



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - PPGECM

SIDNÉIA ALMEIDA SILVA

**A GEOMETRIA NO SEGUNDO CICLO DO ENSINO SECUNDÁRIO: UMA ANÁLISE
DA COLEÇÃO MATEMÁTICA PRODUZIDA NA BAHIA NA DÉCADA DE 1970**

ILHÉUS
2021

SIDNÉIA ALMEIDA SILVA

**A GEOMETRIA NO SEGUNDO CICLO DO ENSINO SECUNDÁRIO: UMA ANÁLISE
DA COLEÇÃO MATEMÁTICA PRODUZIDA NA BAHIA NA DÉCADA DE 1970**

Dissertação apresentada ao Mestrado Acadêmico do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGECM da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) como requisito para obtenção do título de Mestra em Ensino de Ciências e Matemática.

Área de Concentração: Formação de Professores em Educação em Ciências e Matemática

Orientadora: Prof. Dra. Larissa Pinca Sarro Gomes

Coorientadora: Prof. Dra. Martha Raíssa Iane Santana da Silva

ILHÉUS

2021

S586

Silva, Sidnéia Almeida.

A geometria no segundo ciclo de ensino secundário: uma análise da coleção matemática produzida na Bahia na década de 1970 / Sidnéia Almeida Silva . – Ilhéus, BA: UESC, 2021.

115f.: il.; anexos.

Orientadora: Larissa Pinca Sarro Gomes.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGECM.

Inclui referências e apêndices.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática (Secundário). 3. Educação matemática. 4. Geometria. 5. Livros didáticos. 6. História da matemática.

I. Título.

CDD 510.7

SIDNÉIA ALMEIDA SILVA

A GEOMETRIA NO SEGUNDO CICLO DO ENSINO SECUNDÁRIO: UMA
ANÁLISE DA COLEÇÃO MATEMÁTICA PRODUZIDA NA BAHIA NA DÉCADA
DE 1970.

Dissertação submetida ao Colegiado do Programa
de Pós-Graduação em Educação em Ciências e
Matemática – PPGECEM, em cumprimento parcial
para a obtenção do título de Mestre em Educação
em Ciências e Matemática.

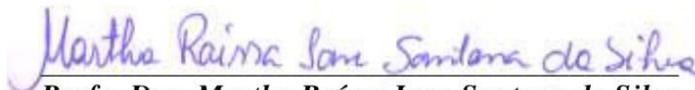
APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA

EM 12/04/2021



Profa. Dra. Larissa Pinca Sarro Gomes

Orientadora/Presidente da banca – PPGECEM/UESC



Profa. Dra. Martha Raissa Iane Santana da Silva

Coorientadora – UESC



Profa. Dra. Luciane de Fátima Bertini

Examinadora – UNIFESP



Profa. Dra. Zulma Elizabete de Freitas Madruga

Examinadora – PPGECEM/UESC

Ilhéus, Bahia, 12 de abril de 2021.

AGRADECIMENTOS

A Deus Uno e Trino e a Virgem Maria, pela constância na minha vida, auxiliando a vencer os desafios com coragem, resiliência e amor.

À minha mãe Rita de Cássia e meu pai José Américo pelo amor, apoio, paciência e suporte nessa caminhada.

Às orientadoras Larissa e Martha, pelo compromisso, responsabilidade, dedicação, carinho e cuidado durante todo esse tempo. Pela paciência em colaborar com meu crescimento como pesquisadora e na identidade enquanto pesquisadora em História da educação matemática. Estou certa do cuidado de Deus quando escolheu vocês para estarem juntas comigo. Sou apaixonada por vocês, fã de carteirinha.

Ao meu irmão Edmilson, sobrinho Emerson, cunha Angélica, meus avós, tios e tias, primos e primas pelas orações, apoio e compreensão com as ausências. Um agradecimento especial a todos os pequenos da família que sempre restauram minhas energias e aquecem meu coração com muito afeto e amor.

Às professoras Luciane e Bete por aceitarem nosso convite em participar da banca, contribuindo de forma enriquecedora, atenta e cuidadosa, fizemos uma ótima escolha, gratidão.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) pelo apoio.

Aos colaboradores desta pesquisa, Fernando Mota de Oliveira, Neima da Costa Oliveira, Luiz Marcio Santos Farias, Jorge Barros e Jorge Costa do Nascimento que gentilmente aceitaram o convite para a entrevista, cujos relatos de experiências com a coleção *Matemática*, enriqueceram este trabalho. Agradeço também a outras pessoas que se dispuseram a ajudar, mas por conta das circunstâncias não efetivamos a entrevista.

Aos professores do Programa por partilharem conhecimento e sabedoria, pelas conversas, dicas e apoio. Em especial agradeço à professora Irene pela boa vontade, parceria e por estar sempre presente quando precisei.

À minha turma, sempre parceiros e colaborando com o desenvolvimento da pesquisa, Lânia por todo carinho e abraços, Carlson por toda gentileza em tirar minhas dúvidas e ser parceiro do primeiro ao último semestre, Maritza por ter me escolhido, Helenita pelas conversas, Carol pelo companheirismo, Carlos e Marcos pela leveza e bom humor de sempre.

À turma do “6º ano”, meus veteranos, que me acolheram desde os primeiros dias na UESC, cuja amizade e carinho foram fundamentais no enfrentamento das dificuldades no mestrado, vocês moram no meu coração. A Luana, Junior e Taize pelas aventuras na estrada, onde fazíamos do cansaço e dos imprevistos razões para muitos risos. Estendo a todos os colegas do Programa que de algum modo, tornaram essa caminhada mais leve e alegre.

A José Fernando, Franciele, Taís, Léia, Rose, Diana, Layana, Abad e aos demais amigos pelo constante apoio e consolo nos dias difíceis, a vida é mais bonita porque tenho vocês.

A Jorge Ramos e meus ex-professores da Escola Vincenzo Gasbarre, pelo carinho e torcida. Em nome de Juliana, Heyde, José e Jocelma agradeço o apoio e carinho da família Pio XII.

Aos meus favoritos ex-professores e colegas da UESB do campus de Jequié, que desde a graduação vêm me apoiando e acompanhando minha jornada acadêmica, vocês continuam sendo muito especiais para mim.

Muitas pessoas estiveram presentes de algum modo durante essa caminhada, mesmo não tendo o nome citado explicitamente, tenho consciência e lembrança do quanto foram importantes nesta etapa da minha vida, sou grata.

RESUMO

Esta pesquisa foi desenvolvida com o objetivo de compreender o ensino de Geometria para o segundo ciclo do Ensino Secundário proposto na coleção *Matemática*, produzida em tempos do Movimento da Matemática Moderna. Além disso, buscou-se compreender alguns aspectos relacionados à circulação e utilização dos livros dessa coleção, em instituições de ensino na Bahia. Tais estudos permitiram delimitar a pesquisa na primeira metade da década de 1970, com alguns avanços e retrocessos nesse período, para compreender melhor os debates dos quais os autores participaram para a escrita da coleção ou de alguns aspectos de sua circulação. Para tanto, o livro didático foi considerado como documentação privilegiada, o que possibilitou envolver o contexto de sua produção, os debates que estavam ocorrendo, os eventos e as discussões que os autores estavam participando, as escolhas feitas por eles, dentre outras questões. Foram considerados como aportes teórico-metodológicos as formulações de autores como Roger Chartier, do qual foi possível compreender um modo de fazer alinhado com as bases da História Cultural, Dominique Julia para o entendimento da cultura escolar, Alain Choppin que auxiliou na compreensão da história dos livros didáticos e outros pesquisadores brasileiros da História da educação matemática com os quais se teceu diálogos. Para alcançar os objetivos propostos realizou-se uma pesquisa histórica com a utilização de documentos como os livros da coleção didática *Matemática*, o *Guia do professor*, a legislação em vigor na época, depoimentos dos autores da coleção e entrevistas com estudantes e professores que utilizaram os livros da referida coleção. Das considerações deste trabalho tem-se que a proposta para o ensino de Geometria é resultado das apropriações dos autores e aparecem nos livros da coleção e no *Guia do Professor* de forma diversificada. Para o estudo da Geometria afim do espaço são apresentadas 11 fichas, no *Guia do Professor*, com a proposta de construir os conceitos geométricos por meio de um diálogo com o aluno, que se constrói a partir de noções intuitivas e conduzindo para a formulação de uma propriedade ou definição importante. A Geometria Euclidiana do espaço é proposta com base nas noções de simetria e ortogonalidade, sendo suprimida toda a parte relacionada às medidas de áreas e volumes, que são tratadas posteriormente, associadas ao Cálculo Integral. A Geometria Analítica Plana por sua vez, é baseada na noção de espaço vetorial de duas dimensões, utilizando problemas geométricos e métodos algébricos. No que se refere ao uso da coleção *Matemática* em instituições de ensino, os resultados indicam que de fato ela foi utilizada por um período que compreende as décadas de 1970, 1980 e 1990, sendo consultada em períodos posteriores também. Da Geometria mencionada pelos entrevistados em suas experiências com a coleção *Matemática*, nota-se que as referências se concentraram em torno do ensino da Geometria por meio das transformações geométricas, conforme sugerem os autores no *Guia do Professor*. Espera-se que este trabalho e seus resultados possam contribuir com as pesquisas acerca do livro didático e subsidiar discussões que apontem novas reflexões para a História da educação matemática.

PALAVRAS-CHAVE: História da educação matemática. Ensino Secundário. Movimento da Matemática Moderna. Livro Didático. Geometria.

ABSTRACT

This research was developed with the objective of understanding the teaching of Geometry for the second cycle of Secondary Education proposed in the *Mathematics* collection, produced in times of the Modern Mathematics Movement. In addition, we sought to understand some aspects related to the circulation and use of books in this collection in educational institutions in Bahia. Such studies allowed us to delimit the research in the first half of the 1970s, with some advances and setbacks during this period, in order to better understand the debates in which the authors participated in writing the collection or some aspects of its circulation. For this purpose, the textbook was considered a privileged documentation, which made it possible to involve the context of its production, the debates that were taking place, the events and discussions in which the authors were participating, the choices they made, among other issues. The formulations of authors such as Roger Chartier were considered as theoretical-methodological contributions, from which it was possible to understand a way of doing aligned with the bases of Cultural History, Dominique Julia for the understanding of school culture, Alain Choppin who helped in the understanding of the history of textbooks and other Brazilian researchers in the history of mathematics education with which dialogues were woven. To achieve the proposed objectives, a historical research was carried out using documents such as books from the *Mathematics* didactic collection, the *Teacher's Guide*, the legislation in force at the time, statements by the authors of the collection and interviews with students and teachers who used the books from that collection. From the considerations of this work, it can be seen that the proposal for the teaching of Geometry is the result of the authors' appropriations and appears in the books of the collection and in the *Teacher's Guide* in a diversified way. For the study of Geometry affine to space, 11 sheets are presented in the *Teacher's Guide*, with the proposal to build geometric concepts through a dialogue with the student, which is built from intuitive notions and leading to the formulation of an important property or definition. The Euclidean Geometry of space is proposed based on the notions of symmetry and orthogonality, being suppressed all the part related to the area and volume measurements, which are treated later, associated to the Integral Calculus. Plane Analytical Geometry, in turn, is based on the notion of two-dimensional vector space, using geometric problems and algebraic methods. With regard to the use of the *Mathematics* collection in educational institutions, the results indicate that it was in fact used for a period comprising the 1970s, 1980s and 1990s, being consulted in later periods as well. From Geometry mentioned by the interviewees in their experiences with the *Mathematics* collection, it is noted that the references were concentrated around the teaching of Geometry through geometric transformations, as suggested by the authors in the *Teacher's Guide*. It is hoped that this work and its results can contribute to research on the textbook and support discussions that point to new reflections for the history of mathematics education.

KEYWORDS: History of mathematics education. High school. Modern Mathematics Movement. Textbook. Geometry.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Capa dos livros didáticos da coleção Matemática: segundo ciclo, ensino atualizado .	48
Figura 2 - Capa do Guia do Professor da coleção Matemática.	50
Figura 3 - Identificação dos autores nos volumes 1 e 2 da coleção Matemática.....	51
Figura 4 - Pessoal de matemática do Instituto de Matemática e Física da Universidade da Bahia (1960).	52
Figura 5 Guia do Professor: Ficha 1.....	59
Figura 6 Ficha 1: translação no espaço.....	60
Figura 7 Ficha 1: translação no espaço.....	61
Figura 8 Ficha 1: transformada de uma figura.	62
Figura 9 Ficha 2: adição de vetores.	63
Figura 10 Ficha 8: Transformações no espaço afim.....	67
Figura 11 Ficha 8: Transformações no espaço afim.....	70
Figura 12 Plano perpendicular a uma reta, volume 1 da coleção Matemática.	74
Figura 13 Exercício do volume 1 da coleção Matemática.	76
Figura 14 Resolução de exercício no Guia do Professor.....	77
Figura 15 Equação da Reta, volume 2 da coleção Matemática.....	80
Figura 16 Ilustração de Círculo presente no volume 2 da coleção Matemática.....	81
Figura 17 Exercícios do volume 2 da coleção Matemática.....	83
Figura 18 Cálculo da área de uma coroa circular, presente no volume 3 da coleção Matemática.	86
Figura 19 Ilustração de uma projeção presente no volume 3 da coleção Matemática.	87
Figura 20 Utilização da coleção Matemática, contexto e atores.	91

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Segmentos de ensino, autores, ano de publicação e títulos.	21
Quadro 2 - Conteúdos de Geometria presentes na coleção Matemática e no Guia do Professor	55
Quadro 3 - Conteúdos apresentados no volume 1 da coleção Matemática.	56
Quadro 4 - Conceitos do volume 1 da coleção Matemática e as fichas do Guia do Professor. ...	57
Quadro 5 - Volume 1 e Guia do Professor: definição de retas paralelas.	65
Quadro 6 - Conceitos do quarto capítulo do volume 1 da coleção Matemática.....	73
Quadro 7 - Sumário do volume 2 na coleção Matemática.	78
Quadro 8 - Conceitos do primeiro capítulo do volume 2 da coleção Matemática.	78
Quadro 9 - Substituição de observação sobre dois Círculos ortogonais, no livro e no Guia.	82
Quadro 10 - Conteúdos apresentados no volume 3 da coleção Matemática.	84

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	13
CAPÍTULO I - OS MOVIMENTOS DA PESQUISA E SUAS FONTES.....	20
1.1 PESQUISAS COM O ENSINO DE GEOMETRIA EM TEMPOS DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA	20
1.1.1 AS PROPOSTAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NO 1º CICLO DO ENSINO SECUNDÁRIO.....	22
1.1.2 AS PROPOSTAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NO 2º CICLO DO ENSINO SECUNDÁRIO.....	26
1.2 APORTES TEÓRICO-METODOLÓGICOS.....	28
1.3 A CONSTITUIÇÃO DO <i>CORPUS</i> DA PESQUISA.....	33
CAPÍTULO II - CENÁRIO DA PESQUISA, MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA E O ENSINO SECUNDÁRIO	38
2.1 O SEMINÁRIO DE ROYAUMONT E AS RECOMENDAÇÕES A SEREM IMPLEMENTADAS NO ENSINO SECUNDÁRIO	39
2.2 PROSSEGUIMENTO DA REFORMA E ENVOLVIMENTO DE OMAR CATUNDA E AS AUTORAS BAIANAS	41
CAPÍTULO III - A COLEÇÃO <i>MATEMÁTICA: SEGUNDO CICLO, ENSINO ATUALIZADO</i>	48
3. 1 PROPOSTAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NA COLEÇÃO <i>MATEMÁTICA</i>	55
3.1.1 A GEOMETRIA AFIM DO ESPAÇO E AS FICHAS	57
3.1.2 GEOMETRIA EUCLIDIANA DO ESPAÇO	72
3.1.3 GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA.....	78
3.1.4 INTEGRAL E APLICAÇÕES AO CÁLCULO DE ÁREAS E VOLUMES.....	84
CAPÍTULO IV - A UTILIZAÇÃO DA COLEÇÃO <i>MATEMÁTICA</i> EM INSTITUIÇÕES DE ENSINO NA BAHIA	89

4.1 CIRCULAÇÃO E CONTEXTOS DE UTILIZAÇÃO DA COLEÇÃO <i>MATEMÁTICA</i>	90
4.2 O ENSINO DE GEOMETRIA A PARTIR DA COLEÇÃO <i>MATEMÁTICA</i>	96
4.3 A COLEÇÃO <i>MATEMÁTICA</i> NA PERSPECTIVA DOS ENTREVISTADOS.....	98
CONSIDERAÇÕES	101
REFERÊNCIAS	106
FONTES.....	111
ANEXOS	113
APÊNDICE A	113
APÊNDICE B	113

INTRODUÇÃO

Os livros didáticos têm sido considerados como objeto e fonte de pesquisa em trabalhos no âmbito da História da educação matemática, revelando-se como elementos importantes da cultura escolar, que precisam ser compreendidos pelo historiador em sua complexidade.

Com uma análise criteriosa dos livros didáticos é possível identificar mudanças e permanências em seus conteúdos, nas propostas de ensino e orientações metodológicas que são apresentadas, os quais trazem contribuições para professores, pesquisadores e permitem compreender “[...] como se pretendia que tais concepções fossem operacionalizadas nas salas de aula” (OLIVEIRA, 2010, p. 487)

Com a atenção voltada para essas questões, foram priorizados nesta pesquisa os livros didáticos da coleção *Matemática: Segundo ciclo, ensino atualizado* e o *Guia do Professor* - uma obra complementar dirigida aos professores, que foram escritos por um grupo de professores da Universidade Federal da Bahia (UFBA), na primeira metade da década de 1970. Os autores da coleção que foi priorizada nesta pesquisa, atuaram ativamente nos debates que propunham mudanças para matemática escolar, em tempos do Movimento da Matemática Moderna (MMM). Ao longo do texto, a coleção será intitulada abreviadamente como *Matemática*.

Os exemplares da coleção analisada foram tomados como documentos históricos privilegiados e concebê-los dessa maneira, segundo Bittencourt (2011), possibilita a consolidação de análises com base na perspectiva histórico cultural, especialmente no que se refere à história do livro, à circulação da cultura escrita e das práticas de leituras.

Em particular, inserir uma pesquisa no âmbito da História Cultural permite compreender os discursos educacionais como resultado de uma construção cultural em articulação com aspectos sociais.

Para isso, é necessário compreender o ambiente de produção dessa coleção de livros, à época, o local e as motivações dos autores, conforme afirmou Choppin (2004). Desse modo, foi imprescindível para a realização desta pesquisa conhecer as propostas da matemática escolar que estavam em discussão na época da escrita dos livros didáticos, para analisar a estratégia escolhida pelos autores. Essas estratégias podem ser lidas pelas apropriações dos autores com relação aos debates científicos nacionais e internacionais, com o propósito de orientar os conteúdos e métodos de ensino da matemática escolar.

A *apropriação* é um conceito empregado por Chartier (1990) que objetiva a produção de “[...] uma história social das interpretações, remetidas para as suas determinações fundamentais (que são sociais, institucionais, culturais)” (CHARTIER, 1990, p. 26). Ou seja, refere-se à investigação das leituras e práticas dos sujeitos sobre determinado contexto, situação, teorias, ideia etc., entendendo que essas são particulares, subjetivas e que resultam em transformações sutis ou significativas das ideias, teorias “originais”.

A partir da análise dos livros didáticos é possível ler a “[...] trajetória histórica de constituição e desenvolvimento da matemática escolar no Brasil”, como afirmou Valente (2008, p.141). Outros pesquisadores brasileiros de História da educação matemática, como Dassie (2018), apresentaram trajetórias e caminhos percorridos, tentando mostrar os movimentos analíticos, as escolhas e os abandonos que fez ressaltando a possibilidade de novas reflexões ao analisar o livro didático a partir de problematizações que se relacionam com o professor.

A coleção de livros didáticos analisada nesta pesquisa é de autoria de Omar Catunda, Martha Maria de Souza Dantas, Eliana Costa Nogueira, Norma Coelho de Araújo, Eunice da Conceição Guimarães e Neide Clotilde de Pinto e Souza. Outras produções desse grupo, bem como a trajetória percorrida por eles aparecem em pesquisas como as de Camargo (2009), Freire (2009), Gomes (2014) e Santos (2016).

Na pesquisa de Camargo (2009), a autora analisou a proposta para o ensino da Geometria em quatro coleções didáticas, sendo elas a coleção *Ensino Atualizado da Matemática* 1, 2, 3 e 4, publicada em 1971; *Ensino Atualizado da Matemática* 5^a, 6^a, 7^a e 8^a série do primeiro grau, publicada em 1975; *Matemática* 5, 6, 7 e 8 do projeto ‘Entre a exposição e a descoberta’ (PROED) a qual segundo a autora “[...]começou a ser elaborada em meados dos anos de 1973 a 1974” Camargo (2009, p.117); e *As transformações geométricas e o ensino da geometria*, publicada em 1988.

Em sua tese de doutorado, Gomes (2014) investigou a produção de uma coleção de livros didáticos, produzida pelo mesmo grupo de autores, e analisou a sua utilização no Instituto Nossa Senhora da Piedade, considerando o período em que a coleção foi adotada nessa instituição de ensino. A coleção *Ensino Atualizado da Matemática*, destinada à 5^a, 6^a, 7^a e 8^a séries é uma coleção voltada para o primeiro ciclo.

O trabalho desenvolvido por Santos (2017)¹, buscou investigar como os conteúdos algébricos foram apresentados nas coleções de livros didáticos *Matemática Moderna* e *Matemática*, produzidas na Bahia. Sobre elas, Santos (2017) afirmou que a primeira coleção foi escrita nos anos finais da década de 1960, momento histórico, o qual se destaca pelo auge do MMM, e a outra começou a ser produzida a partir da segunda metade da década de 1970.

A partir da leitura e reflexões dos autores supracitados e da experiência vivenciada durante a formação inicial², em que tive a oportunidade de analisar, discutir e refletir sobre muitos ambientes e situações que fazem parte da rotina do professor de Matemática, é que surgiu o interesse de realizar esta pesquisa. Em particular, interessei-me bastante pelas discussões e análises realizadas a respeito de livros didáticos, especialmente nas aulas teóricas e práticas das disciplinas de Estágio Supervisionado e de Pesquisa e Prática de Ensino em Matemática, apesar dessas análises não serem realizadas em uma perspectiva histórica.

Nas disciplinas de Estágio Supervisionado, realizadas na universidade e em classes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, foi possível observar que o livro didático é um recurso muito presente nas situações didáticas que compõem a rotina escolar do professor e do aluno, nas instituições de ensino da Educação Básica.

Enquanto isso, na disciplina Pesquisa e Prática de Ensino em Matemática, o livro didático era analisado e discutido com base em sua própria estrutura e organização. Em uma das aulas, realizamos uma comparação entre livros de matemática atuais e de décadas anteriores, com base em critérios como a abordagem dos conteúdos e propostas a serem realizadas pelos alunos. Percebemos as características comuns e divergentes destes livros e o quanto o momento histórico de sua produção poderia justificar essas particularidades.

As diferentes formas de perceber o livro didático são evidenciadas por Choppin (2004), ao argumentar que as funções exercidas pelos livros didáticos podem variar de acordo com o ambiente sociocultural, à época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização.

Paralela a essa aproximação com os livros didáticos e as discussões que emergiram deles, interessei-me em compreender aspectos conceituais e metodológicos do ensino de matemática a

¹ Seu trabalho culminou na dissertação de mestrado “A álgebra nas coleções de livros didáticos matemática moderna e matemática, produzidas na Bahia”, defendida no Programa de Pró-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) atual Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - PPGECEM na UESC.

² A formação inicial foi realizada no curso de em Licenciatura em Matemática com Enfoque em Informática na Universidade Estadual da Sudoeste da Bahia (UESB), campus de Jequié.

partir da participação no projeto de pesquisa “Tecendo o Processo Histórico de Profissionalização docente, no âmbito da Matemática, nos seus diferentes níveis de formação na Bahia (1890-1990)”³. Esse projeto tem como objetivo investigar historicamente como foram constituídos os saberes matemáticos envolvidos tanto na formação quanto na prática docente dos professores de Matemática da Bahia e está articulado com uma pesquisa mais ampla, conduzida pelo Grupo de Pesquisa e História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT – Brasil).

Inspirada nessas experiências, desenvolvi o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) intitulado “Uma análise histórica dos indícios do Movimento da Matemática Moderna na coleção de livros didáticos *Matemática: Segundo Ciclo, Ensino Atualizado* produzida por um grupo de professores baianos na década de 1970”⁴. É importante ressaltar que neste trabalho a análise ocorreu em uma perspectiva histórica, diferente da análise que fazíamos nas disciplinas de Estágio Supervisionado e de Pesquisa e Prática de Ensino em Matemática.

O TCC teve como proposta analisar historicamente indícios da MMM na mesma coleção de livros didáticos considerados nesta pesquisa. Os autores da coleção começaram a produzir livros didáticos nos trabalhos realizados no Centro de Ensino de Ciência da Bahia (CECIBA). As atividades desenvolvidas por esse Centro são analisadas no trabalho de Freire (2009), no qual discute sobre a “Secção Científica de Matemática do CECIBA”, cuja meta era introduzir a matemática moderna nas escolas secundárias da Bahia por meio da escrita de livros didáticos e destaca, entre os projetos desenvolvidos, o aspecto do ensino da Geometria por meio das transformações geométricas (FREIRE, 2009).

No intuito de dar continuidade aos estudos realizados por Freire, minha orientadora na época, a qual já conhecia a trajetória dos autores da coleção *Matemática* e possuía em seu acervo pessoal os três livros que a compõem, decidimos desenvolver a investigação sobre esse material no TCC. Para tal, discutimos alguns aspectos do MMM e suas relações com a Bahia, analisamos elementos que fazem parte da estruturação da coleção dos livros didáticos, buscamos relacionar as propostas da coleção com os objetivos do Movimento. Concluímos que havia indícios das ideias norteadoras do MMM na coleção analisada, principalmente no que diz respeito à unidade

³ Esse projeto está sendo desenvolvido colaborativamente por professores de três instituições baianas de ensino superior: Universidade Estadual de Santa Cruz (Ilhéus), Universidade Estadual do Sul da Bahia (Jequié) e Universidade Estadual de Feira de Santana, com financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ)

⁴ O Trabalho de Conclusão de curso foi concluído em 2017, com orientação da Profa. Dra. Inês Angélica Andrade Freire.

da Matemática, à inserção de tópicos modernos e à intenção de preparar os estudantes para o ensino superior. No entanto, no TCC não se teve acesso ao *Guia do Professor*, que apresenta algumas propostas metodológicas para o uso da coleção em sala de aula, e não era interesse da investigação analisar mais atentamente as propostas relativas aos conteúdos matemáticos, e nem se deter aos sinais da utilização e circulação da coleção de livros didáticos em instituições de ensino.

A partir dessa experiência com o TCC surgiu o interesse em encontrar respostas para outras inquietações. Com o ingresso no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) e participação nas discussões do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Diversidade Cultural (GPEMDiC), da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), foi possível ampliar e dar continuidade aos estudos realizados no TCC e às pesquisas do projeto⁵ no qual participava.

Para o desenvolvimento da nova pesquisa, já no mestrado foi realizado um levantamento de pesquisas acadêmicas do campo da História da educação matemática⁶, que utilizaram livros didáticos e outras fontes, com interesse particular em compreender as propostas para o ensino de Geometria em tempos do MMM.

A escolha pelo estudo mais aprofundado da Geometria ocorreu por identificar a proposta diferenciada dos autores da coleção *Matemática* ao proporem o ensino da Geometria por meio de transformações geométricas, o que já era defendido por eles em outras produções voltadas para o primeiro ciclo do Ensino Secundário, conforme foi evidenciado nas pesquisas de Fraga (2004), Camargo (2009) e Silva (2014). Além disso, a Geometria era um dos temas bastante discutido no Movimento da Matemática Moderna. Por essa razão, nossas análises se voltam mais detalhadamente para a apresentação da Geometria na coleção em análise.

Esta investigação justifica-se por oportunizar contribuições à formação do professor que ensina Matemática, uma vez que a compreensão histórica da matemática escolar, em especial, desse período histórico, possibilita uma atuação mais consciente, crítica e reflexiva com relação ao passado da Matemática como disciplina escolar. Desse modo, compactuamos com Oliveira,

⁵ Tecendo o Processo Histórico de Profissionalização docente, no âmbito da Matemática, nos seus diferentes níveis de formação na Bahia (1890-1990)

⁶ Esse estudo é apresentado na seção 1.1 do primeiro capítulo, o qual permitiu compreender as propostas para o ensino de Geometria apresentadas nos livros didáticos, manuais ou guias para professores, cadernos escolares, apostilas, revistas, programas e currículos e demais materiais analisados nas teses e dissertações. Na seção também se ressalta os aspectos que diferenciam esta pesquisa daquelas já concluídas.

Silva e Valente (2011, p. 14) ao afirmarem que por meio da “[...] construção de representações sobre o passado das práticas pedagógicas relacionadas à matemática escolar” é possível ampliar os debates e “[...] multiplicar os participantes interessados em melhorar o ofício do professor-educador matemático em dias atuais”.

Tratando-se de uma pesquisa histórica, envolvendo livros didáticos, sua relevância pode ser reforçada na argumentação apresentada por Valente (2008, p. 143), quando afirma que “[...] os livros didáticos constituem-se em elementos fundamentais para a pesquisa do trajeto histórico da educação matemática”.

Tendo em vista a carência de pesquisas em livros didáticos, que investiguem propostas para o ensino de Geometria destinadas ao segundo ciclo do Ensino Secundário, como evidenciado com a revisão da literatura, esta investigação contribui com a História da educação matemática na medida em que traz resultados referentes às propostas para o ensino de Geometria, considerando o segmento de ensino a que se destina a coleção *Matemática*.

Além disso, sendo uma pesquisa inserida no âmbito da História da educação matemática, a intenção é de que por meio de novas reflexões sobre os debates que estavam ocorrendo, os eventos e as discussões que os autores estavam participando, seja possível compreender as escolhas e *apropriações* dos autores para a escrita da coleção *Matemática*.

Assim, temos como objetivo compreender o ensino de Geometria para o segundo ciclo do Ensino Secundário proposto na coleção *Matemática*, produzida em tempos do Movimento da Matemática Moderna. Com esse estudo será possível analisar “[...] com mais clareza as complexidades de reformas do ensino, sua dinâmica de elaboração, circulação e apropriação por diferentes atores e contextos escolares”, conforme evidenciaram Oliveira, Silva e Valente (2011, p. 15).

Em particular, consideramos uma coleção produzida na década de 1970, momento de intensas discussões para a implementação de novas propostas no currículo escolar. Nesse sentido, também avaliamos a relevância de compreender alguns aspectos relacionados à circulação e utilização dos livros dessa coleção, em instituições de ensino na Bahia⁷. Tais estudos permitiram delimitar a pesquisa na primeira metade da década de 1970, com alguns avanços e retrocessos nesse período. Retrocedemos para compreender melhor os debates dos quais os autores

⁷ A pesquisa seguiu todas as recomendações éticas e está registrada na Plataforma Brasil, sob protocolo de Certificado de apresentação para Apreciação Ética (CAAE) de número 21841119.9.0000.5526.

participaram para a escrita da coleção e avançamos para compreender alguns aspectos de sua circulação e utilização em instituições de ensino na Bahia.

Partindo desses pressupostos e com os estudos realizados formulamos a seguinte questão: Como o ensino de Geometria para o segundo ciclo do Ensino Secundário foi proposto na coleção *Matemática*, produzida em tempos do Movimento da Matemática Moderna? Para responder à questão, a dissertação foi organizada em quatro capítulos, além desta introdução, na qual se justifica, problematiza e apresenta os objetivos da investigação desenvolvida. O primeiro capítulo⁸ é dedicado aos movimentos da pesquisa e suas fontes, trazendo a revisão de literatura com pesquisas acadêmicas do campo da História da educação matemática, os referenciais teórico-metodológicos tais como Roger Chartier, Dominique Julia e Alain Choppin e a constituição do *corpus* da pesquisa.

No segundo capítulo, procuramos apresentar o Cenário da Pesquisa com base em relatórios dos eventos do MMM e com base em autores que discutem o Movimento, suas propostas para o ensino da Matemática, em especial o ensino da Geometria, que estavam circulando no cenário nacional e internacional e o engajamento dos autores da coleção *Matemática*.

No terceiro capítulo procuramos situar historicamente como se deu a produção da coleção *Matemática: Segundo ciclo, ensino atualizado* relacionando às outras obras dos autores, apresentando os indícios que nos permitiram compreender os pressupostos do grupo sobre o ensino de Matemática para a escrita da coleção, em particular, as propostas para o ensino de Geometria. A análise da coleção foi realizada em diálogo com o que foi proposto no *Guia do Professor*. No quarto capítulo é discutido como se deu a utilização desses livros em outras instituições de ensino. Finalizamos com as considerações finais, referências e anexos.

⁸ A partir deste capítulo será usada uma linguagem impessoal.

CAPÍTULO I - OS MOVIMENTOS DA PESQUISA E SUAS FONTES

Dentre os movimentos realizados durante o desenvolvimento desta pesquisa, o primeiro deles foi a busca de materiais a fim de compreender as *apropriações* dos autores, na elaboração de uma proposta para o ensino de Geometria apresentada na coleção *Matemática*. Para isso, foi importante considerar o *Guia* com orientações para o professor, as leis que orientavam o ensino no período, e os debates em fóruns científicos nacionais e internacionais, que os autores da coleção estavam envolvidos. Um segundo movimento da pesquisa dedicou-se a compreender alguns aspectos relacionados à circulação e utilização dos livros dessa coleção, em instituições de ensino na Bahia, estabelecendo um diálogo com os estudos realizados e resultados obtidos a partir do primeiro movimento.

A seguir são apresentadas três seções que explicitam melhor os movimentos da pesquisa e suas fontes. A primeira seção é dedicada a discutir as propostas para o ensino de Geometria em tempos do MMM, apresentadas nas pesquisas acadêmicas do campo da História da educação matemática. Na seção seguinte são apresentados os aportes teórico-metodológicos e na terceira e última seção, a constituição do *corpus* da pesquisa.

1.1 Pesquisas com o ensino de Geometria em tempos do Movimento da Matemática Moderna

Tendo por propósito dialogar com as pesquisas acadêmicas do campo da História da educação matemática que analisam propostas para o ensino de Geometria, produzidas em tempos do MMM, foi realizada uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações do Portal da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (CAPES), considerando as palavras-chave "Geometria" e "Movimento da Matemática Moderna".

No levantamento dos dados foram localizados 28 trabalhos, incluindo teses e dissertações. Após a leitura de seus resumos foram selecionadas 10 dissertações que dialogavam com a proposta desta pesquisa. Nesse sentido, foram consideradas as pesquisas que analisaram propostas referentes ao ensino de Geometria em produções realizadas durante o MMM. Dentre as pesquisas, oito são destinados ao 1º ciclo e apenas duas ao 2º ciclo do Ensino Secundário. Tendo em vista a quantidade reduzida de trabalhos voltadas para o segundo ciclo, se ampliou a

discussão com o trabalho de Oliveira Filho (2009) que mesmo não tendo a intenção de analisar propostas para o ensino de Geometria, seus resultados apresentam elementos que possibilitam o diálogo com a proposta desta pesquisa, como os conteúdos apresentados na análise do autor, envolvendo o segundo ciclo do Ensino Secundário e o MMM.

No Quadro 1, as pesquisas analisadas estão identificadas pelo segmento de ensino ao qual os pesquisadores tiveram interesse na investigação, com os respectivos nomes dos autores, ano de publicação e título dos trabalhos.

Quadro 1 - As pesquisas e os segmentos de ensino.

Segmento	Autor (Ano)	Título	
Ensino Secundário	1º Ciclo	Fraga (2004)	Um estudo sobre Triângulos em livros didáticos a partir do Movimento da Matemática Moderna
		Ferreira (2006)	Propostas pedagógicas de Geometria no movimento paranaense de Matemática Moderna
		Ferreira (2008)	Orientações curriculares para o ensino de Geometria: do período da Matemática Moderna ao momento atual
		Camargo (2009)	O ensino da Geometria nas coleções didáticas em tempos do Movimento da Matemática Moderna na capital da Bahia
		Brigo (2010)	As Figuras Geométricas no ensino de matemática: uma análise histórica nos livros didáticos
		Rios (2010)	A proposta de ensino da Geometria nos livros do GRUEMA
		Rocco (2010)	Práticas e discursos: análise histórica dos materiais didáticos no ensino de Geometria
		Silva (2014)	As Transformações Geométricas nos currículos prescritos de matemática no Ensino Fundamental (1930-2010)
	2º Ciclo	Britto (2008)	Scipione Di Pierro Neto e sua proposta para o ensino da Geometria na coleção Curso Colegial Moderno
		Oliveira Filho (2009)	O School Mathematics Study Group e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil
		Valentim Júnior (2013)	A Geometria Analítica como conteúdo do ensino Secundário: análise dos livros didáticos utilizados entre a Reforma Capanema e o MMM

Fonte: Elaborado pela autora.

Para a organização dos trabalhos por segmentos de ensino (Quadro 1), considerou-se o programa proposto para o ensino de Geometria durante o MMM, o qual estava dividido entre 1º ciclo, para estudantes com idades entre 11 e 15 anos e o 2º ciclo para estudantes de 15 a 18 anos GEEM (1965). Nas próximas seções se discutem aspectos das pesquisas destinadas a esses segmentos de ensino, os documentos analisados e as propostas para ensino de Geometria. A análise do 1º ciclo é importante para compreender a continuidade dos estudos no 2º ciclo, que é o interesse desta pesquisa.

1.1.1 As propostas para o ensino de Geometria no 1º ciclo do Ensino Secundário

Com relação ao 1º ciclo do ensino secundário, foram identificadas oito pesquisas, sendo a primeira delas a de Sandra Aparecida Fraga publicada em 2004. A autora analisa nove coleções de livros didáticos, dentre os produzidos em tempos do MMM, a saber: *Matemática para o ginásio / Matemática para o primeiro grau* de Lamparelli, Canton, Morettin e Indiani, publicada entre os anos de 1972 e 1973; *Ensino atualizado da matemática: curso ginásial* de Catunda, Dantas, Nogueira, Araújo, Guimarães, Souza, e Moreno de 1971; *Matemática Orgânica* de Meriguetti publicada em 1974, 1975 e 1976.

Em suas conclusões, Fraga (2004) destaca que não houve um consenso entre os autores de livros didáticos em relação à abordagem de triângulos. Uma característica identificada nas coleções citadas está relacionada com a apresentação da Geometria por meio das transformações. No entanto, as diferenças consistem na sua utilização e ênfase. No livro de Lamparelli Canton, Morettin e Indiani, apenas a homotetia é discutida, com objetivo de introduzir o estudo de semelhança de triângulos. Na coleção de Meriguetti e Piôto, a geometria das transformações aparece com bastante ênfase, englobando o estudo sobre triângulos, porém é identificada a dificuldade dos autores de trabalhar o tema nos livros (FRAGA, 2004). Na coleção de autoria de Catunda (CATUNDA et.al., 1971), a utilização da Geometria das transformações ocorre de maneira intensa, sendo utilizadas para obter as propriedades dos triângulos e “[...] apesar de não ter sido muito adotada nas escolas do Espírito Santo, foi um das poucas que trabalhou a geometria das transformações, seguindo o programa proposto para o ensino da geometria deste período” (FRAGA, 2004, p. 50).

Ana Célia Ferreira, em sua pesquisa publicada em 2006, ao discutir a “mini” apostila para professores, com ênfase na Geometria, destaca o foco na conceituação, uma proposta presente no Plano de Curso de 1962, e Plano de Curso II, de 1967. Nesse último plano, as transformações geométricas estavam previstas para uma única aula. No Plano Diretor I, de 1972, apresentava o estudo de Geometria com noções intuitivas e os conteúdos seguiam as recomendações do professor Zoltan Paul Dienes, pois propunha a geometria dedutiva nas séries finais no 1º ciclo, sugerindo a construção de triângulos em cartolina e o manuseio pelos movimentos de translação e rotação. No entanto, há ausência de recomendação para o estudo de áreas, perímetros e figuras geométricas (FERREIRA, 2006).

Nas conclusões sobre a coleção elaborada pelo NEDEM em 1970, Ferreira (2006) destaca que a Geometria ocorre de forma direta, utilizando a linguagem técnica e formal. Na proposta, não havia envolvimento do aluno, inclusive, com poucos exercícios, interrogativos, de cálculos e sem contextualização. Com relação às provas, a autora destaca que todas solicitavam assuntos de Geometria plana e que a Geometria era separada da Álgebra, com menos questões, o que também aparece nos outros documentos e materiais analisados.

Na dissertação de Rogério Carlos Ferreira publicada em 2008, foram consideradas apenas as análises dos Guias Curriculares do Estado de São Paulo (1975) e a coleção *Curso Moderno*, de Osvaldo Sangiorgi (1968 e 1971). A partir desse Guia, houve a publicação de outro material denominado “Subsídios para a implantação dos Guias”, que ofereceria informações sobre Teoria dos Conjuntos e Transformações Geométricas aos professores, orientando sobre as possíveis dificuldades na sala de aula e como o professor deveria abordar os conteúdos (FERREIRA, 2008). Na análise de Ferreira (2008), o estudo de Geometria na coleção *Matemática – Curso Moderno*, de Sangiorgi, publicada inicialmente em 1963, apresentava mudanças “tímidas” com relação às propostas da Matemática Moderna.

Dentre os trabalhos que mais se aproximam desta investigação foi identificada a dissertação de Kátia Cristina de Camargo, publicada em 2009, por analisar a proposta para o ensino da Geometria em quatro coleções didáticas, produzidas pelo mesmo grupo coordenado por Martha Dantas e Omar Catunda. A diferença é que em seu estudo Camargo analisa diferentes coleções destinadas para o curso ginásial.

A autora Camargo inicia suas análises com a coleção *Ensino Atualizado 1, 2, 3 e 4* na qual os conteúdos de Geometria são distribuídos nos livros 3 e 4. No livro 3, a Geometria é proposta pelas transformações geométricas e pelos espaços vetoriais, com base na observação, estabelecendo propriedades intuitivas, com a intenção de que os alunos tivessem um ensino mais dinâmico ao estudar a Geometria Afim (CAMARGO, 2009). De acordo com a autora a coleção difere das propostas internacionais do MMM em termos metodológicos, pois foi resultado das experiências que os autores possuíam com a Geometria moderna em nível superior e as *apropriações* que tiveram a partir do delineamento do MMM.

Na comparação com as obras de Osvaldo Sangiorgi e a do grupo paranaense NEDEM, obras que também foram analisadas por Ferreira (2006) e Ferreira (2008), como vistas anteriormente, Camargo (2009) conclui que os didáticos de Sangiorgi sedimentaram uma nova

produção didática, o que não aconteceu com o grupo baiano. Em relação aos livros didáticos do NEDEM, houve a abordagem dos espaços vetoriais e das transformações geométricas, porém, nos livros didáticos do grupo coordenado por Martha Dantas e Omar Catunda, essa abordagem serviu como guia em quase todo o estudo da Geometria e que teve continuidade em novas produções.

Outra coleção analisada por Camargo (2009) foi produzida no projeto *Processo entre a Exposição e a descoberta - (PROED)*, em 1975, e também foi analisada no trabalho de Gomes (2014). A proposta para o ensino de Geometria, segundo Camargo (2009), ocorria por atividades experimentais, com uso de vetores e transformações geométricas, sem tratamento rigoroso e algébrico, sendo que os conceitos foram introduzidos de maneira intuitiva para depois serem feitas as abstrações.

Na pesquisa de Jussara Brigo, publicada em 2010, a autora destaca a pluralidade de propostas para o ensino de Geometria. Evidencia a presença de duas geometrias, uma intuitiva e outra dedutiva a partir da análise de quatro livros da sétima série: o *Ensino Objetivo de Matemática*, publicado em 1976, de autoria de Álvaro Andrini; *Matemática: Ensino Moderno* de Miguel Asis Name, publicado em 1974; *Matemática: Curso Moderno*, escrito por Osvaldo Sangiorgi em 1969; *Matemática com estudo dirigido*, exemplar escrito pelo professor de Orlando A. Zambuzzi editado em 1975.

Na investigação de Brigo (2010), a autora menciona o livro *Ensino Atualizado da Matemática 1975* de Omar Catunda, Martha Dantas, Eliana Nogueira, Norma Araújo, Eunice Guimarães, Neide Pinto, pelo destaque no ensino de uma Geometria dedutiva, valorizando a figura geométrica, com predominância do estudo da Geometria Afim e da Geometria Euclidiana. No livro *Matemática* de Scipione Di Pierro Netto, Magda Teresinha Angelo, Edson do Carmo e Lilia Maria Faccio, destacam-se as figuras geométricas como métodos de aprendizagem.

Propostas para o ensino de Geometria são também apresentadas na pesquisa de mestrado realizada por Maria Silvia Braga Rios no ano de 2010. Na análise da coleção *Curso Moderno de Matemática para o ensino de primeiro grau* escrita pelo GRUEMA, a autora destaca que a Geometria esteve entrelaçada com outros ramos da Matemática, em todas as séries, destacando propostas, que incluem a Álgebra Linear, a Geometria Euclidiana, desenvolvida na forma experimental, intuitiva e dedutiva e por fim, as Transformações Geométricas que ocorreram para discutir temas como congruência e semelhança entre figuras (RIOS, 2010).

Em sua pesquisa, Rios (2010) evidencia que a metodologia da coleção do GRUEMA revela apropriação das ideias de Choquet (1961), Dieudonné (1961), Fehr (1966) e Piaget (1961), pois foca no aluno que participa da construção dos conceitos e é motivado e provocado a realizar as construções geométricas, organizar informações, responder questionamentos, concluindo propriedades e definições. Nessa metodologia, Rios (2010) cita a presença de quadros para chamar a atenção do aluno para observar, anotar e lembrar de algo, como também para destacar conteúdos, as generalizações ou conclusões e as atividades que o aluno pode realizar no próprio livro.

Na comparação da proposta para o ensino de Geometria do GRUEMA com outras coleções da época, Rios (2010) destaca a inovação no ensino da Geometria dedutiva, justificando que os livros da época, apresentam capítulos específicos para o estudo da Geometria, iniciando com apresentação dos axiomas, das definições, para depois demonstrar os teoremas. Nos livros do GRUEMA é abordada a Geometria intuitiva e experimental por todas as séries finais do 1º ciclo, e a geometria dedutiva rompia com a vulgata existente na época de “[...] axiomas, definições, teorema e demonstração”, com a nova proposta “[...] demonstra-se ou prova-se primeiro para concluir o teorema” (RIOS, 2010, p. 129).

Cristiani Maria Kusma Rocco em sua pesquisa publicada em 2010, analisou documentos normativos de Santa Catarina, notando o formalismo moderno e o tecnicismo, com indicações de produção e utilização de materiais didáticos na descoberta das estruturas matemáticas, desenvolvendo um raciocínio lógico da Matemática. A autora notou um distanciamento entre os documentos normativos com a realidade da sala de aula, a partir dos depoimentos de professores. Dos depoimentos observou também a escassez e a dificuldade de acesso à materiais para ensinar Geometria.

Até o momento os resultados das pesquisas têm apontado que o ensino de Geometria pelas transformações geométricas se destaca como uma proposta inovadora que muitos autores tentaram implementar em suas produções didáticas. Sobre esse tema, Júlio César Deckert da Silva (2014), possui similaridades com os resultados de Ferreira (2008), no que refere aos Guias Curriculares do Estado de São Paulo (1975), pois esses constituem uma tentativa de oficializar o ensino de Geometria pelas transformações geométricas, pois não havia um consenso entre os autores nos Estados brasileiros (SILVA, 2014). Além disso, Silva (2014) pontua que não havia orientações consistentes nas coleções de manuais didáticos para os professores ensinarem

Geometria, mas o autor faz uma ressalva em relação aos trabalhos desenvolvidos pelo grupo baiano coordenado pela Professora Martha Dantas e Omar Catunda, essa consideração em relação e esse grupo, dialoga com a análise feita por Camargo (2009).

A singularidade observada por Silva (2014) e por Camargo (2009), resulta do fato de no contexto das escolas secundárias no Brasil, apenas o grupo educacional da Bahia “[...] que realmente procurou inserir o ensino das transformações nas práticas dos docentes por meio das coleções de manuais produzidas por esse grupo nas décadas de 70 e 80” (SILVA, 2014, p. 89). O autor acrescenta que houve iniciativas de outros educadores, mas que foram atividades isoladas e que não conseguiram modificar de forma significativa o ensino da Geometria nesse segmento de ensino.

1.1.2 As propostas para o ensino de Geometria no 2º ciclo do Ensino Secundário

Na busca de trabalhos na plataforma CAPES, foram identificados apenas dois abordando propostas para o ensino de Geometria destinadas ao 2º ciclo do Ensino Secundário, o que revela uma carência de pesquisas para esse segmento de ensino com olhar para a Geometria. Esses dois trabalhos juntamente com o de Oliveira Filho (2009) se aproximam da proposta desta pesquisa por tratarem do mesmo segmento de ensino da coleção *Matemática*, permitindo comparações e diálogos durante o processo de análise.

A pesquisa de Luciana Patrocínio de Britto, publicada em 2008, teve como objetivo estudar a *Coleção Curso Colegial Moderno*, elaborada por Scipione Di Pierro Neto em parceria com Ruy Madsen Barbosa e Luiz Mauro Rocha, publicada em tempos de Matemática Moderna. No primeiro volume da coleção, publicada em 1960, Britto (2008, 118) notou que a “Geometria Euclidiana não foi esquecida e foram apresentadas e solicitadas como exercícios algumas demonstrações de teoremas”. No segundo volume, a abordagem da Geometria ocorre na última parte do livro, dividida em cinco capítulos. A autora identificou que os sólidos geométricos foram definidos a partir das transformações geométricas, no entanto, não aparecem nas ilustrações, nem construções geométricas, havendo uma predominância da álgebra, das definições, sem diálogo com o aluno.

Com respeito ao segundo volume, Britto (2008) sinaliza também a preocupação na apresentação dos conteúdos, sobretudo das figuras, porque elas são bem desenhadas com de textos explicativos, o que segundo a autora, iria colaborar na compreensão por parte dos

estudantes. A autora não analisou o terceiro volume como fez nos volumes anteriores. Em sua breve explanação, identificou que o estudo de Geometria Analítica e Transformações Geométricas seria um prosseguimento do primeiro volume, apoiado na Teoria das Matrizes (BRITTO, 2008).

A pesquisa de Francisco Oliveira Filho, publicada em 2009, trata do papel que tiveram livros didáticos de Matemática, elaborados originalmente nos EUA, no currículo brasileiro de Matemática do ensino colegial, em tempos do MMM. Na coleção *Matemática Curso Colegial*, uma tradução da obra do SMSG, a proposta para o ensino de Geometria na percepção do grupo, segundo os tradutores, era que ocorre pela fusão com a Álgebra, como forma de um campo a colaborar no entendimento do outro. Além disso, “[...] uma vez que se estava estudando a Geometria, deveria ser aproveitado o conhecimento adquirido pelo aluno na Álgebra do ginásio e estudar a Geometria Analítica” devido a importância desse conteúdo para o estudo das Funções Quadráticas (OLIVEIRA FILHO, 2009, p. 114)

Esse destaque em relação a Geometria aparece também na pesquisa de Josélio Lopes Valentim Júnior publicada em 2013, com objetivo de produzir um estudo histórico sobre a trajetória da Geometria Analítica como conteúdo da matemática escolar no ensino secundário, no período compreendido entre 1940 e 1970. Dos resultados do autor foram considerados aqueles referentes às décadas de 1960 e 1970, dentre elas as edições 12ª e 16ª de *Matemática: terceiro ano colegial*, de Ary Quintella, com publicação em 1965 e 1968, igual a edição de 1958, sem abordar a Geometria Analítica atendendo as recomendações do MMM (VALETIM JÚNIOR 2013). Segundo Valentim Júnior (2013), o livro *Curso de matemática: para os primeiro, segundo e terceiro anos dos cursos Clássico e Científico* de Manoel Jairo Bezerra, publicado em 1960, toda Geometria se concentra no 1º ano e a Geometria Analítica é apresentada no último capítulo. Com análise dessas obras o autor conclui que não contemplaram o MMM, “gerando obras idênticas às respectivas da década de 1950” (VALETIM JÚNIOR, 2013, p.106).

Outro livro mencionando é *Matemática: curso colegial moderno* de Luiz Mauro Rocha e Ruy Madsen Barbosa, publicada em 1970, possuindo uma abordagem diferenciada das anteriores e contemplando o ideário do MMM, pois explora a geometria das transformações apoiadas na linguagem moderna das estruturas e a Geometria Analítica é explorada de forma essencialmente algébrica, no entanto, o “tratamento gráfico ou geométrico fica em certa medida num segundo plano (VALETIM JÚNIOR, 2013, p. 106).

Com relação ao volume três da *Matemática na Escola Renovada*, de autoria de Scipione di Pierro Netto e Célia Contin Góes, publicado em 1972, a Geometria Analítica “era abordada em todos seus elementos para o ensino secundário” conforme identificou Valetim Júnior (2013, p. 93). Nessa mesma obra são propostos quase 100 exercícios envolvendo propriedades, aplicações e algumas demonstrações. O último livro analisado pelo autor, é o terceiro volume da coleção *Matemática*, destinado à 3ª série, de Gelson Iezzi e outros autores, publicado em 1974. A proposta para o ensino da Geometria Analítica utiliza é que ocorra por processos algébricos fazendo com uso de figuras coloridas, diferenciando das demais analisadas por esse recurso gráfico e por “[...] tentar reduzir ao mínimo possível a formalização” (VALETIM JÚNIOR, 2013, 106).

Com os resultados dessas pesquisas envolvendo o ensino de Geometria, nota-se uma predominância em relação às propostas que utilizaram as transformações geométricas, no entanto, a partir das conclusões de Fraga (2004), Camargo (2009) e Silva (2014), o grupo baiano, coordenando por Omar Catunda e Martha Dantas, que de fato apresentou inovação e eficácia com a proposta para o ensino da Geometria considerando as discussões realizadas em tempos do MMM. Isso mostra que esse grupo baiano, formado pelos mesmos autores da coleção *Matemática*, que é considerada como fonte privilegiada nesta pesquisa, já se destacavam em relação a outras produções da época em relação a produções para o 1º ciclo do Ensino Secundário. Desse modo, esta pesquisa apresenta uma análise mais detalhada sobre a proposta para o ensino de Geometria para o 2º ciclo, não contemplada nas pesquisas já concluídas que foram localizadas.

Outro fator que se destacou nas pesquisas é a predominância dos livros didáticos como principal fonte utilizada pelos pesquisadores. Por meio deles, foi possível compreender as propostas para o ensino de Geometria na perspectiva dos autores e suas obras, no entanto, em nenhuma pesquisa foi intenção dos pesquisadores, se atentar aos sinais de utilização e analisar como essas obras circularam em instituições de ensino. Nesse sentido, a proposta desta pesquisa é considerar a coleção *Matemática*, analisando a orientação dos autores para o ensino de Geometria, e também, compreender os locais por onde ela circulou, trazendo elementos, quando possível, da Geometria presente em sua utilização.

1.2 Aportes teórico-metodológicos

A presente pesquisa é histórica sendo importante evidenciar as tendências e concepções sobre o que se entende por História da educação matemática. Para Valente (2013, p. 24) “[...] os diversos modos existentes que tratam da história da educação matemática distinguem-se, ao que tudo indica, pelo lugar ocupado pelos pesquisadores interessados no assunto”.

Desse modo, por se caracterizar como uma pesquisa da História da educação matemática, implica em conformidade com Valente (2013, p. 24) “na necessidade de apropriação e uso do ferramental teórico-metodológico elaborado por historiadores para escrita da história”. Essa “base teórico-metodológica” já era discutida pelo mesmo autor em trabalho anterior, identificando “[...] como o lugar onde é possível encontrar os caminhos por onde a pesquisa irá trilhar” (VALENTE, 2007a, p. 28).

Nesse contexto foram considerados como aportes teóricos as formulações de autores como Roger Chartier (1990; 1991; 1997; 2009; 2010), do qual foi possível compreender um modo de fazer alinhado com as bases da História Cultural, Dominique Julia (2001) para estudo da cultura escolar, Alain Choppin (2004), que auxiliou na compreensão da história dos livros didáticos e outros pesquisadores brasileiros da História da educação matemática com os quais se teve diálogos.

A pesquisa histórica que está inserida em uma abordagem da História Cultural, possui entre seus principais representantes o historiador francês Roger Chartier. Para esse autor “[...] a história cultural, tal como a entendemos, tem por principal objetivo identificar o modo como em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade social é construída, pensada, dada a ler” (CHARTIER, 1990, p. 16-17). O que leva a refletir, no contexto desta investigação, em como os saberes geométricos foram construídos para o Ensino Secundário na coleção *Matemática e* quais representações podem ser lidas quanto ao ensino postulado desses saberes.

Para isto, é necessário compreender o ambiente de produção dessa coleção de livros, à época, o local e as motivações dos autores, conforme afirmou Choppin (2004), sendo necessário conhecer as propostas da matemática escolar que estavam em discussão na época da escrita dos livros, para avaliar a estratégia escolhida pelos autores. Essas estratégias podem ser compreendidas pelas *apropriações*, aqui entendida com Chartier (1990) e tem por objetivo “[...] uma história social das interpretações, remetidas para as suas determinações fundamentais (que são sociais, institucionais, culturais)” (CHARTIER, 1990, p. 26).

Trazendo para o contexto desta pesquisa, volta-se “[...] à atenção para as condições e os processos que, muito concretamente, sustentam as opções de produção do sentido”, conforme propõe Chartier (1991, p. 180). Nesse sentido, o conceito *apropriação* é fundamental para compreender como o ensino de Geometria para o segundo ciclo do Ensino Secundário foi proposto na coleção *Matemática*, produzida em tempos do Movimento da Matemática Moderna, a partir das *apropriações* dos autores em eventos nacionais e internacionais como também o envolvimento que tiveram às discussões educacionais no período do MMM e de escrita da coleção de livros didáticos.

Para além dessas *apropriações* dos autores com relação à orientação para o ensino de Geometria da coleção, se olhou também para os “[...] modos como foram lidos e mobilizados em diversos contextos culturais e sociais os mesmos textos” (CHARTIER, 2010, p. 29), que se refere a compreensão de alguns aspectos da circulação e dos usos da coleção *Matemática* por alunos e professores, em instituições de ensino na Bahia. Nesse caso, a compreensão da circulação dos livros didáticos analisados nesta pesquisa, “[...] não a reduz a simples difusão, pensada geralmente como um movimento descendente na escala social” (CHARTIER, 1990, p. 138), considerando-se também os espaços que os livros ocuparam, como se deu o acesso por parte de professores e alunos que o utilizaram, para quais fins eram utilizados, verificando também a implementação das propostas para o ensino de Geometria, dentre outras questões.

A utilização dos livros didáticos torna-se relevante ao considerar a história da coleção *Matemática* como uma história com leitor e com autor, no sentido de Chartier (1997, p. 33), quando problematiza a respeito da materialidade do livro e das limitações nas abordagens que “[...] se recusam a considerar a maneira como uma obra é lida, recebida, interpretada”. Uma atitude distante dessa perspectiva está na caracterização da relação entre as “intenções do autor – e as respostas dos leitores” (CHARTIER, 1997, p. 37). Assim, analisar aspectos da utilização dos livros didáticos permitiu confrontar as propostas para o ensino de Geometria e como isso chegou aos leitores nas instituições de ensino.

Nesse sentido é preciso considerar que o livro didático é um elemento importante da *cultura escolar*, aqui entendido conforme propõe Dominique Julia (2001, p. 10) como um “[...] conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses

comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas”.

Os vestígios do passado, deixados em publicações, anotações, marcas de uso etc., auxiliam o historiador, que realiza uma operação historiográfica, buscando identificar diferentes aspectos, que lhe possibilitaram a construção de uma narrativa a ser julgada por seus pares. Na compreensão do papel do historiador pontua-se, conforme Valente (2013, p. 28), que a ele não cabe mais coletar fatos do que ocorreu noutros tempos descrevendo-os consoante os documentos que encontra. Segundo o autor, o papel do historiador é de construir fatos. A construção desses fatos ocorre por meio das fontes, que são documentos localizados e analisados pelo historiador.

Como dito anteriormente, os livros didáticos da coleção *Matemática* compreendem a principal fonte desta investigação e foram considerados como documentação privilegiada, evidenciando a importância de compreender o contexto de sua produção, os debates que estavam ocorrendo, os eventos e as discussões que os autores estavam participando, as escolhas feitas por eles, dentre outras questões. Concebê-los com essa importância, segundo Bittencourt (2011), possibilita a consolidação de análises com base na História Cultural, especialmente no que se refere à história do livro, à circulação da cultura escrita e das práticas de leituras.

Desse modo, os livros didáticos, escrevem a história de um tema, de uma noção, de um personagem, de uma disciplina, ou de como a literatura escolar foi apresentada por meio de uma mídia particular, conforme ressaltou Choppin (2004). Nessa perspectiva, através dos livros didáticos é possível ler a “[...] trajetória histórica de constituição e desenvolvimento da matemática escolar no Brasil”, como afirmou Valente (2008, p.141).

Um exemplo da contribuição dos livros didáticos na história da matemática escolar no Brasil é a avaliação de que tenham atuado como instrumentos precursores do MMM, aqui no Brasil, juntamente com outras ações, como apresentado por Vilela (2009). Essa participação ocorreu sobretudo por dois motivos:

[...] por que alcançavam os municípios mais afastados dos grandes centros, onde os professores não tinham outras oportunidades de acesso às informações sobre o movimento; porque tinham o impacto quase direto e imediato sobre a sala de aula. (OLIVEIRA; SILVA; VALENTE, 2011, p. 33)

Esses livros contribuíram não apenas pelo fato de chegarem aos locais mais distantes, mas também, como exposto por Choppin (2004, p. 554), sua adoção:

[...] nas classes, seu modo de consumo, sua recepção, seus descartes são capazes de mobilizar, nas sociedades democráticas sobretudo, numerosos parceiros (professores, pais, sindicatos, associações, técnicos, bibliotecários, etc.) e de produzir debates e polêmicas.

O alcance dos livros didáticos, juntamente com suas propostas e direcionamentos para o ensino, torna-se uma relevante fonte de dados, e se constituem uma peça fundamental na história do ensino de matemática. Pois, a análise de livros didáticos, como cita Oliveira (2010), pode trazer importantes contribuições para a compreensão das concepções educacionais que circulavam em determinado período da História da Educação, permitindo perceber como se pretendia que tais concepções fossem operacionalizadas nas salas de aula.

Para compreender essas concepções educacionais Valente (2008, p. 159) sugere romper,

[...] com a análise estritamente interna dos conteúdos matemáticos desses livros, em que o historiador da educação matemática buscará enredá-lo numa teia de significados, de modo a que ele possa ser visto e analisado em toda a complexidade.

Se tratando da coleção *Matemática*, para enredá-la em uma teia de significados é importante compreender o contexto de sua produção, os debates que estavam ocorrendo, os eventos e as discussões que os autores estavam participando, as escolhas feitas por eles. Para isso, foram considerados os trabalhos de autores que discutem o Movimento da Matemática Moderna, como Barrantes e Ruiz (1998), Guimarães (2007), Valente (2008), Dias (2008) e Oliveira, Silva e Valente (2011).

Tendo em vista essa teia de significados, não se pode descartar nenhum dos elementos vinculados à obra, como é afirmado por Valente (2008), o qual considera importante conhecer como se deu a concepção da obra pelos autores, o processo de sua produção, se passou por edição, chegando às mãos de alunos e professores, sendo finalmente por eles utilizada.

Considerando as orientações dos autores citados anteriormente e os aspectos que devem ser considerados no momento de analisar os livros didáticos, segue a apresentação dos movimentos desta pesquisa para compreender as propostas para o ensino de Geometria na coleção. O primeiro passo foi a localização dos livros didáticos e demais fontes.

1.3 A Constituição do *Corpus* da pesquisa

Os exemplares da coleção *Matemática* utilizados nesta pesquisa foram localizados a partir de uma busca na internet e encontrados no Sebo na cidade de Nova Friburgo, no estado do Rio de Janeiro⁹. Pelas marcas de carimbo e adesivos apresentados, os três volumes da coleção pertenceram à biblioteca da Faculdade de Filosofia Santa Dorotéia¹⁰, em Nova Friburgo, no Rio de Janeiro. Essa localização revela que o “[...] encontro de obras didáticas de outros tempos em bibliotecas, em sebos, em arquivos particulares é fundamental para a investigação histórica do trajeto da educação matemática” (VALENTE, 2008, p. 156).

O *Guia do Professor*, uma obra de apoio à coleção *Matemática*, voltada para os professores, foi encontrado em um evento organizado pelos historiadores do Arquivo Público do Estado de Sergipe (APES), realizado em Aracajú¹¹. Pelos carimbos apresentados em algumas páginas, esse *Guia* pertenceu à Biblioteca Prof. Leão Magno Brasil, do Colégio Estadual Atheneu Sergipense¹², situando na cidade de Aracajú, em Sergipe.

Para compreender a proposta para o ensino de Geometria no Ensino Secundário, olhou-se para as fontes na tentativa de analisar como os autores da coleção se posicionavam com relação aos debates em âmbito nacional e internacional, como também compreender elementos da experiência deles com a escrita de outras coleções didáticas, levando em conta as leis que estavam em vigor no período de produção dos livros.

Foram considerados trabalhos que discutem sobre esse momento histórico no âmbito internacional e nacional. Documentos como *Un programme moderne de mathématiques pour l'enseignement secondaire* (OECE, 1961), em Dubrovnik, elaborado a partir do *Seminário de Royaumont*, esse texto foi traduzido por Jacy Monteiro e publicado pelo Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), em 1965.

⁹ A autora deste trabalho teve contato com outros exemplares dos livros da coleção *Matemática* em seu trabalho de conclusão de curso.

¹⁰ De acordo com o Cadastro Nacional de Cursos e Instituições de Educação Superior Cadastro e-MEC, a Faculdade de Filosofia Santa Dorotéia foi uma instituição de ensino superior, situada na cidade de Nova Friburgo, no Rio de Janeiro. Disponível em <http://emec.mec.gov.br/emec/consulta-cadastro/detalhes-ies/d96957f455f6405d14c6542552b0f6eb/NjE0>.

¹¹ Esse evento refere-se XVII Seminário Temático do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática (GHEMAT) que teve como tema de Materiais Didáticos e História da Educação Matemática.

¹² Segundo a Secretaria de Estado da Educação de Sergipe, o Colégio Estadual Atheneu Sergipense está em funcionamento desde 1820, com 200 anos de existência. Disponível em: <https://seed.se.gov.br/>.

Sobre os documentos oficiais que orientaram o ensino na década de 1970, foram consideradas a Lei nº 4.024/61 correspondentes a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), Lei Orgânica do Ensino na Bahia de 1961 e Lei 5.692 de 11 de agosto de 1971. A utilização desses documentos fez-se necessário pois as leis, assim como os decretos, as normas e reformas da educação, constituem um material precioso para a análise de como a educação é pensada em diferentes momentos históricos e de que modo se busca ordenar a sua prática (VALENTE, 2013).

Tendo em vista que a produção da *Matemática* ocorreu em um período de intensos debates para implementação de mudanças na matemática escolar que ficou conhecido como MMM, buscou-se compreender esse movimento e suas relações com o Ensino Secundário no contexto baiano¹³ no sentido de compreender como se deu a produção dos livros. Para isso, foi realizado um levantamento de referências e documentos que abordaram tal temática, de modo a compreender o contexto em que o movimento aconteceu, seu início, principais representantes e ideias norteadoras.

Para isso, foram localizados alguns documentos como depoimentos importantes de Martha Dantas na Biblioteca Central da UFBA, publicados a partir da segunda metade da década de 1980, no periódico *Cadernos do Instituto de Física da Universidade Federal da Bahia*. Foi considerada também sua tese, apresentada durante o Concurso para Professor Titular da UFBA em 1971.

Com relação a Omar Catunda, se considerou um artigo publicado na Revista Ciência e Cultura, publicado em 1957, com o título *Introdução dos Conceitos no Ensino de Matemática*. O artigo foi publicado novamente na Revista Sociedade Brasileira de História da Educação, em 2001. Nas buscas também foi localizado uma palestra de Catunda intitulada *La Preparacion de Profesores de Matemáticas*, em que representou o Brasil na Conferência Interamericana de Educação Matemática, em 1961, sendo publicada em 1962.

Esses depoimentos possibilitaram conhecer a trajetória dos coordenadores da escrita dos livros, sendo estes Martha Dantas e Omar Catunda. O que foi complementado por trabalhos que discutiam também as trajetórias e concepções educacionais dos autores, como por exemplo o trabalho de Dias (2001), Camargo (2009), Freire (2009), Gomes (2014) e Santos (2017).

¹³ A escolha por esse estado se justifica por ser o local de produção e utilização da coleção *Matemática: Segundo ciclo, ensino atualizado*.

Na identificação desses documentos foi considerado também a publicação intitulada *Um programa moderno de matemática para o ensino secundário*, de 1965, e os anais da *Segunda Conferência Interamericana sobre Educação Matemática*, que ocorreu em Lima, no Peru, no mês de dezembro em 1966.

Partindo da seleção e leitura desses documentos, a investigação se movimentou no intuito de compreender como os autores chegaram a um consenso a respeito da proposta para o ensino de Geometria na coleção *Matemática*, escrita para o 2º ciclo do Ensino Secundário. Os resultados desse primeiro movimento são apresentados no terceiro capítulo.

O segundo movimento desta pesquisa, cujos resultados estão no quarto capítulo, dedicou-se a compreender alguns aspectos relacionados à circulação e a utilização dos livros dessa coleção, em instituições de ensino na Bahia. Para investigar essa utilização, a memória de alunos e professores foram priorizadas, considerando o uso da coleção no período que compreende o início das décadas de 1970, 1980 e 1990. De acordo com os depoimentos de professores e alunos que usaram a coleção, esses livros também foram consultados para uso em 2003, e entre os anos de 2011 a 2014. Mesmo que a circulação e utilização da coleção *Matemática* tenham ocorrido também em período posterior a década de 1970, foram resultantes de *apropriações* dessa obra e desse tempo, por essa razão, nesta pesquisa será considerada como recorte temporal apenas a primeira metade da década de 1970, que se refere ao período em que os livros da coleção *Matemática* e o *Guia do Professor* foram publicados.

A localização de professores e alunos que utilizaram a coleção *Matemática* ocorreu mediante busca na internet. Inicialmente foi considerada a rede social Facebook e, posteriormente, o Instagram, em um grupo de egressos da Escola Técnica Federal da Bahia¹⁴. A escolha por egressos dessa instituição ocorreu pela identificação da mesma nas marcas de uso deixadas em exemplares da coleção *Matemática*. Assim, foram enviadas mensagens individuais para os participantes do grupo de egressos. Com alguns retornos foram localizados os primeiros colaboradores e por intermédio deles, novas conexões foram estabelecidas.

A memória dos estudantes e professores que utilizaram esses livros dá acesso a informações únicas, pois cada um destes tiveram uma experiência singular com os livros, evidenciando suas *apropriações* relacionadas ao ensino de Geometria. E todas elas são

¹⁴ A Escola Técnica Federal da Bahia (ETFBA) se destaca na década de 1970 pela “[...] formação de técnicos industriais e de incorporação de parcela importante da população jovem da cidade no mercado de trabalho industrial” em Salvador na Bahia e na Região Metropolitana (BRITO; VANIN, 2017, p. 2).

relevantes, pois, de acordo com Chartier (2009, p. 24), “[...] a memória é conduzida pelas exigências existenciais das comunidades para as quais a presença do passado no presente é um elemento essencial da construção de seu ser coletivo”. O que resulta em uma produção histórica em que cada participante conta a sua versão da história do seu processo de ensino ou de aprendizagem.

Dessa forma, foi organizado um roteiro para conduzir a entrevista com ex-alunos e ex-professores de instituições escolares onde os livros foram utilizados, a fim de compreender suas experiências com a utilização da coleção pesquisada. Participaram desse processo cinco colaboradores, com os quais foram realizadas entrevistas. Inicialmente foi realizado um contato telefônico e por e-mail, quando foi esclarecido sobre a pesquisa e todos encaminhamentos necessários. A partir do consentimento dos participantes e assinado o Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE), foi agendado um encontro para a realização das entrevistas. Os participantes tiveram acesso ao roteiro da entrevista com antecedência, conforme apresentado no Apêndice A, para os estudantes, e no Apêndice B, para os professores.

A estrutura foi a mesma para todos os participantes, porém com algumas adequações, pois as questões tinham sido preparadas para os que usaram a coleção na Escola Técnica Federal da Bahia e, posteriormente, apareceram colaboradores de outras instituições de ensino. Os pontos sugeridos para a discussão, compreendiam destacar a instituição em que a coleção foi usada, como era a instituição e o local em que estava localizada, como eram as aulas de matemática, a afinidade do entrevistado (a) com as aulas de matemática, os volumes da coleção *Matemática* que utilizou, como adquiriu esses livros, como utilizava esses livros, se havia alguma recomendação para a escolha deles, se recomendaria, dentre outras questões.

As entrevistas foram registradas em gravador portátil¹⁵ e realizada em local, data e horário agendados conforme a disponibilidade dos depoentes, visando o conforto e a ausência de transtornos. Em momento posterior ocorreu a transcrição do discurso oral para um equipamento técnico. Após as etapas de transcrição e produção de um texto, os depoentes tiveram acesso para leitura, podendo sugerir modificações, caso avaliassem como necessário, e finalmente, a autorização.

¹⁵ O material audiogravado será mantido de posse do pesquisador durante o período de cinco anos. Após esse período o áudio será apagado.

Por conta da Pandemia da Covid-19 que se instalou no ano de 2020, as duas últimas entrevistas foram realizadas de modo remoto e o TCLE, bem como o roteiro da entrevista foram compartilhados via e-mail.

Cada participante contou a sua *representação* da história do seu processo de ensino e de aprendizagem. Também, tiveram oportunidade de contribuir para uma reflexão a respeito do uso dos livros didáticos da coleção *Matemática*.

De posse desse material, além do *Guia do Professor* e dos livros da coleção *Matemática*, em diálogo com os autores da História Cultural, bem como de autores que discutem o Movimento da Matemática Moderna, buscou-se responder à questão da pesquisa. Nesse intuito, no próximo capítulo é apresentado o *cenário da pesquisa*, no qual se discute o MMM, as propostas para o ensino da matemática que estavam circulando no cenário nacional e internacional e o engajamento dos autores da coleção *Matemática* nesse contexto.

CAPÍTULO II - CENÁRIO DA PESQUISA, MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA E O ENSINO SECUNDÁRIO

Compreender a Geometria para o segundo ciclo do Secundário na coleção *Matemática*, inclui contextualizar, partindo da compreensão do Ensino Secundário no Brasil, os movimentos no ensino de Matemática no período em que ocorreu a produção e utilização da coleção em questão, como também as *apropriações* dos autores.

O Ensino Secundário passou por uma reformulação a partir da Lei Orgânica em 9 de abril de 1942, mediante o Decreto-lei nº 4244. Sendo promulgada durante o governo de Getúlio Vargas¹⁶ a lei organizou esse segmento de escolarização com duração de sete anos, dividido em dois ciclos, sendo o primeiro ciclo, denominado ginásial, composto por quatro séries. O segundo ciclo, por sua vez, seria dividido em três séries, com duas modalidades: o curso clássico e o científico.

Anos depois, o Ensino Secundário como educação de grau médio, passa a ser regulamentado pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional a Lei nº 4.024 20 de dezembro de 1961. Quanto à nomenclatura dos ciclos, foi mantida a do primeiro, o ciclo ginásial, com a mesma duração de quatro anos, porém o segundo ciclo com duração de três anos passou a ser chamado de colegial.

Para além da orientação oficial quanto ao ensino, em especial o ensino de matemática, o período que essas leis foram promulgadas havia movimentos em prol do ensino de matemática em âmbito nacional e internacional.

Exemplificando os acontecimentos externos ao âmbito educacional, destaca-se o período pós II Guerra Mundial, no qual as competências matemáticas dos estudantes, segundo Dias (2008), deveriam atender às necessidades modernas de uma sociedade que apresentava um acelerado desenvolvimento científico, tecnológico e econômico, exigindo profissionais especializados com treinamento matemático de alto nível.

¹⁶ No período referente a Era Vargas (1930-1945), havia uma corrida pela modernização e industrialização fazendo-se urgente complementar as competências do Ensino Médio. E escolas estavam sendo construídas e era imperioso treinar os professores até então leigos. As Inspetorias Seccionais do Ensino Secundário, subordinadas às Secretarias Estaduais de Educação, já existiam quando a Lei que reorganizou o ensino secundário foi promulgada (BARALDI; GAERTNER, 2010)

Paralela a essa necessidade da época, houve iniciativas e realizações que impulsionaram o momento de mudanças e renovação no ensino da matemática na década de 1950¹⁷, em diversos países. A exemplo, tem-se a criação do Comitê de Matemática Escolar da Universidade de Illinois em 1951, conforme Dias (2008), por meio dele se colocou em prática o primeiro projeto de modernização do programa de matemática no nível secundário.

Esse segmento de ensino também apreendeu alguns direcionamentos com a criação do *School Mathematics Study Group* (SMSG), em 1958 na Universidade de Yale, nos Estados Unidos. O grupo tinha como objetivo melhorar o ensino de matemática e desenvolver livros didáticos de matemática para o Ensino Secundário, manifestando em diversos países, inclusive o Brasil (OLIVEIRA FILHO, 2009; RAMOS, 2012).

Com respeito a essa melhora no ensino de matemática, o diretor do SMSG, o professor Edward Begle destaca, a elaboração de um programa que preservasse as técnicas e habilidades matemáticas, possibilitando aos estudantes uma compreensão da matemática que daria suporte para as habilidades e as novas técnicas necessárias em seu futuro. Destaca também a preparação de professores para ensinar os novos programas, conforme Begle (1962).

2.1 O Seminário de Royaumont e as recomendações a serem implementadas no Ensino Secundário

Dentre todos esses eventos e ações em prol da modernização da matemática na década de 1950, destaca-se o *Seminário de Royaumont*, organizado pela Organização Europeia de Cooperação Econômica (OECE) na França em 1959, o qual é considerado como marco referencial do que hoje é conhecido como MMM. A novidade do seminário, segundo Oliveira, Silva e Valente (2011, p. 21) foi ter assinado o reconhecimento, por parte dos representantes dos governos¹⁸, da existência de uma agenda comum de reformas a serem empreendidas no Ensino Secundário.

¹⁷ No primeiro ano dessa década, em 1950, foi criada a Comissão Internationale pour l'Etude et l'Amelioration de l'Enseignement de Mathématiques (CIEAEM), de acordo com Felix (1986) a Comissão tinha como propósito a coordenação de trabalhos realizados por profissionais de diferentes nacionalidades e formações. Como exposto por Dias (2008), no ano seguinte, em 1952, houve a revitalização da CIEM como ICMI (International Commission on Mathematical Instruction). E em 1959 nos EUA o College Entrance Examination Board estabeleceu como requisito para acesso à universidade um domínio atualizado da matemática, como conjuntos, estruturas algébricas, funções, relações e coordenadas no estudo da geometria.

¹⁸ Nesse seminário esteve presente, segundo Guimarães (2007) e Dias (2008), cerca de 50 delegados de 18 países europeus, Canadá e EUA. Esses países poderiam enviar até três representantes, podendo ser um matemático

Segundo Guimarães (2007), a finalidade principal na proposta do *Royaumont*, era pensar a continuação de estudos dos alunos e as necessidades do ensino superior. Visando acabar ou reduzir a distância entre a Matemática dos programas das escolas secundárias e aquela que se estudava nas universidades. Nota-se que nessa proposta o ensino de matemática era pensado para um público específico, ou seja, para alunos que fossem continuar seus estudos, vinculando o ensino básico às necessidades do ensino superior. Nesse sentido, uma das importantes conclusões pode ser vista na seguinte resolução:

Todos os participantes da sessão de estudos declararam-se de acordo quanto a necessidade de modernizar o ensino da matemática. Para realizar essa modernização é indispensável que cada país redija novos livros didáticos e novos manuais. Esse trabalho ficará muito facilitado se um plano sinótico indicado as diferentes possibilidades de reforma for posto à disposição dos países, para ajudá-los a redigir seus próprios manuais escolares e a submetê-los a experiências sistemáticas. (GEEM, 1965, p. 1)

Nessa resolução ficavam os encaminhamentos para os países elaborarem novos livros didáticos e novos manuais, inserindo e experimentando as novas propostas então discutidas no seminário. Propostas que deveriam considerar “o ensino da matemática pela descoberta, pela intuição, pela utilização da criatividade, e não pela repetição de exercícios ou pela mecanização de procedimentos” (RIOS, 2010, p. 92)

Para que os objetivos fossem alcançados com rapidez, a OECE organizou uma “[...] comissão de peritos composta de professores de matemática das universidades, das escolas secundárias e de instituições encarregadas de formar professores do ensino secundário” (GEEM, 1965, p. 1). É possível observar o cuidado na escolha dos membros da comissão, compreendendo profissionais ligados ao ensino de matemática em diferentes níveis de ensino, mas que de algum modo estão conectados no propósito de um ensino de matemática que consiga atender as necessidades do cenário educacional do período.

Essa comissão foi reunida na Iugoslávia no período de 21 de agosto a 19 de setembro de 1960, no *Seminário de Dubrovnik*, como o propósito de “elaborar os elementos de um programa moderno de ensino de matemática nos estabelecimentos secundários europeus” GEEM (1965, p. 2). Segundo Camargo (2009), nesse evento, foi elaborado o livro intitulado de “*Um programme moderne de mathématiques pour l’enseignement secondaire*”¹⁹ Dos resultados dos trabalhos

eminente, um reputado professor de matemática do ensino secundário e um especialista em "pedagogia" da matemática ou um funcionário do ministério da educação.

¹⁹ Esse livro posteriormente foi editado em 1963 e traduzido pelo matemático Jacy Monteiro obra, com o título de “Um programa moderno de matemática para o ensino secundário”, publicado em 1965 pelo Grupo de Estudos em Ensino da Matemática (GEEM), conforme evidência Camargo (2009).

propostos pelo grupo, a Geometria estava entre os de prioridade. No relatório foi apresentado algumas colocações importantes sobre a Geometria para estudante com idade entre 15 e 18 anos, faixa etária que correspondia aos estudantes do 2º Ciclo do Ensino Secundário no Brasil.

O programa de geometria aqui proposto visa realizar uma síntese dos ensinamentos dados em diferentes países, sobre diversos nomes, tais como geometria sintética ou direta, geometria analítica. Falaremos, pois, somente de geometria, mas inclui em nosso estudo os vectores (de inícios sem, depois com produto escalar), as coordenadas (inicialmente afins, depois retangulares) e a geometria sintética. Introduziremos nesse estudo técnicas permite dar demonstrações que insistem sobre a continuidade dos elementos estudados. Por isso, é importante notar que os números reais (coordenadas) e os vetores (espaços vetoriais), estão integrados no programa de geometria proposto. GEEM (1965, p. 151)

A proposta para o ensino de Geometria presente nesse relatório tinha influência do ensino realizado em vários países e adaptada “à média de alunos bem-dotados”, não atendo a realidade de todos os países. Nesse sentido, ficou decidido que o programa poderia ser adequado (GEEM 1965, p. 2).

2.2 Prosseguimento da reforma e envolvimento de Omar Catunda e as autoras baianas

Nos anos seguintes, foram realizadas várias reuniões²⁰ para prosseguir com a reforma. A exemplo, Oliveira, Silva e Valente (2011) citam em seu livro a Primeira Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM) que aconteceu em dezembro de 1961, realizada na cidade de Bogotá na Colômbia, por iniciativa da *International Comission on Mathematical Instruction* (ICMI) e presidida pelo matemático norte-americano Marshall Stone.

A intenção dessa Conferência era, segundo Barrantes e Ruiz (1998, p. 9), estender aos países latino-americanos a reforma que estava ocorrendo no ensino de matemática em muitos países, principalmente na Europa e nos Estados Unidos. Dentre as principais ideias levantadas ao longo da Conferência destacam-se:

²⁰ Barrantes e Ruiz (1998) destacam as reuniões de Arhus na Dinamarca que aconteceu em 1960, as de Zagreb e Dubrovnik na Yugoslavia no mesmo ano. Além dessas, realizou-se também a reunião de Bolonia em 1962, a de Atenas em novembro de 1963, a de Lyon, França, em 1969 dentre outras.

- a) A necessidade de mudar a maneira de ensinar geometria no ensino médio: adotar o ensino de geometria do ponto de vista da álgebra linear em detrimento do ensino de geometria euclidiana.
- b) A necessidade de ensinar matemática em geral através do estudo de grandes estruturas, a fim de destacar sua unidade. Nesse sentido, o ensino da álgebra moderna foi de grande importância.
- c) O exposto acima não poderia ser alcançado se, ao mesmo tempo, não fosse realizado um plano muito bem organizado, orientado para a formação de professores em serviço; tratava-se de treinar novas ideias no ensino de matemática nessas ideias e melhorar a pesquisa em matemática. (BARRANRES; RUIZ, 1998, p. 10, tradução da autora)

Como visto na citação anterior, em termos de conteúdo matemático, havia uma preocupação com a Geometria, especialmente no segundo ciclo do Ensino Secundário, a que Barrantes e Ruiz (1998) chamam de ensino médio²¹. E uma decorrência de discursos que defendiam uma metodologia de ensino, há um destaque para que o ensino que ocorresse por intermédio das grandes estruturas, reforçando a ideia da unidade da matemática.

Não somente isso, nota-se a partir das reuniões uma preocupação com a formação do professor como necessária para que as ideias defendidas se tornassem possíveis de acontecer. Nesse sentido, na CIAEM, Omar Catunda um dos representantes oficiais para coletividade Matemática brasileira relatou que a situação da formação de professores no Brasil era precária, destacando o fato de que muitos deles, ainda que reprovados no “exame de suficiência”²² continuavam ensinando. O reconhecimento da ausência da formação dos professores favoreceu a legitimação do intercâmbio ou do apoio externo, incluindo investimento em cursos (OLIVEIRA; SILVA; VALENTE, 2011).

Em 1966, com o intuito de analisar o progresso dessas orientações foi realizada em Lima, Peru, a *Segunda Conferência Interamericana de Educación Matemática*. Resultou desse evento, a publicação em 1969 de um relatório organizado por Howard Fehr, do qual foram extraídas as manifestações de alguns professores, tais como Marshall Stone (1966), Sangiorgi (1966) e Dantas (1966).

De acordo com Fehr (1969), nessa conferência, que tinha um aspecto mais de planejamento, havia também uma preocupação com o Ensino Secundário, com atuais problemas

²¹ A expressão “ensino médio” aparece oficialmente a partir da Lei 5.692 de agosto de 1971. Entende-se por ensino médio a educação correspondente ao segundo grau (BRASIL, 1971).

²²De acordo com Baraldi e Gaertner (2010) o exame de suficiência passa a ser uma forma emergencial de recrutar professores diante da escassez docente em 1946. Segundo Pinto (2008, p. 152) por meio do Decreto-Lei nº 8.777 de 22 de janeiro de 1946, o candidato aprovado obtinha o direito de lecionar nas regiões onde não houvesse disponibilidade de professores habilitados por faculdade de filosofia.

no desenvolvimento da educação matemática, especialmente na América Latina e o problema de “educar em qualidade e quantidade suficiente, os professores secundários e universitários” (FEHR, 1969, p. 11).

Em discurso de abertura da conferência, Stone (1966) apontou o problema trazido pela passagem dos estudantes da escola secundária para a universidade, afirmando que

[...] temos que olhar para ele como alguém que ingressa na universidade, onde terá de se adaptar a práticas de ensino desconhecidas para ele, à competição mais dura da parte dos seus colegas e padrões mais exigentes de atuação. O professor da escola secundária e o professor ou administrador universitário olham para o estudante de pontos de vista bem diferentes. (STONE, 1966, p. 21)

O dilema apresentado por Stone (1966), implicava olhar para o Ensino Secundário, no sentido de melhor preparar os estudantes para que estes pudessem avançar no meio acadêmico e em carreiras profissionais essenciais no desenvolvimento de economia. Sobre essa questão, um dos oradores brasileiros, na mesma conferência, o professor Osvaldo Sangiorgi, expôs que se formaram alguns Grupos de Estudos ligados às universidades com a intenção de melhorar e atualizar o ensino de matemática, principalmente no nível secundário (SANGIORGI, 1966, p. 77).

Ainda no contexto da conferência, a professora Martha Maria de Souza Dantas centrou sua fala no tema da preparação de professores para o trabalho em escolas secundárias a:

[...] tarefa de preparar professores no Brasil é por demais complexa já não pode ser ministrada a imbuir o corpo docente do espírito da matemática atual. Então, na maioria dos casos será necessário fornecer uma educação especial, em alguns casos corrigir inconveniência e outros, preencher o vácuo absoluto. (DANTAS, 1966, p. 168)

Nos discursos se falou também dos programas voltados ao Ensino Secundário, da elaboração de livros-texto, das Classes experimentais e dos planos a serem realizados (FEHR, 1969). No entanto o que foi relatado do Brasil nesses eventos internacionais, foi resultado de inquietações sobre o ensino de Matemática que se evidenciaram um pouco antes.

Por volta de 1950 havia no Brasil grande insatisfação entre os professores de matemática, a educação era antiquada, os programas inflexíveis e as mudanças, que ocorreram agora e então, ignoraram a opinião dos professores. Os Congressos do Ensino da Educação Matemática foram organizados tendo em mira uma reunião de professores de matemática de todo país com propósito de desenvolver as normas para um plano de trabalho comum. (FEHR, 1969, p. 218)

Fehr (1969)²³ segue argumentando que a insatisfação com o ensino da época se refletiu na realização de congressos nacionais. O primeiro deles aconteceu em Salvador na Bahia, o I Congresso do Ensino da Educação Matemática no período de 4 a 7 de setembro de 1955. Com 94 participantes, da conferência se extraiu a posição nacional com relação à educação matemática, concluindo que esta deveria sofrer uma mudança. Esse evento foi organizado por Martha Dantas, (DANTAS, 1993)

Entre os anos de 1955 a 1966 ocorreram cinco congressos²⁴ nos quais, segundo Flavia Soares (2001), começaram a ser discutidas novas direções para o ensino da Matemática no que diz respeito a currículo, metodologia, treinamento, material didático e formação de professores. Todavia, segundo Fehr (1969), em 1959 ainda não se sabia da Matemática Moderna, esse quadro mudou por conta da insistência dos professores secundários de matemática na criação de espaços de discussão e formação, com isso percebe-se a criação de vários Grupos de estudos em Centros de Estudo vinculados às universidades.

Uma ação a ser considerada nesse contexto, como a política governamental daquela época, ocorreu entre os anos de 1963 e 1965, o qual foi segundo Freire (2009) a criação de seis centros de ensino de ciências em diferentes estados do Brasil com o intuito de renovar o Ensino Secundário das disciplinas científicas, incluindo matemática, por meio de um programa de treinamento e aperfeiçoamento de professores. Como exemplo tem-se o Centro de Ensino de Ciência da Bahia (CECIBA) criado em 1965.

No contexto do CECIBA, havia a Seção Científica de Matemática (SCM)²⁵ cujos professores participantes objetivavam, segundo Freire (2009), uma renovação dos métodos e

²³ Esse trecho constava no relatório, mas não se pôde identificar quem era, desse modo foi identificada como de Fehr, por se tratar do organizador do relatório.

²⁴ O II congresso foi realizado em Porto Alegre (RS), em 1957, onde acrescentaram discussões sobre o ensino primário e formação de professores. O III Congresso aconteceu no Rio de Janeiro (RJ), em 1959. Teve participação de 500 professores e onde se discutiu os ensinos secundário, primário comercial, industrial e normal. Já o IV, ocorrido em 1962, em Belém (PA) abordou-se pela primeira vez a introdução da Matemática Moderna. Em 1966 o V Congresso foi sediado em São José dos campos (SP) e tinha como tema a Matemática Moderna na escola secundária, articulações com o ensino primário e com o ensino universitário, com 350 participantes (SOARES, 2001). Nesse mesmo período, nos anos 1957, 1961 e 1963 ocorreram segundo Sangiorgi (1965), os Colóquios Brasileiros de Matemática promovidos pelo Instituto de matemática pura e aplicada (IMPA) realizados pelas Sessões de Estudos destinados ao ensino de matemática na escola secundária e a sua articulação com o ensino superior.

²⁵ A equipe de profissionais da SCM foi formada com a contribuição de Neide Clotilde de Pinho e Souza, Eunice Conceição Guimarães, Norma Coelho Araújo e Eliana Costa Nogueira, todas graduadas em Matemática pela FF da UBa, professoras da UFBA e do curso secundário da capital baiana e, com um particular, ex-alunas de Martha

programas do ensino de matemática, no âmbito da formação de professores; realização de pesquisas; e na produção de publicações. Dentre as atuações desse grupo, tem-se o “Projeto para o ensino atualizado da Matemática em nível secundário” (DANTAS, 1996, p.64-69).

Em parceria com esses educadores, o projeto contou com a participação de Eliana Costa Nogueira, Neide Clotilde de Pinho e Souza, Eunice da Conceição Guimarães e Norma Coelho de Araújo. Todas elas “graduadas em Matemática pela FF da UBa”, sendo que as três primeiras foram alunas da professora Martha Dantas na disciplina *Didática Especial da Matemática* (FREIRE, 2009, p.63).

Dentre as ações do projeto desenvolvidas por esse grupo, Freire (2010) destaca a elaboração, experimentação e correção de apostilas para o curso ginásial, o 1º ciclo do Ensino Secundário, nomeada como *Curso experimental segundo os novos métodos do ensino da Matemática*. De acordo com a autora, essas apostilas deram origem à coleção *Matemática Moderna* sendo publicada posteriormente com o título *Ensino Atualizado da Matemática* em 1971 pela editora EDART.

Tendo em vista que o CECIBA encerrou oficialmente suas atividades em 16 de outubro de 1969 (FREIRE; DIAS, 2010), as autoras baianas, juntamente com Omar Catunda continuaram suas ações em outros espaços. Dentre as ações e produções do grupo, além da publicação da coleção *Ensino Atualizado da Matemática* para o ginásial em 1971, destaca-se a produção da coleção *Matemática: Segundo ciclo, ensino atualizado*, a qual se analisa nesta pesquisa e está sendo mencionada ao longo do texto apenas como *Matemática*. A referida produção teve seus três volumes publicados nos anos de 1971, 1972 e 1973 além da publicação de *Guia do professor*, no qual constavam orientações quanto ao uso da coleção, ocorreu em 1975.

No ano de 1975 houve também como apontado por Gomes (2014), a produção da coleção “*Ensino Atualizado da Matemática*, destinada à 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries do primeiro grau que faziam parte de um projeto intitulado *Processo entre a exposição e a descoberta* (PROED).

As coleções de livros didáticos foram produções realizadas na Bahia, mas que continham *apropriações* dos autores a partir do envolvimento e participação ativa em eventos realizados em diferentes localidades brasileiras e também no exterior, promovendo um intercâmbio de experiência de suas próprias práticas na qualidade de educadores.

Dantas na FF. Essas professoras, citadas acima, assumiram, em conjunto com a coordenadora, em tempo integral, os trabalhos da SCM. (FREIRE, 2010, p. 63)

Dentre as *apropriações* dos autores é possível destacar a preocupação com o ensino de Geometria. Martha Dantas (1993, p. 24) uma das autoras da coleção, a qual se investiga nesta pesquisa, sinaliza que “A Geometria tinha quase desaparecido dos programas do curso secundário [...] era preciso conhecer as causas que determinaram o seu desaparecimento”. No mesmo discurso, sinaliza que

[...] o estudo da geometria, através das transformações geométricas, permite assentar noções abstratas sobre bases intuitivas mais simples e mais sólidas tornando-as melhor compreendidas e facilitando a demonstração de propriedades que as envolvem. (DANTAS, 1993, p. 24)

Nesses trechos da fala de Martha Dantas é possível notar o quanto se preocupava com as limitações apresentadas, ou quase desaparecimento dos programas de ensino de Geometria. Em seu entendimento estudar a Geometria por meio das transformações geométricas seria uma possibilidade de resgatar sua presença nos programas do Ensino Secundário. De acordo com Luz (2007) as transformações geométricas aparecem em muitas obras sobre o MMM e define que uma “[...] figura é um conjunto de pontos, e uma transformação dessa figura é uma aplicação que, para cada um de seus pontos, faz corresponder um ponto do plano de acordo com uma definição dada” (LUZ, 2007, p. 178).

Essa credibilidade ao ensino de Geometria por meio das transformações geométricas se perpetuou em publicações posteriores. Conforme Camargo (2009), em 1988 foram publicados três livros tratando exclusivamente de conteúdos de Geometria, o que seria uma nova versão do PROED. O primeiro livro intitulado de “*As transformações geométricas e o ensino da geometria*”, era destinado aos professores. O segundo e terceiro livros, possuíam o mesmo título *As transformações geométricas e o ensino da geometria* em dois volumes, e parecem ser dirigidos aos alunos, visto que “contêm fichas de trabalho, destinados aos alunos de sétima e oitava série do primeiro grau” Camargo (2009, p. 79).

Diante disso, nota-se que Catunda e as professoras baianas, autores da coleção *Matemática*, fizeram algumas escolhas decorrentes da participação e envolvimento nos eventos e ações em prol da Matemática Moderna. Uma dessas escolhas refere-se à do ensino de Geometria por meio das Transformações Geométrica, como visto em muitos trechos desta seção. Mas, se tratando da coleção *Matemática*, como o ensino de Geometria para o segundo ciclo do Ensino

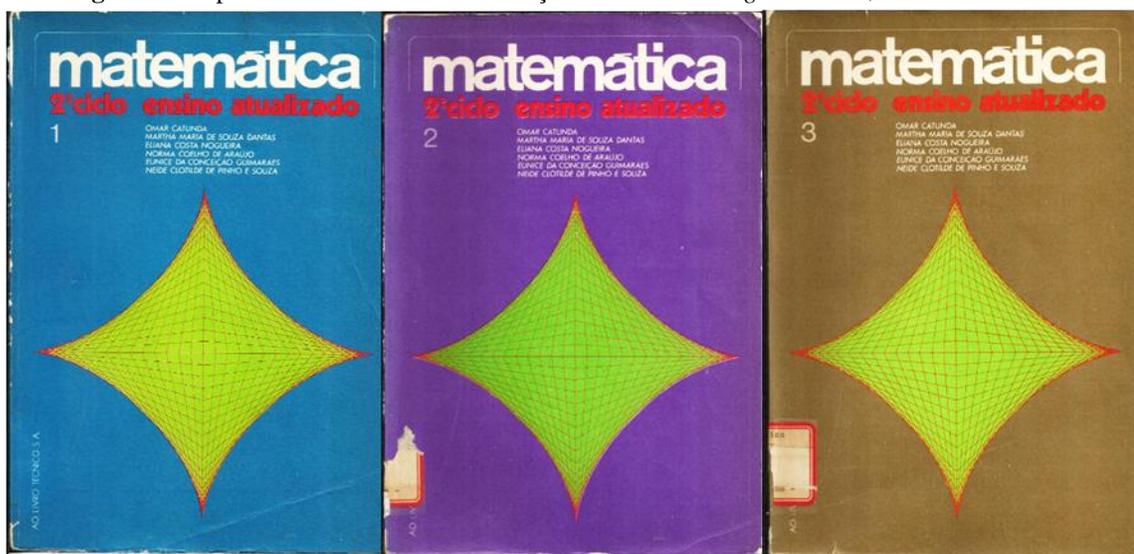
Secundário foi proposto na coleção *Matemática*, produzida em tempos do Movimento da Matemática Moderna?

CAPÍTULO III - A COLEÇÃO MATEMÁTICA: SEGUNDO CICLO, ENSINO ATUALIZADO

Para compreender a proposta para o ensino de Geometria, partiu-se do processo de produção da coleção *Matemática*, e nesse intuito, foi considerada a noção de *apropriação* de Roger Chartier, compreendendo a relevância de colocá-la no “[...] centro de uma abordagem de história cultural que se prende com práticas diferenciadas” (CHARTIER, 1990, p. 26), o que permitiu analisar como se deu o processo de escrita da coleção e a maneira como os autores se apropriam dos debates científicos nacionais e internacionais, e das diferentes propostas de mudanças voltadas para a matemática escolar.

A coleção *Matemática: segundo ciclo, ensino atualizado*, que está sendo mencionada abreviadamente como *Matemática*, é composta por três volumes e suas publicações ocorreram em anos consecutivos, sendo o primeiro volume publicado em 1971, o segundo volume em 1972 e o terceiro em 1973. Todos eles com 10.000 exemplares. As capas dos livros da coleção podem ser vistas na Figura 1.

Figura 1 - Capa dos livros didáticos da coleção *Matemática: segundo ciclo, ensino atualizado*.



Fonte: Catunda *et al.*, (1971; 1972; 1973).

As dimensões dos livros são iguais e medem 15,5 cm de comprimento e 23 cm de altura. A quantidade de páginas varia, o primeiro volume é composto por 217, o segundo 204 e o terceiro volume por 150 páginas. Além dessas características da estrutura física e da paginação,

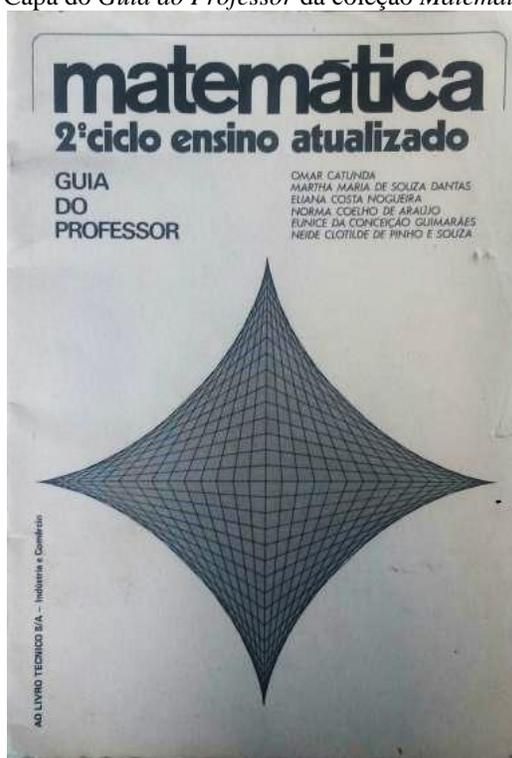
Choppin (2004, p. 559) chama atenção para aspectos da tipografia que “[...] fazem parte do discurso didático de um livro usado em sala de aula tanto quanto o texto ou as ilustrações”. Sobre esse processo de dar forma à comunicação escrita, a impressão das capas dos livros são coloridas, cada volume com uma cor diferente, todas com a ilustração de uma superfície, como observado na Figura 1.

A superfície apresentada nas capas está relacionada ao estudo de Cálculo Vetorial, o que se aproxima dos “novos” programas sugeridos pelo MMM que, de acordo com Guimarães (2007) daria ênfase à unidade da Matemática na introdução a novos tópicos e abordagens com características modernas, em que valorizasse a Álgebra e a Geometria vetorial.

As cores presentes nas capas não aparecem no interior dos livros, nos quais se observam as letras em cor preta e as folhas em tom amarelado, podendo ser visto na Figuras 3. Ainda sobre o interior dos livros, vale destacar que eles são compostos por textos e recursos gráficos, compreendendo definições, teoremas, explicações, aplicações, proposições, observações, exemplos, exercícios e ilustrações dos objetos matemáticos. Observa-se também nas capas, pedaços de etiqueta da antiga biblioteca à que pertenciam os livros da coleção, a biblioteca da Faculdade de Filosofia Santa Dorotéia, em Nova Friburgo, no Rio de Janeiro, uma instituição de ensino de nível superior.

Uma obra complementar e de apoio à coleção *Matemática* é o *Guia do Professor* (Figura 2), como o próprio título anuncia, essa é uma obra dirigida aos professores. Os autores propõem sugestões nesse material de como devem ser abordados os conteúdos, apresentam demonstrações, sugestões de exercícios com resolução, restrições e uma proposta para o ensino de Geometria por meio de fichas, valorizando a experimentação e as ilustrações com o uso de figuras geométricas.

Figura 2 - Capa do *Guia do Professor* da coleção *Matemática*.



Fonte: Catunda *et al.* (1975).

Neste guia, a capa é semelhante às capas dos livros didáticos da coleção, especialmente no que se refere à figura geométrica que a ilustra, reforçando a ideia de uma produção com o olhar para a Geometria. Em 1975, o Guia também foi publicado pela Editora “Ao Livro Técnico”, a mesma que publicou os volumes da coleção *Matemática*. Segundo Laurence Hallewell (2012), a editora surgiu em 1942, quando o Brasil passou a consumir mais livros e a atividade editorial técnica se torna comercialmente viável. Alguns anos depois, em 1960, a editora estava entre aquelas que cresciam na produção da área didática, ao lado de outras editoras como a Ática, Ibep, Moderna, a nova FTD, Scipione, Saraiva e outras. Esse crescimento na produção de livros didáticos está relacionado ao MMM quando considerado

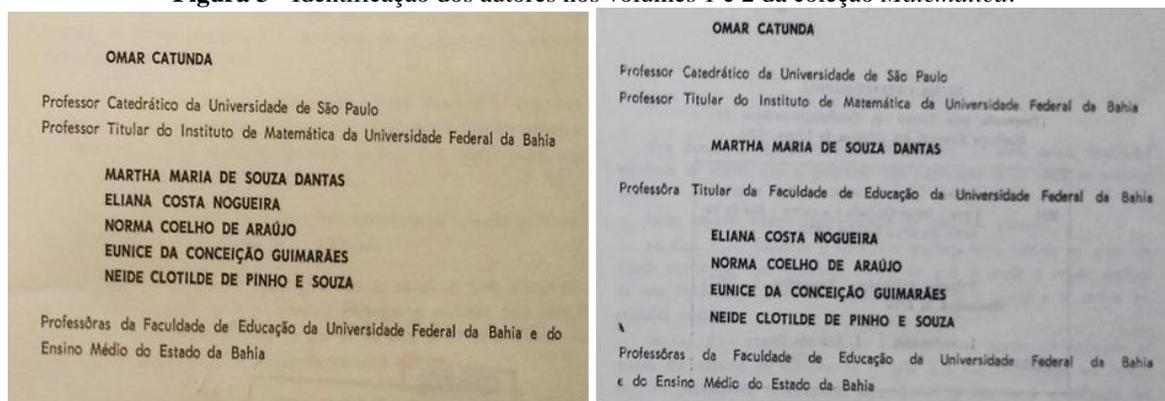
[...] como um produto da indústria editorial dos livros didáticos, que ampliou-se, multiplicou-se enormemente, acompanhando a expansão e a universalização dos sistemas escolares de ensino, em todos os níveis, em quase todos os países do globo terrestre. (DIAS, 2008, p. 03)

É possível perceber que o MMM favoreceu a indústria principalmente na produção e comercialização dos livros didáticos. E que essa contribuição à indústria favorece também o

próprio movimento à medida em que seus ideais se propagaram por intermédio dos livros didáticos alcançando professores de matemática e estudantes, com maior efetividade.

As editoras, representadas pela figura do editor, compõem os personagens que colaboram na construção do livro didático, ao lado de técnicos especializados dos processos gráficos e também dos autores (BITENCOURT, 1997). Em relação a esses personagens, os autores dos livros da coleção *Matemática* e do *Guia* foram os seguintes: Omar Catunda, Martha Maria de Souza Dantas, Eliana Costa Nogueira, Norma Coelho de Araújo, Eunice da Conceição Guimarães e Neide Clotilde de Pinto e Souza. Conforme ilustrado na Figura 3, Omar Catunda é apresentado na segunda página de cada volume como primeiro autor, identificado como professor catedrático da Universidade de São Paulo (USP) e como Professor Titular do Instituto de Matemática da Universidade Federal da Bahia. Na USP desenvolveu atividades de ensino e pesquisa no Departamento de Matemática da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) de 1934 a 1962. Em 1963, após solicitar sua aposentadoria na USP, assumiu atividades de ensino e pesquisa no Instituto de Matemática da Universidade Federal da Bahia, como professor titular, até sua aposentadoria compulsória, em setembro de 1976 (CATUNDA, 1985).

Figura 3 - Identificação dos autores nos volumes 1 e 2 da coleção *Matemática*.



Fonte: Catunda *et al.*, (1971; 1972).

Seguindo o nome de Catunda, aparece o nome de Martha Maria de Souza Dantas. No primeiro volume seu nome aparece seguido de Eliana Costa Nogueira, Norma Coelho de Araújo, Eunice da Conceição Guimarães e Neide Clotilde de Pinho e Souza, como professoras da Faculdade de Educação da Universidade da Bahia ²⁶e do Ensino Médio do Estado da Bahia.

²⁶ A Universidade da Bahia (UBa) foi constituída formalmente em dois de julho 1946, por Edgard Rêgo dos Santos, e além de sua fundação foram constituídos os estabelecimentos de Ensino Superior incluindo a Faculdade de Filosofia da Bahia (BERTANI, 2011). Em 1950, a Universidade da Bahia foi federalizada através da Lei nº 1.254 de

Porém, no segundo e terceiro volumes, Martha Dantas se destaca como professora titular da Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia, esse fato ocorreu pela defesa de sua tese para professor titular “Sobre a metodologia da matemática”, em 1971 (DANTAS, 1971).

Na Figura 4 encontram-se alguns dos autores dessa coleção. Essa fotografia foi encontrada no trabalho de Dias (2001) e, de acordo com o autor, da esquerda para direita, temos Arlete Cerqueira Lima, Albretch Hoppman, *Eliana Costa Nogueira*, Violeta Rogério Freire de Carvalho, Maria Augusta de Araújo Moreno, *Eunice da Conceição Guimarães*, *Norma Coelho de Araújo*, Nilza Rocha Medrado Santos, *Martha Dantas*, *Neide Clotilde de Pinho e Souza*, Renata Becker Denovaro e Rubens Gouveia Lintz.

Figura 4 - Pessoal de matemática do Instituto de Matemática e Física da Universidade da Bahia (1960).



Fonte: Dias (2001).

Na fotografia em que aparecem algumas autoras da coleção *Matemática*, fazemos um destaque para Maria Augusta de Araújo Moreno, a qual não participou da elaboração desta coleção, mas a utilizou em suas práticas em sala de aula. Interessa o fato de que a referida professora e Eunice da Conceição Guimarães, que foram citadas por dois entrevistados²⁷, fizeram

04/12/1950 e, em 1965, passou a denominar-se Universidade Federal da Bahia (UFBA), através da Lei nº 4.759 de 20 de agosto de 1965 (MENEZES, 2015).

²⁷ No próximo capítulo será discutida a entrevista, realizada nesta pesquisa, com alunos que fizeram uso da coleção *Matemática* com mais detalhes. Neima cita Maria Augusta de Araújo Moreno como professora de Matemática no Colégio João Florêncio Gomes entre os anos de 1971 e 1973. Jorge Barros cita Eunice da Conceição Guimarães

uso dos livros didáticos em colégios da capital baiana, Maria Augusta como professora do Ensino Secundário e Eunice no Ensino Superior, no curso de formação de professores de Matemática.

Analisar a apresentação dos autores permitiu compreensões de identificação e aspectos de suas formações, isso ocorreu, porque

[...] os prefácios foram considerados dignos de interesse, na medida em que, nos limites de uma exposição sucinta, elaborada e refletida, tais prefácios permitem discernir os projetos conscientes — confessados, ou confessáveis — dos autores (CHOPPIN, 2004, p. 559).

Com olhar para as possibilidades dessa exposição breve, refletida nos prefácios, como orienta Choppin (2004), é possível compreender outros elementos, tais como a proposta dos livros didáticos na seção “Justificativa do Programa”, na qual os autores esclareceram que o programa de Matemática apresentado no primeiro volume era “[...] parte de um plano para o ensino atualizado da Matemática, já executado no curso ginásial várias vezes e no 1º. ano dado 2º. Ciclo em 1970” (CATUNDA *et al*, 1971, s/n). Além disso, explicam que o trabalho era realizado por uma equipe de professores da Faculdade de Educação, “responsáveis pela metodologia do ensino da Matemática”, que haviam feito “[...] curso de especialização nos países da Europa que estão à frente do movimento de renovação do ensino da Matemática elementar” (CATUNDA *et al*, 1971, s/n).

A referência ao curso de especialização realizado na Europa está relacionada, provavelmente, ao estágio realizado por Eliana, Eunice, Neide Clotilde e Norma, no Centro Belga de Pedagogia da Matemática. O estágio ocorreu após a conversa de Martha Dantas e Catunda com Georges Papy, quando o mesmo esteve no Brasil participando do *V Congresso Brasileiro do Ensino da Matemática*, realizado em 1966, no período de 10 a 15 de janeiro, na cidade de São José dos Campos, em São Paulo. Da experiência na Bélgica, Martha comentou que:

[...] conseguimos um modelo de projeto para a introdução da Matemática Moderna na escola secundária, depois de analisá-lo, fomos obrigadas a rejeitá-lo por ser demasiadamente abstrato. Desenvolvemos um projeto menos audacioso que o da Bélgica, que foi testado no Colégio de Aplicação da UBa. Posso garantir que não houve prejuízo para os alunos. E a experiência do Aplicação nos ajudou a encontrar o equilíbrio devido. (DANTAS, 1993, p.28)

como professora no Curso de Graduação em Matemática, na Universidade Federal da Bahia entre os anos de 1976 e 1980.

O depoimento de Martha Dantas não apresenta detalhes do projeto desenvolvido na Bélgica para o Ensino Secundário, mas revela uma preocupação em elaborar uma proposta que atendesse à realidade baiana considerando as experiências realizadas no Colégio de Aplicação.

A menção a esse colégio também aparece no texto intitulado “Justificativa do Programa” em que os autores destacaram o envolvimento de algumas das autoras com a sala de aula, como professoras regentes de classes no Colégio de Aplicação da Universidade da Bahia e também com a experimentação de materiais didáticos. Sobre as experiências como professoras desse colégio, no período de seu funcionamento, entre 1949 e 1976, tem-se: Neide Clotilde de Pinho e Souza (1957 – 1961); Eunice Conceição Guimarães (1961); e Eliana Costa Nogueira (1955 – 1961 / 1970 – 1972), conforme Lando (2012, p. 291).

É com base nessa e em outras experiências, que os autores explicam que o programa curricular apresentado nos livros da coleção *Matemática* é resultante de um trabalho coletivo, em equipe, considerando as diversas observações e críticas, sobre a matéria e também no aspecto didático. Ressaltam ainda que o programa atendia às recomendações “[...] de diversos Congressos e Conferências internacionais”, dos quais Martha Dantas e Catunda participaram ativamente (CATUNDA, 1971;1972;1973).

Dentre os eventos aos quais Catunda se referiu destaca-se a Primeira Conferência Interamericana sobre Educação Matemática, realizada em Bogotá, na Colômbia, em dezembro de 1961, o qual contou com a participação do referido professor na palestra “*La preparación de profesores de matemáticas*”. Nesse evento, Catunda manifestou sua preocupação com o ensino de matemática no Brasil, apontando que uma das maiores falhas estava no formalismo e na “[...] importância que dão os professores às definições, regras e fórmulas que o aluno deve memorizar com enorme dano ao desenvolvimento do raciocínio” (CATUNDA, 1962, p.64).

Na palestra de Catunda, nota-se uma preocupação com o aluno no sentido de não ser considerado como memorizador de definições, regras e fórmulas. Ao contrário disso, deveria enxergar esse aluno como indivíduo que tem autonomia na construção do conhecimento e de conceitos matemáticos. Essa ideia é perceptível no *Guia do Professor*, na seção intitulada “processos de ensino”, em que os autores mencionaram que “o ensino tradicional onde dominava a exposição” estava sendo substituído por um tipo de ensino que proporcionaria, “[...] à maioria dos alunos, a oportunidade de uma atividade pessoal, respeitando o ritmo de cada um” (CATUNDA *et al*, 1975, p. 5). A seguir serão apresentadas as propostas para o ensino de

Geometria em que se destaca a intenção dos autores para que o professor de matemática venha a estimular a pesquisa e o esforço individual do aluno.

3.1 Propostas para o ensino de Geometria na coleção *Matemática*

Para compreender como o ensino de Geometria foi proposto na coleção *Matemática* e no *Guia do Professor*, a análise se concentrou naqueles capítulos em que a ênfase foi dada exclusivamente para a discussão de conteúdos geométricos, a saber: Geometria Afim do Espaço; Geometria Euclidiana do Espaço; Geometria Analítica; Cálculo de Áreas e Volumes.

O estudo da Geometria afim e euclidiana do espaço é tratado no primeiro volume e, segundo os autores, a apresentação é realizada de modo análogo ao que foi feito no curso ginásial, para o estudo da geometria no plano. A Geometria Analítica foi tratada pelos autores no segundo volume, como a parte da Matemática que cuida dos problemas geométricos utilizando métodos algébricos. Por fim, a parte da Geometria Euclidiana relativa às medidas de áreas e volumes é apresentada no terceiro volume, com o estudo de elementos do Cálculo Integral.

No Quadro 2 é possível compreender a distribuição dos conteúdos geométricos, em relação aos demais conteúdos, considerando os três volumes da coleção, que foi produzida para o segundo ciclo do Ensino Secundário.

Quadro 2 - Conteúdos de Geometria presentes na coleção *Matemática* e no *Guia do Professor*.

Documento/Material	Total de páginas	Páginas destinadas ao ensino de Geometria	Percentual de páginas destinadas ao ensino de Geometria
Volume 1	217	92	42,4%
Volume 2	204	52	25,5%
Volume 3	150	36	24%
<i>Guia do Professor</i>	54	40	74,1%

Fonte: Elaborado pela autora.

Nota-se que a quantidade de páginas destinadas ao ensino de Geometria é menor no segundo e terceiro volumes, correspondendo a 25,5% e 24% do total de páginas dos livros, respectivamente. O total de páginas destinadas aos conteúdos geométricos têm destaque no primeiro volume, compreendendo 42,2%. Em particular, no *Guia do Professor* corresponde

74,1%, evidenciando que as orientações ao professor relacionadas ao ensino de Geometria têm destaque em relação aos demais conceitos matemáticos.

Esses dados também permitem outra comparação, entre o primeiro volume da coleção, que era destinado aos alunos, e o *Guia*, que era destinado aos professores, com uma porcentagem bem maior de páginas destinadas à Geometria. Talvez tal constatação indique a necessidade de proporcionar ao professor maior discussão relacionada aos conceitos geométricos.

No primeiro volume da coleção, que é destinado aos estudantes do 1º ano do 2º ciclo do Ensino Secundário, os autores esclarecem que esse é “[...] o primeiro de uma série de três livros que desenvolvem um programa que procura atender às exigências do ensino atualizado da Matemática, no 2º ciclo” (CATUNDA *et al.*, 1971, s/n). Para esta série os autores propõem os seguintes conteúdos, conforme quadro abaixo.

Quadro 3 - Conteúdos apresentados no volume 1 da coleção *Matemática*.

Cap. 1 - Noções de lógica e conjuntos; relações; aplicações; estruturas
Cap. 2 - Funções de 1º e 2º grau
Cap. 3 - Geometria afim do espaço
Cap. 4 - Geometria Euclidiana
Cap. 5 – Trigonometria

Fonte: Catunda *et al.* (1971).

No primeiro capítulo são abordadas as noções de lógica e conjuntos, relações, aplicações e estruturas algébricas, sendo consideradas pelos autores como noções imprescindíveis para se compreender o que se segue. Em particular, na seção que discutem as estruturas algébricas são ressaltadas propriedades importantes para que um conjunto E seja identificado como uma das seguintes estruturas algébricas: monoide, grupo, anel e corpo. Tais propriedades serão retomadas ainda neste capítulo.

Prosseguindo tem-se as funções polinomiais de primeiro e segundo graus, no segundo capítulo; Geometria afim do espaço, no terceiro capítulo; Geometria Euclidiana, no quarto capítulo finalizando com Trigonometria no último e quinto capítulo. A análise realizada neste volume da coleção, nas seções a seguir, centram-se apenas nos conteúdos de Geometria, em particular, no capítulo três e quatro, referentes aos conteúdos de Geometria afim do espaço e de Geometria Euclidiana, conforme mencionamos anteriormente. O capítulo três trata da Geometria afim do espaço, ou seja, aqueles conceitos da Geometria Euclidiana que não dependem da noção

de distância ou de conceitos métricos. A introdução de tais conceitos é abordada no quarto capítulo, intitulado como Geometria Euclidiana.

A proposta do primeiro volume é também a continuidade “[...] de um programa já elaborado e experimentado no curso ginásial” (CATUNDA *et al.*, 1971, s/n), mais especificamente proposto às quatro séries do ensino ginásial como é evidenciado por Gomes (2014; 2016). Com relação à coleção *Matemática*, analisada nesta pesquisa, as fichas são apresentadas no *Guia do Professor*, que será analisado juntamente com o primeiro volume da coleção.

3.1.1 A Geometria afim do espaço e as fichas

Os autores mencionam que a introdução da Geometria afim do espaço, será de modo análogo ao que foi feito para o estudo do plano, no curso ginásial, com a ressalva de que a exposição feita neste livro pode ser dada independente do que se fez para a 3ª série ginásial, desde que o aluno tenha compreensão dos conceitos básicos de geometria plana.

Os conceitos que os autores mencionam no terceiro capítulo são apresentados em 20 itens e estão relacionados a 11 fichas do *Guia do Professor*. A proposta das fichas tinha sido apresentada em outra produção dos autores e sobre elas, Dantas (19-- , p. 3) expõe que “[...] espera-se que o processo metodológico utilizado em cada ficha, processo que harmoniza a ‘exposição’ com a ‘descoberta’, leve o aluno a estudar sozinho”.

As fichas são numeradas de um a 11 e, todas apresentam inicialmente o assunto matemático a qual se destina, os objetivos e em seguida são apresentados, alguns itens que correspondem às etapas, momentos ou passo a passo que devem ser seguidos pelo aluno. No Quadro 4 a seguir é feita uma relação entre os conceitos do livro e as fichas correspondentes no *Guia do Professor*.

Quadro 4 - Conceitos do volume 1 da coleção *Matemática* e as fichas do *Guia do Professor*.

No livro	No Guia
1. Translações	Ficha 1, 2, 3 e 4
2. Espaço Vetorial e Espaço Afim de Três Dimensões	Ficha 5, 6
3. Vetores Dependentes e Independentes; Base	Não é abordado nas fichas
4. Equações da Reta	Não é abordado nas fichas
5. Equação do Plano	Não é abordado nas fichas

6. Transformações no Espaço Afim	Ficha 8, 9, 10 e 11
7. Paralelismo de Retas e Planos	Ficha 7
8. Planos Paralelos	Ficha 7
9. Retas Concorrentes e Reversas	Não é abordado nas fichas

Fonte: Elaborado pela autora.

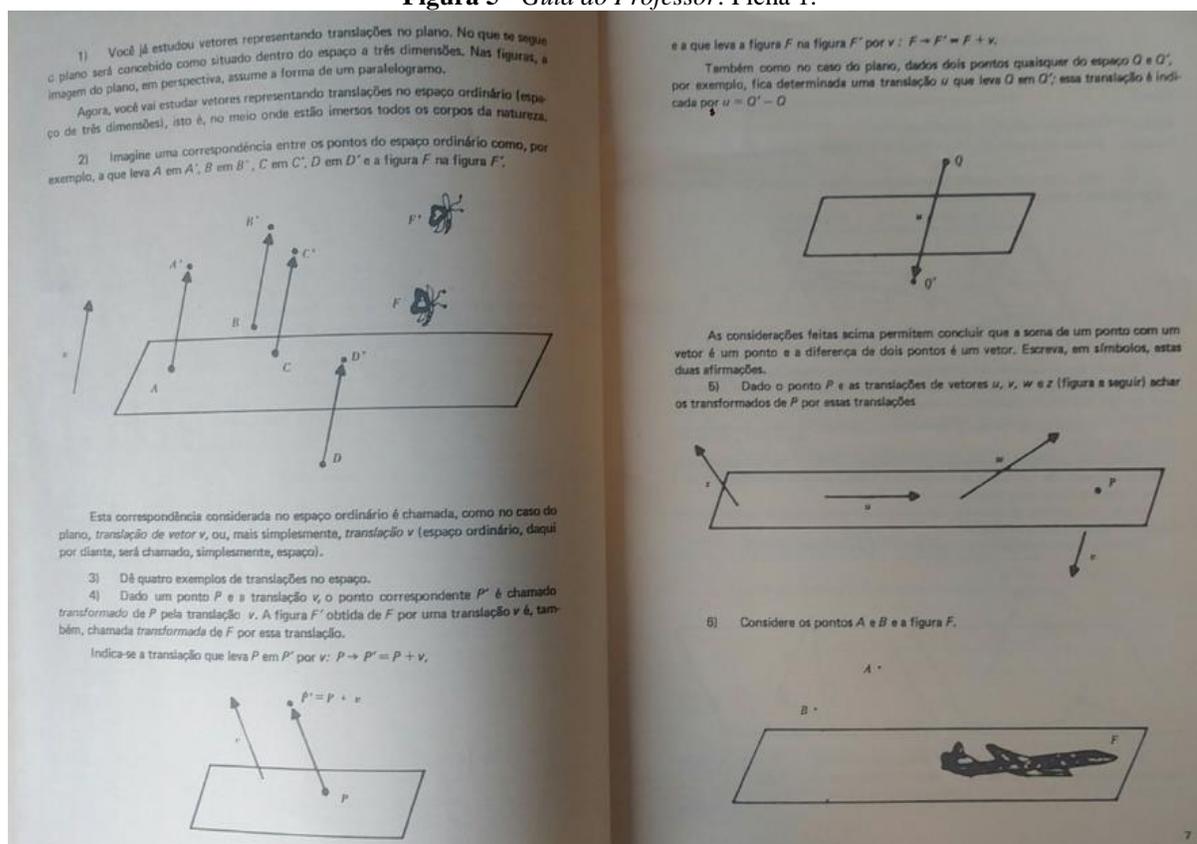
Na correspondência entre os conceitos do livro e as fichas, nota-se que em alguns casos existe mais de uma ficha para determinado conceito, como é o caso das Translações, do Espaço Vetorial e Espaço Afim de Três Dimensões e das Transformações no Espaço Afim. Outra observação é que a Ficha 7, contempla mais de um conceito, como é o caso do Paralelismo de Retas e Planos e o conceito de Planos Paralelos.

No que refere os conceitos Geométricos explorados nas fichas do *Guia*, se observa no Quadro 4 as prioridades e o que foi suprimido na proposta dos autores. Por exemplo, foi suprimida a abordagem de conceitos relacionados com Vetores Dependentes e Independentes, Base, Equações da Reta, Equação do Plano e Retas Concorrentes e Reversas. Por outro lado, se priorizou a abordagem das Transformações no Espaço Afim e das Translações, que juntas compreendem um total oito fichas.

Com título de Translações, os autores iniciam o primeiro capítulo com um texto introdutório relembrando que a introdução de vetores, representando translações, se aplica ao espaço ordinário (espaço de três dimensões) e concluem que “[...] o conjunto de translações no espaço ordinário tem a estrutura de espaço vetorial, razão pela qual cada translação é representada por um vetor”, e nesse sentido, o conjunto de pontos do espaço ordinário é “um espaço afim associado ao espaço vetorial das translações” (CATUNDA *et al*, 1971, p. 77). A abordagem escolhida pelos autores da coleção está em consonância com o estava sendo defendido no MMM, pois o estudo dos “[...] números reais (coordenadas) e os vetores (espaços vetoriais), estão integrados no programa de geometria proposto” (GEEM, 1965, p. 151).

Na introdução feita no livro, sobre o conceito de translações, os autores fazem algumas conclusões rápidas que ocupam menos de uma página. No entanto, para esse mesmo conceito, utilizam as quatro primeiras fichas do *Guia* e introduzem um diálogo que deve servir como sugestão para os professores desenvolverem o conteúdo, ou disponibilizar a ficha, para ser realizada diretamente pelo aluno, conforme Figura 5.

Figura 5 - Guia do Professor: Ficha 1.



Fonte: Catunda et al. (1975).

Nessa primeira ficha, ao abordar o conceito de Translações no espaço, os autores apresentam o seguinte objetivo: “Introduzir: a) conceitos de translação no espaço; soma de um ponto com um vetor; diferença de dois pontos” (CATUNDA et al., 1975, p. 6).

A forma como está organizada a Ficha 1, na qual os autores iniciam apresentando a proposta de um diálogo com o aluno, deixa a entender que se espera que ele tivesse acesso direto à ficha ou que poderia ser uma sugestão de diálogo que o professor poderia estabelecer ao usar a ficha e assim conduzir a discussão com o aluno. A abordagem na Ficha 1 inicia com a seguinte afirmação: *Você já estudou vetores representando translações no plano*²⁸.

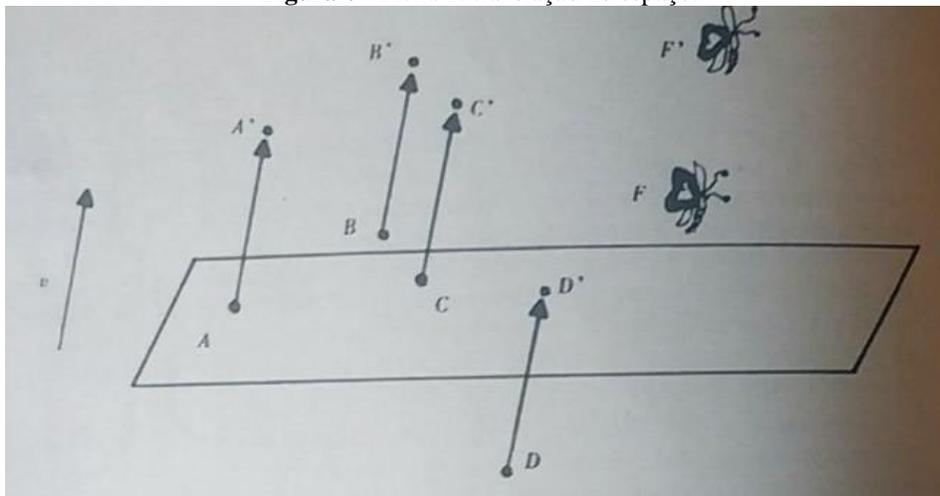
Em seguida traz outras afirmações: *“No que se segue o plano será concebido como situado dentro do espaço a três dimensões. Nas figuras, a imagem do plano, em perspectiva, assume a forma de um paralelogramo”*.

²⁸ O conteúdo de translações no plano é um conteúdo apresentado pelos autores, na obra *intitulado de Ensino Atualizado da Matemática 7*, com publicação da 3ª edição pela EDART em 1974 (OLIVEIRA; LIMA, 2020).

Mais uma vez, na imitação de um diálogo, os autores retomam a proximidade com o aluno: *Agora, você vai estudar vetores representando translações no espaço, isto é, no meio onde estão imersos todos os corpos da natureza.* No segundo momento da mesma ficha, os autores orientam os estudantes a imaginar correspondências entre alguns pontos do espaço ordinário nomeados de A , B , C e D . Também utilizam a imagem de uma borboleta representada por uma figura F .

Os pontos são levados a seus correspondentes A' , B' , C' e D' , considerando o vetor v para essa translação. Da mesma forma, a borboleta é levada em sua transformada F' . Com essa situação, representada com mais detalhes na Figura 6, a imaginação do aluno é instigada, conduzindo à ideia de representação das transformações de pontos e figuras considerando um vetor.

Figura 6 - Ficha 1: translação no espaço.

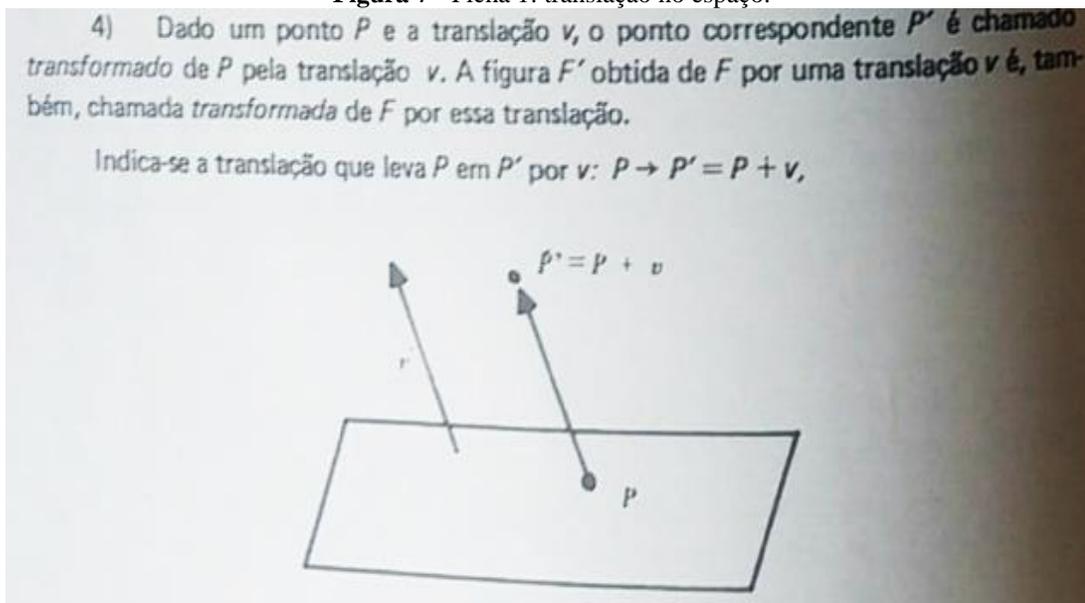


Fonte: Catunda *et al.* (1975, p. 6).

Em seguida, após a ilustração, é evidenciado o interesse dos autores para que o aluno se envolva com a dinâmica da construção dos conceitos. No terceiro momento, o aluno é orientado a apresentar exemplos de translações no espaço, no entanto, como não tem espaço em branco reservado na ficha, entende-se que o aluno faça seus registros em outro material.

Nessa Ficha 1, assim como nas demais, observa-se, além da imitação de um diálogo com o aluno, um estudo baseado em representações algébricas e geométricas, como é exibido no quarto momento da ficha e ilustrado na Figura 7, com a formalização da translação que leva P em P' e a que leva a figura F na figura F' .

Figura 7 - Ficha 1: translação no espaço.



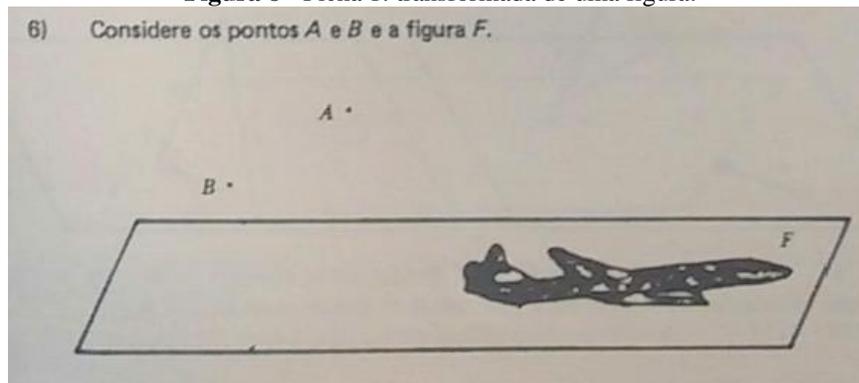
Fonte: Catunda *et al.* (1975, p. 6).

No quarto momento, também são feitas outras considerações que conduzem à conclusão de “que a soma de um ponto com um vetor é um ponto e a diferença de dois pontos é um vetor”. O estudante participa, representando essas afirmações com símbolos. Em diálogo com o primeiro volume da coleção, para representar que a soma de um ponto com um vetor é um ponto, os autores esclarecem que: dados os pontos P e P' (do espaço ordinário E) e um vetor u (do espaço vetorial V) então $P' = P + u$. A representação de que a diferença de dois pontos é um vetor é exposta da seguinte forma: dois pontos P e Q determinam um vetor $v = P - Q$, que pertence ao espaço vetorial V .

A participação do estudante também ocorre no quinto momento da ficha, quando é dado um ponto P e as translações de vetores u , v , w e z e o aluno precisa achar os transformados do ponto P , conforme as translações apresentadas.

A Ficha 1 é finalizada com o sexto momento, em que aluno é orientado a considerar dois pontos A e B , como ilustrado na Figura 8, a indicar a translação que leva A em B e encontrar a transformada de F pela translação de vetor $B - A$.

Figura 8 - Ficha 1: transformada de uma figura.



Fonte: Catunda *et al.* (1975, p. 7).

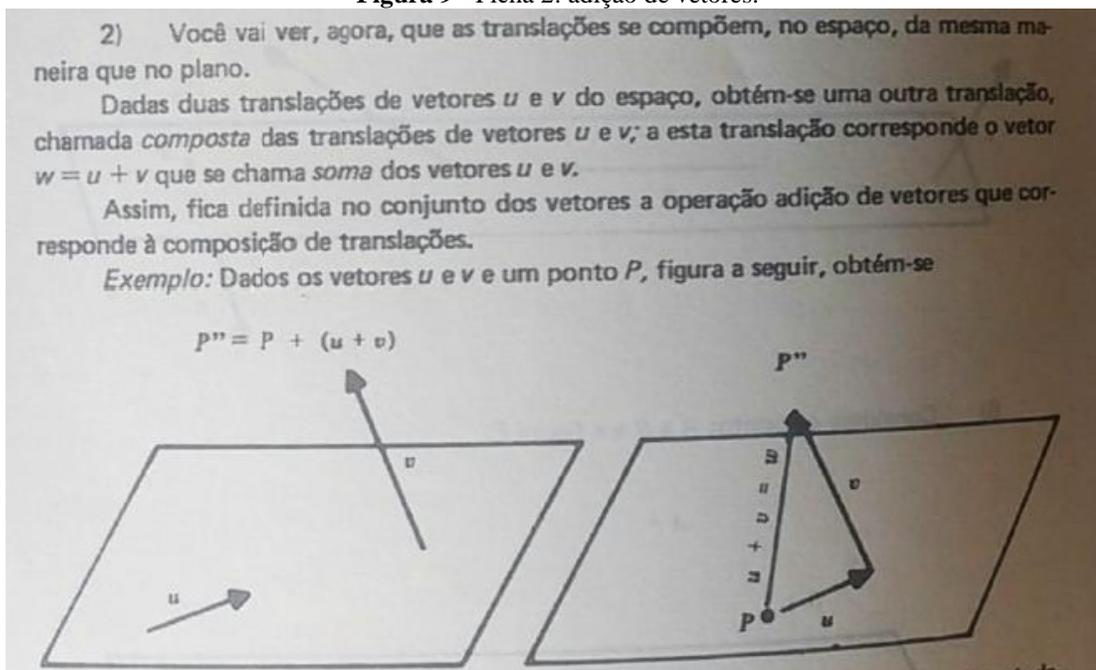
Com a análise da primeira ficha, destacou-se a preocupação dos autores em envolver o estudante. Em particular, no início do diálogo se faz menção a conteúdos que deveriam ser conhecidos por eles. Essa relação estabelecida se aproxima das ideias defendidas por Lucienne Felix (1964) e Papy (1964), educadores que participaram ativamente das discussões para modernização da matemática escolar, em tempos do MMM, e tinham como proposta “o ensino da geometria baseado na participação do aluno na construção e abstração dos conceitos geométricos de forma gradual ao longo das séries” (RIOS, 2010, p. 130). O aluno nesse sentido seria alguém com domínio de conceitos básicos para compreensão dos novos conceitos geométricos propostos.

A forma como o ensino de Geometria foi proposta nessa primeira ficha, se estende para as demais. Na Ficha 2, por exemplo, continuando com o assunto de Translações no plano é notório a intenção de envolver o aluno na construção e abstração dos conceitos, como também na gradatividade em que a construção é feita. Nessa operação mental, proposta pelos autores “[...] o aluno assim habituado pode chegar muito mais depressa a teorias” (CATUNDA, 1957, p. 53)

A ficha é dividida em cinco momentos, com objetivo de estudar a composição de translações no espaço e suas propriedades. Inicia dialogando com o aluno e retomando o que foi desenvolvido na ficha anterior.

No segundo momento, como ilustrado na Figura 9, é feito um desenvolvimento de modo que ao final o aluno compreenda que “[...] fica definida no conjunto dos vetores a operação adição de vetores que corresponde à composição de translações” (CATUNDA *et al.*, 1975, p. 7). Nessa ficha, assim como nas demais, nota-se a intenção dos autores “[...] que um conceito seja definido, uma regra seja estabelecida ou uma propriedade seja induzida” (DANTAS, 19--., p. 3).

Figura 9 - Ficha 2: adição de vetores.



Fonte: Catunda *et al.* (1975, p. 8).

No terceiro e quarto momento da ficha, nota-se uma abordagem mais dedutiva, podendo ser verificado na intenção dos autores em concluir que a soma de vetores goza das propriedades comutativa ($u + v = v + u$) e associativa ($u + (v + w) = (u + v) + w$), partindo da ideia mais geral de composição de translações no plano. A dedução, como apresentada no primeiro volume da coleção, ocorre da seguinte forma:

- 1) A composição de translações no plano é comutativa, isto é, dadas duas translações de vetores u e v e um ponto P , tem-se qualquer que seja P , $P + (u + v) = P + (v + u) = P''$;
- 2) Como essa composição não depende de P , pode-se escrever $u + v = v + u$;
- 3) Logo, a soma de vetores goza de propriedade comutativa.

Em seguida conclui-se que a soma de vetores goza de propriedade associativa também. Essas propriedades são abordadas no primeiro capítulo do volume 1 ao tratar das opções lógicas e as operações entre conjuntos.

A partir dessa condução, que parte de noções intuitivas com as translações no espaço, até a formalização com a representação algébrica, é possível fazer um comparativo com a proposta dos autores para o ensino de Geometria no curso ginásial, em que os autores propõem aos alunos

o “uso das transformações para observarem as propriedades das figuras; na algebrização de forma simples, após um ensino intuitivo” (CAMARGO, 2009, p. 122).

Finalizando a Ficha 2, para sistematizar os conceitos discutidos, o estudante deve responder ao seguinte questionamento: “O que você pode concluir quanto ao conjunto dos vetores que representam translações no espaço em relação à adição de vetores?” (CATUNDA *et al.*, 1975, p. 9).

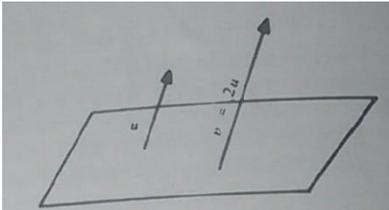
Esse envolvimento do aluno na construção dos conceitos também é evidenciado nas Fichas 3 e 4, cujos objetivos são respectivamente de introduzir os conceitos de multiplicação de um vetor escalar e introduzir o conceito de espaço vetorial, com translações no espaço. No contexto há ilustrações com figuras geométricas e representações algébricas também, para expressar as translações de vetores.

O aluno é levado a fazer considerações para elaboração de conceitos, responder sobre as situações apresentadas, realizar procedimentos, responder questionamentos, dentre outras situações que o desafiam. Essa abordagem da Geometria se aproxima da experiência de Martha Dantas quando “[...] observou que os ingleses valorizavam o ensino da geometria, que inicialmente era bastante intuitivo, o método de ensino era o da redescoberta, o aprender fazendo” (LEME DA SILVA; CAMARGO, 2008, p. 701).

Para a abordagem do conteúdo de Espaço Vetorial e Espaço Afim de Três Dimensões, os autores propõem as Fichas 5 e 6. Nesse item, apresentado no terceiro capítulo do volume 1, os autores inicialmente mencionam o conjunto E dos pontos do espaço ordinário que é “um espaço afim associado ao espaço vetorial das translações” que satisfaz a três propriedades (CATUNDA *et al.*, 1971, p. 77).

Na Ficha 5, presente no *Guia do Professor*, os autores apresentam uma proposta diferente que parte de noções intuitivas em diálogo com o aluno, apresentam algumas propriedades e, a partir delas, definem o espaço afim (Ficha 6). Em conclusão, propõem atividades a serem realizadas pelos alunos. Em seguimento, às variações de abordagem também ocorrem quando definem reta e retas paralelas, conforme pode ser observado no Quadro 5, no qual é realizado um comparativo entre a abordagem do livro e das fichas do *Guia*.

Quadro 5 - Volume 1 e *Guia do Professor*: definição de retas paralelas.

Definição de reta no livro	Definição de reta na Ficha 5 do Guia
<p>Se se toma um ponto P de E e um vetor $u \neq 0$, o conjunto dos pontos $P + \lambda u$, em $\lambda \in R$, é uma reta e a essa reta se aplicam todas as propriedades conhecidas (geometria da reta); essa reta será, também, designada por Pu.</p>	<p>Definição: Dado um ponto P de E e um vetor u diferente do vetor nulo, o conjunto dos pontos. $P + tu$, com $t \in R$, Chama-se reta de direção u; esta reta será, também, designada por Pu. Considerando-se, agora, dois pontos distintos P e Q. Chamando-se u a diferença $Q - P$, vê-se que a reta $Pu = \{P + tu; t \in R\}$ É determinada pelos pontos P e Q. Assim, também no espaço, dois pontos distintos quaisquer, P e Q, determinam uma reta que passa por P e Q e tem direção de $Q - P$.</p>
Definição de reta paralela no livro	Definição de reta paralela na Ficha 5 do Guia
<p>Duas retas $\{P + \alpha u\}$ e $\{Q + \mu v\}$ São paralelas se os vetores u e v são paralelos, isto é, se existe um número real α, tal que: $v = \alpha u$.</p>	<p>Dados dois vetores u e v diz-se que estes vetores são paralelos se existe um número real a tal que $v = au$ Exemplo:</p>  <p>Diz-se, também, que uma reta que tenha a direção do vetor u é paralela a u. Uma tal reta é paralela a qualquer vetor paralelo a u. Dadas duas retas $Pu = \{P + tu\}$ e $Qv = \{Q + sv\}$ se $v = au$, diz-se que as retas Pu e Qv são paralelas.</p>

Fonte: Elaborado pela autora.

Nota-se que tanto no livro, como na ficha do *Guia*, o conceito de reta parte de uma definição, no entanto, no livro se utiliza mais a representação algébrica e o conceito é apresentado de forma breve, enquanto que na ficha, se explora mais o conceito de reta com a abordagem de vetores no espaço.

Para a definição de retas paralelas o livro já traz uma abordagem de vetores, mas de forma ainda breve e resumida. No quinto momento da Ficha 5, a mesma definição é construída fazendo uso da abordagem de vetores com representação algébrica e também geométrica, como visto na

ilustração do exemplo. Essa proposta da ficha está mais próxima do Programa para o segundo ciclo do Ensino Secundário, conforme sugerido no Seminário de *Royaumont*, pois “os vetores (espaços vetoriais), estão integrados no programa de geometria proposto” (GEEM, 1965, p. 151).

O mesmo acontece na Ficha 6, quando se aborda o conceito de espaço afim de duas dimensões (plano), que se desenrola a partir da construção feita anteriormente, considerando propriedades já enunciadas. Essa escolha dos autores também aparece na coleção voltada para o 1º ciclo em que a “geometria plana é trabalhada no espaço afim” percebendo “os vetores e as transformações” como as bases desse estudo (CAMARGO, 2009, p. 91). Desenvolver noções do espaço afim estava entre os objetivos da proposta de modernização do ensino de Geometria para estudantes do segundo ciclo do Ensino Secundário, discutido durante o MMM, conforme primeiro objetivo elencado entre os mais importantes:

1. Desenvolver a noção de espaço concebido como um conjunto com subconjuntos particulares que possuem estruturas ligadas entre si; em particular o espaço afim, o espaço euclidiano e o espaço vetorial (GEEM, 1965, p. 152).

Essas noções de espaço afim não aparecem em outras coleções voltados para o 2º ciclo do Ensino Secundário, como por exemplo na coleção *Curso Colegial Moderno*, analisada por Britto (2008), e na coleção *Matemática Curso Colegial*, de livros traduzidos do SMSG e analisada por Oliveira Filho (2009).

Continuando com os itens do terceiro capítulo do volume 1 e a proposta das fichas do *Guia do Professor*, ao discutir Vetores Dependentes, Vetores Independentes e Base, os autores não apresentam nenhuma orientação ao professor no *Guia*, não apresentam fichas para esses conceitos. E com respeito aos assuntos de Equações da Reta e Equação do Plano, os autores sinalizaram que foram suprimidos das fichas, como também “todos os exercícios que envolvem estes assuntos” (CATUNDA *et al.*, 1975, p.32). Ao que tudo indica, ficou a critério do professor escolher a abordagem desses conceitos ou apenas seguir como é proposto no livro.

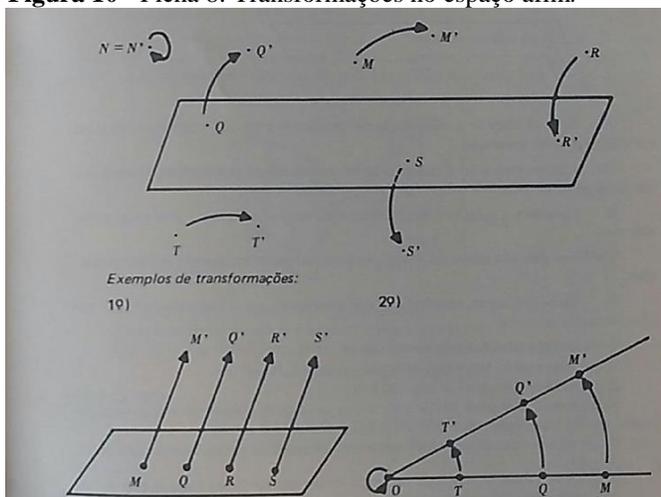
Seguindo com assunto de Transformações no Espaço Afim, os autores apresentam no livro a translação, simetrias centrais e homotetias, com uma predominância algébrica na abordagem desses conceitos. Em termos de conteúdo, demonstra concordar com a introdução mais moderna da álgebra, conforme Catunda já havia defendido anteriormente, “[...] baseando-se nas noções fundamentais de conjunto e operações em sistemas de coisas que podem ser números,

translações e simetrias etc.” (CATUNDA, 1962, p.64-73). Segundo Britto (2008), a introdução desses conceitos aqui no Brasil foi discutida no Ginásio do Brooklin²⁹, em 1965.

A abordagem desses conceitos relacionados às Transformações no Espaço Afim ocorre de forma diferente no *Guia do Professor*. Uma das características é o espaço maior dedicado à construção de conceitos junto ao aluno, sendo dedicadas quatro fichas, que correspondem às de número 8, 9, 10 e 11, com os seguintes objetivos respectivamente: definir transformações no espaço afim e situar a translação como transformação; estudar a simetria central; introduzir o grupo afim elementar; definir homotetia.

Nessa proposta, os autores iniciam explicando uma transformação no espaço afim e, para ilustrar, como mostra Figura 10, usam um paralelogramo para representar o plano e uma figura composta de pontos M , Q , R e S e suas transformadas por M' , Q' , R' e S' e outros.

Figura 10 - Ficha 8: Transformações no espaço afim.



Fonte: Catunda *et al.* (1975, p. 23).

Em seguida é reforçado o diálogo com o aluno, conduzindo a sua participação com indagações, reflexões e questionamentos ligados ao conteúdo. Em particular, na Ficha 8, iniciam explicando que “[...] quando se faz corresponder a cada ponto P do espaço um outro ponto P' diz-se que se faz uma transformação no espaço e que P' é o transformado de P por essa transformação” (CATUNDA *et al.*, 1975, p.23).

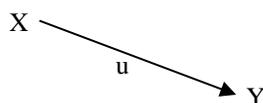
²⁹ Segundo Burigo (1989), o Ginásio Vocacional do Brooklin foi instalado em São Paulo em 1962 como parte do projeto “ensino vocacional”, onde eram desenvolvidas experiências a partir da proposta da Matemática Moderna, pelos membros do GEEM. Suas ações foram interrompidas com o golpe de 1964.

Na sequência procuram lembrar pré-requisitos importantes, explicitando afirmações como: “Você já estudou a composição de translações e viu que a composta de duas translações é outra translação”. Após essa afirmação os alunos são desafiados: “Cite as propriedades da composição de translações que você já conhece” (CATUNDA *et al.*, 1975, p.24).

As propriedades a que se referem os autores já tinham sido por eles enunciadas no terceiro volume da coleção *Ensino Atualizado da Matemática*³⁰, e era destinado à terceira série ginásial da coleção, que corresponde ao primeiro ciclo do ensino secundário. Para exemplificar, será reproduzida a sequência apresentada no livro do ensino ginásial, no estudo do plano:

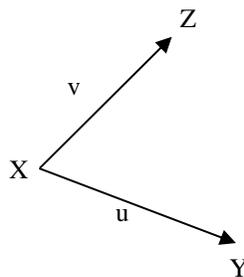
Seja u a translação que leva X em Y , isto é:

$$u: X \rightarrow Y:$$



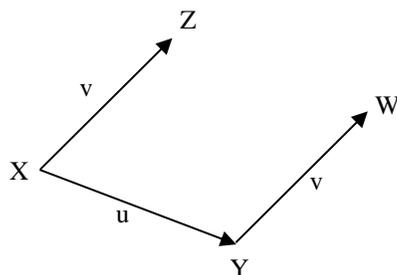
Considere-se outra translação, por exemplo, a translação v que leva X em Z ,

$$v: X \rightarrow Z:$$

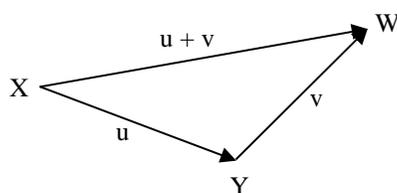


Por esta última translação o ponto Y se aplica em outro ponto W :

³⁰ CATUNDA, Omar; DANTAS, Martha Maria de Souza; NOGUEIRA, Eliana Costa; ARAÚJO, Norma Coêlho de; GUIMARÃES, Eunice da Conceição; SOUZA, Neide Clotilde de Pinho. *Ensino Atualizado da Matemática*: curso ginásial, v.3. São Paulo: EDART, 1971, p.38-40.

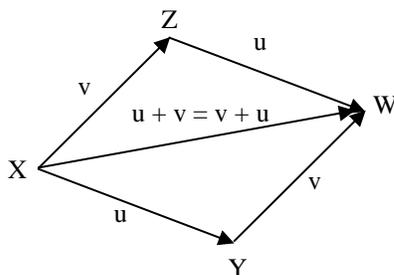


A composição dessas duas translações é outra translação que leva X em W , que se indica por $u + v$,



e se chama *soma das translações* dadas: Fazendo-se, primeiramente, a translação $v: X \rightarrow Z$

e, depois, a translação u , observa-se que se obtém o mesmo ponto W ; este fato se traduz pela igualdade $u + v = v + u$;



A sequência acima, reproduzida do livro destinado ao primeiro ciclo do Secundário, foi a maneira encontrada pelos autores para conduzir os alunos para a descoberta de novas propriedades utilizando vetores. Procedendo de maneira análoga, outras propriedades foram investigadas e, ao final, os autores enunciaram dez propriedades que poderiam ser satisfeitas por um conjunto V de vetores:

- P1.** O conjunto V é fechado em relação à adição, isto é, a dois vetores quaisquer, u e v , de V , corresponde o vetor $u + v$ (ou seja, a soma de dois vetores resulta em um vetor);
- P2.** $u + v = v + u$ (propriedade comutativa);
- P3.** $(u + v) + w = u + (v + w)$ (propriedade associativa);

- P4.** Existe elemento neutro, isto é, existe o vetor nulo, 0 (translação identidade) tal que $0 + u = u + 0 = u$, qualquer que seja u ;
- P5.** Existe o oposto $-u$, de u , tal que $u + (-u) = -u + u = 0$, qualquer que seja u ;
- P6.** a. $\lambda \in \mathbf{R}$ e $u \in V$, corresponde $\lambda.u \in V$;
- P7.** $1.u = u$ (elemento neutro multiplicação);
- P8.** $\lambda.(\alpha.u) = (\lambda.\alpha).u$;
- P9.** $(\alpha + \beta).u = \alpha.u + \beta.u$;
- P10.** $A.(u + v) = \alpha.u + \alpha.v$.

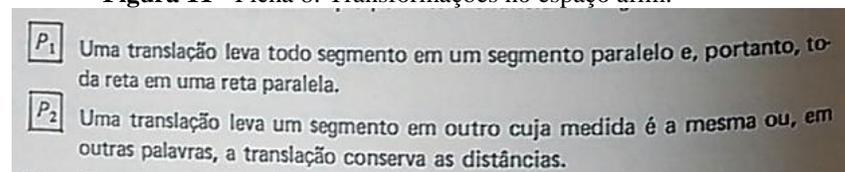
O estudo dessas propriedades mostrou-se fundamental para que os autores pudessem explorar o conceito de *grupo comutativo em relação à adição*, desde que exista um conjunto V de vetores que admitem como verdadeiras as propriedades de 1 a 5. Caso se verifiquem as dez propriedades listadas então é possível definir a estrutura de espaço vetorial.

Tais conceitos eram os pré-requisitos, que deveriam ter sido discutidos no ensino ginasial e retomados para a continuidade dos estudos. Dessa forma, é possível compreender as intenções dos autores, coordenados por Catunda e Martha Dantas, para a escrita dos livros didáticos.

Os autores utilizaram uma investigação no *conjunto de pontos* do plano, que poderiam ser representados por *vetores* – a diferença de dois pontos é um vetor –, o que permitiu a construção de relações elementares no conjunto de pontos considerados e a definição de estruturas, como as de *grupo* e *espaço vetorial*, acima exemplificadas, ressaltando a inter-relação entre a Álgebra e a Geometria, proporcionado pelas transformações geométricas.

Após a abordagem da estrutura de grupo comutativo os autores utilizam a translação de um segmento para enunciar outras propriedades importantes, como ilustrado na Figura 11.

Figura 11 - Ficha 8: Transformações no espaço afim.



Fonte: Catunda *et al.* (1975, p. 24).

O estudo dessas propriedades, juntamente com outras construções e observações que são realizadas nas fichas seguintes, permitiram aos autores desenvolverem o conceito de estrutura de grupo, podendo ser mais esclarecido ao final da Ficha 11, quando afirmam que:

Dos resultados obtidos nesse item você pode concluir que o conjunto das transformações e simetrias centrais é um grupo em relação a composição; o grupo obtido é chamado grupo afim elementar (CATUNDA *et al.*, 1975, p. 28).

O conceito de grupo é discutido no primeiro capítulo da coleção *Matemática*, junto com os conceitos de monoide, anel e corpo, conforme ressaltamos anteriormente. Dessa forma, foi apresentado evidências de que as estruturas algébricas também apareceram em outras produções desse grupo de professores e autores de livros didáticos, pois foram por eles consideradas como “[...] um eixo norteador para a apresentação de novos conteúdos”, evidenciando “[...] as propriedades estruturais de monoide, grupo, anel e corpo” (GOMES, 2014, p. 75).

A proposta dos autores da coleção *Matemática* difere de outras produções do mesmo período ao abordar os tópicos de Geometria Afim do Espaço. Por exemplo, na coleção *Curso Colegial Moderno: Matemática*, de autoria de Di Pierro neto, Rocha e Barbosa, publicada em 1968, Britto (2008) sinaliza que no segundo volume são apresentadas as primeiras noções de transformações geométricas e que na parte métrica, os autores da coleção, usam o princípio de Cavalieri³¹. No oitavo capítulo desse volume é abordado “Segmentos orientados e vetores /transformações geométricas abrangendo: Translação, Simetria. Rotação, Homotetia e Produto escalar de vetores” (BRITTO, 2008, p. 93). Segundo a autora, a proposta para o ensino de Geometria desses conceitos ocorre pela utilização da forma vetorial, contendo demonstração de teoremas. Ela acrescenta que, na definição de transformações geométricas, o ensino é proposto de maneira formal, utilizando a linguagem algébrica.

Essa proposta dos autores em ensinar Geometria pelas transformações geométricas, evidencia a relação entre a Álgebra e a Geometria. Sendo considerada como ideia central do MMM, as transformações geométricas “teriam o papel de inserir a Geometria na estrutura matemática como um todo, o que encerraria, por exemplo, a separação entre a Álgebra e a Geometria” (BRITTO, 2008, p. 70).

A discussão sobre os itens de paralelismo de retas e planos e planos paralelos ocorre na sétima ficha e a abordagem é semelhante aos conceitos anteriores. Em relação aos itens que não aparecem nas fichas, como é o caso dos que apresentam vetores dependentes e independentes, base, retas concorrentes e reversas, os autores orientam que “a matéria será dada como está no livro” (CATUNDA *et al.*, 1975, p. 32).

³¹ O Princípio de Cavalieri é utilizado no ensino de Geometria para determinar fórmulas de área e volumes, a versão desse princípio para volume é dada da seguinte forma, “Se dois sólidos finitos P_1 e P_2 estão contidos na parte do espaço compreendida entre dois planos paralelos α e β , e as seções P_1 e P_2 por qualquer plano dessa região, paralelo a α e β , são equivalentes (isto é, têm áreas iguais), então P_1 e P_2 são equivalentes” conforme é apresentado no livro Di Pierro neto, Rocha e Barbosa (1968, p. 255), analisado por Britto (2008).

Diante do exposto, Catunda *et al.* (1975, p. 5) afirmam que aproveitaram a oportunidade “[...] para tornar mais intuitiva a apresentação dos conceitos, já tratados no Vol. 1, mas de modo mais sucinto”, ou seja, para cada conceito a ser discutido, há uma explicação ou dedução detalhada antes de apresentar uma definição, que muitas vezes é seguida de um exemplo e finalmente uma sequência de exercícios que devem ser resolvidos pelos estudantes.

Com a proposta das fichas para o ensino de Geometria, notou-se que os autores partiram de noções intuitivas e estas estiveram presentes no desenvolvimento do conteúdo, compartilhando espaço com o raciocínio dedutivo. O uso das noções intuitivas como base do raciocínio é colocado como uma preocupação dos professores de matemática, mas deve ser reconhecida pela presença marcante no processo de invenção e descoberta na Matemática (CATUNDA, 2001).

3.1.2 Geometria Euclidiana do Espaço

Na Geometria presente no primeiro volume da coleção *Matemática*, nota-se que mesmo apresentando uma nova proposta para o ensino de Geometria por meio Transformações Geométricas, com foco nas translações no espaço, os autores mantêm o estudo Geometria Euclidiana.

No *Seminário de Royaumont*, as orientações para a Geometria métrica euclidiana e outros conceitos como os de conjuntos, relações, grupos, anéis, vetores “[...] não eram unânimes entre os participantes desses eventos, nem a maneira como esses conteúdos deveriam ser apresentados nas escolas” (GOMES, 2014, p. 62).

No depoimento de Catunda (1962, p. 65) quando destaca uma preocupação com a Geometria, afirmando que “os alunos praticamente não aprendem nada de geometria” ele ressalta que aprendem “pelo menos Euclides”, ao se referir à frase defendida por Dieudonné de “Abaixo Euclides”³². Essa contradição defendida por Catunda revela que mesmo estando envolvido com os ideais do MMM, ele tinha um olhar crítico e cuidadoso quanto à realidade brasileira. E essa preocupação era partilhada pelo grupo de autores da coleção *Matemática*, de modo que

³² Segundo Soares (2009) essa frase de Dieudonné representava sua oposição em relação ao ensino de geometria da época do que em relação a Euclides e a geometria proposta por ele. Sobre esse ensino que Dieudonné criticava referia-se “não é a eliminação da geometria euclidiana, mas a maneira antiquada de ensiná-la (tradicional desde Euclides)” (SOARES, 2001, p. 57 apud DIEUDONNÉ, 1978, p.137).

apresentam uma maneira diferente para o estudo de conceitos referentes a Geometria Euclidiana do Espaço, que são descritos no Quadro 6.

Quadro 6 - Conceitos do quarto capítulo do volume 1 da coleção *Matemática*.

Geometria Euclidiana do Espaço	
1.	Perpendicularidade no espaço
2.	Simetria no espaço
3.	Distância de um Ponto P a um Ponto α
4.	Projeção Ortogonal
5.	Projeção Ortogonal
6.	Medida de Ângulo Diedro
7.	Triedros
8.	Triedro Polar
9.	Triedros Particulares
10.	Sentido do Triedro
11.	Triedros Congruentes
12.	Casos de Congruência de Triedros
13.	Produto Escalar
14.	Propriedades do Produto Escalar
15.	Base Ortogonal de Espaço Vetorial Euclidiano
16.	Sistema de Referência Ortogonal no Espaço Afim Euclidiano
17.	Figuras Simétricas Particulares
18.	Posições Relativas de Duas Esferas
19.	Triângulos Esféricos
20.	Ângulos Sólidos
21.	Poliedros Convexos: Nova Demonstração do Teorema de Euler
22.	Poliedros Regulares Convexos
23.	Seções de uma superfície Cônica de Revolução

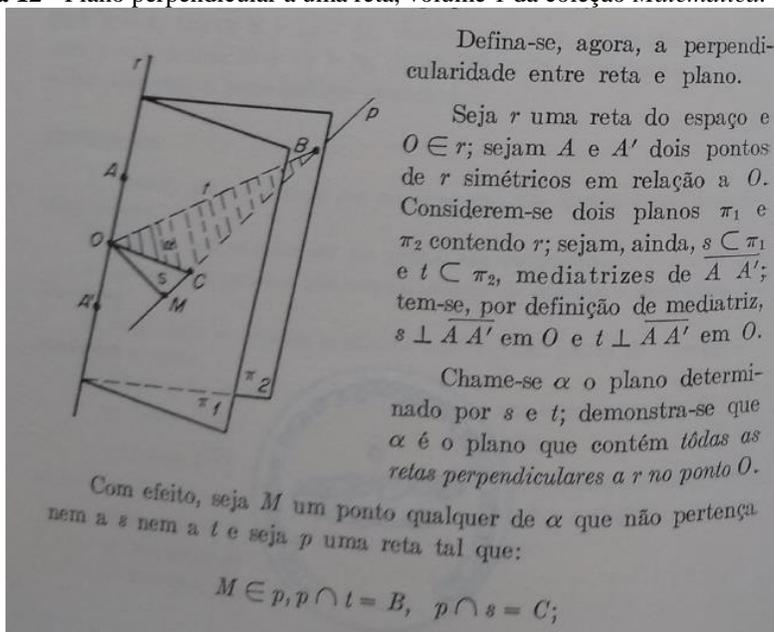
Fonte: Elaborado pela autora.

Os autores propõem neste capítulo um total de 23 itens, referente a Geometria Euclidiana do Espaço, e no *Guia* orientam o professor a conduzir o conteúdo conforme está no livro, ressaltando que alguns itens podem ser suprimidos, a exemplo do produto escalar, suas propriedades e do Sistema de Referência Ortogonal no Espaço Afim Euclidiano e os exercícios relacionados a esses conteúdos. Para isto, os professores deveriam avaliar o total de aulas que tinham disponíveis e o “nível” dos alunos. Com a possibilidade de suprimir alguns itens, considerando o contexto das aulas de matemática e as particularidades dos alunos, os autores mostram flexibilidade.

No primeiro item, sobre Perpendicularidade no Espaço, os autores partem da ideia de plano perpendicular e uma reta. Iniciam citando o comportamento de duas retas distintas que têm

um ponto em comum, determinando um plano, ressaltando que, se nesse plano as retas formam ângulos retos, então elas são perpendiculares. Em seguida, como mostra Figura 12, os autores apresentam perpendicularidade entre reta e plano e abordam de modo formal, com uma ilustração e utilizando também a linguagem de conjuntos.

Figura 12 - Plano perpendicular a uma reta, volume 1 da coleção *Matemática*.



Fonte: Catunda *et al.* (1971, p. 118).

Na abordagem desse conceito aparecem alguns símbolos como os operadores relacionais de pertence (\in) e contido (\subset), além de operação de conjuntos como a interseção (\cap). A teoria de conjuntos está entre as ideias defendidas no MMM, e também nas recomendações de Martha Dantas para a elaboração de textos e para o treinamento dos professores, levando em consideração a mudança na matemática e que a “[...] linguagem era a linguagem dos conjuntos, o seu objeto era o estudo da estrutura, o seu método era o método axiomático” (DANTAS, 1993, p. 23).

Posteriormente os autores realizam algumas provas, como é o caso da perpendicularidade entre as retas OM e r . Depois disso, apresentam as definições de plano perpendicular e de reta perpendicular a um plano, para em seguida apresentar os teoremas com suas respectivas demonstrações.

Conforme evidenciado nos resultados da pesquisa de Britto (2008), esse conceito de Perpendicularidade, como os de Ângulos, Triedros e Projeções aparecem também no último capítulo do primeiro volume da Coleção *Curso Colegial Moderno*, elaborada por Scipione Di Pierro Neto com Rocha e Barbosa, publicado em 1966, dos quais as definições e os axiomas foram os de Euclides, mas com adequação a partir da Teoria dos Conjuntos.

Uma sugestão feita por Martha Dantas (1995), é que o professor ao mostrar propriedades da Geometria Euclidiana utilizasse por exemplo, simetrias, translações e homotetias. A utilização das simetrias nesse sentido é apresentada no segundo item desse capítulo, iniciando com uma apresentação de simetria de figuras, com uma ilustração, para depois apresentar as propriedades de simetria em relação a uma reta e simetria em relação a um plano.

No programa proposto para o 2º ciclo do Ensino Secundário, “[...] o estudo das propriedades do espaço euclidiano permanece como fundamento do curso” GEEM (1965, p. 151). No estudo da Geometria Euclidiana da coleção *Matemática*, outras propriedades também são apresentadas como as Propriedades de Produto Escalar.

Das recomendações para esse segmento de ensino, conforme recordações oriundas do *Seminário de Royaumont e Dubrovnik*, a maioria das propriedades euclidianas denominadas como “clássicas” foram estudadas no primeiro ciclo, por uma abordagem experimental e não exigindo um estudo sistemático neste nível” (GEEM, 1965). Desse modo, é possível compreender a abordagem dos autores em serem mais objetivos na apresentação dos conceitos presentes nesse capítulo, tendo em vista que os principais conceitos tinham sido abordados de maneira experimental no primeiro ciclo do Ensino Secundário.

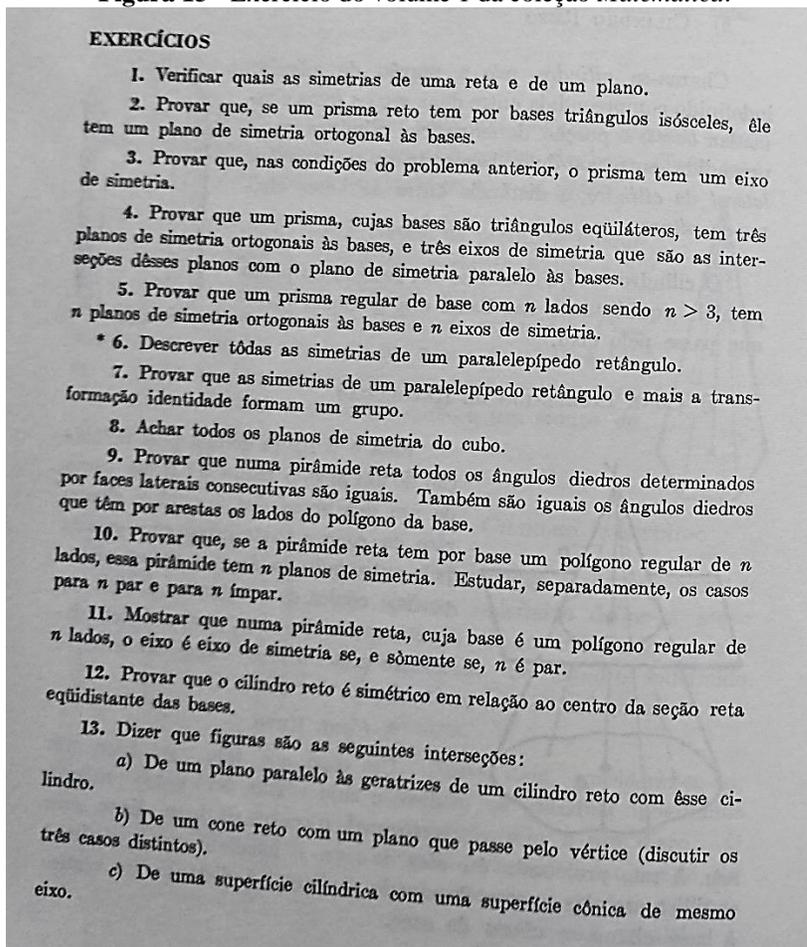
Os autores também esclarecem na introdução do primeiro volume, que a inclusão da Geometria no 1º ano do 2º ciclo do secundário justifica-se pela necessidade de dar seguimento aos estudos de Geometria desenvolvidos anteriormente. Na coleção *Ensino Atualizado* para o 1º ciclo, escrita pelos mesmos autores, a Geometria Euclidiana foi estudada por meio das transformações geométricas, atendendo a proposta defendida por Felix Klein desde o I CIAEM, mas divergindo das recomendações discutidas no *Seminário de Royaumont* e salientadas em *Dubrovnik*, pois a geometria foi algebrizada desde o início (CAMARGO, 2009).

Os exercícios a serem resolvidos pelos estudantes, apresentados nesse quarto capítulo do primeiro volume, envolve apenas seis dos itens descritos no Quadro 6, ou seja, os itens 1, 2, 12, 16, 17 e 18 envolvendo os seguintes assuntos respectivamente: Perpendicularidade no espaço,

Simetria no espaço, Casos de Congruência de Triedros, Sistema de Referência Ortogonal no Espaço Afim Euclidiano, Figuras Simétricas Particulares e Posições Relativas de Duas Esferas.

Considerando o assunto de Perpendicularidade no espaço são propostos 13 exercícios, dos quais os estudantes são orientados a verificar algumas soluções, apresentar interseções a partir de situações apresentadas, determinar situações diversas e realizar demonstrações. Com o assunto de Figuras Simétricas Particulares são propostos a mesma quantidade de exercícios, conforme Figura 13.

Figura 13 - Exercício do volume 1 da coleção *Matemática*.

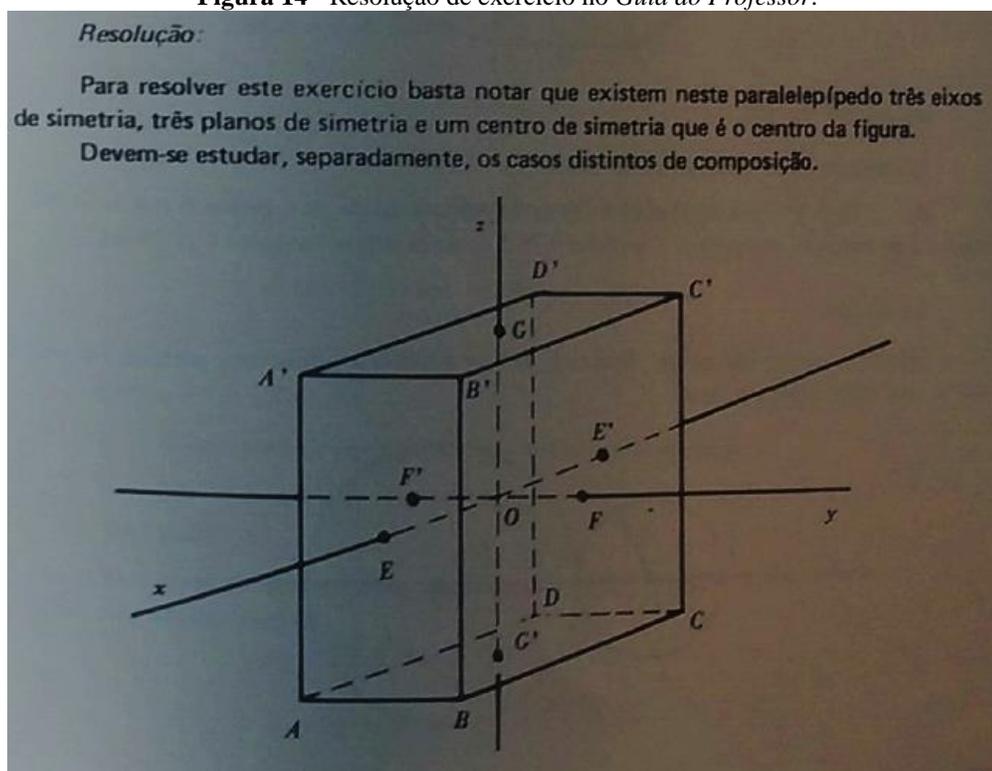


Fonte: Catunda *et al.* (1971, p. 150).

As respostas para os exercícios oito e treze são apresentadas no final do livro e de forma sucinta. Para exemplificar, a resposta ao oitavo exercício, que solicita aos estudantes encontrarem todos os planos de simetria do cubo, é dada da seguinte forma: “Seis planos contendo arestas opostas e três planos equidistantes de faces opostas”.

No *Guia do Professor* os autores sugerem a substituição do quinto exercício. A mudança trata apenas do acréscimo de informações em relação aos eixos de simetria: Provar que um prisma regular de base com n lados sendo $n > 3$, tem n planos de simetria ortogonais às bases, n eixos de simetria se n for ímpar e $n + 1$ eixos se n for par. Além dessa orientação, são apresentadas resoluções dos exercícios sete e nove. Na resolução do sétimo exercício (Figura 13), que solicita ao estudante provar que as simetrias de um paralelepípedo retângulo de arestas diferentes e mais a transformação identidade formam um grupo, os autores apresentam no *Guia* uma sugestão para a resolução, como mostra a Figura 14.

Figura 14 - Resolução de exercício no *Guia do Professor*.



Fonte: Catunda *et al.* (1975, p. 41-42).

Nessa resolução proposta pelos autores, não se tem a resposta do exercício, mas indicações de como deve proceder para sua resolução. É apresentada uma figura ilustrando um paralelepípedo com seus eixos de simetria, planos e centro. A partir dessa visualização, orienta a estudar os casos distintos de composição separadamente.

Os exercícios propostos nesse capítulo estão no mesmo sentido da abordagem dos conteúdos, com presença das propriedades do espaço euclidiano, estrutura de grupo e a

predominância de exercícios envolvendo demonstrações. A demonstração na concepção de Catunda (1957, p. 55) “[...] serve também para tornar mais precisa a intuição, dando-lhe assim maior potência para o raciocínio e para o descobrimento de novas verdades”.

3.1.3 Geometria Analítica Plana

O conteúdo de Geometria Analítica Plana está presente no segundo livro da coleção *Matemática*, seguido de outros conceitos como o de Matrizes e Determinantes, Corpo dos Números Complexos, Polinômios e Equações Algébricas, Sequências Numéricas e Progressões, finalizando com Função Exponencial, Função Logarítmica e resposta dos exercícios. Esses conceitos são apresentados, conforme sumário no Quadro 7.

Quadro 7 - Sumário do volume 2 na coleção *Matemática*.

Cap. 1 - Geometria Analítica Plana
Cap. 2 - Matrizes e Determinantes
Cap. 3 - Corpo dos Números Complexos
Cap. 4 - Polinômios e Equações Algébricas
Cap. 5 - Sequências Numéricas; Progressões
Cap. 6 - Função Exponencial e Função Logarítmica
Respostas

Fonte: Catunda *et al.* (1972).

A análise desse segundo volume centra-se na Geometria Analítica Plana e a proposta dos autores é realizar esse estudo baseado na noção de espaço vetorial de duas dimensões, por meio da qual se expõe o estudo analítico da reta.

No programa de *Dubrovnik* escrito a partir do *Seminário de Royaumont*, o conteúdo de Geometria Analítica fazia parte dos conceitos trabalhados em Geometria Afim, sendo o último da lista, antecipado por números reais e a reta, coordenadas, vetores e espaços vetoriais (GEEM, 1965). Na coleção *Matemática* esse conteúdo é ser o primeiro abordado no segundo volume. No Quadro 8 estão os conceitos trabalhados nesse capítulo.

Quadro 8 - Conceitos do primeiro capítulo do volume 2 da coleção *Matemática*.

Geometria Analítica Plana
1. Introdução

2. Sistema de Referência Ortogonal no Plano
3. Equações da reta
4. Posições Relativas de Duas Retas
5. Ângulo de Duas Retas
6. Círculo
7. Casos Particulares de Equação do Círculo
8. Interseção de Reta e Círculo
9. Potência de um Ponto em Relação a um Círculo
10. Inversão
11. Conversão de Ângulos
12. Cônicas
13. Elipse
14. Hipérbole
15. Parábola

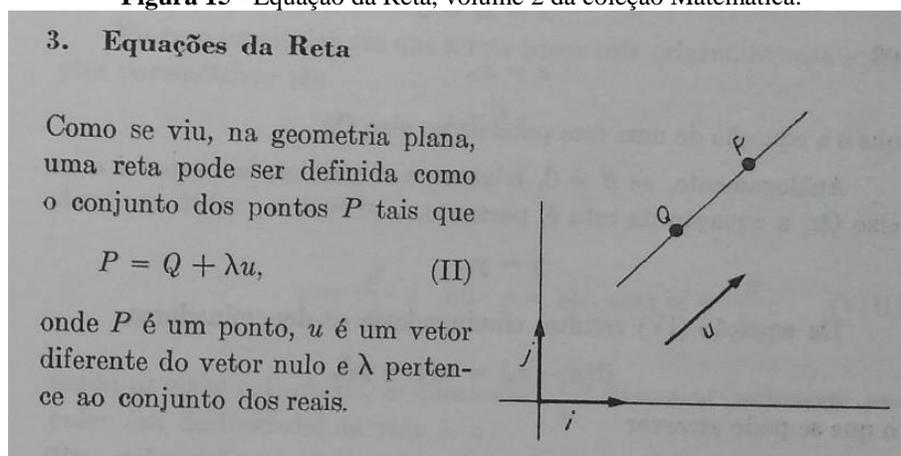
Fonte: Elaborado pela autora.

Na introdução do capítulo, os autores fazem referência a Geometria plana e que dado um sistema de referência no plano, todo ponto P está determinado por um par de números reais (x, y) , onde x e y são as coordenadas de P . Acrescentam que as figuras geométricas podem ser descritas por meio das propriedades dos pares de números reais, exemplificando com o caso de uma reta, ressaltando que é um conjunto dos pontos (x, y) que pode ser representado como $ax + by + c = 0$.

Após essa representação algébrica, concluem que “muitos problemas de geometria podem ser transformados em problemas algébricos relativos aos pares de números reais” (CATUNDA *et al.* 1972, p. 1). Já finalizando a introdução do capítulo, os autores enfatizam que a Geometria Analítica é a parte da matemática que cuida dos problemas geométricos utilizando métodos algébricos. Essa afirmação dos autores se aproxima de uma afirmação do Catunda (1957, p. 51) quando diz que a Geometria Analítica “[...] reuni em um só ponto, de convergência a Geometria e Álgebra”. Ao longo do capítulo os conceitos geométricos são construídos e analisados por processos algébricos.

Nesse capítulo se estuda os problemas elementares da Geometria plana que se resolvem com a utilização sistemática de coordenadas, fazendo sempre a relação da Álgebra com a Geometria (Figura 15), abordagem comumente usada por outros autores de livros didáticos, como pode ser observado no volume 3, da coleção *Matemática: curso colegial moderno* de Ruy Madsen e Luiz Mauro Rocha (VALENTIM JÚNIOR, 2013).

Figura 15 - Equação da Reta, volume 2 da coleção Matemática.



Fonte: Catunda *et al.* (1972, p. 3).

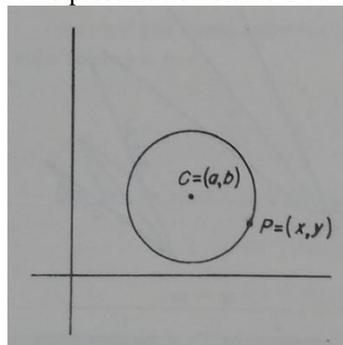
Na ilustração da Figura 15, com o conceito de Equações da Reta, os autores apresentam que uma reta pode ser definida como um conjunto dos pontos P . Nesse caso, P é um conjunto e seus elementos são determinados pela condição de $Q + \lambda u$. É evidenciado também a natureza de λ pertencente ao conjunto dos números reais. Também neste caso, a abordagem estava de acordo com as recomendações do MMM que orientava desenvolver “claramente o conhecimento da correspondência entre a ‘reta’ e o conjunto dos números reais” como parte dos objetivos importantes para o estudo da Geometria no 2º ciclo do Ensino Secundário (GEEM, 1965, p. 152).

Outro objetivo que fazia parte das recomendações para esse segmento de ensino e que foi contemplado no estudo de Geometria Analítica Plana é referente ao de desenvolver “[...] a habilidade para aplicar os diversos métodos de desenvolvimento geométrico na solução de problemas originais, tanto na matemática como na matemática aplicada” (GEEM, 1965, p. 152). Os autores apresentam quatro aplicações envolvendo os conceitos de Posições Relativas de Duas Retas, Ângulos de Duas Retas e Elipse.

Com relação aos conceitos relacionados ao Círculo e às Cônicas em Equações Canônicas, presentes nos últimos itens, os autores propõem o estudo utilizando a Geometria Euclidiana. Para chegar às equações na forma canônica do Círculo, Elipse, Hipérbole e Parábola partem de uma construção que inicia com ideia de distância e mencionam conceitos já apresentados anteriormente. Por exemplo, quando inicia o estudo de Círculo, no sexto item do capítulo, o discurso começa da seguinte forma: “Como já se viu, no curso ginásial, chama-se círculo de centro C e raio r do conjunto dos pontos P do plano tais que distância de P a C é igual a r . Em um sistema cartesiano ortogonal [...]”. Em seguida é apresentada uma ilustração representando

esses elementos fornecidos com algumas considerações sobre as coordenadas $C = (a, b)$ e $P = (x, y)$, conforme Figura 16.

Figura 16 - Ilustração de Círculo presente no volume 2 da coleção *Matemática*.



Fonte: Catunda *et al.* (1972, p. 22).

Dando seguimento, os autores fazem um tratamento algébrico dessas informações acompanhado de outras que, conjuntamente, vão dando sentido às equações até chegar a equação geral $Ax^2 + By^2 + 2Cxy + 2Dx + 2Ey + F = 0$ que representa um círculo, satisfazendo as condições também apresentadas. Posteriormente apresentam casos particulares, observações, exemplos e exercícios. Esse mesmo processo ocorre no estudo das cônicas.

A abordagem da Geometria Analítica de forma algébrica também acontece no volume 3 da coleção *Matemática: curso colegial moderno* de Ruy Madsen e Luiz Mauro Rocha, onde o “tratamento gráfico ou geométrico fica em certa medida num segundo plano”, conforme análise feita por Valetim Júnior (2013, p. 106). No que refere ao tratamento gráfico, o autor destaca a obra *Matemática 3ª série* de Gelson Iezzi, e seus avanços gráficos com as primeiras figuras coloridas. Nesse segundo livro da coleção *Matemática*, analisada nesta pesquisa, as figuras são apresentadas no sentido de ilustração e são basicamente com traços na cor preta.

Com relação ao conteúdo de Geometria Analítica Plana e a menção ao curso Ginásial também aparece no primeiro volume da coleção *Matemática Curso Colegial*, traduzida do SMSG. De acordo com Oliveira Filho (2009), no prefácio do livro há uma menção de que se deveria aproveitar o conhecimento que o aluno adquiriu na Álgebra, durante o ginásial, para estudar a Geometria Analítica que era deixada para o final do Curso Colegial sem justificativa. O autor também acrescenta que o estudo da Geometria Analítica, era muito importante para o estudo das Funções Quadráticas. Esse conceito está presente também no terceiro volume da coleção analisada por Britto (2008), intitulada *Curso Colegial Moderna* de Scipione Di Pierro

Neto em parceria com Ruy Madsen Barbosa e Luiz Mauro Rocha, em que apresentam “o estudo de Geometria Analítica e Transformações Geométricas como uma continuidade” fazendo referência ao primeiro volume da coleção (BRITTO, 2008, p. 115).

Com relação à orientação no *Guia do Professor*, os autores recomendam que esse capítulo seja dado como está no livro, mas fazem uma ressalva quanto à discussão do conceito de círculos ortogonais. O Quadro 9 apresenta a sugestão de substituição feita pelos autores.

Quadro 9 - Substituição de observação sobre dois Círculos ortogonais, no livro e no *Guia*.

Observação no livro sobre ortogonalidade	Observação no <i>Guia</i> sobre ortogonalidade
Se dois círculos K_1 e K_2 se interceptam em um ponto, no qual as tangentes são ortogonais, diz-se que os círculos são ortogonais.	Quando dois círculos ou, em geral, duas curvas quaisquer, se interceptam num ponto P , o ângulo agudo formado pelas duas tangentes chama-se ângulo das duas curvas no ponto P . Em particular, se esse ângulo é reto, diz-se que as curvas são ortogonais em P ou se cortam ortogonalmente neste ponto.

Fonte: Elaborado pela autora.

Na comparação dos textos presentes no Quadro 9, nota-se uma ampliação sobre a ortogonalidade de dois círculos para curvas quaisquer e conseqüentemente uma caracterização com mais elementos, agora envolvendo o conceito de ângulo entre as curvas no ponto de interseção dos círculos e de curvas quaisquer. Depois dessa sugestão de substituição é apresentado um exercício resolvido.

Os exercícios do capítulo de Geometria Analítica são apresentados também ao final de cada um dos 14 itens, a partir da introdução. A quantidade de exercício varia de acordo com cada assunto, por exemplo na abordagem de Posições relativas de Duas Retas são propostos 28 exercícios e em Conservação de Ângulos são apresentados apenas quatro. Esses exercícios solicitam informações ou resultados a partir de uma situação apresentada, conduzidos pelos verbos mostrar, achar, determinar, justificar, calcular, provar, colocar sob determinada condição, escrever em determinada forma. As respostas para os exercícios são apresentadas no final do livro, com exceção de seis exercícios, dos quais cinco envolve demonstração. Ver Figura 17.

Figura 17 - Exercícios do volume 2 da coleção Matemática.

8. Mostrar que dadas as retas $r = ax + by + c = 0$ e $s = a'x + b'y + c' = 0$, a equação geral das retas concorrentes com estas (ou das retas que são paralelas às retas dadas) é

$$\lambda r + \mu s = 0,$$

onde λ e μ são números reais não nulos simultaneamente.

Observação: O conjunto das retas representadas por esta equação chama-se *feixe de retas*. Para determinar uma reta desse feixe basta conhecer a razão

$\frac{\lambda}{\mu}$ ou $\frac{\mu}{\lambda}$; na prática pode-se impor uma condição: ou $\lambda = 1$, ou $\mu = 1$.

17. Provar que, se os pontos $P = (x_1, y_1)$ e $Q = (x_2, y_2)$ pertencem à reta $ax + by = c$, então o vetor $(y_1 - y_2, x_2 - x_1)$ é perpendicular a esta reta.

19. Dados os pontos $A = (m, 0)$, $B = (-m, 0)$ e $C = (0, n)$, provar que as alturas do triângulo ABC se encontram em um mesmo ponto.

22. Mostrar que a distância entre as retas paralelas cujas equações são $ax + by + c = 0$ e $ax + by + c' = 0$ é

$$\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

*27. Mostrar que a equação de uma reta que não passa pela origem pode ser escrita na forma

$$x \cos \omega + y \sin \omega - p = 0$$

sendo ω o ângulo positivo que a normal forma com o eixo dos x e p a distância da origem à reta.

(Esta equação é chamada *equação normal* da reta.)

Sugestão: Considerar a equação da reta na forma segmentária.

Fonte: Catunda *et al.* (1972, p. 17-19).

Desses exercícios, os autores apresentam no *Guia do Professor* a resolução completa apenas para o exercício oito, e sua resolução utiliza representação algébrica. Esses exercícios se distanciam da proposta do ensino de Geometria de forma intuitiva, sendo mais característico de uma Geometria dedutiva. Perceber o ensino de Geometria nessa perspectiva se aproxima de uma fala de Martha Dantas a partir de sua visita à Inglaterra, quando observou a proposta de ensino de

Geometria em duas partes, sendo a primeira intuitiva e a segunda envolvendo “questões simples que guiavam os alunos para a descoberta, formulação e demonstração” (DANTAS, 1993, p. 18).

Com os resultados das pesquisas de Britto (2008) e Valentim Júnior (2013) é possível perceber que a presença de exercícios envolvendo demonstrações é também uma característica presente nos livros didáticos para o 2º ciclo do Ensino Secundário analisados por esses autores.

3.1.4 Integral e Aplicações ao Cálculo de Áreas e Volumes

O terceiro volume da coleção *Matemática* foi destinado para o último ano do 2º ciclo do Ensino Secundário, atendendo às prescrições da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) – Lei nº 4.024/61 e dos ideais do MMM, isso porque, a terceira série do 2º ciclo seria organizada com currículo diversificado, visando o preparo dos alunos para cursos superiores. Os autores mencionam que

Com este livro, completa-se o programa de Matemática para o 2.º ciclo. O programa estabelecido para esta série atende às recomendações dos mais recentes congressos internacionais dedicados ao ensino de Matemática em nível médio. De outra parte, atende também às exigências do ensino profissional, principalmente das carreiras em cujo ensino universitário não consta disciplinas de Matemática (CATUNDA *et al.*, 1973, s/n).

A proposta para Geometria apresentada no quarto capítulo do terceiro volume (Quadro 10) é voltada para aplicações, o que se aproxima do programa moderno proposto no *Seminário de Royaumont*, cujo objetivo era um estudo da geometria para o segundo ciclo do Secundário que fornecesse aos “[...] alunos um resumo claro e preciso da natureza desta matéria e suas aplicações nas ciências físicas” (GEEM 1965, p. 152).

Quadro 10 - Conteúdos apresentados no volume 3 da coleção *Matemática*.

Cap. 1 – Noções de Topologia, Continuidade e Limite
Cap. 2 – Derivadas e Aplicações Elementares
Cap. 3 – Equações Diferenciais
Cap. 4 – Integral e Aplicações ao Cálculo de Áreas e Volumes
Cap. 5 – Noções de Estatística e Probabilidade

Fonte: Catunda *et al.* (1973).

Em relação aos conteúdos do primeiro e quarto capítulos, importa sinalizar que se referem aos temas discutidos no quarto estágio do curso de treinamento de professores de matemática

iniciados em 1964, e “correspondem à programação estabelecida pelos professores secundários sobre o Instituto de Matemática e Física da Universidade Federal da Bahia” (DANTAS, 1966, p. 171). Evidenciando que o “[...] fator de sucesso no estudo escolar da geometria é que o professor esteja explicitamente a par do conjunto dos axiomas sôbre os quais é fundada uma geometria particular” (GEEM, 1965, p. 154).

No estudo de Integral e Aplicações ao Cálculo de Áreas e Volumes, no quarto capítulo, a Geometria proposta no livro está presente na construção do conceito de integral, no cálculo de áreas e volumes e para representar funções e aplicações de integral para o cálculo de áreas e volumes, conforme os itens do Quadro 11. A recomendação do *Guia* é que o conteúdo seja abordado como está no livro.

Quadro 11 - Conceitos do quarto capítulo do volume 3 da coleção *Matemática*.

Integral e Aplicações ao Cálculo de Áreas e Volumes
1. Conceito de Integral
2. Função Primitiva
3. Aplicação da Integração ao Cálculo das Áreas e Volumes

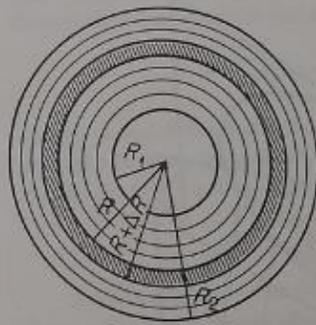
Fonte: Elaborado pela autora.

Esse conteúdo também aparece no sumário do livro intitulado *Matemática: terceiro ano colegial*, de Ary Quintella, publicado em 1958 e analisado por Valentim Silva (2013). Um outro livro para o mesmo segmento de ensino e produzido em tempos do MMM é analisado por Britto (2008). Trata-se do segundo volume do *Curso Colegial Moderno: Matemática*, de Di Pierro Neto, Rocha e Barbosa, escrito em 1968. Nessa obra, o estudo de área e volume não ocorre por integrais, inclusive Britto (2008) salienta que a expressão algébrica para calcular a área de superfícies esféricas não foi apresentada de forma precisa pela necessidade de conhecer o Cálculo Integral.

Na comparação realizada por Oliveira Filho (2009), entre assuntos referentes ao 2º ciclo do Secundário propostos pelo GEEM e a localização dos assuntos na coleção *Matemática Curso Colegial*, traduzida e adaptada do SMSG pelos professores Lafayette de Moraes e Lydia Lamparelli, nota-se que o estudo dos elementos de Cálculo Integral, aplicações ao cálculo de áreas e volumes aparecem apenas nas propostas do GEEM, no entanto, o cálculo de área e volume são abordados também na coleção *Matemática Curso Colegial*, mas sem estarem associados ao Cálculo Integral.

Se tratando da coleção *Matemática*, a abordagem da Aplicação da Integração ao Cálculo das Áreas e Volumes, no terceiro item, inicia comentando sobre a área de figuras planas, que já foram estudadas anteriormente, que poderiam ser obtidas por cálculo integral. E ampliam a discussão para além das figuras elementares, afirmando que outras áreas poderiam ser calculadas pela decomposição da figura dada em outras mais elementares e que utilizando o conceito de limite, pode ser calculada a área da figura desconhecida. Depois de exemplificar o cálculo da área de um setor circular os autores apresentam uma nova situação envolvendo o cálculo da área de uma coroa circular, conforme Figura 18.

Figura 18 - Cálculo da área de uma coroa circular, presente no volume 3 da coleção *Matemática*.



$\widehat{AB} = R \alpha$
 donde

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} R^2 \alpha,$$
 fórmula que coincide com a que foi dada em geometria métrica plana.

Coroa circular

A área da coroa circular de raios R_1 e R_2 pode ser considerada como a soma de áreas elementares compreendidas entre dois círculos de raios R e $R + \Delta R$.

Uma dessas áreas, porém, para ΔR suficientemente pequeno, pode ser considerada como a área de um retângulo, tendo por base o comprimento do círculo de raio R , com R variável, e por altura ΔR .

Portanto, a área elementar é

$$2 \pi R \cdot \Delta R;$$

somando-se estas áreas e notando que $2R$ é a derivada de R^2 , tem-se, para a área da coroa,

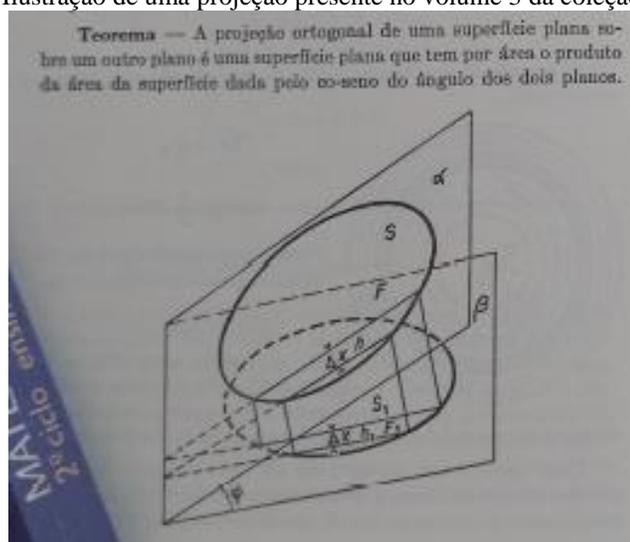
$$\mathcal{A} = \pi \int_{R_1}^{R_2} 2R dR = \pi (R_2^2 - R_1^2).$$

Se $R_1 = 0$, tem-se, pondo $R_2 = R$, a área do disco.

Fonte: Catunda *et al.* (1973, p. 79-80).

Para determinar a área da coroa circular, a partir do fornecimento dos raios R_1 e R_2 até a sistematização da área por uma integral definida é feita uma ilustração, mas há predominância da construção algébrica. Em seguimento, abordando as áreas laterais e totais de figuras no espaço, os autores expõem um trecho explicativo e, em seguida, apresentam um teorema ilustrando por meio de uma figura, conforme Figura 19.

Figura 19 - Ilustração de uma projeção presente no volume 3 da coleção *Matemática*.



Fonte: Catunda *et al.* (1973, p. 80).

A partir desse movimento são apresentadas outras situações envolvendo área do prisma, cilindro, pirâmide de base retangular e cone. Finalizada essa parte, é feita uma abordagem sobre comprimento de arco, apresentando três propriedades, mais uma vez nota-se a presença das estruturas algébricas. Com a definição de arco se chega ao cálculo do comprimento de um círculo, seguindo com a área da esfera.

No tópico seguinte, inicia o estudo de volumes de figuras no espaço com ilustrações e abordagem predominantemente algébrica. No final desse tópico são apresentados seis exercícios resolvidos, exemplo na Figura 20, e sessenta exercícios propostos a serem realizados pelos estudantes. Desses exercícios notou-se uma predominância do verbo calcular, aparecendo no início de 15 enunciados, o verbo achar apareceu no início de seis enunciados.

Nos exercícios propostos do livro, se observou que 32 dos enunciados apresentam situações diversas, envolvendo o cálculo de área e volume e que ao final solicita que o aluno determine, calcule, encontre, dentre outras orientações. Nos exercícios propostos não se tem figuras, elas estão presentes apenas na resolução dos exercícios resolvidos.

Diante do exposto neste capítulo foi possível trazer a proposta para o ensino de Geometria nos livros didáticos da coleção *Matemática*, a partir do diálogo com a proposta do *Guia do Professor*, das *apropriações* dos autores, das recomendações do MMM e também com pesquisas que trazem uma abordagem da Geometria em outras produções didáticas para o 2º ciclo do Ensino Secundário. Esse movimento buscou atender a concepção do livro didático como produto

cultural complexo, e que deve “ser compreendido para além do conteúdo de matemática que encerra” (VALENTE, 2008, p. 158)

Nesse propósito de analisar a proposta para o ensino de Geometria na coleção *matemática*, ampliando para além da análise interna dos conteúdos, buscou-se enredá-la considerando também, os locais por onde ela circulou, como foi utilizada em instituições de ensino. No próximo capítulo são apresentados os resultados desse movimento.

CAPÍTULO IV - A UTILIZAÇÃO DA COLEÇÃO MATEMÁTICA EM INSTITUIÇÕES DE ENSINO NA BAHIA

Diante do exposto até o momento, é possível compreender como a Geometria foi proposta nos três volumes da coleção *Matemática* e no *Guia do Professor*.

A abordagem da Geometria se dá de diferentes maneiras, sendo inicialmente explorada a Geometria afim do espaço, de modo muito semelhante aos estudos para o plano, propostos pelos mesmos autores para o curso ginásial, fazendo uso de uma ferramenta “nova” para se ensinar matemática, a saber, as transformações geométricas com foco nas translações.

Após esses estudos, os autores apresentam a Geometria Euclidiana do espaço, baseada nas noções de simetria e ortogonalidade, sendo suprimida toda a parte relacionada às medidas de áreas e volumes, que são tratadas posteriormente, no capítulo que aborda os elementos do Cálculo Integral.

Posteriormente, a apresentação da Geometria Analítica Plana é baseada na noção de espaço vetorial de duas dimensões, se fazendo uso de problemas geométricos utilizando métodos algébricos, contemplando o estudo analítico da reta. As definições, propriedades, demonstrações, aplicações e atividades orientadas aos estudantes são propostas nos três volumes.

A intenção dos autores de propor um ensino de matemática que respeitasse o ritmo dos estudantes, ou que se baseasse na construção conjunta dos conceitos fica mais evidenciado no *Guia do Professor*, no qual, em alguns momentos, constrói-se uma narrativa que se projeta o que seria um diálogo como o aluno. No entanto, para compreender as apropriações dos leitores e como o conhecimento geométrico circulou, a pesquisa com livros didáticos não se esgota facilmente, de forma

[...] que ele possa ser visto e analisado em toda a complexidade que apresenta qualquer objeto cultural. Nessa teia estão presentes múltiplos elementos. Da concepção da obra pelos autores, passando pelo processo de como foi produzido e sofreu a ação das casas editoriais, chegando às mãos de alunos e professores e sendo utilizado por eles, o livro didático de matemática poderá revelar, inclusive, heranças de práticas pedagógicas do ensino de matemática, presentes em nosso cotidiano escolar hoje. (VALENTE, 2008, p. 159-160)

Na perspectiva de Valente (2008), o livro didático não pode ser considerado de forma restrita observando apenas elementos pontuais de sua produção, faz-se necessário analisar toda a

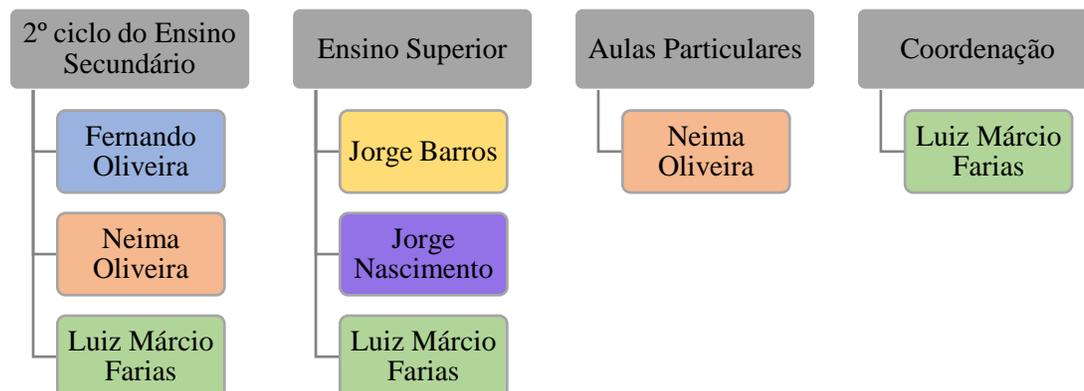
complexidade que o envolve. Por exemplo, deve-se considerar a concepção de Geometria e *apropriações* que os autores fizeram, o processo de produção, atuação das editoras, até chegar às instituições de ensino e às mãos de alunos e professores. Desse modo, esta seção se destina a compreender os locais por onde a coleção *Matemática* circulou e como foi utilizada em instituições de ensino na Bahia.

4.1 Circulação e contextos de utilização da coleção *Matemática*

A circulação da coleção e do *Guia* para o professor já foram problematizadas em outros momentos deste texto, ao destacar elementos sobre o local onde foram produzidos e a editora que os imprimiu “Ao Livro Técnico” do Rio de Janeiro. Os livros didáticos trabalhados neste trabalho foram localizados em diferentes estados, com indícios de terem pertencido a instituições de diferentes segmentos de ensino. Os três volumes da coleção foram localizados no Rio de Janeiro e pertenciam a uma instituição de nível superior. O *Guia do Professor* foi localizado em Sergipe, pertencendo a um colégio estadual, instituição voltada para o segundo ciclo do Ensino Secundário.

Quanto à sua utilização, foram localizados cinco colaboradores que fizeram uso dos livros da coleção em instituições de ensino na Bahia, em diferentes contextos quando utilizaram a coleção *Matemática*, conforme é ilustrado na Figura 20. A maioria dos entrevistados utilizaram os livros como estudantes e apenas dois como professores. O uso dos livros compreende o período de início da década de 1970, com a publicação de sua primeira edição, sendo utilizado inicialmente em sala de aula e, posteriormente, como um material de referência por mais de quatro décadas, conforme revelam os relatos dos entrevistados, circulando por várias instituições de ensino na Bahia.

Figura 20 - Utilização da coleção Matemática, contexto e atores.



Fonte: Elaborado pela autora.

Dentre as pessoas identificadas, Fernando Mota de Oliveira, Neima da Costa Oliveira e Luiz Marcio Santos Farias utilizaram os livros da coleção *Matemática* inicialmente como estudantes do segundo ciclo do Ensino Secundário. Neima Oliveira e Luiz Márcio Farias também utilizaram em outros momentos, ela como professora de banca³³ e ele em suas aulas como professor do ensino superior e ao coordenar professores de Matemática, que usavam os livros como uma de suas referências. Foi identificado Jorge Barros e Jorge Costa do Nascimento com experiência na utilização dos livros didáticos no ensino superior.

Mesmo havendo em comum o fato de terem utilizado os mesmos livros, existem diferenças individuais entre os entrevistados, e é a partir da reunião das diferenças e familiaridades, que foram inicialmente tecidas algumas considerações, compondo uma espécie de mosaico.

Desses fragmentos, destaca-se os locais onde circularam os livros didáticos, conforme apontado pelos entrevistados, compreendendo a Escola Técnica Federal da Bahia (ETFBA), atualmente Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA), a Escola João Florêncio Gomes, que foi transformada em Colégio Militar, o Colégio Estadual da Bahia, atualmente Colégio Central, e por fim, a Universidade Federal da Bahia (UFBA), todas localizadas em Salvador, na Bahia. Outras instituições também foram apontadas no mesmo estado, uma na cidade de Feira de Santana e Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) e na cidade de Jequié, a Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia.

³³ O termo “banca” que Neima da Costa Oliveira utilizou, refere-se às aulas particulares que ela ministrava em sua residência.

O professor Luiz Márcio também destacou o Colégio Militar Dendezeiro e o Colégio Militar do Exército, como instituições onde foram utilizados esses livros por outros professores.

Sobre o contexto em que as aulas de matemática aconteciam, Jorge Barros lembrou o uso dos livros da coleção *Matemática*, quando estudou no Colégio Estadual da Bahia entre os anos de 1970 a 1972. Jorge Barros ressaltou que as aulas tinham uma proposta “*puramente algebrista, no próprio contexto da Matemática Moderna*” e o enfoque dado era para “*a Teoria dos Conjuntos, conceitos, definições, demonstrações, resolução de exercícios etc. A contextualização da Matemática estava a dez mil anos-luz do processo ensino - aprendizagem*”.

Com o mesmo entendimento e estudando no mesmo colégio, em período que não se recorda, Luiz Márcio lembrou que as aulas “*eram visitas às obras*” e evidenciou que “*a professora expunha uma matemática finalizada, onde a gente não se via, nem se tinha nenhum tipo de interação com essa ciência*”.

Nas memórias de Fernando Mota de Oliveira, ao se referir ao período de 1979 a 1982, na ETFBA, ressaltou que a aula de matemática “*era aquela coisa do professor ir lá no quadro, expor o assunto, passar exercício de casa e fazer prova*”.

Nessas falas nota-se que o uso da coleção *Matemática* ocorreu em um ambiente, com características contestadas pelos autores dos livros. Catunda (1962) já apontava que uma das maiores falhas do ensino de matemática no Brasil estava no formalismo e na importância que os professores davam à ideia de ver o aluno como memorizador, um telespectador do conhecimento.

Os relatos dos entrevistados permitem compreender que as propostas dos autores de valorizar o processo individual dos alunos, nesses casos, não foram implementadas nas salas de aula em instituições de ensino do 2º ciclo do Ensino Secundário. Todavia, Jorge Nascimento e Luiz Márcio Farias, que também utilizaram os três volumes da coleção como professores, em instituição de ensino de nível superior, em cursos de licenciatura em matemática, relatam outra condução nas suas aulas. Sobre as aulas ministradas, Jorge Nascimento enfatiza que:

Sempre tentei promover nas minhas aulas a participação discente. Às vezes trago uma situação servindo como indutora para a discussão do conteúdo; às vezes começo pelo próprio conteúdo apresentando o processo histórico do seu desenvolvimento. Procuro utilizar diferentes estratégias metodológicas.

No relato do professor Jorge Nascimento nota-se a intenção de envolver os estudantes, apresentando situações motivadoras e a proposta de utilizar a história da matemática para

abordagem dos conteúdos, uma proposta que compactua com as ideias de Omar Catunda (1957), pois salienta que no desenvolvimento da aprendizagem de matemática pode ser feita uma um diálogo com história da matemática na humanidade.

Sobre as aulas de matemática, o professor Luiz Márcio Farias afirmou que ao ministrar as disciplinas de Instrumentação para o Ensino de Matemática, considerando diferentes áreas da Matemática como Aritmética, Geometria e Álgebra, organizava suas aulas pautadas

[...] em um trabalho em cima dos objetos matemáticos, alicerçado em uma metodologia que estava por trás da disciplina, que é a instrumentação [...] eram aulas que iriam servir como questionamento dos objetos matemáticos que a gente encontra aí. A gente utilizava exatamente tentando fazer a partir da produção que esses estudantes deveriam apresentar para utilizar no ensino médio, porque essa disciplina é de instrumentação. A gente prepara meio que um laboratório e logo depois nós levamos isso para o ensino médio. Bem, o que que acontece com essas aulas, essas aulas tentavam romper com a ideia da visita à obra e entrar no questionamento do mundo.

Nesse depoimento, nota-se que havia uma preocupação em envolver o estudante nas aulas de matemática. Quando Luiz Márcio diz que “*prepara meio que um laboratório*” aparece a ideia de experimentação pautada no questionamento, revelando também a matemática como passível de ser interrogada.

Essa condução feita por esses professores universitários³⁴, que mesmo não tendo acesso ao *Guia do Professor*, se aproximam da proposta dos autores que advertiam, nas orientações aos professores, que estes poderiam utilizar a coleção *Matemática* para romper com “*o ensino tradicional onde dominava a exposição*” (CATUNDA *et al*, 1975, p. 5).

Outro fato que aparece no depoimento de Luiz Márcio Farias, em sua experiência como coordenador, é que os livros da coleção *Matemática* foram utilizados por dois professores do Colégio Militar da capital baiana. Um deles, além de usar a coleção, também estava envolvido nas propostas e orientações dos autores para o Ensino Secundário e tinha participado dos cursos coordenados por Martha Dantas, ofertados pelo CECIBA. Esses cursos visavam “[...] à atualização científica e metodológica dos professores, trabalhando conteúdos muitas vezes do ensino secundário com inclusão de novos métodos e currículos” Participavam desses cursos “[...] principalmente os professores do interior da Bahia e de outros Estados” (FREIRE, 2009, p. 56).

³⁴ É preciso considerar que esses professores universitários estiveram envolvidos nos debates do campo da Educação Matemática, que vem se ampliando desde a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), em especial, a regional Bahia (SBEM-BA), com início das atividades em 1986.

É importante mencionar, a partir da experiência relatada pelo professor Luiz Márcio, que os estudantes “*não tinham essa obra como adotada, essa obra era do professor que utilizava no planejamento*”.

Essa mesma situação dos estudantes, de não terem acesso aos livros da coleção *Matemática* usada pelos professores, também aparece no relato de outros ex-alunos. Luiz Márcio e Neima Oliveira, afirmaram que quando estudantes usavam os livros da coleção *Matemática*, disponibilizados pelas professoras, que deveriam ser devolvidos ao final da aula. Jorge Barros e Jorge Nascimento lembraram que haviam comprado os livros e Fernando Oliveira utilizava os exemplares da biblioteca da ETFBA.

A dificuldade de acesso aos livros produzidos durante o MMM também é evidenciada na pesquisa de Rocco (2010, p. 125), quando menciona os depoimentos dos professores de Santa Catarina, afirmando que “[...] nem escola nem aluno tinham condições econômicas para adquiri-los”.

Três dos entrevistados desta pesquisa afirmaram que quando tinham acesso a esses livros, na posição de estudantes, os utilizavam para resolver exercícios. Fernando Oliveira afirmou que, de fato, utilizou os livros da coleção para resolver os exercícios propostos e raramente para leitura. Já Neima Oliveira afirmou ter utilizado para estudar o conteúdo, porque não tinha hábito de copiar os conteúdos na aula, e criticou o fato de não poder escrever no livro. Luiz Márcio Farias acrescenta que além de usar para resolver exercícios, usava para os estudos dirigidos. A coleção *Matemática* foi utilizada de forma mais diversificada na experiência de Jorge Barros para “*Estudos teóricos, resolução de exercícios, apresentação de seminários, discussões em grupo e com a professora Eunice da Conceição Guimarães (Fundamentos I e II)*”. A professora a que faz referência é uma das autoras da coleção *Matemática*.

Segundo Jorge Barros, o trabalho da sua professora Eunice transparecia um maior manejo e diversificação do uso desta obra. Ao ser questionado sobre o ensino de Geometria na coleção, afirma que o ensino era “*excessivamente teórico e formal. Apenas conceitos e definições de figuras geométricas planas espaciais para, a partir daí estudos de demonstrações de teoremas*”. Desse modo, há um entendimento do uso diversificado dos livros da coleção, e parece haver um consenso a respeito do ensino da Geometria, que é marcado pelo rigor e formalismo.

Quando questionados sobre a adoção dos livros pelos seus professores, apenas Luiz Márcio Farias comentou que não era adotado pela professora, “*Era um que ela apresentou na*

época”. Jorge Barros e Fernando Oliveira confirmam que os livros foram utilizados por seus professores e Neima Oliveira ainda ressaltou que os livros estavam em experimentação na época em que utilizou na Escola João Florêncio Gomes, também comentou a respeito das cores dos livros que lhe foram apresentados durante a entrevista “*não era nem assim, acho que era azul e branco*”. Ela fez uso dos livros nos anos de 1971 e 1972, sendo correspondente ao período de lançamento do primeiro e segundo volumes respectivamente. Ao que tudo indica as capas definitivas, apresentadas na Figura 1, foram elaboradas depois.

Neima Oliveira também afirmou que sua professora, Maria Augusta Moreno, “*também estava usando como experimento fora do colégio. Nessa época ele era tipo uma apostila do Colégio Aplicação*”. Segundo Lando (2012), a professora Maria Augusta de Araújo Moreno trabalhou no Colégio de Aplicação, entre os anos de 1965 a 1974, o que coincide com o período em que Neima relatou sua experimentação.

A professora Maria Augusta, juntamente com Eunice da Conceição Guimarães, professora de Jorge Barros no ensino superior, faziam parte da equipe que se dedicou “[...] às atividades de difusão da ‘matemática moderna’ junto aos professores secundários, principalmente com a realização de projetos junto ao CECIBA e à Escola de Aplicação” (DIAS, 2002, p.225). Dentre esses projetos desenvolvidos junto ao CECIBA, essas professoras também colaboraram com a produção de livros didáticos para o curso ginásial³⁵.

A coleção *Matemática*, como já mencionado anteriormente, fazia parte das atividades que tinham sido inicialmente desenvolvidas no CECIBA e, na fala de Jorge Nascimento foi possível perceber essa aproximação com as professoras supracitadas e o Colégio de Aplicação, quando afirmou que “*Parece-me que, a coleção foi produzida para ser utilizada por estudantes da Rede Pública de Ensino da Bahia. Começou a ser testada em algumas escolas públicas em Salvador e no Colégio de Aplicação da UFBA*”.

Com respeito a utilização da coleção *Matemática*, na próxima seção se discute como ocorreu o ensino de Geometria a partir dessa obra, apresentando detalhes do uso no 2º ciclo do Ensino Secundário, nas aulas de banca e pelo professor na universidade.

³⁵ Nas produções para o curso ginásial, Maria Augusta participou da elaboração da *Apostila da 1ª série ginásial*. Juntamente com Eunice e os demais autores, produziram a coleção *Matemática Moderna* publicada na década de 1960, os manuais didáticos com o título de *Ensino Atualizado da Matemática 1, 2, 3 e 4*, em 1971. Conforme exposto nos trabalhos de Camargo (2009), Freire (2009), Gomes (2014) e Santos (2017).

4.2 O ensino de Geometria a partir da coleção *Matemática*

Na experiência de Jorge Barros, o ensino de Geometria envolvia os conceitos, definições, teoremas e demonstrações. Ao que tudo indica, mesmo havendo um excesso de teoria e apresentação formal, os teoremas e demonstrações foram construídos a partir das figuras geométricas planas e espaciais, o que remete às orientações dos autores, no *Guia do Professor*, para o ensino por meio das fichas.

Nessa proposta, referente ao conteúdo de Geometria Afim do Espaço, a Geometria é apresentada por meio das transformações geométricas. Das 11 fichas, publicadas pelos autores, nota-se que inicialmente são apresentados alguns conceitos primários, como o de translação no espaço, soma de um ponto com um vetor, diferença de dois pontos, composição de translações e suas propriedades, dentre outros. Todos esses conceitos conciliam as representações na língua materna, representação algébrica e representação geométrica. As definições só começam a aparecer a partir da terceira e quinta fichas, os teoremas e as demonstrações são apresentados a partir da sétima ficha, o que corrobora com a fala de Jorge Barros.

Um outro entrevistado, Fernando Mota de Oliveira, ao ser questionado sobre a mesma questão, quanto ao ensino de Geometria na coleção, lembrou que:

No livro um tem Geometria. Eu não me lembro exatamente como era, mas lembro que a gente foi até essa parte aqui de função de primeiro e segundo grau até Geometria do espaço a partir da Euclidiana não entrou no assunto. Acho que não deu tempo.

Na fala de Fernando Oliveira, a lembrança que tem do ensino de Geometria corresponde aos capítulos dois e três do primeiro volume, relacionado aos conteúdos de “Funções de 1º e 2º grau” e “Geometria afim do espaço” respectivamente (CATUNDA *et al.*, 1971, p. s/n). Neima Oliveira, também comentou sobre o último, afirmando que “*essa parte aqui boa de Geometria Afim*” dava suporte para ensinar geometria em suas aulas na banca.

A orientação dos autores para o segundo capítulo é que o “estudo compreenderia a definição da função, a sua representação gráfica e ilustrações com exemplos tirados das mais diversas áreas” (CATUNDA *et al.*, 1975, p. 31). Quanto ao capítulo seguinte, “[...] recomenda-se que a introdução das estruturas de grupo e espaço vetorial feitas através das translações no plano, como está, por exemplo, introduzida em trabalhos publicados pelos autores para alunos em nível de 7º ano fundamental” (CATUNDA *et al.*, 1975, p. 31).

A sugestão dos autores para introduzir o capítulo três desse primeiro volume, ao conteúdo de translações no plano, já havia sido apresentado por eles, na obra intitulada de *Ensino Atualizado da Matemática 7*, com publicação em 1975 pela editora EDART, conforme evidenciou Camargo (2009). Na fala de Fernando Oliveira, não foi possível identificar se na sua experiência, o professor da disciplina, utilizou o livro *Ensino Atualizado da Matemática 7* e as fichas, apresentadas no *Guia* que acompanhava essa coleção.

Tanto na coleção *Ensino Atualizado da Matemática* quanto na coleção analisada neste trabalho, os autores deixam claro a intenção de enunciar os conteúdos de Geometria associados com aplicações. No entanto, as aplicações estão muito voltadas para a própria matemática, sem fazer relações com o cotidiano do aluno.

Dentre os apontamentos de Fernando Oliveira sobre a Geometria proposta para o segundo ciclo do Secundário, foi possível também tecer algumas considerações quanto aos conteúdos distribuídos nos três volumes. Ele lembrou que apesar de ter muita Geometria no terceiro volume, ele se recorda de ter visto apenas “no livro um”, evidenciando que o terceiro volume talvez não tivesse sido utilizado por seu professor.

Sobre esse volume, Neima Oliveira comentou que “*essa parte de Geometria mais pesada que foi mais difícil no terceiro ano*”, ela utilizou outros livros didáticos em seus estudos. Com essa fala ela faz referência ao quarto capítulo intitulado de “Integral e Aplicações ao Cálculo de Áreas e Volumes”, que não há orientações dos autores quanto à sua abordagem, apenas que “[...] pode ser dada como está no livro” (CATUNDA *et al.*, 1975, p. 52). No entanto, os autores também ressaltam que o professor poderia avaliar quais capítulos utilizar em suas aulas, bem como a metodologia, de acordo com o desenvolvimento da turma e o número de aulas.

Para exemplificar a flexibilidade quando a escolha do quarto capítulo, os autores salientam que “[...] o estudo das áreas e volumes seria o mais intuito possível [...] Mas nada impede que os alunos que continuarem os seus estudos de Matemática e se dirijam à Universidade, voltem a reestudar o assunto a partir de integração” (CATUNDA *et al.*, 1975, p. 4).

A Geometria, nos relatos de Neima com relação as aulas de “banca” em que fez uso da coleção *Matemática*, ela comenta que usava “*porque precisava das figuras*”. Ao ser questionada sobre o que buscava nessas figuras, ela afirma não lembrar. Mas ao ser interrogada se tinha alguma dificuldade em trabalhar algum dos conteúdos que estavam propostos na coleção, ela responde que “*A parte de Geometria mesmo. Porque no ginásio eu não estudei Geometria, só na*

4ª série e mais nada. Teorema de Pitágoras, Teorema de Tales, aquelas semelhanças de triângulos eu tive que aprender dado aula”.

Tendo em vistas as dificuldades apresentadas por Neima Oliveira, mais uma vez foi indagada se a coleção lhe dava suporte para organizar suas aulas, mesmo não tendo acesso a Geometria no ginásio, e ela afirmou que dava suporte “*e essa parte aqui boa de Geometria Afim*” como também “*na parte de funções, derivadas, essas coisas assim, planos paralelos*”.

Mesmo inicialmente tendo dito que usava a Geometria da coleção apenas pelas ilustrações, em seguida foi perceptível que o uso consistiu além disso. Neima Oliveira revelou, que mesmo com as dificuldades oriundas do curso ginásial, por meio da coleção *Matemática* foi possível trabalhar a Geometria em suas aulas particulares. Ela citou a Geometria Afim, que os autores orientavam que fosse trabalhada usando as fichas. Mas mesmo sem ter acesso ao *Guia*, Neima Oliveira, conseguia trabalhar a Geometria proposta na coleção.

No que refere ao ensino de Geometria no ensino superior, Jorge Nascimento afirmou que “*Utilizava [a coleção] para trazer para os estudantes questões de base epistemológica que as vezes não aparecem em outros livros*”.

Com respeito a questões epistemológicas, no entendimento de Catunda (1957, p 50), “[...] a matemática é uma parte da Ciência” que se dedica ao estudo dos “[...] aspectos mais rudimentares que o homem observa na Natureza: a grandeza –diria melhor tamanho - e a forma”. De acordo com o autor, esses aspectos são separados dos objetos e submetidos a um processo de classificação, relacionados e estudados uns com os outros e entre si, em seguida, “se transformam em novos objetos de conhecimento, dos quais se destacam novamente aspectos parciais que são de novo elaborados, classificados, e assim indefinidamente” (CATUNDA, 1957, p 50).

Considerando que o relato desses entrevistados ocorreu no ano de 2020, compreendendo algumas décadas após a utilização da coleção *Matemática*, a próxima seção é dedicada a apresentar a perspectiva atual dos entrevistados com relação ao uso dessa obra.

4.3 A coleção *Matemática* na perspectiva dos entrevistados

Com base na experiência que tiveram com a coleção *Matemática*, como aluno no 2º ciclo do Secundário ou como professores no Ensino Superior, ao serem questionados se recomendariam os livros da coleção, houve aproximações e distanciamentos nas respostas dos

entrevistados, o que não é de se estranhar, pois “[...] todo o texto é o produto de uma leitura, uma construção do seu leitor” (CHARTIER, 2002, p. 61)

Com respeito à recomendação, Fernando Oliveira afirmou que *“Recomendaria sim. Recomendaria. Esse tipo de assunto não precisa de atualização. A forma como ele mostra é adequada. Não dá para comparar com outro, mas pelo que vi dele, recomendaria”*. Neima Oliveira compartilha desse ponto de vista e acrescenta que *“Acho eles muito bons depois eu adquirei eles baratinhos”*. Nota-se que esses dois entrevistados, que fizeram uso da coleção como estudantes do Ensino Secundário, recomendam e avaliam positivamente.

O professor Jorge Nascimento evidenciou que a proposta da coleção Matemática é *“bem diferente do que aparece em muitos livros”*, mas que não recomendaria para serem utilizados atualmente em escolas na educação básica, pois considerou *“que até os professores não estão preparados para utilizar esse material”*.

Sobre a recomendação dos livros, o professor Luiz Márcio Farias afirmou que *“hoje mais não. Na época que eu estudei talvez eu recomendasse, lá no passado”*. E ao ser questionado sobre o porquê no passado recomendaria a coleção e hoje não mais, ele respondeu: *“Porque lá no passado eu não conhecia o que conheço hoje, para poder olhar uma obra, analisá-la e poder indicá-la. Essa é uma das que não indico”*.

Com seu posicionamento, o professor Jorge Barros esclarece que recomendaria os livros da coleção como complemento de estudos, acrescentando que:

O verdadeiro conhecimento matemático é aquele adquirido em diversas fontes (livros), antigas e novas. A Matemática Moderna (vista nos conteúdos destes livros) foi tirada dos currículos, mas a sua teoria faz parte do conhecimento matemático como um todo. Hoje, por exemplo, não se estuda a teoria dos conjuntos como se estudava nesses livros, mas esta teoria não foi banida dos livros de Matemática dos Ensinos Fundamental e Médio. Mudou-se apenas a forma de abordá-la, primando-se, evidentemente, pela contextualização deste conteúdo.

Nessa perspectiva apresentada por Jorge Barros é possível considerar que essa produção publicada na década de 1970, já não dá conta de atender às necessidades do ensino atual de Matemática. E, de fato, olhar para essas produções numa perspectiva histórica não é alinhar com as questões atuais, muito menos reproduzi-las, mas olhar os rastros deixados, pois “[...] indicam a necessidade de compreender historicamente como essas décadas foram tão importantes” (OLIVEIRA; SILVA; VALENTE, 2011, p. 15).

Essa pluralidade das leituras e diferentes perspectivas na avaliação coleção *Matemática* por estudantes e professores que a usaram e pelos autores que a produziram, pode ser compreendida pelos dizeres de Chartier (1992, p. 214), quando argumentou que “[...] ler é uma prática criativa que inventa significados e conteúdos singulares, não redutíveis às intenções dos autores dos textos ou dos produtores dos livros”.

CONSIDERAÇÕES

A partir da investigação do processo de produção da coleção *Matemática* foi possível compreender as concepções dos autores a respeito do ensino de Geometria, para os alunos do 2º ciclo do Ensino Secundário. Esta compreensão emergiu do olhar para o cenário no qual a coleção *Matemática* foi produzida, bem como da análise da caminhada dos autores no âmbito da produção e experimentação de outras produções didáticas inspiradas nos ideais do MMM.

Catunda e as professoras baianas apresentavam grande preocupação em atender às sugestões para o ensino de Matemática, que estavam sendo discutidas nos fóruns científicos nos âmbitos nacionais e internacionais, no que diz respeito à reforma curricular, aos aspectos metodológicos e, em especial, ao ensino de Geometria.

Foi possível concluir que não houve um consenso com relação aos conteúdos e métodos de ensino no MMM, mesmo havendo uma predominância em relação às propostas que utilizaram as transformações geométricas. No entanto, a partir das conclusões de pesquisas já concluídas, o grupo baiano, coordenando por Omar Catunda e Martha Dantas, se destacou por apresentarem inovação com a proposta para o ensino da Geometria no 1º ciclo do Ensino Secundário, considerando as discussões realizadas em tempos do MMM

Para responder à questão de pesquisa, foi realizado um movimento inicial, com o objetivo de compreender como o ensino de Geometria para o segundo ciclo do Ensino Secundário foi proposto na coleção *Matemática*, produzida em tempos do Movimento da Matemática Moderna. No primeiro movimento que ocorreu a partir do diálogo entre os três volumes da coleção *Matemática* e as orientações no *Guia do Professor*, com ênfase nos conteúdos geométricos, foi possível concluir que a abordagem da Geometria se deu de diferentes maneiras.

No estudo da Geometria afim do espaço, a proposta do primeiro volume da coleção dialoga com as fichas presentes no *Guia do Professor*. Tanto no livro como no *Guia*, o estudo é baseado em representações algébricas e geométricas. No livro utiliza-se mais a representação algébrica e o conceito é apresentado de forma breve, enquanto que no *Guia* existem orientações dos autores para os professores ensinarem o conceito a partir da proposta das fichas de estudo.

Nas fichas, a construção gradativa dos conceitos geométricos referentes à Geometria afim do espaço ocorre a partir da imitação de um diálogo com o aluno, procurando interrogá-lo a respeito de pré-requisitos importantes. A narrativa parte de noções intuitivas, levando o estudante

a fazer considerações para elaboração de conceitos, responder questionamentos, realizar procedimentos, pretendendo conduzi-lo à formulação de uma propriedade ou definição importante. Nesse processo, a construção do conceito ocorre de forma ilustrada com a introdução das estruturas de grupo e espaço vetorial feita através das transformações geométricas, de modo semelhante aos estudos do plano, propostos pelos mesmos autores para o curso ginásial.

No *Guia do Professor*, a proposta das fichas não contempla uma abordagem mais detalhada da Geometria Euclidiana, da Geometria analítica plana e do estudo de Integral e aplicações ao Cálculo de áreas e volumes. Para esses conceitos existem apenas orientações mais gerais de como o professor deve conduzir o conteúdo.

A ausência de fichas para os demais conceitos geométricos leva a crer que a dinâmica de conduzir o aluno a partir de noções intuitivas, de participar na construção dos conceitos, passa a ser uma responsabilidade do professor, pois no livro a abordagem parte de um raciocínio mais dedutivo e abstrato. De um outro modo, pode-se pensar duas questões: que a abordagem dos conceitos primários a esses conteúdos tenha sido operada de maneira experimental no 1º ciclo do Ensino Secundário; ou também, que a abordagem do *Guia* e o diálogo estabelecido com o aluno foi influenciado pelo retorno que os autores tiveram no período de experimentação dos livros, tendo percebido suas limitações, pois o *Guia* foi publicado em 1975, quatro anos depois do lançamento do primeiro volume da coleção *Matemática*.

O estudo da Geometria Euclidiana do espaço proposto pelos autores é baseado nas noções de simetria e ortogonalidade, sendo suprimida toda a parte relacionada às medidas de áreas e volumes, que são tratadas posteriormente, no capítulo que aborda os elementos do Cálculo Integral. Nesse capítulo, são explorados muitos conceitos importantes, mas os autores demonstram flexibilidade, ao pontuarem que os professores poderiam suprimir alguns conceitos a depender das necessidades e dificuldades apresentadas pelos estudantes.

A proposta para o estudo da Geometria Analítica Plana é baseada na noção de espaço vetorial de duas dimensões, com uso de problemas geométricos, utilizando métodos algébricos.

A proposta para Geometria apresentada no estudo de Integral e Aplicações ao Cálculo de Áreas e Volumes, por sua vez, é voltada para aplicações, se aproximando das propostas do MMM que orientavam um estudo da Geometria para o segundo ciclo do Secundário que fornecesse aos alunos uma síntese voltada para aplicações nas ciências físicas.

A intenção dos autores de propor um ensino de Matemática que respeitasse o ritmo dos estudantes, ou que se baseasse na construção conjunta dos conceitos, fica mais evidenciada na proposta das fichas presentes no *Guia do Professor*. Além das fichas, o *Guia* apresenta orientações para o professor conduzir o estudo dos conceitos presentes nos três volumes da coleção *Matemática*. Nos livros da coleção, foi possível identificar elementos que valorizavam o rigor e a abstração, ainda que os autores, em seus “diálogos”, evidenciassem a construção de uma narrativa que se projeta no como seria um diálogo com o aluno, valorizando a sua participação na construção dos conceitos.

Os exercícios referentes ao estudo de conceitos geométricos estão no mesmo sentido da abordagem dos conteúdos, envolvendo as propriedades, estrutura de grupo e demonstrações. Apresentados no final dos itens que compõem os capítulos dos livros, a quantidade de exercícios varia de acordo com cada assunto, solicitando informações ou resultados a partir de uma situação apresentada anteriormente. Observa-se a predominância de alguns verbos nos enunciados, tais como, mostrar, achar, determinar, justificar, calcular, provar, colocar sob determinada condição, escrever em determinada forma. Essa característica presente nos enunciados, revela uma expectativa de resposta, ou de tipo de exercício que coaduna com uma linguagem matemática, científica. As respostas dos exercícios são colocadas ao final do livro, com exceção dos que envolvem demonstrações.

Essa característica dos exercícios envolvendo demonstrações está também presente nos livros didáticos para o 2º ciclo do Ensino Secundário analisados por Britto (2008) e Valentim Júnior (2013). Outra semelhança também foi identificada a partir dessas pesquisas e a pesquisa desenvolvida por Oliveira Filho (2009), a orientação dos autores da coleção *Matemática* ensinar Geometria pelas transformações geométricas, atendendo à ideia central do MMM, considerando o papel das transformações geométricas em inserir a Geometria como um eixo norteador, evitando a separação entre Álgebra e Geometria. No entanto, apenas a coleção *Matemática* apresentava um estudo por meio de fichas focando na valorização do esforço do aluno.

O que diferencia a coleção *Matemática* das outras produções da época diz respeito ao material complementar aos livros didáticos, com orientações metodológicas a respeito de como explorar alguns conceitos geométricos.

Apenas a coleção *Matemática* apresenta o *Guia do Professor* com orientações ao docente do segundo ciclo do Ensino Secundário quanto aos conteúdos explorados nos volumes, sugerindo

abordagens metodológicas, apresentando resoluções para exercícios, indicando possibilidades de supressão de conteúdos, dentre outras questões.

Os resultados da revisão de literatura também apontam para a diferença em relação às noções de espaço afim e a proposta apresentada por meio das fichas. Além disso, no estudo do cálculo de área e volume, a proposta da coleção *Matemática* se destaca por esses conceitos estarem associados ao Cálculo Integral, o que não era uma abordagem unânime nas produções da época.

No que refere à compreensão de alguns aspectos relacionados à circulação e utilização dos livros dessa coleção, em instituições de ensino na Bahia, o trabalho com os entrevistados indica que de fato ela foi utilizada e consultada por um período superior a três décadas. Esse uso da coleção ocorreu tanto em instituições do Ensino Secundário como do Ensino Superior em cursos de formação de professores de matemática. No entanto, há indícios de que o *Guia do Professor* esteve presente em uma instituição do Ensino Secundário, localizado em Aracaju, no estado de Sergipe, mas sem comprovações de ter sido utilizado por professores desse segmento de ensino.

O depoimento dos entrevistados permite concluir que os livros eram adotados pelos professores, mas não eram acessados com facilidade pelos alunos. Alguns utilizavam apenas nas aulas por empréstimo das professoras ou da biblioteca, ou eram presenteados com eles, poucos alunos poderiam comprá-los.

A Geometria mencionada pelos entrevistados, em suas experiências com a coleção *Matemática*, se concentrava em torno do capítulo três, com o estudo da Geometria afim do espaço, a qual também gozava de mais explicações, orientações didáticas e ilustrações quando apresentadas nas fichas, presentes no *Guia do Professor*.

Com as narrativas dos entrevistados foi possível compreender que as propostas dos autores para o ensino da Geometria, valorizando o processo individual dos alunos, não foram implementadas em muitas salas de aula de instituições de ensino do 2º ciclo do Ensino Secundário. Todavia, em instituições de ensino de nível superior, em cursos de licenciatura em Matemática, os entrevistados relatam outras maneiras de uso da coleção *Matemática*. Nota-se a intenção de envolver os estudantes, inclusive fazendo uso da História da Matemática na abordagem dos conteúdos.

A localização de mais pessoas que teriam utilizado a coleção, como alunos ou professores, poderia contribuir para ampliar as compreensões a respeito de sua circulação e utilização, o que aponta para a possibilidade de trabalhos futuros que permitam explorar os efeitos dessa circulação. Além disso, a localização de professores do 2º ciclo do Ensino Secundário, que utilizaram o *Guia do Professor*, poderia esclarecer como foram implementadas essas propostas para o ensino de Geometria, em especial como ocorreu o ensino por meio das fichas.

Espera-se que este trabalho e seus resultados contribuam com as pesquisas acerca da compreensão de uma proposta para o ensino de Geometria em livros didáticos e que subsidie discussões que apontem novas reflexões na História da educação matemática, que investiguem movimentos e ações que intervieram no ensino e na aprendizagem de Matemática, manifestadas em práticas docentes e na aprendizagem dos estudantes em instituições da Educação Básica.

Anseia-se tornar compreensíveis as concepções acerca do livro didático como fonte privilegiada para o entendimento de propostas do ensino de Geometria. Essa ampliação da compreensão do livro didático passa pela análise da complexidade dos movimentos de reforma, para melhor entendimento das orientações que o organizaram, bem como, da análise da *apropriação* de seus autores e do como essas apreensões chegaram aos contextos escolares.

REFERÊNCIAS

- BARALDI, Ivete Maria; GAERTNER, Rosinete. Contribuições da CADES para a Educação (Matemática) Secundária no Brasil: uma Descrição da Produção Bibliográfica (1953-1971). **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 35, p. 159-183, 2010. Disponível em <<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/8617>>. Acesso em 18 de mar. De 2020.
- BARRANTES, Hugo; RUIZ, Ángel. **La Historia del Comité Interamericano de Educación Matemática**. Santafé de Bogotá: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 1998.
- BEGLE, Edward G. Reforma en la educación matemática en los E.E.U.U. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, I, 1961, Bogotá. Primeira Conferência Interamericana sobre la Educación de las matemáticas, **Anais... FEHR, H. F. (Org.)**. Bureau of publications: Teachers College. Columbia University, 1962.
- BITTENCOURT, Circe Maria F. Abordagens Históricas Sobre a História Escolar. **Educação & Realidade**, v. 36, n.1, pp. 83-104, janeiro 2011.
- BITTENCOURT, Circe Maria F. **O saber histórico na sala de aula**. São Paulo: Contexto, 1997. p. 69-90.
- BRIGO, Jussara. **As Figuras geométricas no ensino de matemática: uma análise histórica nos livros didáticos**. 2010. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil.
- BRITTO, Luciana P. de. **Scipione Di Pierro Neto e sua proposta para o ensino da geometria na Coleção Curso Colegial Moderno**. 2008. (Dissertação de mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- BRITO, Sonia Maria de S.; VANIN, Iole M. **Formação Técnico-Industrial e Mercado de Trabalho na Bahia**: relatos de estudantes da Escola Técnica Federal da Bahia, na década de 1970. Seminário Internacional Fazendo Gênero 11 & 13th Women's Worlds Congress (Anais Eletrônicos), Florianópolis, 2017, ISSN 2179-510X. Disponível em <<http://www.wwc2017.eventos.dype.com.br/site/anaiscomplementares>>. Acesso em: 26 jul. 2019.
- BÜRIGO, Elizabete Z. **Movimento da Matemática moderna no Brasil**: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. Porto Alegre, 1989. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- BÜRIGO, Elizabete Z. Tradições Modernas: reconfigurações da matemática escolar nos anos 1960. **Bolema**. Rio Claro (SP), v. 23, nº 35B, p. 277- 300, abril 2010.

CAMARGO, Kátia Cristina. **O Ensino da Geometria nas Coleções Didáticas em Tempos do Movimento da Matemática Moderna na Capital da Bahia**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Bandeirantes de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/186655>. Acesso em: 21 jun. 2019.

CHARTIER, Roger. **A História Cultural** – entre práticas e representações, Lisboa: DIFEL, 1990.

CHARTIER, Roger. **A história ou a leitura do tempo**. Tradução de Cristina Antunes. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. 80 p.

CHARTIER, Roger. O Mundo como representação. Trad. Andréia Daher e Zenis Campos Reis, In: **Estudos Avançados**, n. 11(5), São Paulo, 1991.

CHARTIER, Roger. “Escutar os mortos com os olhos”. **Estudos Avançados**, v. 24 n. 69, p. 6-30, jan. 2010. Disponível em: <http://www.revistas.usp.br/eav/article/view/10510/12252>. Acesso em: 31 jul. 2020.

CHOPPIN, Alain. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, (set/dez), 549-566, 2004. Disponível em <http://www.scielo.br/pdf/ep/v30n3/a12v30n3.pdf>. Acessado em 07 mai. 2019.

DASSIE, Bruno A. Analisar livros didáticos: trajetos e caminhos percorridos. **Revista de História da Educação Matemática**, v. 4, p. 59-74, 2018.

DIAS, André Luis M. O Movimento da Matemática Moderna: uma rede internacional científica-pedagógica no período da Guerra Fria. In: *ESOCITE - Jornadas Latino-Americanas de Estudos Sociais das Ciências e das Tecnologias*, 7., 2008, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, 2008. Disponível em: www.necso.ufrj.br/esocite2008/trabalhos/35892.doc. Acesso em: 26 jul. 2019.

FELIX, Lucienne. **Aperçu historique sur la CIEAEM (1950-1984)**. Bordeaux: IREM, 1986.

FERREIRA, Ana Célia da C. **Propostas pedagógicas de geometria no movimento paranaense de matemática moderna**. 2006. Dissertação de Mestrado em Educação. Curitiba: Pontifícia Universidade Católica.

FERREIRA, Rogério Carlos. **Orientações curriculares para o ensino de geometria: do período da Matemática Moderna ao momento atual**. 2008. (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

FRAGA, Sandra Aparecida. **Um estudo sobre triângulos em livros didáticos a partir do Movimento da Matemática Moderna**. 2004. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, Espírito Santo, Brasil.

FREIRE, Inês Angélica A. **Ensino de matemática: iniciativas inovadoras no Centro de Ensino de Ciências da Bahia (1965-1970)**. 2009. 102 f. Dissertação (mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia; Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2009.

GODOI, Anieli Joana de; COSTA, David Antonio da. Registros do Movimento da Matemática Moderna: a aritmética em cadernos escolares. In: XVI Seminário Temático: Provas e Exames e a Escrita da História da Educação Matemática, 2019, Aracajú- SE. **Anais**. Aracajú: UFS, 2019. Disponível em: <http://xviseminariotematico.paginas.ufsc.br>. Acesso em: 25 maio 2019.

GOMES, Larissa P. S. **Entre a exposição e a descoberta: a coleção matemática e as práticas escolares relacionadas à sua utilização no Instituto Nossa Senhora da Piedade**. 2014. 257 f. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2014.

GOMES, Larissa P. S. **Entre a exposição e a descoberta: contribuições de Martha Dantas para o ensino de Matemática nas escolas**. *Ciênc. educ. (Bauru)* [online]. 2016, vol.22, n.3, pp.741-755. ISSN 1980-850X. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1516-731320160030012>. Acesso em: 25 maio 2019.

GOUVEIA, Relicler P. A caracterização de uma matemática moderna para ensinar (1960 – 1990): em busca do saber profissional do professor que ensina matemática. In: XVI Seminário Temático: Provas e Exames e a Escrita da História da Educação Matemática, 2019, Aracajú- SE. **Anais**. Aracajú: UFS, 2019. Disponível em: <http://xviseminariotematico.paginas.ufsc.br>. Acesso em: 25 maio 2019.

GUIMARÃES, Henrique Manuel. Por uma matemática nova nas escolas secundárias – Perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. In: MATOS, José Manuel; VALENTE, Wagner Rodrigues. (org.) **A matemática moderna nas escolas do Brasil e Portugal: primeiros estudos**. São Paulo: Editora Da Vinci/Capes/Ghemat, 2007. p. 21-45.

HALLEWELL, Laurence. **O livro no Brasil: Sua História**. [trad. de Maria da Penha Villalobos, Lólio Lourenço de Oliveira e Geraldo Gerson de Souza]. 3. Ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2012.

LANDO, Janice Cassia. **Práticas, inovações, experimentações e competências pedagógicas das professoras de matemática no Colégio de Aplicação da Universidade da Bahia (1949-1976)**. 2012. 307 f. Tese (doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia; Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2012.

LEME DA SILVA, Maria C. Caminhos da pesquisa, caminhos pelos saberes elementares geométricos: a busca da historicidade da prática nos estudos de educação matemática no Brasil. In: VALENTE, W. R. (Org.) **Prática. Cadernos de Trabalho**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

LEME DA SILVA, Maria C; CAMARGO, K. C. Martha Dantas: o ensino de geometria na Bahia. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 8, n.25, p. 701-714, set./dez.2008. Disponível

em: <<https://periodicos.pucpr.br/index.php/dialogoeducacional/article/view/3763>>. Acesso em: 18 de out. de 2020.

MENEZES, Márcia B. de. **A Matemática das Mulheres: as marcas de gênero na trajetória profissional das professoras fundadoras do Instituto de Matemática e Física da Universidade da Bahia. (1941-1980).** 2015. 381 f. Tese (Doutorado) - Curso de Matemática, A. Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Federal da Bahia., Salvador, 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufba.br/ri/bitstream/ri/23639/1/Tese.pdf>>. Acesso em: 01 de fev. 2020.

NOVAES, Bárbara Winiasrki Diesel. Estruturalismo e matemática moderna: dilemas e implicações para o ensino. In: XIII EDUCERE - CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2008, Curitiba. **Anais...** Curitiba, 2008. Disponível em:< <http://educere.pucpr.br/p12/anais.html>>. Acesso em: 21 junho 2019.

OLIVEIRA FILHO, Francisco. **O School Mathematics Study Group (SMSG) e o movimento da matemática moderna no Brasil.** 2009. 201f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2009.

OLIVEIRA, Fábio D de. Análise de textos didáticos de Matemática: um mapeamento e uma proposta metodológica fundada numa perspectiva hermenêutica. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 35B, p.477-496, 2010. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/3763/3163>>. Acesso em: 02 jun. 2019.

OLIVEIRA, Maria Cristina A.; SILVA, Maria Célia L.; VALENTE, Wagner R. (Org.). **O Movimento da matemática moderna: história de uma revolução curricular.** Juiz de Fora: UFJF, 2011.

OLIVEIRA, Regis V. L. de. A geometria moderna a ensinar e para ensinar: cadernos de professores e alunos do primário - 1960 e 1970. In: XVI Seminário Temático: Provas e Exames e a Escrita da História da Educação Matemática **Anais 2019**, Aracajú- SE. Aracajú: UFS, 2019. Disponível em: <http://xviseminariotematico.paginas.ufsc.br>. Acesso em: 25 maio 2019.

PINTO, Diana C. Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário: uma trajetória bem-sucedida?. In: MENDONÇA, Ana Waleska; XAVIER, Libânia N. (orgs). **Por uma política de formação do magistério nacional: o Inep/MEC dos anos 1950/1960.** Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2008.

RAMOS, Mariana M. L. P. **Modernização da Matemática na Bahia: a experiência com classes-piloto no Colégio Estadual da Bahia Central (1966-1969).** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal da Bahia – UFBA – Salvador – BA, 2012. Disponível em: <https://ppgefhc.ufba.br/>. Acesso em: 02 jun. 2019.

RIOS, Maria Silvia B. **A proposta de ensino da geometria nos livros do GRUEMA.** 2010 (Dissertação de Mestrado). Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, São Paulo, Brasil.

ROCCO, Cristiani Maria K. **Práticas e discursos: análise histórica dos materiais didáticos no ensino de Geometria**. 2010. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal De Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil.

SANTOS, José Cassiano T. **A álgebra nas coleções de livros didáticos matemática moderna e matemática, produzidas na Bahia**. Orientador: Larissa Pinca Sarro Gomes. 2017. 124 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Iléus, 2017. Disponível em: <http://ppgemuesc.com.br/producao-discente/>. Acesso em: 21 jun. 2019.

SILVA, Circe. M.S. Formação de professores e pesquisadores de matemática na faculdade nacional de filosofia. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 117, p. 103-126, nov. 2002. Disponível em <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_circe.pdf>. Acesso em: 17 mar. 2020.

SILVA, Júlio César D. **As Transformações Geométricas nos currículos prescritos de matemática no Ensino Fundamental (1930-2010)**. 2014. (Dissertação de Mestrado). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, Brasil.

SILVA, Tatiane Taís P. da. **Os Movimentos Matemática Moderna: compreensões e perspectivas a partir da análise da obra “Matemática – Curso Ginásial” do SMSG**. 2013. 172f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013.

SOARES, Flávia. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: avanço ou retrocesso?** 2001, 192 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/mydownloads_01/singlefile.php?cid=4&lid=6525>. Acesso em: 18 fev. 2020.

VALENTE, Wagner R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 16, n. 2, 2009. DOI: 10.20396/zet.v16i30.8646894. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646894>. Acesso em: 17 mar. 2020.

VALENTE, Wagner R. **Oito temas sobre História da Educação Matemática**. REMATEC: Revista de Educação Matemática, Ensino e Cultura, v. 8, n. 12, p. 22-50, jan./jun. 2013.

VALENTE, Wagner R. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **REVEMAT** - Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v.2, n.1, p. 28-49. 2007a. Disponível em: <http://www.redemat.mtm.ufsc.br/revemat/2007_pdf/revista_2007_02_completo.PDF>. Acessado em 10 novembro 2019.

VALENTE, Wagner R. **Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930**. 2. ed. São Paulo: Annablume: FAPESP, 2007b.

VALENTIM JÚNIOR, Josélio L. **A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário: análise de livros didáticos utilizados entre a reforma Capanema e o MMM.** 2013. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil.

VILLELA, Lucia Maria A. **“GRUEMA”:** Uma contribuição para a história da educação matemática no Brasil. 2009. Dissertação (Tese de Doutorado). São Paulo: Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirantes de São Paulo.

FONTES

BAHIA. **Lei Orgânica do Ensino (1961).** Substitutivo da Comissão Especial de Leis Complementares da Assembleia Legislativa do Estado da Bahia. Bahia, 1962.

BRASIL. [Constituição (1942)]. **DECRETO-LEI N. 4.244 - DE 9 DE ABRIL DE Lei orgânica do ensino secundário.** Rio de Janeiro: [s. n.], 1942. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto-lei/1937-1946/Del4244.htm. Acesso em: 26 jul. 2019

BRASIL. **Lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961.** Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L4024.htm>. Acesso em: 27 de mar. de 2020.

BRASIL. **Lei nº 5.692, de 11 de agosto de 1971.** Fixa Diretrizes e Bases para o ensino de 1º e 2º graus, e dá outras providências. Disponível em < <https://www.camara.leg.br/>>. Acesso em: 27 de mar. de 2020.

CATUNDA, Omar *et al.* **Ensino Atualizado da Matemática: curso ginásial**, v.3. São Paulo: EDART, 1971, p.38-40.

CATUNDA, Omar *et al.* **Matemática, 2º ciclo:** ensino atualizado, guia do professor. 1. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1975. 150 p. 55.

CATUNDA, Omar *et al.* **Matemática:** segundo ciclo, ensino atualizado. 1. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S. A., 1971. 217 p. v. 1.

CATUNDA, Omar *et al.* **Matemática:** segundo ciclo, ensino atualizado. 1. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1972. 204 p. v. 2.

CATUNDA, Omar *et al.* **Matemática:** segundo ciclo, ensino atualizado. 1. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1973. 150 p. v. 3.

CATUNDA, Omar. A Introdução dos Conceitos no Ensino da Matemática. In: História & Educação Matemática, Rio Claro, v.1, n.1, jan-jun 2001, p.54. Artigo publicado originalmente na **Revista Ciência e Cultura**, v.IX, n.1, 1957.

CATUNDA, Omar. Depoimento. **Cadernos da IFUFBA**. Salvador, a. 1, n.3, p. 87-102, jul. 1985. Disponível em < <http://www.lacic.fis.ufba.br/historia-da-fisica/Depoimentos/Omar%20Catunda.pdf>>. Acesso em 12. Mar. 2021.

CATUNDA, Omar. La Preparacion de Profesores de Matemáticas. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, I, 1961, Bogota. Primeira Conferencia Inter-Americana sobre la Educacion de las Matematicas, **Anais**. FEHR, H.F. (org.). BUREAU OF PUBLICATIONS: Teachers College, Columbia University, 1962, p.64-73.

CATUNDA, Omar. La Preparacion de Profesores de Matemáticas. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, I, 1961, Bogota. Primeira Conferencia Inter-Americana sobre la Educacion de las Matematicas, **Anais**. FEHR, H.F. (org.). BUREAU OF PUBLICATIONS: Teachers College, Columbia University, 1962, p.64-73.
DANTAS, M. M. S. *et al.* **Matemática**. Salvador: Contraste, [19-- ?].

DANTAS, Martha Maria de S. **Sobre a metodologia da matemática**. 1954. 38 f. Tese (Apresentada ao Concurso para Professor Titular da UFBA) –Universidade Federal da Bahia, Salvador, 1971.

DANTAS, Martha Maria de S. Uma mestra e sua vida. **Cadernos do IFUBA**, Salvador, v.6, n.1-2, out.1993.

DANTAS, Martha Maria de S. Depoimento. **Cadernos do IFUFBA**, ano 11, v.8, n.1-2, jul.1996. Salvador: IFUFBA, 1996.

FEHR, Howard F. (Org.). **Educação matemática nas Américas**. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA SOBRE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2., 1969. São Paulo. **Relatório...** São Paulo: Nacional, 1969.

FEHR, Howard F. **Un informe de La Primera Conferencia Inter-Americana sobre la Educacion de las Matematicas**. Estados Unidos da América: Bureau of Publications, 1962, Prefácio.

GEEM. (Grupo de Estudos do Ensino da Matemática). Um programa moderno de matemática para o ensino secundário. **Série Professor**, n.2, Traduzido por Luiz Henrique Jacy Monteiro. São Paulo: GEEM, 1965.

Apêndice A

Roteiro Entrevista- Alunos

- 1) Estudou em qual instituição quando usou a coleção *Matemática: Segundo ciclo, ensino atualizado*?
- 2) Em qual período estudou nessa instituição?
- 3) Como era o ambiente escolar?
- 4) Como eram as aulas de matemática?
- 5) O/A senhor(a) gostava das aulas de matemática?
- 6) Quais foram os professores de matemática no período em que estudou?
- 7) Quais volumes da coleção “Matemática: Segundo ciclo, ensino atualizado” o(a) senhor(a) utilizou?
- 8) Como adquiriu esses livros?
- 9) Como utilizava esses livros?
- 10) Como era o ensino da Geometria na coleção “Matemática: Segundo ciclo, ensino atualizado”?
- 11) Esses livros eram adotados pelos professores?
- 12) Recomendaria os livros dessa coleção? Por quê?
- 13) Como avalia sua formação na Escola Técnica Federal da Bahia?
- 14) Como era a cidade de Salvador no período de sua formação?

Apêndice B

Roteiro Entrevista- Professores

- 1) Lecionou em qual instituição quando usou a coleção *Matemática: Segundo ciclo, ensino atualizado*?
- 2) Em qual período lecionou nessa instituição?
- 3) Como era o ambiente escolar?
- 4) Como eram as aulas de matemática?
- 5) O/A senhor(a) gostava de ministrar aulas de matemática?
- 6) Quais volumes da coleção “Matemática: Segundo ciclo, ensino atualizado” o(a) senhor(a) utilizou?
- 7) Como adquiriu esses livros?
- 8) Como utilizava esses livros para o ensino de Geometria na coleção da coleção “Matemática: Segundo ciclo, ensino atualizado”?
- 9) O/A senhor(a) teve acesso ao Guia do professor com orientações para uso da coleção? Em caso afirmativo, como o adquiriu? Como o utilizava no planejamento das aulas?
- 10) O/A senhor(a) tinha alguma dificuldade em trabalhar algum dos conteúdos que estavam propostos na coleção?
- 11) Esses livros eram adotados pela Escola Técnica Federal da Bahia?
- 12) Recomendaria os livros dessa coleção? Por quê?
- 13) Como avalia o ensino de Matemática na Escola Técnica Federal da Bahia?
- 14) Qual o perfil do egresso dessa instituição de ensino

TCLE

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE).

Eu, Sidnéia Almeida Silva, aluna e pesquisadora pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, convido você a participar como voluntário (a) na pesquisa **intitulada A Geometria na Escola Técnica Federal da Bahia em tempos do Movimento da Matemática Moderna (1970 – 1980)**.

O objetivo desta pesquisa é compreender a Geometria na Escola Técnica Federal da Bahia em tempos do Movimento da Matemática Moderna no período de 1970 a 1980. Com a realização deste trabalho pretendo contribuir com a formação docente, uma vez que a compreensão histórica da matemática escolar, em especial, desse período histórico, possibilita uma atuação mais consciente, crítica e reflexiva com relação ao passado da matemática como uma disciplina curricular. Sendo uma pesquisa inserida no âmbito da História da Educação Matemática também produz conhecimentos para essa área de pesquisa, que se dá por meio da caracterização da Geometria, apresentada na coleção “Matemática: segundo ciclo, ensino atualizado” e o uso dessa coleção na Escola Técnica da Bahia em tempos do Movimento da Matemática Moderna. Portanto, você está sendo convidado (a) a participar de uma entrevista, com a qual pretendo conhecer um pouco mais da sua experiência com a coleção “Matemática: Segundo ciclo, ensino atualizado” na Escola Técnica Federal da Bahia. Em particular, interessa conhecer os volumes da coleção que o(a) senhor(a) utilizou e a forma como adquiriu esses livros, bem como, obter informações sobre o período no qual ensinou nessa instituição, aspectos do cotidiano escolar e, especialmente, sobre o ensino de Geometria.

O procedimento metodológico adotado para realização da entrevista perpassa diversas etapas, às quais na condição de entrevistado (colaborador desta pesquisa) você terá total acesso. As etapas ocorrerão nesta ordem: i) a realização da entrevista, que será gravada em áudio, para isso utilizaremos um gravador portátil; ii) a entrevista gravada será convertida em texto, esta etapa será realizada pelo pesquisador e iii) A autorização do texto produzido a partir de sua entrevista para esta pesquisa ocorrerá após sua conferência e mediante a sua assinatura em um documento intitulado Autorização de Uso de Entrevista. Para evitar situações de incômodo, constrangimento e cansaço, a entrevista está organizada com um roteiro de perguntas e este será disponibilizado com antecedência para que você possa se preparar para a entrevista, em local, dia e horário escolhido por você. Além disso, a entrevista poderá acontecer em mais de um encontro, caso seja necessário, e como pesquisador responsável por este estudo, eu prometo manter em sigilo todos os dados confidenciais de sua identificação, caso prefira não ser identificado. Ressaltamos que você terá plena liberdade para, se desejar, restringir a utilização e/ou divulgação de sua entrevista.

Por outro lado, a entrevista lhe oportuniza: colaborar em um estudo cuja finalidade é científica e social; agregar conhecimentos refletindo momentos de sua prática docente; assim como, conhecer as características da realização de entrevistas para uma pesquisa acadêmica. Não há previsão de remuneração nem de gastos por participar desta pesquisa.

O arquivamento do material produzido na realização desta pesquisa (questionários, áudio e transcrição das entrevistas) será de responsabilidade do entrevistador/pesquisador que o fará em local apropriado, na instituição de ensino a qual está vinculado, com garantia de cumprimento dos acordos estabelecidos entre entrevistador e entrevistado (via TCLE, Autorização de Uso de Entrevista e Termo de Compromisso de Uso de Dados de Arquivo), o que também se aplica a qualquer uso futuro que venha a ser feito desta fonte historiográfica.

Assim, após o prazo de 5 anos, o material produzido em áudio e arquivos de textos armazenados em computador serão apagados (deletados), o material impresso guardado em pastas de arquivos será incinerado.

Ressaltamos que você poderá desistir a qualquer momento de sua participação nesta pesquisa, todos os seus dados serão descartados e este documento (TCLE), com sua assinatura, será devolvido. Mesmo não sendo previsto, caso haja gastos decorrentes desta pesquisa, você será ressarcido. Além disso é garantido o direito à indenização se, porventura, sofrer algum prejuízo moral ou físico por causa da sua participação nesta pesquisa. Para pedir informações, maiores esclarecimentos ou tirar qualquer dúvida relativa a esta investigação, você poderá entrar em contato comigo, pesquisadora Sidnéia Almeida Silva, pelo e-mail sidneia008@gmail.com, com a orientadora desta pesquisa, Professora Dr^a Larissa Pinca Sarro Gomes, pelo e-mail lpsgomes@uesc.br e com a coorientadora, Martha Raíssa Iane Santana da Silva, pelo e-mail martharaissa@gmail.com ou pelo telefone (73) 3680-5136. Saliento que este documento tem duas vias, uma que será entregue a você e a outra que ficará comigo pesquisador, ambas devidamente assinadas.

Então, se está claro para você, os objetivos e procedimentos desta pesquisa, e aceita participar da mesma, peço que assine este documento. Meus sinceros agradecimentos por sua colaboração.

Sidnéia Almeida Silva
Pesquisador Responsável

Dr^a Larissa Pinca Sarro Gomes
Professora Orientadora

Martha Raíssa Iane Santana da Silva
Coorientadora

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE).

Eu, _____, RG _____, aceito participar da entrevista para a pesquisa **A Geometria na Escola Técnica Federal da Bahia em tempos do Movimento da Matemática Moderna (1970 – 1980)**. Fui informado(a) de maneira clara e detalhada sobre objetivo desta pesquisa, das etapas que serão realizadas e de que forma vou participar. Recebi uma cópia deste termo de consentimento livre e esclarecido e a mim foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas, sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e posso desistir de participar desta pesquisa a qualquer momento sem que tal decisão cause quaisquer prejuízos para a minha formação acadêmica, pessoal e profissional e que as informações confidenciais serão mantidas em segredo.

_____ de _____ de 20____

_____ **Depoente/Entrevistado**

“Esta pesquisa teve os aspectos relativos à Ética da Pesquisa envolvendo Seres Humanos analisados pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Estadual de Santa Cruz. Em caso de dúvidas sobre a ética desta pesquisa ou denúncias de abuso, procure o CEP, que fica no Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, KM16, Bairro Salobrinho, Torre Administrativa, 3º andar, CEP 45552-900, Ilhéus, Bahia. Fone (73) 3680-5319. Email: cep_uesc@uesc.br. Horário de funcionamento: segunda a sexta-feira, de 8h às 12h e de 13h30 às 16h.”

Pesquisador Principal: Sidnéia Almeida Silva. Endereço: Rodovia Jorge Amado, KM16, Bairro Salobrinho, CEP 45552-900, Ilhéus, Bahia. Telefone: (73) 99103-8967 Contato E-mail: sidneia008@gmail.com