UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MARITZA MARIA LIMA DE ALMEIDA SOUZA

A *EARLY ALGEBRA* NA CONCEPÇÃO DE PROFESSORAS DA EDUCAÇÃO INFANTIL E DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: ANTES E DEPOIS DE UMA FORMAÇÃO CONTINUADA

ILHÉUS – BAHIA

2021

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – PPGEM
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIAS – DCET

MARITZA MARIA LIMA DE ALMEIDA SOUZA

A *EARLY ALGEBRA* NA CONCEPÇÃO DE PROFESSORAS DA EDUCAÇÃO INFANTIL E DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: ANTES E DEPOIS DE UMA FORMAÇÃO CONTINUADA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz como exigência para obtenção do título de mestre em Educação Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientadora: Prof[a]. Dra. Vera Lucia Merlini

ILHÉUS – BA
2021

S729 Souza, Maritza Maria Lima de Almeida.
A Early Álgebra na concepção de professoras da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental: antes e depois de uma formação continuada / Maritza Maria Lima de Almeida Souza. – Ilhéus, BA: UESC, 2021.
138 f. : il.

Orientadora: Vera Lucia Merlini.
Dissertação (mestrado) –Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática.
Inclui referências e apêndices.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Álgebra. 3. Professores – Formação. 4. Raciocínio. 5. Escolas públicas. I. Título.

CDD 510.7

MARITZA MARIA LIMA DE ALMEIDA SOUZA

A EARLY ALGEBRA NA CONCEPÇÃO DE PROFESSORAS DA EDUCAÇÃO INFANTIL E DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: ANTES E DEPOIS DE UMA FORMAÇÃO CONTINUADA.

Dissertação submetida ao Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática–PPGEM, em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA
EM 08/04/2021

Profa. Dra. Vera Lucia Merlini
Orientadora/Presidente da banca – PPGECM/UESC

Proaf. Dra. Sandra Maria Pinto Magina
Examinadora – PPGECM/UESC

Profa. Dra. Ana Virginia de Almeida Luna
Examinadora – UEFS

Tem tudo a ver com ele

Mesmo que ande em meio ao frio
Mesmo que eu vá correndo sem direção
Mesmo que eu me canse de lutar
Ou esperar algo acontecer
Mesmo que eu me encontre em meio ao caos

Eu sei que tudo continua sendo dEle
Eu sei que posso sempre andar com Ele
Eu sei que o seu amor é duradouro
E é para sempre
Eu sei que o seu amor é pra mim

Tem tudo a ver com Ele
Com Ele eu sei pra onde eu devo ir
Tem tudo a ver com Ele
A cruz revela seu amor por mim

E mesmo se eu me abalar
O teu amor vai sustentar
Tudo o que há em mim

Ainda que os montes se movam
Ainda que as colinas sumam
O teu amor por mim permanecerá

Central 3

Dedico este trabalho ao meu melhor amigo: Jesus. Que me levou ao deserto para falar de amor!
Aos meus pais, Paulo e Rita por realizarem essa caminhada junto comigo e me apoiarem nos momentos mais difíceis.

Agradecimentos

Muito Obrigado
[...]
É importante saber agradecer
A quem me fez bem a quem me abençoou
Quem esteve comigo
Na hora da alegria e da dor

Meu Deus nunca me abandonou
E amigos fieis ao meu lado colocou
Por isso eu quero agradecer
Muito Obrigado, Senhor
Muito Obrigado

Eu te agradeço meu Senhor
Por todas as bençãos
Tu és meu Deus, meu Salvador
Eu te agradeço

Crianças Diante do Trono

Neste pequeno espaço, vou tentar honrar àqueles que me honraram durante todo esse período, assim sendo, agradeço:

À Deus, que cuidou, zelou e me amou desde antes da minha existência.

À minha família, por me amar, cuidar, compreender as ausências e todos os surtos malucos que tive nesse tempo. Em especial aos meus sobrinhos, Levi e Lucca... Opa, agora tem Thiago, por sempre me proporcionarem sorrisos quando eu só tinha lágrimas. E principalmente, aos meus pais, que aprenderam a me entender (e não foi fácil) e passaram por todo o perrengue juntinho de mim. Eu os amo muito! Obrigada por tudo e mais um pouco!

À Vera Merlini, que aqui não chamarei pelo título (ela é doutora, ok?!), pois foi muito mais que minha orientadora, foi literalmente uma mãe acadêmica, compreendeu o momento difícil que estava passando, as vezes era mais compreensiva comigo do que eu mesma e me deu todo o apoio possível, além das contribuições e formações para o projeto e para a profissional que quero ser. Muito obrigada!

Às professoras da banca examinadora, pelas correções e contribuições que proporcionaram crescimento e avanço significativo nesta pesquisa.

À minha discipuladora e amiga Cíntia, por simplesmente existir na minha vida e ser maravilhosa! Principalmente por me amar mesmo eu tendo chorado a noite inteira naquele retiro em 1999, pedindo minha casinha e caminha.

À minha amiga Rute, por todo cuidado, suporte e amizade inestimável mesmo a 1695,5 km de distância.

A Sarah, Miriam, Tifany e ao trio *de Crazy beautiful ladies*, Lay, Triz e Juli Pereira, por toda amizade, orações e jejuns neste ano.

À Thaís, por me ouvir e me incentivar a perseverar! Você é incrível!

Ao grupo RePARe, por todo apoio, leituras, discussões e contribuições para melhoria e aprimoramento que foram muito além desta pesquisa.

Aos colegas do PPGEM da UESC, que tornaram os dias e aulas mais leves, em especial a Marcos, Sidnéia e Carlos, pelo companheirismo, apoio nos momentos difíceis, conversas, conselhos e até pelos almoços. Vocês deram um toque especial às aulas! Marcos ainda ganha um destaque especial porque me ajudou imensamente a perseverar na minha pesquisa, no momento em que eu não conseguia escrever nada!

À todos os professores(as) que eu tive no período acadêmico, sobretudo os que estiveram presente nestes dois anos. Em especial a Rosane, que não tinha nada a ver com o PPGEM, mas foi meu suporte desde a seleção. Sem vocês eu não daria conta.

Aos meus companheiros de UESC, Heloísa, Gabriel e Amanda, por não me abandonarem mesmo depois de formada, ouvirem todas as minhas lamentações e serem minhas companhias de almoço, lista, fila de ônibus, vida!

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB), pelo apoio financeiro que viabilizou esta pesquisa.

A todos que me ajudaram de alguma maneira a passar por esse período, muito obrigado!

Portanto, dai a cada um o que deveis:
a quem tributo, tributo; a quem imposto, imposto;
a quem temor, temor; a quem honra, honra.

Romanos 13:7

Maritza Maria Lima de Almeida Souza

Porque para mim tenho por certo que as aflições deste tempo presente não se podem comparar com a glória que em nós há de ser revelada.

Romanos 8:18

A *EARLY ALGEBRA* NA CONCEPÇÃO DE PROFESSORAS DA EDUCAÇÃO INFANTIL E DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: ANTES E DEPOIS DE UMA FORMAÇÃO CONTINUADA

RESUMO

Há alguns anos tem-se pesquisado a respeito da importância da formação continuada de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no que diz respeito a Matemática, em especial, no campo da *Early Algebra*. Estudiosos afirmam que a maioria dos professores do ensino fundamental tem pouca experiência com os aspectos relacionados ao desenvolvimento do raciocínio algébrico, e uma das maneiras de reverter essa situação é justamente por meio de formações continuadas. Assim sendo, o objetivo desta pesquisa é investigar a concepção de professoras da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que ensinam Matemática, a respeito da *Early Algebra* antes e depois da participação de uma formação continuada. A pesquisa possui abordagem qualitativa de caráter descritivo, realizada em duas escolas públicas da rede municipal de ensino do interior da Bahia e teve como participantes dez professoras que lecionavam nessas escolas; destas, duas atuavam no G3, quatro no G4, uma no 2º, uma no 3º, uma no 4º e outra no 5º Ano do Ensino Fundamental. Os instrumentos para coleta e produção do material da pesquisa foram: os protocolos de elaboração das situações-problema antes e depois da formação e o protocolo das avalições que as professoras fizeram, ao final do processo formativo, de sua primeira elaboração. A formação aconteceu em 8 encontros, divididos em presenciais e virtuais, fruto de um projeto de parceria Universidade com Escola Pública. Diante dos dados obtidos, estes foram analisados a partir de uma comissão composta por cinco juízes, duas doutoras, um mestre, dois mestrandos – sendo um deles a pesquisadora deste estudo – que analisaram as elaborações em conjunto, levando em consideração as vertentes da *Early Algebra* que foram trabalhadas durante a formação. A partir das ações desenvolvidas durante a formação, os resultados apresentados nesta pesquisa indicam que houve, independente se professora ou estagiária, avanço no entendimento das vertentes atreladas a *Early Algebra*. Foi possível concluir que a concepção das professoras a respeito das vertentes algébricas trabalhadas mudou depois da formação, passando de uma concepção incipiente para uma concepção consistente. Para além disso ainda foram constatados outros aspectos relevantes, como por exemplo a avaliação que as professoras fizeram ao fim do processo formativo, quanto a sua primeira elaboração, momento em que elas conseguiram, com raras exceções, reconhecer alguns equívocos e, algumas vezes, refazer o texto da situação-problema, seja para melhorar a compreensão, ou para torná-la com potencial algébrico. Outro aspecto considerado relevante foi a evolução da estagiária Tifany, que em sua primeira elaboração, fez apenas metade das situações-problema proposta, enquanto no segundo momento, elaborou as seis situações-problemas propostas, sendo que cinco delas eram algébricas.

Palavras-chave: Elaboração de situações-problema. Raciocínio Algébrico. Escola Pública.

THE EARLY ALGEBRA IN THE CONCEPTIONS OF THE TEACHERS OF BASIC EDUCATION AND EARLY YEARS OF THE ELEMENTARY SCHOOL: BEFORE AND AFTER A CONTINUING EDUCATION

ABSTRACT

For some years has been researched about the importance of the continuing formation for teachers of the Early Years of elementary school on what is concerned with mathematics, especially in the field of *Early Algebra*. Scholars say that most elementary school teachers have low experience with the aspects related to the development of algebraic reasoning, and one of the ways to reverse this situation is precisely through continuing education. Therefore, this research aims to look into the conception of the preschool and the early years of the elementary school teachers, who teach mathematics, about Early Algebra before and after the participation of continuing education. The research has a qualitative approach of definitive character, performed in two public schools of the municipal system of education of the hinterland of Bahia and had ten teachers as participants that taught in those schools; of these, two worked in the G3, four in the G4, one in the 2, one in the 3, one in the 4, and one in the 5 grade of the elementary years. The instruments used for the collection and production of data for this research was: the elaboration protocols of the problem situation before and after the continuing education process and the protocol of evaluation that the teachers made, at the end of the educational process, of their first evaluation. The formation happened in 8 meetings, divided into presential and online, result of a project from a partnership between the University and the public school. In front of the data collected, they were analyzed for a commission formed by five judges, two doctors, one master, and two master's students – one being the researcher of the present research – that analyzed the elaborations together, taking into consideration the fields of the Early Algebra that were studied in the continuing education formation. From the actions developed through the formation, the results presented in this research show that happened doesn't matter if, from the teacher or the trainee, growth on the understanding of the fields connected to the Early Algebra. It was possible to discover that the conception of the teachers about the algebraic fields studied changed after the formation, going from an incipient conception to a consistent conception. Additionally, were considered others relevant aspects like, as an example, the evaluation that the teachers made at the end of the formation process on what's concern to the first elaboration, a moment that they were able, with rare exceptions, to recognize some mistakes and, in some times, remake the problem-situation text to make it easier to comprehension or to make it with an algebraic potential. Another relevant aspect considered was the evolution of the trainee Tifany, which in her first elaboration, made only half of the proposed problem situation, even though five of them were algebraic.

Keywords: Elaboration of problem situations. Algebraic Thinking. Public School.

LISTA DE SIGLAS

AVA	Ambiente Virtual de Aprendizagem
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEB	Centro de Educação Básica
CEP	Comitê de ética em Pesquisa
NAS	National Academy of Sciences
NEEMFS	Núcleo de Estudos em Educação Matemática de Feira de Santana
PCN	Parâmetro Nacional Curricular
PNAIC	Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa
PPGEM	Programa de pós-graduação em Educação Matemática
RePARe	Grupo de Pesquisa Reflexão, Planejamento, Ação e Reflexão em Educação Matemática
TAP	Tarefas de Aprendizagem Profissional
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TCLE	Termo de Livre Esclarecido
UEFS	Universidade Estadual de Feira de Santana
UESC	Universidade Estadual e Santa Cruz

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

Introdução

A presença da glória

Novamente estou aqui, Senhor
Pois eu preciso de Ti totalmente
Novamente estou aqui em Tua presença
Pois eu preciso de Ti desesperadamente

Eu estou desesperado, desesperado por Ti
Sem a presença de Tua Glória não poderei prosseguir
Eu estou desesperado, desesperado por Ti
Sem a presença de Tua Glória não poderei, não poderei

Não me faça subir nesse lugar, Senhor
Se Tua presença não for comigo, Jesus
Tu És meu melhor amigo
Não me faça subir, Senhor
Se Tua presença não for comigo

E eu sei que sem Tua presença eu não poderei
Portanto não me faça subir nesse lugar
Se Tua presença não for comigo

Antônio Cirilo

Minha Trajetória

Minha afinidade com a Matemática surgiu por volta dos 8 anos de idade. Enquanto sofria para entender como as plantas faziam fotossíntese, meus colegas achavam aquilo a coisa mais fácil. Por outro lado, os números que para eles eram um terror, para mim eram mágicos! Eu não sabia explicar como ou o porquê, apenas ficava encantada e amava fazer as contas e resolver os problemas. Não demorou muito para minha mãe perceber que eu era das exatas.

Desde que descobri minha afinidade com essa área, as aulas de Matemática seguiam sempre um mesmo roteiro: responder as atividades rapidamente e ajudar os meus colegas que tinham dificuldade. Naquela época eu não fazia ideia do que gostaria de me tornar quando adulta, pensei em médica, advogada, veterinária, atriz (esse é um arrependimento, porque eu sou tão dramática, que realmente poderia ter seguido carreira), cada dia era uma ideia diferente.

No 6º ano do Ensino Fundamental, eu tive uma professora de Matemática incrível! Lorena Natividade. Eu ficava fascinada em como ela conseguia cativar todos os meus colegas, tanto aqueles que gostavam de Matemática, quanto os que não gostavam. Sempre nos lembrava de que éramos capazes e que poderíamos – e iríamos - compreender o conteúdo e nos sair bem nas provas. Todos gostavam dela e se empenhavam para se comportar nas aulas porque ninguém queria desapontá-la.

Em meados do ano, não tive dúvidas, eu queria ser como ela! Queria crescer, e me tornar professora de Matemática! Ninguém me levou muito a sério, minha mãe tinha certeza de que eu iria acabar mudando de opção com os anos, afinal, eu só tinha 10 anos. Mas, o tempo foi passando e eu não mudei de opinião; no 9º ano, ela começou a se preocupar e tentou me convencer a cursar direito (a mocinha dramática era boa em argumentar), eu pensei na hipótese, considerei, mas acabei voltando para a minha escolha original.

Já no Ensino Médio, a tentativa foi com engenharia civil; e eu realmente cogitei, era da área de exatas, eu estaria dentro da minha zona de conforto, mas depois de pensar, não teve jeito, falei que queria cursar Matemática. Por fim, ela quase me implorou para cursar bacharelado, argumentando que ser professora era uma profissão que demandava muito esforço, muito trabalho e muita dedicação, para uma baixa remuneração e valorização, mas que, se era o que eu queria, ela e meu pai me apoiariam.

Nesse momento, minha resposta apenas foi "Eu quero ser professora, não me vejo fazendo outra coisa". E assim, iniciei minha graduação em Licenciatura em Matemática em fevereiro de 2015 na Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC).

Paralelo ao início da minha graduação, minha mãe recebeu (e aceitou) uma proposta para fazer parte de um grupo de pesquisa na mesma instituição em que eu estudava, e participar de uma formação continuada de Matemática na escola em que lecionava. Durante esse período, ela começou a frequentar as reuniões do grupo e, tempo depois, iniciaram também os encontros formativos.

Durante todo o ano de 2015 a mudança dela foi notória! Eu ficava impressionada todas as vezes em que conversávamos a respeito, como ela estava animada, empolgada, contente em aprender; uma fala que me marcou muito, foi quando ela disse *"...eu ensinava errado, mas não era por má vontade, era porque eu não sabia!"*. Naquele momento, eu percebi como aquela formação estava fazendo diferença para ela, como ela estava diferente, como suas concepções a respeito da Matemática estavam diferentes. Aquilo realmente me cativou, fiquei maravilhada!

De imediato, soube o que eu queria escrever no trabalho de conclusão de curso (TCC): A trajetória da minha mãe; que carinhosamente apelidei de "Ana" para o trabalho. Eu sabia que existia inúmeras Ana's e queria contar que era possível despertar um novo olhar para o ensino da Matemática. Escrevi então um relato sobre todo o percurso da Ana, desde o convite, seus receios e medos em aceitá-lo, até o fim do ciclo formativo. Tudo foi contato da perspectiva dela, descrevendo como foi sua perspectiva do processo, como se sentia a cada etapa, as frustrações, as conquistas, tudo.

Quando me inscrevi na seleção para o programa do mestrado, propus continuar naquela linha de pesquisa de formação continuada, pensando em ir além de um relato. Então escrevi meu pré-projeto propondo uma formação continuada de Matemática para professores dos anos iniciais, com o intuito de ser parte de uma experiência como a da Ana para outras pessoas.

O projeto

Ao ingressar no Programa de Pós- Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM), me tornei membro do Grupo de Pesquisa Reflexão, Planejamento, Ação e Reflexão em Educação Matemática (RePARe), credenciado no Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Na ocasião, estava em andamento o Projeto de Pesquisa denominado "A *Early Algebra* no Ensino Fundamental: mapeamento e diagnóstico", sendo que seus primeiros resultados fomentaram um outro projeto de pesquisa, agora interinstitucional, denominado "A *Early Algebra* no Ensino Fundamental: mapeamento, diagnóstico e formação"[1]. E foi nesse momento que eu passei a fazer parte da pesquisa.

Na ocasião projeto "A *Early Algebra* no Ensino Fundamental: mapeamento e diagnóstico" contava com algumas pesquisas concluídas, direcionadas a estudantes (PORTO, 2018; BASTOS, 2019; JERÔNIMO, 2019), a professores (OLIVEIRA, 2018), assim como, uma relacionada à coleção de livro didático (BITENCOURT, 2018). Além dessas, havia pesquisas em andamento, tanto com estudantes (ARAÚJO, 2020; RIBEIRO, 2020) quanto com professores (SOUZA, 2020).

Quanto ao projeto "A *Early Algebra* no Ensino Fundamental: mapeamento, diagnóstico e formação", este apresenta três estudos distintos que se complementam. O primeiro refere-se a um mapeamento das pesquisas brasileiras que investigaram sobre o ensino ou a aprendizagem da introdução da álgebra (chamada por *Early Algebra*) nos últimos 10 anos; o segundo diz respeito a um diagnóstico desenvolvido com estudantes da Educação

[1]Projeto de Pesquisa financiado pela UESC, CONSEPE: UESC 115/17, com a coordenação interinstitucional da Profª Drª Vera Lucia Merlini e a coordenação local da Profª Drª Ana Virginia de Almeida Luna (UEFS), aprovado pelo CONSEPE, UEFS 048/ 2019.

Infantil e do Ensino Fundamental ao lidarem com situações que envolvem o raciocínio algébrico.

Com relação ao último estudo, ele visa desenvolver uma formação para professores dos estudantes que participaram dos diagnósticos sobre a *Early Algebra*. Os estudos são denominados como (α), (β), (μ), respectivamente. Cabe ressaltar que é nesta última etapa do projeto que o objeto da presente investigação está inserido.

Juntamente com os membros do Núcleo de Estudos em Educação Matemática de Feira de Santana (NEEMFS), liderado pela profa. Dra. Ana Luna, iniciamos os planos para o processo formativo. Passamos a ler os mesmos textos em ambos os grupos de pesquisa e discutir como aconteceria a formação; escolhemos os tópicos a serem trabalhados, a maneira como seriam abordados, montamos um cronograma para o processo e fomos às escolas para propor a colaboração.

As formações deveriam iniciar no segundo semestre de 2019, porém devido à impossibilidade da equipe formadora de Ilhéus, apenas o NEEMFS seguiu o calendário previsto. Ficou decidido que a formação em Ilhéus aconteceria no primeiro semestre de 2020, mantendo o modelo pensado em conjunto com o NEEMFS. As reuniões iniciais chegaram a ser realizadas, contudo, devido a pandemia da Covid-19, foi necessário suspender o processo formativo por tempo indeterminado em Ilhéus.

A minha intenção, desde o ingresso no programa, era a de trabalhar com formação continuada para professores dos anos iniciais. No entanto, a formação a ser realizada em Ilhéus poderia não acontecer dentro de um período hábil para que eu pudesse concluir meu mestrado. Sendo assim, por se tratar de um projeto interinstitucional decidi, de comum acordo com os membros dos dois grupos de pesquisa, analisar parte dos dados coletados na formação já realizada pelo NEEMFS em Feira de Santana.

Tendo relatado sumariamente minha trajetória, pessoal e acadêmica, para chegar ao ponto inicial deste estudo, a partir daqui trocarei o uso do pronome pessoal do caso reto na primeira pessoa do singular (eu) para o impessoal. Esse pronome seguirá ao longo de toda a escrita desta dissertação.

Justificativa

A vasta literatura no campo da Educação Matemática é pauta para inúmeras discussões entre pesquisadores e educadores matemáticos tanto no Brasil quanto no exterior. Um dos assuntos altamente discutidos e que tem sido impulsionado mais ainda nos últimos anos é a relevância e indispensabilidade do estudo da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Diversas pesquisas nacionais e internacionais apontam a viabilidade da abordagem de álgebra já nos anos iniciais desde o fim do século passado (USISKIN, 1997; BOOTH, 1997; YAMANAKA e MAGINA, 2008; BLANTON, KAPUT, 2005; SCHLIEMANN *et al* 2013; BLANTON *et al* 2015). O realce dessas discussões é o desenvolvimento do pensamento algébrico[2] partindo das orientações da *Early Algebra e a* importância do desenvolvimento do pensamento algébrico juntamente com o pensamento aritmético nos anos iniciais.

Com relação ao Brasil, o currículo de Matemática sofreu mudanças significativas nos últimos 10 anos com a aprovação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) publicada em sua versão final em 2017. As discussões sobre o ensino de Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, por exemplo, passaram a fazer parte das pesquisas brasileiras (LUNA & SOUZA, 2013; RIBEIRO & CURI, 2015, SILVA ET AL., 2017, MAGINA, 2018, entre outros). A BNCC afirma que é:

> [...] imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam (BRASIL, 2018, p. 268).

Precedentemente a origem da BNCC (BRASIL, 2018), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (BRASIL, 1997, 1998) já apontavam timidamente, a proposta de se trabalhar uma pré-álgebra nos anos iniciais. Tal documento afirma que "embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados" (BRASIL, 1997, p.37). Ademais, esse documento oficial aponta a importância do trabalho simultâneo entre o ensino da aritmética e da álgebra, ao afirmar que:

> **adolescentes desenvolvem** de forma bastante significativa a **habilidade de pensar abstratamente**, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, **a partir dos ciclos iniciais,** de modo informal, em **um trabalho articulado com a Aritmética**. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados (BRASIL, 1998, p. 117. Grifo nosso).

[2] Nesta estudo, os termos pensamento algébrico e raciocínio algébrico serão expressos de maneira sinônima.

Porém, o ensino da aritmética e da álgebra ainda ocorria de maneira desarticulada, no qual os estudantes aprendiam primeiro a aritmética (anos iniciais do Ensino Fundamental) e depois a álgebra (anos finais do Ensino Fundamental), como se fossem coisas distintas.

No entanto, alguns pesquisadores como Canavarro (2007) criticam esta desassociação, mostrando por meio de seus estudos que não há necessidade de ensinar primeiro a aritmética e depois álgebra. Esses ramos da Matemática estão interligados, ou seja, há uma relação intrínseca - que compõe a natureza ou essência de algo - entre a aritmética e a álgebra, elas se compõem; e essa relação precisa ser explorada nos anos iniciais, pois contribuirá para o estudo formal da álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Segundo Falcão (2003), essa "prioridade" aritmética parece responsável por alguns obstáculos didáticos importantes na introdução à álgebra elementar por volta do 5º e 6º ano dos anos finais.

Na BNCC (2017) há uma rigidez ao expressar que é "**imprescindível** que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais [...]" (BRASIL, 2017, p. 117. Grifo nosso). Entretanto, isso não torna automática a prática em sala de aula, a mudança não é natural para o professor dos anos inicias, por isso acreditamos na importância das formações continuadas. Principalmente nas áreas em que essas mudanças são mais recentes.

Estudar a compreensão e o desenvolvimento dos professores é de extrema importância, já que o entendimento e pensamento Matemático dos estudantes provém, em grande parte, do professor que os ensina. Como a BNCC (BRASIL, 2017) destaca a imprescindibilidade do ensino e desenvolvimento do raciocínio algébrico nos anos iniciais, além de estudos apontarem a viabilidade e contribuições em longo prazo do mesmo, é pertinente e relevante o estudo nesse âmbito.

Ao considerar a viabilidade do ensino da álgebra nos anos iniciais, sua reafirmação na BNCC (BRASIL, 2017) e a importância de se estudar a compreensão e o desenvolvimento dos professores; percebi a oportunidade de superar a minha falta de afinidade com o campo algébrico além de contribuir com os professores da Educação Básica (sobretudo dos anos iniciais do Ensino Fundamental), incrementar a área da pesquisa em Educação Matemática com ênfase na *Early Algebra* e principalmente, me proporcionar desenvolvimento acadêmico, posto que é parte da minha formação, no nível de mestrado.

Sendo assim, elaboramos a seguinte questão de pesquisa: Qual a concepção de professoras da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que ensinam Matemática, a respeito da *Early Algebra* antes e depois da participação de uma formação continuada?

Para responder a essa questão de pesquisa, traçamos como objetivo investigar a concepção de professoras da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que ensinam Matemática, a respeito da *Early Algebra* antes e depois da participação de uma formação continuada.

Antes de prosseguir, acredita-se ser pertinente explicitar o que a pesquisa trará por concepção. A esse respeito, Ponte (1992) faz uma discussão que se ajusta aos interesses deste estudo, pois para ele a concepção é de uma natureza distinta dos conceitos específicos, já que se assemelha a uma maneira de pensar, conceber determinada coisa e/ou assunto. O autor afirma que:

> As concepções têm uma natureza essencialmente cognitiva. Atuam como uma espécie de filtro. Por um lado, são indispensáveis pois estruturam o sentido que damos às coisas. Por outro lado, atuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de atuação e compreensão (PONTE, 1992, p. 185).

A concepção estrutura a maneira como definimos as coisas, ao mesmo tempo em que restringe nossa adesão a coisas novas, pois nos faz resistir ao que se encontra “fora” daquilo que já demos sentido. Ela se forma num processo paralelamente individual e social, por ser fruto de nossa experiência particular e das discussões conjuntas (PONTE, 1992).

Isso posto, para atingir tal objetivo e responder à questão de pesquisa, meu estudo trilhou o seguinte percurso:

Na introdução trouxe a justificativa da pesquisa, seu objetivo e questão de pesquisa. Em seguida, o Capítulo I diz respeito ao aporte teórico que subsidiou o trabalho, abordando os principais tópicos da álgebra em diferentes perspectivas, sendo estas: a Matemática, a escolar, a Educação Matemática e ainda as pesquisas correlatas.

No Capítulo II apresento os procedimentos metodológicos dos quais provem os dados desta pesquisa. Com o intuito de ser o mais explícito possível, foi dividido em cinco partes, a saber: a abordagem metodológica; o universo do estudo e os sujeitos participantes; os instrumentos utilizados para coleta de dados, o processo formativo e os encaminhamentos para a análise.

A análise e discussão dos dados seguem no Capítulo III, segmentado em três momentos. No primeiro, à luz do aporte teórico, os dados oriundos da primeira elaboração das situações-problema, tida como a concepção inicial das professoras a respeito da *Early Algebra*, são analisados e categorizados. O momento seguinte, tendo em vista ainda as situações-problema da primeira elaboração, retrata uma análise comparativa entre a nossa categorização e a classificação solicitada e feita pelas próprias cursistas. No terceiro momento, fazemos outra análise comparativa, desta vez a comparação é feita entre a primeira e a segunda elaboração das situações-problema.

Por fim, expomos as Considerações Finais com base no estudo, trazendo os principais resultados do mesmo e respondendo a questão de pesquisa proposta.

Capítulo 1:Early Algébra

Sossega

Bem aqui no meu coração
Sinto as vezes como um turbilhão
Que me ataca e joga no chão
Toda esperança que restou, e então

Olho em volta e me sinto só
Mesmo havendo gente ao meu redor
E percebo que o lugar melhor
É ficar juntinho de quem é maior

Acalma minh'alma, aquieta aí

O pai tá cuidando de tudo pra ti

Descansa nos braços de quem te quer bem

O pai não despreza clamor de ninguém

Som e louvor

Este capítulo[3] dedica-se a discutir a *Early Algebra*, tendo em vista que esta foi o foco da formação continuada, a qual gerou os dados desta pesquisa. Visando isto, serão apresentadas em três tópicos: (i) o que é a *Early Algebra*, onde será apresentado o início da notoriedade do campo, o conceito, algumas das principais definições, e sua presença nos documentos oficiais; (ii) As vertentes da *Early Algebra*, neste caso, Símbolos, Equivalência, Sequência e Raciocínio Funcional, que foram os temas dos módulos da formação; (iii) e as pesquisas correlatas com a mesma.

1.1 O que é a *Early Algebra*?

Embora a discussão desse capítulo tenha como foco a *Early Algebra*, ele tem um breve prefácio a respeito de álgebra. Considerado por alguns como fundador da álgebra, o matemático Diofanto de Alexandria desenvolveu diversos métodos para a resolução de equações e sistemas de equações. Os pesquisadores Ponte, Branco e Matos (2009) destacam que seu estilo de linguagem era conhecido como "sincopado", ou seja, a linguagem natural que antes era o modo integralmente utilizado para expressar os enunciados dos problemas perde espaço às pequenas abreviações.

Somente alguns séculos mais a frente, Al-Khwarizmi (790-840), para denominar a operação de "transposição dos termos", que é essencial na resolução de uma equação, em um de seus trabalhos inaugura o termo "Álgebra". E então lentamente, esta passa a ocupar espaço

[3] A partir do presente capítulo, as pesquisadoras optaram pela escrita de maneira impessoal.

significativo na resolução de equações incompletas e completas dos 1.º e 2.º graus, entretanto, as formas de representação utilizadas dificilmente seriam reconhecíveis ao leitor moderno (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Isso posto, o que seria a *Early Algebra*? Este tópico tem o intuito de esclarecer quando a *Early Algebra* começou a ganhar notoriedade nos estudos, algumas definições que comumente se destacam nos estudos e sua presença nos documentos oficiais.

1.1.1 Os preâmbulos da *Early Algebra* e o conceito utilizado neste estudo.

A abordagem algébrica nos anos iniciais da escolarização ganhou maior notoriedade no ano de 2006, em uma conferência organizada pela Academia Nacional de Ciências (NAS) com o intuito de pensar sobre a ciência e a tecnologia, visando êxito americano no século XXI. Os participantes – especialistas em Matemática e Educação Matemática - se distribuíram em cinco grupos de trabalho correspondentes a cinco níveis diferentes de instrução de álgebra, para pensar e discutir o ensino e a aprendizagem da mesma.

Ao final, cada grupo apresentou um relatório propondo caminho para o determinado ciclo. O grupo a apresentar o relatório de reflexão do ensino e aprendizagem dos primeiros anos escolares foi denominado de *Early Algebra*. Um dos pontos destacados pelo referido grupo foi a falta de coerência em pensar a álgebra separadamente da aritmética, trabalhar com atividades tidas como algébrica somente depois dos conceitos aritméticos terem sido estabelecidos.

O grupo traz um destaque pertinente, chamando atenção para o que não é *Early Algebra*:

> Compreender a *Early Algebra* também requer compreender o que ela não é. Em particular, não é um “complemento” ao currículo existente. Ou seja, a intenção não é que seja vista como um conjunto de atividades separadas que os professores (possam) ensinar depois que as habilidades e procedimentos aritméticos forem dominados. [...] A *Early Algebra* não é um re-empacotamento de habilidades e procedimentos de algébricos, normalmente ensinado como um curso de "pré-álgebra" dos Anos Finais, para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental[4] (BLANTON et al., 2007, p. 7, tradução das autoras).

Em seguida, eles a definem da seguinte maneira:

> [...] Early Algebra é uma maneira de pensar que traz significado, profundidade e coerência para a compreensão matemática das crianças, aprofundando os conceitos já ensinados, de modo que haja oportunidade de generalizar relacionamentos e

[4] Tradução para: Understanding early algebra also requires understanding what it is not. In particular, it is not an ‘add-on’ to the existing curriculum. That is, it is not intended to be viewed as a separate set of activities that teachers (might) teach after arithmetic skills and procedures have been mastered. [...] early algebra is not a re-packaging of algebra skills and procedures, typically taught as a ‘pre-algebra’ course in the middle grades, for elementary grades.

> propriedades na matemática [...] Enquanto as crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental podem desenvolver alguma habilidade em manipulação simbólica, o real objetivo é que eles aprendam a raciocinar algebricamente e comecem a adquirir uma linguagem simbólica, 'algébrica' para expressar e justificar suas ideias. (BLANTON et al., 2007, p. 7, tradução das autoras[5]).

Este ponto já era destaque para pesquisadores como Booth (1995) e Brizuela (2006), e continuou com outros pesquisadores - como Blanton et al (2007) - que apontam a viabilidade e eficácia da introdução destes conceitos desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

A afirmação de Blanton et al. (2007) deixa explícito que a *Early Algebra* não é reorganizar a álgebra dos Anos Finais para ser ensina nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, mas sim um pensar com significado, raciocinar algebricamente; tudo isso pode ser de maneira informal, na linguagem materna. O intuito não é que o estudante seja capaz de manipular fórmulas e resolver problemas com incógnitas, mas que ele desenvolva o raciocínio e consiga expressá-lo. Isso ressalta a inerência que há entre a aritmética e a álgebra, uma vez que a generalização das ideias matemáticas são possíveis a partir de casos particulares, que podem ser expressas por meio de discursos argumentativos e não, necessariamente, pelo uso da estrutura algébrica formal.

Antes de prosseguir, é pertinente que seja feita uma distinção entre a pré-álgebra e a *Early Algebra*, já que é comum encontrar ambos os termos nos estudos concernentes ao campo.

Segundo Ruiz (2015), a relação entre a aritmética e a álgebra leva a dois aspectos diferentes: no primeiro a álgebra tem suas raízes na aritmética e depende fortemente de sua fundamentação aritmética, já que esta possui muitas oportunidades para simbolizar e generalizar algebricamente; no segundo é sugerido que se proponha - nos anos iniciais - o desenvolvimento dos aspectos da álgebra, de modo que incentive os estudantes a mudar sua forma de pensar conduzindo ao pensamento algébrico (LINS E KAPUT, 2004).

Esses aspectos desencadeiam as duas propostas em questão, pré-álgebra e *Early Algebra*, respectivamente. Ambas propostas focam no ensino e aprendizagem da Matemática antes da abordagem formal da álgebra, e a distinção principal é a finalidade de cada uma. Enquanto a pré-álgebra busca amenizar a transição brusca da aritmética à álgebra sem questionar a ideia de que o ensino desta última comece nos Anos Finais do Ensino

[5] Tradução para: early algebra is a way of thinking that brings meaning, depth and coherence to children's mathematical understanding by delving more deeply into concepts already being taught so that there is opportunity to generalize relationships and properties in mathematics. […] While children in elementary grades may develop some skill at symbolic manipulation, the goal is instead that they learn to reason algebraically and that they begin to acquire a symbolic, 'algebraic' language for expressing and justifying their ideas.

Fundamental (CARRAHER E SCHLIEMANN, 2007); a *Early Algebra* pondera que as dificuldades apresentadas pelos estudantes na aprendizagem da álgebra se devem – em especial – a maneira como esse campo matemático é introduzido e trabalhado. Falcão (2003) expressa sua crítica a esse respeito, ao afirmar que a "prioridade" aritmética parece responsável por alguns obstáculos didáticos importantes na introdução à álgebra elementar por volta do 5º e 6º ano dos anos finais.

Isso posto, e tomando como base os estudos de Lins e Kaput (2004), Carraher e Schliemann (2007) e Ruiz (2015), toma-se a *Early Algebra* como uma proposta psico-pedagógica de se iniciar o desenvolvimento de aspectos algébrico com estudantes já nos anos iniciais, partindo do que eles já pensam a respeito. Nesse sentido, *Early Algebra* engloba o estudo das relações funcionais, das generalizações de padrões, o estudo de estruturas abstraídas de cálculos e relações, o desenvolvimento e manipulações de símbolos e a modelação de situações e contextos.

Nessa direção, é plausível concordar com Carraher e Schliemann (2007), quando esses propõem que se trabalhe nos anos iniciais com atividades voltadas para padrão, relação e propriedades matemáticas com o intuito de se desenvolver nos estudantes desse nível de escolarização competências que pertencem ao campo da álgebra. Cabe salientar que a proposta não é ensinar a álgebra, mas sim trazer situações que permitam ao estudante interagir, refletir e desenvolver o raciocínio algébrico.

Isso posto, é natural a indagação do que seria esse raciocínio algébrico. É a mesma coisa do pensamento algébrico? O tópico seguinte irá esclarecer isto.

1.1.2 Raciocínio x Pensamento

Segundo Canavarro (2007), muitos pesquisadores têm buscado discutir este conceito nos últimos anos, em especial no que tange ao ensino da Matemática nos Anos Iniciais. Para a autora, a associação de pensamento algébrico ao reconhecimento daquilo que é geral numa dada situação matemática e à expressão dessa generalização é o destaque das pesquisas. É válido salientar que o intuito neste momento não é apresentar uma definição universal, mas discutir a concepção de alguns pesquisadores a respeito desses termos.

Ao tratar do pensamento algébrico, Ponte et al. (2009) menciona que um dos autores que escreveu sobre o assunto foi James Kaput, que afirmar que o pensamento algébrico é algo que se manifesta quando, por meio de conjecturas e argumentos, se estabelecem generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas por meio de linguagens cada vez mais formais. Os autores, Ponte et al. (2009) então concluem que o grande objetivo do estudo da Álgebra no ensino básico e também no secundário, é desenvolver esse pensamento dos alunos. Assim, o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções; e também, capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou afins. (PONTE et al, 2009)

Ainda caracterizando o pensamento algébrico, os autores supracitados afirmam que ele inclui três vertentes: representar, raciocinar e resolver problemas. A primeira vertente – representar – se reporta a condição do estudante de usar diferentes sistemas de representação, objetivando que estes sistemas possuam caracteres primitivos de natureza simbólica. Na segunda vertente – raciocinar, tanto dedutiva como indutivamente – há dois aspectos importantes, o relacionar e o generalizar; o intuito é que o estudante relacione analisando as propriedades de certos objetos e generalize ao estabelecer essas relações. Por fim, a terceira vertente, trata de usar diversas representações de objetos algébricos para interpretar e resolver problemas matemáticos e afins.

No que se refere ao raciocínio algébrico, Blanton e Kaput (2005, p.413, tradução das autoras) o caracterizam como sendo o "processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto de instâncias particulares, estabelecem essas generalizações através do discurso da argumentação e as expressam de maneiras cada vez mais formais e adequadas à idade" [6].

Os autores ainda afirmam que esse raciocínio pode ser compreendido em termos de generalização, sendo que essa generalização não necessariamente depende de uma linguagem estritamente simbólico-formal para ser evidenciada. Outrossim, ela vai conquistando mais espaço à medida que o aluno desenvolve, aos poucos, uma linguagem mais apropriada. Esses mesmos autores afirmam ainda que os principais elementos caracterizadores do raciocínio algébrico são:

> 1. o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada); 2. a generalização de padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional); 3. a modelação como um domínio para expressar e formalizar generalizações e 4. a generalização sobre sistemas matemáticos abstratos de cálculos e relações (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413).

A partir das considerações ponderadas, é possível compreender o raciocínio algébrico como parte do pensamento algébrico. Enquanto o pensamento abrange representação, resolução e o próprio raciocínio, além de seu desenvolvimento ser o objetivo do estudo da

---

[6] Tradução para: We take algebraic reasoning to be a process in which students generalize mathematical ideas from a set of particular instances, establish those generalizations through the discourse of argumentation, and express them in increasingly formal and age-appropriate ways.

álgebra na educação básica, – Anos Finais do Ensino Fundamental – o raciocínio é mais restrito, mais pontual. É possível compreendê-lo em termos de generalização, como sugerem Blanton e Kaput (2005), generalização esta que não depende da linguagem algébrica formal, mas que se concentra em expor sua ideia e compreensão da maneira que lhe cabe no momento. A linguagem formal será adquirida a medida que o estudante se apropria desse raciocínio.

1.1.3 *Early Algebra* nos documentos oficiais

Nessa secção é realizada a discussão acerca da abordagem feita por alguns dos documentos oficiais brasileiros a respeito do ensino de Álgebra. Para tanto, dois documentos importantes serão postos em pauta, quanto aos Anos iniciais, a saber, os Parâmetros Curriculares Nacional (PCN) (1997, 1998), e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017). Para atender a Educação Infantil, os documentos abordados foram, os Elementos Conceituais e metodológicos dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento da alfabetização (2012), e o Referencial curricular nacional para a educação infantil (1998).

1.1.3.1 Os PCN

No decorrer da história da educação brasileira alguns documentos foram publicados com o intuído de “guiar” o trabalho escolar. Desta maneira, em 1997 os PCN (BRASIL, 1997) foram publicados propriamente para direcionar o trabalho docente escolar. Embora atualmente a educação brasileira conta com a BNCC (BRASIL, 2017) a pertinência de trazer os PCN (BRASIL, 1997; 1998) para a discussão é devido ao fato de que ele já mencionava a necessidade do desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos da escolaridade. Para além disso, esta pesquisa se apoia também em estudos que tratam do assunto desde a década de 1990. Desta maneira, é apropriado trazê-los uma vez que já abordavam o ensino da Álgebra nos anos iniciais mesmo que sua abrangência só tenha recebido a devida importância na BNCC (2018).

Os PCN (BRASIL, 1997) abordam todas as disciplinas curriculares, e, no que tange a área da Matemática, o documento é um artifício que procura incentivar a busca coletiva de soluções para o ensino de tal área. Soluções estas que devem se encaixar em situações cotidianas que, de maneira eficaz, promova maior acessibilidade aos conhecimentos matemáticos dos estudantes.

A versão dos PCN que foi publicada em 1997 atendia os anos iniciais do Ensino Fundamental, na época com a nomenclatura 1º ciclo (1ª e 2ª série que equivalem aos atuais 2º e 3º anos) e 2º ciclo (3ª e 4ª série que equivalem aos atuais 4º e 5º anos). No ano seguinte, houve a publicação do PCN que atendia aos anos finais do Ensino Fundamental, tidos naquela ocasião como sendo 3º e 4º ciclos. Em nenhuma das duas versões o documento se reporta aos anos escolares que precedem o 1º ciclo, ou seja, não há orientações para a Educação Infantil.

Quanto ao tópico que tange ao currículo de Matemática, o documento é dividido em 34 blocos que abordam os conteúdos. Estes são divididos em Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação “uma vez que o mesmo busca identificar, dentro de cada um desses vastos campos, que conceitos, procedimentos e atitudes são socialmente relevantes e apontar em que medida os conteúdos contribuem para o desenvolvimento intelectual do estudante” PCN (BRASIL, 1997, p.49).

Como o foco deste estudo é a *Early Algebra*, é pertinente focar apenas no que o referido documento traz a respeito deste termo. Como a *Early Algebra* só passou a ser chamada desta maneira em 2006, a busca foi centrada em termos similares; e o termo que foi encontrado foi “pré-álgebra” situado no bloco Números e Operações.

No documento que fora publicado em 1997, já havia, mesmo que timidamente, a proposta de se trabalhar essa pré-álgebra nos anos iniciais. Tal documento afirma que “embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados” (BRASIL, 1997, p.37). Ou seja, essa abordagem sucinta sugere que é possível desenvolver uma “pré-álgebra”, porém, as noções algébricas “reais” e o trabalho com a álgebra propriamente dita só serão desenvolvidos nos anos finais do Ensino Fundamental, dito isso, somente no 3º e 4º ciclos (BRASIL, 1998).

Embora essas noções algébricas sejam desenvolvidas no 3º e 4º ciclo, o documento traz realmente um item tratando da álgebra apenas para o 4º ciclo, que é o que se refere à 7ª e 8ª série. Desta forma, mais uma vez, o 1º e 2º ciclo se restringe exclusivamente às noções de Números e as operações, priorizando unicamente o cálculo mental com foco apenas para a aritmética. A versão dos PCN (BRASIL, 1998) direcionada aos dois últimos ciclos do ensino fundamental, traz avanços no que tange ao ensino da álgebra, apontando a importância do trabalho simultâneo entre o ensino da aritmética e da álgebra, ao afirmar que:

> **adolescentes desenvolvem** de forma bastante significativa a **habilidade de pensar abstratamente**, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, **a partir dos ciclos iniciais,** de modo informal, em **um trabalho**

> **articulado com a Aritmética**. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados (BRASIL, 1998, p. 117, grifo nosso).

Porém, mesmo com esse avanço, o ensino da aritmética e da álgebra ainda acontecia de maneira desarticulada, de modo que os estudantes aprendiam primeiro a aritmética (anos iniciais do Ensino Fundamental) e depois a álgebra (anos finais do Ensino Fundamental), como se fossem coisas distintas (FALCÃO, 2003).

Como fora mencionado anteriormente, a Álgebra é mais do que a manipulação simbólica, já que é necessária a compreensão, por parte dos estudantes, dos conceitos algébricos e suas estruturas. Entretanto, no Brasil, frequentemente esse estudo se inicia de maneira formal nos anos finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997); com um ensino baseado em resolver equações, decorar as regras para manipulação de polinômios e/ou simplificar expressões algébricas que quase sempre são longas e sem nenhum tipo de contextualização, o que provoca uma manipulação de símbolos sem um sentido real. Nessa época já se cogitava a ideia de trabalhar conceitos algébricos de forma tênue, porém foi na BNCC (BRASIL, 2017) que a álgebra foi apresentada como Unidade Temática a perpassar todo o Ensino Fundamental.

1.1.3.2 A BNCC

Depois de duas versões, a BNCC foi aprovada em 20 de Dezembro de 2017, em sua terceira versão, com o objetivo de estabelecer diretrizes pedagógicas para a educação básica Nacional. O documento está dividido em quatro áreas de conhecimentos (Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza e Ciências Humanas). Mesmo que cada área tenha suas especificidades, há uma tentativa de relacioná-las entre si, com o intuito de auxiliar na comunicação entre os conhecimentos e saberes dos diferentes componentes curriculares (BRASIL, 2017). Como o enfoque desse trabalho é o campo da Álgebra, e este faz parte da área da Matemática, a discussão será centrada neste âmbito.

A compreensão da Matemática é imprescindível, especialmente na Educação Básica, já que permite uma aplicação na sociedade contemporânea por parte dos estudantes (BRASIL, 2017). Sendo assim, não basta desenvolver somente o raciocínio aritmético. É fundamental que haja um lugar de discussão para outros raciocínios, de modo que estes sejam estudados e aprofundados, sendo estes: a Álgebra, a Geometria, Grandezas e medidas e, por fim, a

Probabilidade e estatística (BRASIL, 2017), estas são reconhecidas como unidades temáticas da área da Matemática nesse documento.

Na unidade temática da Álgebra, especificamente, há uma busca centrada em promover e desenvolver o raciocínio algébrico, sendo este fundamental para que se compreenda, represente e análise situações matemáticas fazendo uso de diversos símbolos. Para tanto, o documento salienta a necessidade de que:

> [...] os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2017, p. 226).

Outrossim, além de destacar a necessidade de se identificar as regularidades, padrões e viabilidade da utilização dos símbolos, ele ainda embasa a garantia do ensino de Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, afirmando que é:

> [...] imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam (BRASIL, 2017, p. 268).

Mediante os trechos apresentados que foram retirados dos documentos, é possível perceber que a BNCC (BRASIL, 2017) é precisa, no que diz respeito aos conteúdos, competências e habilidades a serem alcançadas em cada ano escolar. Entretanto, embora seja um documento que visa nortear a Educação Básica nacional, ele não contempla o território brasileiro em sua totalidade; pois existem especificidades locais e regionais que devem ser respeitadas e atendidas. Sendo assim, o documento acaba por, de certa forma, restringir a construção do conhecimento matemático, já que não há uma valorização dessa construção quando adquirida de maneiras distintas das consideradas tradicionais.

Quanto a Educação Infantil dos anos iniciais, a BNCC não apresenta conceitos algébricos de maneira explícita em seu texto, porém, numa análise detalhada realizada por Ferreira (2020), observou-se que as Sínteses das Aprendizagens para (III) Traços, sons, cores e formas e (V) Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações, remetem a possibilidades do ensino da *Early Algebra*.

1.1.3.3 Documentos relacionados a Educação Infantil

Os Elementos Conceituais e metodológicos dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento da alfabetização foi um documento publicado no ano de 2012 e, embora não tenha obtido tanta notoriedade quanto os PCN (BRASIL, 1997, 1998) e a BNCC (BRASIL, 2017), foi o documento referência para a elaboração do Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). O documento dispõe o pensamento algébrico como um dos eixos a serem trabalhados já nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, como mostra o quadro a seguir.

Quadro 1- Eixo do pensamento algébrico abordado na publicação dos Elementos Conceituais e metodológicos dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento da alfabetização

EIXO ESTRUTURANTE PENSAMENTO ALGÉBRICO Objetivos de Aprendizagem	**1º Ano**	**2º Ano**	**3º Ano**
Compreender padrões e relações, a partir de diferentes contextos.			
Estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos.	**I**	**I/A**	**A/C**
Reconhecer padrões de uma sequência para identificação dos próximos elementos, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples.	**I**	**I/A**	**A/C**
Produzir padrões em faixas decorativas, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples.	**I**	**I/A**	**A/C**
LEGENDA: I – Introduzir; A – Aprofundar; C – Consolidar.			

Fonte: BRASIL (2012)

O documento ainda salienta que:

> A compreensão e reconhecimento dos padrões – em sequências numéricas, de imagens e de sons ou em sequências numéricas simples, – o estabelecimento de critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos e a produção de padrões, fazem parte de todos os eixos estruturantes. (BRASIL, 2012, p. 76).

Ainda que dentre os demais documentos mencionados, este seja o que aborda de maneira mais clara a pretensão de se trabalhar a álgebra e desenvolver o pensamento algébrico, principalmente quanto a compreensão de padrões e sequências desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, é possível observar que o menor ano escolar mencionado ainda é o 1ºAno.

Ao analisar diversos documentos oficiais relacionados a Educação Infantil, a maioria destes abordava os direitos da criança, como Plano Nacional de Educação (2001) e Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil (2010), o documento que melhor atendeu a questão Matemática para a Educação Infantil foi o Referencial curricular nacional para a educação infantil (BRASIL, 1998).

O referido documento explicita os conteúdos para se trabalhar na Educação Infantil. No mesmo é possível identificar que é possível se trabalhar álgebra nesse período inicial da vida escolar.

> Ao se trabalhar com conhecimentos matemáticos, como com o sistema de numeração, medidas, espaço e formas etc., por meio da resolução de problemas, as crianças estarão, consequentemente, desenvolvendo sua capacidade de generalizar, analisar, sintetizar, inferir, formular hipótese, deduzir, refletir e argumentar (BRASIL, 1998, p. 212).

A proposta é desenvolver algumas capacidades, a partir da resolução de problemas. Algumas delas, como generalizar, analisar, sintetizar e deduzir, são maneiras de se trabalhar a *Early Algebra*, ou seja, é possível abordá-la na Educação Infantil.

1.1.3.4 Do PCN à BNCC

Assim como a BNCC (BRASIL, 2017), os PCN (BRASIL, 1997; 1998) são documentos que visam orientar o trabalho dos professores ao mesmo tempo em que sugere metodologias para cada área de conhecimento e seus respectivos componentes curriculares. Em se tratando da Matemática como um desses componentes curriculares, ambos documentos apresentam orientações que se diferem em alguns aspectos. Devido ao fato de que as elaborações ocorreram em épocas distintas, essas diferenças acabam por distinguir consideravelmente um documento do outro.

Os PCN (BRASIL, 1997; 1998) foram escritos tendo em vista a Lei de Diretrizes e Bases da Educação brasileira – LDB 9394/96, que é um documento também orientador, porém possuem objetivos mais amplos, não expressos para cada ano escolar, além de não ser obrigatório. Os PCN (1997; 1998) foram organizados em blocos de campo específico, sendo que neste estudo foi utilizado em especial o bloco de Números e Operações, pois contempla a Aritmética e a Álgebra.

No que tange a Álgebra, como foi mencionado anteriormente, no que diz respeito à aprendizagem da Álgebra, ela é estudada nos anos finais do Ensino Fundamental, através de situações-problema, geralmente apresentadas em: generalizações de padrões aritméticos, método para resolver problemas por meio de equações e inequações. Ou seja, há uma tentativa de se desenvolver o pensamento algébrico com o intuito de “simplesmente” proporcionar a generalização de regularidades, através da identificação dos significados das letras.

Nos PCN "as orientações não abordam os aspectos dos conteúdos a serem desenvolvidos nos terceiro e quarto ciclo. As orientações também não indicam uma sequência de tratamento dos blocos ao longo do terceiro e quarto ciclo" (BRASIL,1998, p.95); enquanto a BNCC (BRASIL, 2017) já delimita os objetos a serem validados em cada unidade, anualmente, afirmando que "Em todas as unidades temáticas, a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que as noções matemáticas são retomadas, sendo ampliadas e aprofundadas ano a ano" (BRASIL, 2017, p.232).

No que se refere ao conteúdo algébrico, a BNCC (BRASIL, 2017) evidencia que é "**imprescindível** que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais [...]" (BRASIL, 2018, p. 117. Grifo nosso).

Desta forma, é perceptível que a real diferença entre os documentos é o fato de que os PCN (BRASIL, 1997; 1998) são um apoio ao planejamento e a prática pedagógica, ao passo que a BNCC, é uma obrigatoriedade para o currículo Nacional.

1.2 As vertentes

O presente tópico apresenta as vertentes da *Early Algebra*, a saber, Símbolos, Equivalência, Padrões e Sequência, e Raciocínio Funcional, que foram os temas dos módulos da formação continuada.

1.2.1 Símbolo

A Álgebra simbólica começa a aparecer no século XVI, com François Viète (1540-1603). Neste período, a resolução de equações progride de maneira significativa. A equação geral do 3° grau é resolvida primeiro por Scipione del Ferro (1465-1526). Posteriormente, Tartaglia (1500- 1557) faz a mesma descoberta, porém ambos não publicam seus resultados e Cardano (1501-1576), o faz na sua *Ars Magna*. Já a equação geral do 4º grau é resolvida por Ferrari (1522-1565). O sucesso desses matemáticos italianos do Renascimento marca um importante momento na história da Matemática, pois, a ciência moderna pela primeira vez, ultrapassa claramente os êxitos da Antiguidade.

D’Alviella (1995, p. 21), afirma que o termo “símbolo” passou gradualmente a se referir a tudo aquilo que, seja por acordo geral ou analogia, representasse convencionalmente alguma coisa ou alguém. Pode-se então considerar que um símbolo é uma representação, mas não uma reprodução. Pois uma reprodução implica igualdade, e um símbolo pode conjurar a concepção do objeto que ele representa (RIBEIRO, 2010).

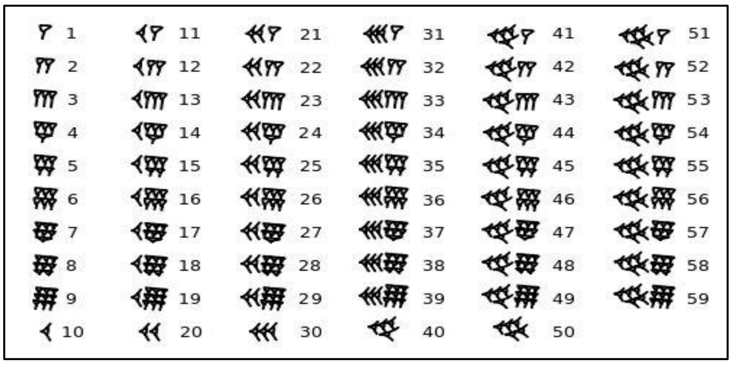
Sendo assim, frequentemente os símbolos aparecem nas mais diversas rotinas. Seja em um hospital com o desenho de uma enfermeira com o dedo indicador nos lábios (representando um pedido de silêncio). Seja em algum estabelecimento com a imagem de um cigarro no interior de um círculo agregado a um traço em diagonal que abrange todo o seu diâmetro (indicando que não se pode fumar no local), nas placas de trânsito e etc.

Entretanto, em algumas ocasiões os símbolos aparecem de maneira ambígua, ou seja, possuindo dois ou mais significados. Um exemplo disso é a letra M na porta do banheiro. Ao olhar apenas para essa porta, não garante se é um banheiro masculino ou para mulheres. Portanto, torna-se necessário observar a outra porta no sentido de verificar a representação que está na porta (F de feminino ou H de homem). Desta forma, é pertinente discutir acerca dessa ambiguidade, pois algumas vezes, pode existir mais de uma interpretação correta para o mesmo símbolo (OLIVEIRA, 2018).

Analogamente, a Matemática necessita do uso e interpretação de símbolos. Embora esta interpretação também seja algo crucial, ao pensar matematicamente, há uma preocupação em restringir ao máximo qualquer ambiguidade que possa existir entre eles. Pois, ao utilizar símbolos que possuem diferentes significados, é inviável usá-lo matematicamente (OLIVEIRA, 2018). Contudo, Booth (1995) evidencia que o sinal de igualdade, além de ser visto como um símbolo de “escreva a resposta”, também é indicador de uma relação de equivalência; e embora possa não ser imediatamente percebida pelo estudante, ambas noções são necessárias para a compreensão algébrica.

Ao estudar a história da Matemática, percebe-se que as representações numéricas, por exemplo, avançaram de maneira considerável. O sistema de numeração babilônico é um desses casos (Figura 1), nele a simbologia numérica era bem diferente do que se conhece atualmente.

Figura 1: Representação numérica babilônica



Fonte: Pinterest[7] (2020)

Percebe-se que os babilônicos utilizavam um símbolo para cada casa decimal, que se repetia de acordo com a quantidade da casa, ou seja, a unidade possuía uma representação e, caso quisesse representar nove unidades, deveria escrever o símbolo nove vezes; da mesma maneira a dezena, centena, milhar e assim por diante. É possível notar que representar o número 9.999.999.999 (nove bilhões novecentos e noventa e nove milhões novecentos e noventa e nove milhões novecentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove) no sistema numérico babilônico, seria mais inviável do que escrevê-lo por extenso.

É necessário que os estudantes possuam entendimento dos símbolos matemáticos, para que estejam aptos a manipular os mesmos e atingir o objetivo desejado. Afinal, dentre outras coisas, os símbolos matemáticos possibilitam certa universalização da linguagem matemática que, como Melo (2016) ressalta, está em constante processo de criação e de evolução, possibilitando ainda mais a sua universalidade. Sob esta perspectiva, ao observar um cálculo em mandarim ou outra língua, mesmo não compreendendo o enunciado, caso o desenvolvimento dos cálculos faça uso dos símbolos Matemáticos, será possível compreender sobre o que se trata aquele determinado problema.

Contudo, não é apenas a Álgebra que utiliza os símbolos matemáticos. Oliveira (2018) ressalta a possibilidade de contemplá-los também na Geometria (º, π, α, β, etc) ou ainda na Aritmética (+, -, x, >, etc.). Entretanto, é visível que a Álgebra expande consideravelmente mais esse sistema simbólico, permitindo outros significados para alguns símbolos já

[7] Disponível em: < https://br.pinterest.com/pin/211528513737145666/ > Acessado em: 20 de julho de 2020.

existentes. A exemplo disto, tem-se o *x*, que apenas representava multiplicação, e passa a ser visto como uma incógnita ou uma variável.

A partir dos trabalhos realizados acerca do sentido dos números por volta das décadas de 1980 e 1990, era razoável pensar em expandir a ideia do sentido dos números desde o campo da aritmética escolar, até o da álgebra escolar. Uma definição deste tipo poderia se tornar um meio de captar a ideia em si, refinar e convertê-la em operação, seja ou como um ponto para investigar aprendizagem da álgebra, ou como uma ferramenta para projetar o ensino, ou ambos. (ARCAVI, 2007).

Segundo Arcavi (2007) certos componentes do ensino dos símbolos são mais importantes para auxiliar na compreensão dos estudantes. Alguns deles, são: (i) afinidade com os símbolos; (ii) capacidade de "manipular" e também "ler através" de expressões simbólicas; (iii) A capacidade de selecionar uma possível representação simbólica; (iv) Consciência da necessidade de revisar os significados dos símbolos durante a aplicação de um procedimento e comparar estes significados com as intuições de resultados que eram esperados.

Quanto a afinidade com os símbolos, tem-se a compreensão dos mesmos e o entendimento de suas potencialidades, como quando e como estes símbolos podem e dever ser utilizados. Isto com o intuito de mostrar relações, generalizações e demonstrações. O autor chama atenção para o fato de que

> [...] a maioria dos alunos com considerável experiência em álgebra não recorrem aos símbolos como uma ferramenta que lhes permitiria investigar a pergunta de maneira geral. Apesar de ter os símbolos como uma ferramenta disponível, eles não são utilizados, a menos que alguém sugira (ARCAVI, 2007, p. 2. Tradução nossa[8]).

Desta maneira, percebe-se que, para compreender determinadas situações, é de suma importância que não apenas se disponha dos símbolos, mas também possua confiança implícita de que estes símbolos são ferramentas apropriadas. Entretanto, o próprio autor chama atenção para o fato de que, o sentido dos símbolos também deveria incluir a “sensação” ou “pressentimento” de que em algumas ocasiões, eles podem constituir uma opção um tanto “pesada”, de modo que seja válido considerar outros métodos de representação.

No que se refere a capacidade de "manipular" as expressões simbólicas, Arcavi (2007) afirma que separar os símbolos dos significados e ao mesmo tempo aderir a uma visão global

[8] Tradução para: la mayoría de los alumnos con considerable experiencia en álgebra no recurren a los símbolos como una herramienta que les permitiría investigar esta pregunta de manera general. A pesar de tener a los símbolos como una herramienta disponible, éstos no son invocados, a menos que alguien se los sugiera.

das de expressões simbólicas, são condições necessárias para que as manipulações sejam mais rápidas e eficazes. Por outro lado, a leitura “através" destas expressões com o intuito de assimilar significados agrega níveis de conexão e racionalidade dos resultados.

O pesquisador ainda menciona que, ao observar os alunos atuando em situações que envolvem símbolos, geralmente se constata manipulações automáticas. No processo de resolução de um problema, fazer um hiato para ponderar a viabilidade de se representar três números consecutivos como $n, n+1, n+2$ ou $n-1, n, n+1$ ou ainda como $n-2, n-1, n$. Desse modo, seria o que o autor considera como a capacidade de selecionar uma possível representação simbólica.

Findada essa breve apresentação dos símbolos, passa-se então à próxima vertente considerada nesta secção, que é o conceito de equivalência a ser apresentado a seguir.

1.2.2 Equivalência

A noção de igualdade desempenha um papel fundamental na Matemática, possuindo um significado muito mais próximo de “equivalência” do que de “identidade”; pois na identidade matemática existe uma coincidência total entre dois objetos – determinado objeto só é idêntico a si mesmo. Entretanto, a igualdade ou equivalência matemática refere-se apenas a uma certa propriedade, ou seja, em se tratando de termos matemáticos, a relação de igualdade é uma relação de equivalência (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

A equivalência é definida por Millies e Coelho (2006) em termos matemáticos como “Uma relação binária num conjunto A, que indicaremos por ≡ diz-se uma relação de equivalência se, para quaisquer a, b, c em A tem-se que: (i) a ≡ a. (ii) a ≡ b implica b ≡ a. (iii) a ≡ b e b ≡ c implica a ≡ c”. Partindo disto, ao observar uma expressão numérica, como por exemplo, 4 + 5 = 9, os termos do primeiro e segundo membro (‘4 + 5’ e ‘9’) são diferentes entre si, ou seja, não há igualdade entre eles, entretanto, representam o mesmo número, logo, são equivalentes.

A noção de igualdade é utilizada com vários intuitos, um deles é para representar o resultado de uma operação aritmética. Desta maneira, Ponte, Branco e Matos (2009), ao afirmar que 5 + 2 = 7, diz-se que ao reunir um conjunto com 5 elementos com um outro conjunto com 2 elementos obtém-se então um conjunto com 7 elementos. Já a expressão numérica 5 + 2 = 7 representa que a adição de 5 mais 2 resulta em 7. Porém, também indica a existência do mesmo número de elementos tanto através da reunião de dois conjuntos, um com 5 e outro com 2 elementos, quanto em um conjunto com 7 elementos. O uso do sinal de igual nesta expressão é justificado pela propriedade “ter o mesmo número de elementos” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Para os autores supracitados, caracterizam uma equação como a afirmação de que duas expressões matemáticas são iguais. Entretanto, cabe ressaltar que essa relação de igualdade provém de um caso particular da relação de equivalência (VERGNAUD, 2014). Ou seja, o sinal de igualdade não representa simplesmente que o segundo membro é consequência de uma determinada operação feita no primeiro membro, mas sim, que as manipulações realizadas no primeiro membro equivalem ao segundo membro, ou seja, diferentes maneiras de se representar o mesmo número.

O sentido do sinal de igual como resultado de uma operação é constantemente usado nos primeiros anos do ensino Fundamental. Entretanto, é essencial que o sentido mais geral deste sinal seja conservado como estabelecendo uma equivalência entre duas expressões numéricas (BOOTH, 1995). Através disso, alunos devem desenvolver a habilidade de reconhecer igualdades demasiadas simples.

Contudo, é essencial que o professor leve em conta o fato de que estas igualdades não devem surgir apenas do modo mais corriqueiro, ou seja, na forma a + b = c, mas também como c = a + b (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). Desta maneira, os alunos poderão identificar diferentes maneiras de se representar determinado número através de igualdades numéricas.

Outra pesquisadora que trata do conceito de equivalência no que tange à dificuldade que os estudantes enfrentam com tal conceito é Kieran (1995). A autora, chama atenção para a supergeneralização ou os procedimentos supergeneralizados da transposição do segundo para o primeiro membro, nas estratégias de resolução; onde ela explica o termo da seguinte maneira:

> Eles começavam com o termo do segundo membro e transpunham do segundo para o primeiro membro. Por exemplo, quando se perguntava como achar o valor de a em $3a + 3 + 4a = 24$, diziam: “24 dividido por 4, menos 3, menos, humm, não, dividido por 3”. Obviamente, essa supergeneralização levará a um dilema. Depois de dividir por 4 e subtrair por 3, eles não sabiam se em seguida deveriam subtrair o 3 restante ou dividir por ele. Isto é, restavam duas operações para inverter, mas apenas um termo numérico. [...] também ocorria em equações com múltiplas operações contendo uma incógnita em cada membro, como em $2\ x$ c $+ 5 = -1\ x + 8$. Novamente surgia o problema de não saber que operação "inverter", uma vez que havia mais operações do que números, isto é, o dilema entre fazer 8 menos 1 ou dividir 8 por 1. Os alunos, em geral com tornavam tais dilemas ignorando a operação de adição e tomando a inversa da multiplicação. (KIERAN, 1995, p. 107).

É possível compreender que esse procedimento supergeneralizado seria iniciar com o número do fim do segundo membro e então percorrer deste segundo membro para o primeiro, fazendo uso das operações inversas ao passo que estas decorrem. E isto outorga pouco significado a função do sinal de igualdade nesse processo de resolução de equações.

Conceitos como equivalência podem começar a ser trabalhados desde a Educação Infantil com o intuito de que as crianças consigam compreender a ideia de igualdade entre os temos. Opções para auxiliar nisso seriam objetos, figuras e símbolos, para idealizar diversos tipos de situações envolvendo adição e subtração de números inteiros. Dessa maneira a criança pode desenvolver a compreensão da ideia de equivalência ao catalogar ou até mesmo ao expressar oralmente a maneira como pensou para adicionar ou diminuir os números naturais aos termos de uma igualdade.

É de extrema importância que os vários significados do sinal de igual sejam conhecidos pelos estudantes. E isso pode acontecer por meio de tarefas que os explorem. Neste momento, será proporcionado aos estudantes a oportunidade de desenvolver a noção de equivalência alinhada ao conhecimento aritmético. Entretanto, segundo Canavarro (2007), a Álgebra tem sido associada à manipulação dos símbolos e à reprodução de regras operatórias na escola. Manipulação e reprodução estas, quais são feitas de maneira mecânica e sem compreensão por tantas vezes, que os símbolos parecem adquirir um estatuto de primazia *per si*.

Para além disso, Booth (1995) afirma que a ideia do sinal de igualdade não só como um símbolo para “escrever a resposta”, mas também uma relação de equivalência, é algo que os estudantes podem não compreender instantaneamente, mesmo que essas duas noções sejam necessárias para a compreensão algébrica. Isso posto, é perceptível que os estudantes precisarão de tempo para amadurecer suas concepções, construir seus significados e compreendê-los.

A seguir, serão apresentados os conceitos de Padrões e Sequências.

1.2.3 Padrões e Sequência

Os padrões perpassam a matemática e acompanham o cotidiano das pessoas diariamente. A matemática se baseia análise de padrões, a exemplo disto tem-se padrões numéricos, padrões de formas e até mesmo padrões de movimento, eles são utilizados para explicar e prever fenômenos naturais que se adaptem ao padrão (BRANCO, 2008). Tratando mais genericamente, o padrão é utilizado ao referir-se a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades.

Borralho et al (2007) afirma que somos atraídos para as regularidades em todos os aspectos da vida e muitas vezes tentamos interpretar situações procurando, ou mesmo impondo, padrões.

Vários autores abordam a relevância dos padrões; Lynn Steen (1988) chama a matemática de ciência dos padrões, e Devlin (2002) reforça isso a caracterizando da mesma maneira. Para Zazkis e Liljedahl (2002, p.379), “os padrões são o coração e a alma da Matemática”; Davis e Hersh (1995, p.167) afirmam que “O próprio objetivo da Matemática é, em certa medida, descobrir a regularidade onde parece vingar o caos, extrair a estrutura e a invariância da desordem e da confusão”; eles reiteram o que fora expresso por Storr (1992) de que a propensão humana para criar ordem no caos é universal.

Das ideias expressas pelos autores referidos, é possível inferir que o conceito de padrão está associado a alguns termos, tais como: regularidade(s), sequência, motivo, regra e ordem (BORRALHO et al, 2007). Dessa forma, é plausível tomar padrão e regularidade como termos complementares, como pontua Ponte (2009):

> Ao passo que “padrão” aponta sobretudo para a unidade de base que eventualmente se replica, de forma exatamente igual ou de acordo com alguma lei de formação, “regularidade” remete sobretudo para a relação que existe entre os diversos objetos, aquilo que é comum a todos eles ou que de algum modo os liga (PONTE, 2009, p. 170).

Ambos os conceitos - padrão e regularidade - são elementos de sequências. E é possível trabalhá-los em situações-problema de sequência.

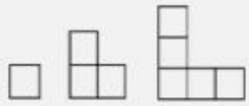
Matematicamente, a sequência pode ser definida como uma função a cujo domínio é o conjunto de números naturais N = {1, 2, 3, ...}. Lima (2004) trata as sequências como função. Para este autor, “uma sequência de números reais é uma função $x : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, que associa a cada número natural n um número real xn, chamado n-ésimo termo da sequência”. Apesar da sequência numérica ser tratada como uma função, o uso da notação $x(n)$ não é comum; os livros apresentam x_n como indicação do elemento associado a n. Uma maneira de se escrever a sequência é a partir de seus termos: $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$.

Como o conceito de sequência a ser abordado neste estudo é relacionado com a natureza e o que é produzido pelo homem (PONTE, et al 2009); É cabível discutir as sequências a partir de dois pontos de vista, quais sejam: a maneira de representar uma sequência (representação), e, também, os tipos de sequências.

Quanto as representações de uma sequência, Ponte et al (2009) abordam as representações pictórica e numérica, a serem trabalhadas durante toda a Educação Básica.

Desta maneira, uma sequência pictórica é aquela que é apresentada usando somente ícones - desenhos ou formas - e a sequência numérica é aquela que é apresentada usando somente números. Em relação à sua ordenação ou regra, os autores ainda classificam as sequências em duas formas distintas: repetitiva ou crescente. Qual seja, uma sequência repetitiva aquela em que os elementos se repetem seguindo algum padrão e uma sequência recursiva, aquela que para definir os termos subsequentes recorre-se sempre aos termos anteriores.

Figura 2: Síntese e exemplo dos tipos de sequência

TIPOS DE SEQUÊNCIA	REPETITIVAS	CRESCENTES
Sequência pictórica	 O conjunto que se repete é formado por dois elementos: quadrado vermelho, retângulo azul, quadrado vermelho.	 Mantém uma regularidade previsível em relação ao termo anterior.
Sequência numérica	**123 123 123...** **12 1122 111222...** A sequência de números vai se repetindo de acordo com o ciclo.	**1, 3, 5, 7, 9,11...** Sequência de números ímpares justificando que a diferença entre os termos é sempre dois.

Fonte: Ferreira (2020)

As sequências ainda podem ser classificadas em repetitivas e crescentes. Sendo assim, numa sequência repetitiva há uma unidade (composta por diversos elementos ou termos) que se repete ciclicamente (PONTE et al, 2009).

Figura 3: Exemplo de sequências repetitivas

☾★★☾☾★★☾☾★★☾☾★★☾...

A 1 1 A 1 1 A 1 1 A 1 1 ...

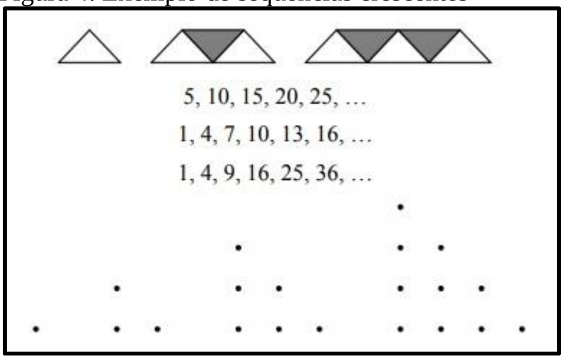
vermelho, amarelo, verde, vermelho, amarelo, verde, vermelho, amarelo, verde, ...

Fonte: Ponte *et al* (2009)

Desta maneira, para se determinar o elemento seguinte de uma sequência repetitiva com determinada unidade de comprimentos é possível utilizar duas características por base: (i) a existência de uma igualdade entre cada elemento da sequência e um dos primeiros n elementos; (ii) a existência de uma igualdade entre cada elemento da sequência e o elemento *n* posições antes dele (PONTE et al, 2009). Sendo assim, o estudante pode continuar a sua representação, procurar regularidades e estabelecer generalizações quando analisa este tipo de sequências. Os autores ainda salientam que “a compreensão da unidade que se repete pode não ser facilmente conseguida pelos alunos nos primeiros anos do ensino básico, mas é possível desenvolvê-la progressivamente.” Ou seja, perceber a unidade ou ícone que se repete é uma oportunidade para que se determine a ordem de diversos elementos da sequência através da generalização.

Quanto às sequências crescentes, estas são constituídas por elementos ou termos distintos, onde cada termo na sequência depende do termo anterior e da sua posição na sequência, que pode ser designada como a ordem do termo (PONTE et al., 2009). Estas sequências podem ser constituídas por números ou por objetos – de maneira pictórica - como é apresentado na figura a seguir:

Figura 4: Exemplo de sequências crescentes

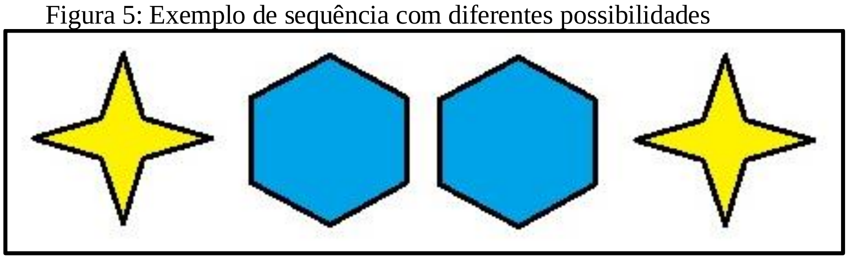


Fonte: Fonte: Ponte et al (2009)

É possível observar que o termo anterior é fundamental para que se descubra o seguinte. Cabe salientar também, que o estudante pode utilizar a recursividade – recorrer ao termo anterior - ainda que a situação-problema não seja necessariamente crescente.

Outro ponto pertinente é o de que, em alguns momentos, há diferentes possibilidades de continuação de uma sequência. Ao fornecer alguns termos de uma sequência e solicitar que os estudantes deem continuidade a mesma, é possível haja diferentes interpretações e, consequentemente, diferentes respostas. Um exemplo é apresentado a seguir:

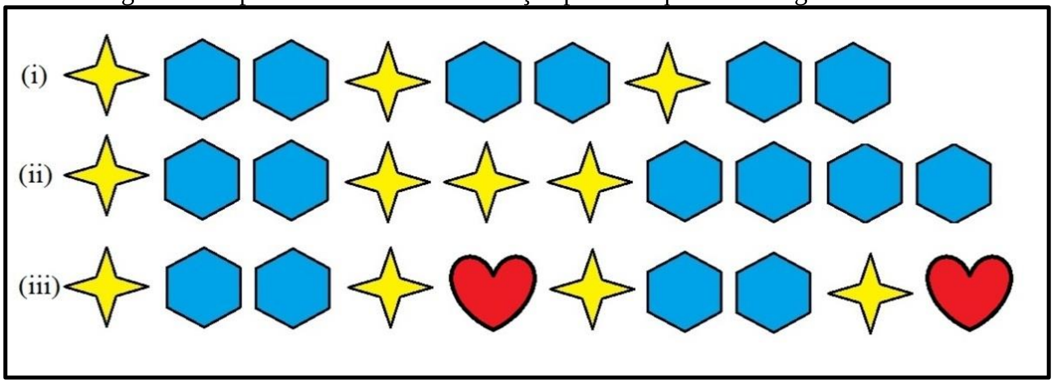
Figura 5: Exemplo de sequência com diferentes possibilidades



Fontes: A autora

Nesta sequência há várias possibilidades de continuação, algumas delas são: (i) o estudante seguir com dois hexágonos e continuar uma estrela e dois hexágonos; (ii) seguir o padrão numérico, no caso, uma estrela, dois hexágonos, três estrelas, quatro hexágonos, e assim por diante; (iii) adicionar um outro desenho e continuar a sequência. As opções aparecem desenhadas na figura 6 a seguir:

Figura 6: As possibilidades de continuação para a sequência da figura 5



Fontes: A autora

Nesta situação, Ponte et al (2009) afirmam que o professor deve atender à possibilidade de os alunos interpretarem os termos apresentados de diferentes maneiras, identificando relações entre eles e, por isso, continuarem a sequência de modos distintos. Os autores propõem ainda solicitar aos alunos que apresentem o seu raciocínio e justifiquem as suas opções. Outra sugestão é que, em algumas tarefas sejam fornecidos um ou mais termos do "meio" da sequência - que não sejam termos iniciais - pedindo aos alunos para indicar termos anteriores.

Como já fora mencionado, o estudo de padrões e sequências está atrelado a capacidade de generalização. Nesta direção, Vale e Pimentel (2011) destacam que o estudo de padrões (em sequências) propiciam um contexto para que os estudantes pensem matematicamente, as autoras sugerem que a observação de padrões permite fazer e entender generalizações. Mas de modo essa generalização pode ser feita?

Na Early Algebra, é comum observar dois termos utilizados para se referir a generalização, que Radford (2006) denominou como generalização Aritmética e a generalização algébrica.

Para este autor, a generalização aritmética envolve resolver problemas específicos (ou locais) sem possibilidade de fornecer uma expressão que exprima um termo qualquer de uma sequência. Um exemplo que poderia expressar a generalização aritmética poderia ser: "Dada a sequência {5, 10, 15, 20, 25 ...} pergunta-se qual é a regra que permite calcular qualquer posição?" A resposta seria: "Por exemplo: se quiser saber o valor da 10ª posição, basta multiplicar o 10 pelo 5". É notório que para expressar essa resposta, necessariamente o aluno compreendeu a regra, contudo sua resposta é pontual, resolve o problema especificando a posição e não para qualquer posição.

Quanto a generalização algébrica, esta envolve o uso do raciocínio funcional, em que é possível relacionar qualquer termo com sua respectiva ordem e também proporciona, de imediato, uma descrição a respeito do referido termo, sem necessariamente ser preciso conhecer algum outro. Tomando o exemplo anterior, uma possível resposta seria: “Para calcular o valor de qualquer posição, basta multiplicar a posição que se queira por 5”. Nota-se que essa resposta não traz uma posição mais distante como exemplo, ela denota a generalização.

Trabalhar padrões e Sequências ainda é uma base essencial para que se inicie a ideia de relação funcional; segundo Nachieli e Tabach (2015) e Viirman (2014), o conceito de função deve ser acessível aos estudantes desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, porém utilizando a ideia de relação de dependência por meio da análise de regularidades e padrões em sequências numéricas e geométricas. Ou seja, a relação funcional parte da análise de regularidades e padrões da sequência. Esta relação (funcional) será abordada no tópico seguinte.

1.2.4 Relação Funcional

Antes de iniciar a discussão da Relação Funcional na Educação Matemática, é pertinente trazer como prólogo o que é o conceito de função na Matemática.

O conceito de função se apresenta no cotidiano do homem há séculos. Claudio Ptolomeu[9] utilizou esse conceito entre os séculos I e II (d.C.). Nicole Oresme, um dos maiores escritores e professores de sua época, descreveu graficamente um corpo movendo-se com aceleração uniforme no tempo em 1361, mas o nome função só apareceu 1698 com os matemáticos Jean Bernoulli e Gottfried Leibniz.

O desenvolvimento da noção de função é dividido em três fases principais: (1) a Antiguidade, período no qual o estudo de casos de dependência entre duas quantidades ainda não havia isolado as noções de variáveis e de função; (2) a Idade Média, quando as noções eram expressas sob uma forma geométrica e mecânica, mas em que ainda prevaleciam, em cada caso concreto, as descrições verbais ou gráficas; (3) o período Moderno, a partir do século XVII principalmente, que comporta um melhor detalhamento. (YOUSCHKEVITCH, 1976, apud ZUFFI, 2001).

[9] Cláudio Ptolomeu, ou apenas Ptolomeu de Alexandria, foi um cientista egípcio, com cidadania romana, mas erradicado na Grécia. Viveu entre os séculos I e II d.C., sendo um dos grandes cientistas da história.

Galileu Galilei (1564-1642) contribuiu para a evolução da ideia de função, ao introduzir o quantitativo nas suas representações gráficas. Descartes (1596-1650) utilizou-se de equações em x e y para introduzir uma relação de dependência entre quantidades variáveis, de modo a permitir o cálculo de valores de uma delas, a partir dos valores da outra. Entretanto, para Zuffi (2001), foi com os trabalhos de Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716) que as primeiras contribuições realmente pertinentes para o delineamento desse conceito surgiram.

É possível notar que as primeiras definições do conceito demonstram uma determinada inclinação para a álgebra, levando em consideração que a função era dada por uma expressão algébrica; como Jean Bernoulli (1667-1748) apresenta sua definição dada por: “Função de uma quantidade variável é uma quantidade composta de alguma maneira desta variável e de quantidades constantes” (SIERPINSKA, 1992, p. 45, apud ZUFFI, 2001).

Existem várias definições para a função, o grau de formalidade de cada uma depende do nível de ensino para qual se destina. No Ensino Fundamental por exemplo, quando o conceito é apresentado aos estudantes pela primeira vez, é comum que essa apresentação seja feita a partir de uma situação-problema do cotidiano, sem destacar sua definição formal. Por exemplo, no livro “Quadrante Matemática, 1º ano: ensino médio” dos autores Chavante e Prestes (2016), há uma unidade subdividida em três capítulos, que abordam o estudo da função afim, função modular e função quadrática. Na introdução desse conceito o autor apresenta uma situação-problema envolvendo o salário da funcionária de uma determinada perfumaria. A definição é feita da seguinte maneira: “Uma função $f\colon R \rightarrow R$ é chamada **afim** se tiver coeficientes reais a e b tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in R$. Também podemos representar uma função afim por $y = ax + b$.” (CHAVANTE, PRESTES, 2016, p. 69).

Ainda voltado para o Ensino Médio, porém numa abordagem para professores, Lima *et al*. (2012) definem a função da seguinte forma: Dados os conjuntos X, Y, uma função $f : X \rightarrow Y$ (lê-se: “uma função de X em Y”) é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in$ x um elemento $y = f(x) \in Y$. O conjunto X chama-se domínio e Y é o contradomínio da função f. Para cada $x \in X$, o elemento $f\ (x) \in Y$ chama-se a imagem de x pela função f, ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X$ (LIMA *et al*., 2012, p.45). Nesta definição é possível observar que o autor já utiliza termos específicos para os dois conjuntos utilizados na definição da função: o domínio e o contradomínio. Além destes, o elemento $f(x)$ é mencionado como a imagem de x, e, reunidos todos esses elementos obtém-se o conjunto imagem da função f indicado comumente pela notação $Im(f)$.

Dando continuidade, Lima (2004) define a função para o ensino superior, da seguinte maneira: Uma função $f : A \to B$ consta de três partes: um conjunto A, chamado o domínio da função (ou o conjunto onde a função é definida), um conjunto B, chamado o contradomínio da função, ou o conjunto onde a função toma valores, e uma regra que permite associar, de modo bem determinado, a cada elemento $x \in A$, um único elemento $f(x) \in B$, chamado o valor que a função assume em x (ou no ponto x) (LIMA 2004, p. 13).

Isso posto, passa a ser discutido a respeito de Relação Funcional.

Ponte, Branco e Matos (2009) alegam que desde os primeiros anos de escolaridade deve-se trabalhar alguns conceitos visando a relação funcional. Eles afirmam que desde cedo é possível fazer menção à relação funcional derivando de outros conceitos. O intuito não é que os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental já compreendam o conceito e a definição de função, mas possam compreender algumas relações que estejam ligadas a essa noção de função.

Segundo Rüthing (1984) é possível compreender a relação funcional como um tipo de relação que define uma função. E a função propriamente dita é a operação realizada pelos elementos de dois conjuntos ao serem associadas através dessa relação. Além disso, Biachini e Machado (2010) alegam que o objetivo da variável numa relação funcional é justamente evidenciar a relação de dependência entre duas ou mais variáveis num problema.

Introduzir situações envolvendo as operações matemáticas básicas pode desenvolver nos estudantes a compreensão de variabilidade e dependência. Para além disso, ao passo que essas noções vão sendo desenvolvidas, vagarosamente é possível introduzir noções mais complexas como é o caso da própria função afim. Ademais, a compreensão e noção de função podem aparecer com o auxílio de sequências contanto que as atividades apresentadas sejam capazes de proporcionar o raciocínio com proporções assim como aponta Post, Behr e Lesh (1995).

Para Carraher, Schliemann e Brizuela (2000) a adição é uma função, ou pelo menos pode ser vista como função. Não há nenhum tipo de obrigatoriedade em tratar a adição como função, mas os eles ressalvam a possibilidade e que, para tanto, é necessário que a adição seja tratada como uma operação em conjunto de números ou quantidades.

O exemplo abordado pelos autores é fruto de uma experiência em sala de aula com 18 estudantes do 3º ano. Cabe salientar que, antes desta atividade ser realizada, a turma já havia trabalhado o desenvolvimento de notações para variáveis. O diálogo da atividade é apresentado a seguir:

Professor: Vamos trabalhar!
Estudantes: Sim!
Professor: Bom, vamos começar com os números e vocês vão me dizer qual a regra. Vocês podem, vocês podem fazer isso?
Estudantes: Sim!
Professor: Ok, eu vou começar, eu não vou dizer qual é a regra, esperem, hum... Eu vou começar com o 3. Esperem, esperem. Então eu estou indo para o 6. Prestaram atenção? Ok, e agora, se eu começar com 7, eu vou para o 10.
Estudante: Hum... Posso falar qual a regra?
Professor: Alguém descobriu qual a regra? Se eu começar com 5, eu vou para...
Estudantes 8.
Professor: Sim, eu vou para o 8. [risadas] Eu acho que alguém sabe a regra. Jennifer, o que você está pensando, qual é a regra?
Jennifer: Pular 3.
Professor: Sim, se eu começar do n, então eu vou para qual?
Estudante: Pula 3.
Professor: 3?
Estudante: Você tem que adicionar 3.
Professor: Eu tenho que adicionar 3 a quê?
Estudante: Ao n.
Professor: Sim, ao n. Então como eu escrevo isso?
Estudantes: N mais 3.
Professor: Isso, essa é a regra! [escreve n → n+3]
Professor: E que tal essa?
Melissa: Porque você tem, bem, você pode dizer que você tem 10 e então você adiciona mais três, e que, eu quero dizer, você tem 11, então você adiciona mais 3, resultando em 14. Sim e se você tem 12, resulta em 15.
Professor: Espera, 12 vira 15. Sim, está correto.
Melissa: E eu acho que quanto maior nós fomos, maior os números irão, e...
Professor: Está correto. Então, vocês poderiam fazer a 100?
Estudantes: Cento e três.
Professor: Está ótimo! Isso é realmente claro!
Melissa: E se você fizer mil, você tem mil e três.
Professor: Isso aí.

(CARRAHER, SCHLIEMANN E BRIZUELA, 2000, p. 16 e 17.)

Neste trecho da atividade é possível observar que os estudantes encontram o que eles chamam de regra, que matematicamente é a lei da função. Como eles já haviam trabalhado o desenvolvimento de notações para variáveis, é perceptível que não tratam o n como um número específico, mas realmente “qualquer um”, quão grande se queira, o que se evidencia na fala da Melissa, quando sugere outros números e chega a mencionar o mil.

Outra opção de problema apresentada a está mesma turma foi o das alturas: “Tom é 4 polegadas mais alto que Maria. Maria é 6 polegadas mais baixa que Leslie. Desenhe a altura de tom, a altura de Maria e a altura de Leslie. Mostre a que os números 4 e 6 se referem.”

Os autores ressaltam a excentricidade de se introduzir alturas como um contexto para uma função aditiva, já que as pessoas crescem em ritmos diferentes ao longo da vida. Entretanto, eles pautam essa abordagem da seguinte maneira:

> Mas suponha que o criador de problema nos diga que há uma diferença particular nas alturas de duas crianças em um determinado momento no tempo, digamos, que Frank é duas polegadas mais baixo que Jamie. Se não tivermos outras informações, não podemos deduzir nenhuma das alturas das crianças. No entanto, sabemos a diferença em suas alturas e, a partir dessa diferença, podemos gerar um conjunto de possíveis pares de soluções. Podemos variar a altura de Frank (uma vez que não é fixa, é livre para variar), por exemplo, e ver o que cada caso implicaria na altura de Jamie. Considerando que um problema sobre idades pode ser considerado como uma função de mudança - a variação reflete mudanças presumidas em grandezas físicas ao longo do tempo - um problema sobre alturas tem um caráter diferente. Cada 3 n-uplas de alturas é uma resposta matemática legítima ao problema. No entanto, a coleta de dados não captura diferentes estados de um único fenômeno ao longo do tempo. De fato, se nos restringirmos a um único momento no tempo, como o problema parece exigir, então, no máximo, um caso poderia ser verdadeiro (uma

> pessoa pode ter apenas uma altura). Por essas razões, podemos nos referir ao problema das alturas como uma função de múltiplos cenários (CARRAHER, SCHLIEMANN, BRIZUELA, 2000, p.7).

É compreensível que a abordagem é válida. Percebe-se que a possibilidade de se trabalhar a função através de algo único e pontual existe, porém com a necessidade de uma maior atenção.

Outra potencialidade para se trabalhar a relação funcional que também é abordada por Carraher, Schliemann e Brizuela (2000), é a multiplicação. Eles salientam que o primeiro desafio neste momento, era designar situações que permitisse ao estudante compreender a multiplicação como uma relação funcional entre duas quantidades. Eles iniciaram através do uso de uma tabela, solicitando que os estudantes – em dupla - a completassem. A atividade é mostrada a seguir.

Figura 7: Atividade para compreender a multiplicação como uma relação funcional

The partially completed table

Mary had a table with the prices for boxes of Girl Scout cookies. But it rained and some numbers were wiped out. Let's help Mary fill out her table:

Boxes of cookies	Price
	\$ 3.00
2	\$ 6.00
3	
	\$ 12.00
5	
6	
	\$ 21.00
8	
9	
10	\$ 30.00

Fonte: Carraher, Schliemann e Brizuela (2000)

Tradução da Atividade: "Mary tem uma tabela com os preços das caixas de biscoitos das escoteiras. Mas choveu e alguns números se apagaram. Vamos ajudar Mary a preencher sua tabela".

A atividade consistia em descobrir o preço de diferentes números de caixas de biscoitos, se cada caixa custava três dólares. Do ponto de vista dos autores, em alguns casos os estudantes precisariam determinar o preço, dado o número de caixas; em outro, dado o preço, eles determinariam o número de caixas.

Outra atividade com tabela ainda foi realizada, com o intuito de trabalhar a relação funcional através da multiplicação. Reiterando a afirmação de Blanton et al. (2015, p. 45), de que o pensamento funcional envolve: (a) generalizar **relações** entre quantidades de covariância; e (b) **representar e raciocinar com essas relações através** da linguagem natural, notação algébrica (simbólica), **tabelas**, e gráficos.

Na atividade, foi apresentada uma tabela com novos recursos, como é possível observar na figura 8. Houve quebras na fila em vários locais, para dar uma sensação de descontinuidade, recurso incluído para desencorajar a "construção cega". A intenção dos autores era que essas interrupções obrigassem os alunos a considerar o relacionamento funcional entre as colunas.

Figura 8: Atividade 2 para compreender a multiplicação como uma relação funcional

The partially completed table for y = 2x +1

X	Y
1	3
2	5
3	7
4	9
5	
6	
7	
8	
9	
10	
20	
30	
100	
N	

Fonte: Carraher, Schliemann e Brizuela (2000)

A primeira observação cabível é a de que a tabela representava uma função com um termo aditivo, no caso, $2x + 1$. Cabe ressaltar que em ambas as atividades fazendo o uso de tabela, os estudantes tiveram dificuldades. Os autores mencionam que a tarefa era claramente difícil e desconcertante.

Posteriormente, a atividade de 'descobrir a regra' foi retomada; desta vez, o professor utilizou uma regra mais elaborada. O diálogo da discussão é apresentado a seguir.

Professor: Se eu te der um 3, você vai ter um 5. ... Vocês acham que ainda sabem? Você acha que sabe, Michael?
Michael: Sim.
Professor: Se eu te der um n, okay. Para a primeira, como você consegue do 5 pra 9?
Michael: Adiciona 4.
Professor: Você adiciona 4. E se você adicionar 4 ao 3?
Estudantes: Não.
Professor: Você poderia estar certo, porque é uma maneira de conseguir ir do 5 para 9. De qualquer maneira, essa regra, não pode ser essa regra porque não funciona para a segunda. Porque se eu tenho 4 [como o número a adicionar à entrada], isto [o resultado] seria 7, e é 5. Deixa eu dar outro exemplo.
Sara: Acho que eu sei.
Professor: Se eu te der 1, você sabe o que vai obter disso?
James: Oh, eu sei!
Professor: James, vamos ver se ele conseguiu.
Estudante: Você tem que adicionar 2.
Professor: Você adiciona 2? Então se você adiciona 2 ao 5, você tem quanto?
Estudante: 9.
Professor: Você não tem 9.
Estudantes: 7.
Professor: Na verdade, não é difícil. Se eu te der 1, você vai ter 1.
Estudante: 1 vezes 1 vai ser 1.
Professor: 1 vezes 1 vai ser 1, mas 5 vezes 5 não é 9.
Sara: Eu sei!
Professor: Sara, nos dê uma dica... explique para nós.
Sara: 2 vezes o número menos 1.
Professor: Wow! Sara, vem aqui. Escreve aqui, é brilhante. Escreve aqui, se você consegue generalizar.
[Sara vai ao quadro completar "sua regra", preenchendo o termo correto, $n \times 2 - 1$]

(CARRAHER, SCHLIEMANN E BRIZUELA, 2000, p. 16 e 17.)

A Sara conseguiu descobrir "a regra", ela compreendeu a relação funcional que aqueles números tinham, embora não soubesse que era uma relação funcional. O que ressalva a possibilidade de se trabalhar esse conteúdo com as crianças, pois elas têm condição de compreender e desenvolver.

Sendo assim, não se deve privar os alunos de dominar situações que os permitam conhecer e compreender a Álgebra, mesmo que sejam ainda crianças. O desenvolvimento do raciocínio funcional e algébrico é totalmente viável e pertinente para eles desde o início do período escolar.

1.3 Pesquisas correlatas

Nesta seção, será apresentado um panorama das investigações, tanto nacionais quanto internacionais, sobre a temática abordada neste estudo. Para tanto, fora utilizado como fonte de dados o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), o *Google* Acadêmico, e o último anal de três eventos promovidos pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). O procedimento de buscas foi realizado em três etapas: sendo a primeira o banco de teses e dissertações da CAPES, a segunda os anais dos eventos promovidos pela SBEM, e a terceira o *Google* acadêmico.

Como mencionado, na primeira etapa foi realizada a busca no Banco de Teses e Dissertações da CAPES, sendo que, apenas as produções desenvolvidas no período entre 2015 a 2020 foram consideradas. Na segunda etapa, ocorreram as buscas nos anais dos eventos promovidos pela SBEM, sendo eles: o XIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) de 2019, o XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática (EBEM) também de 2019 e o VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM) de 2018. Por fim, na última etapa, sucederam-se as buscas no *Google* Acadêmico.

As buscas no Banco de Teses e Dissertações da CAPES foram realizadas com base nos descritores, "pensamento algébrico"; "Early Algebra" e "Raciocínio Algébrico". Essas buscas foram refinadas, fazendo combinações dos descritores com a utilização dos operadores de buscas. Nessas buscas foram encontrados 58 trabalhos. Posteriormente, foi realizada a leitura dos títulos e resumos das 58 produções encontradas.

Após a leitura, foram excluídas as produções que não estavam relacionadas à temática pesquisada e as produções repetidas, pois alguns trabalhos apareceram em mais de um descritor. Ao final desse procedimento, resultaram 18 produções para análise na primeira etapa, sendo 16 dissertações de mestrados e 2 teses de doutorado.

As buscas nos anais dos eventos promovidos pela SBEM foram realizadas, manualmente, no portal da própria SBEM. Na Tabela 1, a seguir, temos o quantitativo de comunicações científicas encontradas nos referidos anais.

Tabela 1:Quantitativo de trabalhos encontrados nos referidos anais

Evento	**Quantitativo**
XIII ENEM (2019)	7
XVIII EBEM (2019)	3
VII SIPEM (2018)	2
Total	12

Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com os dados, presentes na Tabela 1, as buscas nos anais dos eventos corresponderam a um total de 12 produções, sendo que sete dessas produções foram apresentadas e discutidas no XIII ENEM, três no XVIII EBEM e duas no VII SIPEM. Sendo assim, as buscas nos anais, resultaram 12[10] produções para análise na segunda etapa.

[10] Essa quantidade de trabalhos corresponde apenas as comunicações cientificas. Porém, encontramos também, três minicursos e uma palestra cujo foco foi a Early Algebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Na terceira etapa foram realizadas as buscas no *Google* Acadêmico. Para essas buscas, igualmente a primeira etapa foram considerados os três descritores que foram utilizados na primeira etapa. Mas, a busca ficou muito ampla e pelo quantitativo de material encontrado não haveria tempo hábil para analisá-lo, sendo necessário restringir tal busca. Sendo assim, uma segunda busca foi feita, porém nesta os termos "Early Algebra" e "pensamento algébrico" foram utilizados com o auxílio dos conectivos and e of. Com relação ao período, a concentração das buscas foi quanto aos trabalhos publicados entre 2018 e 2020, pois o foco eram as publicações mais recentes. Assim, foram encontrados 55 trabalhos e, após a leitura dos títulos e resumos, foram excluídas as produções que não estavam relacionadas à temática pesquisada. Desta maneira, foram selecionados 7 deles, que mais se aproximavam do tema tratado nesta investigação. Tais estudos passaram a compor o conjunto de trabalhos selecionados para leitura completa e análise da terceira etapa.

Ao todo, foram encontrados 37 trabalhos, sendo 18 da primeira etapa, 12 da segunda e sete (7) da terceira. De posse dos 37 trabalhos selecionados para análise, foi realizada uma subdivisão de acordo com o foco da investigação, ou seja, os trabalhos foram separados em quatro categorias, a saber: (i) estudantes, (ii) professores, (iii) documentos oficiais e livros didáticos, e (iv) outros.

A primeira categoria, *Estudantes*, refere-se às pesquisas que tiveram como participantes estudantes da Educação Infantil e/ou dos Anos Iniciais do ensino Fundamental. A segunda, *Professores*, diz respeito às pesquisas cujos participantes foram professores que ensinam Matemática nos anos Iniciais do Ensino Fundamental e/ou Educação Infantil.

A terceira, *documentos oficiais e livros didáticos*, referem-se aos trabalhos que analisaram documentos oficiais ou livros didáticos, na busca de compreender o que esses documentos têm abordado sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais. E, por fim, a quarta categoria, *outros*, encontram-se as pesquisas que não atenderam as categorias anteriores, como por exemplo, pesquisas que realizaram estado da arte ou levantamento bibliográfico da temática em questão.

A seguir, na Tabela 2, temos o quantitativo de trabalhos em cada categoria.

Tabela 2: Quantitativo de trabalhos em cada categoria

Categoria	**Quantitativo**	**%**
Estudantes	16	43,2
Professores	12	32,5
Documentos e livros	7	18,9

Outros	2	5,4
Total	37	100

Fonte: Dados da pesquisa

Os dados expostos na Tabela x evidenciam que a maioria dos trabalhos focaram nos estudantes e professores, com mais de 40% e aproximadamente 32%, respectivamente, do total de trabalhos encontrados. Ademais, os estudos relacionados à análise de documentos oficiais e livros didáticos corresponderam a 18,9%, e os levantamentos bibliográfico de outras pesquisas na temática, 5,4%.

1.3.1 Estudos em Early Algebra: foco nos estudantes, nos documentos oficiais e nos estados do conhecimento

Como o enfoque desta investigação está voltado para as professoras da Educação Infantil e dos Anos Iniciais, a discussão mais ampla será quanto aos trabalhos pertencentes à categoria dois. Entretanto, antes disso, os principais resultados alcançados nos trabalhos das demais categorias serão discutidos de maneira sucinta no presente tópico.

A partir da leitura dos títulos, resumos e palavras-chave das investigações voltadas aos *Estudantes* - categoria 1 - foi perceptível que os estudos buscavam, em síntese, identificar, analisar e discutir características do pensamento algébrico nas produções dos estudantes dos Anos Iniciais. Alguns deles (MOREIRA; NACARATO, 2019; REIMÃO, 2020, entre outros) focaram na questão do padrão em sequência, enquanto, outros (TEIXEIRA, 2016; MERLINI; TEIXEIRA, 2019) abordaram a questão da relação funcional.

Uma pequena parcela (CIVINSKI, 2015; ARAÚJO, 2020) focou no que dizia respeito a equivalência, e, outros (SANTOS, 2017; PORTO, 2018; BASTOS, 2019) abordaram dois ou mais das vertentes acima. Apenas um trabalho, Reimão (2020) teve como público-alvo estudantes da Educação Infantil, no qual o pesquisador abordou os padrões e o modo como a sua exploração contribui para a emergência do pensamento algébrico e do raciocínio matemático, nos contextos de creche e jardim de infância.

A partir dos resultados, das investigações dessa categoria, fica notório que alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental conseguem identificar padrões e regularidades, generalizam situações em certa medida (SANTOS, 2017; PORTO, 2018, MOREIRA; NACARATO, 2019; BASTOS, 2019, REIMÃO, 2020), compreendem a equivalência (CIVINSKI, 2015; PORTO, 2018, BASTOS, 2019; ARAÚJO, 2020), como também apresentam um raciocínio mais próximo do raciocínio funcional ao resolverem problemas relacionados à proporcionalidade e às funções, sobretudo as lineares (TEIXEIRA, 2015; SANTOS, 2017; PORTO, 2018; BASTOS, 2019; MERLINI; TEIXEIRA, 2019).

Em síntese, os resultados encontrados pelas investigações da categoria 1 evidenciam à possibilidade de introdução dos conceitos algébricos nos anos iniciais, sendo que as estratégias de resolução dos alunos podem ser tomadas como indícios de desenvolvimento do pensamento algébrico.

Os estudantes participantes das pesquisas apresentaram-se habilitados para serem introduzidos nos conceitos algébricos elementares (SANTOS, 2017; PORTO, 2018; BASTOS, 2019, MERLINI; TEIXEIRA, 2019; ARAÚJO, 2020). Desta forma, conforme afirma Bastos (2019) não se pode tardar a introdução dos conceitos algébricos, mesmo que sejam estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Quanto aos estudos relacionados aos documentos oficiais e livros didáticos - categoria 3 – notou-se que quatro deles (LIMA, 2018; PERRONE, 2019; JUNGBLUTH; SILVEIRA; GRANDO, 2019 e FERREIRA; LEAL; MOREIRA, 2020) tiveram por objetivo discutir em que consiste o pensamento algébrico; analisando em que medida este conceito está presente nos atuais documentos oficiais do Brasil. Já os estudos de Júnior (2016) e Silveira (2019), abordaram a questão do currículo prescrito, do Estado e da cidade de São Paulo, respectivamente, no tratamento de aspectos relacionados ao pensamento algébrico. E, por fim, o último estudo desta categoria (BITENCOURT, 2018), analisou como os livros didáticos, dos Anos Iniciais, têm abordado o pensamento algébrico, considerando os pontos de vista do padrão de sequência, da equivalência e da relação funcional.

Em síntese, essas pesquisas revelam que, nos documentos brasileiros, este eixo ainda se apresenta na fase de um currículo prescrito, pouco trabalhado em sala de aula nos anos iniciais, o que remete a necessidade de formações continuadas para professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais, no que concerne a *Early Algebra*, para que este conteúdo se consolide na prática.

Os resultados desses estudos corroboram com a presente investigação no que concerne a importância e necessidade do oferecimento de formação continuada para os professores da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental em *Early Algebra*. Pois, é importante considerar que a prática em sala de aula não acontece sincronicamente aos avanços apontados pelos estudos e presentes nos documentos oficiais ou livros didáticos. Ou seja, os resultados científicos, as políticas públicas educacionais e as propostas dos livros didáticos não tornam automático para o professor dos anos iniciais a apropriação de um conceito.

No tocante as investigações relacionadas à última categoria, estudos como (SILVA; CIRÍACO, 2019; SOUZA; RIBEIRO, 2019) apresentaram resultados de mapeamentos de trabalhos que versam sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais. O estudo desenvolvido por Silva e Ciríaco (2019) mapeou os trabalhos publicados no Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM - em 3 (três) edições (2010, 2013 e 2016). Estes autores ressaltam em seus resultados a quantidade pouco expressiva de textos voltados ao pensamento algébrico nas três edições do ENEM em que foi circunscrito o estudo. Apesar da grande discussão sobre o ensino de Álgebra nos anos inicias na esfera internacional, ainda há pouca produção científica quanto à esfera nacional (SILVA; CIRÍACO, 2019).

O trabalho realizado por Souza e Ribeiro (2019) trás um mapeamento das dissertações defendidas em determinado Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, cujo foco foi a *Early Algebra.* Em seus resultados, Souza e Ribeiro (2019) destacam que as discussões voltadas para *Early Algebra* têm ganhado espaço no referido programa, com a perspectiva de colaborar com as discussões do campo da Educação Matemática acerca do processo de ensino e aprendizagem da álgebra nos anos iniciais.

Em síntese, a sucinta análise dos trabalhos das categorias 1, 3 e 4 demostra que as pesquisas relacionadas ao ensino de álgebra nos Anos Iniciais têm ganhado força na área de Educação Matemática no Brasil. Entretanto, estudos e documentos oficiais de outros países (ver CANAVARRO, 2007; NCTM, 2000; entre outros) mostram que neles a discussão acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais surgiu há alguns anos. Sendo assim, ainda há uma longa jornada de contribuições para o desenvolvimento do pensamento algébrico tanto dos alunos, quanto dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais no Brasil.

No tópico seguinte, será apresentado um quadro-resumo com as informações retiradas dos trabalhos selecionados na categoria voltada aos professores, e, posteriormente uma discussão entre pontos convergentes e divergentes com a presente pesquisa.

1.3.2 Estudos em Early Algebra: foco nos professores

Os trabalhos selecionados cujo foco foi a formação, seja ela inicial ou continuada, de professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais em *Early Algebra* são apresentados na Tabela 3 a seguir, no qual os dados de identificação destas produções científicas foram sintetizados.

Tabela 3: Produções da categoria 2 (professores)

Título	Autor(es)	Banco de dados	Nível	Ano
1, 1, 2, 3, 5…: Padrões na formação de professores	OLIVEIRA, C. F. S. MAGINA, S. M. P	XVIII EBEM	Artigo	2019
Tarefas de aprendizagem profissional: potencialidades à formação continuada de professores que ensinam matemática.	BARBOZA, L. C. de S.	XIII ENEM	Artigo	2019
Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento Algébrico	FERREIRA, M. C. N. RIBEIRO, A. J. RIBEIRO, M.	Google Acadêmico	Artigo	2018
Prospective teachers' interpretative Knowledge on Early Algebra[11]	BERNADO, R. D. CAROTENUTO, G. MELLONE, M. RIBEIRO, M.	Google Acadêmico	Artigo	2017
Ensino de Álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico	PINHEIRO, A. C.	Catálogo de Teses e Dissertação da CAPES	Dissertação	2018
Formação continuada de professores e a Early Algebra: uma intervenção híbrida	OLIVEIRA, C. F. S.	Catálogo de Teses e Dissertação da CAPES	Dissertação	2018
Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do Pensamento Algébrico	FERREIRA, M. C. N.	Catálogo de Teses e Dissertação da CAPES	Dissertação	2017
A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental	GOMA, J. P. de S.	Catálogo de Teses e Dissertação da CAPES	Dissertação	2019
Os conhecimentos e (re)significações dos professores que ensinam matemática acerca do pensamento algébrico nos anos iniciais	TERES, S. L. L. GRANDO, R. C.	XIII ENEM	Artigo	2019
Planejamento, exploração e análise das estratégias utilizadas pelos professores em uma formação continuada envolvendo noções de pré-álgebra	REHFELDT, M. S. H. GIONGO, I. M.	VII SIPEM	Artigo	2018
Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores *pre-service* e *in-service*	SANTANA, R. R. F.	Catálogo de Teses e Dissertação da CAPES	Dissertação	2019
Tarefas investigativas e o desenvolvimento do pensamento algébrico – proposta de formação continuada de professores para implementação do currículo da cidade de São Paulo	OLIVEIRA, F. A. de CURI, E.	XIII ENEM	Artigo	2019

Fonte: Dados da pesquisa

[11] Tradução: Conhecimento interpretativo de futuros professores da educação infantil e anos iniciais no âmbito do pensamento algébrico.

Das pesquisas elencadas na tabela 3, sete delas são artigos, e, as outras cinco, dissertações de mestrado. Sendo que, essas publicações abrangeram todas as etapas de buscas, ou seja, são trabalhos do Banco de Teses e Dissertações da CAPES, dos anais dos três eventos promovidos pela SBEM e do Google Acadêmico. Algo válido a se destacar, pois as investigações em *Early Algebra*, com foco nos professores, têm ganhado espaço na comunidade acadêmica e nas pesquisas em Educação Matemática no Brasil, mesmo de maneira tímida.

Após a leitura de cada pesquisa, foram selecionadas 10 para a discussão. Pois, das 12 selecionadas anteriormente, dois artigos científicos foram recortes de dissertações que já estavam fazendo parte da análise, logo, foram excluídos. Após a seleção e o estudo das pesquisas, elas foram organizadas com base em seus objetos de estudo em dois grupos, apresentados na tabela a seguir.

Tabela 4: Organização das pesquisas com base em seus objetos de estudo

Grupo	Dissertação	Artigo
Formação Inicial	Goma (2019) Santana (2019)	Bernado et al. (2017)
Formação Continuada	Ferreira (2017) Pinheiro (2018) Oliveira, C. (2018)	Rehfeldt e Giongo (2018) Barboza (2019) Oliveira, F. e Curi (2019) Teres e Grando (2019)

Fonte: Dados da pesquisa

Todos os estudos abordaram a questão do desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais. Contudo, enquanto as investigações que integram o grupo formação inicial trazem reflexões acerca do conhecimento de futuros professores dos Anos Iniciais no que tange o desenvolvimento do pensamento algébrico desses professores, os trabalhos do segundo grupo discutem a viabilidade e importância da formação continuada para os professores dos anos iniciais, no âmbito da *Early Algebra*, como oportunidade para que esses professores se familiarizem com as questões centrais que envolvem a caracterização e o trabalho com a álgebra nos Anos Iniciais.

1.3.2.1 Pesquisas relativas à formação inicial de professores para os anos iniciais

O presente tópico se inicia com a pesquisa de Bernado et al. (2017) realizada na Itália com um grupo de 60 futuros professores dos Anos Iniciais. A pesquisa seguiu uma abordagem sociocultural, abordando o conhecimento interpretativo dos participantes em *Early Algebra*. O estudo teve como proposta acessar e desenvolver o conhecimento de futuros professores envolvido e requerido em reconhecer e interpretar produções de alunos no âmbito do Pensamento Algébrico. Para se constituir materiais para análise, Bernado et al. (2017) elaboraram uma tarefa em que os futuros professores tinham que primeiro resolver um problema de palavras com características algébricas e depois interpretar as produções de alguns alunos sobre o mesmo problema, fornecendo um feedback para produções dos alunos. A tarefa foi conceituada a partir do “problema de Carletto” [12], que diz respeito a uma espécie de problema que os alunos do ensino fundamental devem ser capazes de resolver.

Os pesquisadores, a partir de seus resultados, discorrem sobre a necessidade de pesquisas que contribuam para o desenvolvimento de tal conhecimento em futuros professores dos Anos Iniciais; pois, segundo Bernado et al. (2017) o conhecimento que esses futuros professores têm a respeito do pensamento algébrico e do ensino de álgebra nos Anos Iniciais contribuem para o desenvolvimento do conhecimento e raciocínio dos alunos no sentido de refinar as suas competências algébricas.

Outro estudo que apresenta relevância algébrica foi o de Goma (2019). Esta pesquisa investigou a comunicação escrita de futuras professoras dos Anos Iniciais, em relação ao pensamento algébrico. Com uma abordagem qualitativa, de cunho interpretativo, a pesquisa contou com a participação de 15 estudantes de um curso de Pedagogia. Para se constituir materiais para análise, a autora elaborou uma oficina com as futuras professoras. Tal oficina teve a duração de duas horas, na qual as participantes responderam duas tarefas relacionadas à álgebra. Para organização e interpretação dos dados, foram empregados procedimentos a luz da Análise do Conteúdo. Sendo que, os dados escolhidos para análise e interpretação foram os registos escritos pelas participantes em resposta às duas tarefas propostas na oficina.

Segundo Goma (2019) os dados revelam que as futuras professoras não conseguem, de modo geral, expressar com precisão construções algébricas para expressar determinadas situações. Sendo que, de forma predominante, as organizações das ideias das futuras professoras trazem aspectos relacionados à vertente da aritmética generalizada. Por vezes, alguns registros deixavam transparecer o domínio de relações funcionais, sem, no entanto, formalizar essas relações.

[12]Carletto é criança e adora doces. Ele tem uma caixa com 28 balas dentro. Todos os dias ele come o dobro de rebuçados do dia anterior. Em três dias, Carletto comeu todos os doces. Quantos doces Carletto comeu por dia? Explique seu raciocínio e tente fazer uma representação que permita que outros entendam seu raciocínio.

E, por fim, a última investigação desta subseção é a de Santana (2019). Esta pesquisa se desenvolveu na perspectiva da Psicologia da Educação Matemática. Seu objetivo foi analisar possíveis relações e influências de aspectos afetivos na solução de problemas algébricos, com foco na capacidade de generalização, cerne do desenvolvimento do pensamento algébrico. A investigação foi ancorada numa abordagem mista, quantitativa-qualitativa, fundamentada nos estudos de Creswell e Park (2013). Os participantes da pesquisa foram 128 estudantes do curso de Pedagogia de instituições privadas e 119 professores dos anos iniciais, da rede pública de ensino.

A pesquisa ocorreu em dois momentos. Na primeira etapa os futuros professores responderam dois questionários, sendo que o primeiro era para caracterização dos participantes. E, o outro, estruturado em duas partes, buscou identificar as crenças de autoeficácia dos participantes em relação ao conhecimento especializado para o desenvolvimento do pensamento algébrico e o ensino desse pensamento matemático nos anos iniciais. Na segunda etapa foram selecionados três estudantes do curso de Pedagogia e três professores dos anos iniciais para uma entrevista semiestruturada e solução de problemas algébricos formulados de acordo com algumas habilidades requeridas para a unidade temática Álgebra nos anos iniciais, propostas pela BNCC (BRASIL, 2017).

A partir do relato dos participantes a respeito do que eles pensavam enquanto resolviam os problemas algébricos, Santana (2019) analisou a influência das atitudes e crenças de autoeficácia daqueles futuros professores no julgamento de suas capacidades na persistência, empenho, conhecimento especializado e predisposição para o ensino. Santana (2019) ressalta que a análise dos dados, em suas diferentes etapas, evidenciou que:

> 1) os *pre-service* apresentaram ter atitudes negativas em relação à Matemática, enquanto os *in-service*, positivas; 2) quanto às crenças de autoeficácia para o conhecimento especializado e ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico mostraram-se positivas nos dois grupos, apesar dos *in-service* serem crenças mais positivas; 3) os participantes se sentiram menos seguros para o ensino do pensamento algébrico do que quanto ao conhecimento de conteúdo curricular [...] (SANTANA, 2019, p. 10).

Com base nos resultados da pesquisa, Santana (2019) destaca ainda a necessidade de avançarmos para mudanças curriculares e didático-pedagógicas emergenciais, de políticas e de práticas, tanto no que se refere à formação inicial como na continuada de nossos professores e futuros professores dos anos inicias acerca do ensino da Álgebra nos anos iniciais.

Comparando a presente pesquisa com as de Bernado et al. (2017), Goma (2019) e Santana (2019) um dos pontos divergentes foram os participantes, pois nesta investigação as participantes foram professoras formadas e atuantes na área. Outra divergência que também é cabível destacar, é o fato que as participantes desta pesquisa não responderam situações-problema relacionadas à álgebra, mas elaboraram situações para serem desenvolvidas em turmas dos anos iniciais. Outra diferença vem do fato que os professores tiveram que interpretar as produções de alguns alunos, o que não ocorreu nesta investigação. E, por fim, uma última diferença é que a presente investigação realizou o processo formativo na perspectiva do Ensino Híbrido, além de abordar todas as vertentes do pensamento algébrico; já nas pesquisas supracitadas o foco foi apenas em algumas vertentes do pensamento algébrico.

Não obstante as diferenças apontadas anteriormente, há pontos em comum. Um deles é o fato de as pesquisas ressaltarem a viabilidade de trabalhar as relações aritméticas integradas às relações algébricas, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos professores doa anos iniciais. Outro ponto em comum é a questão das pesquisas destacarem que as concepções dos professores com relação aos conceitos algébricos tendem a influenciar a formação do conhecimento algébrico dos estudantes. A seguir, na próxima subseção serão discutidas as pesquisas relativas à formação continuada.

1.3.2.2 Pesquisas relativas à formação continuada de professores para os anos iniciais

Esta subseção se inicia com a pesquisa Ferreira, M. (2017) com um grupo de 14 professores dos Anos Iniciais cujo objetivo do trabalho fora investigar o conhecimento matemático para o ensino do Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Do ponto de vista metodológico, a autora optou por uma pesquisa qualitativa, numa perspectiva interpretativista, no formato *multipaper*. A investigação analisou, por um lado, os documentos curriculares, e por outro, investigou - dentro do contexto de um curso de extensão – o conhecimento revelado por 14 professores dos Anos Iniciais sobre o pensamento algébrico e seu ensino; além disso, buscou também compreender em que medida eles reconhecem os elementos que o constituem.

O curso de extensão contou com uma carga horária de 32 horas divididas em aulas presenciais (20 horas) e atividades à distância (12 horas). Nele foram discutidas tarefas com potencial algébrico, discutindo características do trabalho com as propriedades dos números e das operações, o sinal de igualdade como equivalência, sequências e padrões, enfatizando os elementos que compõem, principalmente, a Aritmética Generalizada. Após tais discussões foi solicitado aos professores, no terceiro encontro, que elaborassem uma situação de aprendizagem com o intuito de desenvolver alguns aspectos do Pensamento Algébrico com seus alunos.

Em seus resultados, Ferreira. M. (2017) ressalta que, da mesma forma que o Pensamento Algébrico tem presença limitada nos documentos curriculares nacionais - à exceção dos mais recentes - também os participantes da pesquisa apresentaram pouca familiaridade com questões centrais que envolvem a caracterização e o trabalho com o Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais. Sendo que, os professores, no que se refere ao trabalho com o Pensamento Algébrico, possuem um conhecimento mais voltado para o saber fazer em detrimento do conhecimento específico matemático do conteúdo a ser ensinado.

A autora enfatiza ainda a necessidade de estudos mais amplos e mais aprofundados sobre a organização de um ensino que considere a integração entre a Aritmética e a Álgebra, sugerindo uma reformulação em termos de foco e de objetivos associados às práticas – o que implica, necessariamente, uma reformulação na própria formação (inicial e continuada) dos professores dos anos iniciais.

As discussões da autora demonstram afinidade com a presente pesquisa em relação ao processo formativo, pois ele também ocorreu com encontros presenciais e virtuais. Ademais, neste processo ocorreu também a discussão de todas as vertentes do pensamento algébrico. Outro ponto em comum entre a pesquisa de Ferreira, M. (2017) e esta, é o fato das elaborações das situações de aprendizagem com o intuito de desenvolver alguns aspectos do Pensamento Algébrico com seus alunos. No entanto, as pesquisas se divergem no que diz respeito a algumas características do processo formativo, a saber, o presente estudo trabalhou com uma formação realizada na perspectiva do Ensino Híbrido, abordou a vertente Símbolo e contou com a participação de professoras da Educação Infantil.

Outro estudo que apresenta relação com esta pesquisa é o de Pinheiro (2018) que foi uma investigação feita com nove professores dos anos iniciais e 39 (trinta e nove) professores dos anos finais do Ensino Fundamental. A pesquisa teve como objetivo a análise das crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em estudantes do Ensino Fundamental, da rede pública do Estado de São Paulo.

Pinheiro (2018) constatou que os professores demonstraram crença de autoeficácia positivas. Porém, essas crenças não são fortes. Sendo necessário fortalecer essas crenças, pois elas influenciam as motivações e as ações de professores em suas práticas docentes. O estudo de Pinheiro (2018) chama atenção pelo fato de ele visar uma análise de comportamento/atitudes, a partir das motivações e aspectos afetivos do professor. Mostrando que as crenças que o professor possui com relação a determinado conteúdo interfere no seu ensino.

Outra investigação coerente com nossa pesquisa é a desenvolvida por Oliveira (2018) que teve por objetivo investigar as possíveis contribuições que um modelo de formação híbrida pode trazer para a apropriação dos conceitos da *Early Algebra*. Este estudo se mostra pertinente pelo fato de situar-se na interseção da *Early Algebra*, do Ensino Híbrido e da Formação Continuada de professores. Mostrando assim, uma relação intrínseca com a referente pesquisa no que concerne à formação continuada dos professores que ensinam Matemática com ênfase nos conceitos inerentes à *Early Algebra.*

No seu estudo, Oliveira (2018) realizou a análise documental das situações-problema elaboradas pelas professoras participantes do curso de formação antes e após o processo formativo, fato este que vai de encontro com o estudo aqui realizado. Oliveira (2018) conclui que as reflexões realizadas pelas professoras contribuíram para uma transformação da sua prática, sendo que a análise das situações-problema possibilitou a identificação de evidências de um raciocínio algébrico - nos professores dos anos iniciais - através de tarefas que trazem, no seu esboço, um potencial algébrico.

Todavia, essa pesquisa se difere do presente estudo quanto aos sujeitos investigados: estudantes de um curso de Mestrado em Educação. Porém aborda o mesmo objeto matemático (*Early Algebra*). A forma como o autor descreve a aplicação das atividades também tem semelhança com o presente estudo, diferindo em algumas perspectivas.

Seguindo essa linha de convergência para o estudo da Álgebra e esta pesquisa, é possível destacar o estudo de Oliveira, F. e Curi (2019), nele os autores relatam uma experiência reflexiva sobre um curso de formação continuada intitulado “Tarefas Investigativas e o desenvolvimento do pensamento algébrico” que foi desenvolvido com professores dos anos iniciais formados em Pedagogia e por professores dos anos finais licenciados em Matemática.

Segundo Oliveira, F. e Curi (2019), o curso foi desenvolvido em três encontros presenciais abordando a leituras e estudos de publicações acadêmicas, dos documentos curriculares, os conhecimentos sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico dos participantes e a análise da prática pedagógica pessoal dos professores sob a perspectiva do trabalho com tarefas investigativas. Sendo que essas tarefas investigativas abarcavam o trabalho algébrico com sequências numéricas ou icônicas, potencializando as aprendizagens para identificações de padrões e elaboração de generalizações.

Ademais, os professores participantes, deste curso, planejaram e realizaram com uma de suas turmas de regência uma atividade que envolveu algum aspecto do pensamento algébrico usando como estratégia metodológica as tarefas investigativas. Além da aplicação, o professor registrou todo o processo de realização para apresentar ao coletivo.

Como resultado, Oliveira, F. e Curi (2019, p. 8) destacam "a ampliação e o aprofundamento dos conhecimentos dos envolvidos em relação aos temas tratados. [...] a necessidade da continuidade de formações sobre o tema e da integração entre professores de diversos anos nos processos formativos".

Outro resultado relevante do estudo de Oliveira, F. e Curi (2019, p. 8) é que "a oportunidade de conhecer as pesquisas científicas que trazem elementos para melhoria do trabalho docente e consequente ampliação das aprendizagens dos estudantes". O que salienta a necessidade de formação continuada, sua ampliação e também torna-la parte da prática profissional.

A pesquisa de Oliveira, F. e Curi (2019) válida os argumentos já apresentados neste estudo quanto à possibilidade e a necessidade da continuidade de formações continuadas abordando o desenvolvimento do pensamento algébrico em professores dos anos iniciais. As discussões ainda demonstram afinidade com a presente pesquisa no que diz respeito ao fato das participantes planejarem atividades e realizá-las nas suas respectivas turmas.

No entanto, também se percebe pontos divergentes ao comparar a pesquisa de Oliveira, F. e Curi (2019) com esta, já que o processo formativo dos autores discutiu apenas a vertente símbolo e não contou com encontros online.

Outro estudo relevante foi realizado por Rehfeldt e Giongo (2018), nele os autores apresentam os resultados iniciais da pesquisa "Produção de materiais curriculares educativos: uma possibilidade para desenvolver o pensamento algébrico nos Anos Iniciais". Tratando-se de uma pesquisa de cunho qualitativo, na qual os materiais usados para a coleta de dados foram às gravações das formações, o diário de campo das pesquisadoras e os relatórios.

A supracitada pesquisa foi planejada em sete etapas, mas os resultados apresentados envolvem apenas duas delas, a saber: planejamento e elaboração; e exploração de materiais educativos. Com relação a essas duas etapas, Rehfeldt e Giongo (2018), evidenciam as potencialidades que os materiais educativos - na perspectiva da Investigação Matemática, contemplando atividades de álgebra para os Anos Iniciais - têm para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Quanto aos resultados, os autores apontam que:

> a) as voluntárias sentiram-se motivadas a participar como mediadoras da formação continuada; b) os materiais se mostraram produtivos para o ensino da pré-álgebra; c) os docentes dos Anos Iniciais usaram diferentes conjecturas para resolver as questões propostas; d) as questões investigativas "abertas" foram consideradas mais difíceis de serem desenvolvidas com os alunos dos Anos Iniciais (REHFELDT; GIONGO, 2018, p. 11).

Ademais, Rehfeldt e Giongo (2018) ressaltam as etapas posteriores da sua pesquisa, as quais seriam: i) escolher algumas participantes para, com o grupo de pesquisadoras, planejar, rever e avaliar as questões propostas; ii) acompanhar essas participantes na exploração dos materiais educativos nas turmas as quais elas lecionam; iii) avaliar as questões propostas, bem como as implicações das atividades na aprendizagem dos alunos dos Anos Iniciais.

Apresentando resultados parciais de uma pesquisa de doutorado em andamento com futuros professores e professores que ensinam matemática, Teres e Grando (2019) intitularam seu estudo como "Os conhecimentos e (re)significações dos professores que ensinam matemática acerca do pensamento algébrico nos anos iniciais". O objetivo do estudo foi compreender quais os conhecimentos interpretativos de futuros professores e professores que ensinam matemática são mobilizados em um grupo de estudos que se preocupa com o ensino e a aprendizagem da matemática nos anos iniciais.

De abordagem qualitativa, a investigação se pautou nos aportes teóricos da pesquisa narrativa, sendo que os autores apresentam um recorte das considerações percebidas nas discussões do grupo em uma atividade sobre generalizações e padrões matemáticos nos anos iniciais. Para a construção das narrativas com as informações da pesquisa, Teres e Grando (2019) utilizaram os registros de campo, fotos, vídeos, áudios, e entrevistas.

De acordo com os pesquisadores, as análises parciais sinalizaram que "os participantes reconhecem que o grupo de estudos é um contexto de formação que considera os saberes dos professores nas questões que envolvem o ensino e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos" (TERES; GRANDO, 2019, p. 1). Ademais, os autores afirmam que a atividade realizada oportunizou a mobilização de diferentes conhecimentos e ressignificações acerca do trabalho com generalização de sequências e a determinação de padrões, conteúdos associados ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Como o estudo de Teres e Grando (2019, p. 1) trouxe resultados parciais de uma pesquisa de doutorado, não foi possível elencar - com precisão - os pontos convergentes e divergentes com a presente pesquisa. Entretanto, com relação aos resultados apresentados pelos autores, foi possível perceber que o grande diferencial entre a pesquisa deles e esta, é o processo formativo, as vertentes do pensamento algébrico que foram discutidas na formação e as participantes do estudo.

Outro estudo elegido foi o realizado por Barboza (2019), cujo objetivo foi o de investigar *se* e *como* tarefas de aprendizagem profissional possibilitam a mobilização e a (re)construção de conhecimentos para ensinar matemática nos anos iniciais. Numa abordagem qualitativa, de cunho interpretativo, a pesquisa foi arquitetada no contexto de um processo de formação continuada, com 14 encontros presenciais, em uma escola pública municipal, contando com a participação de um grupo de 6 professoras dos anos iniciais. Neste contexto, os dados foram produzidos a partir de recortes de três instrumentos, a saber: (i) questionário; (ii) Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) e (iii) gravações em áudio e vídeo.

Com relação à formação, nos primeiros encontros foram levantados os conhecimentos matemáticos prévios, que as professoras tinham acerca dos diferentes significados do sinal de igualdade. Em seguida, foram realizadas duas tarefas de aprendizagem profissional no intuito de mobilizar conhecimentos matemáticos e pedagógicos das professoras participantes.

Posteriormente, as participantes planejaram coletivamente um plano de aula sobre os diferentes significados do sinal de igualdade e desenvolveram a aula proposta com uma de suas turmas de regência. E, por fim, nos últimos encontros as participantes refletiram sobre a realização da aula planejada, bem como fizeram uma avaliação geral do processo formativo.

Barboza (2019) ressalta em seus resultados que é preciso repensar a formação continuada dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais, uma vez que, com o uso de TAP, possibilitou a (re)construção de conhecimentos para o desenvolvimento do pensamento algébrico, sobretudo aos diferentes significados do sinal de igualdade das professoras participantes.

A presente pesquisa vem ao encontro do estudo realizado por Barboza (2019), no quesito de repensarmos a formação continuada dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais, no que tange a (re)construção de conhecimentos para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Como fora citado nos procedimentos metodológicos, esta investigação é fruto de um projeto de pesquisa; ademais, existem outras duas pesquisas que foram frutos deste mesmo projeto e, apesar de não aparecerem[13] nas buscas, acredita-se pertinente citá-las nessa subseção.

A primeira delas é o estudo de Ferreira, Â. (2020) intitulado “Formação Híbrida de Professores em Early Algebra na Educação Infantil: um Olhar para os Processos de Recontextualização”, onde a autora investigou como acontecem os processos de

[13]Acreditamos que as pesquisas não apareceram nas buscas pelo fato delas terem sido concluídas em meados de 2020.

recontextualização, em sala de aula, dos textos produzidos por professoras da Educação Infantil que participaram de uma formação continuada híbrida, sobre Early Algebra. Num estudo de abordagem qualitativa, a pesquisadora identifica os textos produzidos por estas professoras durante a formação, e posteriormente, realiza a análise dos textos do discurso algébrico voltado para as vertentes: símbolos; sequência; relação funcional e equivalência desenvolvidos na formação continuada e recontextualizados em sala de aula, com crianças de quatro anos.

Os resultados encontrados por Ferreira, Â. (2020) revelam que os textos recontextualizados na formação continuada híbrida ampliaram os conhecimentos matemáticos sobre *Early Álgebra* das professoras por meio de experiências em ambientes presenciais e em ambientes virtuais. Para além disso, a autora ainda ressalta que a formação continuada de professores em uma relação dialética entre professores e formadores e entre professores e estudantes é fator relevante para o desenvolvimento da *Early Algebra* na Educação Infantil.

O estudo de Ferreira, Â. (2020), apresenta relações intrínsecas com esta pesquisa no que concerne ao modelo de formação, a identificação e análise das situações-problema produzidas pelas professoras. Entretanto, o presente estudo, além de abranger um público mais amplo, incluindo professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, não envolve análise da prática pedagógica das participantes da formação nem se encontra fundamentado na teoria que Ferreira, Â. (2020) alicerçou seu estudo.

O segundo estudo que foi fruto do mesmo projeto de pesquisa foi a investigação realizado por Souza (2020), intitulada “O Ensino Híbrido na formação continuada e a recontextualização pedagógica dos textos produzidos por professores dos anos iniciais em *Early Algebra*: um enfoque na relação funcional”. Tendo como objetivo compreender como os textos, de relação funcional, produzidos em uma formação continuada em *Early Algebra*, na perspectiva do Ensino Híbrido, são recontextualizados nas salas de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental dos respectivos participantes da formação, a pesquisa contou com a Teoria dos Códigos de Basil Bernstein e o arcabouço teórico no âmbito da *Early Algebra*.

Esta pesquisa foi desenvolvida a partir de uma abordagem qualitativa, sendo que os dados foram coletados por meio da observação, utilizando instrumentos de registro, o diário de campo e a gravação em áudio e vídeo. A pesquisa foi desenvolvida em duas partes, a primeiro foi o processo formativo, com professoras dos anos iniciais, cujo propósito foi debater questões relacionadas ao estudo da *Early Algebra*. O outro contexto envolveu a sala de aula de uma das participantes da formação.

Souza (2020) realizou também a análise documental dos textos (situações-problema) elaborados pelas participantes antes e após a formação e a observação dos espaços (sala de aula e ambiente virtual) durante o curso e o processo de recontextualização pedagógica. Em seus resultados o referido autor ressalta que:

> ao final da formação, as participantes conseguiram produzir textos legítimos voltados para a vertente da relação funcional do pensamento algébrico, bem como apresentaram uma postura crítica perante a realização e o desenvolvimento de tarefas com potencial algébrico (SOUZA, 2020, p. 9).

Ademais, Souza (2020) evidencia que os resultados alcançados apontam para uma mudança no modelo de ensino de tradição da Matemática escolar e na formação continuada de professores, com a adoção de modelos híbridos. O autor sinaliza o potencial que as tecnologias digitais e o Ensino Híbrido têm para provocar mudanças no contexto em que estão inseridos: tanto um curso de formação continuada quanto nos contextos escolares.

Essa pesquisa foi relevante à este estudo no sentido de que ela analisou parte dos dados que estão sendo analisados neste estudo, porém com outra perspectiva e referencial teórico. Não obstante as semelhanças entre os estudos, também se apresentam divergências. Uma delas seria o público-alvo, pois Souza (2020) analisou apenas os dados das professoras dos anos iniciais. Outra diferença vem do referencial teórico, já que Souza (2020) fundamentou sua pesquisa na Teoria dos Códigos de Basil Bernstein; além disso, a presente investigação não envolve análise da prática pedagógica das participantes da formação.

Capítulo 2: Procedimentos Metodológicos

Se quedó conmigo

Ele ficou comigo no fracasso
Na minha escuridão e meus momentos baixos
E apesar de me conhecer como eu sou
Ele ficou
Ele ficou comigo e sem censura
Ele me acompanhou quando eu perdi meu norte
E apesar de me conhecer como eu sou
Ele ficou

E Ele continua aqui
Porque ele disse que ficaria comigo até o fim
Porque ele prometeu que a obra terminaria
Ele ainda está aqui
Ele não vai me deixar quando o sol entrar na minha fé
Quando tropeço e penso que não há solução
Ele me guiará com a paciência de seu amor
Ele ainda está aqui

Ele ficou comigo ao pôr do sol
Na escuridão que desviou meus passos
Ele ficou comigo e foi paciente
E ele me criou quando abaixei minha testa
E apesar de me conhecer como eu sou
Ele ficou

Embora às vezes eu duvide e recue
Embora às vezes eu ache que não posso
Ele ainda está aqui, Ele ainda está aqui
Ele não vai me deixar quando o sol entrar na minha fé
Quando tropeço e penso que não há solução
Ele me guiará com a paciência de seu amor
Ele ainda está aqui

Adrián Romero (traduzida)

A finalidade deste capítulo é apresentar os procedimentos metodológicos que foram realizados nesta pesquisa, cujo objetivo é **investigar a concepção de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que ensinam Matemática, a respeito da *Early Algebra* antes e depois da participação de uma formação continuada.**

O presente capítulo foi estruturado em cinco partes, sendo estas: a abordagem metodológica da pesquisa; o universo do estudo e os sujeitos participantes; a coleta de dados e os instrumentos utilizados para coleta de dados; o contexto da pesquisa e processo formativo; e os encaminhamentos para a análise.

2.1 Abordagem metodológica da pesquisa

Para atingir o objetivo desta investigação, optou-se por uma abordagem qualitativa nos moldes de Bogdan e Biklen (1994), que afirmam que nesse tipo de pesquisa:

> [...] Quando os dados em causa são produzidos por sujeitos [...] os investigadores querem saber como e em que circunstâncias é que eles foram elaborados [...] Para o investigador qualitativo divorciar o acto, a palavra ou o gesto do seu contexto é perder de vista o significado. [...] A abordagem da investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para constituir uma pista que nos limita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo. [...] Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos. [...] Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva e o significado é de importância vital na abordagem qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 48-50).

Para Bogdan e Biklen (1994, p. 41), uma das principais características de uma pesquisa qualitativa é que "[...] (ii) a investigação qualitativa é descritiva; [...]". Nesse quesito, temos também que, esta pesquisa também é de cunho descritivo, já que toda investigação qualitativa, é descritiva (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Pois tratar-se de uma abordagem que é possível observar, descrever, classificar e interpretar fenômenos, que no caso desta investigação se refere às situações-problema elaboradas pelas professoras.

Como salientam Fiorentini e Lorenzato (2012), o interesse é descrever ou caracterizar com detalhes uma situação ou um problema, o que geralmente é feito utilizando questionários padronizados, a partir de categorias definidas previamente.

2.2 Universo do estudo e os sujeitos participantes

Como já fora explicitado na Introdução, a presente investigação está vinculada ao projeto de pesquisa A *Early Algebra* no Ensino Fundamental: mapeamento, diagnóstico e formação que foi realizada na Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Esse projeto de pesquisa desenvolveu a formação com professoras da Educação infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental que lecionavam em três escolas distintas da rede pública de ensino.

Com relação às unidades escolares, ambas estão situadas no município de Feira de Santana (BA), localizadas em diferentes bairros da cidade. Sendo que duas delas estão localizadas em bairros periféricos, escola 1 e escola 2, e a outra, escola 3, no campus da UEFS. O critério de escolha das escolas foi primordialmente ser escola de periferia de Feira de Santana. Também era importante que os pontos de localização da cidade fossem diferentes, proporcionando contextos distintos entre si.

Duas destas escolas, escola 1 e escola 2, atendem a Educação Infantil, com coordenação e professores não coincidentes. A terceira, Centro de Educação Básica (CEB), é um convênio firmado entre a UEFS e a Prefeitura Municipal de Feira de Santana, para atuar no seguimento da Educação Infantil ao Ensino Fundamental. Ela atendia ao critério de distância, ainda que fosse um diferencial da escolha por ser centro de referência dentro da Universidade.

Quanto à escolha das participantes os critérios utilizados foram dois, a disponibilidade e a aceitação das professoras em participar da formação (e, consequentemente,e da pesquisa). A formação iniciou com 39 professoras, contudo apenas 10 concluíram todo o processo formativo. Como o intuito da pesquisa é investigar a concepção antes e depois dessa formação, os dados analisados foram provenientes das 10 colaboradoras que estiveram presente em pelo menos 75% o processo formativo e responderam aos dois instrumentos diagnósticos. Destas, seis lecionavam na Educação Infantil e quatro nos anos iniciais do Ensino Fundamental; de duas das três escolas participantes.

A partir dessas escolhas foi dado início à primeira fase da pesquisa. Houve a assinatura do Termo da Anuência (Apêndice A) da direção das escolas e a assinatura do Termo de Livre Esclarecido (TCLE) (Apêndice B) pelas professoras. Em seguida, foi solicitado que as professoras respondessem um questionário relacionado ao seu perfil (Apêndice C) depois, que elaborassem, sem auxílio de qualquer material, seis situações-problema relativas aos conceitos algébricos, as quais pudessem ser propostas aos seus próprios estudantes (Apêndice D).

Após essa primeira fase, a próxima diz respeito à formação, que foi desenvolvida ao longo de nove módulos. No último deles, novamente foi solicitado que as professoras elaborassem, sem auxílio de qualquer material, seis situações-problema, relativas a conceitos algébricos, que pudessem ser propostas aos seus próprios estudantes (Apêndice E).

Cabe ressaltar que essas fases estão apresentadas detalhadamente nas seções subsequentes. Por fim, mas não menos importante, salientamos que os dados que analisamos em nossa pesquisa foram extraídos das duas elaborações feitas pelas professoras, antes e depois da formação.

Com relação aos sujeitos participantes deste estudo, é apresentado no Quadro 2, um resumo do perfil acadêmico e profissional das participantes. Essas informações foram extraídas do questionário Perfil (Apêndice C) que elas responderam no início da formação. Com o intuito de atender às questões éticas da pesquisa científica, foram atribuídos nomes fictícios às professoras para resguardar a identidade das mesmas.

Quadro 2: Perfil das professoras participantes da pesquisa

	Professora	Formação acadêmica	Tempo de atuação	Ano/Grupo escolar em que leciona
Educação Infantil	Sarah	Cursando pedagogia	_	G3
	Amanda	Cursando pedagogia	_	G3
	Juliana	Cursando pedagogia	_	G4
	Layane	Cursando pedagogia	__	G4
	Tifany	Cursando pedagogia	_	G4
	Beatriz	Licenciada em pedagogia	11 a 15 anos	G4
Ensino Fundamental	Rute	Licenciada em pedagogia	11 a 15 anos	2º Ano
	Camile	Licenciada em pedagogia	6 – 10 anos	3º Ano
	Heloísa	Licenciada em pedagogia	11 a 15 anos	4º Ano
	Ádila	Licenciada em pedagogia	1 a 5 anos	5º Ano

Fonte: Autoras

De acordo com o perfil das professoras, é possível observar que cinco das seis professoras que atuam na Educação Infantil apresentam o Ensino Superior incompleto, sendo que todas estão cursando Licenciatura em Pedagogia. Por causa disto, elas são consideradas estagiárias. Por serem estagiárias, muitas delas não possuem um tempo considerável de atuação na Educação Infantil ou nos anos iniciais, pois os contratos firmados entre elas e prefeitura duram geralmente entre 6 meses a 2 anos.

Quanto às professoras do Ensino Fundamental, as quatro são licenciadas em Pedagogia e três delas lecionam há mais de seis anos, sendo que a que tem abaixo desse tempo de atuação está alocada numa turma de estudantes do 5º ano. No geral, podemos admitir que essas professoras apresentam perfil privilegiado para essa formação – de maneira positiva - uma vez que esse tempo em classe as proporcionou experiência de sala de aula.

Com relação aos grupos escolares, cabe ressaltar que, os grupos G3 e G4 correspondem as classes cuja idade dos estudantes são respectivamente 3 e 4 anos.

2.3 Contexto do estudo e o processo formativo

Como citado anteriormente, para que fosse possível analisar os problemas elaborados pelas professoras, optou-se por descrever não somente como se deu a coleta de dados, mas o seu contexto, uma vez que houve coleta antes e depois da formação. Isto porque este estudo tem por objetivo investigar a concepção de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que ensinam Matemática, a respeito da *Early Algebra* antes e depois da participação de uma formação continuada. Portanto, essa formação é foco de interesse do estudo; entendemos que um eventual avanço conceitual dessas professoras, demonstrado nos problemas elaborados por elas, passa necessariamente pelo efeito dessa formação. Desse modo segue a apresentação com os detalhes de como foi desenvolvida tal formação.

Intitulada como "Formação híbrida de professores em *Early Algebra*", a formação foi realizada na óptica do Ensino Híbrido, com encontros presenciais e virtuais, centrado nas discussões quanto a formação continuada de professores, a *Early Algebra* e o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais.

Híbrido significa misturado, mesclado, *blended*. Porém, é válido salientar que o Ensino Hibrido em muito perpassa o simples "usar tecnologias digitais em sala de aula". Apenas equipar o ambiente com computadores e dispositivos objetivando uma aprendizagem que "mistura" o presencial com o online, não é o suficiente. Segundo Christensen, Horn e Staker (2013):

O ensino híbrido é um programa de educação formal no qual um **aluno aprende**, pelo menos em parte, **por meio do ensino online**, com algum elemento de controle do estudante sobre o tempo, lugar, modo e/ou ritmo do estudo, e pelo menos em parte em uma localidade física supervisionada, fora de sua residência. Uma característica comum do ensino híbrido é que, quando um curso ocorre parcialmente online e parcialmente por meio de outras modalidades, como as lições em pequenos grupos, tutoria e etc., tais modalidades estão geralmente conectadas. (CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013, p. 7, grifo nosso).

Dessa forma, compreende-se que, além do ensino online, fazer tarefas e utilizar tecnologias, é necessário que exista um aprendizado efetivo neste ambiente, além do presencial; de modo a estarem interligados.

Nesses moldes, a formação ocorreu em nove encontros. Sendo que cinco deles foram presenciais, outros três virtual e um deles ocorreu simultaneamente nos ambientes presencial e virtual. Os encontros presenciais, exceto o primeiro, ocorreram aos sábados, na UEFS, na sala de estudos do Núcleo de estudos em Educação Matemática de Feira de Santana (NEEMFS)[14], com a duração de 240 minutos cada.

Os encontros on-line ocorreram no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) do referido núcleo de pesquisa. Foi estimado que as atividades planejadas para estes momentos virtuais exigiriam de cada participante um tempo entre 60 e 120 minutos dentro do AVA.

O curso foi desenhado em termos de módulos. Com exceção dos módulos zero (apresentação) e final (avaliativo), todos os demais abordaram conceitos algébricos. A estrutura do curso apresenta-se no Quadro 3 a seguir.

Quadro 3:Estrutura geral do curso Early Algebra

CURSO: FORMAÇÃO HÍBRIDA DE PROFESSORES EM *EARLY ALGEBRA*		
Módulo	**Do que se trata**	**Ambiente**
Zero	Apresentação da proposta e desenvolvimento do curso; preenchimentos dos instrumentos e elaboração de seis (06) situações-problema envolvendo ideias algébricas.	Presencial
Um	Apresentação do ambiente virtual Estudo sobre Símbolos	Presencial/ AVA NEEMFS
Dois e três	Estudo sobre Sequência	Presencial
	Estudo sobre Sequência	AVA NEEMFS
Quatro e Cinco	Estudo sobre Relação Funcional	Presencial
	Estudo sobre Relação Funcional	AVA NEEMFS
Seis e sete	Estudo sobre Equivalência em Equações	AVA NEEMFS
	Estudo sobre Equivalência em Equações	Presencial
Final	Finalização do curso e avaliação da formação Elaboração de seis (06) situações-problema envolvendo ideias algébricas	Presencial

Fonte: Souza (2020, adaptado)

A seguir, será descrito os módulos do curso, discutindo os materiais que foram utilizados a partir de cada um deles.

2.3.1 Módulo zero – apresentação

Este contato inicial com as participantes da pesquisa foi realizado no ambiente de trabalho de cada professora. O intuito dessas visitas nas escolas foi conversar com elas a respeito da proposta e do objetivo da formação. Explicitando que se tratava também de uma pesquisa de mestrado e que, portanto, seria necessário a colaboração delas. Segue no Quadro 4 o resumo do presente módulo.

14Projeto realizado por pesquisadores da UEFS na busca de expandir o conhecimento de (Educação) Matemática por toda comunidade

Quadro 4: Apresentação geral do Módulo zero

MÓDULO ZERO – APRESENTAÇÃO		
Atividade	**Ações pedagógicas**	**Ambiente**
Apresentação	Apresentar da proposta e desenvolvimento do curso.	Presencial
Termo de Consentimento	Assinar o TCLE.	
Perfil dos colaboradores	Responder do questionário perfil.	
Elaboração de situações-problema	Elaborar 6 (seis) situações-problema de álgebra (concepção de álgebra).	

Fonte: Souza (2020, adaptado)

Vale ressaltar que foi nesse módulo que as professoras assinaram o TCLE (Apêndice B), responderam o questionário perfil (Apêndice C) e realização a primeira elaboração (Apêndice D) das situações-problema. Cabe salientar também que as atividades desse módulo ocorreram nas escolas.

2.3.2 Módulo I – Símbolos

O módulo I foi desenvolvido com o propósito de possibilitar uma discussão acerca da importância dos símbolos na comunicação matemática, em especial, na álgebra. Considerando este módulo, o Quadro 5 a seguir apresenta um resumo das atividades realizadas no mesmo.

Quadro 5: Apresentação geral do Módulo I

MÓDULO I – SÍMBOLOS		
Atividades	**Ações pedagógicas**	**Ambiente**
Inscrição dos colaboradores no AVA	Inscrever os colaboradores no ambiente virtual pelo smartphone.	Presencial
Apresentação dos resultados	Apresentar o resultado dos problemas sobre Símbolos do diagnóstico dos estudantes.	
Texto 1	Discutir acerca dos Símbolos.	
Vídeo 1	Ambiente virtual- Moodle	
Vídeo 2	Ensino Híbrido- Personalização e Tecnologia na Educação	
Slides do Encontro	Postar na plataforma os slides utilizados no encontro presencial.	
Relatório do planejamento 1	Preencher o Relatório do planejamento 1.	

Socialização do Relatório do Planejamento 1	Postar o Relatório do planejamento 1 sobre Símbolos.	
Fórum de Discussão 1	Discutir sobre situações relacionadas a Símbolos.	
Narrativa 1	Apresentar o roteiro da narrativa.	
Discussão geral	Apresentar e discutir o estudo sobre Símbolos.	
Elaboração de situações-problema	Elaborar 2 (duas) situações-problema (Símbolos), para realizar com a sua respectiva turma.	
Socialização	Socializar as situações recém elaboradas.	

Fonte: Souza (2020, adaptado)

Salientando que o módulo, ocorreu parte no ambiente presencial e parte no ambiente virtual, foi nesta etapa do curso que as professoras conheceram o AVA-NEEMFS e foram inscritas (com a ajuda dos pesquisadores) no mesmo, para familiarização das ferramentas existentes nele.

Listaremos a seguir alguns dos materiais que foram disponibilizados neste módulo para as professoras:

(a) **Texto-base do módulo:** Que trouxe considerações sobre os símbolos e a importância do seu ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

(b) **Relatório da atividade planejada:** O instrumento foi disponibilizado para as professoras planejarem as duas situações-problema que seriam realizadas em suas respectivas turmas.

(c) **Slides do encontro:** Foi disponibilizado no AVA-NEEMFS os slides utilizados no momento da formação presencial.

(d) **Vídeos:** Também foram disponibilizados dois vídeos: um discutindo a metodologia ativa de aprendizagem (o Ensino Híbrido); e outro apresentando as principais características do Moodle[15].

(e) **Fórum de discussão 1:** No AVA-NEEMFS, foi criado um fórum para discussões. Neste em específico, foram abordados, em termos gerais, qual era a concepção das cursistas sobre símbolos e sua importância para o ensino da álgebra.

[15]MOODLE é o acrónimo de "Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment", um software livre, de apoio à aprendizagem, executado num ambiente virtual de aprendizagem.

2.3.3 Módulos II e III – Sequência

Nestes dois módulos ocorreu uma discussão acerca de sequência e padrões, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento algébrico das participantes. A pretensão foi mostrar às professoras a viabilidade e possibilidade de abordar esse conceito desde os anos iniciais. Cabe ressaltar que o módulo II foi o encontro presencial e o módulo III foi o encontro no AVA- NEEMFS. A seguir, temos um resumo das atividades realizadas no Módulo II no Quadro 6.

Quadro 6: Apresentação geral do Módulo II

MÓDULO II – SEQUÊNCIA – Parte 1		
Atividade	**Ações pedagógicas**	**Ambiente**
Produção da Narrativa 1	Discussão da Narrativa 1 (Símbolos)	Presencial
Apresentação dos resultados	Apresentar o resultado dos problemas sobre Sequência do diagnóstico dos estudantes.	
Texto 2	Artigo – Os padrões na Matemática da Pré-escolar	
Slides do Encontro	Postar na plataforma os slides utilizados no encontro presencial.	
Discussão geral	Apresentar e discutir o estudo sobre Sequência (pictórica/numérica, repetitiva e crescente).	
Elaboração de situações-problema	Elaborar 2 (duas) situações-problema (Sequência), para realizar com a sua respectiva turma.	
Socialização	Socializar as situações recém-elaboradas.	
Relatório do planejamento 2	Preencher o Relatório do planejamento 2 sobre Sequência.	

Fonte: Souza (2020, adaptado)

Os materiais que foram disponibilizados neste módulo para as professoras são listados a seguir.

(a) **Texto-base do módulo[16]:** Um artigo que traz a análise dos resultados de algumas investigações em torno da aprendizagem dos padrões, destacando que cada vez mais se torna importante o ensino de padrões na Matemática do Pré-escolar.

[16] Disponível em https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/4268

(b) Slides do encontro: Disponibilizado no AVA os slides utilizados no momento da formação presencial.

Com relação ao módulo III, segue um resumo das atividades realizadas no Quadro 7.

Quadro 7: Apresentação geral do Módulo III

MÓDULO III – SEQUÊNCIA - Parte 2		
Atividade	**Ações pedagógicas**	**Ambiente**
Relatório do planejamento 2	Postar o Relatório do planejamento 2.	Virtual
Vídeo 3	Discutir acerca da *Early Algebra.*	
Texto 3	Discutir acerca da Sequência (pictórica/numérica, repetitiva e crescente).	
Texto 4	Discutir acerca da *Early Algebra.*	
Fórum de Discussão 2	Discutir acerca da Sequência (pictórica/numérica, repetitiva e crescente).	
Fórum de Discussão 3	Discutir a respeito das duas últimas situações realizadas em sala de aula.	
Narrativa 2	Preencher o roteiro da Narrativa 2.	

Fonte: Souza (2020, adaptado)

Para esse módulo foram utilizados os seguintes materiais:

(a) Texto-base do módulo[17]**:** O texto traz ao centro da discussão diversos aspectos do carácter algébrico que podem ser trabalhados nos anos iniciais com relação à exploração de sequências. Além disto, o artigo apresenta diversas atividades (escritas e lúdicas) que podem contribuir para desenvolvimento do pensamento algébrico no trabalho com padrões e sequências nos anos iniciais.

(b) Fórum de discussão 2: Neste fórum, o intuito foi realizar uma discussão sobre sequência, que são objetos matemáticos importantes no sentido de identificar regularidades e padrões.

(c) Fórum de discussão 3: Neste fórum as cursistas relataram quais foram as suas principais dificuldades para realização da atividade sobre sequência e padrão em suas respectivas turmas, e como elas enfrentaram estas dificuldades.

---

[17]Disponível em https://www.researchgate.net/publication/261178078m. Salientamos que utilizamos apenas o capitulo 5.

(d) Vídeo 3[18]: O vídeo foi postado no AVA e traz uma discussão de como ensinar álgebra para crianças, e, como este assunto é abordado na BNCC (BRASIL, 2018).

2.3.4 Módulos IV e V – Relação Funcional

Nestes módulos buscou-se evidenciar as participantes a potencialidade e viabilidade de se trabalhar com situações envolvendo o raciocínio algébrico no que se refere à relação funcional. O quadro 8 apresenta as principais atividades realizadas no Módulo IV.

Quadro 8: Apresentação geral do Módulo IV

MÓDULO IV – RELAÇÃO FUNCIONAL - Parte 1		
Atividade	**Ações pedagógicas**	**Ambiente**
Produção da Narrativa 2	Discussão da Narrativa 2.	Presencial
Apresentação dos resultados	Apresentar o resultado dos problemas sobre Relação Funcional do diagnóstico dos estudantes.	
Texto 5	Artigo – Relação funcional	
Slides do Encontro	Postar na plataforma os slides utilizados no encontro presencial.	
Discussão geral	Apresentar e discutir o estudo sobre Relação Funcional.	
Elaboração de situações-problema	Elaborar 2 (duas) situações-problema (Relação Funcional), para realizar com a sua respectiva turma.	
Socialização	Socializar as situações recém elaboradas.	
Relatório do planejamento 3	Preencher do Relatório do planejamento 3 de Relação Funcional.	

Fonte: Souza (2020, adaptado)

Os materiais disponibilizados no AVA- NEEMFS foram os seguintes:

(a) Slides do encontro: Estes foram os slides utilizados no momento da formação presencial relacionada a relação funcional.

(b) Texto-base[19]: O artigo aborda o desenvolvimento do pensamento funcional nos anos iniciais a partir de algumas atividades do estudo de sequência.

---

[18]Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=rCllk3b6Ay8

19Disponível em http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_matematica_iniciais.pdf. *Salientamos que utilizamos apenas o capítulo 5 deste e-book.*

Quanto ao módulo V, é apresentado a seguir, no quadro 9, um resumo das principais atividades realizadas.

Quadro 9: Apresentação geral do Módulo V

MÓDULO V – RELAÇÃO FUNCIONAL – Parte 2		
Atividade	**Ações pedagógicas**	**Ambiente**
Planejamento 3	Postar o Relatório do planejamento 3.	Virtual
Vídeo 4	Discutir acerca da história do conceito de função.	
Vídeo 5	Discutir acerca da Relação Funcional.	
Texto 6	Discutir acerca da Relação Funcional (Função Linear e Função Afim).	
Fórum de Discussão 4	Discutir acerca da Relação Funcional.	
Fórum de Discussão 5	Discutir um pouco sobre as experiências em sala de aula, ao desenvolverem as atividades de pensamento funcional.	
Fórum de Discussão 6	Discutir sobre a concepção de função.	
Narrativa 3	Preencher o roteiro da Narrativa 3.	

Fonte: Souza (2020, adaptado)

Neste módulo, destacamos a utilização dos seguintes materiais:

(a) Texto-base: Foi um texto resumido, sobre pensamento funcional, tirado da tese de Banco (2013), no qual a autora faz uma discussão a respeito do pensamento funcional, que é também uma vertente do pensamento algébrico.

(b) Fórum de discussão IV: Neste fórum as cursistas foram questionadas de que forma elas poderiam inserir em seus planejamentos atividades envolvendo a relação funcional.

(c) Fórum de discussão V: Neste outro fórum as cursistas relataram quais foram as principais potencialidades e dificuldades encontradas no momento da realização das atividades relacionadas ao pensamento funcional.

(d) Fórum de discussão VI: As cursistas apresentaram suas concepções sobre função.

(e) Vídeo 4[20]: Como complemento, foi utilizado o vídeo 4 para apresentar às cursistas como foi a evolução do conceito de função.

[20] Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=pYQzdY40yr8

(f) Vídeo 5[21]: Foi acrescentado ainda, como suporte, o vídeo intitulado "Conceito de função", o qual apresenta de maneira intuitiva o conceito de função.

2.3.5 Módulos VI e VII – Equivalência

Neste módulo, a abordagem foi realizada no modelo da sala de aula invertida, ou seja, primeiro, foi o encontro virtual; depois, o encontro presencial. Para o momento virtual, foi requerido que as professoras entrassem no AVA NEEMFS, estudassem os conceitos do módulo, para que depois a discussão acontecesse no encontro presencial.

Nestes módulos o objetivo era mostrar para as cursistas que o sinal de igual (=) não deve ser visto apenas como o resultado de uma operação, mas também como a equivalência entre duas expressões numéricas. O quadro 10 apresenta um resumo das atividades realizadas no módulo VI.

Quadro 10: Apresentação geral do Módulo VI

MÓDULO VI – EQUIVALÊNCIA- Parte 1		
Atividade	**Ações pedagógicas**	**Ambiente**
Produção da Narrativa 3	Discussão da Narrativa 3.	Virtual
Texto 7	Orientações para sala de aula invertida	
Slides do Encontro	Postar na plataforma os slides utilizados no encontro presencial.	
Elaboração de situações-problema	Elaborar 2 (duas) situações-problema (Equivalência), para realizar com a sua respectiva turma.	
Relatório do planejamento 4	Preencher o Relatório do planejamento 4 de Equivalência.	

Fonte: Souza (2020, adaptado)

Os seguintes materiais foram disponibilizados para as participantes no AVA-NEEMFS, para o módulo VI.

(a) Texto-base do módulo[22]: Foi anexado no AVA um slide abordando a questão da aula invertida.

[21] Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=72q6cBnmLvQ

22Disponível em http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_matematica_iniciais.pdf. Salientamos que utilizamos apenas o capítulo 5 deste e-book.

(b) **Slides do encontro:** As cursistas tinham disponíveis os slides que seriam utilizados no momento da formação presencial, antes mesmo da aula sobre o tema.

No módulo VII, as atividades deram continuidade presencialmente, como apresenta o quadro 11.

Quadro 11: Apresentação geral do Módulo VII

MÓDULO VII – EQUIVALÊNCIA – Parte 2		
Atividade	**Ações pedagógicas**	**Ambiente**
Planejamento 4	Postar o Relatório do planejamento 4.	Presencial/Virtual
Apresentação dos resultados	Apresentar o resultado dos problemas sobre Equivalência do diagnóstico dos estudantes.	
Texto 8	Discutir acerca da Equivalência (Diferentes significados da igualdade).	
Discussão geral	Apresentar e discutir o estudo sobre Equivalência (Significados do sinal de igualdade).	
Fórum de Discussão 7	Discutir acerca da Equivalência (Diferentes significados da igualdade).	
Fórum de Discussão 8	Discutir a respeito das duas últimas situações realizadas em sala de aula.	
Fórum de Discussão 9	Discutir algumas ideias de equivalência	
Narrativa 4	Preencher do roteiro da Narrativa 4.	

Fonte: Souza (2020, adaptado)

É plausível o destaque da utilização dos seguintes materiais nesse módulo:

(a) **Texto-base**: Um texto resumido, sobre equivalência, elaborado pelos pesquisadores.

(b) **Fórum de discussão VII**: No AVA-NEEMFS, as cursistas apresentaram suas concepções sobre como podemos representar relações de equivalência com objetos concretos em sala de aula com crianças da Educação Infantil e Ensino Fundamental Anos Iniciais.

(c) Fórum de discussão VIII: Neste outro fórum, as cursistas relataram como elas abordariam as propriedades da equivalência fazendo uso de uma balança de dois pratos nas suas aulas.

(d) **Fórum de discussão IX**: No fórum seguinte, questionamentos foram feitos às professoras-cursistas, na intenção delas apresentarem algumas ideias de equivalência que poderiam serem desenvolvidas com sua respectiva turma. Este foi o último fórum do curso.

2.3.6 Módulo VIII – Finalização

Nesta etapa final do processo formativo, foi entregue um questionário (Apêndice F), para as cursistas analisarem receptivamente as suas situações-problema elaboradas no I encontro da formação.

Em seguida, as cursistas elaboraram mais seis situações-problema envolvendo novamente conceitos algébricos, o instrumento diagnóstico final (Apêndice G), que será analisado nesta pesquisa. Com esta segunda elaboração, o intuito era perceber quais foram as reflexões e os possíveis avanços alcançados pelas professoras em relação à primeira elaboração. Ao finalizar, as mesmas escreveram um texto avaliando todo processo formativo. O Quadro 12 a seguir, descreve as atividades realizadas no Módulo VIII.

Quadro 12: Apresentação geral do Módulo VIII

<table>
<tr><th colspan="3">MÓDULO VIII – FINALIZAÇÃO</th></tr>
<tr><th>Atividade</th><th>Ações pedagógicas</th><th>Ambiente</th></tr>
<tr><td>Socialização da narrativa 4</td><td>Discussão da Narrativa 4.</td><td rowspan="4">Presencial</td></tr>
<tr><td>Socialização e análise das situações-problema elaboradas pelas cursistas no módulo zero</td><td>Apresentar o resultado da análise das situações-problema elaboradas pelas cursistas no módulo zero.</td></tr>
<tr><td>Elaboração de situações-problema 2</td><td>Elaborar 6 (seis) situações-problema de álgebra (concepção de álgebra).</td></tr>
<tr><td>Avaliação da formação 1</td><td>Elaborar um texto avaliando todo processo formativo.</td></tr>
</table>

Fonte: Souza (2020, adaptado)

2.4 A coleta de dados e os instrumentos utilizados para coleta

Conforme citamos anteriormente, a coleta de dados para essa pesquisa foi realizada em três momentos distintos, um antes e dois depois da formação. No primeiro foi solicitado que as professoras elaborassem, individualmente, seis situações-problema relacionadas a conceitos algébricos, que poderiam ser trabalhados com os estudantes de suas respectivas turmas. Para essa elaboração as professoras receberam uma folha de papel A4 (Apêndice D), assim como uma determinação que, para esse momento, não poderiam consultar material algum.

Ao final da formação as professoras receberam um instrumento (Apêndice E) para rever as situações-problema elaboradas no primeiro encontro. Nesse momento, foi distribuído às mesmas a cópia do protocolo de sua primeira elaboração para que, ordenadamente, pudessem realizar uma autoanálise. Para tanto, foi solicitado que elas analisassem as situações produzidas e classificassem a partir de três critérios: (1) se abordou algum conceito algébrico especifique, se foi sobre símbolos, sequências, relação funcional ou equivalência; (2) se a abordagem foi apenas sobre aritmética, ou ainda, (3) se a situação está incompreensível. Também deveriam justificar a resposta para cada situação-problema.

Em seguida, a partir das situações-problemas classificadas como específicas de *Early Algebra*, elas deveriam apontar o que mudariam para deixar mais explícito na questão que é uma situação algébrica e quais estratégias as crianças poderiam utilizar para resolver o problema. Além disso, foi solicitado que elas apresentassem encaminhamentos para organizar a realização dessas atividades.

Após essa etapa, foi distribuído outro instrumento (Apêndice E) e solicitado que as professoras elaborassem, novamente, outras seis situações-problema relacionadas a conceitos algébricos, que poderiam ser trabalhados com os estudantes de suas respectivas turmas. Novamente, essa escrita deveria ser individual e sem consulta a material algum.

Embora não seja o foco dessa pesquisa analisar a formação realizada, acredita-se ser relevante trazer como a mesma se desenvolveu, uma vez que os dados emergem dela. Outro destaque é que, apesar da análise recair diretamente na elaboração das situações-problema, foi utilizado também, de forma conveniente, dois outros instrumentos, sendo eles o questionário do Perfil (Apêndice C) e a Avaliação das questões elaboradas no primeiro encontro (Apêndice F).

2.5 Encaminhamentos para análise

Após a coleta dos dados, estes necessitaram passar por um tratamento, para que deles fossem extraídos os resultados que possam (ou não) atender a questão de pesquisa deste estudo. Como já mencionado anteriormente, os dados, provenientes de três de instrumentos: (i) a primeira elaboração; (ii) a análise de sua própria elaboração; (iii) a segunda elaboração, foram analisados e categorizados.

Para que pudesse ser feito os dois processos de categorização (primeira e segunda elaboração) todas as situações-problema foram transcritas em um documento de Word, um para a primeira e outro para a segunda elaboração, devidamente identificadas de acordo com o nível escolar que a professora atuava. Cabe ressaltar que esses dois processos foram realizados em momentos distintos e, para tanto, esses arquivos foram repassados a um grupo composto por cinco pessoas, designados como juízes, sendo duas doutoras, um mestre e dois mestrandos. Essa composição teve por objetivo garantir que tal categorização não seria subjetiva por parte das pesquisadoras deste estudo. A explicitação de cada categoria será realizada no respectivo capítulo da análise a seguir. Cabe salientar que, a partir deste momento a nomenclatura utilizada para as professoras já formadas será somente ‘professora’ e as que estão em formação serão chamadas apenas de ‘estagiárias’.

Capítulo 3: Discussão e análise dos dados

Você me leva ao deserto

Eu calei minha tristeza olhando nos teus olhos
E afoguei as minhas lagrimas no teu peito
Eu coloquei os meus desejos nos teus sonhos
Não sei mais viver sem ti

Estou seguindo meu caminho, me guio por teus passos
Minha vontade eu apoiei na tua lei
Na tua identidade eu descobri quem sou
Você me atraiu, com cordas de amor
[...]

Eu achei meu esconderijo de baixo de tuas asas
Na rocha minha casa eu construí
E nem o vento poderá me derrubar
Eu encontrei, o meu lugar em ti

Você me leva ao deserto pra falar, de amor
Me deixa passar pelo vale pra mostrar que está comigo
Me põe no meio da tempestade, pinta um arco íris
Pra me dizer no fim, que a tua fidelidade não acabou

Este Capítulo dedica-se à apresentação, discussão e análise dos dados da pesquisa e está segmentado em três momentos. No primeiro, é apresentada a primeira elaboração das situações-problema que permitiu discutir e analisar a concepção inicial das cursistas a respeito da *Early Algebra*, de acordo com a categorização feita pela pesquisadora com a colaboração de quatro juízes. O segundo momento retrata um comparativo entre a análise feita pela da pesquisadora e juízes e a análise feita pelas cursistas de suas próprias situações-problema da primeira elaboração. Quanto ao terceiro momento, esse traz a comparação entre a primeira e segunda elaboração com alguns desdobramentos: os resultados gerais; um comparativo entre as elaborações das professoras formadas e das estagiárias e alguns destaques da segunda elaboração.

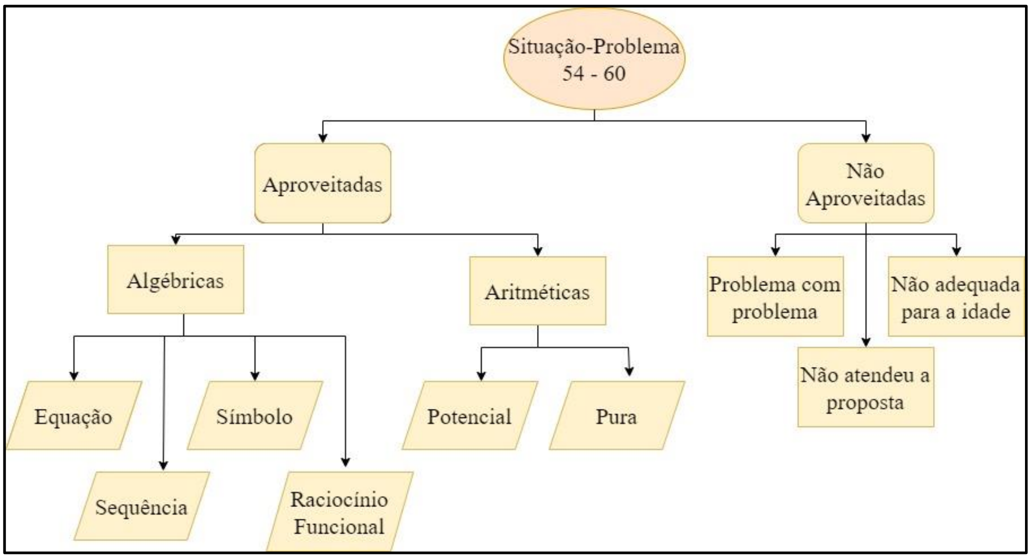
3.1 Análise da primeira elaboração das cursistas

Como fora mencionado nos procedimentos metodológicos, a análise das situações-problema foi feita por um grupo de cinco juízes, duas doutoras, um mestre e dois mestrandos, sendo que um dos mestrandos foi a pesquisadora desse estudo. Ao iniciar a análise foi constatado que seis das 60 (produto entre as seis situações-problema solicitadas e as 10 cursistas) possíveis situações-problema elaboradas estavam em branco.

Embora essa quantidade seja 10% do total de situações-problema possíveis de serem analisadas, esse dado é proveniente da não elaboração de duas cursistas, sendo que cada uma delas elaborou somente três das seis situações-problema solicitadas. Essas duas cursistas em questão foram a estagiária Juliana e a estagiária Tifany. É razoável supor que o fato delas terem deixado em branco tenha sido devido à pouca experiência em sala de aula, o que pode ter ocasionado um repertório limitado. Outro fator possível para esse fenômeno é que elas ainda estão cursando a licenciatura em Pedagogia, embora não haja nenhuma garantia de que com o curso completo esse assunto teria sido abordado.

Isso posto, o grupo de juízes analisou 54 situações-problema das quais emergiram as categorias apresentadas no quadro 13 a seguir.

Quadro 13: Categorias enfoques da análise



Fonte: A autora

Como é possível observar no quadro 13, a primeira classificação – após excluir as situações-problema em branco – diz respeito ao aproveitamento da questão elaborada, se foi aproveitada ou não aproveitada, levando em conta a proposta da pesquisa. Estas situações não aproveitadas correspondem ao aproveitamento para esta pesquisa em específico, visando a viabilidade de atender às questões levantadas na mesma.

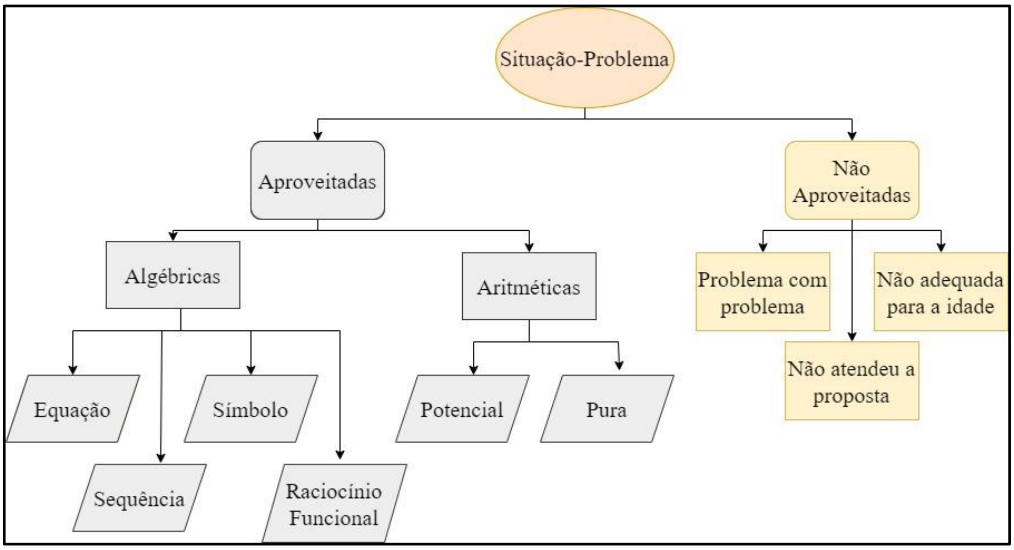
Quanto à situação-problema tida como aproveitada, ela poderia ser categorizada como algébrica ou aritmética. Aquela classificada como aritmética ainda poderia ser com potencial algébrico - considerando algumas modificações - ou pura. Quanto à situação-problema tida como algébrica, esta pode ser classificada como símbolo, sequência, equação e raciocínio funcional, uma vez que foram esses os conteúdos abordados na formação.

Apresentadas as categorias, a seguir cada uma é explicitada a partir da discussão e análise dos extratos de protocolos.

3.1.1 Análise e discussão da categoria Não Aproveitada

Para dar início à análise e discussão o Quadro 14 apresenta as categorias das situações problema, agora com ênfase na categoria não aproveitada.

Quadro 14:Categorias de análise das situações problemas Não aproveitadas



Fonte: A autora

Seguindo as categorias destacadas no quadro 14 segue a discussão e análise das situações-problema não aproveitadas. Considera-se *não aproveitada* a situação-problema que: (i) não é passível de resolução; (ii) não atende a proposta solicitada no momento da elaboração das situações; ou (iii) não é apropriada à idade do estudante da turma da cursista. Nessa categoria foram consideradas 29 situações problema, cerca de 53,7% das 54 situações-problema efetivamente analisadas. Esse resultado difere das pesquisas de Santos (2005) e Rabelo (2015), que ao tratar de frações e estruturas multiplicativas respectivamente, obtiveram um baixo percentual de problemas não aproveitados para a pesquisa, a saber, 18% em ambas. É razoável supor que o alto índice encontrado nos dados concernentes a *Early Algebra*, seja justamente o fato de as pesquisas no âmbito serem mais recentes.

Desse montante, 11 situações-problema foram elaborados pelas professoras e 18 pelas estagiárias. Todas as cursistas elaboraram pelo menos uma situação-problema não aproveitada. As quantidades exatas aparecem na tabela apresentada a seguir.

Tabela 5: Quantidade de situações-problema não aproveitada por cursista

Qtde	**1**	**2**	**3**	**4**
Cursistas	Prof. Heloísa	Prof. Ádila	Prof. Camile	Prof. Beatriz
	Prof. Rute	Est. Juliana	Est. Amanda	Est. Layane

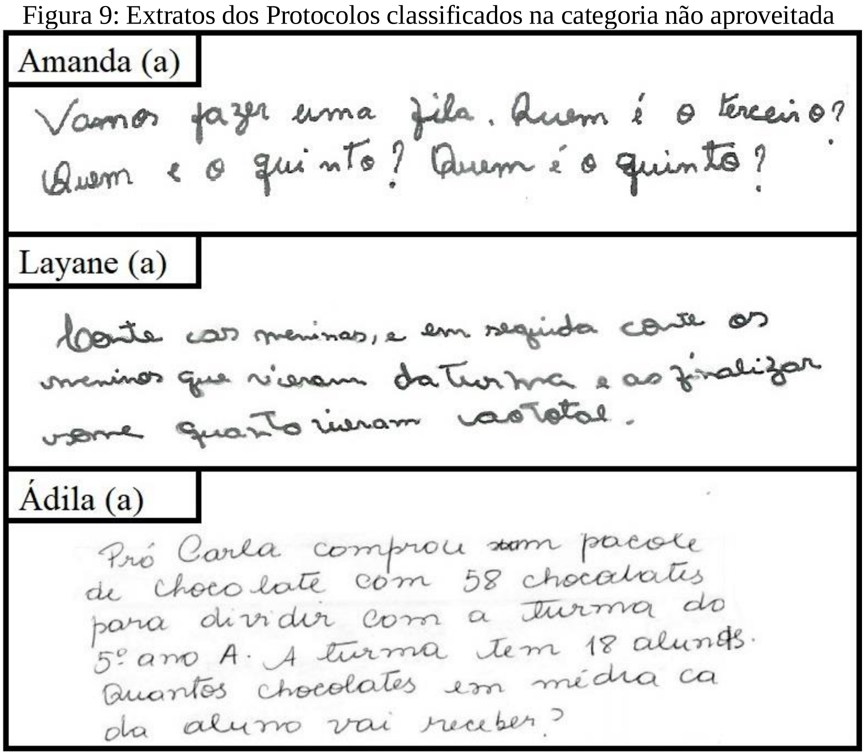
Fonte: Dados de pesquisa.

Como fora mencionado, todas as cursistas elaboraram pelo menos uma situação-problema não aproveitada, sendo que duas cursistas, as estagiárias Sarah e Tifany, tiveram todas as elaborações categorizadas dessa maneira. Cabe ressaltar que a estagiária Juliana elaborou duas situações-problema da classificação em questão, entretanto, de um total de três elaborações.

Das 29 situações-problema dessa categoria observou-se que 13 delas foram classificadas no item (i), não é passível de solução. Destas, três foram elaboradas por professoras do Ensino Fundamental e 10 pelas da Educação Infantil (quatro da professora Beatriz e seis das estagiárias). Quanto às situações pertencentes ao item (ii), não atende a proposta solicitada no momento da elaboração das situações, houve um total de 14, sendo duas elaboradas por duas professoras do Ensino Fundamental e 12 pelas estagiárias da Educação Infantil. Por fim, a categoria que obteve a minoria foi a (iii), não é apropriada à idade do estudante da turma da cursista, com duas situações-problema, ambas elaboradas por professoras do Ensino Fundamental.

A seguir são apresentados protocolos que exemplificam cada um dos itens da categoria não aproveitada com a respectiva análise.

Figura 9: Extratos dos Protocolos classificados na categoria não aproveitada


Amanda (a)

Vamos fazer uma fila. Quem é o terceiro? Quem e o quinto? Quem é o quinto?

Layane (a)

Conte as meninas, e em seguida conte os meninos que vieram da turma e ao finalizar some quanto vieram ao total.

Ádila (a)

Pró Carla comprou ~~um~~ pacote de chocolate com 58 chocolates para dividir com a turma do 5º ano A. A turma tem 18 alunos. Quantos chocolates em média cada aluno vai receber?

Fonte: Dados da pesquisa

Para a análise dos extratos de protocolos, foi feita a transcrição de cada um deles, uma vez que nem sempre a versão original está legível. As situações-problema classificadas no item (i), não é passível de resolução, são aquelas que faltam de dados, faltam informações ou ainda a pergunta não estava explícita.

Inicia-se pela transcrição do extrato de protocolo (a) da estagiária Amanda: “Vamos fazer uma fila. Quem é o terceiro? Quem é o quinto? Quem é o quinto?” Nesta situação-problema é possível observar que não há dados suficientes para que o estudante responda, pois não explicita quem são os integrantes dessa fila, de qual maneira essa fila será formada, se por ordem de tamanho, idade ou outro quesito. Desse modo, então não tem como saber quem será o terceiro ou o quinto da fila.

Segue a transcrição do extrato de protocolo (a) da situação-problema elaborada pela estagiária Layane: “Conte as meninas, e em seguida conte os meninos que vieram da turma e ao finalizar some quantos vieram ao total”. Esta e outras semelhantes foram incluídas na categoria de *não aproveitadas* fazendo parte do item (ii), as quais não atendem a proposta solicitada no momento da elaboração das situações. Esta situação-problema, que contempla o sentido de número e de contagem, não apresenta, necessariamente, um problema a ser resolvido. Portanto, não corresponde à proposta feita, qual seja, a de elaborar situações de *Early Algebra* para trabalhar com seus alunos.

Para que pudesse apresentar o item (iii) foi escolhida o extrato de protocolo (a) da situação-problema elaborada pela professora Ádila, a qual segue a transcrição: “Pró Carla comprou um pacote de chocolate com 58 chocolates para dividir com a turma do 5º ano A. A turma tem 18 alunos. Quantos chocolates em média cada aluno vai receber?”. Embora esta situação-problema requeira a operação de divisão para sua resolução, ainda assim ela poderia ser trabalhada com a turma da Ádila. Possivelmente a estratégia de resolução que seus alunos adotariam não seria a utilização do algoritmo da divisão, mesmo porque eles ainda não aprenderam formalmente, mas poderia ser trabalhada com material manipulativo e os alunos poderiam distribuir a 18 colegas os chocolates um a um até esgotar o pacote. No entanto, é o questionamento que a situação-problema traz que não condiz com a idade do aluno em questão, pois é solicitado que dê a média de chocolate recebido. Ainda que o conceito de média seja trabalhado no 7º ano, segundo regulamenta a BNCC (BRASIL, 2017), ela é um número que representa a quantidade de chocolates recebido por todos, que nesse caso seria 3,22.

No que se refere aos resultados encontrados, observa-se alguns pontos relevantes. O primeiro deles foi quantidade de situações-problema não aproveitadas (48%). Por outro lado, embora seis situações-problema não foram elaboradas (10%), estas foram provenientes dos protocolos de duas estagiárias. É possível inferir que este repertório escasso pode ter sido devido ao fato de que elas ainda estão em formação. Paralelo a isso, a maioria das cursistas se empenhou na elaboração, o que é um dado positivo.

Quanto às elaborações *não aproveitadas*, nota-se que há uma tentativa da parte das cursistas em elaborar situações problemas de contagem, como se o fato de precisar achar determinado número/valor se tratasse de *Early Algebra*. Uma possibilidade é que elas compreendem esse determinado número/valor desconhecido como aquela incógnita que é apresentada na álgebra formal nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Isto posto, ressalva a afirmação de Blanton e Kaput (2005) de que a maioria dos professores dos Anos Iniciais do Ensino fundamental tem pouca experiência com os tipos de pensamento algébrico que precisam se tornar comuns em sala de aula e que esses professores são essenciais para desenvolver e oportunizar a experiência matemática escolar dos estudantes.

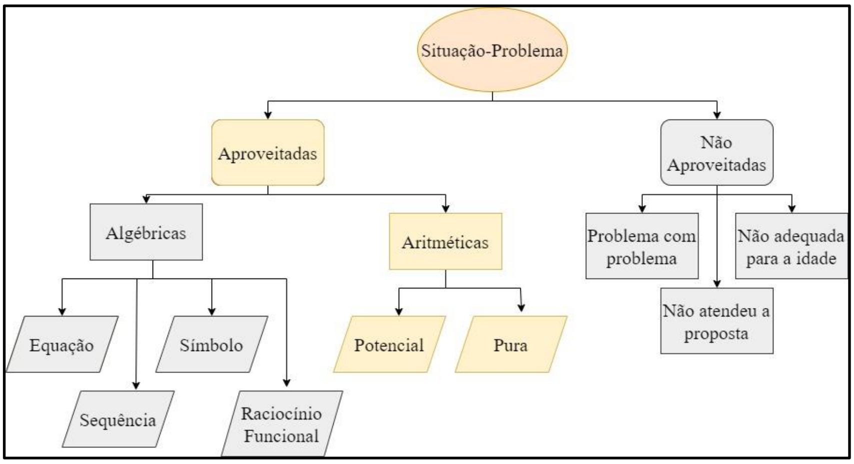
3.1.2 Análise e discussão da categoria Aproveitada

De acordo com o esquema apresentado no Quadro 3.1, a situação-problema tida como *aproveitada* poderia pertencer a uma das duas categorizações distintas: (i) algébrica; e (ii) aritmética. As situações problema categorizadas como Aritméticas foram contabilizadas e tiveram um total de 19, sendo que 10 foram classificadas como Aritmética Pura e as outras nove como Aritmética com Potencial Algébrico. A análise será feita, a seguir, das situações-problemas primeiro das categorizadas como Aritmética e, logo após a Algébrica.

3.1.2.1 Análise e discussão da categoria Aritmética

Quanto à análise e discussão o Quadro 15 apresenta as categorias das situações problema, agora com ênfase na categoria aproveitada aritmética.

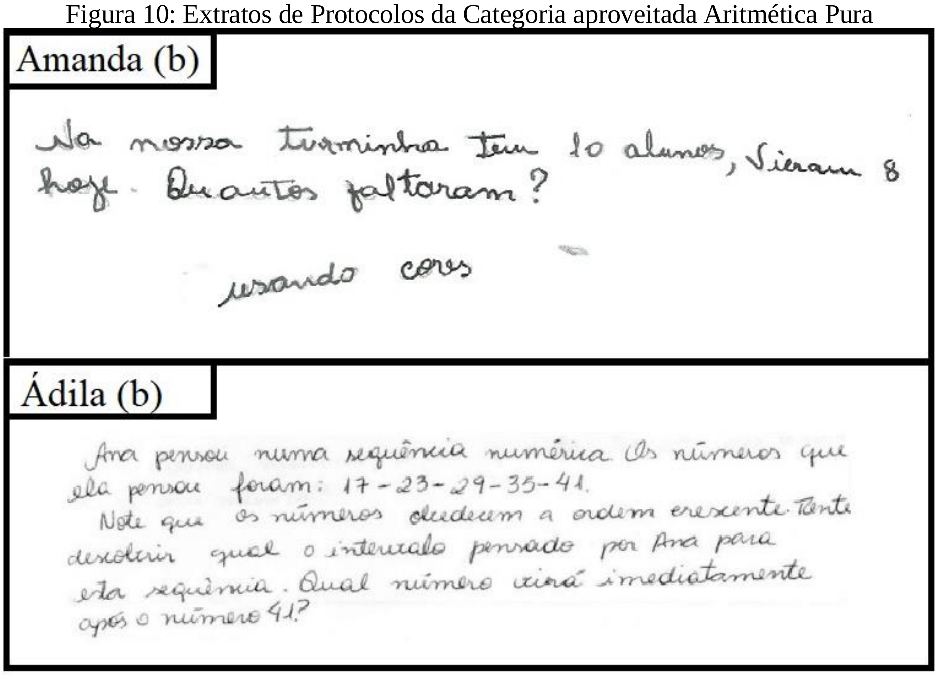
Quadro 15: Categorias de análise das situações problemas Aritméticas



Fonte: A autora

Na categorização Aritmética há dois tipos de situações-problema, sendo que o primeiro, denominada por Aritmético Puro, diz respeito a situações-problema que admitem somente uma única resposta numérica é importante destacar, todas elas pertenciam às Estruturas Multiplicativas ou Aditivas. Para a discussão e análise foram apresentados dois extratos de protocolos das professoras Amanda e Ádila, respectivamente, a seguir.

Figura 10: Extratos de Protocolos da Categoria aproveitada Aritmética Pura


Amanda (b)

Na nossa turminha tem 10 alunos, Vieram 8 hoje. Quantos faltaram?

usando cores

Ádila (b)

Ana pensou numa sequência numérica. Os números que ela pensou foram: 17-23-29-35-41.
Note que os números obedecem a ordem crescente. Tente descobrir qual o intervalo pensado por Ana para esta sequência. Qual número virá imediatamente após o número 41?

Fonte: Dados da pesquisa

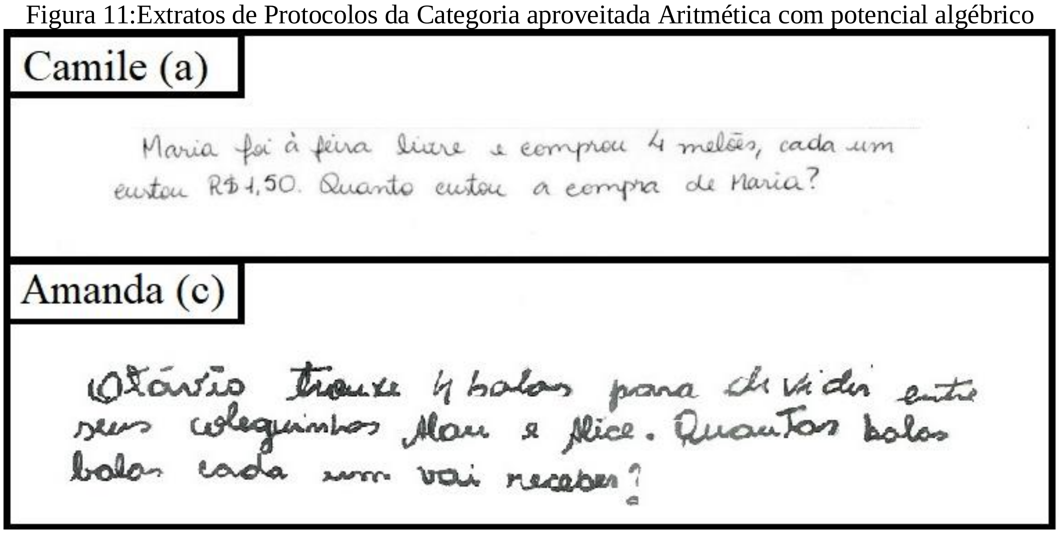
Inicia-se com a transcrição do extrato de protocolo (b) da situação-problema elaborada pela estagiária Amanda (estagiária): “Na nossa turminha tem 10 alunos, vieram 8 hoje. Quantos faltaram?”

Como é possível observar, a situação-problema é adequada para a idade das crianças (G3). Ela pertence à Estrutura Aditiva de composição, pois é fornecido o total (10 alunos) e uma das partes (8 alunos presente) e procura-se a outra parte (alunos ausentes). Da forma como ela foi elaborada a resposta é única, entretanto, como afirmam Carraher, Schliemann e Brizuela (2000) a adição é uma função, ou pelo menos pode ser vista como função. Sendo assim, é possível utilizar situações-problema desse tipo são passíveis de se trabalhar álgebra.

Quanto à situação-problema elaborada pela professora Ádila, segue a transcrição do extrato de protocolo (b) da professora: “João tem 23 anos. Sua mãe tem o dobro da sua idade. Quantos anos tem a mãe de João?” A situação-problema é pertencente à Estrutura Multiplicativa, ternária e de comparação. Embora o dobro possa ser traduzido como sendo uma função linear ($f(x) = 2x$), o contexto não permite esse raciocínio. Ao comparar a idade entre duas pessoas, uma delas terá o dobro da idade da outra por um período restrito, portanto essa relação é pontual e não perdurará pela vida toda. Assim sendo, não é possível pensar na generalização dessa situação-problema que permita desenvolver o raciocínio funcional.

No que diz respeito à classificação denominada por *Aritmética com potencial algébrico*, foram incluídas as situações-problema que deixam margens para adaptações que permitem generalizações. As potencialidades observadas foram as mesmas que seriam trabalhadas durante a formação: símbolo, equivalência, sequência e raciocínio funcional. Para explicitar, dois exemplos são apresentados a seguir.

Figura 11:Extratos de Protocolos da Categoria aproveitada Aritmética com potencial algébrico



Fonte: Dados da pesquisa

A transcrição do extrato de protocolo (a) da situação-problema elaborada pela cursista Camile (professora formada) é a seguinte: “Maria foi à Feira Livre comprou Quatro melões, cada um custou r$ 1,50 Quanto custou a compra de Maria?”

A situação elaborada pela professora Camile pertence à Estrutura Multiplicativa, do eixo da Proporção simples, da classe um para muitos. Nela o aluno tem conhecimento de quanto custa um melão e precisa descobrir quanto custaram quatro melões. A priori, operações aritméticas resolveria essa situação-problema como a adição de parcelas repetidas do valor unitário ($1{,}50 + 1{,}50 + 1{,}50 + 1{,}50$), ou multiplicação entre os fatores quantidade e valor unitário ($4 \times 1{,}50$). Contudo, essa situação-problema foi classificada como Aritmética com potencial algébrico uma vez que a professora poderia levantar questionamentos como: “E se Maria comprar 2 melões?” ou então “Tem um jeito mais simples da gente saber quanto vai custar a compra de Maria para qualquer quantidade de melões?”. Esses questionamentos permitem abordar e fomentar discussões que levem os alunos a desenvolver o raciocínio funcional, de maneira que os alunos do 3º ano têm capacidade não só de responder, mas também de compreender a relação de dependência entre as duas variáveis, ou seja, a medida que a quantidade de melões aumenta a quantidade do valor pago também aumenta; reconhecer a dependência entre as variáveis.

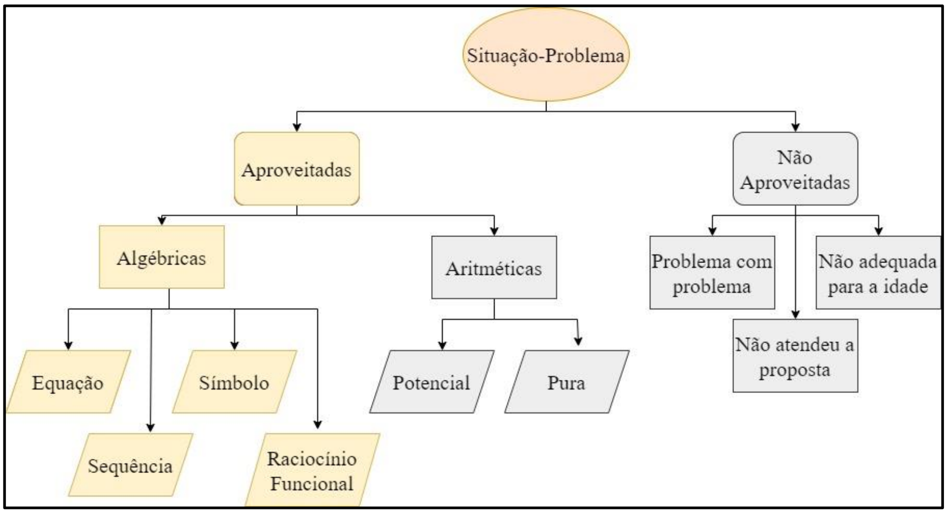
Segue a transcrição do extrato de protocolo (c) da situação-problema elaborada pela cursista Amanda (estagiária): "Otávio trouxe quatro balas para dividir entre seus coleguinhas. Alan e Alice. quantas bolas balas cada um vai receber?"

A situação-problema elaborada pela professora Amanda também é da Estrutura Multiplicativa, do eixo de proporção simples da classe de um para muitos, sendo que para sua resolução a operação mais indicada é o algoritmo da divisão. Entretanto, tendo em vista a função linear $f(x) = 0,5x,$ sendo que x é a quantidade de balas a ser dividida e $f(x)$ a quantidade que cada um dos dois coleguinhas irá receber, a professora poderia trabalhar com seus alunos alterando a quantidade de balas que serão divididas por Otávio, como por exemplo: "Se Otávio tivesse 10 balas para dividir entre os dois coleguinhas, quanto cada um ganharia? Nesse caso estaria sendo trabalhada a seguinte equação: $f(x) = 0,5 \times 10.$ Se Otávio tivesse 30 balas para dividir entre os dois coleguinhas, quanto cada um ganharia?". Desta maneira, ela estaria trabalhando o conceito de equivalência, ao perguntar enquanto descrevia uma equação, ainda que a mesma não estivesse escrita matematicamente, o que seria mais viável para alunos do G3. Como afirmam Carraher, Schliemann e Brizuela (2000) as operações de adição e multiplicação podem ser vistas como função, desde que sejam tratadas como uma operação em conjunto de números ou quantidades.

3.1.2.2 Análise e discussão da categoria Algébrica

Na categoria *Algébrica* estão as situações que possuíam, de maneira mais evidente, teor algébrico. Como mostra o quadro 16, também foi dividido nas quatro potencialidades que seriam trabalhadas na formação: símbolo, equivalência, sequência e raciocínio.

Quadro 16: Categorias de análise com destaque para vertente Algébrica.

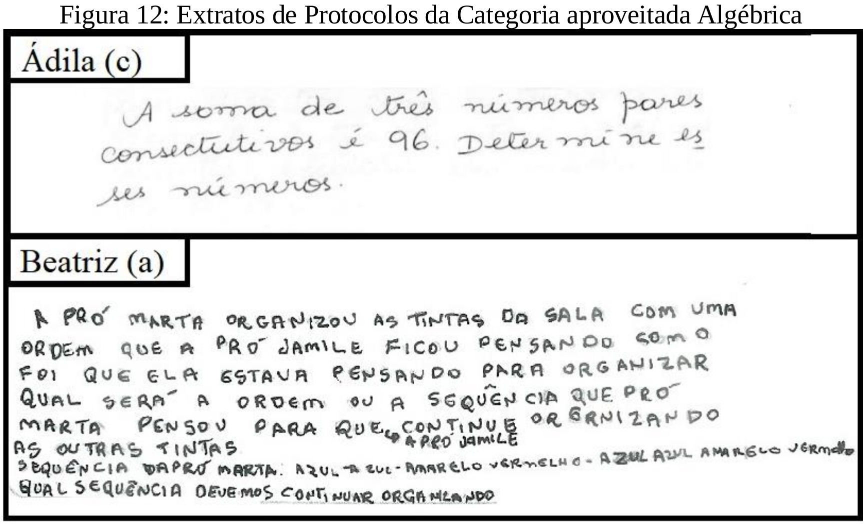


Fonte: A autora

Embora as situações-problema categorizadas como algébrica tenham sido minoria, sete dentre as 54 analisadas, cinco delas foram elaboradas por cursistas formadas. É possível inferir que o tempo de experiência em sala de aula das cursistas formadas contribuíram para esse resultado. Ao ponderar a questão da atuação, tem-se que das seis foram elaboradas por professoras formadas, quatro delas atuam nos Anos Iniciais e uma na Educação Infantil. Ainda a respeito da atuação, uma dessas situações-problema foi elaborada por uma estagiária que atuava na Educação Infantil.

A seguir é apresentado o extrato de dois protocolos que exemplificam a categoria aproveitada algébrica com a respectiva análise. Cabe mencionar que não houve nenhuma elaboração que atendesse a categoria de símbolos e raciocínio funcional.

Figura 12: Extratos de Protocolos da Categoria aproveitada Algébrica



Ádila (c)

A soma de três números pares consecutivos é 96. Determine es ses números.

Beatriz (a)

A PRÓ MARTA ORGANIZOU AS TINTAS DA SALA COM UMA ORDEM QUE A PRÓ JAMILE FICOU PENSANDO COMO FOI QUE ELA ESTAVA PENSANDO PARA ORGANIZAR QUAL SERÁ A ORDEM OU A SEQUÊNCIA QUE PRÓ MARTA PENSOU PARA QUE A PRÓ JAMILE CONTINUE ORGANIZANDO AS OUTRAS TINTAS
SEQUÊNCIA DA PRÓ MARTA: AZUL-AZUL-AMARELO VERMELHO - AZUL AZUL AMARELO VERMELHO
QUAL SEQUÊNCIA DEVEMOS CONTINUAR ORGANIZANDO

Fonte: Dados da pesquisa

Inicia-se com a transcrição do extrato de protocolo (c) da situação-problema elaborada pela cursista Ádila (professora formada): "A soma de três números pares consecutivos é 96. determine esses números".

A situação-problema elaborada pela professora Ádila aborda a ideia de equação pois trata-se da soma de três números consecutivos desconhecidos. Matematicamente essa equação pode ser representada por $x + (x + 1) + (x + 2) = 92$, embora é provável que um aluno no 5º ano não represente essa equação desse modo. Porém, como fora discutido no início deste estudo, o intuito não é antecipar a escrita e os procedimentos algébricos, como afirmam Blanton et al. (2007), mas sim que o estudante desenvolva esse raciocínio, essa maneira de pensar algebricamente.

Segue a transcrição do extrato de protocolo (a) da situação-problema elaborada pela cursista Beatriz (professora formada): "A pró Marta organizou as tintas da sala com uma ordem que a pró Jamily ficou pensando com o que foi que ela estava pensando para organizar. Qual será a ordem ou a sequência que pró Marta pensou para que pró Jamily continue organizando as outras tintas Sequência da pró Marta: azul – azul – amarelo – vermelho - azul – azul – amarelo – vermelho. Qual sequência devemos continuar organizando"

A situação elaborada pela professora Beatriz solicita que os alunos descubram qual o padrão da sequência das tintas. A descrição da sequência mais de uma vez é uma boa estratégia para se trabalhar com os estudantes do G4. O apoio no recurso icônico – desenho – também seria uma ótima maneira de se visualizar e pensar a sequência. É natural procurar um padrão, como afirmam Davis e Hersh (1995) e Storr (1992), é natural do ser humano procurar ordem no caos. Assim, o aluno poderá, com a orientação da professora, externar qual o padrão que ele observou. Existe a possibilidade de a resposta não ser única, pois o padrão passa pela percepção que pode ser diferente entre os alunos, ou até mesmo da professora.

Essas duas situações apresentadas e analisadas são propícias para o nível escolar, sendo que suas resoluções não, necessariamente, passam pela formalidade matemática. O que se pretende para esse nível escolar é que a discussão em sala de aula promova a argumentação por parte dos alunos. Esse movimento da discussão fomentada pela professora é que possibilita o desenvolvimento do raciocínio algébrico.

As situações-problema classificadas como aritméticas e algébricas corresponderam a 30% e 12% do total, respectivamente. Das situações-problema Aritméticas (18), cinco foram elaboradas por duas estagiárias – sendo quatro delas, situações com potencial algébrico – e as outras treze foram elaboradas quatro professoras – sendo seis delas, com potencial algébrico -, o que é um dado positivo, pois mais da metade, embora não fosse necessariamente algébrica, tinha um potencial. O que novamente atesta a colocação de Blanton e Kaput (2001), de que a maioria dos professores do ensino fundamental tem pouca experiência com os aspectos relacionados ao raciocínio algébrico.

Quanto às elaborações *Algébricas*, nota-se que, embora a quantidade tenha sido pequena em relação ao total, houve tentativa da parte das cursistas. Das 7 situações-problema *Algébricas* elaboradas, seis eram de sequência. Nisto, é possível inferir que, embora as professoras tivessem um repertório escasso, elas possuíam noção de sequência e de que a sequência é um conteúdo algébrico.

3.2 Análise comparativa da 1ª Elaboração: Cursistas x Juízes da pesquisa

Como fora explicitado nos procedimentos metodológicos, ao fim do período formativo as cursistas analisaram as próprias questões elaboradas antes da formação e nesta seção, será realizada uma análise comparativa entre as categorias elencadas pelos juízes e a análise feita pelas professoras.

Foi feita a opção de fazer essa análise comparativa de forma individual, uma vez que a análise de algumas dessas dez cursistas foram releituras que trouxeram indícios de mudança de postura em sala de aula e até mesmo de autocrítica nas situações-problema que foram categorizadas como sendo não aproveitadas.

Quanto à ordem de apresentação, optou-se por trazer as professoras e em seguida as estagiárias. As tabelas comparativas destacadas em algumas dessas análises não trazem a situação-problema elaborada, trazem tão somente a categorias dos juízes e a análise feita pela professora. Em alguns casos, para que a análise seja mais bem explicitada, a situação-problema será transcrita.

Desse modo, a análise comparativa inicia-se com os dados oriundos da Professora Ádila.

Tabela 6:Comparativo da análise da professora Ádila

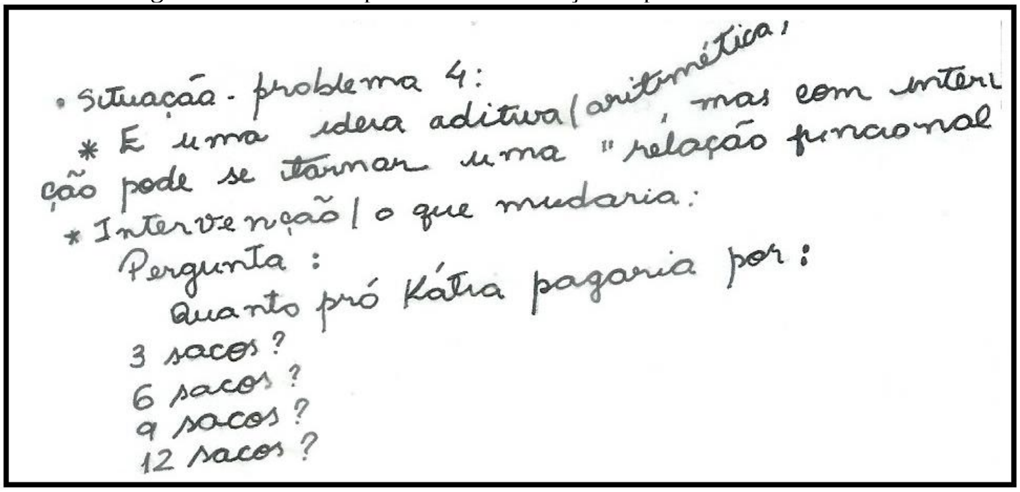
Situação-problema	**Análise dos Juízes**	**Análise da Prof**
SP1	Problema com problema (De quanto é o que?)	Sequência
SP2	Estr. Mult Comparação	Ideia aditiva
SP3	Equivalência	Equivalência
SP4	Estr. Mult. 1 p/ muitos (mult) [Pot. Funcional]	Aritmética. Com intervenção pode ter uma relação funcional

SP5	Estr. Mult. Combinação	Aritmética.
SP6	Não adequado p/ idade. (média)	Aritmética (aqui não tem jeito a dá)

Fonte: Dados da pesquisa

É possível observar que a análise feita pela professora Ádila está próxima daquela feita pelos juízes. Em sua análise referente à SP4 ela reconhece que, apesar de ser uma situação-problema que remete à Aritmética, com intervenção ela tem potencial para desenvolver o raciocínio funcional nos alunos. Outro ponto a destacar dessa análise é que, embora não tenha notado o equívoco na SP1, ela reconheceu que SP6 não era adequada, já que classificou como uma questão aritmética "aqui não tem jeito a dá". A professora ainda descreve como isso seria possível de se realizar em sala de aula, como é apresentado a seguir, no extrato do protocolo da avaliação que ela fez:

Figura 13: Extrato do protocolo da avaliação da professora Ádila da SP4


• Situação - problema 4:
* É uma ideia aditiva (aritmética), mas com interven-
ção pode se tornar uma "relação funcional"
* Intervenção / o que mudaria:
Pergunta:
Quanto pró Kátia pagaria por:
3 sacos?
6 sacos?
9 sacos?
12 sacos?

Fonte: Dados da pesquisa

A partir do extrato de protocolo da avaliação da Figura 13 é possível inferir a compreensão de Ádila ao alegar a possibilidade de se trabalhar a relação funcional. É provável que, ela tenha colocado que essa situação-problema pertencia à Estrutura Aditiva por conta da idade de seus alunos. Quanto à disposição que ela apresenta na pergunta sugere a construção de uma tabela, na qual a segunda coluna seria para responder quanto a professora pagaria se comprasse outras possíveis quantidades de sacos de bandeirola. Como Blanton et al (2015) salienta, a tabela é uma maneira válida de se abordar a relação funcional.

Com relação à Professora Camile, a Tabela 7 traz os dados para que em seguida sejam discutidos.

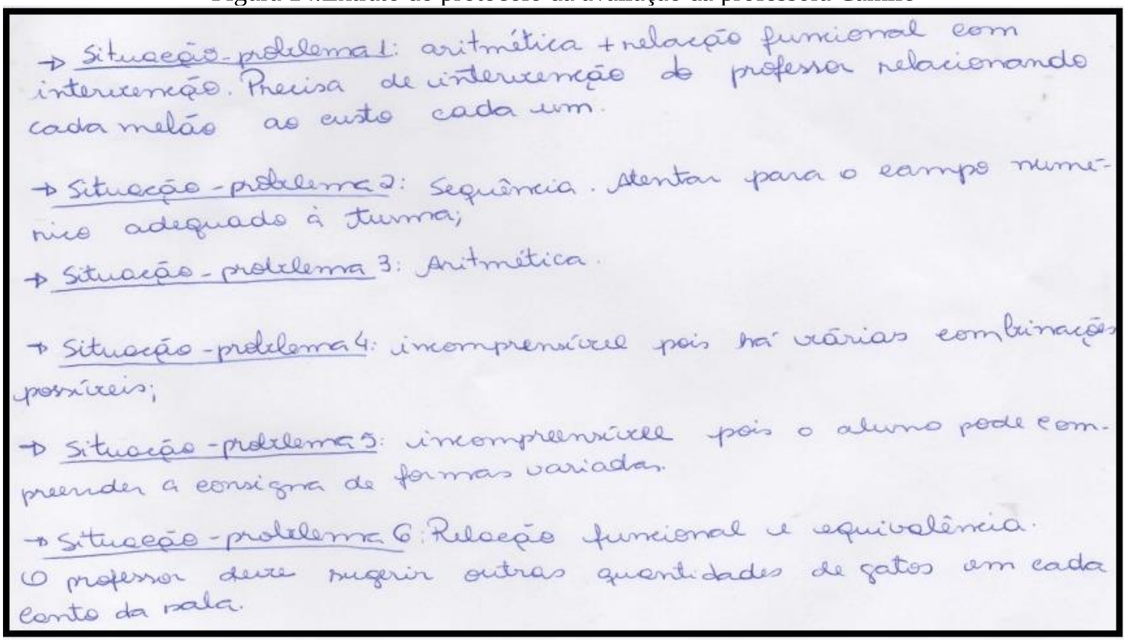
Tabela 7:Comparativo da análise da professora Camile

Situação-problema	Análise dos Juízes	Análise da Prof
SP1	Estr. Mult. 1 p/ muitos (mult)	Aritmética que pode trabalhar RF
SP2	Algébrica	Sequência. Atentar para o campo numérico adequado
SP3	Não adequado p/ idade	Aritmética
SP4	PCP (O resultado da conta não condiz)	Incompreensível (há várias combinações)
SP5	Não atende a proposta.	Incompreensível (o aluno pode compreender de formas variadas)
SP6	Estr. Mult. Mut p/ mut	RF e Equivalência. O prof deve sugerir outras quantidades de gato nos cantos

Fonte: Dados da pesquisa

A análise feita pela professora Camile de suas próprias situações-problema sugere que houve, de certa forma, entendimento nos conceitos trabalhados no período de formação. Segue um extrato de sua avaliação na Figura 14.

Figura 14:Extrato do protocolo da avaliação da professora Camile


→ Situação-problema 1: aritmética + relação funcional com intervenção. Precisa de intervenção do professor relacionando cada melão ao custo cada um.

→ Situação-problema 2: Sequência. Atentar para o campo numérico adequado à turma;

→ Situação-problema 3: Aritmética.

→ Situação-problema 4: incompreensível pois há várias combinações possíveis;

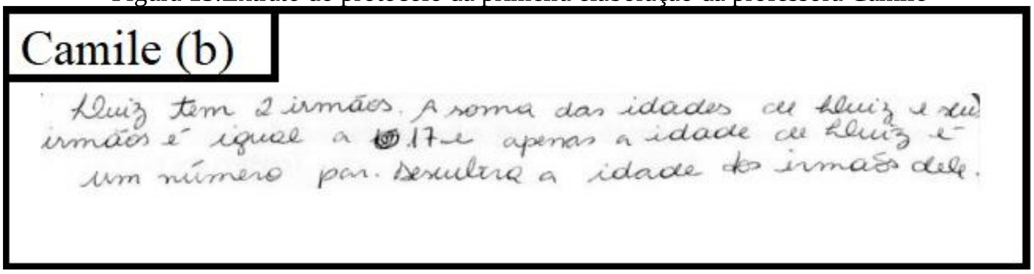
→ Situação-problema 5: incompreensível pois o aluno pode compreender a consigna de formas variadas.

→ Situação-problema 6: Relação funcional e equivalência. O professor deve sugerir outras quantidades de gatos em cada canto da sala.

Fonte: Dados da pesquisa

Diante das análises da SP1 e SP6 feita pela professora ela evidencia a importância da intervenção do professor ao propor uma situação-problema aritmética e explorá-la oportunizando que seus alunos desenvolvam o raciocínio algébrico. Segue o extrato do protocolo do SP4.

Figura 15:Extrato do protocolo da primeira elaboração da professora Camile



Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com a análise da professora Camile ela classifica a SP4 e a SP5 como incompreensíveis e está coerente com àquela feita pelos juízes. Ao analisar a SP4, cuja transcrição é a seguinte: “Luiz tem dois irmãos. A soma das idades de Luiz e seus irmãos é igual a 17 e apenas a idade de Luiz é um número par. Descubra a idade dos irmãos dele”, ela alega que “há várias combinações possíveis”, pelo contrário, trata-se de uma equação de uma incógnita, portanto terá uma única solução.

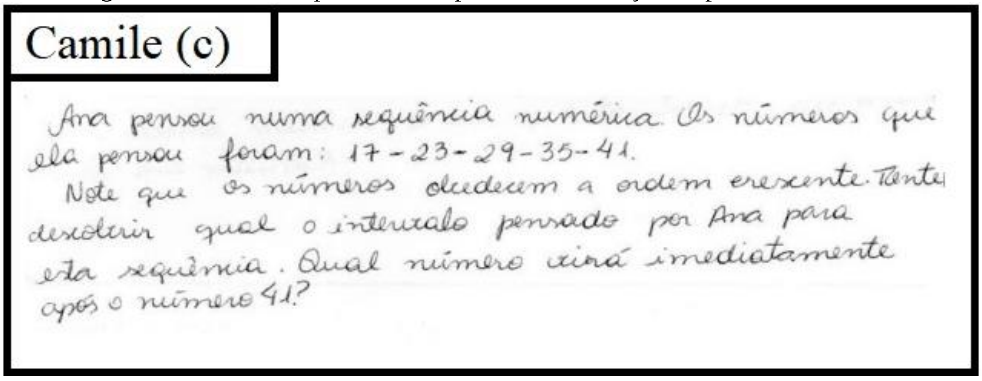
Na realidade a situação-problema foi categorizada como não aproveitada, por não ter solução pois a soma de números ímpares resulta em um número par, que adicionado a outro número par o resultado só pode ser par, portanto, o resultado explícito na situação-problema não condiz com a conta. Matematicamente é possível reescrever essa situação-problema em forma de uma equação, como segue:

$$(2x+1)+(2x+1)+2x=17$$
$$2x+2x+2x+1+1=17$$
$$6x+2=17$$
$$2(3x+1)=17$$

Como pode-se observar não existe um valor no conjunto dos naturais, uma vez que os números dizem respeito à idade, que faça essa equação tornar-se verdadeira. No entanto, com a escolha adequada do resultado da soma, por exemplo 8,14, 20, essa seria uma boa situação-problema para ser trabalhada em sala de aula.

Embora não tenha atentado para a impossibilidade de resposta da SP4, a Camile percebeu que cometeu um equívoco na SP5 e chama atenção para este fato em sua análise. Posterior a isso, ela ainda salienta que na SP2 é preciso atentar para o campo numérico; a situação-problema é apresentada a seguir:

Figura 16: Extrato do protocolo da primeira elaboração da professora Camile


Camile (c)

Ana pensou numa sequência numérica. Os números que ela pensou foram: 17 – 23 – 29 – 35 – 41.
Note que os números obedecem a ordem crescente. Tente descobrir qual o intervalo pensado por Ana para esta sequência. Qual número virá imediatamente após o número 41?

Fonte: Dados da pesquisa

A professora Camile percebe que mesmo se tratando de uma sequência, é necessário ter um cuidado com a turma onde será aplicado o problema. Segue a transcrição do extrato (b) da professora Camile: “Ana pensou numa sequência numérica. Os números que ela pensou foram: 17 – 23 – 29 – 35 – 41. Note que os números obedecem a ordem crescente. Tente descobrir qual o intervalo pensado por Ana para esta sequência. Qual número virá imediatamente após o número 41?”

No caso da Camile, que atuava numa turma de 3º Ano, o campo numérico utilizado na situação-problema é adequado. Entretanto, esse cuidado quanto ao campo numérico é válido em se tratando da idade da turma pretendida, já que, se os estudantes forem muito pequenos, números muito grandes podem não ter sido estudados ainda. No caso da proposta da professora Camile, ela poderia trabalhar somente com a razão que é 6, então ficaria:

17	23	29	35	41					
1ªp	2ªp	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª

A cada posição se aumenta 6 (razão). Ou seja, se o estudante sabe quem está na 5ª posição e quer descobrir a 10ª, ele terá que acrescentar 5 vezes a razão e somar com 41. Desse modo poderia fazer a generalização tida como aritmética, que é pontual, sem ter que recorrer à uma regra, à função $f(x) = 17 + 6(x - 1)$ para qualquer posição.

No que se refere à análise feita pela Professora Heloísa segue o comparativo na Tabela 8.

Tabela 8: Comparativo da análise da professora Heloísa

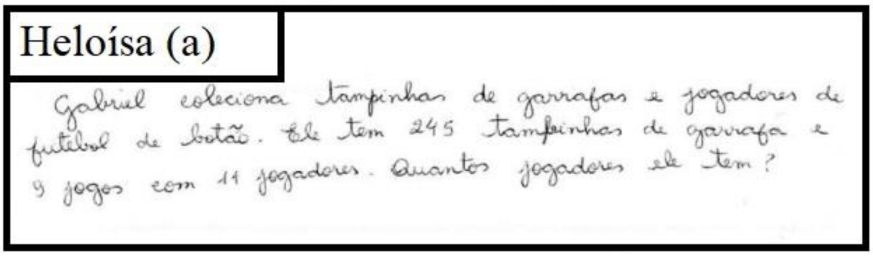
Situação-problema	Análise dos Juízes	Análise da Prof
SP1	Sequência	Sequência

SP2	Sequência	Sequência
SP3	PCP	Aritmética - Estrutura divisiva
SP4	Est. Mult. Combinação	Aritmética (ideia combinatoria)
SP5	Est. Mult. 1 p/ muitos (mult)	Aritmética (ideia multiplicativa)
SP6	Est. Mult. 1 p/ muitos (div)	Aritmética

Fonte: Dados da pesquisa

A análise feita pela da professora Heloísa foi bem parecida com a da equipe de juízes, com exceção da SP3, pois ela não notou que havia um problema e classificou como “estrutura divisiva”. O protocolo da situação-problema é apresentado a seguir.

Figura 17: Extrato (a) da primeira elaboração da professora Heloísa


Heloísa (a)

Gabriel coleciona tampinhas de garrafas e jogadores de futebol de botão. Ele tem 245 tampinhas de garrafa e 9 jogos com 11 jogadores. Quantos jogadores ele tem?

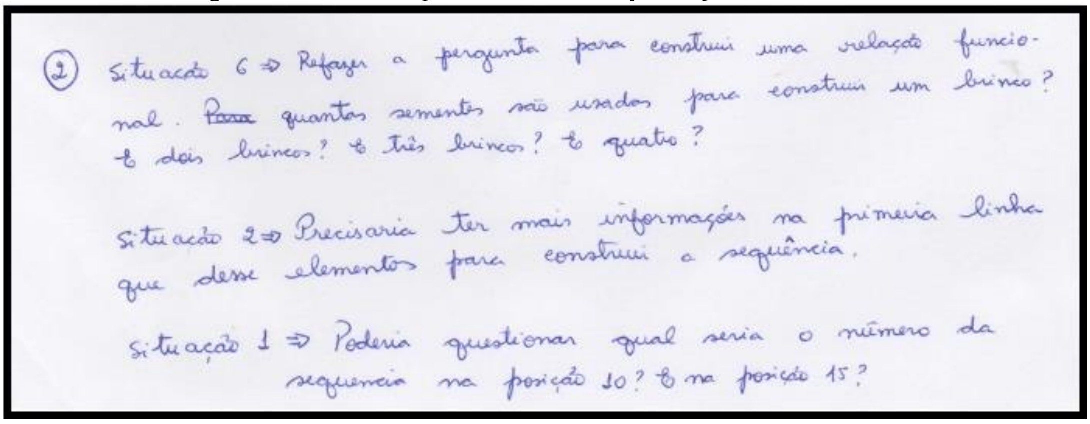
Fonte: Dados da pesquisa

Segue a transcrição do extrato (a) da professora Heloísa: “Gabriel coleciona tampinhas de garrafas e jogadores de futebol de botão. Ele tem 245 tampinhas de garrafa e 9 jogos com 11 jogadores. Quantos jogadores ele tem?”

É possível compreender que a proposta da professora Heloísa é que seja realizada uma divisão, porém, a situação-problema não fica clara. Gabriel coleciona tampinhas e jogadores de botão, mas há alguma ligação estrita entre as coleções? O fato de ele ter 245 tampinhas de garrafa influencia na quantidade de jogadores que ele tem? E caso não influencie, – o que seria uma informação “extra” e não necessária – os jogos com 11 jogadores dizem respeito a apenas um time ou a dois? Já que para um jogo são necessários dois times, os nove jogos mencionados são o conjunto – dois times – para um jogo, ou correspondem a apenas um time? Esses são questionamentos que podem confundir as crianças ao tentar responder a situação-problema.

Entretanto, o destaque dessa análise foram as sugestões de melhora das questões, como consta na Figura 18 a seguir.

Figura 18: Extrato do protocolo da avaliação da professora Heloísa


(2) Situacão 6 ⇒ Refazer a pergunta para construir uma relação funcional. ~~Para~~ quantas sementes são usados para construir um brinco? E dois brincos? E três brincos? E quatro?

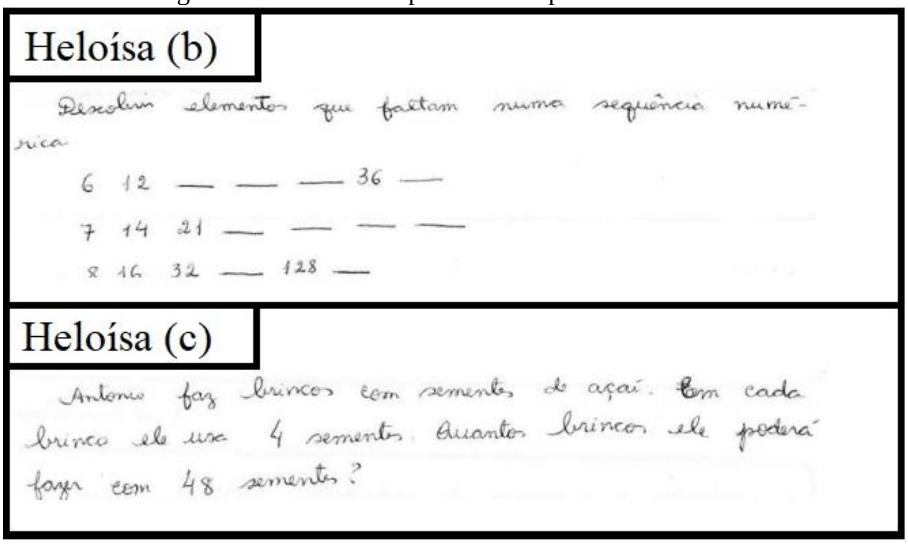
Situacão 2 ⇒ Precisaria ter mais informações na primeira linha que desse elementos para construir a sequência.

Situação 1 ⇒ Poderia questionar qual seria o número da sequencia na posição 10? E na posição 15?

Fonte: Dados da pesquisa

As análises feitas pela Professora Heloísa a respeito das SP1 e SP6 merecem destaque, pois todas elas direcionam a necessidade de fomentar discussões em sala de aula.

Figura 19: :Extratos do protocolo da professora Heloísa


Heloísa (b)

Descobrir elementos que faltam numa sequência numérica

6 12 ___ ___ ___ 36 ___

7 14 21 ___ ___ ___ ___

8 16 32 ___ 128 ___

Heloísa (c)

Antonio faz brincos com sementes de açaí. Em cada brinco ele usa 4 sementes. Quantos brincos ele poderá fazer com 48 sementes?

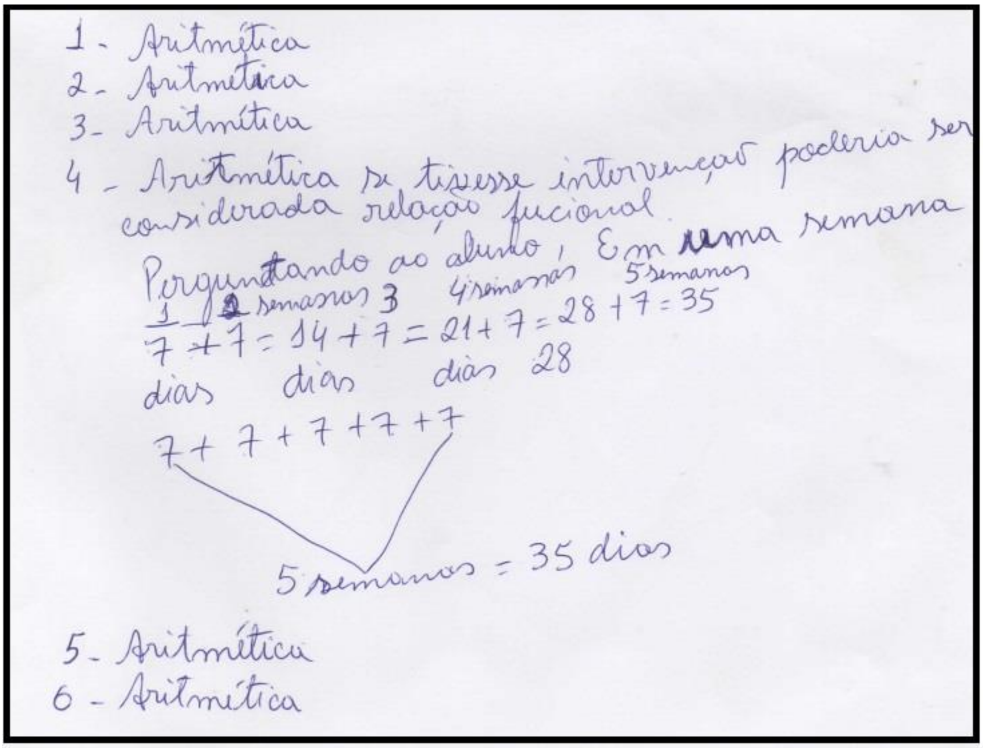
Fonte: Dados da pesquisa

Segue as transcrições da SP1 e SP2 da professora Heloísa, respectivamente: “Descobrir elementos que faltam numa sequência numérica. (três sequências são apresentadas com alguns espações em branco)” “Antônio faz brincos com sementes de açaí. Em cada brinco ele usa 4 sementes. Quantos brincos ele poderá fazer com 48 sementes?”

Para a SP1 e SP6, em especial, a professora propõe refazer/complementar a pergunta, de modo a proporcionar ao aluno o desenvolvimento do raciocínio funcional. Ao acrescentar questionamentos para outras quantidades de brincos (SP6), ou ainda diversificando as posições da sequência (SP1) a professora está trabalhando com as variáveis independentes, embora ainda de forma pontual uma vez que está determinando os valores dessa variável. Desse modo, o aluno tem a oportunidade de estabelecer relações e criar estratégias de resolução que podem induzir à generalização, mesmo que seja pontual, o que Radfor (2006) denomina por *generalização aritmética*, caracterizando como resolver problemas específicos (ou locais) sem possibilidade de fornecer uma expressão que exprima qualquer termo de uma sequência.

Quanto a professora Rute, esta por sua vez, classifica todas as suas questões como aritmética e faz apenas uma sugestão, que é a de trabalhar o raciocínio funcional com a SP4, cuja transcrição é: “Uma semana tem sete dias. Maria vai fazer um curso que vai durar três semanas. Quantos dias durará esse curso?”.

Figura 20: Extrato da avaliação da professora Rute



Fonte: Dados da pesquisa

A sugestão feita pela professora Rute na SP4 é de que com ela seria possível desenvolver o raciocínio funcional. De fato, a semana tem sete dias e, portanto, trata-se de uma função linear $f(x) = 7x$, sendo que a variável independente x corresponde à quantidade de semanas e $f(x)$ à quantidade de dias, muito embora a professora tenha idealizado a resolução utilizando a operação da adição; o que é válido, já que para Carraher, Schliemann e Brizuela (2000) a adição é uma função, ou pelo menos pode ser vista como função.

Colocando a operação aritmética utilizada a parte, visto que para essa faixa etária a mais trabalhada realmente é adição, como salientam Magina, Santos e Merlini (2014), a resolução que a professora Rute registrou está equivocada. Ela realiza uma equivalência equivocada ao emendar as somas

$$7 + 7 = 14 + 7 = 21 + 7 = 28 + 7 = 35$$

dessa forma sete mais sete não é igual a quatorze mais sete, que não é igual a vinte e um mais sete e assim por diante; ao final da linha, tem-se que sete mais sete é igual a trinta e cinco, o que não é verdade.

O conceito de equivalência perde-se nesse momento e dá lugar a percepção comum abordada por Ponte, Branco e Matos (2009) de que o sinal de igualdade represente o resultado de uma operação e não de equivalência. Nessa perspectiva os autores advertem que o sentido mais geral do sinal de igual não seja perdido, qual seja, o estabelecimento da equivalência entre duas expressões numéricas. Desse modo, $7 + 7 = 14 + 7$ não faz sentido, mesmo assim a professora não se atenta e vai acrescentando as parcelas, não levando em conta a não equivalência entre o primeiro e segundo membros da equação.

A Professora Beatriz fez a análise de três das seis situações-problema por ela elaboradas.

Tabela 9: Comparativo da análise da professora Beatriz

Situação-problema	Análise dos Juízes	Análise da Prof
SP1	PCP falta informação	Falta um padrão (cores, tamanhos ou formas) para ser uma sequência
SP2	PCP falta informação	Está faltando um padrão e as quantidades para ser um problema de sequência
SP3	PCP falta informação	Falta um padrão (cores, tamanhos ou formas) para ser uma sequência
SP4	Sequência	
SP5	Sequência	
SP6	PCP	

Fonte: Dados da pesquisa

Embora tenha analisado apenas três das seis situações-problemas que ela elaborou, a professora Beatriz fez colocações semelhantes àquelas apontadas pelos juízes. Embora ela não refaça as situações-problema ou até mesmo sugira modificações, ela reconhece e aponta falhas, o que traz indícios que houve compreensão do que é necessário para trabalhar uma sequência, pontuando, principalmente, a falta de um padrão. Como afirma Borralho et al (2007), somos atraídos para as regularidades em todos os aspectos da vida e muitas vezes tentamos interpretar situações procurando, ou mesmo impondo, padrões; é algo natural e, na releitura de suas situações-problema, a professora Beatriz foi em busca de um padrão e observou que ele não existia.

A Professora Tifany elaborou três das seis situações-problema solicitadas, que foram analisadas por ela, conforme traz os dados da Tabela 10.

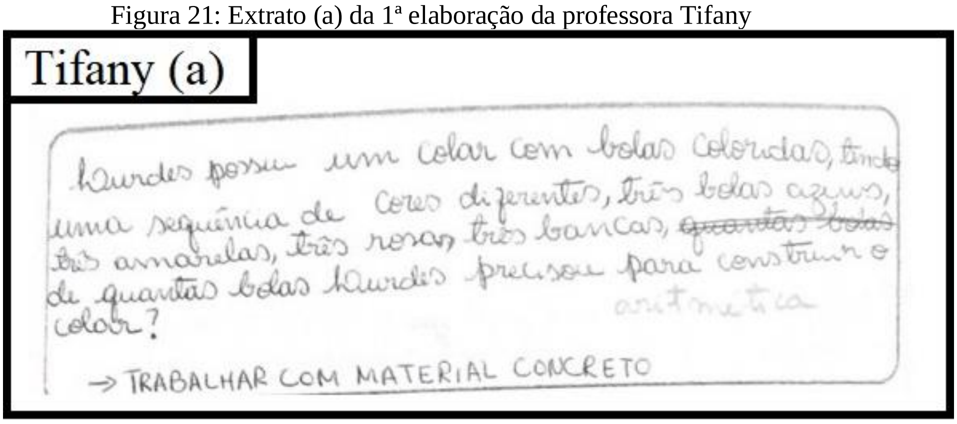
Tabela 10: Comparativo da análise da professora Tifany

Situação-problema	Análise dos Juízes	Análise da Prof
SP1	PCP (não é possível responder)	Aritmética (desenhou o colar e reescreveu o problema)
SP2	PCP (não é possível responder)	Aritmética - divisão (a situação problema não está dentro da estrutura do G4)
SP3	Não atende a proposta (contagem)	Incompreensível

Fonte: Dados da pesquisa

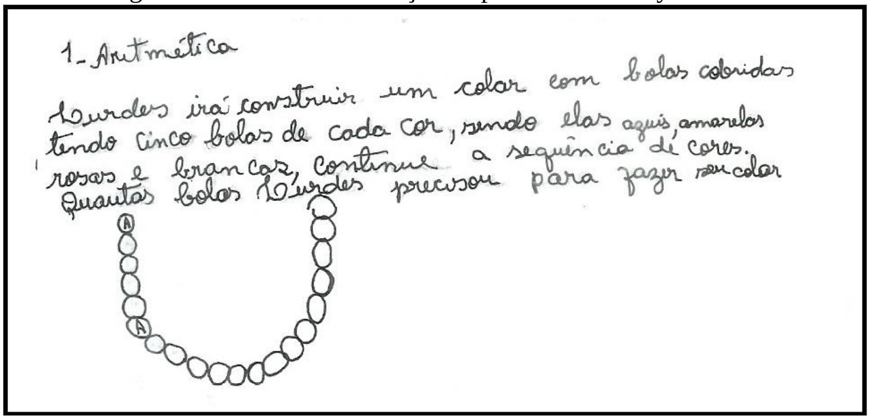
A análise da professora Tifany foi próxima daquela feita pelos juízes, o que permite inferir que houve entendimento dos conceitos abordados na formação que permitiu essa releitura. Esse fato fica perceptível na análise das suas três situações-problema: ao atestar que sua SP3 é incompreensível; ao chamar a atenção para o fato de que a SP2 não atende ao G4 (ano escolar que ela leciona); e ao reescrever a SP1. A seguir, nas Figuras 21 e 22 são apresentadas a elaboração original e a reelaboração da SP1.

Figura 21: Extrato (a) da 1ª elaboração da professora Tifany



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 22: Extrato da avaliação da professora Tifany



Fonte: dados da pesquisa

Segue a transcrição da primeira elaboração e da reescrita desta situação-problema, respectivamente: "Lurdes possui um colar com bolas coloridas, tendo uma sequência de cores diferentes, 3 bolas azuis, 3 amarelas, 3 rosas, 3 brancas e, de quantas bolas Lurdes precisou para construir o colar?" e "Lurdes irá construir um colar com bolas coloridas tendo cinco bolas de cada cor, sendo elas azuis, amarelas, rosas e brancas, continue a sequência de cores. Quantas bolas lurdes precisou para fazer seu colar?" Ao reescrevê-lo, a professora Tifany já delimita quantas bolas são de cada cor e utiliza como apoio o recurso icônico, desenhando o colar e a ordem das bolas. Essas alterações tornaram o problema possível e viável para se trabalhar com a turma pretendida, que no caso, é o G4.

Na análise feita pelas professoras Amanda, Juliana e Sarah elas destacaram que suas questões foram aritméticas, e a professora Layane fez uma classificação geral de suas questões como incompreensível. Essas análises foram próximas daquelas feitas pelos juízes.

De modo geral, as professoras analisaram suas próprias produções à luz dos conceitos estudados durante o curso, visto que o vocabulário utilizado por elas fazia parte daquele empregado no curso. Em muitos casos, suas análises ficaram próximas daquelas feitas pelos juízes da primeira elaboração. Além disso, elas conseguiram, com raras exceções, reconhecer alguns equívocos e, algumas vezes, refazer o texto da situação-problema, seja para melhorar a compreensão, ou seja, para torná-la com potencial algébrico.

3.3 Análise da segunda elaboração e seus desdobramentos

Este terceiro momento de análise traz a comparação entre a primeira e segunda elaboração das situações-problema com alguns desdobramentos: (a) os resultados gerais; (b) um comparativo entre as elaborações das professoras formadas e das estagiárias e alguns destaques relevantes da segunda elaboração.

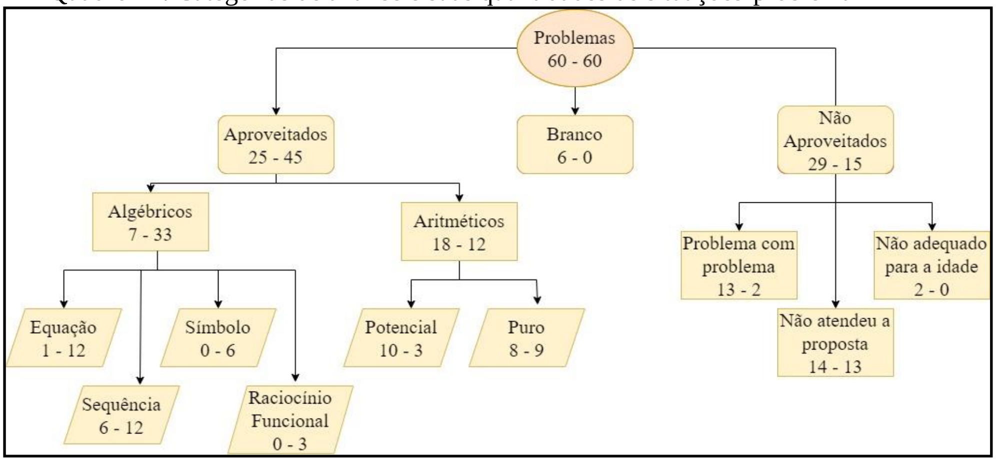
Cabe relembrar que as situações-problema elaboradas pelas professoras imediatamente após a conclusão da formação, foram analisadas e classificadas de acordo com as categorizações e critérios estabelecidos na análise da primeira. Esta subseção será dividida em três momentos: no primeiro será apresentada uma análise comparativa entre a primeira e a segunda elaboração; em seguida, tem-se uma análise da segunda elaboração comparando a categorização das situações-problema da produção professoras formadas com a produção das estagiárias; e por último, são apresentados os destaques da segunda elaboração.

3.3.1 Análise Geral comparativa da primeira e da segunda elaboração

Para essa análise geral, optou-se por trazer novamente o diagrama com as categorias que fora apresentado no início da análise, porém com as quantidades de questões de cada categoria. É importante destacar que, embora os dados ora apresentados sejam numéricos, a intenção é analisá-los quanto à migração ocorrida das situações-problema nas categorias da primeira para a segunda elaboração.

Os números que aparecem embaixo de cada categoria, um a direita e outro a esquerda separados por um traço, diz respeito à primeira e segunda elaboração, respectivamente.

Quadro 17: Categorias de análise e suas quantidades de situações-problema



Fonte: As autoras

Ao atentar para os resultados quantitativos apresentados no Quadro 17, o primeiro ponto a se destacar é que a situação em branco deixou de existir na segunda elaboração. Esse dado é importante, sendo razoável supor que a formação continuada contribuiu para que o repertório das professoras aumentasse.

Outro ponto que merece destaque é a diminuição das elaborações categorizadas como não aproveitadas. Das situações-problema analisadas da primeira elaboração, 48% delas foram não aproveitas, por outro lado na segunda elaboração esse percentual cai para 25%. A partir desse resultado é possível observar dois importantes aspectos, por um lado, não é possível garantir que um curso de 80 horas que trabalhou conceitos pertinentes a *Early Algebra*, tenha preenchido todas as lacunas a respeito do assunto tratado. Por outro lado, essa queda das situações-problema não aproveitadas pode ser atribuída ao êxito dessa formação continuada.

A classificação de situações-problema *não aproveitadas* merece destaque quanto a sua evolução, pois, além de ter sua quantidade total diminuída, as situações desta categoria avançaram quanto elaboração. Houve uma queda considerável na elaboração de situações-problema “com problema”, além de não haver nenhuma que fosse *não adequado à idade*. A subcategoria de situações-problema que *não atendeu a proposta* reduziu pouco se comparada as demais. Entretanto, cabe salientar que em algumas das situações foi possível identificar um teor algébrico, em alguns casos sendo plausível compreender o que a cursista pretendia em seu manuscrito, porém, a situação-problema como estava apresentada, não deixava claro.

Paralelo à queda do percentual das situações-problema não aproveitadas, tem-se o aumento das situações-problema categorizada como algébricas. A elaboração antes do processo formativo contou com sete situações-problema que abordavam álgebra; já na segunda elaboração, que foi depois da formação, as professoras elaboraram 33 situações-problemas nesta categoria. Comparando a segunda com a primeira elaboração é possível observar que houve uma migração das situações-problema não aproveitadas e em branco da primeira elaboração para as aproveitadas da segunda elaboração, em especial para a categoria das algébricas.

Outro fator relevante pode estar ligado à Unidade de Álgebra desde os Anos Iniciais que consta na BNCC (BRASIL, 2017), pois embora nesse documento oficial conste alguns exemplos, é possível que não seja suficiente para desenvolver o trabalho do professor em sala de aula, em especial daquele que não é especialista e que atua nos Anos Iniciais. Desse modo, o interesse pela formação por parte das professoras pode ter sido um fator preponderante e, consequentemente, na melhora da qualidade de sua segunda elaboração.

Como fora mencionado, uma formação continuada, por mais bem planejada e executada, não tem a pretensão de sanar todas as dificuldades ou ainda preencher as lacunas que porventura as professoras tivessem em sua formação inicial. Desse modo, do ponto de vista da pesquisa, a formação cumpriu seu papel, qual seja, o de apresentar às professoras a

Early Algebra e como é possível trabalhá-la em sala de aula. Isso significa que, embora na segunda elaboração ainda há situações-problema categorizadas como não aproveitadas, essas foram em menor quantidade.

3.3.2 Análise comparativa das situações-problema da segunda elaboração entre as Professoras e as Estagiárias

Tendo em vista que a segunda elaboração foi realizada imediatamente após a finalização do processo formativo, é possível inferir que as cursistas estão niveladas, uma vez que professoras e estagiárias tiveram contato com o tema de *Early Algebra*.

De acordo com a análise feita anteriormente até aqui é possível afirmar que de um modo geral todas as cursistas avançaram, no que se refere a categorização das situações-problema da segunda elaboração. Entretanto, a presente discussão refere-se à comparação da produção entre as professoras e as estagiárias. Para fomentar essa discussão, seguem duas tabelas comparativas, a primeira delas traz os dados referentes às categorias aproveitas e não aproveitadas.

Tabela 11: Análise comparativa situações-problema aproveitada e não aproveitadas

	Professoras (n=30)	**Estagiárias (n=30)**
Aproveitadas	28	17
Não aproveitadas	2	13

Fonte: Dados da pesquisa

Os dados da Tabela 11 ratificam a análise feita anteriormente que houve migração positiva, em função da qualidade da elaboração. Embora seja observável o crescimento das aproveitadas e o decrescimento das não aproveitadas, tanto nas professoras quanto nas estagiárias, em termos quantitativos as professoras apresentam resultados melhores em comparação às estagiárias.

Em seguida é apresentada a Tabela 12, cujos dados comparam a elaboração das as situações-problema das professoras e das estagiárias, categorizadas como algébricas e aritmética com potencial.

Tabela 12:Análise comparativa situações-problema algébrica e aritmética com potencial

	Professoras (n=30)	**Estagiárias (n=30)**
Algébrica	25	8

Aritmética com potencial	2	1

Fonte: Dados da pesquisa

Tendo por base os dados da Tabela 12, é observável que 83,3% das situações-problema elaboradas pelas professoras foram categorizadas como algébricas e 6% como aritmética com potencial. Isso significa que, 90% da elaboração das professoras tem teor algébrico. Com relação às estagiárias, estas alcançaram patamares de 30%, se levar em conta as duas categorias elencadas na tabela. A partir destes dados é nítido que a formação trouxe elementos que proporcionaram crescimento às cursistas, contudo as professoras conseguiram externar maior apreensão dos conceitos de *Early Algebra* trabalhados do que as estagiárias.

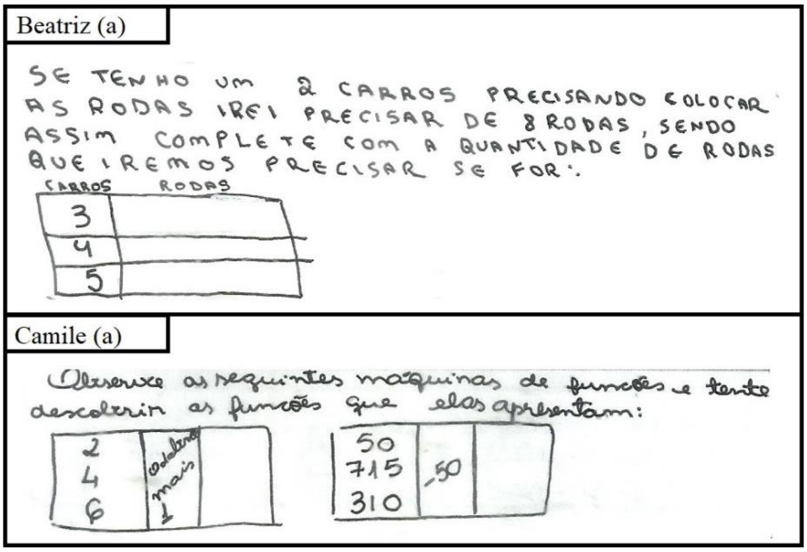
Em conformidade com os dados apresentados nas Tabelas 11 e 12, os resultados alcançados pelas professoras pode estar atrelado a vários fatores, sendo que um deles poderia ser a questão da maturidade, não somente relacionado à idade das cursistas, mas em especial pelo tempo de atuação em sala de aula, visto que as professoras estão lecionando a pelo menos dois anos. É provável que essa maturidade implique diretamente no aproveitamento do curso e, consequentemente, no repertório das professoras no que se refere ao aproveitamento das situações-problema na segunda elaboração.

O avanço das estagiárias, embora tímido, não significa que elas não aproveitaram o processo formativo; pelo contrário, é um indicativo para que sua participação seja incentivada ainda durante sua formação inicial. É provável que essa experiência, pela qual essas estagiárias passaram, possa refletir futuramente na sua própria sala de aula, de forma positiva diante de seus alunos.

3.3.3 Destaques da segunda elaboração

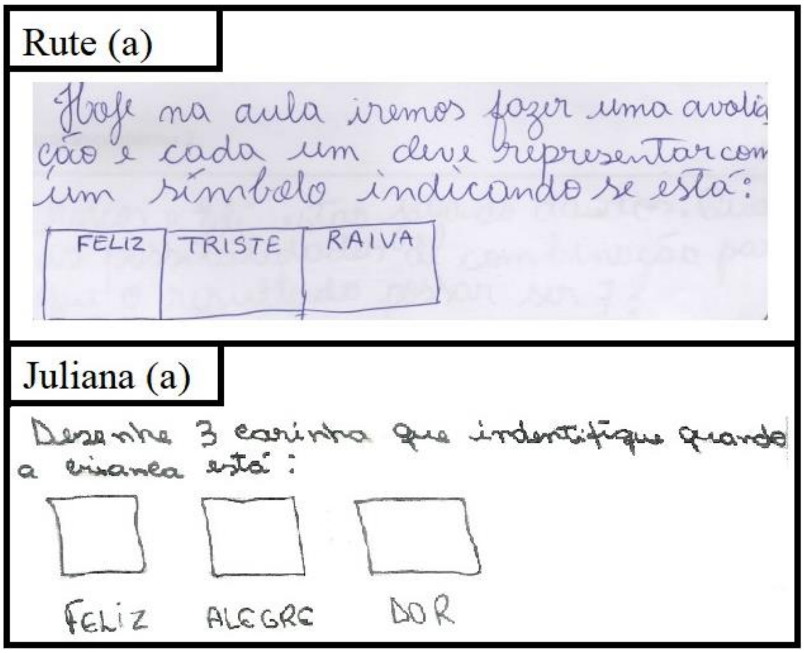
Mediante à análise das situações-problema da segunda elaboração, cabe ressaltar pontos considerados importantes. O primeiro deles é apresentar e discutir as situações-problema categorizadas como algébricas cujas vertentes não foram contempladas na primeira elaboração, e portanto não discutidas. As Figuras 23 e 24 apresentam situações-problema cujas vertentes são relação funcional e símbolos, respectivamente.

Figura 23: Extratos da 2ª elaboração das professoras Beatriz e Camile



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 24: Extratos da 2ª elaboração das professoras Rute e Juliana



Fonte: Dados da pesquisa

Inicia-se com a transcrição do extrato de protocolo (a) da situação-problema elaborada pela cursista Beatriz (professora formada): "Se tenho um 2 carros precisando colocar as rodas irei precisa de 8 rodas, sendo assim complete com a quantidade de rodas que iremos precisar se for: (quadro com valores e espaços)".

A professora Beatriz trabalha a função por meio da utilização de uma tabela, o que que está de acordo com a afirmação de Blanton et al. (2015, p. 45), de que o pensamento funcional envolve: (a) generalizar **relações** entre quantidades de covariância; e (b) **representar e raciocinar com essas relações através** da linguagem natural, notação algébrica (simbólica), **tabelas**, e gráficos. Nesta situação-problema, ela propõe a relação de carros e rodas e sugere que a representação dessa relação seja feita com a utilização de uma tabela.

A situação-problema apresentada pela professora Camile é mais dinâmica por ser lúdica, segue a transcrição do extrato de protocolo (a) de sua segunda elaboração: "Observe as seguintes máquinas de funções e tente descobrir as funções que elas apresentam: (desenho da máquina)". Alguns autores apresentam o conceito de função desta forma, como por exemplo Gonick (2014), que além de apresentar a função como uma máquina, ainda apresenta toda a explicação em um desenho em quadrinhos. Essa representação é válida e adequada, principalmente para se trabalhar com turmas dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Segue as transcrições dos extratos de protocolos (a) das situações-problemas elaboradas pelas cursistas Rute (professora formada) e Juliana (estagiária), respectivamente: "Hoje na aula iremos fazer uma avaliação e cada um deve representar com um símbolo indicado se está (desenho)" "Desenhe 3 carinha que identifique quando a criança está (Imagem)".

Situações como essas foram frequentes nas elaborações de símbolos deste segundo momento; são problemas simples, mas que transmitem o objetivo de se trabalhar com o símbolo: se referir a tudo aquilo que, seja por acordo geral ou analogia, represente convencionalmente algo ou alguém, como afirma D'Alviella (1995).

Continuando com os destaques da segunda elaboração, teve uma que foi considerada como especial. Trata-se de uma cursista estagiária que apresentou avanço que mereceu ser discutido.

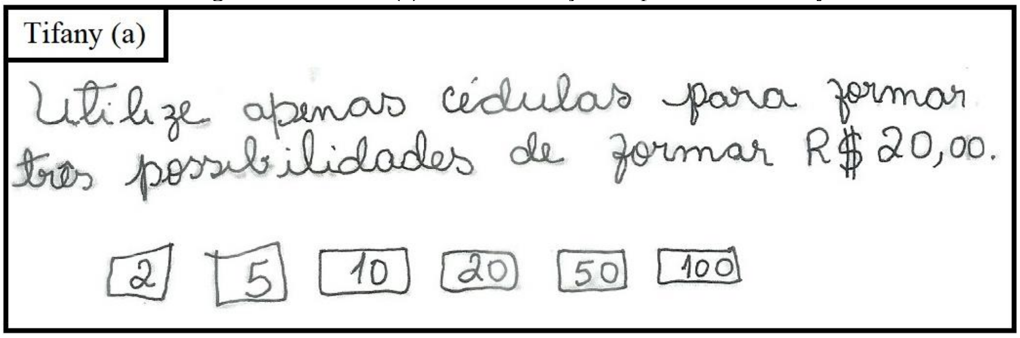
Professora Tifany

Como mencionado na secção anterior, as professoras formadas tiveram um avanço maior do que as estagiárias no desempenho geral; entretanto, o destaque de maior impacto foi de uma das professoras estagiárias, a Tifany.

Em sua primeira elaboração, a professora Tifany elaborou apenas três situações-problema, todas classificadas como não aproveitados, sendo dois problemas com problema – não passível de resolução - e um que não atendia a proposta. Uma das situações com problema foi a do colar - abordada na secção 3.2 - que em sua análise ao fim da formação, a professora corrige a elaboração e traz sugestões válidas para se trabalhar sequência com sua turma.

Já na segunda elaboração, ela apresenta, além de situações- problemas de sequência, também de símbolo e de equivalência, o que já indica um crescimento em sua concepção de *Early Algebra*.

Figura 25: Extrato (a) da 2ª elaboração da professora Tifany

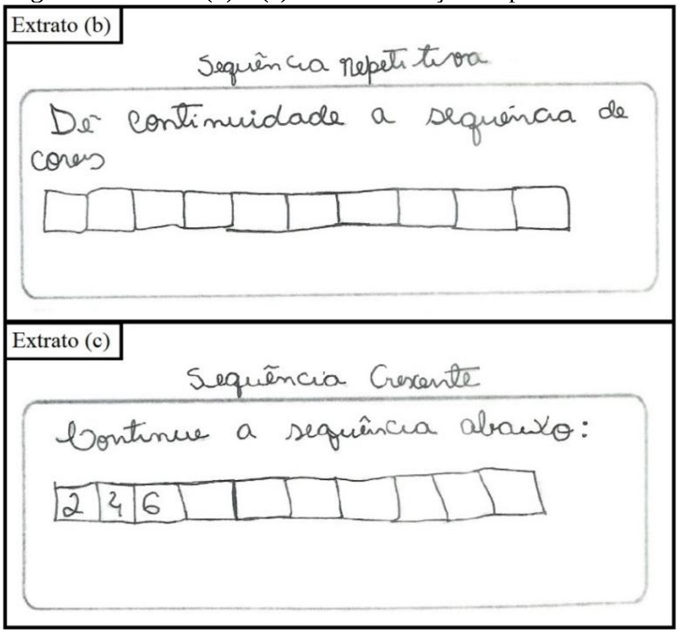


Fonte: Dados da pesquisa

Segue a transcrição do extrato de protocolo (a) da situação-problema elaborada pela cursista Tifany (estagiária): “Utilize apenas cédulas para formas três possibilidade de formar R$20,00. (Imagem das cédulas)”

Além de ser uma situação-problema válida é também viável para se trabalhar com sua turma (G4) pois aborda a equivalência utilizando o desenho de cédulas de dinheiro, que com certeza a criança desse nível escolar já teve contato. Diante dessa elaboração é possível afirmar que a Tifany não apenas compreendeu o sentido de equivalência, mas também atentou para a idade de seus alunos, o que é muito importante, pois não adianta elaborar uma situação algébrica que a turma não seja capaz de compreender para responder a contento.

Figura 26:Extrato (b) e (c) da 2ª elaboração da professora Tifany



Fonte: Dados da pesquisa

Segue as transcrições dos extratos (b) e (c), respectivamente, do protocolo da segunda elaboração da professora Tifany: “Dê continuidade a sequência de cores” “Continue a sequência abaixo”.

Ambas as situações tratam de sequência, entretanto, é possível observar que são tipos diferentes de sequências, a primeira é repetitiva e a outra é crescente. É válido ressaltar que a própria Tifany destaca isso no espaço acima do problema escrito, ou seja, ela compreende que há mais de um tipo de sequência e sabe como trabalhá-los; ela poderia ter elaborado as questões do mesmo tipo, afinal ambas trabalham sequência, porém optou por abordar dois diferentes tipos, o que remete, novamente, o avanço qualitativo em seu repertório.

Em síntese, diante da análise das elaborações das cursistas feita nessas três últimas secções, é possível afirmar que houve, independente se professora ou estagiária, avanço no entendimento das vertentes atreladas a *Early Algebra*. Contudo, seria leviano afirmar que todas as lacunas foram sanadas, afinal 80 horas de curso de um tema relativamente novo é apenas o início de uma boa discussão.

Capítulo 4: Considerações Finais

Tudo o que eu vivi

Não que eu seja tanta coisa
Sou um grão de areia na imensidão
Mas cabe quase o mundo inteiro no meu peito
Carrego todas as memorias
Todos os sabores que daqui provei
Levo comigo os abraços que ganhei
Mas se tiver que definir em uma só palavra
Resumir a minha história numa só canção
Se dessa vida eu levasse um só nome
Ele é, Cristo!

Tudo o que eu vivi
Todos os amores
Terras que pisei, amigos que ganhei
Não, nada é melhor
Não, nada me falta eu encontrei meu Cristo
Tudo o que eu vivi
Todos os castelos
Tudo que alcancei, tudo que eu nem sei
Nada é melhor
Não quero mais nada eu encontrei o meu Jesus!

Ele é a paz da minha estrada
A doce companhia do meu coração
O ombro amigo onde despejo minhas mágoas
O meu sorriso mais sincero
Esperança em cada novo amanhecer
O amor seguro que ninguém pode roubar
[...]

Nada é melhor
Não quero mais nada eu encontrei o meu Jesus!

Vocal Livre

Este capítulo encontra-se dividido em três momentos, sendo que no primeiro é apresentado uma síntese do processo da pesquisa. No segundo, são referidas as principais conclusões, os avanços e as limitações, na busca de responder a questão de pesquisa. Por fim, são apresentados alguns apontamentos considerados relevantes para além da pesquisa.

Síntese do processo da pesquisa

Esta pesquisa teve por objetivo investigar a concepção de professoras da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que ensinam Matemática, a respeito da *Early Algebra,* antes e depois da participação de uma formação continuada. Para tanto, foi elaborada a seguinte questão de pesquisa: Qual a concepção de professoras da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que ensinam Matemática, a respeito da *Early Algebra* antes e depois da participação de uma formação continuada?

Buscando atingir o objetivo do estudo e responder sua questão de pesquisa, foram analisados os protocolos de três atividades realizadas por 10 cursistas antes e depois da formação continuada em questão, a saber: (i) as situações-problema que elaboraram antes do processo formativo (primeira elaboração); (ii) a avaliação que elas fizeram de suas próprias situações-problema da primeira elaboração, depois do término processo formativo; (iii) a segunda elaboração de situações-problemas realizada logo depois do período formativo.

O processo formativo, que seguiu o modelo híbrido, teve um total de 80 horas e foi distribuído em nove encontros, sendo que o primeiro deles houve uma parte presencial e outra virtual, quatro deles foram presenciais e quatro de forma virtual.

Para a análise das situações-problema da primeira e segunda elaborações, foi constituída uma comissão de juízes com duas doutoras, um mestre e dois mestrandos, sendo um destes a pesquisadora deste estudo. Como fora explicitado, as categorias de análise foram pautadas nas vertentes algébricas trabalhadas durante a formação, a saber, símbolos, relação funcional, equivalência e sequências.

Respondendo à questão de pesquisa

Para responder a questão de pesquisa: Qual a concepção de professoras da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que ensinam Matemática, a respeito da *Early Algebra* antes e depois da participação de uma formação continuada?, foi feita uma retomada da análise destacando os principais pontos.

No que tange a *primeira elaboração*, é possível destacar que 10% das situações-problemas foram deixados em branco, contudo essa quantidade refere-se a duas cursistas estagiárias. Esse dado é importante, visto que mostra empenho das cursistas em realizar as atividades solicitadas pelos formadores. Das 54 situações-problema analisadas (diferença entre as 60 situações-problema possíveis e as seis deixadas em branco), 53,7% foram categorizadas como não aproveitadas.

Embora esse número de situações-problemas não aproveitadas seja significativo, as situações assim categorizadas correspondem ao aproveitamento para esta pesquisa em específico, visando a viabilidade de atender às questões levantadas na mesma. O não aproveitamento se deu por três motivos, sendo estes, (i) não passível de resolução; (ii) não atende a proposta solicitada no momento da elaboração das situações; ou (iii) não é apropriada à idade do estudante da turma da cursista. Como é possível observar, apenas o item (i) identifica equívocos que impedem a resolução, o que equivale a 24% das situações-problema analisadas. Diferente da característica dos outros dois itens, que são passíveis de resolução, entretanto ora não tratavam de conceitos algébricos, ora não se adequavam a idade para qual se propunha.

Aquelas categorizadas como aproveitadas e ainda como algébricas totalizaram sete (12,9%) das 54 situações-problema analisadas. Quanto às suas vertentes, seis delas foram classificadas como sequência e uma delas de equação. Das sete situações problema, seis delas foram elaboradas por quatro professoras e a outra por uma estagiária. Embora tenha sido uma elaboração pouco expressiva do ponto de vista algébrico, a vertente que sobressaiu foi a sequência.

No que diz respeito a *segunda elaboração*, o primeiro ponto de destaque é que não houve situação em branco. Esse dado é relevante, sendo possível supor que a formação continuada contribuiu para que o repertório das cursistas aumentasse.

Outro fato pertinente foi a migração das situações-problema categorizadas como não aproveitadas para a categoria algébricas. Embora não se possa garantir que um curso de 80 horas que trabalhou conceitos pertinentes a *Early Algebra* tenha preenchido todas as lacunas a respeito do assunto tratado, é possível que essa queda das situações-problema não aproveitadas também pode ser atribuída à essa formação continuada.

É válido relembrar que, uma formação continuada, por mais bem planejada e executada que seja, não pode ter como objetivo sanar todas as dificuldades ou ainda preencher as lacunas que porventura as professoras tivessem em sua formação inicial. Sendo assim, do ponto de vista da proposta, a formação cumpriu seu papel, qual seja, o de apresentar às professoras a *Early Algebra* e como é possível trabalhá-la em sala de aula com os estudantes dos anos iniciais e da educação infantil. Isso significa que, embora na segunda elaboração ainda tenham situações-problema categorizadas como não aproveitadas, essas foram em menor quantidade.

No que se refere à categoria algébrica, na primeira elaboração ela atingiu 12% do total das situações-problema analisadas e passou a corresponder 55% na segunda elaboração. De modo geral, houve avanço das cursistas da primeira elaboração para a segunda. Todas elas evoluíram e, com exceção de uma estagiária, todas elaboraram ao menos uma situação-problema categorizada como algébrica.

Do ponto de vista das vertentes da *Early Algebra*, a segunda elaboração contemplou as quatro vertentes trabalhadas no processo formativo. Dentre as quatro, símbolo, sequência, relação funcional e equivalência, as que mais se destacaram na segunda elaboração foi equação e sequência.

Houve ainda as situações-problema que eram aritméticas, podendo ser pura (quando admitiam apenas uma resposta numérica) ou possuir potencial algébrico (quando a situação deixa margens para adaptações que permitem generalizações). Todas elas pertenciam às Estruturas Multiplicativas ou Aditivas, e como fora discutido, situações dessas estruturas pode – e devem – ser vistas também como função desde que sejam tratadas como uma operação em conjunto de números ou quantidades. Uma professora do fundamental abordou isso - sem perceber - em sua primeira elaboração, numa situação do campo conceitual multiplicativo, da classe de um para muitos. Um fato relevante é que ela percebe e destaca essa possibilidade quando, ao fim do processo formativo, realiza uma autoavaliação daquelas situações-problema feitas no primeiro momento.

Houve também uma professora que abordou a ideia de equação através da soma de números consecutivos. Essas situações são propícias para o nível escolar, sendo que suas resoluções não, necessariamente, passam pela formalidade matemática. O que se pretende para esse nível é que a discussão em sala de aula promova a argumentação por parte dos alunos. Esse movimento da discussão fomentada pela professora é que possibilita o desenvolvimento do raciocínio algébrico.

Isso posto, cabe agora responder de fato a questão de pesquisa que fora proposta, a saber: **Qual a concepção de professoras da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que ensinam Matemática, a respeito da *Early Algebra* antes e depois da participação de uma formação continuada?**

A partir da análise dos dados, foi possível concluir que a concepção destas professoras a respeito da *Early Algebra* **antes** da formação era incipiente. Embora cinco delas tenha feito pelo menos uma situação-problema, no total foram sete algébricas das 54 analisadas. Destas sete, seis foram elaboradas por cursistas formadas, o que nos permite inferir que o tempo de experiência em sala de aula das cursistas formadas contribuíram para esse resultado. Ao ponderar a questão da atuação, tem-se que das seis situações-problema que foram elaboradas por quatro professoras formadas, três dessas professoras atuam nos Anos Iniciais e uma na Educação Infantil. Ainda a respeito da atuação, uma dessas situações-problema (algébrica) foi elaborada por uma estagiária que atuava na Educação Infantil.

Depois do período formativo, a concepção das professoras passa a ser mais consistente. Elas elaboraram 33 das 60 situações-problema analisadas, cuja categoria foi algébrica. Como se isso não bastasse para que justificasse a consistência de sua concepção, elas foram também capazes de reformular suas situações-problema, na análise da primeira elaboração, justificando o porquê e como deveria ser feito.

Nesta análise que as cursistas fizeram sobre suas próprias elaborações realizadas antes do processo formativo, elas analisaram suas próprias produções à luz dos conceitos estudados durante o curso, visto que o vocabulário utilizado por elas fazia parte daquele empregado no curso. Em muitos casos, suas análises ficaram próximas daquelas feitas pelos juízes da primeira elaboração. Além disso, elas conseguiram, com raras exceções, reconhecer alguns equívocos e, algumas vezes, refazer o texto da situação-problema, seja para melhorar a compreensão, ou para torná-la com potencial algébrico. Isso evidencia ainda mais a apropriação do conteúdo algébrico.

Retomando o conceito de concepção de Ponte (1992) adotado neste estudo, tem-se que a concepção estrutura a maneira como se define as coisas. Houve a migração das situações-problemas categorizadas em não aproveitas para a categoria algébrica. Além disso, em maior ou menor número, todas as vertentes foram contempladas na segunda elaboração. Desta forma, é possível concluir que a concepção das professoras a respeito de *Early Algebra* mudou depois da formação, passando de uma concepção incipiente para uma concepção consistente.

Alguns apontamentos considerados relevantes para além da pesquisa

A classificação de situações-problema *não aproveitadas* merece destaque quanto a sua evolução, pois, além de ter sua quantidade total diminuída, as situações desta categoria avançaram quanto elaboração. Houve uma queda considerável na elaboração de situações-problema “com problema”, além de não haver nenhuma que fosse *não adequado à idade*. A subcategoria de situações-problema que *não atendeu a proposta* reduziu pouco se comparada as demais. Entretanto, cabe salientar que em algumas das situações foi possível identificar um teor algébrico, em alguns casos sendo plausível compreender o que a cursista pretendia em seu manuscrito, porém, a situação-problema como estava apresentada, não deixava claro.

Quanto a análise que as cursistas fizeram sobre suas próprias elaborações realizadas antes do processo formativo, elas analisaram suas próprias produções à luz dos conceitos estudados durante o curso, visto que o vocabulário utilizado por elas fazia parte daquele empregado no curso. Em muitos casos, suas análises ficaram próximas daquelas feitas pelos juízes da primeira elaboração. Além disso, elas conseguiram, com raras exceções, reconhecer alguns equívocos e, algumas vezes, refazer o texto da situação-problema, seja para melhorar a compreensão, ou para torná-la com potencial algébrico.

Outro acontecimento relevante foi a considerável evolução da estagiária Tifany. Em sua primeira elaboração, fez apenas metade das situações-problema proposta, enquanto no segundo momento, elaborou as seis situações-problemas propostas, sendo que cinco delas eram algébricas. Além disso, em sua avaliação da primeira elaboração, constatou que sua elaboração não estava adequada e sugeriu mudanças, inclusive apontando um padrão e salientando que este era necessário estar claro para que a sequência fosse compreendida.

Isso evidencia, mais uma vez, a contribuição da formação continuada para professoras dos anos iniciais e Educação Infantil. Não se espera que todas as lacunas sejam preenchidas, mas que exista um avanço. E houve.

Para futuras pesquisas, no contexto da formação continuada, ao se trabalhar com professoras dos Anos Iniciais e Educação Infantil, será pertinente acompanhar a aprendizagem dos alunos dessas professoras no que tange a *Early Algebra*. Observar o impacto que a formação com as professoras, teve para os alunos, principalmente no diz respeito do desenvolvimento do raciocínio algébrico, objeto de estudo do processo formativo.

Referências

Águas de Março
É pau, é pedra, é o fim do caminho
É um resto de toco, é um pouco sozinho
É um caco de vidro, é a vida, é o sol
É a noite, é a morte, é o laço, é o anzol
[...]
É o fundo do poço, é o fim do caminho
No rosto um desgosto, é um pouco sozinho
[...]
É um passo, é uma ponte, é um sapo, é uma rã
É um resto de mato na luz da manhã
São as águas de março fechando o verão
Finalmente é o fim da dissertação
[...]
Tom Jobim (adaptada)

ARAÚJO, N. S. S. **Equação do 1º Grau: A Compreensão da Equivalência nos Anos Iniciais.** 2020. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA.

ARCAVI, A. *El desarrollo y el uso del sentido de los símbolos*. ***Revista* Uno**. Didáctica de las Matemáticas. Ed 044– Probabilidades. 2007.

BARBOZA, L. C. S. **Tarefas de aprendizagem profissional**: potencialidades à formação continuada de professores que ensinam matemática. III ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática

BASTOS, L. S. ***Early Algebra*: As Estratégias de Resolução de Estudantes do 4º e 5º ano frente a Problemas que Aludem à Álgebra**. 2019. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA.

BIANCHINI, B. L.; MACHADO, S. D. A. A Dialética entre Pensamento e Simbolismo Algébricos. **Educ. Matem. Pesq**., São Paulo. 2010. v.12, n.2, p. 354-368.

BERNARDO, R. D.; CAROTENUTO, G.; MELLONE, M. RIBEIRO, M. Prospective Teachers' Interpretative Knowledge On Early Algebra**. Cad. Pesq**., São Luís. Set/dez, 2017. v. 24, n. Especial.

BLANTON, M. L. The Development of Children's Algebraic Thinking: The Impact of a Comprehensive Early Algebra Intervention in Third Grade**. Journal for Research in Mathematics Education.** 2015, vol. 46, n. 1, p.39–87.

BLANTON, M. L. & KAPUT, J. J. Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education.** 2005, vol. 36, n. 5, 412–446.

BLANTON, M. L.; SCHIFTER, D.; INGE, V.; LOFGREN, P.; WILLIS, C.; DAVIS, F.; CONFREY, J. Early Algebra. In: VICTOR, J. K. (Ed.). **Algebra**: Gateway to a Technological Future. Columbia/USA: The Mathematical Association of America, 2007, p. 7- 14.

BLANTON, M. L; STEPHENS, A; KNUTH, E; GARDINER, A. M; ISLER, I; KIM, JS. The Development of Children's Algebraic Thinking: The Impact of a Comprehensive Early Algebra Intervention in Third Grade**. Journal for Research in Mathematics Education**. 2015, vol. 46, n. 1, 39–87.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto Editora, 1994.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A.F, SHULTE, A.P. (Org.). **As ideas da álgebra**. Hygino H. Domingues, tradução.São Paulo: Atual, 1995.

BORRALHO, A; CABRITA, I; PALHARES, P; VALE, I. **Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra.** Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Orgs), Números e Álgebra (pp. 193-211). Lisboa: SEM-SPCE. 2007.

BRANCO, N. C. V. **O desenvolvimento do pensamento algébrico na formação inicial de professores nos primeiros anos**. Tese de doutoramento, Educação (Didática da Matemática), Universidade de Lisboa, Instituto de Educação, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **ELEMENTOS CONCEITUAIS E METODOLÓGICOS PARA DEFINIÇÃO DOS DIREITOS DE APRENDIZAGEM E DESENVOLVIMENTO DO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO (1º, 2º E 3º ANOS) DO ENSINO FUNDAMENTAL.** Brasília, dezembro de 2012.

BRASIL. **Referencial curricular nacional para a educação infantil** / Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. — Brasília: MEC/SEF, 1998. 3v.: il.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997. 142p. 1. Parâmetros curriculares nacionais. 2. Matemática : Ensino de primeira à quarta série. I. Título.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante.** Lisboa, 2007. v. 16, n. 2, p. 81-118.

CAULLEY, D. N. **Document Analysis in Program Evaluation** (Evaluation and Program Planning). 1983. v, 6, Issue 1, p. 19-29.

CHRISTENSEN, C. M; HORN, M. B; STAKER, H. **Ensino Híbrido: uma Inovação Disruptiva? Uma introdução à teoria dos híbridos.** [S. 1: s. n], 2013. Disponível em: <https://porvir.org/wp-content/uploads/2014/08/PT_Is-K-12-blended-learning-disruptive-Final.pdf>. Acesso em 09 jul. 2020.

COELHO, F. U; AGUIAR, M. A História da Álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados**. São Paulo. Sept./Dec.2018. vol.32, n.94, p.171-187. [Periódico revisado por pares]

DAVIS, P; HERSH, R. **A experiência matemática.** Lisboa: Gradiva. 1995.

DEVLIN, K. **Matemática: a ciência dos padrões.** Porto: Porto Editora. 2002.

FERREIRA , Â. A. B. do C. **Formação Híbrida De Professores Em Early Algebra Na Educação Infantil**: Um olhar para os processos de recontextualização. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de feira de Santana, Feira de Santana, 2020.

FERREIRA, M. C. N. **Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do pensamento algébrico.** Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do ABC, Santo André, 2017.

FERREIRA, W. C; LEAL, M. R; MOREIRA, G. E. *Early Algebra* e base nacional comum curricular: desafios aos professores que ensinam matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática.** Florianópolis. 2020. v. 15, n.1, p. 01-21.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, A. J.; RIBEIRO, C. M**. Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental:** investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento Algébrico. **Perspectivas da Educação Matemática**. 2018. jul v. 11, n. 25.

FIORENTINI, D. & LORENZATO, S**. Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, Autores Associados, 2012.

FREIRE, R. S. **Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 180 p. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

GOMA, J. P. de S. **A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2017. Dissertação de mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUCSP.

JERÔNIMO, A. C. Um **Estudo Comparativo Entre o Desempenho dos Alunos do Ensino Fundamental que já Estudaram Álgebra (9ºano) e os que Ainda Irão Estudá-la Formalmente (6º ano).** 2019. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA.

JUNGBLUTH, A.; SILVEIRA, E.; GRANDO, R. C. O estudo de sequências na Educação Algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Educ. Matem. Pesq.,** São Paulo, 2019. v.21, n.3, p. 96-118.

KIERAN, C. Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra, In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.), In: **As ideias da álgebra**. (Hygino H. Domingues, trad.). São Paulo: Atual, 1995. P. 104 – 110.

LIMA, E. L. et al. **A matemática do Ensino Médio -** Volume 1. 10 ed. Rio de Janeiro: SBM. p. 271, 2012.

LIMA, E. L. **Curso de análise**, Volume 1. Projeto Euclides, IMPA, décima primeira edição, 2004.
LIMA, M. A. G. **As potencialidades didáticas do Laboratório de Ensino de Matemática para a álgebra escolar.** 2018. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas.

LINS, R. C. e GIMENEZ, J.. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP. Papirus, 1997.

MAGINA, S. M. P.; OLIVEIRA, C. F.; MERLINI, V. L. O Raciocínio Algébrico no Ensino Fundamental: O debate a partir da visão de quatro estudos. EM TEIA. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**. 2018. v. 9, n. 1.

MAGINA, S. M. P.; SANTOS, A.; MERLINI, V. L. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas**.** ***Ciênc. educ.*** *(Bauru)* [online]. 2014, v.20, n.2, p.517-533.

MELO, H. S. **Matemática: uma linguagem universal**. Correio dos Açores, 2016.

MOREIRA, K. G.; NACARATO, A. M. **A pesquisa narrativa de uma professora do primeiro ano do ensino fundamental diante do desafio de trabalhar com tarefas sobre o pensamento algébrico.** XIII ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática. 2019.

NCTM. **National council of teachers of mathematics.** Principles and Standards of School Mathematics. 2000.

OLIVEIRA, C. F. S. **Formação Continuada de Professores e a Early Algebra: uma intervenção híbrida**. 2018. 225 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA.

OLIVEIRA, C; MAGINA, S. M. P. **1, 1, 2, 3, 5…: Padrões na Formação de Professores**. 2019. In: Anais do XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática. Ilhéus, Bahia. XVIII EBEM.

OLIVEIRA, F. A. CURI, E. **Tarefas investigativas e o desenvolvimento do pensamento algébrico – proposta de formação continuada de professores para implementação do currículo da cidade de São Paulo.** 2019. XIII ENEM

PERRONE, A. L. S. **Desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos Finais do ensino fundamental I**: contribuições acadêmicas e reflexões teórico-práticas. 2019. Tese de Doutorado. Universidade Estadual Paulista

PINHEIRO, A. C. **O Ensino De Álgebra E A Crença De Autoeficácia Docente No Desenvolvimento Do Pensamento Algébrico.** Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2018.

PONTE, J. P. **Concepção dos Professores de Matemática e Processos de Formação**. In: BROWN, M. et al. Educação Matemática: temas de investigação. Lisboa: instituto de Inovação Educacional, 1992, p. 185-239.

PONTE, J. P., BRANCO, N., & MATOS, A. (2009). **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC.

PORTO, R. S. O. ***Early Algebra*: Prelúdio da Álgebra por Estudantes do 3º e 5º Anos do Ensino Fundamental.** 2018. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA.

REHFELDT, M. S. H.; GIONGO, I. M. **Planejamento, exploração e análise das estratégias utilizadas pelos professores em uma formação continuada envolvendo noções de pré-álgebra**. 2018. VIISIPEM

REIMÃO, J. V. **Padrões na creche e no jardim de infância:** a emergência do pensamento Algébrico e do raciocínio matemático. Relatório do Projeto de Investigação do Mestrado em Educação Pré-Escolar. 2020. Disponível em < http://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/33367/1/Relat%c3%b3rio.JoanaReim%c3%a3o.pdf>

RIBEIRO, E. S. Um estudo sobre o símbolo, com base na semiótica de Peirce. **Estudos Semióticos**. 2010. v. 6, n. 1, p. 46-53.

RIBEIRO, L. L. **Uma Investigação do Raciocínio Funcional no 6 Ano do Ensino Fundamental**. 2020. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA.

RÜTHING, D. Some Definitions of the Concept of Function from John Bernoulli. **The Mathematical Intelligencer**. 1984. v. 6, n. 4, p. 72-77.

SANTANA, R. R. F. **Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores *pre-service* e *in-service*.** Dissertação de mestrado. 2019.

SANTOS, A. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo/SP, 2005.

SCHLIEMANN, A. D; CARRAHER, D. W; GOODROW, A; CADDLE, M. C; PORTER, M. **EQUATIONS IN ELEMENTARY SCHOOL.** Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Kiel, Germany: PME. 2013. vol. 4.

SOUZA, A. A. **O Ensino Híbrido na Formação Continuada e a recontextualização pedagógica dos textos produzidos por professores dos anos iniciais em *Early Algebra*:** um enfoque na relação funcional**.** 2020. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA, 2020.

SOUZA, A. A. RIBEIRO, L. L. **Mapeamento das dissertações fundamentadas no campo da *Early Algebra* no PPGEM-UESC no período de 2014 a 2018.** 2019. In: Anais do XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática. Ilhéus, Bahia. XVIII EBEM.

SOUZA, E. I. R. **ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS: CONCEPÇÃO DE PROFESSOR DO ENSINO FUNDAMENTAL**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA, 2015.

STEEN, L. A. The science of patterns. **Science.** 1988. v 240, 611-616.

STORR, A. **Music and the Mind**. London:QPD. 1992.

TABACH, M.; NACHLIELI, T. Classroom engagement towards using definitions for developing mathematical objects: the case of function. **Educational Studies in Mathematics**, 2015. n. 90, p. 163-187.

TEIXEIRA, A. C. N. **A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do ensino fundamental**: uma proposta de intervenção. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Ilhéus, BA: UESC, 2016.

TEIXEIRA, C.; MERLINI, V. L. **Atividades didáticas de álgebra para os anos iniciais do ensino fundamental**. 2019. In: Anais do XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática. Ilhéus, Bahia. XVIII EBEM.

TERES, S. L. L.; GRANDO, R. C. **Os conhecimentos e (re)significações dos professores que ensinam matemática acerca do pensamento algébrico nos anos iniciais.** 2019. XIII ENEM

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As idéias da álgebra.** (Hygino H. Domingues, trad.). São Paulo: Atual, 1995. p. 23 – 37.

VERGNAUD, G**. A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino de matemática na escola elementar**. (Maria Lucia Faria Moro, trad.). Curitiba: Ed. da UFPR, 2014.

VIIRMAN, O. **The function concept and university mathematics teaching.** Dissertation. Karlstad University, Faculty of Health, Science and Technology, Department of Mathematics and Computer Science. 2014.

YAMANAKA, O.; MAGINA, S. **Um estudo da "Early Algebra" sob a luz da Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud.** In: Encontro Paulista De Educação Matemática, 9., 2008, Bauru. Anais. São Paulo: SBEM/SBEM-SP, 2008.

ZAZKIS, R; LILJEDAHL, P. Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. **Educational Studies in Mathematics**, 2002. v. 49, p.379-402.

ZUFFI, E. M. Alguns Aspectos do Desenvolvimento Histórico do Conceito de Função. Artigo originalmente publicado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática-SBEM, na **Educação Matemática em Revista**, ano 8, n.9/10, em abril de 2001.

APÊNDICE A – TERMO DE ANUÊNCIA

APÊNDICE B – TCLE

TERMO DE CONSETIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, Ana Virginia de Almeida Luna, como pesquisadora, do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE), da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), venho por meio deste, explicitar os procedimentos adotados na presente pesquisa e a forma de utilização dos dados nela coletados, a qual você está sendo convidado a participar.

Tenho como objetivo deixar transparente, tanto quanto possível, a relação entre os envolvidos, o tratamento e uso das informações que serão colhidas na pesquisa que tem como tema "A *Early Algebra* no Ensino Fundamental: mapeamento, diagnóstico e formação". Na primeira etapa da pesquisa proponho a você colaborar permitindo que sejam filmadas e, posteriormente, transcritas "as falas", de todas as atividades de *Early Algebra* a serem realizadas por você e pelos demais participantes no curso de formação híbrida em *Early Algebra* (nos quatro encontros presenciais e nos três encontros virtuais), com o ambiente virtual (AVA), criado na página do Núcleo de Estudos em Educação Matemática (NEEMFS).

O curso será sediado na UEFS, oferecido pelo Departamento de Ciências Exatas e pelo Programa de Mestrado em Educação (PPGE). Estes dados servirão como material para a pesquisa, cujo objetivo, nessa fase, é desenvolver uma formação para professores dos grupos que participaram do diagnóstico sobre a *Early Algebra*, a fim de puderem realizar o estudo sobre a *Early Algebra*, a partir das concepções e estratégias dos seus estudantes.

Na segunda etapa da pesquisa solicitamos que filmem as atividades de *Early Algebra* realizadas por você com os seus alunos (as) na sua sala aula, a fim de que possam ser postadas no ambiente virtual, após edição, com a sua orientação. Além disso, peço que conceda que seja gravada por meio magnético e depois transcrita uma entrevista sobre a atividade realizada.

Estes dados servirão como material para a pesquisa, cujo objetivo, nessa segunda fase, é analisar os textos produzidos sobre *Early Algebra* pelos professores participantes do curso em diferentes salas de aula. Os registros escritos serão realizados preservando-se a identidade dos participantes da pesquisa em sigilo, utilizando pseudônimos por vocês escolhidos. Na parte da pesquisa que for utilizado o material coletado nas salas de aula não será feita menção às instituições onde forem realizadas, para que se preserve a identidade do grupo.

Os dados depois de transcritos serão apresentados para que você verifique a fidelidade do conteúdo, você poderá suprimir, no todo ou em parte, só serão utilizadas na pesquisa "as falas" com a sua permissão. Você também poderá desistir ou anular o consentimento em qualquer momento da pesquisa.

O acesso aos registros dos dados será exclusivo da pesquisadora Ana Virginia de Almeida Luna, cuja divulgação parcial se restringirá às ocasiões relacionadas ao desenvolvimento da pesquisa, ou seja, as informações provenientes da análise desses dados poderão ser utilizadas pela pesquisadora em publicações, eventos científicos, dissertações e TCC desenvolvidos pelo seu grupo de pesquisa e divulgados a todos aqueles que se interessarem pela pesquisa, na forma acima indicada.

Os dados transcritos ficarão arquivados em HD móveis os que forem utilizados nas dissertações ou TCC, serão arquivados pela coordenação do Programa de Mestrado da pesquisa, na universidade responsável (Universidade Estadual de Feira de Santana), o tempo não é determinado pela universidade, mas é acima de 5 (cinco) anos. Os demais dados que não forem utilizados na pesquisa serão arquivados e ficarão guardados sigilosamente por mim e destruídos após 5 anos.

Apesar de todos os cuidados, não pode ser excluído o risco de que pessoas, entidades ou instituições, apropriem-se de forma indevida das informações prestadas e que possam usá-las inadequadamente. Não obstante, destaco como benefício que os dados fornecidos possibilitarão uma melhor compreensão sobre os entendimentos e efeitos de um curso de formação continuada para diferentes salas de aula, tendo em vista que, ao interagir com textos produzidos em contextos diferentes, formadores e professores poderão aproximar-se de diversas formas desenvolver a ação pedagógica envolvendo a *Early Algebra* em sala de aula.

Caso você se sinta esclarecido quanto aos procedimentos, riscos e benefícios envolvidos e concorde em colaborar, na condição de participante, com o projeto "A *Early Algebra* no Ensino Fundamental: mapeamento, diagnóstico e formação", por favor assine no local abaixo reservado, declarando assim o seu consentimento livre e esclarecido, em duas vias, uma da pesquisadora e a outra sua.

Para quaisquer esclarecimentos e/ou dúvidas, entrar em contato comigo, Ana Virginia de Almeida Luna (cel: (75) 98124-8232). Informo que o presente documento tem duas vias (uma para o(a) Senhor(a) e outra para o pesquisador).

Feira de Santana, ___/___ / 2019 __________________________________

Professora Ana Virginia de Almeida Luna

Eu,____, compreendi os objetivos e os procedimentos da pesquisa "A *Early Algebra* no Ensino Fundamental: mapeamento, diagnóstico e formação" e concordo. Com isso, aceito assinar este termo de consentimento, pois estou ciente de que participarei da formação continuada de professores e que a minha em sala de aula será observada e filmada no horário normal, com o objetivo de ajudar-me na realização da minha prática pedagógica.

____

Assinatura do(a) professor(a)

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO PERFIL

Nome:____ | Nº |

1. Seu nível de instrução é: ( ) Magistério ( ) Superior incompleto ( ) Superior Completo Outros:_________
2. Você tem curso superior em:________________ Concluído em (ano):_____
3. Em qual (is) rede (s) você ministra aula? ( ) Estadual ( ) Municipal ( ) Particular (pode marcar mais de uma)
4. Há quantos anos você leciona? ( ) menos de um ano ( ) 1 a 5 anos ( ) 6 a 10 anos ( ) 11 a 15 anos ( ) mais de 15 anos
5. Quantas aulas de Matemática você leciona (em uma turma) por semana? ( ) 1 aula ( ) 2 aulas ( ) 3 aulas ( ) 4 aulas ( ) 5 aulas ( ) mais de 5
6. Em sua trajetória estudantil, qual o seu gosto pela Matemática? ( ) Detestava ( ) Gostava pouco ( ) Gostava mais ou menos ( ) Gostava muito ( ) adorava
7. O gosto mudou? ( ) Sim ( ) Não

   Se seu gosto mudou, explique: Em quê? E Por Quê?_____________________
   ____
8. Enumere de 1 a 5 os blocos de conteúdos que você se sente mais seguro (a) para trabalhar com os estudantes (1 = muito seguro (a), 5 = menos seguro (a)) ( ) Probabilidade e Estatística ( ) Geometria ( ) Álgebra

   ( ) Números e Operações ( ) Grandezas e Medidas

   Explique o porquê de suas enumerações:
   ____
   ____
9. Em qual ano você mais gosta de ensinar Matemática? ( ) G2 ( ) G3 ( ) G4 ( ) G5 ( ) 1º ( ) 2º ( ) 3º ( ) 4º ( ) 5º ( ) tanto faz ( ) nenhum

   Aponte pelo menos, 2 motivos para sua resposta:_____________________
10. Marque os materiais de apoio utilizados por você nas aulas de Matemática:

    ( ) Livro Didático ( ) Ábaco ( ) Material dourado ( ) Blocos Lógicos ( ) Soroban ( ) *Escala Cusinare* ( ) Software Educacional ( ) Lousa ( ) Balança ( ) Outros, qual (is):________________________________
11. Descreva pelo menos 2 atividades que você faz com esse(s) material(is)utiliza:

Atividade. 1:____
____

Atividade. 2:____
____

APÊNDICE D – INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO INICIAL – 1ª ELABORAÇÃO

Nome:____ Nº

Elabore, nos espaços abaixo, seis situações-problema distintas envolvendo conceitos algébricos (a seu critério).

Situação-problema 1:

Situação-problema 2:

Situação-problema 3:

Situação-problema 4:

Situação-problema 5:

Situação-problema 6:

APÊNDICE E – ANÁLISE DAS SITUAÇÕES-PROBLEMA ELABORADAS NO I ENCONTRO

Nome:____ | Nº

1. Considerando as situações-problema que você elaborou no nosso primeiro encontro de formação, análise essas situações produzidas e classifique, a partir do seguinte critério: 1) se abordou algum conceito algébrico especifique, se foi sobre símbolos, sequências, relação funcional ou equivalência; 2) se a abordagem foi apenas sobre aritmética, ou ainda, 3) se a situação está incompreensível. Em seguida, justifique a sua resposta para cada situação-problema.

2. Nas situações-problema que classificar acima, as que forem específicas de *Early Algebra*, aponte o que mudaria para deixar mais explícito na questão que é uma situação algébrica e qual estratégias as crianças podem utilizar para resolver este problema? Como elas podem se organizar para realizar a atividade? Para isso, apresentem breves encaminhamentos.

APÊNDICE F – INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO FINAL - 2ª ELABORAÇÃO

Nome:____ Nº

Agora que você participou da Formação sobre *Early Algebra*, elabore, nos espaços abaixo, seis situações-problema distintas envolvendo conceitos algébricos (a seu critério).

Situação-problema 1:

Situação-problema 2:

Situação-problema 3:

Situação-problema 4:

Situação-problema 5:

Situação-problema 6: