elemento de matriz perturbado na QRPA é calculado da seguinte forma

$$(QRPA||\mathcal{Q}_2||2_1^+) = \sum_{a<b} Q_{ab} \left(X_{ab}^{2_1^+} + Y_{ab}^{2_1^+} \right) \equiv \sum_{a<b} C_{ab}. \quad (132)$$

A probabilidade de transição reduzida do estado excitado 2_1^+ para o estado fundamental resulta

$$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_{gs}^+)_{QRPA} = \frac{1}{2J+1} |(QRPA||\mathcal{Q}_2||2_1^+)|^2. \quad (133)$$

Suhonen	
$(QRPA \mathcal{Q}_2 2_1^+)$	$-9.58 (e_{eff}^p + e_{eff}^n) fm^2$
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_{gs}^+)$	$47.0 e^2 fm^4$
Toy model QRAP	
$(QRPA \mathcal{Q}_2 2_1^+)$	$-11.62 (e_{eff}^p + e_{eff}^n) fm^2$
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_{gs}^+)$	$69.18 e^2 fm^4$

Tabela 15: Valores obtidos para o cálculo do elemento de matriz perturbado para o estado 2_1^+ e a probabilidade de transição $2_1^+ \rightarrow 0_{gs}$, para este, foram utilizadas as cargas efetivas $e_{eff}^p = 1.3e$ e $e_{eff}^n = 0.3e$.

Os resultados obtidos foram satisfatórios, quando comparados com o modelo do Suhonen, uma vez que os valores para toda parte de partícula simples estão em completo acordo. Isso mostra que nosso código QRAP sem troca de carga consegue descrever transições entre estados de partículas simples de corrente neutra com grande precisão. Com relação a parte perturbada, já era esperado algumas diferenças, uma vez que o Suhonen utiliza a interação residual SDI (*Surface delta interaction*) diferentemente do QRAP que utiliza a interação delta simples. Contudo, os resultados obtidos para a parte perturbada apresentam um bom acordo com os obtidos pelo Suhonen, o que nos fornece confiança para seguir avançando e calcular as seções de espalhamento neutrino-núcleo.

5.2 Seção de espalhamento neutrino- ^{12}C

Considerando as correlações de emparelhamento (nn) nêutron-nêutron, (pp) próton-próton e (pn) próton-nêutron é possível descrever as seções de espalhamento neutrino-núcleo de corrente neutra e corrente carregada, o que equivale, usando QRPA, a ($pp + nn$)-QRPA e pn -QRPA, respectivamente.

As reações neutrino-núcleo que ocorrem em baixas energias (algumas dezenas de MeV), ocorrem em duas etapas principais, a primeira é a excitação do núcleo-alvo pelo neutrino incidente, e a segunda é a desexcitação nuclear, que ocorre através do decaimento de um estado excitado para um estado de mais baixa energia do núcleo-filho, desencadeando na emissão de algumas partículas.

Na primeira etapa, a excitação ocorre através das transições *super permitidas de Fermi* ($J^\pi = 0^+$), *permitidas de Gamow-Teller* (GT) ($J^\pi = 1^+$), *transições de dipolo* ($J^\pi = 0^-, 1^-, 2^-$) e outras transições multipolares de ordem superior. Apesar dos estados isobárico análogo e as transições de Gamow-Teller fornecerem as maiores contribuições para a seção de choque, será mostrado adiante que as transições multipolares de ordem superior também desempenham um papel fundamental nas reações neutrino-núcleo. Assim, podemos definir:

Transições de Fermi: São as transições que apresentam $\Delta J = 0$ (spin nuclear) e por conservação de momento angular orientação anti-paralela (singleto) dos estados de spin leptônicos ($\uparrow\downarrow$).

Transições de Gamow-Teller: São as transições que apresentam $\Delta J = 1$ e orientação paralela (triplete) dos estados de spin leptônicos ($\uparrow\uparrow$). Abaixo é mostrado as regras de seleção para o decaimento beta.

Transição	$\Delta J = J_i - J_f $	$\Delta\pi$
Permitida	$0, \pm 1$	Não
Proibida de primeira ordem	$0, \pm 1, \pm 2$	Sim
Proibida de segunda ordem	$\pm 2, \pm 3$	Não
.....
Proibida de ordem n	$\pm, \pm(n + 1)$	$(-1)^n$ [1=sim, -1=não]

Tabela 16: Regras de seleção para o momento angular e paridade no decaimento beta.

Um passo importante à ser cumprido para descrever bem este tipo reação é obedecer a ordem de contribuição de cada mutipolo, por exemplo, ao longo

das últimas décadas diversos estudos demonstraram que as maiores contribuições para a seção de espalhamento de neutrinos em ^{12}C são oriundas das transições GT, ou seja, o estado que mais contribui é o 1^+ .

Nos apoiando nos resultados da seção anterior para descrever a QRPA de carga conservada, modelou-se as seções de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ via corrente neutra. Abaixo seguem as contribuições de cada multipolo, considerando $v_s = v_t = 26.0$ como parâmetros de acomodamento. A comparação é feita com os trabalhos realizados por H. Dapo e N. Paar [42], que desenvolveram um modelo capaz de reproduzir as seções de espalhamento de neutrinos via corrente neutra, utilizando uma QRPA relativística (RQRPA), e M. Cheoun utilizando QRPA [41] com Bonn pontetial como interação residual.

- $v_s = v_t = 26.0$

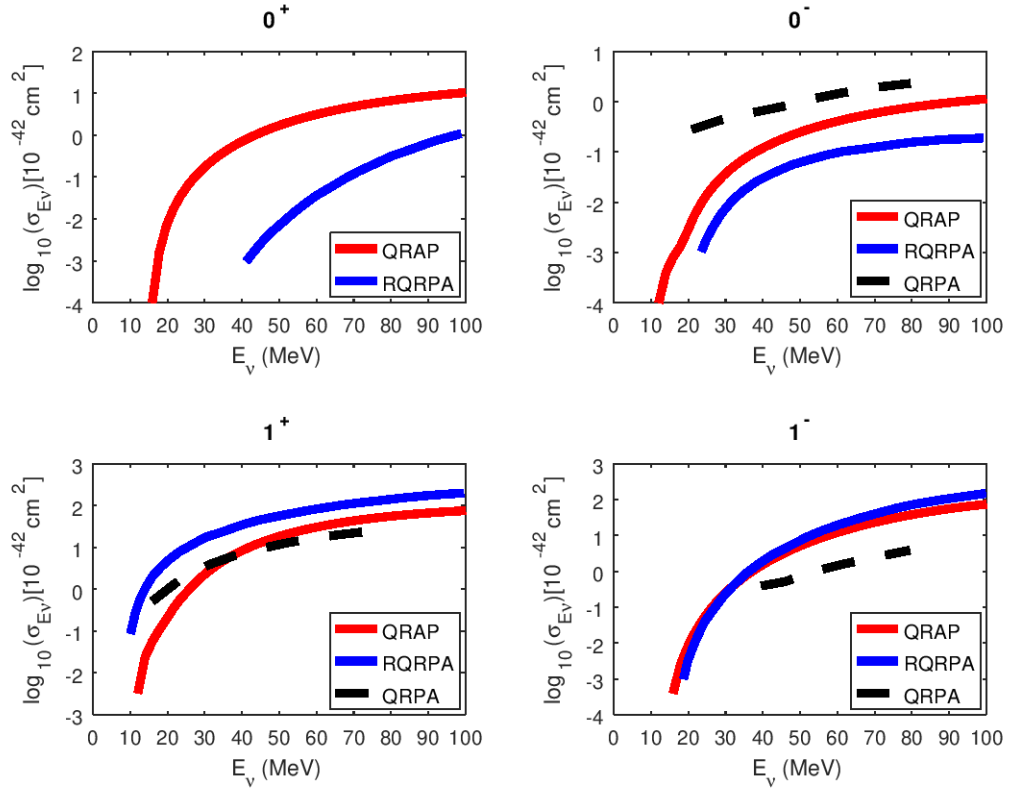


Figura 11: Seção de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 26.0$ para os estados $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm$. Os resultados obtidos pelo QRAP, Dapo [42] e Cheoun [41] estão dispostos em vermelho, azul e preto respectivamente.

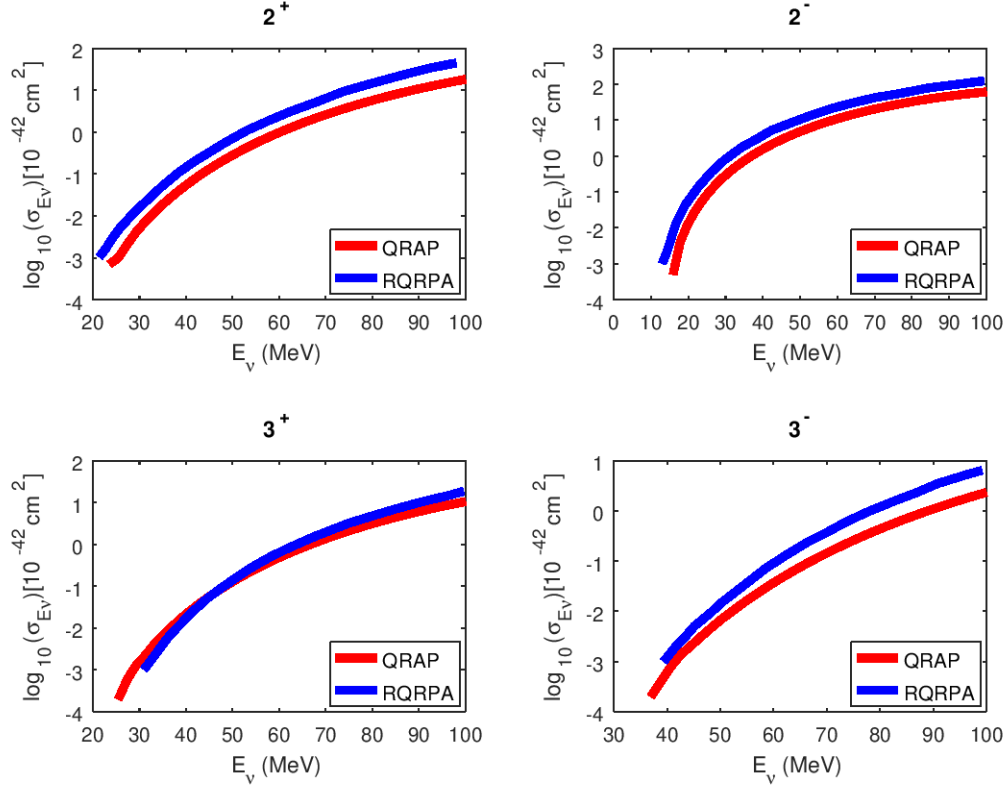


Figura 12: Seção de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 26.0$ para os estados $J^\pi = 2^\pm, 3^\pm$. Em vermelho estão os resultados obtidos pelo código QRAP e em azul são os resultados obtidos pelo Dapo [42].

Considerando que o trabalho realizado por Dapo é relativístico e com outra interação residual, era esperado algumas diferenças, uma vez que o método utilizado para obter as energias de partícula simples (*s.p.e*) e seus valores são diferentes, mas o comportamento qualitativo geral da seção de espalhamento deve ser o mesmo. O nosso modelo apresenta um bom acordo com os resultados obtidos por Dapo e Cheoun, uma vez que as seções de espalhamento estão bem próximas, com exceção do estado 0^+ . Um bom parâmetro para análise deste estado é o valor experimental do primeiro estado excitado (0_1^+), que possui energia 7.65 MeV, com isso os resultados obtidos por nosso modelo está em bom acordo, uma vez que conseguimos descrever excitações para o estado 0_1^+ em energias próximas de 10 MeV. Os resultados obtidos por Dapo só reproduz excitações para este estado a partir dos 40 MeV, o que está muito longe do valor experimental. Abaixo está representado o esquema

de níveis para o estado fundamental e os primeiros estados excitados em ^{12}C obtidos em [92].

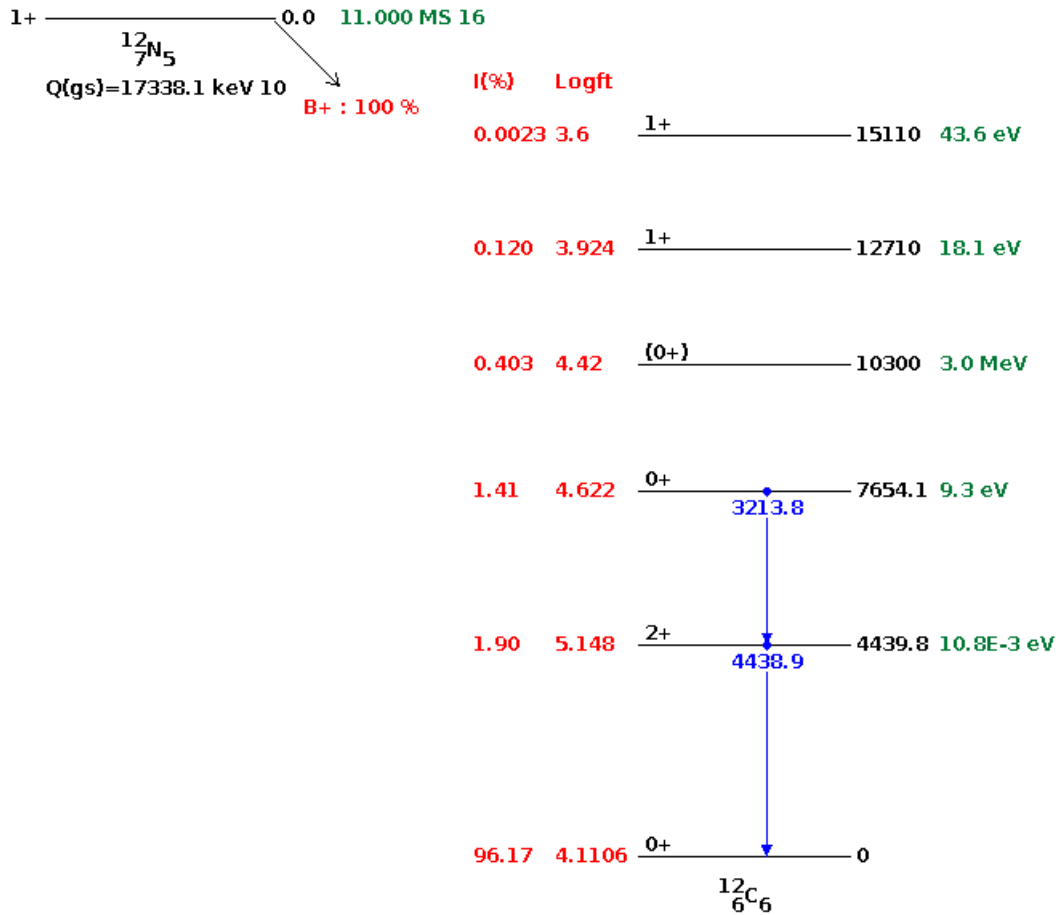


Figura 13: Esquemas de níveis para os primeiros estados excitados em ^{12}C . Em vermelho estão dispostos a probabilidade de decaimento e a vida-média, respectivamente, em preto estão os estados e suas energias [92].

Para o estado 0^- algumas diferenças são observadas, mostrando que a escolha do modelo para descrever a estrutura do núcleo bem como a interação residual é totalmente relevante. O estado 1^+ carrega a maior contribuição para a seção de choque total, logo uma boa descrição deste estado acarreta em uma boa descrição da seção de espalhamento, e como visto a cima, os resultados estão de acordo com os outros modelos na literatura. Para os demais estados as seções de espalhamento são muito semelhantes com os outros modelos, isso mostra que o método escolhido para descrever a estrutura nuclear é muito mais relevante nos estados mais baixos.

A seção de choque total é obtida somando as contribuições de cada multipolo em cada uma das energias selecionadas, os resultados são mostrados abaixo.

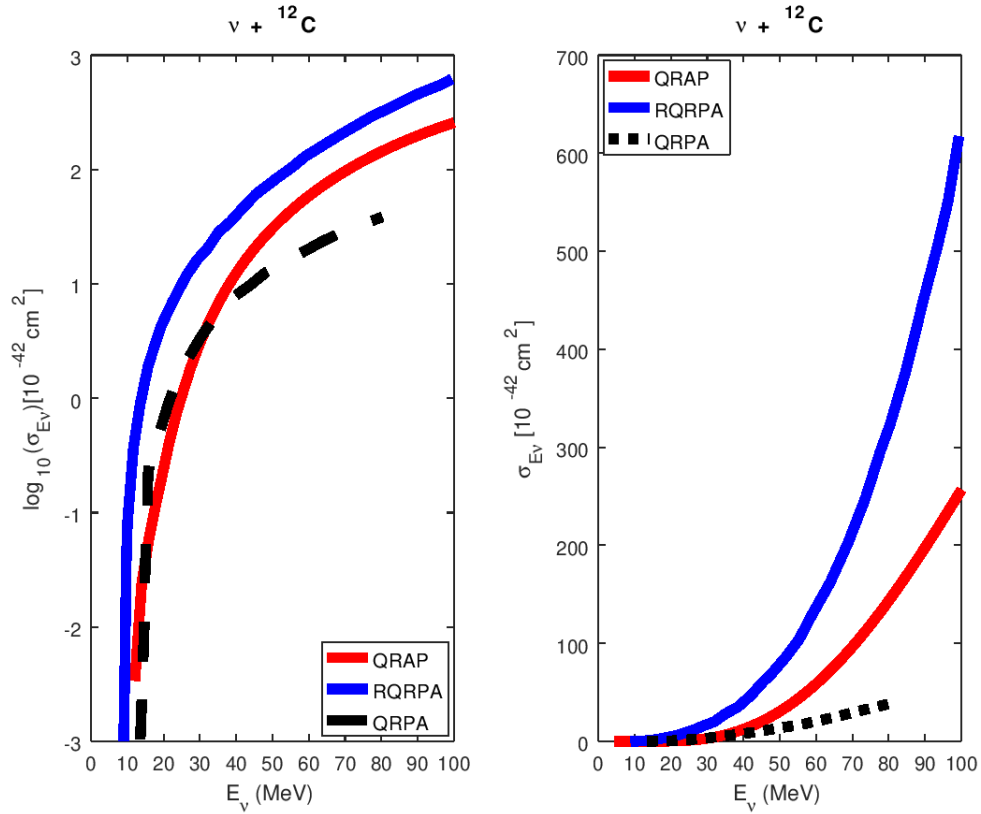


Figura 14: Seção de choque total da reação $\nu+{}^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 26.0$, em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Os resultados obtidos pelo QRAP, Dapo [42] e Cheoun [41] estão dispostos em vermelho, azul e preto respectivamente.

É notório que até 50 MeV as seções de espalhamento são semelhantes, principalmente os dois modelos que utilizam QRPA. Após 50 MeV as seções apresentam divergências, mostrando que a forma de descrever a estrutura nuclear passa a ser mais relevante após esse valor. Estas divergências também podem estar relacionadas ao espaço de configurações empregado em cada modelo para descrever a reação. Foi mostrado que em reações neutrino-núcleo com troca de carga os espaços de configurações utilizados tem uma relação proporcional a seção de choque total obtida [33] (Figura 15). O mesmo ocorre em reações sem troca de carga, uma vez que a forma de descrever a interação

fraca é semelhante. Neste trabalho utilizou-se um espaço de configurações contendo 6 partículas simples.

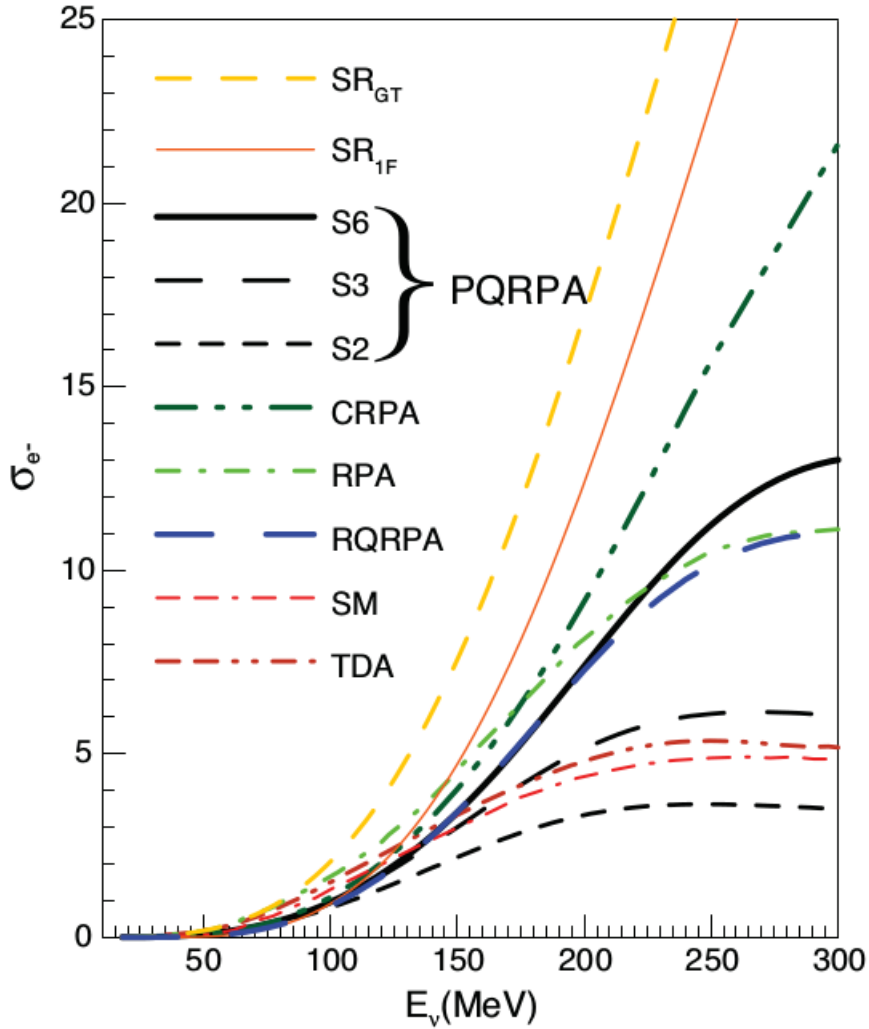


Figura 15: Seção de choque inclusiva $\sigma_{e^-}(E_\nu)$ da reação $^{12}\text{C}(\nu_e, e^-)^{12}\text{N}$ (em unidades de 10^{-39}cm^2) para diferentes *s.p.e* S_2 , S_3 e S_6 , comparados com diferentes modelos [33].

Com o objetivo de estudar a contribuição de cada multipolo em uma energia fixa e verificar influência das constantes de acoplamento v_s e v_t , calculou-se a seção de choque para uma energia de 21.63 MeV com diferentes parâmetros de acoplamento. A figura abaixo mostra que, dentre os multipolos o que mais contribui para a seção de choque total é aquela do multipolo $J^\pi = 1^+$, o que está de acordo com as previsões teóricas. Observa-se também

que as contribuições dos multipolos 0^\pm , 1^- e 2^- diminuem a medida em que v_s e v_t aumentam, acentuando ainda mais a contribuição do multipolo 1^+ a seção de choque total.

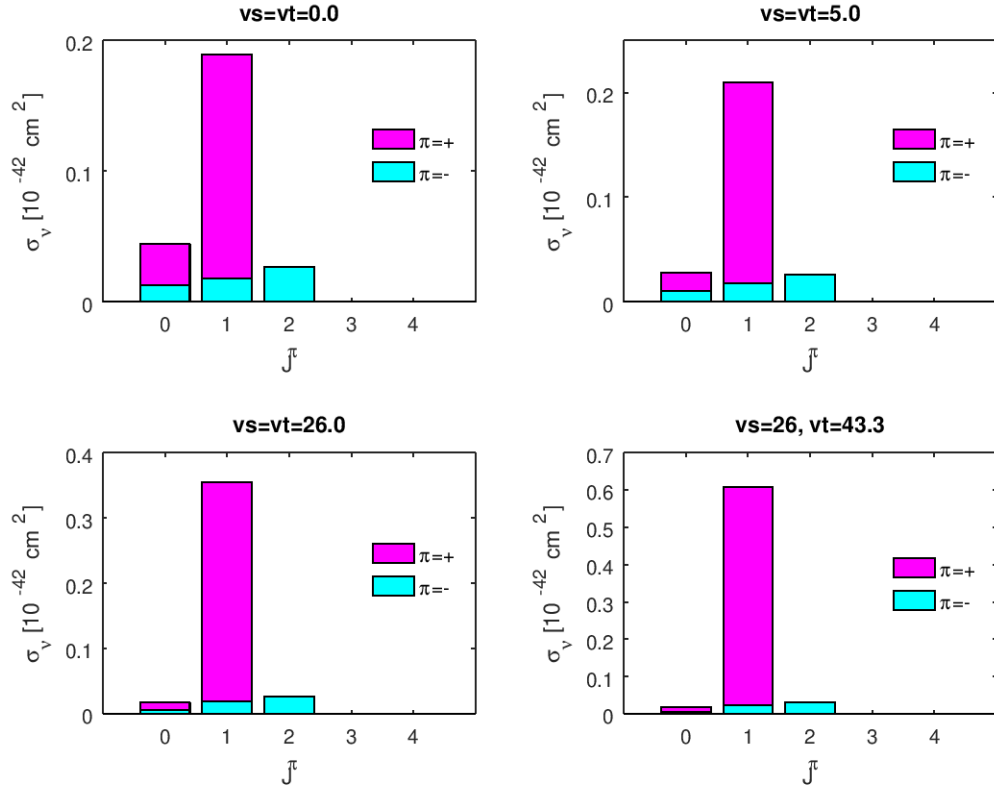


Figura 16: Contribuição de cada multipolo para a seção de choque utilizando uma energia fixa $E_\nu = 21.63$ MeV.

A dominância dos estados 1^+ , 1^- e 2^- sobre os demais multipolos na seção de choque total pode ser verificada na Figura (17). Em energias entre 0 e 30 MeV há uma competição com os outros estados, porém conforme a energia aumenta esta competição deixa de existir. A dominância destes estados em ^{12}C está de acordo com os estudos realizados por E. Kolbe and K. Langanke em [97].

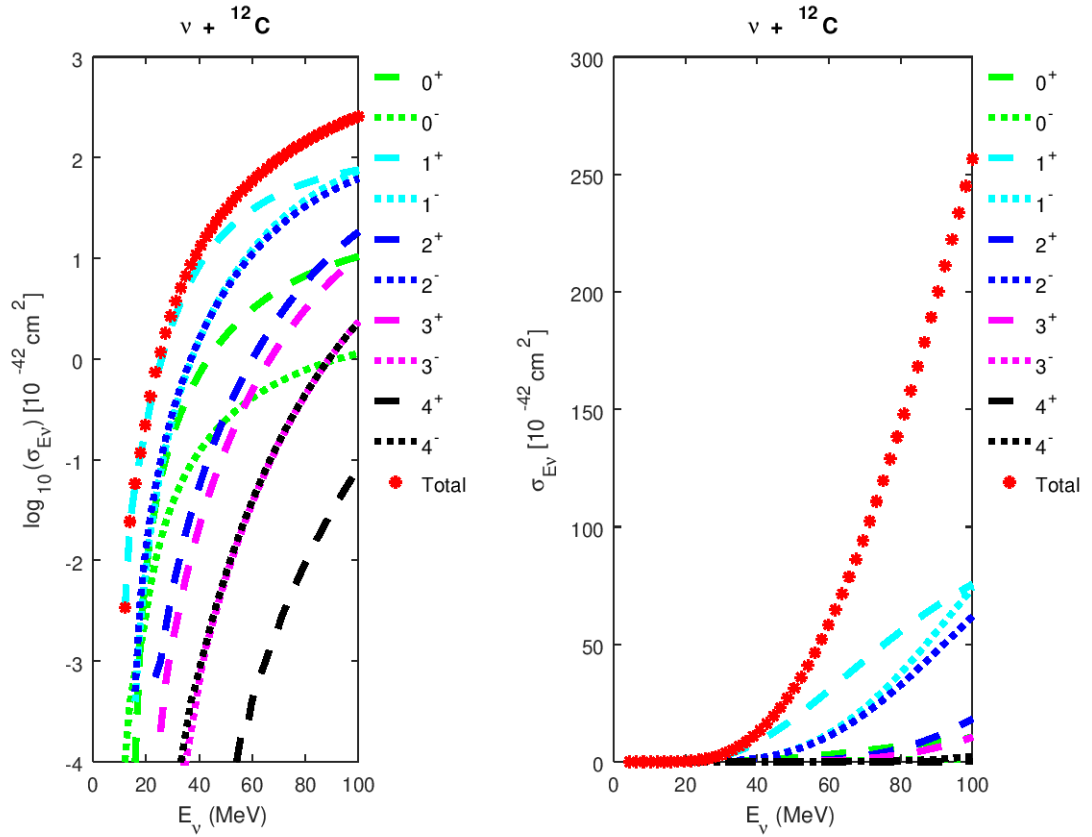


Figura 17: Seção de choque total da reação $\nu + {}^{12}\text{C} \rightarrow \nu' + {}^{12}\text{C}^*$ (vermelho) e as seções de choque por estado excitado, e em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita).

Do ponto de vista experimental, somente alguns dados foram mensurados nas últimas décadas. E todos eles para a primeira etapa citada acima, a formação do núcleo composto. No momento, o único dado experimental disponível na literatura para a reação $\nu + {}^{12}\text{C} \rightarrow \nu' + {}^{12}\text{C}^*$ é a seção de choque do primeiro estado excitado 1^+ (1_1^+) em uma energia fixa de 15.11 MeV. Esta medida foi realizada pelo KARMEN Collaboration [91], o que constitui a primeira medição experimental de uma excitação nuclear via corrente neutra. Nesse experimento três tipos de neutrinos são produzidos: neutrino-muônico monoenergético (ν_μ) com energia $E_\mu = 29.8$ MeV, oriundo do decaimento do pión positivo (π^+) em repouso; neutrino eletrônico (ν_e) e antineutrino-muônico $\bar{\nu}_\mu$ oriundo do decaimento do múon com energias de até 52.8 MeV. A seção medida leva em conta dois fluxos, de ν_e e $\bar{\nu}_\mu$. Utiliza-se o fluxo de Michel para descrever o espectro de neutrinos oriundos deste decaimento.

$$f(E_{\nu_e}) = \frac{96E_{\nu_e}^2}{m_\mu^4}(m_\mu - 2E_{\nu_e}), \quad (134)$$

$$f(E_{\bar{\nu}_\mu}) = \frac{32E_{\bar{\nu}_\mu}^2}{m_\mu^4} \left(\frac{3}{2}m_\mu - 2E_{\bar{\nu}_\mu} \right), \quad (135)$$

onde E_ν é a energia do neutrino, m_μ é a massa do múon.

A seção de choque média obtida a partir destes dois fluxos é dado por

$$\langle \sigma_\nu \rangle = \frac{\int dE_\nu \sigma_\nu(E_\nu) f(E_\nu)}{\int dE_\nu f(E_\nu)}, \quad (136)$$

onde $\sigma_\nu(E_\nu)$ é a seção de choque em função da energia do neutrino.

O valor experimental obtido pela KARMEN collaboration para esta seção de choque é

$$\langle \sigma_{NC}(\nu_e + \bar{\nu}_\mu) \rangle^{exp} = [10.8 \pm 1.3(stat.) \pm 1.2(syst.)] \times 10^{-42} \text{cm}^2. \quad (137)$$

Com o objetivo de reproduzir o resultado experimental em (137), calculou-se as seguintes seções de espalhamento para o estado 1^+ :

$$\nu_e + {}^{12}\text{C} \rightarrow \nu'_e + {}^{12}\text{C}^*, \quad (138)$$

e

$$\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C} \rightarrow \bar{\nu}'_\mu + {}^{12}\text{C}^*. \quad (139)$$

Os resultados obtidos estão dispostos na Figura (18). Como pode ser visto a seção $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C}$ é menor do que $\nu_e + {}^{12}\text{C}$. Este resultado está de acordo com as recentes medições realizadas MINER ν A [17] para reações via CC, indicando que as seções de espalhamento de neutrinos são maiores do que seus antineutrinos correspondentes em altas energias.

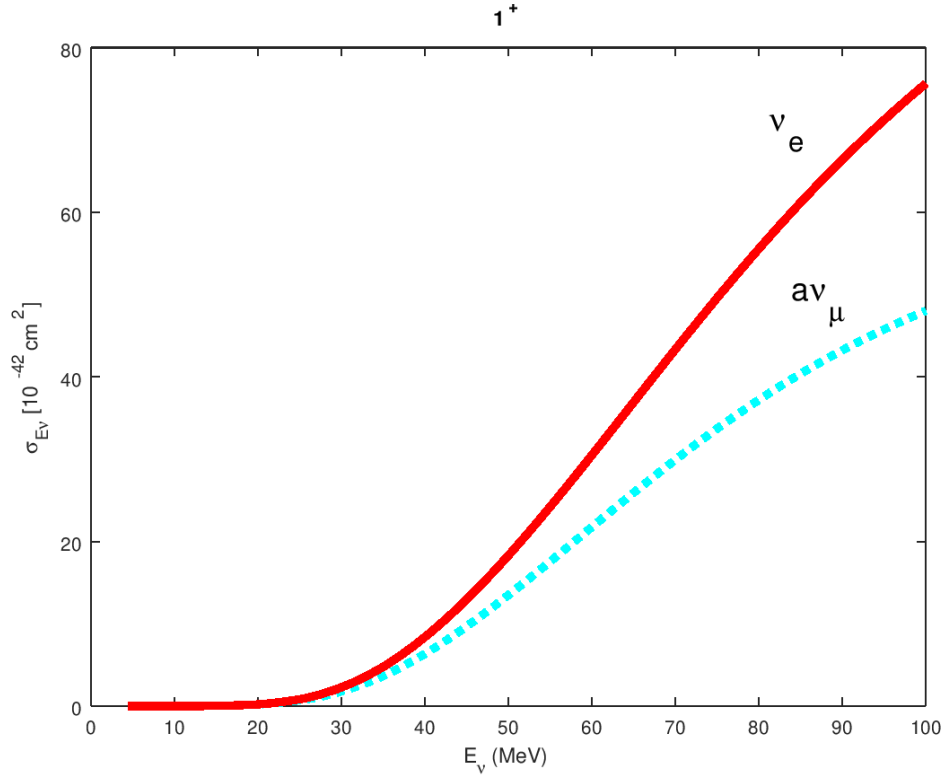


Figura 18: Seção de choque para o estado 1^+ das reações (138) e (139), para ν_e (vermelho) e $\bar{\nu}_\mu$ (azul).

A nível de estrutura nuclear a diferenciação entre neutrino e antineutrino é feita através das traças leptônicas, modificando o sinal de S_1 na eq. (117). Assim para neutrino têm-se

$$\mathcal{L}_{\pm 1} = 1 - \frac{q_0 q'_0}{E_{\nu'} E_\nu} + \left(\frac{q_0}{E_\nu} - \frac{q'_0}{E_{\nu'}} \right) S_1.$$

e para antineutrino

$$\mathcal{L}_{\pm 1} = 1 - \frac{q_0 q'_0}{E_{\nu'} E_\nu} - \left(\frac{q_0}{E_\nu} - \frac{q'_0}{E_{\nu'}} \right) S_1.$$

Integrando cada uma destas seções da Figura (18) sobre o fluxo de Michel (134) e (135), e utilizando a eq.(136), obtêm-se os resultados das reações $^{12}\text{C}(\nu_e, \nu'_e)^{12}\text{C}^*$ e $^{12}\text{C}(\bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}'_\mu)^{12}\text{C}^*$. O resultado experimental disponível é para a soma destas duas seções, os resultados obtidos pelo modelo QRAP

está disposto na quinta linha da Tabela (17). Utilizou-se a seguinte notação $\nu \rightarrow \nu_e + \nu_\mu$.

	$^{12}\text{C}(\nu_e, \nu'_e) \ ^{12}\text{C}^*$	$^{12}\text{C}(\bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}'_\mu) \ ^{12}\text{C}^*$	$^{12}\text{C}(\nu, \nu') \ ^{12}\text{C}^*$
Shell model [95]			9.8
EPT [96]			9.2
CRPA [94]	4.6	5.9	10.5
QRAP	5.1	6.2	11.3
Experimental [91]			$11.2 \pm 1.3 \pm 1.2$

Tabela 17: Resultados obtidos para a seção de choque (136) oriunda dos fluxos de ν_e (134) e $\bar{\nu}_\mu$ (135) por diferentes modelos teóricos. Na última coluna está o único resultado experimental disponível na literatura para a reação $\nu + ^{12}\text{C} \rightarrow \nu' + ^{12}\text{C}^*$.

Como visto na Tabela (17), o modelo QRAP consegue descrever com excelente precisão o resultado experimental obtido pela KARMEM collaboration. Esse resultado obtido é de grande importância para validação do nosso modelo. Quando comparado com outros modelos, que utilizam diferentes cálculos de estrutura nuclear como Shell model, CRPA e Elementary Particle Theory, nosso modelo apresenta resultados equivalentes.

Com isto, é possível concluir que a QRPA é um método muito eficiente para descrever reações via corrente neutra, uma vez que considera de forma consistente as interações multi-partículas e multi-buracos. É importante salientar que para comparações mais precisas uma quantidade maior de resultados experimentais para as reações via corrente neutra são imprescindíveis.

Para estudar a contribuição de cada um dos estados excitados 1^+ obtidos, calculou-se a seção de choque normalizada para cada um destes estados, utilizando o fluxo de Michel. A Figura (19) mostra a seção de choque normalizada da reação (138) para cada um dos 10 estados, as maiores contribuições estão nos estados 1_5^+ , 1_4^+ e 1_1^+ . No Apêndice C estão dispostas as Tabelas (20) e (21) com todas as seções integradas, bem como os valores dos fluxos utilizados para neutrino eletrônico e antineutrino muônico.

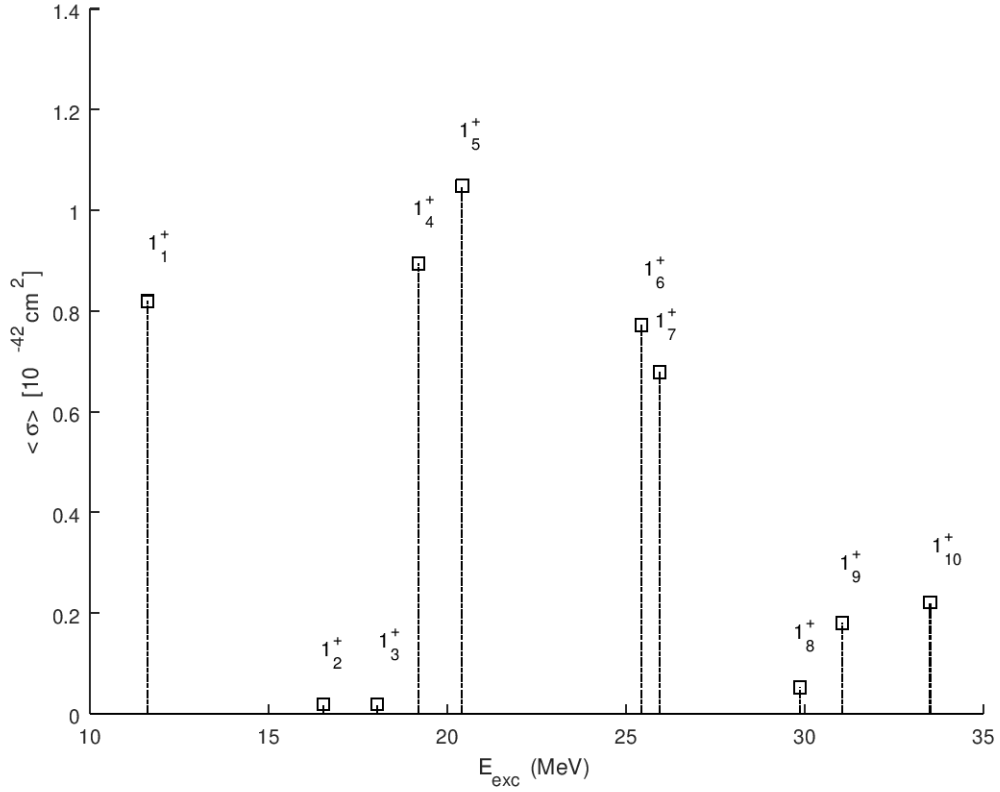


Figura 19: Seção de choque (136) por estado excitado usando o fluxos de ν_e (134) em função da energia de excitação.

As maiores contribuições para o estado 1^+ estão em energias cima de 15 MeV, como mostra a Figura (19), o que está em linha com o resultado experimental. Uma outra aplicação importante dos modelos microscópicos que reproduzem as reações neutrino-núcleo é a descrição das seções de espalhamento de neutrinos no ambiente estelar, que é de extrema relevância para a construção de novos detectores e que pode prover melhores informações sobre os fenômenos que ocorrem no universo. Esta descrição é feita utilizando um fluxo de neutrinos de supernova, que é descrito por uma distribuição de Fermi-Dirac, há calculos disponíveis para este fluxo na literatura, como [97, 98].

$$f(E_\nu) = \frac{1}{T^3} \frac{E_\nu^2}{\exp[(E_\nu/T) - \alpha] + 1}.$$

Outros fatores relevantes são: (i) escolha das diferentes energias de partículas simples disponíveis na literatura para cada estado a serem empregadas na descrição nuclear, uma vez que em baixas energias (intervalo de 10 – 25 MeV) existem diferenças e, (ii) a dimensão do espaço de configurações gerado pelo número de *s.p.e.* usadas no cálculo. Na Tabela (18) são mostrados dois espaços de configurações, s_1 e s_2 , contendo 6 diferentes *s.p.e.* As diferenças ficam evidentes na Figura (20), que mostra a seção de choque total conjunto de *s.p.e.*

<i>configuração</i>	<i>estados</i>	<i>nêutron</i>	<i>próton</i>
s_1	$1s_{1/2}$	-20.09	-18.19
	$1p_{3/2}$	-6.02	-3.17
	$1p_{1/2}$	-0.29	2.79
	$1d_{5/2}$	3.07	1.82
	$2s_{1/2}$	3.85	6.06
	$1d_{3/2}$	7.18	9.36
s_2	$1s_{1/2}$	-23.32	-21.39
	$1p_{3/2}$	-7.60	-4.79
	$1p_{1/2}$	-1.87	1.17
	$1d_{5/2}$	1.82	4.48
	$2s_{1/2}$	2.35	4.54
	$1d_{3/2}$	5.91	8.08

Tabela 18: Energias de partículas simples *s.p.e* para ^{12}C utilizando dois conjuntos diferentes, ambos com 6 níveis.

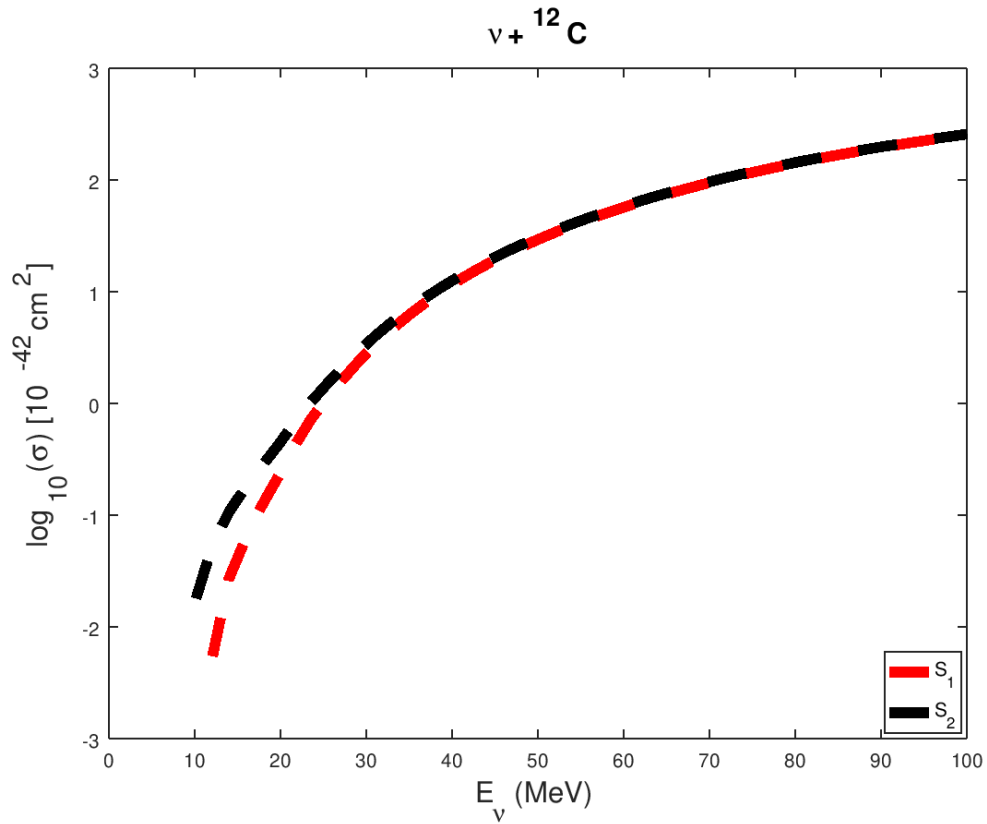


Figura 20: Comparação das seções de espalhamento utilizando utilizando dois conjuntos de *s.p.e* diferentes, s_1 e s_2 .

5.3 Seção de espalhamento neutrino-⁴⁰Ar

Reações $\nu_e + {}^{40}\text{Ar}$ são extremamente importantes do ponto de vista astrofísico, elas são usadas para detectar neutrinos solares emitidos pelo ${}^8\text{B}$ no ambiente solar, cuja detecção é feita utilizando Argônio líquido como alvo. Atualmente está em funcionamento o detector Liquid Argon Time Projection Chamber (LArTPC) que obtém as seções de espalhamento $\nu_e + {}^{40}\text{Ar}$ via corrente carregada. Infelizmente ainda não há dados experimentais para reações sem troca de carga. Nesta seção calculou-se a seção de choque total e a contribuição por multipolo, visando uma comparação direta com alguns modelos presentes na literatura. Nossos resultados mostram um bom acordo com estes modelos, principalmente a seção de choque total no intervalo de 0 – 50 MeV.

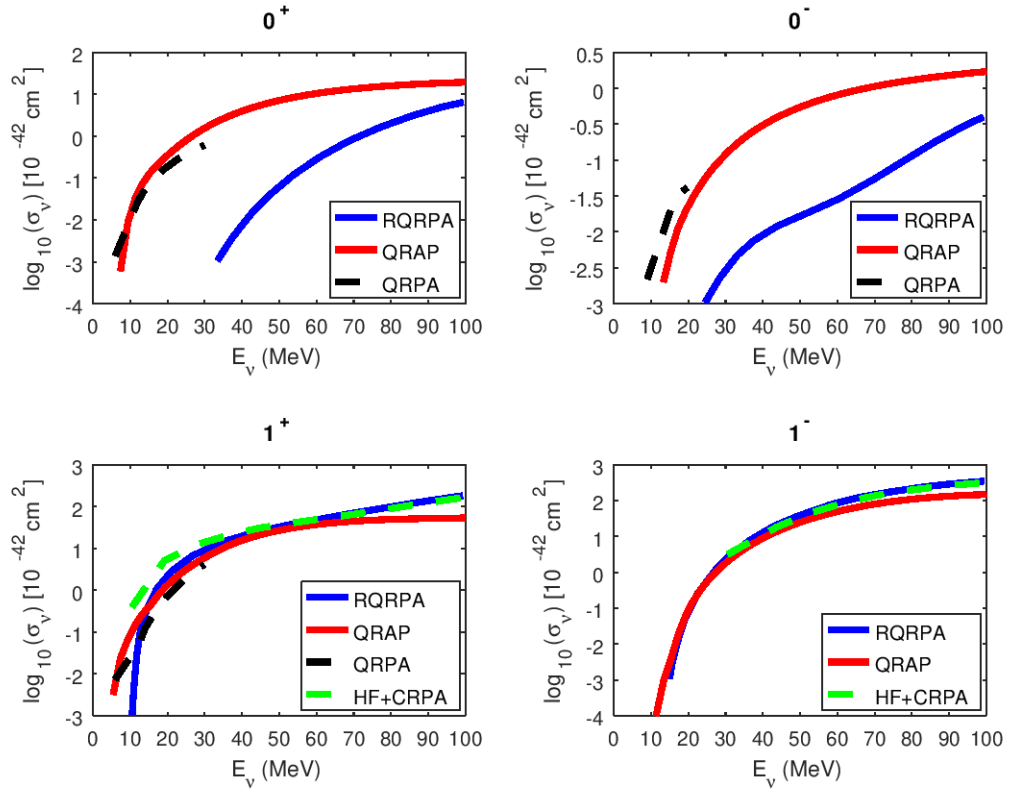


Figura 21: Seção de espalhamento $\nu+^{40}\text{Ar}$ para os parâmetros $v_s = 27.0$ e $v_t = 26.0$ para os estados $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm$. Os resultados obtidos pelo QRAP, Dapo [42], Cheoun [46] e V. Dessel [93] estão dispostos em vermelho, azul, preto e verde respectivamente.

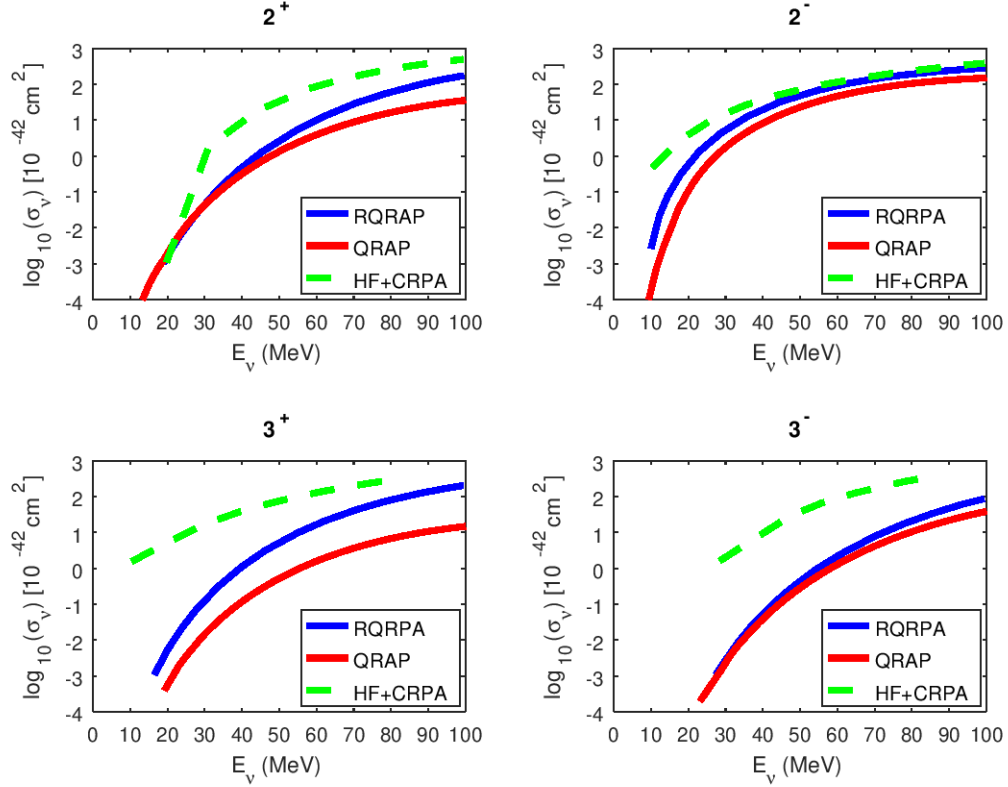


Figura 22: Seção de espalhamento $\nu+^{40}\text{Ar}$ para os parâmetros $v_s = 27.0$ e $v_t = 26.0$ para os estados $J^\pi = 2^\pm, 3^\pm$. Os resultados obtidos pelo QRAP, Dapo [42], Cheoun [46] e V. Dessel [93] estão dispostos em vermelho, azul, preto e verde respectivamente.

Neste cálculo acrescentamos a comparação com os resultados obtidos por V. Dessel [93] (em verde), onde é utilizado um Hartree-Fock + Continuum Random Phase Approximation (HF+CRPA) para descrever a estrutura nuclear. Em uma descrição deste tipo é utilizado um espaço contínuo de *s.p.e.* Esse pode ser um dos motivos pelo qual a nossa seção de choque está abaixo, principalmente quando consideramos isoladamente as contribuições dos multipolos 2^\pm e 3^\pm .

Os nossos resultados apresentam uma certa equivalência quando comparados com o modelo RQRPA em todos os estados, com exceção dos estados 0^\pm . Uma vez que o modelo RQRPA não descreve excitações abaixo de 30 MeV, o que está em desacordo com as medidas experimentais para os estados

excitados do ^{40}Ar , onde o primeiro estado excitado 0^+ possui energia 2.12 MeV, de acordo com [92]. Para estes estados também comparou-se com o modelo do M. Cheoun [46] que utiliza QRPA e como visto, este modelo está de acordo com os nossos cálculos no intervalo de 10 – 30 MeV. Esses fatores indicam que os nossos resultados neste intervalo de energia apresentam uma confiança maior do que o modelo RQRPA.

Levando em consideração a contribuição de todos os multipolos de 0^\pm a 6^\pm e somando a seção de choque para cada energia separadamente, obtêm-se a seção de choque total. Abaixo é mostrado a seção de choque total em duas diferentes escalas para evidenciar as divergências entre os modelos nos intervalos de 0 – 40 e 40 – 100 MeV.

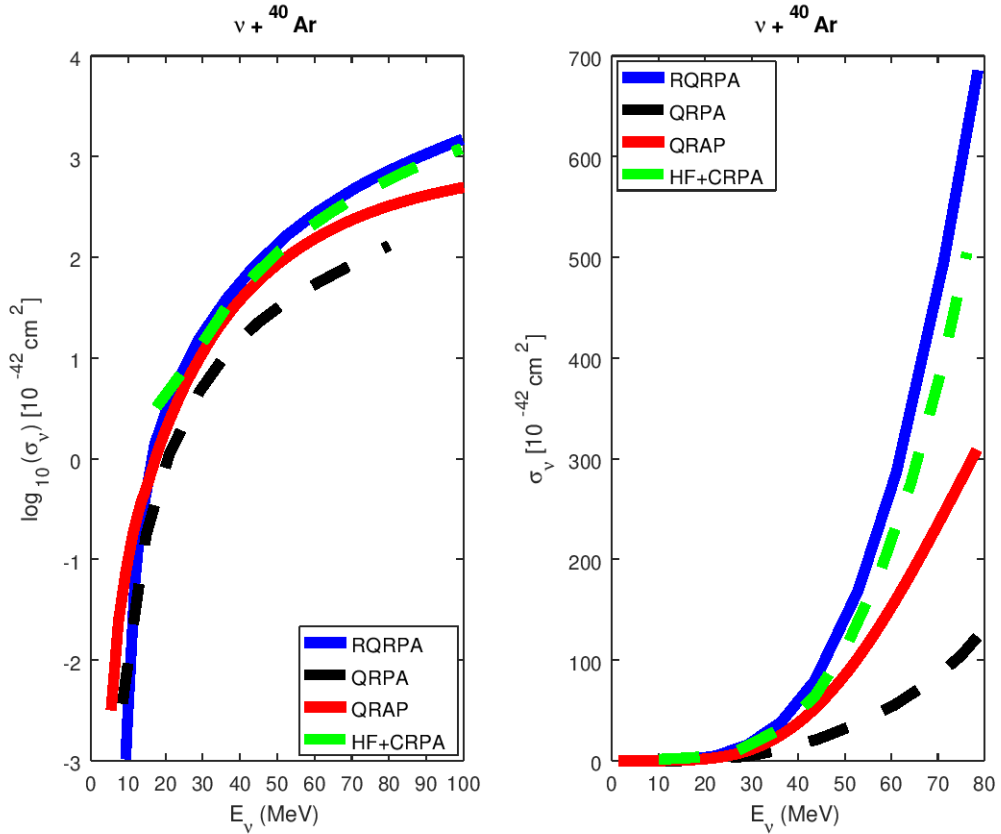


Figura 23: Seção de choque total da reação $\nu + {}^{40}\text{Ar}$ para os parâmetros $v_s = 27.0$ e $v_t = 26.0$, em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Os resultados obtidos pelo QRAP, Dapo [42], Cheoun [46] e V.Dessel [93] estão dispostos em vermelho, azul, preto e verde respectivamente..

Apartir da comparação da seção de choque total com os outros modelos, é notório que no intervalo de 0 a 50 MeV diferentes modelos de estrutura nuclear descrevem seções de espalhamento muito semelhantes. Mas a partir de 50 MeV divergências acentuadas são notáveis, isso mostra que a escolha de como descrever a estrutura nuclear a partir deste valor é ainda mais relevante.

Com objetivo de verificar se há dominância das transições de Gamow-Teller em energias próximas de 20 MeV, assim como em ^{12}C , calculou-se a seção de choque para cada multipolo em uma energia fixa de 21.2 MeV, utilizando diferentes parâmetros de interação.

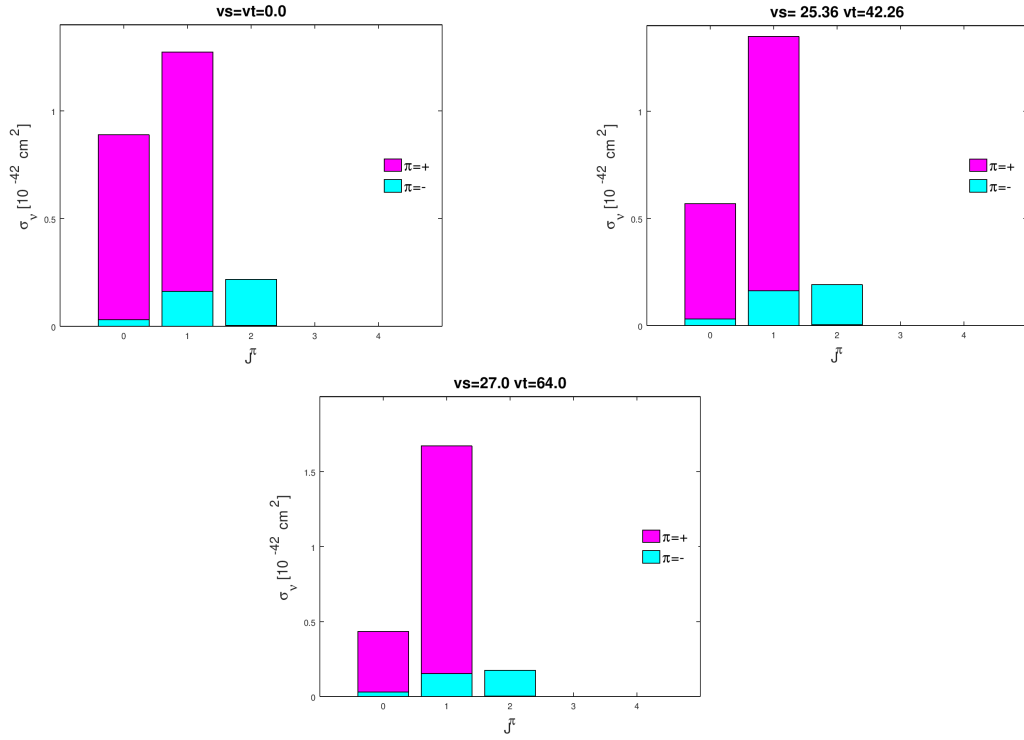


Figura 24: Contribuição de cada multipolo para a seção de choque utilizando uma energia fixa $E_\nu = 21.6$ MeV, utilizando diferentes parâmetros de interação.

Assim como para ^{12}C os parâmetros v_s e v_t tem um papel fundamental em distribuir a contribuição de cada multipolo nesta energia. Pela Figura (24) é possível notar que a medida em que os parâmetros são aumentados, a dominância do estado 1^+ se torna mais acentuada, diminuindo a contribuição dos outros estados, o mesmo que acontece para ^{12}C .

A Figura (25) identifica quais multipolos são mais relevantes para a seção de choque total em todo intervalo de energia utilizado. É possível notar em escala logarítmica que no intervalo de 0 a 40 MeV, 1^+ é o multipolo dominante e a medida que a energia aumenta, os multipolos 1^- e 2^- dividem as maiores contribuições juntamente com o 1^+ . Assim pode-se afirmar que, para energias mais baixas a seção de choque é dominada por transições GT e para energias maiores, as transições de dipolo tornam-se mais relevantes.

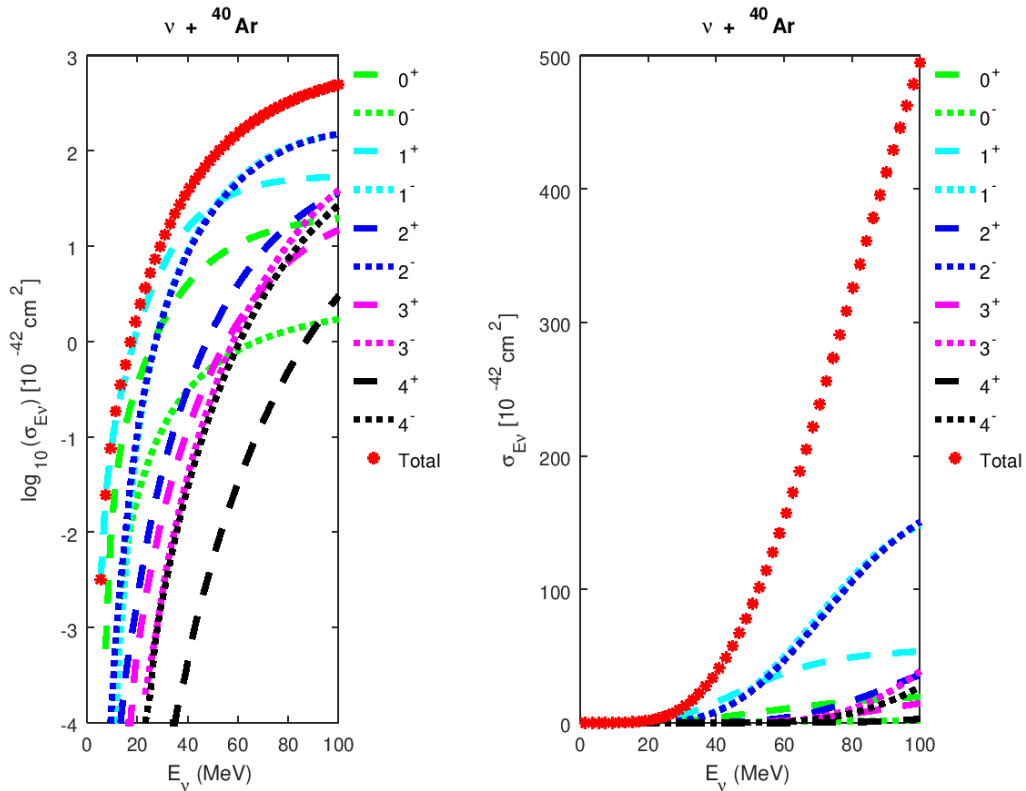


Figura 25: Seção de choque total da reação $\nu + {}^{40}\text{Ar} \rightarrow \nu' + {}^{40}\text{Ar}^*$ (vermelho) e as seções de choque por estado excitado; em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Foram plotados apenas os multipolos que mais contribuem para a seção de choque total, com objetivo de ter uma melhor visualização, uma vez que obteve-se multipolos até $J^\pi = 6^\pm$.

5.4 Seção de espalhamento neutrino- ${}^{56}\text{Fe}$

Estudar a fundo reação $\nu_e + {}^{56}\text{Fe}$ é muito importante do ponto de vista astrofísico, uma vez que este núcleo é fundamental para o entendimento da dinâmica do colapso de supernova e síntese de núcleos pesados. Na literatura

existe somente dados experimentais para esta reação via corrente carregada, isso torna os modelos teóricos ainda mais necessários para o entendimento da reação via corrente neutra. Nesta seção calculou-se as seções de espalhamento para ^{56}Fe e comparou-se os resultados com o modelo de RQRPA. Os resultados demonstram certa equivalência, principalmente os multipolos que mais contribuem para a seção de choque total, são eles 1^+ , 1^- e 2^- , como mostra a Figura (30).

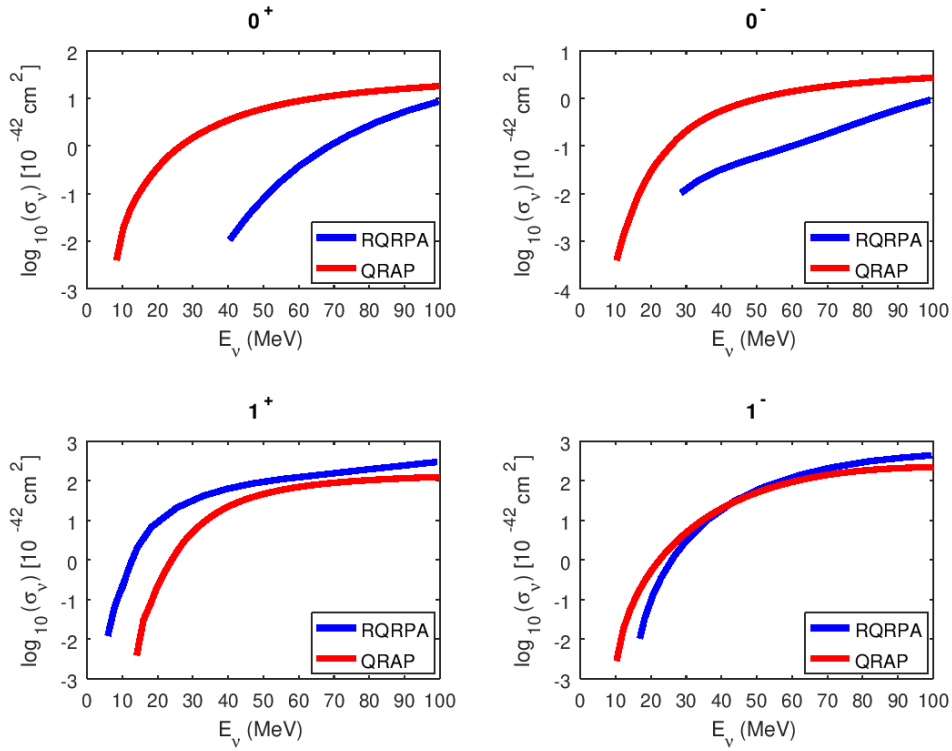


Figura 26: Seção de espalhamento $\nu+^{56}\text{Fe}$ para os parâmetros $v_s = 27$ e $v_t = 64.0$ para os estados $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm$. Os resultados obtidos pelo QRAP e RQRPA [42] estão dispostos em vermelho e azul respectivamente.

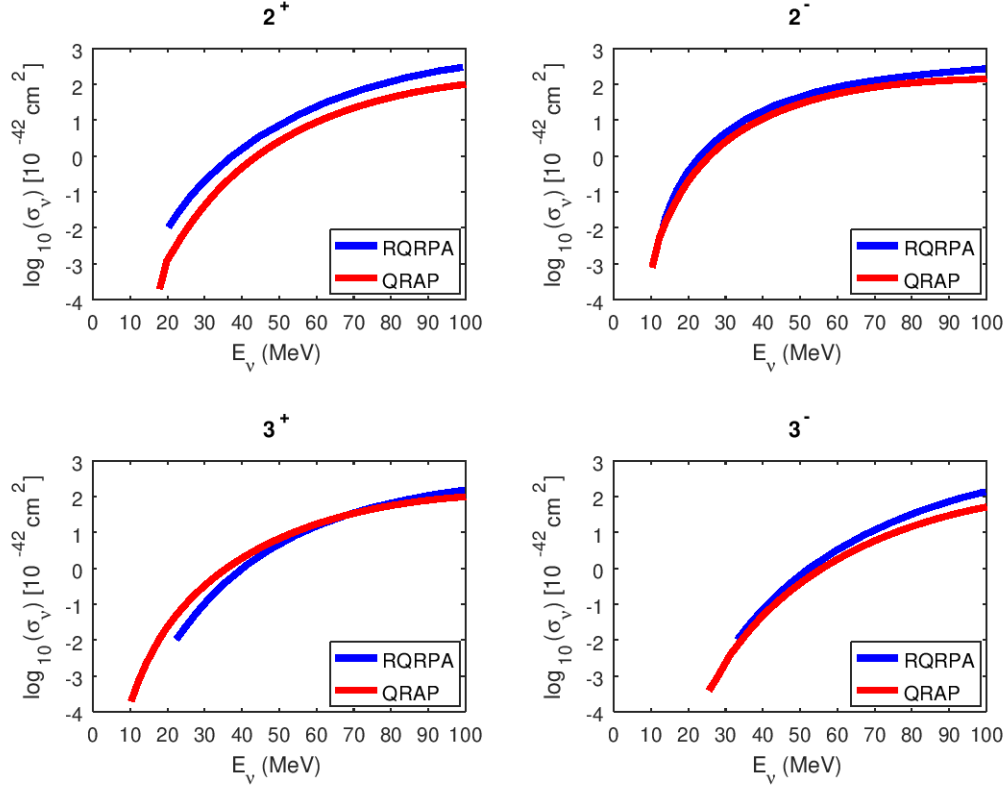


Figura 27: Seção de espalhamento $\nu+^{56}\text{Fe}$ para os parâmetros $v_s = 27$ e $v_t = 64.0$ para os estados $J^\pi = 2^\pm, 3^\pm$. Os resultados obtidos pelo QRAP e RQRPA [42] estão dispostos em vermelho e azul respectivamente.

Os estados 2^\pm e 3^\pm também demonstram estar em pleno acordo com o modelo RQRPA, mostrando que nestes estados as contribuições da QRPA e RQRPA para seção de choque são bem semelhantes. Os estados 0^\pm apresentam divergências em baixas energias, é razoável pensar que deva haver excitações em energias próximas a 10 MeV, uma vez que o primeiro estado excitado 0^+ para ^{56}Fe possui valor experimental de energia igual 2.94 MeV.

Somando as contribuições de cada multipolo em suas respectivas energias, obtêm-se a seção de choque total, como é mostrado na Figura (28). O resultado obtido está em excelente acordo com o modelo em comparação, principalmente no intervalo de 0 a 70 MeV, onde as seções de espalhamento são muito semelhantes. Após este intervalo as diferenças entre os dois modelos tornam-se visíveis, evidenciando a relevância do método a ser utilizado

para a descrição da estrutura do núcleo. Para este cálculo utilizou-se como constantes de acoplamento $v_s = 27.0$ e $v_t = 64$, devido estes demonstrarem ser bons parâmetros para cálculos com corrente carregada [33].

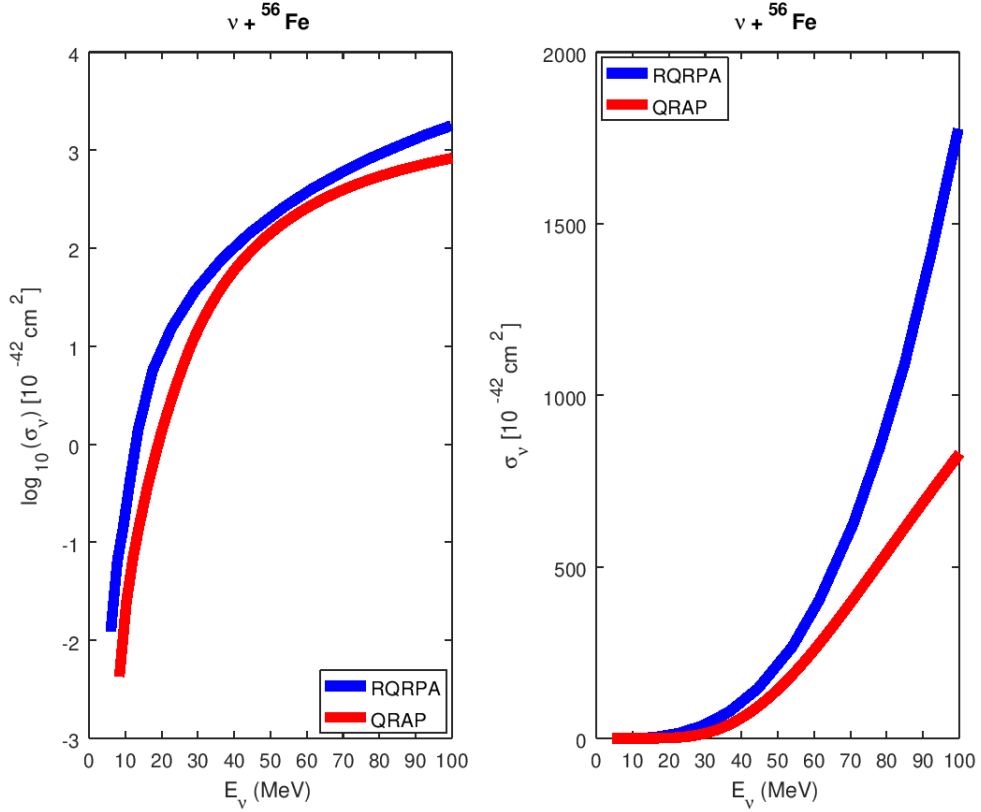


Figura 28: Seção de choque total da reação $\nu + {}^{56}\text{Fe}$ para os parâmetros $v_s = 27$ e $v_t = 64.0$, em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Os resultados obtidos pelo QRAP e RQRPA [42] estão dispostos em vermelho e azul respectivamente.

A Figura (30) mostra as contribuições dos multipolos de ordem até $J^\pi = 4^\pm$, para o cálculo da seção de choque total utilizou-se as contribuições até $J^\pi = 8^\pm$. Porém, as contribuições relevantes encontram-se somente até a quarta ordem, por esse motivo só estes multipolos são mostrados. Como ocorreu para ${}^{12}\text{C}$ e ${}^{40}\text{Ar}$ as transições GT e de dipolo dominam a seção de choque para ${}^{56}\text{Fe}$, fornecendo as maiores contribuições em todo intervalo de energia.

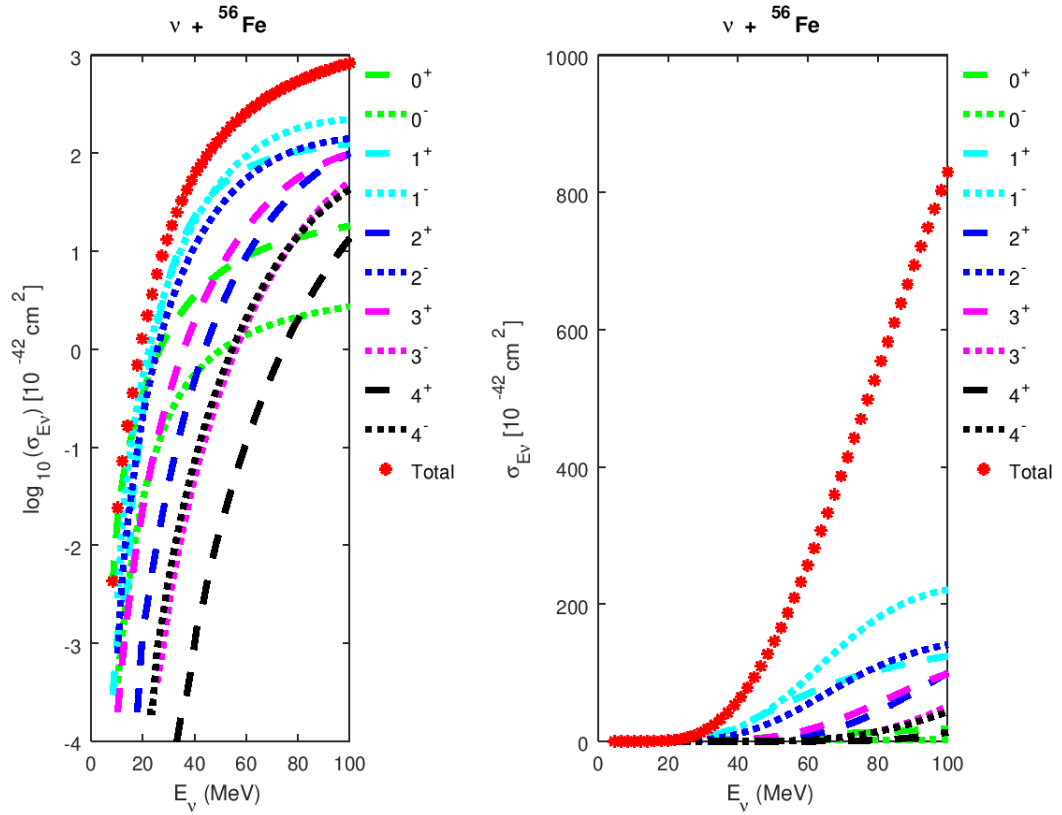


Figura 29: Seção de choque total da reação $\nu + {}^{56}\text{Fe} \rightarrow \nu' + {}^{56}\text{Fe}^*$ (vermelho) e as seções de choque por estado excitado, e em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Foram plotados apenas os multipolos que mais contribuem para a seção de choque total, com objetivo de ter uma melhor visualização, uma vez que obteve-se multipolos até $J^\pi = 8^\pm$.

A Figura (30) mostra a comparação entre todas as seções de espalhamento dos núcleos estudados, para neutrino e antineutrino. Os núcleos mais pesados possuem as maiores seções, como era de se esperar, uma vez que o espalhamento é maior. Em baixas energias (até ≈ 30) MeV as seções de espalhamento possuem resultados semelhantes, mostrando que nesse intervalo a energia do neutrino incidente é mais relevante do que a massa do núcleo. A medida em que a energia aumenta, as seções de espalhamento dos núcleos mais pesados crescem mais quando comparado com os núcleos mais leves.

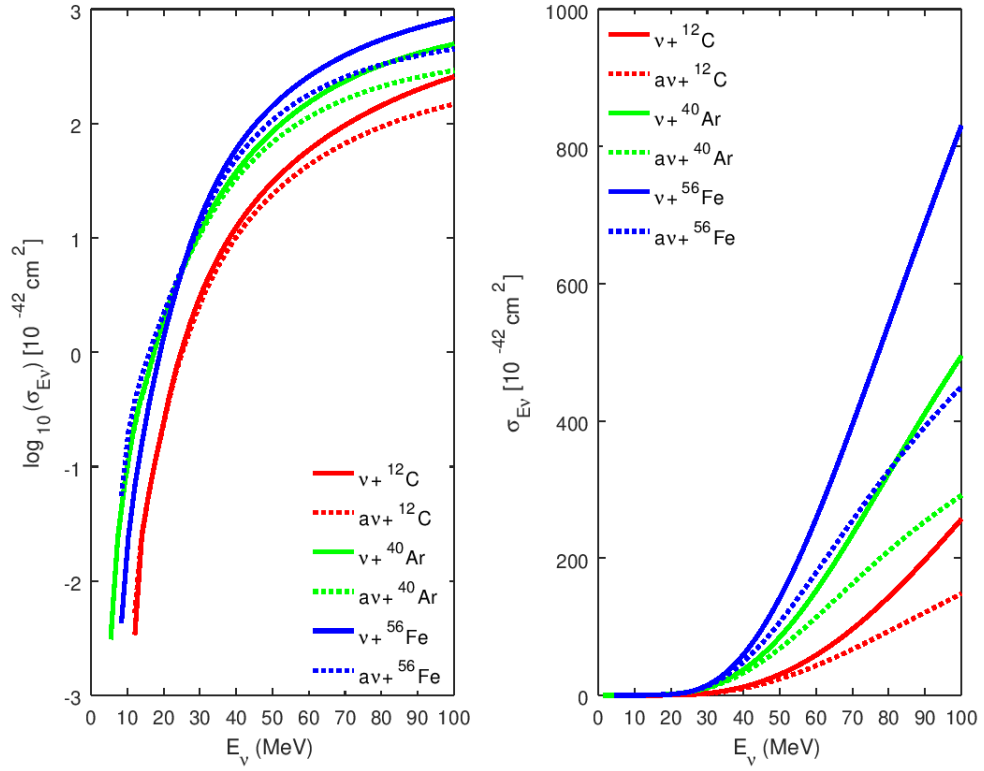


Figura 30: Comparação entre as seções de espalhamento $\nu(\bar{\nu})$ em ^{12}C (vermelho), ^{40}Ar (verde) e ^{56}Fe (azul). As linhas sólidas representam as seções de neutrinos e a pontilhada de antineutrinos.

6 Conclusão

Neste trabalho implementou-se uma importante atualização ao código QRAP, a interação neutrino-núcleo via corrente neutra. Um novo procedimento auto-consistente baseado na implementação sistemática da Quase Random Phase Approximation é introduzido. Os resultados obtidos para QRPA de carga conservada demonstram estar em excelente acordo com o trabalho realizado por Suhonen [61] para a descrição das transições eletromagnéticas, bem como os elementos de matriz nucleares perturbados. Pode-se afirmar a partir destes resultados que o nosso modelo consegue descrever a estrutura nuclear de forma consistente, quando comparado com outros modelos mais sofisticados como a RQRPA.

Modelou-se as seções de espalhamento neutrino-núcleo via corrente neutra realizando importantes modificações na parte da interação fraca já programada, como a conservação de energia e as traças leptônicas. A função de Fermi também foi modificada uma vez que as reações via corrente neutra não conduzem excitações a núcleos vizinhos. Os resultados para as seções de espalhamento em ^{12}C estão dentro do que são obtidos com outros modelos. Quando comparados com o dado experimental disponível para o primeiro estado excitado 1^+ , o modelo QRAP é o que apresenta a melhor descrição.

Estudos recentes realizado por A. Samana e F. Krmpotic demonstraram que a QRPA usual é obsoleta para descrever as seções de espalhamento de neutrinos em ^{12}C , uma vez que apresenta o inconveniente de não obter um estado fundamental coletivo. Um tratamento adequado seria utilizando uma QRPA projetada (PQRPA), o que quebraria a degenerescência existente. Temos como meta implementar a PQRPA num futuro próximo.

Tendo em vista que a modelagem do espalhamento neutrino-núcleo via corrente neutra produz dados importantes para simulações de evolução de supernova e avanços na Física de detectores, principalmente de neutrinos ejetados em processos estelares. Calculou-se as seções de espalhamento para ^{40}Ar e ^{56}Fe , os resultados também mostram bom acordo com os outros modelos comparados, como ainda não há dados experimentais para estas reações, outros modelos teóricos tornam-se a única fonte de comparação. É de se destacar as comparações das seções de choque por multipolo realizadas e sua proximidade com o que é obtido com outros modelos mais sofisticados e com interações mais realísticas.

Estes resultados nos leva a concluir que a QRPA de carga conservada e as seções de espalhamento neutrino-núcleo descritas pelo nosso modelo são confiáveis, fornecendo uma base sólida para estudos posteriores deste tipo interação.

6.1 Trabalhos futuros

Este trabalho abre grandes possibilidades de novos estudos com reações neutrino-núcleo via corrente neutra, tendo em vista a grande aplicabilidade destas reações. Sendo assim, os próximos passos são:

- Obter uma única versão do código que descreva reações via CC e NC para publicação.
- Implementar uma QRPA projetada (PQRPA) para quebrar a degenerescência na descrição dos primeiros estados excitados em ^{12}C , bem como em outros núcleos leves.
- Estudar a reação $\nu_e + ^{16}\text{O}$, tendo em vista a comparação com outros modelos na literatura.
- Realizar um estudo aprofundado em ^{40}Ar e ^{56}Fe utilizando a distribuição de Fermi-Dirac, tendo em vista a relevância destes núcleos no ambiente estelar.
- Estender os cálculos para outros núcleos de interesse astrofísico, como ^{96}Mo , ^{116}Cd , ^{136}Xe , e ^{208}Pb , bem como seus respectivos isótopos.
- Estudar as seções de espalhamento com isótopos de Xe, essa reação tornou-se fundamental devido ao recente uso de Xenônio líquido em detectores que procuram por matéria escura e decaimento duplo beta ($0\nu\beta\beta$).

A Elementos de matriz nuclear de partícula simples

Os operadores de matriz auxiliares definidos na eq.(107), podem ser escritos de forma explícita, onde \mathcal{M}_{MJ}^V é

$$\left\langle p, \left(l_p \frac{1}{2} \right), j_p \left| j_J(\kappa r) Y_J(\hat{\mathbf{r}}) \right| n, \left(l_n \frac{1}{2} \right), j_n \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} W_{J0}(pn) R_J^0(pn; \kappa), \quad (140)$$

W_{J0} é a parte angular

$$W_{J0}(pn) = (-1)^{j_p - j_n} \hat{J} j_p \hat{J} j_n \begin{pmatrix} j_p & j_n & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}, \quad (141)$$

e R_J^0 a parte radial

$$R_J^0(pn; \kappa) = \int_0^\infty u_{n_p, l_p}(r) u_{n_n, l_n}(r) j_J(\kappa r) r^2 dr. \quad (142)$$

O elemento M_J^A pode ser escrito como

$$\left\langle p, \left(l_p \frac{1}{2} \right), j_p \left| j_J(\kappa r) Y_J(\hat{\mathbf{r}}) (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla) \right| n, \left(l_n \frac{1}{2} \right), j_n \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} [W_J^{(-)}(pn) R_J^{(-)}(pn; \kappa) + W_J^{(+)}(pn) R_J^{(+)}(pn; \kappa)] \quad (143)$$

onde temos o produto escalar do spin pela velocidade do núcleon. A parte angular é

$$W_J^{(\pm)}(pn) = \pm (-1)^{l_n + j_n + J + 1/2} \sqrt{6} \hat{J} l_p \hat{J} j_p \hat{J} j_n \left(l_n + \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2} \right)^{1/2} \times (l_p J | l_n \mp 1) \begin{Bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ j_n & l_n & l_n \mp 1 \end{Bmatrix}, \quad (144)$$

e a radial.

$$R_J^{(\pm)}(pn; \kappa) = \int_0^\infty u_{n_p, j_p}(r) \left(\frac{d}{dr} \pm \frac{2j_n + 1 \pm 1}{2r} \right) \times u_{n_n, l_n}(r) j_L(\kappa r) r^2 dr \quad (145)$$

O elemento \mathcal{M}_{MJ}^A é dado por

$$\left\langle p, \left(l_p \frac{1}{2} \right), j_p \left| j_L(\kappa r) [Y_L(\hat{\mathbf{r}}) \otimes \sigma]_J \right| n, \left(l_n \frac{1}{2} \right), j_n \right\rangle = \frac{(-1)^{L+1+J}}{\sqrt{4\pi}} W_{LJ}(pn) R_L^0(pn; \kappa), \quad (146)$$

onde sua parte angular é representada por

$$W_{LJ}(pn) = (-1)^{l_p} \sqrt{6} \hat{j}_p \hat{j}_n \hat{l}_p \hat{l}_n \hat{L} \hat{J} \times \begin{pmatrix} l_p & L & l_n \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & l_p & j_p \\ \frac{1}{2} & l_n & j_n \\ 1 & L & J \end{Bmatrix} \quad (147)$$

e a parte radial R_J^0 é representada pela eq.(142). O elemento M_{MJ}^V pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \left\langle p, \left(l_p \frac{1}{2} \right), j_p \left| j_L(\kappa r) [Y_L(\hat{\mathbf{r}}) \otimes \nabla]_J \right| n, \left(l_n \frac{1}{2} \right), j_n \right\rangle = \frac{(-1)^{1+J+L}}{\sqrt{4\pi}} [W_{LJ}^{(-)}(pn) R_L^{(-)}(pn; \kappa) \\ + W_{LJ}^{(+)}(pn) R_L^{(+)}(pn; \kappa)], \end{aligned} \quad (148)$$

onde sua parte angular e radial são, respectivamente, equações (144) e (145).

Abaixo é apresentado alguns valores numéricos para os operadores auxiliares usando QRPA (sem troca de carga) e com pnQRPA, variando a projeção.

<i>NME</i>	Projeção	QRPA	pnQRPA
$\langle a j_J(\kappa r) Y_J(\hat{\mathbf{r}}) b \rangle$		0.013	-0.057
$\langle a j_J(\kappa r) Y_J(\hat{\mathbf{r}}) (\sigma \cdot \nabla) b \rangle$		0.000	0.000
$\langle a j_L(\kappa r) [Y_L(\hat{\mathbf{r}}) \otimes \sigma]_J b \rangle$	-1	0.155	0.007
	0	0.000	0.000
	1	0.000	0.000
$\langle a j_L(\kappa r) [Y_L(\hat{\mathbf{r}}) \otimes \nabla]_J b \rangle$	-1	0.000	0.000
	0	4.1×10^{-5}	-0.003
	1	4.0×10^{-4}	2.9×10^{-4}

Tabela 19: Elementos de matrizes auxiliares calculados para o núcleo de ^{24}Mg , usando QRPA e pnQRPA.

B Seção de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ com diferentes PH parametrizações

Nesta seção calculou-se as seções de espalhamento $\nu+^{12}\text{C} \rightarrow \nu'+^{12}\text{C}^*$ com diferentes parâmetros de acoplamento v_s e v_t . Dentre os resultados obtidos o que demonstrou maior concordância com outros modelos e com o dado experimental disponível foi o conjunto $v_s = v_t = 26.0$. É notório que a escolha destes parâmetros é extremamente relevante para uma descrição coerente da seção de choque, as Figuras a seguir mostram como estas seções se deslocam com a variação destes parâmetros.

- $v_s = v_t = 0.0$

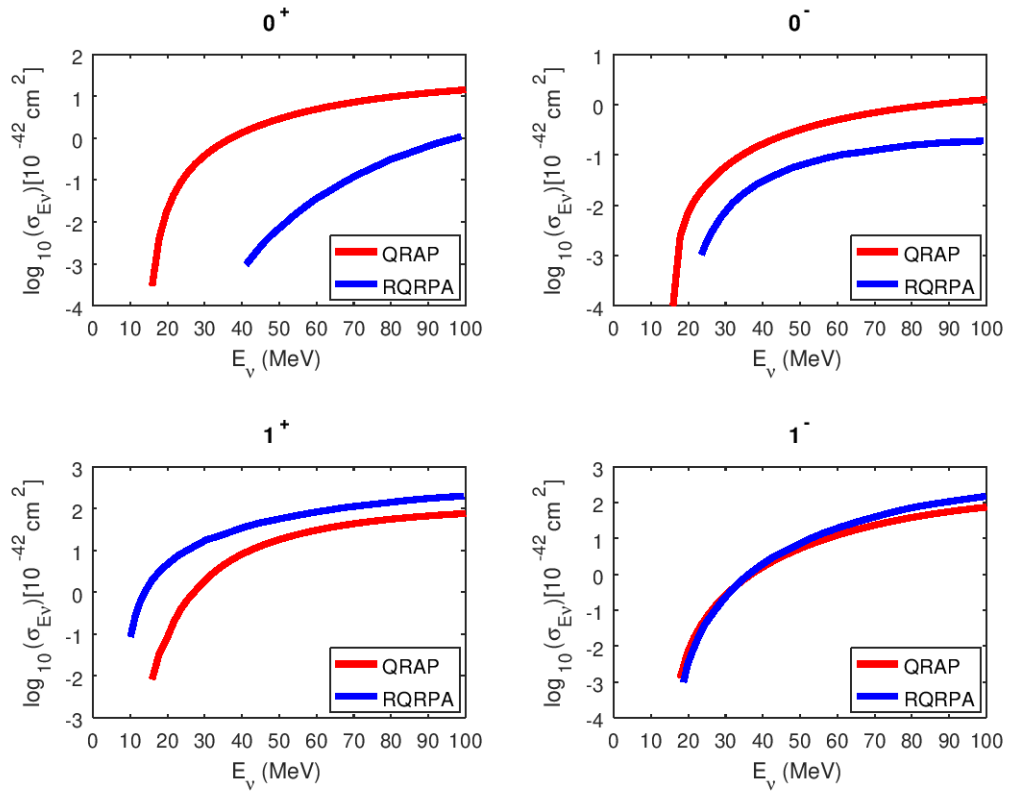


Figura 31: Seção de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 0.0$ para os estados $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm$. Em vermelho estão os resultados obtidos pelo código QRAP e em azul são os resultados obtidos pelo RQRPA [42].

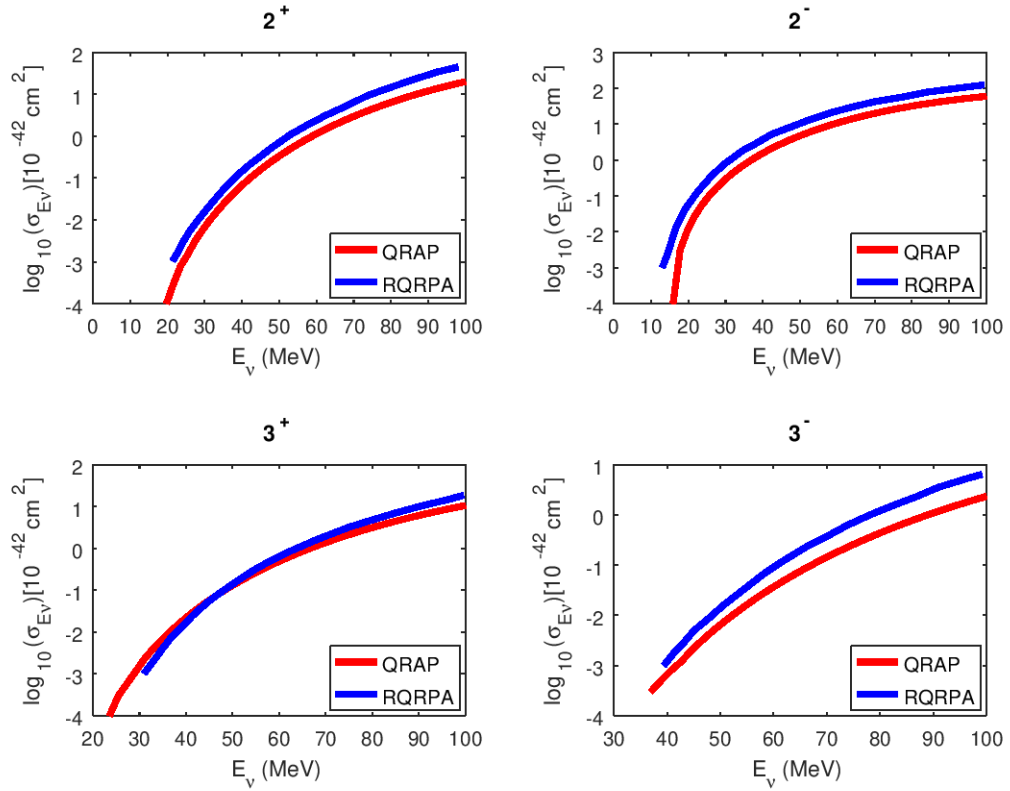


Figura 32: Seção de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 0.0$ para os estados $J^\pi = 2^\pm, 3^\pm$. Em vermelho estão os resultados obtidos pelo código QRAP e em azul são os resultados obtidos pela RQRPA [42].

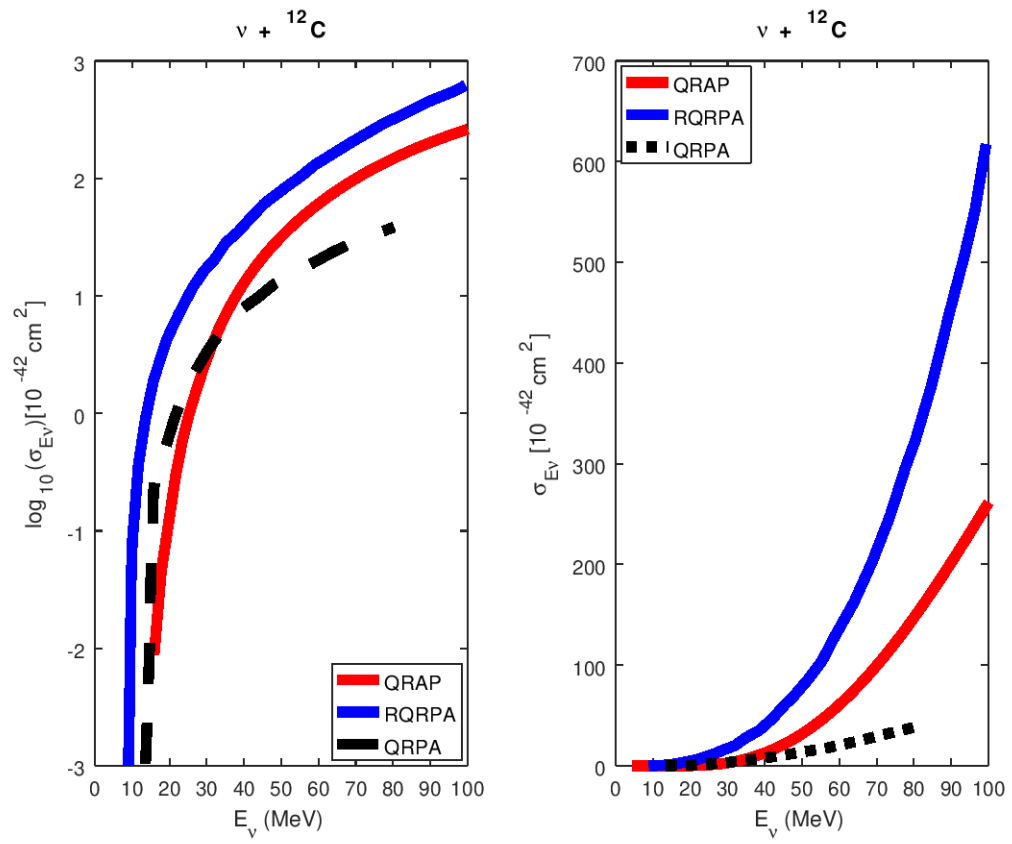


Figura 33: Seção de choque total da reação $\nu + {}^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 0.0$, em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Os resultados obtidos pelo QRAP estão disposto em vermelho e os obitdos na RQRPA [42] em azul.

- $v_s = v_t = 5.0$

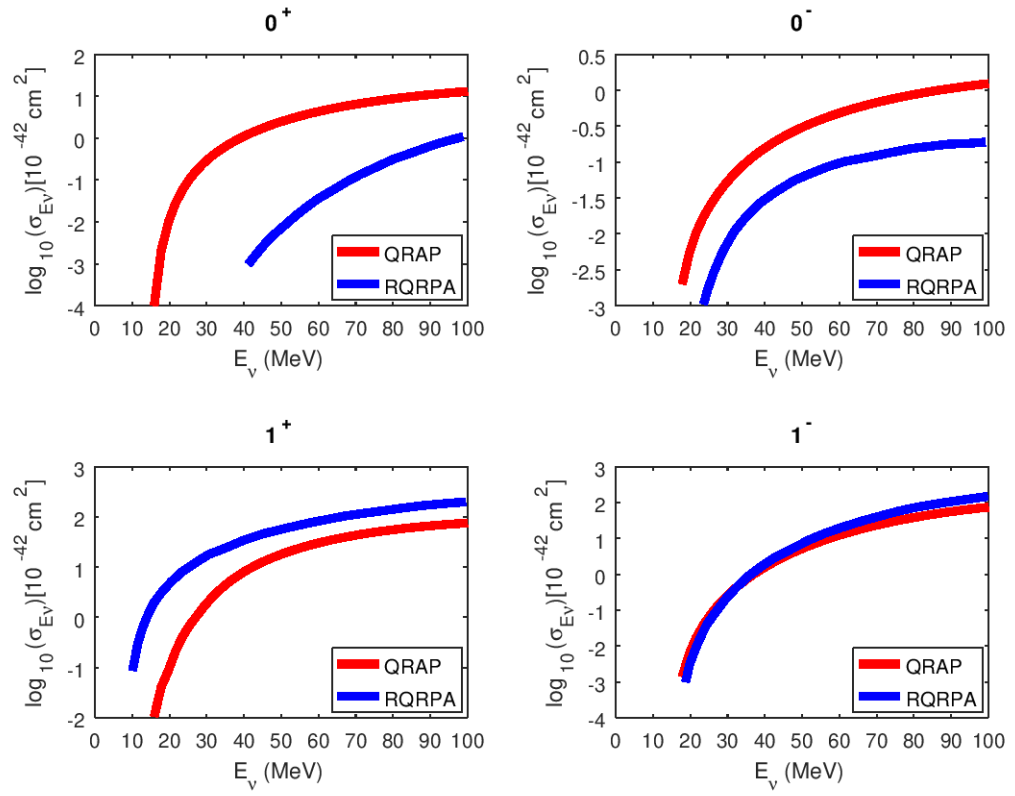


Figura 34: Seção de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 5.0$ para os estados $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm$. Em vermelho estão os resultados obtidos pelo código QRAP e em azul são os resultados obtidos pela RQRPA [42].

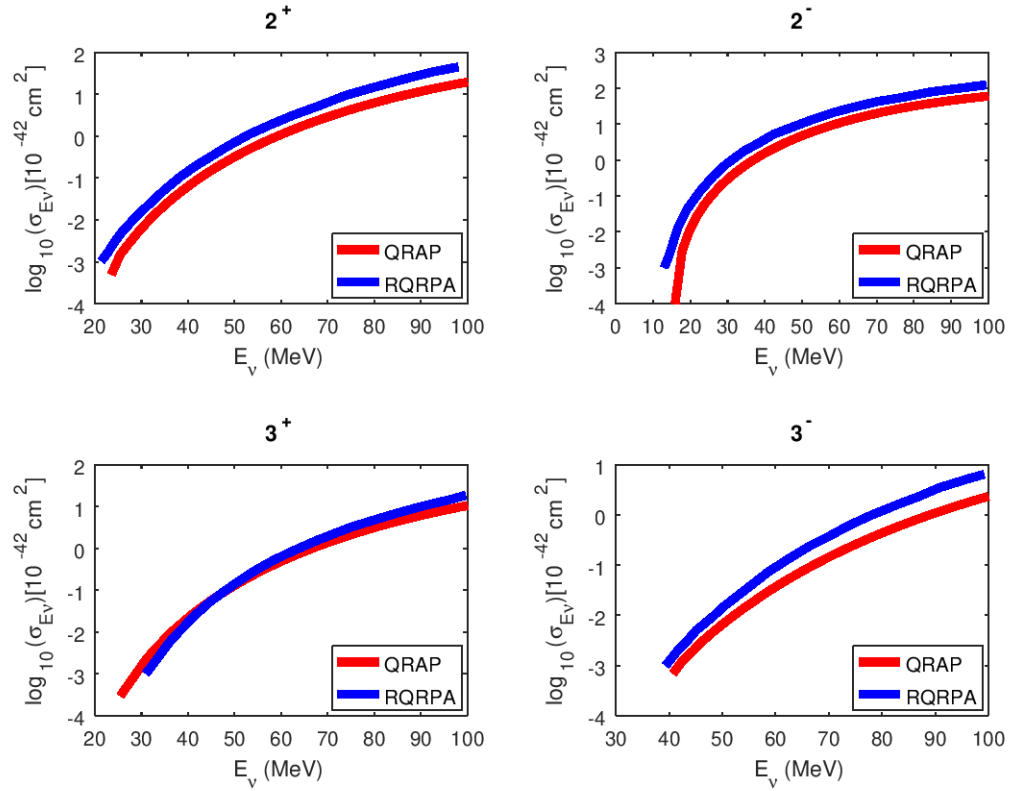


Figura 35: Seção de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 5.0$ para os estados $J^\pi = 2^\pm, 3^\pm$. Em vermelho está os resultados obtidos pelo código QRAP e em azul são os resultados obtidos pela RQRPA [42].

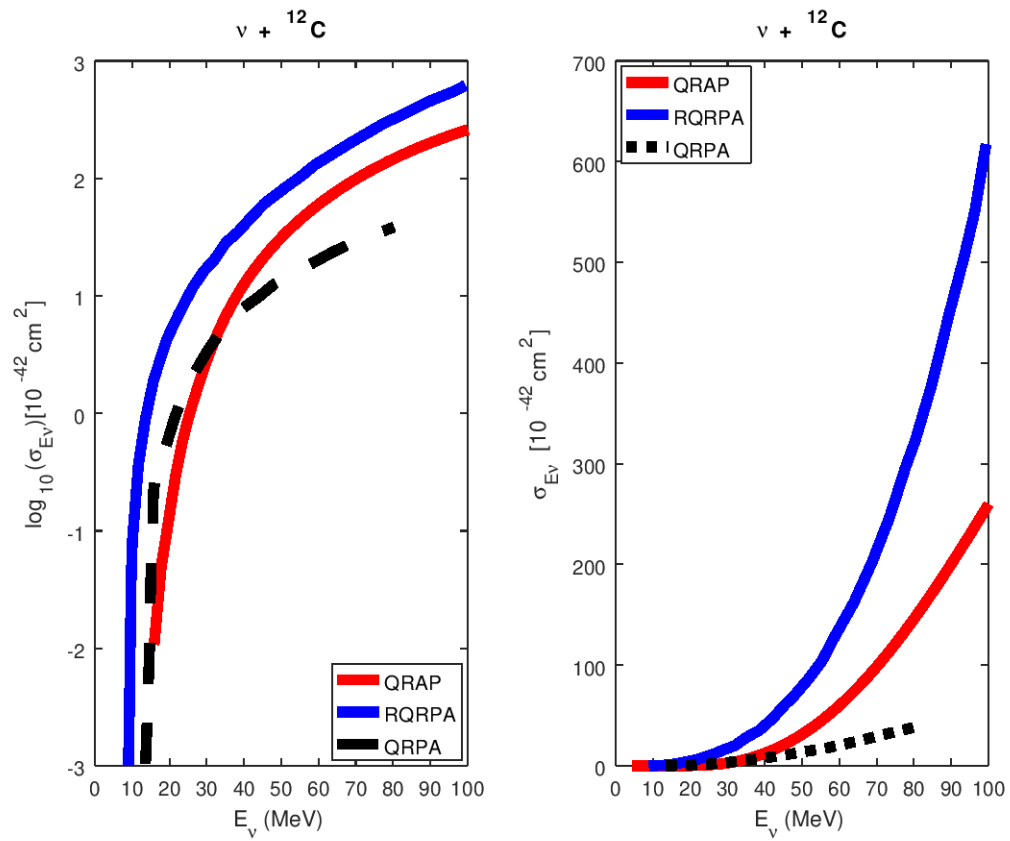


Figura 36: Seção de choque total da reação $\nu + {}^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = v_t = 5.0$, em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Os resultados obtidos pelo QRAP estão disposto em vermelho e os obitdos por Dapo [42] em azul.

- $v_s = 26.0, v_t = 43.3$

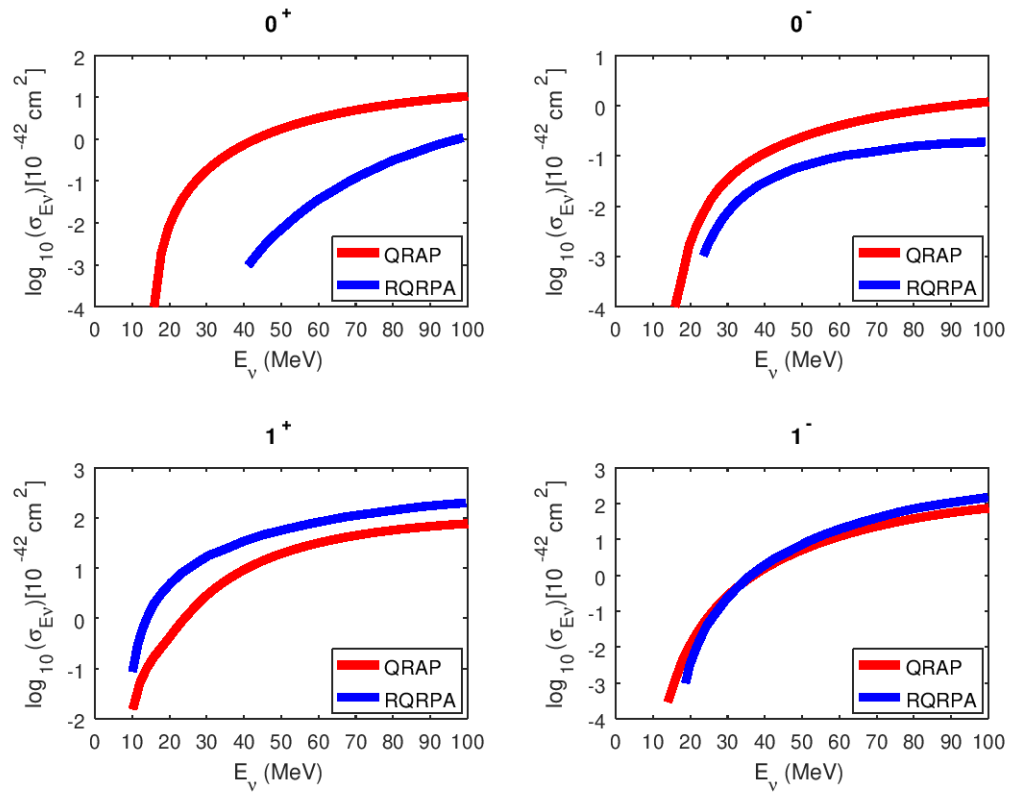


Figura 37: Seção de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = 26.0, v_t = 43.3$ para os estados $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm$. Em vermelho estão os resultados obtidos pelo código QRAP e em azul são os resultados obtidos pelo RQRPA [42].

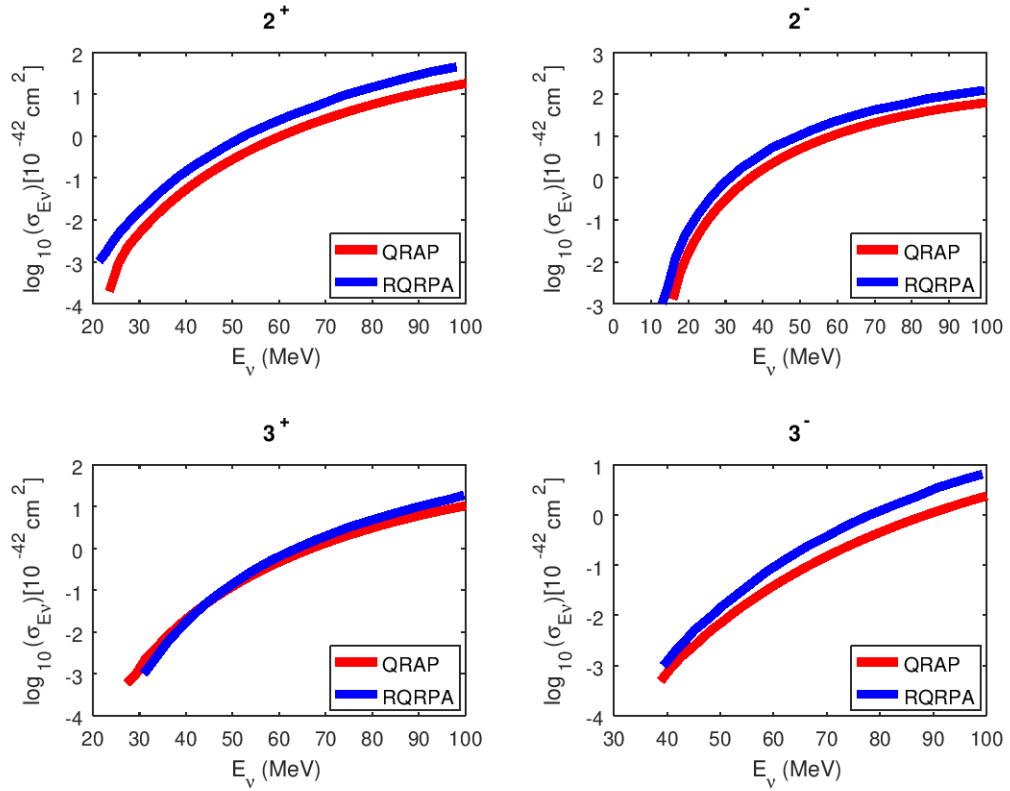


Figura 38: Seção de espalhamento $\nu+^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = 26.0$, $v_t = 43.3$ para os estados $J^\pi = 2^\pm, 3^\pm$. Em vermelho estão os resultados obtidos pelo código QRAP e em azul são os resultados obtidos pelo RQRPA [42].

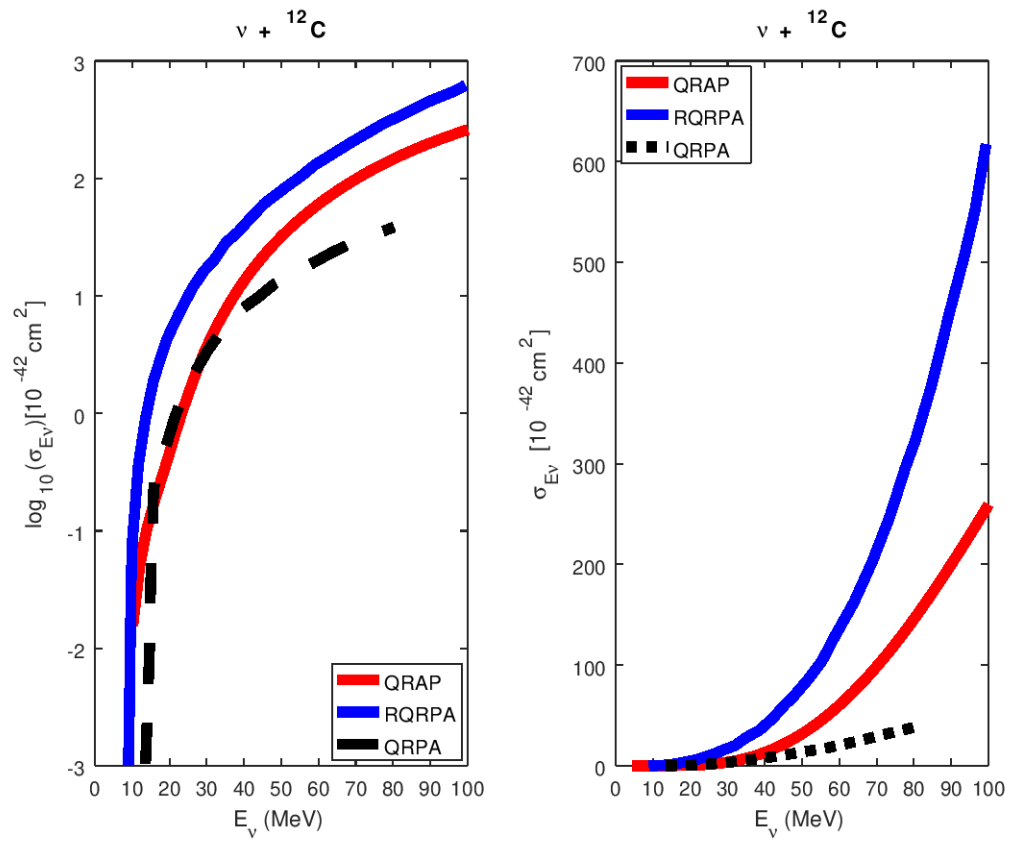


Figura 39: Seção de choque total da reação $\nu + {}^{12}\text{C}$ para os parâmetros $v_s = 26.0, v_t = 43.3$, em escala logarítmica (esquerda) e linear (direita). Os resultados obtidos pelo QRAP, RQRPA [42] e QRPA [41] estão dispostos em vermelho, azul e preto respectivamente.

C Seção $\nu+^{12}\text{C}$ com o fluxo de Michel

Abaixo segue os valores obtidos para a seção de choque calculada através do fluxo de Michel para as reações com ν_e (138) e $\bar{\nu}_\mu$ (139). A seção de choque σ está ajustada a um polinômio de grau 6.

Energia	$\langle\sigma_\nu\rangle$	$f(E)$	σ
4.4300	0.00000E+00	0.14616E-02	0.00000E+00
5.7736	-0.41031E-04	0.24138E-02	-0.16999E-01
7.1172	0.39114E-03	0.35633E-02	0.10977E+00
8.4608	0.83255E-03	0.48877E-02	0.17034E+00
9.8044	0.11559E-02	0.63647E-02	0.18161E+00
11.1481	0.12688E-02	0.79718E-02	0.15917E+00
12.4917	0.11362E-02	0.96867E-02	0.11730E+00
13.8353	0.79341E-03	0.11487E-01	0.69070E-01
15.1789	0.35200E-03	0.13350E-01	0.26367E-01
16.5225	-0.86640E-06	0.15254E-01	-0.56798E-04
17.8661	-0.90366E-05	0.17176E-01	-0.52611E-03
19.2097	0.64159E-03	0.19094E-01	0.33601E-01
20.5533	0.23081E-02	0.20986E-01	0.10998E+00
21.8969	0.53723E-02	0.22828E-01	0.23534E+00
23.2406	0.10221E-01	0.24599E-01	0.41549E+00
24.5842	0.17222E-01	0.26277E-01	0.65542E+00
25.9278	0.26705E-01	0.27838E-01	0.95930E+00
27.2714	0.38933E-01	0.29261E-01	0.13305E+01
28.6150	0.54082E-01	0.30523E-01	0.17718E+01
29.9586	0.72217E-01	0.31602E-01	0.22852E+01
31.3022	0.93270E-01	0.32475E-01	0.28720E+01
32.6458	0.11702E+00	0.33121E-01	0.35331E+01
33.9894	0.14306E+00	0.33515E-01	0.42686E+01

35.3331	0.17082E+00	0.33637E-01	0.50783E+01
36.6767	0.19949E+00	0.33464E-01	0.59614E+01
38.0203	0.22806E+00	0.32973E-01	0.69166E+01
39.3639	0.25529E+00	0.32143E-01	0.79424E+01
40.7075	0.27968E+00	0.30950E-01	0.90367E+01
42.0511	0.29951E+00	0.29372E-01	0.10197E+02
43.3947	0.31280E+00	0.27387E-01	0.11421E+02
44.7383	0.31730E+00	0.24973E-01	0.12706E+02
46.0819	0.31055E+00	0.22107E-01	0.14048E+02
47.4256	0.28982E+00	0.18766E-01	0.15444E+02
48.7692	0.25216E+00	0.14929E-01	0.16890E+02
50.1128	0.19437E+00	0.10573E-01	0.18383E+02
51.4564	0.11306E+00	0.56757E-02	0.19919E+02
52.8000	0.46084E-02	0.21440E-03	0.21494E+02
Σ	5.1358		

Tabela 20: Resultados obtidos para seção de choque $\nu_e + {}^{12}\text{C}$ obtida da convolução com o fluxo de Michel, na primeira coluna está a energia do neutrino, na segunda a seção de choque média, seguido do fluxo e da seção de choque total.

Energia	$\langle\sigma_\nu\rangle$	$f(E)$	σ
4.4300	0.00000E+00	0.75310E-03	0.00000E+00
5.7736	-0.16125E-02	0.12562E-02	-0.12836E+01
7.1172	-0.15520E-02	0.18741E-02	-0.82812E+00
8.4608	-0.12875E-02	0.25991E-02	-0.49535E+00
9.8044	-0.89594E-03	0.34239E-02	-0.26167E+00
11.1481	-0.45842E-03	0.43411E-02	-0.10560E+00
12.4917	-0.41063E-04	0.53430E-02	-0.76853E-02
13.8353	0.31875E-03	0.64224E-02	0.49631E-01
15.1789	0.62156E-03	0.75717E-02	0.82090E-01
16.5225	0.91108E-03	0.87834E-02	0.10373E+00
17.8661	0.12761E-02	0.10050E-01	0.12697E+00
19.2097	0.18493E-02	0.11364E-01	0.16272E+00
20.5533	0.28041E-02	0.12719E-01	0.22047E+00
21.8969	0.43498E-02	0.14106E-01	0.30837E+00
23.2406	0.67241E-02	0.15518E-01	0.43332E+00
24.5842	0.10186E-01	0.16947E-01	0.60105E+00
25.9278	0.15008E-01	0.18387E-01	0.81623E+00
27.2714	0.21466E-01	0.19830E-01	0.10825E+01
28.6150	0.29831E-01	0.21268E-01	0.14026E+01
29.9586	0.40361E-01	0.22694E-01	0.17785E+01
31.3022	0.53289E-01	0.24100E-01	0.22111E+01
32.6458	0.68821E-01	0.25480E-01	0.27010E+01
33.9894	0.87121E-01	0.26824E-01	0.32479E+01
35.3331	0.10831E+00	0.28127E-01	0.38509E+01
36.6767	0.13247E+00	0.29380E-01	0.45087E+01
38.0203	0.15959E+00	0.30576E-01	0.52195E+01
39.3639	0.18965E+00	0.31708E-01	0.59812E+01

40.7075	0.22253E+00	0.32768E-01	0.67912E+01
42.0511	0.25806E+00	0.33749E-01	0.76466E+01
43.3947	0.29600E+00	0.34643E-01	0.85444E+01
44.7383	0.33604E+00	0.35442E-01	0.94813E+01
46.0819	0.37781E+00	0.36140E-01	0.10454E+02
47.4256	0.42087E+00	0.36729E-01	0.11459E+02
48.7692	0.46472E+00	0.37201E-01	0.12492E+02
50.1128	0.50880E+00	0.37549E-01	0.13550E+02
51.4564	0.55250E+00	0.37765E-01	0.14630E+02
52.8000	0.59515E+00	0.37843E-01	0.15727E+02
Σ	6.2616		

Tabela 21: Resultados obtidos para seção de choque $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C}$ convolução com o fluxo de Michel. Na primeira coluna está a energia do antineutrino, na segunda a seção de choque média, seguido do fluxo e da seção de choque total.

Referências

- [1] Bertulani, *Introdução a física nuclear*, Carlos Augusto Bertulani, Helio Schechter, Editora UFRJ, 2009.
- [2] A.Giuliani, A.Poves, Adv. in High Energy Phys. 857016 (2012)
- [3] W. Pauli, Phys. Nucl. Phys. Cosmol. **14**, 1 (2000), Letter to the radioactives in Tübinger, December 1930.
- [4] TAUHATA, 2013, *Fundamentos de radioproteção e dosimetria*, Luiz Tauhata, Ivan Salati, Renato Di Prinzio e Antonieta R. Di Prinzio, INSTITUTO DE RADIOPROTEÇÃO E DOSIMETRIA - RJ.
- [5] F. Reines, C. L. Cowan Jr, F.B. Harrison, A. D. McGuire and H. W. Kruse, Phys. Rev **117**, 159 (1960), *Detection of the Free Antineutrino*.
- [6] Schwartz M, Science **243** 1445-9 (1989), *The first high-energy neutrino experiment*.
- [7] K. Kodama, N. Ushida, C. Andreopoulos, Physics Letters B **504**, 218-224 (2001), *Observation of tau neutrino interactions*.
- [8] Guillermo Daniel Megías Vázquez, PhD Thesis, Universidade de Sevilla (2017).
- [9] T.W. Donnelly, R.D. Peccei, Neutral current effects in nuclei, Phys. Rep. 50 (1979) 1–85.
- [10] E. Ydrefors, K.G. Balasi, J. Suhonen, T.S. Kosmas, Nuclear responses to supernova neutrinos for stable molybdenum isotopes, in: J.P. Greene (Ed.), Neutrinos: Properties, Sources and Detection, Nova Science Publishers, 2011, pp. 151–175.
- [11] E. Ydrefors, J. Suhonen, Charged-current neutrino-nucleus scattering off the even molybdenum isotopes, Adv. High Energy Phys. 2012 (2012) 373946.
- [12] P. Pirinen, J. Suhonen and E. Ydrefors, Advances in High Energy Physics (2018), *Neutral-Current Neutrino-Nucleus Scattering off Xe Isotopes*
- [13] H. Ejiri, J. Suhonen and K. Zuber, Physics Reports **797** 1-102 (2019), *Neutrino–nuclear responses for astro-neutrinos, single beta decays and double beta decays*.

- [14] LSND Collaboration, C. Athanassopoulus, Phys. Lett. **81** 1774 , (1998).
- [15] KARMEN Collaboration, K. Eitel and B. Zeitnitz, Nuc. Phys. **B proc. supp. 77** 212, (1999).
- [16] MINIBOONE. 2016. Url<https://www-boone.fnal.gov/>.
- [17] MINERVA. 2020. Url<http://minerva.fnal.gov/>.
- [18] A.R.Samana, PhD Thesis, La Plata (2002).
- [19] Takaki Kajita, Nuclear Physics B **77**, 123-132 (1999), *Atmospheric neutrino results from Super-Kamiokande and Kamiokande - Evidence for ν_μ oscillations*.
- [20] Arthur B. McDonald, Review of Modern Physics **88**, July-September (2016), *The Sudbury Neutrino Observatory: Observation of flavor change for solar neutrinos*.
- [21] F.J.Hasert et al., Physics Letters B **46**, 121-124 (1973), *Search for elastic muon-neutrino electron scattering*.
- [22] F.J.Hasert et al., Physics Letters B **46**, 138-140 (1973), *Observation of neutrino-like interactions without muon or electron in the gargamelle neutrino experiment*.
- [23] Sheldon L. Glashow and Steven Weinberg, Phys. Rev. D, **15** (1958), *Natural conservation laws for neutral currents*.
- [24] D. Akimov et al., Science, **357** (2017), *Observation of coherent elastic neutrino-nucleus scattering*.
- [25] COHERENT AT THE SNS, 2020. Url<http://sites.duke.edu/coherent/>.
- [26] DUNE AT LBNF, 2020. Url<http://lbnf-dune.fnal.gov/>.
- [27] W.C. Haxton, R.G.H. Robertson, S.M. Serenelli, Solar neutrinos: status and prospects, Ann. Rev. Astron. Astrophys. 51 (2013) 21–61.
- [28] M. Wurm, Solar neutrino spectroscopy, Phys. Rep. 685 (2017) 1–52.
- [29] J.N. Bahcall, M.H. Pinsonneault, Standard solar models, with and without helium diffusion, and the solar neutrino problem, Rev. Modern Phys. 64 (1992) 885–926.
- [30] Y.Nogami, Physical Review **134**, B 313 (1964).

- [31] N.T. Zimmer, K. Langanke e P. Vogel, *Phys. ReV. C* **74**, 024326 (2006).
- [32] F. Krmpotic, A. Mariano, T.T.S. Kuo, K. Nakayama *Phys. Lett. B* **319** (1993).
- [33] A. R. Samana, F. Krmpotic, N. Paar and C. A. Bertulani, *Phys. ReV. C* **83**, 024303 (2011).
- [34] A. R. Samana, F. Krmpotic and C. A. Bertulani, *Computer Physics Communications* **181**, 1123–1135 (2010).
- [35] V. dos S. Ferreira, F. Krmpotic, C. A. Barbero, and A. R. Samana, *Phys. Rev. C* **96**, 044322 (2017).
- [36] V. dos S. Ferreira, A. R. Samana, F. Krmpotic, and M. Chiapparini, *Phys. Rev. C* **101**, 044314 (2020).
- [37] D. Gazit, N. Barnea, Neutrino neutral reaction on 4 He: Effects of final interaction and realistic NN force, *Phys. Rev. C* **70** (2004) 048801.
- [38] T. Suzuki, S. Chiba, T. Yoshida, T. Kajino, T. Otsuka, Neutrino-nucleus reactions based on new shell model Hamiltonians, *Phys. Rev. C* **74** (2006) 034307.
- [39] A. Botrugno, G. Co', Excitation of nuclear giant resonances in neutrino scattering off nuclei, *Nuclear Phys. A* **761** (2005) 200–231.
- [40] N. Jachowicz, S. Rombouts, K. Heyde, J. Ryckebush, Cross sections for neutral-current neutrino-nucleus interactions: Applications for 12 C and 16 O, *Phys. Rev. C* **59** (1999) 3246–3255.
- [41] M.-K. Cheoun, E. Ha, K.S. Kim, T. Kajino, Neutrino-nucleus reactions via neutral and charged currents by the quasi-particle random phase approximation (QRPA), *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **37** (2010) 055101.
- [42] H. Dapo, N. Paar, Neutral-current neutrino-nucleus cross sections based on relativistic nuclear energy density functional, *Phys. Rev. C* **86** (2012) 035804.
- [43] A.C. Hayes, I.S. Towner, Shell-model calculations of neutrino scattering from 12 C, *Phys. Rev. C* **61** (2000) 044603.
- [44] N. Jachowicz, K. Heyde, J. Ryckebush, S. Rombouts, Continuum random phase approximation approach to charged-current neutrino-nucleus scattering, *Phys. Rev. C* **65** (2002) 025501.

- [45] N. Paar, D. Vretenar, T. Marketin, P. Ring, Inclusive charged-current neutrino-nucleus reactions calculated with the relativistic quasiparticle random-phase approximation, *Phys. Rev. C* 77 (2008) 024608.
- [46] M.-K. Cheoun, E. Ha, T. Kajino, Reactions on ^{40}Ar involving solar neutrinos and neutrinos from core-collapsing supernovae, *Phys. Rev. C* 83 (2011) 028801.
- [47] W.E. Ormand, P.M. Pizzochero, P.F. Bortignon, R.A. Broglia, Neutron capture cross sections for ^{40}Ar and β -decay of ^{40}Ti , *Phys. Lett. B* 345 (1995) 343–350.
- [48] T. Suzuki, M. Honma, Neutrino-capture reactions on ^{40}Ar , *Phys. Rev. C* 87 (2013) 014607.
- [49] E. Kolbe, K. Langanke, Role of ν -induced reactions on lead and iron in neutrino detectors, *Phys. Rev. C* 63 (2001) 025802.
- [50] T. Suzuki, M. Honma, K. Higashiyama, T. Yoshida, T. Kajino, Neutrino-induced reactions on ^{56}Fe and ^{56}Ni , and production of ^{55}Mn in population III stars, *Phys. Rev. C* 79 (2009) 061603(R).
- [51] R. Lazauskas, C. Volpe, Neutrino beams as a probe of the nuclear isospin and spin–isospin excitations, *Nuclear Phys. A* 792 (2007) 219–228.
- [52] H.-Th. Janka, K. Langanke, A. Marek, G. Martinez-Pinedo, and B. Müller, *Phys. Rep.* 442, 38 (2007).
- [53] S. E. Woosley, D. H. Hartmann, R. D. Hoffman, and W. C. Haxton, *Astrophys. J.* 356, 272 (1990).
- [54] C. Athanassopoulos et al., *Phys. Rev. C* 55, 2078 (1997).
- [55] B. E. Bodmann et al., *Phys. Lett. B* 332, 251 (1994).
- [56] R. Maschuw, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 40, 183 (1998).
- [57] D. D. Koetke et al., *Phys. Rev. C* 46, 2554 (1992).
- [58] B. Zeitnitz, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 32, 351 (1994).
- [59] L. B. Auerbach et al., *Phys. Rev. C* 64, 065501 (2001).
- [60] Meyerhof, *Elements of Nuclear Physics*, Walter E. Meyerhof, McGRAW-HILL International Editions, 1989.

- [61] J. Suhonen, *From nucleons to nucleus*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007.
- [62] E.P. Wigner: *Gruppentheorie* (Vieweg Braunschweig 1931).
- [63] E.P. Eckart, Rev. Mod. Phys. **2**, 438 (1942).
- [64] W. Magnus, F. Oberhettinger, R.P. Soni: *Formulas and Theorems for the Special Functions of Mathematical Physics* (Springer Berlin 1966).
- [65] H.Horie and K. Sasaki, Progress of Theoretical Physics, **25** (1961), *On Energy Matrices for the Independent Particle Model*.
- [66] J. Blomqvist, A. Molinari: Nucl. Phys. A *106*, 545 (1968)
- [67] Baranger, Michel. Extension of the shell model for heavy spherical nuclei. Physical Review, v.120, 1960.
- [68] Rowe, David J. Nuclear collective motion: models and theory. World Scientific, 2010.
- [69] J.Hirsch and F.Krmpotic, Physcal Review C **41**, 2, 1988.
- [70] J.Hirsch and F.Krmpotic, Physycs Letters B **246**, 1990.
- [71] F.Krmpotic, J.Hirsch and H.Dias, Nuclear Physics A **542**, 2, 1992.
- [72] W. Unkelbach, PhD Thesis, Jül-Spez-472 (1988).
- [73] I. Supek, Teorijska Fizika-Zagreb, (1964).
- [74] Engel et al., Phys. Rev. C37 (1988) 731.
- [75] Bardeen, J., Cooper, L. N., and Schrieffer, J. R. Phys. Rev. **108**, 1175, 1957.
- [76] Bogoliubov, N.N, Nuovo cim. **7** (ser.10), 794, 1958.
- [77] Valatin, J. G, Nuovo cim. **7** (ser.10), 843, 1958.
- [78] Bohm D, Pines D (1953) Phys Rev 92:609
- [79] Bohm D, Pines D (1951) Phys Rev 82:625
- [80] Pines D, Bohm D (1952) Phys Rev 85:338
- [81] Pines D (1953) Phys Rev 92:626

- [82] Ferrell, R.A., Phys.Rev. **107**,450, (1957).
- [83] J.D. Walecka, Theoretical Nuclear and Subnuclear Physics, Imperial College Press and World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2004.
- [84] T. W. Donnelly and W. C. Haxton, At. Data Nucl. Data Tables 23, 103 (1979); T. W. Donnelly and R. D. Peccei, Phys. Rep. 50, 1 (1979).
- [85] T. Kuramoto, M. Fukugita, Y. Kohyama, and K. Kubodera, Nucl. Phys. A512, 711 (1990).
- [86] J. R. Luyten, H. P. C. Rood, and H. A. Tolhoek, Nucl. Phys. 41, 236 (1963).
- [87] N. Auerbach and A. Klein, Nucl. Phys. A395, 77 (1983).
- [88] F. Krmpotić, A. Samana, and A. Mariano, Phys. Rev. C 71, 044319 (2005).
- [89] I. Supek, Teorijska Fizika i Struktura Materije, Vol. II, edited by Skolska Knjiga, Zagreb, 1964.
- [90] F. Krmpotić, A. Mariano, A. Samana, Phys. Lett. B 541 (2002) 298.
- [91] J. Kleinfellner et al., KARMEN collaboration, in Proceedings of the XIII International Conference on Particles and Nuclei, Perugia, Italy, 1993, edited by A. Pascolini (in press).
- [92] NUDAT. 2021. Url<http://nndc.bnl.gov/>.
- [93] N. Van Dessel, N. Jachowicz and A. Nikolakopoulos, Phys. Rev. C **100**, 055503 (2019).
- [94] E. Kolbe and K. Langanke, Phys. Rev. C **49**, (1994).
- [95] J. Engel, E. Kolbe, K. Langanke, and P. Vogel, Phys. Rev. C54, 2740 (1996).
- [96] M. Fukugita, Y. Kohyama and K. Kubodera, Phys. Lett. B212, 139 (1988).
- [97] E. Kolbe, K. Langanke, S. Krewald and F.-K. Thielemann, Nuc. Phys. A **540**, (1991).
- [98] N. Jachowicz, K. Heyde and J. Ryckebusch, Phys. Rev. C **66**, 055501 (2002).

- [99] D. M. Brink and R. A. Broglia, *Pairing in Finite Systems*, Cambridge Monographs on particle physics, nuclear physics and cosmology.