



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA

CARLSON GUERREIRO DE ALMEIDA

**MODELAGEM NA EDUCAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:
POSSÍVEIS ARTICULAÇÕES E TENSIONAMENTOS TEÓRICOS COM
BASE EM PESQUISAS RECENTES**

ILHÉUS – BAHIA
2021

CARLSON GUERREIRO DE ALMEIDA

**MODELAGEM NA EDUCAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:
POSSÍVEIS ARTICULAÇÕES E TENSIONAMENTOS TEÓRICOS COM
BASE EM PESQUISAS RECENTES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Zulma Elizabete de Freitas Madruga

Coorientadora: Profa. Dra. Larissa Pinca Sarro Gomes

A447 Almeida, Carlson Guerreiro de.

Modelagem na educação e resolução de problemas : possíveis articulações e tensionamentos teóricos com base em pesquisas recentes / Carlson Guerreiro de Almeida. – Ilhéus, BA : UESC, 2021.

229f. :il.

Orientadora: Zulma Elizabete de Freitas Madruga.

Coorientadora: Larissa Pinca Sarro Gomes.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências E Matemática.

Inclui referências.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Modelos matemáticos. 3. Ensino aprendizagem. 4. Resolução de problemas (matemática). I. Madruga, Zulma Elizabete de Freitas. II. Gomes, Larissa Pinca Sarro. III. Título.

CDD – 510.7

CARLSON GUERREIRO DE ALMEIDA

**MODELAGEM NA EDUCAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:
POSSÍVEIS ARTICULAÇÕES E TENSIONAMENTOS TEÓRICOS COM BASE
EM PESQUISAS RECENTES.**

Dissertação submetida ao Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGECM, em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

**APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA
EM 29/06/2021**



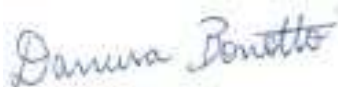
Profa. Dra. Zulma Elizabete de Freitas Madruga

Orientadora/Presidente da banca – PPGECM/UESC



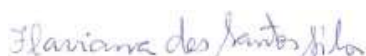
Profa. Dra. Larissa Pinca Sarro Gomes

Coorientadora – PPGECM/UESC



Profa. Dra. Danusa de Lara Bonotto

Examinadora – PPGE/UFFS



Profa. Dra. Flaviana Santos Silva

Examinadora – PPGECM/UESC

Ilhéus, Bahia, 29 de junho de 2021.

Dedico esta dissertação a Deus por em todos os momentos ter sido força e perseverança para que eu continuasse até o fim, ao meu pai, José Carlos Ferreira de Almeida, que sempre acreditou no meu potencial. (in memoriam). A minha mãe, Valquíria Oliveira Guerreiro de Almeida, por ser o meu alicerce e me apoiar em todos os momentos e decisões da minha vida, aos meus irmãos e sobrinhos, por me apoiarem e compreenderem os meus momentos de escrita e estudos.

AGRADECIMENTOS

À Deus, em primeiro lugar, por ter me capacitado e permitido chegar até aqui.

Ao meu pai, José Carlos Ferreira de Almeida (*in memoriam*), por ter acreditado em mim, desde a minha graduação.

À minha mãe, Valquíria Oliveira Guerreiro de Almeida, por sempre ser o meu porto seguro, e por me apoiar em todas as minhas decisões, incentivando e permitindo que eu busque alcançar os meus objetivos.

À minha orientadora, Profa. Dra. Zulma Elizabete de Freitas Madruga, pelos momentos de estudos e orientações, pela paciência durante o meu processo de escrita, e pelo auxílio na minha inserção no campo das pesquisas.

À Profa. Dra. Larissa Pinca Sarro Gomes, minha coorientadora, por todas as contribuições nas investigações e escritas.

Aos meus irmãos José Carlos Júnior, Cláudia Josefa e Carla Guerreiro, por todo o apoio na vida, e por serem os meus melhores amigos.

Aos meus sobrinhos, que sempre torceram por mim e vibraram com as minhas conquistas.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, por todo apoio e contribuição durante o mestrado.

Às minhas colegas, e amigas do mestrado, Lania Roberta Cabral, Sidneia Almeida e Helenita de Jesus, por todos os momentos compartilhados, pelas trocas durante todo o programa, e apoio para continuar e chegar até aqui.

A todos os meus amigos, que dispuseram parte do seu tempo para me escutar e aconselhar, principalmente nos momentos que me sentia desanimado.

À CAPES, órgão que, nos últimos meses do mestrado, financiou a minha pesquisa.

E às Profas. Dra. Danusa Bonotto e Dra. Flaviana Santos, por terem aceitado o nosso convite, para compor a banca de qualificação e defesa, e por terem enriquecido a nossa pesquisa com contribuições tão importantes.

RESUMO

Nesta dissertação, objetiva-se compreender como se apresentam nas pesquisas acadêmicas as relações entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática, e como estas poderiam contribuir para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica. Para que isso fosse possível, realizaram-se buscas no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e no *Google Acadêmico*. As pesquisas encontradas foram organizadas e classificadas, sendo escolhidas para análises aquelas que tinham como público-alvo, a Educação Básica. Utilizou-se como metodologia para a construção desta dissertação, o Mapeamento na Pesquisa Educacional. Segundo essa metodologia, dividiu-se esta dissertação em quatro capítulos: Mapa de Identificação, onde foram apresentados a contextualização, os procedimentos metodológicos, os objetivos e a questão de pesquisa; Mapa Teórico, em que se apresentaram as teorias que fundamentaram a pesquisa, e foram explicitadas as diversas concepções da Modelagem na Educação e da Resolução de Problemas; Mapa de Campo, o qual trouxe um mapeamento das pesquisas que compôs as análises, mostrando sua construção, organização e classificação; Mapa de Análise foram analisadas as pesquisas selecionadas no Mapa de Campo, por meio de categorias mistas, sendo que foram definidas *a priori*: a) Contexto da pesquisa; b) Referencial teórico; c) Metodologia da pesquisa; d) Processo para coleta dos dados e Principais resultados das pesquisas. Após essas análises, emergiram as categorias, definidas como: Interlocução; Resolução e Conceitualização; Validação e Comunicação. Como resultado, foram verificadas as similaridades existentes entre a Modelagem na Educação Matemática e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, as suas contribuições para o ensino e aprendizagem de Matemática, e o desenvolvimento adquirido pelos estudantes no processo de construção do conhecimento matemático.

Palavras-chaves: Modelagem Matemática; Resolução de Problemas; Mapeamento na Pesquisa Educacional; Educação Básica; Ensino e Aprendizagem.

ABSTRACT

This dissertation aims to understand how the relationships between Mathematical Modeling and Problem Solving are presented in academic research, both from the perspective of Mathematics Education, and how these could contribute to the teaching and learning of Mathematics in Basic Education. To make this possible, searches were performed in the Theses and Dissertations Catalog of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) and in Academic Google. The surveys found were organized and classified, and those whose target audience was Basic Education were chosen for analysis. It was used as a methodology for the construction of this dissertation, the Mapping in Educational Research. According to this methodology, this dissertation was divided into four chapters: Identification Map, where the contextualization, the methodological procedures, the objectives and the research question were presented; Theoretical Map, in which the theories that supported the research were presented, and the various conceptions of Modeling in Education and Problem Solving were explained; Field Map, which brought a mapping of the surveys that composed the analyses, showing its construction, organization and classification; Analysis Map the researches selected in the Field Map were analyzed through mixed categories, which were defined a priori: a) Research context; b) Theoretical framework; c) Research methodology; d) Process for data collection and Main research results. After these analyses, categories emerged, defined as: Interlocution; Resolution and Conceptualization; Validation and Communication. As a result, the similarities between Modeling in Mathematics Education and the Teaching-Learning-Assessment Methodology of Mathematics through Problem Solving were verified, their contributions to the teaching and learning of Mathematics, and the development acquired by students in the process of construction of mathematical knowledge.

Keywords: Mathematical Modeling; Problem Solving; Mapping in Educational Research; Basic Education; Teaching and Learning.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Mapa 1 – Resultados do Brasil no <i>PISA</i> em Matemática	20
Mapa 2 – Etapas da Modelagem Matemática	35
Mapa 3 – Etapas da Modelagem na Educação	38
Mapa 4 – Subetapas da Percepção e Apreensão	39
Mapa 5 – Subetapas da Significação e Expressão	40
Mapa 6 – Atividades de Situação Problemas	47
Mapa 7 – Etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas	49
Mapa 8 – Quantidade de pesquisas obtidas através de buscas realizadas no Portal da CAPES e da BDTD	52
Mapa 9 – Resultado das pesquisas obtidas nos Portais CAPES e BDTD	52
Mapa 10 – Pesquisas mapeadas que apresentam similaridades	54
Mapa 11 – Mapeamento e classificação das pesquisas encontradas no Portal CAPES (Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática)	61
Mapa 12 – Classificação das pesquisas encontradas no <i>Google Acadêmico</i> (Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática)	62
Mapa 13 – Mapeamento e classificação das teses e dissertações encontradas no <i>Google Acadêmico</i> (Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática)	62
Mapa 14 – Mapeamento de Teses e Dissertações com foco no ensino e aprendizagem na Educação Básica (Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática)	63
Mapa 15 – Mapeamento de Teses e Dissertações com foco no ensino e aprendizagem na Educação Básica (Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática)	65
Mapa 16 – Mapeamento e classificação das pesquisas encontradas no Portal CAPES (Resolução de Problemas)	69
Mapa 17 – Classificação das pesquisas encontradas no <i>Google</i>	70

Acadêmico (Resolução de Problemas)	
Mapa 18 – Mapeamento e classificação das teses e dissertações encontradas no <i>Google Acadêmico</i> (Resolução de Problemas)	70
Mapa 19 – Mapeamento de Teses e Dissertações com foco no ensino e aprendizagem na Educação Básica (Resolução de Problemas)	71
Mapa 20 – Mapeamentos de Teses e Dissertações com foco no ensino e aprendizagem na Educação Básica (Resolução de Problemas)	75
Mapa 21 – Mapeamento de Teses e Dissertações com foco no ensino e aprendizagem na Educação Básica (Modelagem na Educação)	81
Mapa 22 – Contexto das Teses e Dissertações em Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática	86
Mapa 23 – Tipos de Pesquisa	105
Mapa 24 – Instrumentos utilizados para coleta de dados	105
Mapa 25 – Mapeamentos de Teses e Dissertações com foco no ensino e aprendizagem na Educação Básica (Resolução de Problemas)	126
Mapa 26 – Contexto das Teses e Dissertações em Resolução de Problemas	136
Mapa 27 – Tipos de Pesquisa	173
Mapa 28 – Estratégia metodológica da Resolução de Problemas utilizadas na metodologia das pesquisas	174
Mapa 29 – Instrumentos utilizados para coleta dos dados	174
Mapa 30 – Pesquisas que apresentam em sua metodologia a Modelagem ou a Resolução de Problemas	195
Mapa 31 – Similaridades entre as fases propostas por Biembengut e Hein (2003, 2007) e Biembengut (2016)	196
Mapa 32 – Similaridades entre as fases propostas por Biembengut (2016) e Onuchic e Allevato (2014)	199
Mapa 33 – Relações existentes entre as categorias de análises e as etapas da Modelagem na Educação e da Metodologia da Resolução de Problemas	202

LISTAS DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
UESC	Universidade Estadual de Santa Cruz
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PPGEM	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
GPEMDiC	Grupo de Pesquisa Educação Matemática e Diversidade Cultural
MM	Modelagem Matemática
RP	Resolução de Problemas
PPGEC	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências
PPGECM	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática
PISA	Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes Brasil
IOWO	<i>Instituut voor Ontwikkeling van het Wiskunde-Onderwijs</i> (Instituto para o Desenvolvimento do Ensino da Matemática)
PUC	Pontifícia Universidade Católica
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics (Conselho Nacional dos Professores de Matemática).
TDM	Teoria da Disciplina Mental
ASP	Atividade de Situação Problema
BDTD	Biblioteca Digital de Teses e Dissertações
UNIVATES	Universidade do Vale do Taquari
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
GTERP	Grupo de Trabalho e Estudo para Resolução de Problemas
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
EJA	Educação para Jovens e Adultos

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	14
Capítulo I - MAPA DE IDENTIFICAÇÃO.....	15
Apresentação do capítulo	15
1.1. Trajetória Pessoal.....	16
1.2. Contextualização da Pesquisa	18
1.3. Procedimentos Metodológicos	24
1.3.1. Tipo de Pesquisa.....	24
1.3.2. Mapeamento na Pesquisa Educacional	26
1.3.2.1. Mapa de Identificação.....	27
1.3.2.2. Mapa Teórico	28
1.3.2.3. Mapa de Campo	28
1.3.2.4. Mapa de Análise.....	29
Capítulo II – Mapa Teórico	30
Apresentação do Capítulo	30
2.1. Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.....	31
2.1.1. Abordagem Histórica sobre a Modelagem Matemática.....	31
2.1.2. Modelagem Matemática e suas concepções	33
2.1.3. Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.....	38
2.2. Resolução de Problemas na perspectiva da Educação Matemática.....	42
2.2.1. Abordagem histórica da Resolução de Problemas.....	42
2.2.2. Resolução de Problemas e suas concepções	45
2.2.3. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problema.....	49
2.3. Mapeamento de Pesquisas Correlatas.....	52
Capítulo III – Mapa de Campo.....	58
Apresentação do Capítulo	58
3. Mapeamento de Pesquisas	59
3.1. Mapeamento de Teses e Dissertações.....	59
3.1.1. Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.....	59
3.1.2. Resolução de Problemas na perspectiva da Educação Matemática.....	68
Capítulo IV – Mapa de Análise	79
Apresentação	79

4. Análises dos dados	81
4.1. Das categorias a <i>priori</i>	81
4.1.1. Modelagem Matemática.....	82
4.1.1.1. Contexto da Pesquisa	84
4.1.1.2. Referencial Teórico	89
4.1.1.3. Metodologia das pesquisas.....	97
4.1.1.4. Processo para coleta de dados e Principais resultados das pesquisas	107
4.1.2. Resolução de Problemas	127
4.1.2.1. Contexto da Pesquisa	130
4.1.2.2. Referencial Teórico	139
4.1.2.3. Metodologia das pesquisas.....	155
4.1.2.4. Processo para coleta de dados e Principais resultados das pesquisas	176
4.2. Das possíveis similaridades entre as etapas da Modelagem na Educação e da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas	195
4.2.1. Interlocução	203
4.2.2. Resolução e Conceitualização	208
4.2.3. Validação e Comunicação	216
4.2.4. Implicações, Limitações e Perspectivas	220
4.2.4.1. Implicações Pedagógicas.....	220
4.2.4.2. Limitações do Estudo	221
4.2.4.3. Perspectivas de Continuidade.....	222
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	223
REFERÊNCIAS.....	226

APRESENTAÇÃO

Nesta dissertação fez-se uma análise das pesquisas produzidas no Brasil, nos últimos 10 anos, que utilizaram a Modelagem Matemática ou a Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática, como estratégias para o ensino e aprendizagem de Matemática. Foram analisadas possíveis aproximações e afastamentos entre essas duas tendências. Para isso realizou-se um levantamento bibliográfico de pesquisas que apresentam em sua base teórica uma dessas duas tendências da Educação Matemática, para sustentar as suas construções.

Distribuiu-se este relatório de pesquisa em quatro capítulos, os quais serão fundamentados na perspectiva do Mapeamento na Pesquisa Educacional, segundo Biembengut (2008). Os capítulos que compõem esta dissertação, e que são essenciais para a compreensão desta pesquisa são:

Capítulo I, Mapa de Identificação, apresenta-se um contexto a respeito das leis que regem a educação no Brasil, das indicações expressas pelos órgãos competentes, no que diz respeito ao ensino e aprendizagem de Matemática, a questão geradora da pesquisa e os seus objetivos, geral e específicos. Além disso, é detalhada a metodologia adotada e os procedimentos utilizados na elaboração da pesquisa.

Capítulo II, Mapa Teórico, apresenta-se a fundamentação teórica da pesquisa, são explicitados os conceitos e definições acerca da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática; e ainda um mapeamento de pesquisas recentes, elaborado por meio da busca em banco de dados, com o objetivo de verificar a existência de outras pesquisas com o mesmo tema.

Capítulo III, Mapa de Campo, detalha o mapeamento realizado nas plataformas de buscas: Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e *Google Acadêmico*.

Capítulo IV, Mapa de Análise, apresenta-se os resultados das análises das pesquisas constituídas no Mapa de Campo. Para construir esse capítulo, utilizou-se as seguintes categorias *a priori*: a) Contexto da pesquisa; b) Referencial teórico; c) Metodologia da pesquisa; d) Processo para coleta dos dados e Principais resultados das pesquisas; e também categorias emergentes: Interlocução; Resolução e Conceitualização; Validação e Comunicação.

Capítulo I - MAPA DE IDENTIFICAÇÃO

Apresentação do capítulo

Neste primeiro capítulo, são apresentadas a estrutura e a identificação da pesquisa. No Mapa de Identificação, segundo Biembengut (2008, p. 80) “as questões, os pressupostos e os objetivos da pesquisa emergem, esboçando a metodologia da pesquisa”.

No primeiro momento é apresentada a trajetória pessoal do autor desta pesquisa, seção esta que foi redigida em primeira pessoa do singular, por se tratar das percepções e histórias de vida do autor. Nessa seção, são apresentadas a trajetória acadêmica e profissional na área da Matemática e da Educação, e os seus anseios quanto ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Em seguida, é apresentada a contextualização da pesquisa, onde abordam-se aspectos das diretrizes que legislam a Educação Básica no Brasil, e foi realizado um levantamento acerca das avaliações oficiais que medem o desempenho dos estudantes do Ensino Fundamental. Ao final desse momento, apresentam-se a questão e os objetivos que nortearão esta pesquisa.

Para encerrar este primeiro capítulo, explicita-se o detalhamento do tipo de pesquisa, apresentando os conceitos e os procedimentos metodológicos utilizados na construção desta pesquisa.

Com isso, tem-se a divisão deste capítulo expressa da seguinte maneira:

1.1 – Trajetória Pessoal

1.2 – Contextualização da Pesquisa

1.3 – Procedimentos Metodológicos

1.3.1 – Tipo de Pesquisa

1.3.2 – Mapeamento na Pesquisa Educacional

1.1. Trajetória Pessoal¹

Registro nesta seção os meus passos no processo de pesquisa e investigação para a elaboração e a escrita desta dissertação de mestrado. Todo esse processo de escrita coloca-me numa situação de incertezas e conflitos, uma vez que escrever é um universo novo para mim, e é imprescindível que a forma pela qual irei escrever e conduzir esta pesquisa seja clara e facilite a compreensão daqueles que se dispõem a lê-la.

Por isso decidi, primeiramente, narrar sobre a minha trajetória pessoal, minha vida acadêmica, minha breve experiência em sala de aula e as minhas angústias em relação ao ensino de Matemática, que me levaram a questionamentos sobre a importância da Matemática e de que maneira ela pode influenciar as nossas vidas. Após expor alguns dos meus anseios, terei como explicar acerca das motivações e os aspectos estruturais dos elementos utilizados na condução desta pesquisa.

Enfim, sempre gostei e tive bastante facilidade para aprender Matemática, desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio. Porém, isso não era uma regra, grande parte dos meus colegas tinham alguma dificuldade na aprendizagem da Matemática e a forma como era ensinada não proporcionava atrativo que despertasse o interesse pela disciplina.

A graduação em Matemática não foi a minha primeira opção, mas de certa forma, eu tinha algum tipo de fascínio por essa ciência. Em 2001 ingressei no curso de Bacharelado em Matemática, pois não pretendia ser professor e sim pesquisador (como se o professor não fosse por excelência um pesquisador). Em 2003 e 2004, experimentei a docência, e apesar de ter sido uma boa experiência, não conseguia me enxergar professor, então eu não dava aulas preocupado com a aprendizagem dos estudantes, e sim com a transmissão do conteúdo matemático, de forma que eles entendessem o que era dado, para que obtivessem bom desempenho nas avaliações que seriam aplicadas.

Em 2006 concluí a minha graduação e fui trabalhar numa área totalmente diferente, em um banco público, onde fiquei por quase 10 anos. Nesse período comecei a sentir o desejo de retornar à vida acadêmica e iniciei um Mestrado em Matemática Pura, como aluno especial, mas percebi que apesar de ser Bacharel em

¹ Cabe destacar que esta seção é redigida na primeira pessoa do singular, pois se trata da trajetória pessoal e profissional do autor desta pesquisa, as demais seções do texto são escritas no impessoal.

Matemática, não era o meu desejo me especializar em Matemática Pura. Foi quando comecei a pesquisar mestrados na área da educação e encontrei o Mestrado em Educação Matemática da UESC (Universidade Estadual de Santa Cruz), que foi a instituição onde concluí minha graduação. Participei da seleção do PPGEM (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática), mas não fui aprovado. Então, participei de uma segunda seleção para aluno especial, onde tive aprovação, e assim comecei a fazer parte do programa.

No segundo semestre de 2018, como aluno especial do PPGEM, cursei a disciplina Currículo e Diversidade Cultural e comecei a participar do grupo de pesquisa GPEMDiC (Grupo de Pesquisa Educação Matemática e Diversidade Cultural). Nas aulas do programa, assim como no grupo de pesquisa, foram sugeridas algumas leituras de pesquisas que tratavam da Educação Matemática e suas diversas tendências e metodologias em relação ao ensino e aprendizagem de Matemática. Nesse mesmo período, substituí uma colega do programa em suas aulas em uma escola estadual, e lecionei aulas de Matemática para estudantes do 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental, mas dessa vez com um olhar diferente para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Com os questionamentos desses estudantes sobre a importância da Matemática em suas vidas, e com situações relatadas por alguns deles, comecei a enxergar a possibilidade de trazer para o currículo escolar algumas dessas novas tendências e metodologias que eram discutidas em aula e no grupo de pesquisa. Comecei a olhar com mais atenção a Modelagem Matemática (MM)² na perspectiva da Educação Matemática e suas possíveis contribuições para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Com a conclusão da disciplina que cursei como aluno especial no PPGEM, comecei a me preparar para a nova seleção que faria para o programa, e um dos artigos que faria parte da seleção trazia a Resolução de Problemas (RP) como objeto de pesquisa. Além desse artigo, para a escrita do meu pré-projeto pesquisei mais sobre a RP, e avaliei que poderia tentar aliar a MM e a RP no ensino e aprendizagem de Matemática, e foi a partir dessas pesquisas que construí meu pré-projeto.

² Em alguns momentos serão usados os termos MM ou modelagem para denotar Modelagem Matemática.

No início de 2019, consegui aprovação para fazer parte do PPGEM, que no início de 2020 e por causa de uma fusão com o Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências (PPGEC), passou a ser chamado de Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM). Após essa aprovação, juntamente com minha orientadora e coorientadora, identificamos que poderíamos realizar uma pesquisa para compreendermos as aproximações e os afastamentos entre a MM e a RP.

Inicialmente, tínhamos como objetivo desenvolver a pesquisa em sala de aula, juntamente com estudantes da rede estadual de ensino, porém devido a atual situação e crise sanitária que o mundo vem passando, por conta da covid-19³, tivemos que mudar o rumo de nossa pesquisa, mas não o objetivo principal.

Com isso, resolvemos compreender essas aproximações e afastamentos entre a MM e a RP, por meio de pesquisas recentes, realizadas por outros pesquisadores. Então, com os novos rumos, demos continuidade as nossas pesquisas e a construção desta dissertação.

1.2. Contextualização da Pesquisa

Esta dissertação é o resultado das buscas e das análises realizadas acerca de algumas das pesquisas existentes no Brasil, no que tange as duas tendências da Educação Matemática: a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas.

A Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas vêm sendo objetos de estudos de vários pesquisadores há mais de 40 anos, pode-se destacar, por exemplo, (BASSANEZI, 2010; BIEMBENGUT, 2016; BURAK, 2010; BARBOSA, 2001; ALMEIDA; DIAS, 2004; POLYA, 2006; LOPES, 2005; ONUCHIC; ALLEVATO, 2014), entre outros. Esses pesquisadores, embora com concepções diferentes, entendem que a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas podem ser trazidas para sala de aula e para o cotidiano dos estudantes, associando-as aos saberes matemáticos, e sendo facilitadores na aprendizagem desses estudantes.

³ Doença infecto-respiratória, identificada pela primeira vez em seres humanos em dezembro de 2019, na cidade de Wuhan, na China. Nos dois primeiros meses do ano de 2020, o surto inicial originou uma pandemia global, com milhões de mortes provocadas pelo vírus ao redor do mundo. O primeiro caso de contágio do coronavírus registrado no Brasil ocorreu entre fevereiro e março de 2020, e até a data da defesa dessa dissertação o país ainda sofria os efeitos dessa pandemia.

A educação brasileira está sob regime da Lei de Diretrizes e Bases – LDB 9394/96, que segundo o artigo 21, determina que a educação escolar é composta pela Educação Básica formada por: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio e pela Educação Superior.

A Educação Básica de qualidade é um direito assegurado pela Constituição Federal e pelo Estatuto da Criança e do Adolescente, devendo proporcionar o pleno desenvolvimento humano, oferecendo condições de liberdade e dignidade, promovendo o respeito e valorizando as diferenças de cada indivíduo. No artigo 22, que discorre a respeito da Educação Básica, a Lei de Diretrizes e Bases - LDB 9394/96 diz que “A educação básica tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores” (BRASIL, 1996, p. 8). Com base na LDB – 9394/96 (BRASIL, 1996) as Diretrizes Curriculares Nacionais para Educação Básica determinam que:

[...] é direito universal e alicerce indispensável para a capacidade de exercer em plenitude o direito à cidadania. É o tempo, o espaço e o contexto em que o sujeito aprende a constituir e reconstituir a sua identidade, em meio a transformações corporais, afetivo emocionais, socioemocionais, cognitivas e socioculturais, respeitando e valorizando as diferenças. Liberdade e pluralidade tornam-se, portanto, exigências do projeto educacional.” (BRASIL, 2013, p. 19).

De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica, é responsabilidade do professor provocar nos estudantes a necessidade e o desejo de pesquisar e experimentar novas situações de aprendizagem, como conquista individual e coletiva, a partir do contexto particular e local. É de responsabilidade dos professores, conjuntamente com outros profissionais da educação, formar sujeitos éticos, com autonomia intelectual e pensamento crítico, para que estes adquiram princípios e valores que formarão a sua personalidade individual (BRASIL, 2013).

Em consonância com as diretrizes curriculares, tem-se que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reconhece que a educação tem a função de afirmar valores, estimulando ações que contribuam para a transformação da sociedade, e a torne mais humana e socialmente justa.

Nos termos da LDB, são destacadas as competências gerais da Educação Básica, para as suas três etapas, e essas competências articulam-se na construção de conhecimentos, no desenvolvimento de habilidades e na formação de atitudes e

valores. Na BNCC, no que diz respeito à Matemática para o Ensino Fundamental é estabelecido o compromisso com o letramento matemático que é:

[...] definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL 2017, p. 266).

O letramento matemático também assegura que os alunos reconheçam que os conhecimentos matemáticos são importantes para a sua compreensão e atuação no mundo, e percebam a matemática como aspecto que favoreça o desenvolvimento do seu raciocínio lógico e crítico.

No que diz respeito ao Ensino Médio, a BNCC (BRASIL, 2018a) estabelece que sejam promovidas ações que ampliem o letramento matemático, iniciadas no Ensino Fundamental, e que devem ser estimulados processos mais elaborados de reflexão e abstração, que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos.

Para que a aprendizagem da Matemática aconteça, deve ser proporcionado aos estudantes o desenvolvimento de habilidades relativas ao processo de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. A BNCC ainda indica que eles devem mobilizar modos próprios de raciocinar, argumentar, representar, e em conjuntamente, por meio de discussões e validações, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos mais sofisticados (BRASIL, 2017).

A BNCC sugere que os estudantes conjuntamente com seus colegas e professores, em toda Educação Básica, devem investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas para os problemas. Orienta ainda que o conhecimento do estudante seja construído por meio de situações em sala de aula que aproximem o estudante de sua realidade, indicando a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas como objeto e estratégia para a aprendizagem (BRASIL, 2017).

A determinação da LDB é que os estudantes ao concluírem a Educação Básica tenham conhecimentos satisfatórios de todo conteúdo apresentado durante os Ensinos Fundamental e Médio, e que sejam capazes de obterem um bom desempenho nas provas que avaliam a qualidade da Educação Básica (BRASIL, 1996).

O desempenho dos estudantes e seus resultados são apresentados em provas externas de avaliação, e não tem sido satisfatório em comparação com outros países, como pode-se observar nos resultados apresentados no *PISA*⁴. Conforme o documento oficial do *PISA* (BRASIL, 2018b), configura-se uma avaliação internacional que é aplicada de três em três anos, com estudantes entre 15 e 16 anos de idade, matriculados no 7º ano do Ensino Fundamental.

Os resultados obtidos no *PISA* permitem que o Brasil avalie os conhecimentos e as habilidades dos estudantes em comparação com os outros países participantes. Permite ainda, que o Brasil observe as políticas e práticas educacionais aplicadas em outros lugares e assim formule suas políticas e programas educacionais, com o intuito de provocar uma melhora na qualidade do seu ensino, e uma equidade dos resultados de sua aprendizagem.

No Brasil, o Inep (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) é o órgão responsável pelo planejamento e operacionalização do *PISA*, e o país participa dessa avaliação desde a sua 1ª edição, em 2000. A avaliação é dividida em três áreas de conhecimento – Leitura, Matemática e Ciências – e a cada edição é avaliada uma dessas áreas, de forma especial. A última prova aconteceu em 2018, tendo como área de conhecimento principal a Leitura, ou seja, houve um maior número de itens e os questionários se preocuparam em coletar informações relacionadas à aprendizagem dessa área.

As avaliações que trouxeram a Matemática como principal área de conhecimento, ocorreram nos anos de 2003 e 2012. No Mapa 1, pode-se observar os resultados alcançados pelos estudantes do Brasil desde a 1ª edição do *PISA* até a última edição em 2018, na área de conhecimento - Matemática. E esse resultado, reflete o desempenho dos estudantes no que diz respeito à aprendizagem do conteúdo matemático construído nos anos escolares avaliados pelo *PISA*.

Mapa 1 – Resultados do Brasil no *PISA* em Matemática.

Resultado do Brasil no <i>PISA</i> em Matemática desde 2000		
Dados	Alunos Participantes	Matemática
2000	4893	334
2003	4452	356
2006	9295	370
2009	20.127	386

⁴Programme for International Student Assessment – Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes BRASIL

2012	19.204	389
2015	23.141	377
2018	10.691	384

Fonte: Documento PISA 2018⁵.

Analisando as médias nacionais obtidas pelos estudantes brasileiros na área de conhecimento Matemática, pode-se observar que a média nacional entre os anos 2000 e 2003, apesar de ter ocorrido uma pequena diminuição no número de participantes, teve um comportamento progressivo. Entre os anos 2003 e 2006, pode-se observar que o número de participantes dobrou e ainda assim a média nacional manteve-se progressiva, o mesmo fato ocorreu entre os anos 2006 e 2009. No entanto, pode-se observar que o número de estudantes participantes em 2009 é mais que o quádruplo de 2006, e a média tem uma pequena progressão, o que torna relativo o aumento apontado.

Entre os anos 2009 e 2015, o número de participantes do processo avaliativo foram próximos e pode-se observar que houve uma queda no desempenho, a média nacional decresceu. Entre os anos 2015 e 2018, o número de participantes reduziu mais da metade, menos estudantes participaram do processo de avaliação. Contudo, houve um crescimento na média nacional destes estudantes. Essas médias indicam o desempenho dos estudantes da Educação Básica e sinalizam a necessidade de um cuidado no ensino de Matemática, uma vez que, se comparar as médias dos estudantes brasileiros, essas estão abaixo das médias dos estudantes dos outros países que realizaram a avaliação do *PISA*.

Esses baixos índices dos estudantes na Educação Básica, de certa forma, podem influenciar no desempenho desses estudantes quando ingressarem na Educação Superior, impactando diretamente na sua formação acadêmica.

Portanto, para que a aprendizagem aconteça de maneira que os estudantes obtenham os resultados esperados nas avaliações externas, faz-se necessário que a construção do conhecimento aconteça com a interação entre a prática do professor e a realidade do estudante. Pelo qual este possa utilizar o conhecimento que já possui na construção de novos conhecimentos, e que o ensino dispensado em sala de aula contribua para o desenvolvimento e aprendizagem dos estudantes.

A própria BNCC, em seu texto, orienta que os professores devem utilizar nas suas práticas, métodos e metodologias que possam ser facilitadores para a

⁵ Disponível: <http://portal.inep.gov.br/acoes-internacionais/pisa/resultados>. Acesso em 27 de abril de 2020.

aprendizagem do estudante. E dentre esses, é sugerido o uso da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas, pois essas duas tendências buscam favorecer a aprendizagem matemática por meio da realidade e do conhecimento que os estudantes já possuem.

Segundo Bassanezi (2010), a modelagem funciona como um elemento motivador na aprendizagem, quando envolve situações da realidade cotidiana dos estudantes. O autor ainda evidencia que a Modelagem Matemática, quando utilizada como estratégia para a aprendizagem, é um dos caminhos que faz com que o curso de matemática, em qualquer nível, seja atraente e agradável.

No que diz respeito à Resolução de Problemas, tanto o professor quanto o estudante precisam estar envolvidos no processo que a metodologia propõe. Segundo Onuchic e Allevato (2011), o professor precisa escolher problemas que sejam adequados ao conteúdo que pretende abordar, agir como mediador em sala de aula, deixando para os estudantes uma maior responsabilidade na aprendizagem, e esses devem entender e assumir essa responsabilidade. Portanto, nessa metodologia, é exigida de ambos uma mudança de atitude e de postura, o que nem sempre é fácil de conseguir.

Muitas pesquisas vêm sendo realizadas acerca do uso da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas como estratégias metodológicas para o ensino de Matemática. Alguns autores – (BASSANEZI, 2010; BIEMBENGUT, 2016; BURAK, 1992; POLYA, 2006; ONUCHIC, 1999; ONUCHIC; ALLEVATO, 2014) – afirmam que os resultados alcançados na aprendizagem dos estudantes, na maioria, são satisfatórios, e mostram o envolvimento dos estudantes na construção do conhecimento matemático pretendido.

Tanto nas propostas de Modelagem Matemática quanto nas de Resolução de Problemas, os autores defendem que o conhecimento seja construído conjuntamente, tornando professores e estudantes pesquisadores durante a construção desse conhecimento. As duas tendências partem de uma situação-problema na qual os estudantes, durante o processo de aprendizagem, adquirem habilidades e competências para obter a sua solução. Como essas duas tendências partem do pressuposto que o professor deve trazer para sala de aula situações do cotidiano, e por meio dessa contextualização ensinar os conteúdos matemáticos, e chegar a uma solução para essas situações, surgiu a seguinte indagação: **Como se apresentam nas pesquisas acadêmicas as relações entre a Modelagem**

Matemática e a Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática, e como estas poderiam contribuir para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica?

Na busca de respostas a esse questionamento, elencou-se o seguinte objetivo geral: ***Compreender como se apresentam nas pesquisas acadêmicas as relações entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática, e como estas poderiam contribuir para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica.***

E para alcançar esse objetivo geral, foram elencados os seguintes objetivos específicos:

- Mapear e selecionar pesquisas relacionadas à Modelagem Matemática e à Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática, com foco no ensino e na aprendizagem de Matemática;
- Compreender as relações existentes entre as pesquisas que tratam de Modelagem na Educação e da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na busca por verificar aproximações ou afastamentos.

A seguir, apresenta-se o tipo de pesquisa que foi utilizada para o desenvolvimento desta dissertação.

1.3. Procedimentos Metodológicos

1.3.1. Tipo de Pesquisa

Esta pesquisa assumiu uma abordagem qualitativa, que segundo Bogdan e Biklen. (2010), enfatiza a descrição, a indução e o estudo de percepções pessoais. Métodos qualitativos têm influenciado várias pesquisas no âmbito educacional, muitos pesquisadores educacionais tem adotado essa abordagem, tanto no âmbito pedagógico quanto na condução investigativa.

Ainda segundo Bogdan e Biklen (2010), a investigação qualitativa tem um caráter flexível e agrupa variadas estratégias de investigação com as mesmas características. Os autores evidenciam que na investigação qualitativa a fonte de coleta de dados é o ambiente natural, a pesquisa é de caráter descritivo e os dados obtidos pelo pesquisador são por meio de palavras, imagens, vídeos e áudios e produções escritas. Os investigadores estão mais preocupados com o processo investigativo, do que com os resultados ou produtos que serão obtidos dele. Tendem a analisar os dados de maneira intuitiva, na medida em que os dados são coletados, a análise desses dados determina se as questões e hipóteses levantadas estão ou não verificadas.

Os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico. As questões a investigar não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo, outrossim, formuladas com o objetivo de investigar os fenômenos em toda a sua complexidade e em contexto natural. (BOGDAN; BIKLEN, 2010, p.16).

Bogdan e Biklen (2010) afirmam que a busca pelos dados ajuda a compreender o objeto que será pesquisado, dessa forma o pesquisador pode realizar comparações com outros trabalhos, analisando as semelhanças e diferenças entre pesquisas que abordam o mesmo tema.

Conforme Gil (2017), o que determinará como a pesquisa será delineada pelo pesquisador, é o procedimento acerca da maneira que os dados serão coletados. “Assim, podem ser definidos dois grandes grupos de delineamentos: aqueles que se valem das chamadas fontes de ‘papel’ e aqueles cujos dados são fornecidos por pessoas” (Gil, 2017, p. 21).

Segundo Gil (2017), a pesquisa bibliográfica constitui-se a partir, principalmente, de livros e artigos científicos, e permite ao pesquisador cobertura muito mais ampla dos dados a serem pesquisados do que poderia atingir se fosse realizada de forma mais direta.

Esta vantagem se torna particularmente importante quando o problema de pesquisa requer dados muito dispersos pelo espaço. Por exemplo, seria impossível a um pesquisador percorrer todo o território brasileiro em busca de dados sobre a população ou renda *per capita*; todavia, se tem à sua disposição uma bibliografia adequada, não terá maiores obstáculos para contar com as informações adequadas. (GIL, 2017, p. 50).

Com isso, esta pesquisa realizou-se sob uma abordagem qualitativa, de cunho bibliográfico. A coleta dos dados ocorreu em ambiente virtual. O pesquisador realizou todo o levantamento dos dados por meio da rede mundial de computadores, a *Internet*. As buscas ocorreram em domínios de cunho científico, para levantar teses e dissertações que tenham se fundamentado nas teorias propostas neste trabalho, e a partir dessas obras, desenvolveu-se as análises na busca da compreensão dos discursos adotados pelos autores que fazem parte das análises.

Os métodos de categorização utilizados para as análises dos dados coletados correspondem a dois tipos de categorias: categorias *a priori* e categorias emergentes, que segundo Moraes (2003, p.198), “as primeiras correspondem as construções que o pesquisador elabora antes de realizar a análise propriamente dita dos dados”, e as segundas “são construções teóricas que o pesquisador elabora a partir das informações do *corpus*”. E ainda, segundo o autor, essa proposta apresenta um modelo de categorias mistas, constituídas pelas categorias *a priori* e pelas categorias emergentes.

Nesta pesquisa, procurou-se conhecer como foram construídas as pesquisas que se fundamentam na Modelagem Matemática e na Resolução de Problemas, as suas utilizações para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos presentes no currículo escolar, como essas duas tendências da Educação Matemática são abordadas como estratégias metodológicas para o ensino e aprendizagem da disciplina em sala de aula, e uma análise de possíveis aproximações e afastamentos que essas duas tendências podem apresentar.

Na próxima subseção, apresentam-se os procedimentos metodológicos utilizados no desenvolvimento desta pesquisa.

1.3.2. Mapeamento na Pesquisa Educacional

A metodologia adotada para o desenvolvimento dessa pesquisa foi o Mapeamento na Pesquisa Educacional, concepção defendida por Biembengut (2008), a qual sugere que ao iniciar uma nova pesquisa, o pesquisador necessita ter como referência um *mapa* das pesquisas já realizadas, acerca do tema proposto para um novo estudo.

Mapa que situe saberes e habilidades, desenvolvidas em lugares e tempos distintos por diversos pesquisadores, em primeira instância, que nos permita estabelecer entre estas pesquisas pontos de travessia de forma a gerar conhecimentos ou identificar questões que ainda não tenham sido reconhecidas, em segunda instância. (BIEMBENGUT, 2008, p. 73-74)

Para a autora, a ideia de pesquisa está centrada em um fenômeno, um fato, e assim propiciar novos caminhos, novas maneiras de melhorar ou criar algo que esteja relacionado ao fato em questão. Biembengut (2008, p. 71) evidencia que “a verdadeira pesquisa deve permitir a produção de novos objetos, novas técnicas, novos espaços, novos rumos, novos conhecimentos ou, ainda, mudar a relação das pessoas com os meios, os processos ou com as circunstâncias”.

O Mapeamento na Pesquisa Educacional, segundo Biembengut (2008), trata-se de um conjunto de ações, que começa com a identificação dos dados do problema a ser pesquisado. A seguir faz-se um levantamento, classificação e organização desses dados, para que as questões pesquisadas fiquem mais aparentes. Logo após é realizado o reconhecimento de padrões, traços comuns ou peculiares, ou ainda características que indique relações genéricas, tendo como referência o espaço geométrico, o tempo, a cultura, valores, crenças e ideias dos entes envolvidos, e por fim, a análise.

Biembengut (2008) apresenta o mapeamento em quatro etapas: *Mapa de Identificação*, *Mapa Teórico*, *Mapa de Campo* e *Mapa de Análise*, a saber:

1.3.2.1. Mapa de Identificação

No mapa de identificação, é abordado o planejamento da pesquisa. Segundo Biembengut (2008) é realizada a identificação e o mapeamento dos dados a serem levantados, observando e refletindo como eles se relacionam e se integram, nessa etapa que emergem as questões, os pressupostos e os objetivos da pesquisa, é realizado um esboço de sua metodologia.

A identificação e o reconhecimento do que e por onde vamos pesquisar são as chaves do mapeamento. Este mapa bem produzido não apenas nos facilita a identificação das questões que pretendemos abordar, como torna relativamente fácil de interpretar a posição, a forma e a dimensão em que estão inseridos os dados, bem como possíveis conexões entre eles. (BIEMBENGUT, 2008, p. 86)

Como é mostrado neste primeiro capítulo, no Mapa de Identificação deve estar presente a introdução, a questão de pesquisa, o objetivo geral, os objetivos específicos, a abordagem e os procedimentos metodológicos da pesquisa.

1.3.2.2. Mapa Teórico

No mapa teórico é realizado um amplo estudo de pesquisas similares e recentes, que abordam o tema objeto da pesquisa. Estas pesquisas servirão para sustentar e fundamentar o trabalho, e situá-lo entre os trabalhos já desenvolvidos com o mesmo tema.

É nessa etapa que o pesquisador produzirá uma base teórica da sua pesquisa, e realizará uma revisão de literatura dos trabalhos que tratem das confluências entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas.

Segundo Biembengut (2008, p. 90), o mapa teórico “consiste em fazer a revisão na literatura disponível dos conceitos e das definições sobre tema ou a questão a ser investigada e, a seguir, das pesquisas recentes desenvolvidas.”

1.3.2.3. Mapa de Campo

No mapa de campo é apresentado os procedimentos utilizados para a realização do levantamento, organização e classificação dos dados da pesquisa. Os dados levantados poderão ser organizados em tabelas, fluxogramas, redes, diagramas, gráficos ou esquemas.

Segundo Biembengut (2008, p.101), o mapa de campo “consiste em estabelecer previamente um maior conjunto possível de meios e instrumentos para levantamento, classificação e organização dos dados ou informações que sejam pertinentes e suficientes.”

A autora classifica duas fontes para o levantamento dos dados que irá compor o mapa, fonte documental e “pessoas”. Os documentos levantados podem ser acervos, resultados de pesquisas publicadas ou não, arquivos históricos, trabalhos acadêmicos, projetos (de lei, de pesquisa, de extensão), relatórios, textos impressos ou manuscritos, objetos, vídeos, fotografias, dentre outros. As fontes desses documentos devem ser incontestáveis.

Como a pesquisa em questão, é de cunho bibliográfico, não haverá fonte “pessoas”, e sim documentos. Os dados serão coletados por meio de buscas na rede mundial de computadores, em *sites* especializados em armazenamento de trabalhos acadêmicos (teses, dissertações), como CAPES e *Google Acadêmico*.

1.3.2.4. Mapa de Análise

No mapa de análise é requerido do pesquisador percepção e compreensão da estrutura e dos fenômenos da pesquisa, a interpretação e avaliação criteriosa e a representação dos resultados.

Segundo Biembengut (2008), para fazer a análise da pesquisa é preciso uma percepção minuciosa dos diversos elementos envolvidos. É preciso saber identificar a estrutura e os traços dos elementos pesquisados, saber julgar a relevância e qual o grau dessa relevância, organizar os dados de forma que um mapa seja delineado, satisfazendo as exigências da pesquisa.

O passo agora é perceber fatos e ideias junto aos dados do *mapa de campo* organizados e classificados e, a seguir, buscar compreender como os fatos se combinam e (re)combinam, como uma ação traduzida na linguagem ou outros diferentes códigos, como as imagens são apreendidas e concebidas em outras imagens. Isto é, compreender como estes dados formam e compõem uma estrutura num determinado sistema e como diferentes formas de ações se manifestam em grupo com diferentes estruturas. (BIEMBENGUT, 2008, p. 118)

Biembengut (2008) explicita a necessidade de categorizar, criar critérios e escalas para que a análise aconteça, e de forma confiável. Biembengut (2008, p. 121) afirma que “a categoria de análise precisa expressar o conteúdo da pesquisa, refletir a própria ontologia do fenômeno estudado, revelar a realidade estudada, inspirar um método sem dualismo e ambiguidades e que nos guie em nosso método.”

Com isso, foi desenvolvido um mapeamento de pesquisas que abordassem a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas como estratégias metodológicas de ensino e aprendizagem de Matemática para estudantes da Educação Básica.

No capítulo a seguir, denominado *Mapa Teórico*, serão apresentadas as bases teóricas que sustentam essa pesquisa, a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática.

Capítulo II – Mapa Teórico

Apresentação do Capítulo

Neste segundo capítulo são apresentadas as bases teóricas que sustentam o desenvolvimento desta pesquisa. Biembengut (2008) afirma que o mapa teórico não se resume apenas ao levantamento e organização de dados, mas que ele deve proporcionar um vasto domínio sobre o conhecimento existente, a respeito da área a ser investigada. O pesquisador deve recorrer a várias fontes de pesquisas, para que possa fundamentar sua investigação e buscar outros trabalhos que discutam o tema a ser desenvolvido.

Esse mapa traz uma abordagem sobre a Modelagem Matemática (MM) e a Resolução de Problemas (RP), apresentando seus conceitos e definições. Ao final deste capítulo são apresentadas pesquisas que utilizam a MM e a RP, conjuntamente.

A utilização da MM e da RP, em sala de aula, pode desenvolver no estudante interesse pela Matemática, uma vez que essas duas tendências da Educação Matemática, por meio de situações reais do cotidiano desses estudantes, estabelecem relações entre essas situações e a Matemática que faz parte do currículo escolar, proporcionando a construção do conhecimento matemático, de forma conjunta entre o professor e o estudante.

De acordo com Biembengut (2016), a Modelagem na Educação é um método de ensino com pesquisa, que acontece no ambiente escolar, da Educação Básica à Educação Superior, em qualquer disciplina, sendo utilizado para solucionar uma situação-problema ou compreender um fenômeno, por meio de alguma teoria Matemática.

Segundo Onuchic (1999), os professores que ensinam Matemática utilizando a metodologia da RP, proporcionam a seus alunos um meio para que eles construam a sua própria compreensão dos conteúdos matemáticos, e desta forma as suas habilidades para resolver problemas são aperfeiçoadas.

2.1. Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática

Nesta seção faz-se uma abordagem sobre a Modelagem Matemática, como um método voltado para a pesquisa e para o ensino e aprendizagem de Matemática.

2.1.1. Abordagem Histórica sobre a Modelagem Matemática

A Matemática é uma ciência natural em processo contínuo de construção, e que a todo o momento tem seus conceitos sendo revistos. Como toda ciência, é aplicada em atividades do cotidiano e auxilia as pessoas na interação com o mundo do qual elas fazem parte.

O ensino da Matemática é indicado desde os primeiros anos escolares, em que a criança estabelece uma relação com a matemática desde cedo. Sobretudo, durante esse processo de aprendizagem, alguns estudantes apresentam dificuldades, e essas podem permanecer durante toda sua formação. O que corrobora para dificuldade da aprendizagem e para a construção do conhecimento matemático dos estudantes, na maioria das vezes, é a forma como a Matemática é ensinada em sala de aula.

A desassociação da matemática vista em sala de aula com a matemática presente no cotidiano, na vida real, colabora para potencializar as dificuldades dos estudantes na construção desse conhecimento, e muitas vezes, a falta de interesse em aprender a matemática.

É nesse entendimento, de aproximar a realidade dos estudantes aos conteúdos matemáticos, que alguns pesquisadores em Educação Matemática começaram a perceber a importância de contextualizar os conteúdos matemáticos por meio das várias situações-problema vivenciadas pelos estudantes, dando significado e expressando essas situações por intermédio da linguagem matemática.

Estudiosos da Educação Matemática, em suas pesquisas investigativas, identificaram a necessidade de, por meio de situações cotidianas, oferecer caminhos que auxiliem no desenvolvimento do pensamento matemático por parte dos estudantes. Com isso, pesquisadores da Educação Matemática começaram a buscar alternativas que auxiliem no ensino da Matemática e impactem diretamente na aprendizagem dos estudantes.

Das pesquisas internacionais, surge na década de 1960, a Modelagem Matemática, que segundo Biembengut e Hein (2018) “é tão antiga quanto à própria Matemática, surgindo de aplicações na rotina diária dos povos antigos” (BIEMBENGUT; HEIN, 2018, p. 8). E, conforme Biembengut e Dorow (2008), nessa mesma época, Hans Freudenthall liderava um grupo denominado IOWO⁶; assim como Bernhelm Booss e Mogens Niss coordenavam outro grupo, ambos pesquisavam sobre as aplicações matemáticas no ensino e o processo de construção de modelos. Esses movimentos internacionais acabaram incentivando pesquisadores brasileiros, a desenvolverem pesquisas e realizarem debates sobre o uso e as aplicações da modelagem na Educação Matemática.

A Modelagem Matemática na Educação brasileira tem como referência singulares pessoas, fundamentais no impulso e na consolidação da modelagem na Educação Matemática, tais como: Aristides C. Barreto, Ubiratan D’Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzeta e Eduardo Sebastiani, que iniciaram um movimento pela modelagem no final dos anos 1970 e início dos anos 1980, conquistando adeptos por todo o Brasil. (BIEMBENGUT, 2009, p. 8)

Segundo Biembengut e Hein (2018), três pesquisadores foram fundamentais para a consolidação de pesquisas em modelagem na Educação Matemática no Brasil: Aristides Camargo Barreto, professor da PUC⁷ do Rio de Janeiro, na década de 1970; Ubiratan D’Ambrosio, representante brasileiro na comunidade internacional de Educação Matemática, nas décadas de 1970 e 1980, e Rodney Carlos Bassanezi, que atuava na UNICAMP⁸ em Campinas-SP, sendo um dos maiores disseminadores da Modelagem Matemática no Brasil.

Atualmente, alguns autores desenvolvem trabalhos com Modelagem Matemática, e dentre esses podem-se destacar algumas concepções defendidas por Bassanezi (2010), Burak (1992), Biembengut (2016), Caldeira (2009), Barbosa (2004), Almeida e Dias (2004), entre outros.

A modelagem é concebida de forma diferente por cada um desses autores. A forma de idealizar as atividades e o percurso metodológico acontecem de maneira particular em cada uma dessas concepções, porém todas visam qualificar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

⁶*Instituutvoor Ontwikkeling van hetWiskunde-Onderwijs* (Instituto para o Desenvolvimento do Ensino da Matemática).

⁷ Pontifícia Universidade Católica.

⁸ Universidade Estadual de Campinas.

2.1.2. Modelagem Matemática e suas concepções

A Modelagem Matemática pode ser considerada, por alguns estudiosos, uma estratégia para o ensino e a aprendizagem de Matemática (BASSANEZI, 2010). Com o uso da modelagem é possível relacionar a Matemática com outras áreas do conhecimento, e por meio da construção do desenvolvimento do pensamento matemático realizado pelo estudante, tendo o professor como o responsável na orientação desse processo de aprendizagem, novos conhecimentos são formalizados.

A Modelagem Matemática, segundo Bassanezi (2010), objetiva transformar problemas reais, em problemas matemáticos. Alguns pesquisadores da Educação Matemática acreditam que, a aprendizagem matemática ocorre com maior facilidade quando, situações do mundo real são contextualizadas e trazidas para a linguagem matemática.

A modelagem de situações-problema envolvendo a realidade cotidiana funciona como elemento motivador para o aprendizado dos alunos. Tal efeito motivador não se reflete apenas no aprendizado da matéria, mas também revela aos alunos a interação que existe entre as diversas ciências. A Modelagem Matemática utilizada como estratégia de ensino aprendizagem é um dos caminhos a ser seguido para tornar um curso de matemática, em qualquer nível, mais atraente e agradável. Uma modelagem eficiente permite fazer previsão, tomar decisões, explicar e entender, enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças (BASSANEZI, 2010, p. 177).

Para Bassanezi (2010) a Modelagem Matemática possui diferentes abordagens, ela pode ser considerada como um método tanto voltado para pesquisa quanto como para o ensino. O autor ainda elucida que “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.” (BASSANEZI, 2010, p. 16). Ele continua afirmando que “é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências” (BASSANEZI, 2010, p. 24).

Segundo D'Ambrosio (2002, p. 11) “a modelagem matemática é matemática por excelência”. O autor afirma que as ideias centrais da matemática se dão através da procura do entendimento e explicação de fatos e fenômenos que acontecem na vida real, que ao elaborar a representação da realidade essas ideias são

desenvolvidas e organizadas intelectualmente. Nesta mesma perspectiva Burak (1992) afirma que a modelagem é constituída por um conjunto de procedimentos, que tem como objetivo a construção de um paralelo, na tentativa de explicar matematicamente os fenômenos que fazem parte do cotidiano das pessoas, para que, a partir daí, decisões possam ser tomadas. E ainda, segundo Blum e Niss (1991, p. 40) “o processo de modelagem é a prática de obter situações problema do cotidiano e relacioná-los com a Matemática”.

Almeida e Ferruzzi (2009) afirmam que a Modelagem Matemática se configura como um procedimento criativo e interpretativo, que visa estabelecer uma estrutura matemática que represente as características essenciais de objetos ou fenômenos, sendo eles matemáticos ou não.

Segundo Barbosa (2001, p. 6) “modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. Rosa, Reis e Orey (2012) corroboram com essa ideia da Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem, e que tem como proposta a utilização de uma abordagem pedagógica para obtenção de um modelo, objetivando a descrição matemática de um fenômeno da realidade, na tentativa de compreendê-lo e estudá-lo, criando hipóteses para tais fenômenos.

Malheiros (2004) define a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica que, a partir de um tema ou problema e orientados pelo professor, os estudantes irão solucioná-lo por meio do uso de conteúdos matemáticos. Nesse mesmo sentido, Biembengut e Hein (2018) conceituam a modelagem como uma estratégia de ensino e aprendizagem, que a partir de uma situação/tema são desenvolvidas questões a serem respondidas com o uso dos conteúdos matemáticos, e a partir das etapas propostas, investigações são realizadas sobre o tema proposto.

Para Gazzeta (1989), a Modelagem Matemática estabelece uma relação entre a realidade e a ação. A partir da realidade, o indivíduo codifica uma determinada informação, que acaba gerando uma ação, assim a modelagem deve ser utilizada para auxiliar na busca de um novo conhecimento matemático. Almeida e Dias (2004) afirmam que a Modelagem Matemática proporciona aos alunos oportunidades de identificar e estudar situações-problemas de sua realidade, despertando um maior

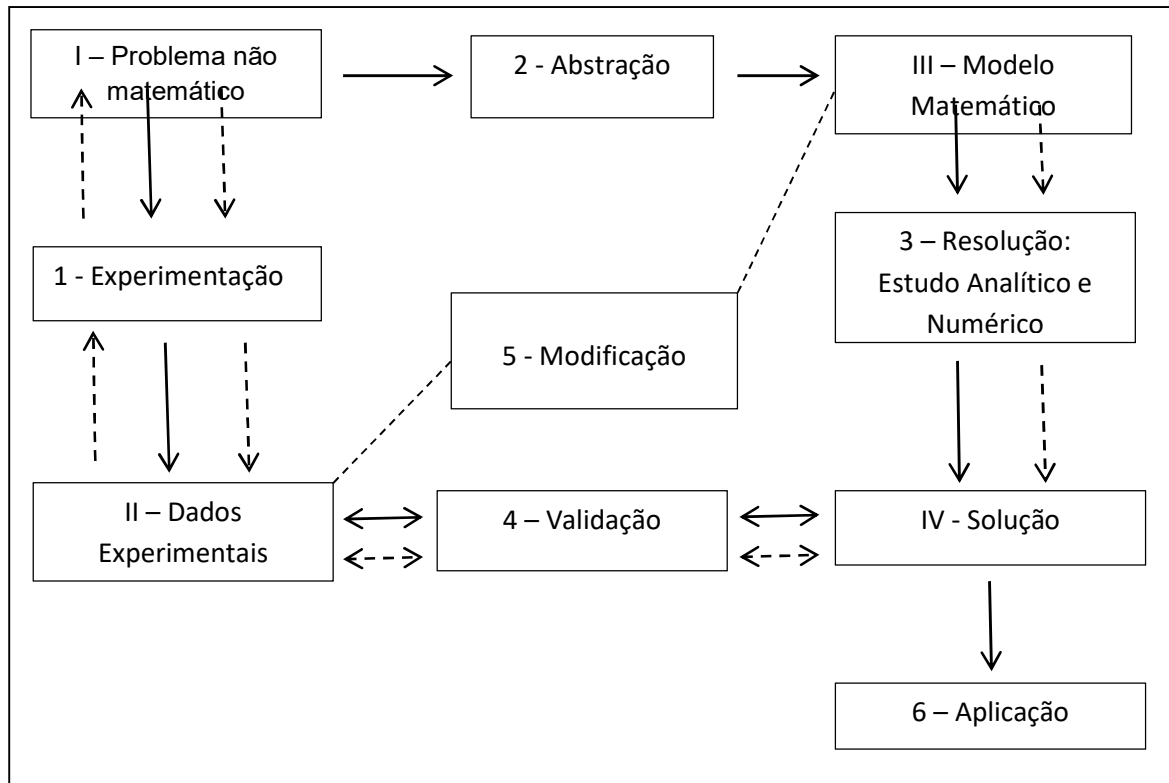
interesse e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e reflexivo desses alunos, em relação aos conteúdos matemáticos.

Para todos esses pesquisadores, o professor deve tentar estabelecer uma relação entre a realidade do estudante e a Matemática que é ensinada em sala de aula. Esses estudiosos entendem que a contextualização de situações do cotidiano auxilia no processo de ensino e aprendizagem, e que o conhecimento matemático adquirido pelo estudante, quando ele participa da construção desse conhecimento, ocorre de forma mais satisfatória. Nesse sentido, a utilização da Modelagem Matemática propicia ao estudante, a aquisição dos conteúdos matemáticos de forma mais criativa e principalmente, participativa.

Para Madruga e Biembengut (2016), a modelagem é definida como um:

[...] processo envolvido na feitura de um modelo. Modelo que pode auxiliar as pessoas a compreender dados, informações, a estimular novas ideias e a prover de uma visão estruturada e global que inclui relações abstratas de algum fenômeno, ente, ou um processo. O modelo capacita a pessoa a observar e refletir sobre fenômenos complexos, e ainda, a comunicar as ideias a outras pessoas. (MADRUGA; BIEMBENGUT, 2016, p.28).

Como indica Bassanezi (2010), a Modelagem Matemática consiste num processo que alia teoria e prática, que se dá por meio de situações do cotidiano, que ao serem transformadas em problemas matemáticos, chega-se a resultados que serão usados para validar os modelos matemáticos construídos durante o processo. Ainda diz que “A modelagem matemática de uma situação ou problema real deve seguir uma sequência de etapas” (BASSANEZI, 2010, p. 26). As etapas descritas por Bassanezi (2010) são: *Experimentação*, *Abstração*, *Resolução*, *Validação* e *Modificação*. Essa sequência pode ser vista no Mapa 2.

Mapa 2 – Etapas da Modelagem Matemática.

Fonte: Autor (2021), adaptado de Bassanezi (2002, p. 27)

Apresenta-se aqui, de forma simplificada, as etapas propostas por Bassanezi (2010, p. 26-31):

1- Experimentação

Etapa inicial do processo de modelagem, nesta fase é processada a obtenção dos dados, apresentando o objetivo da pesquisa e as variáveis que compõem o processo são levantadas.

2- Abstração

Etapa em que os modelos matemáticos, referente ao problema, são formulados, devendo satisfazer a proposta da pesquisa.

O autor enfatiza que deve ser estabelecido nessa etapa: a *Seleção das Variáveis*, a *Problematização*, a *Formulação de Hipóteses* e a *Simplificação*.

- Seleção das variáveis – nos fundamentos da pesquisa, as variáveis devem estar muito bem definidas, distinguindo as variáveis de estado das variáveis de controle que atuam no sistema.

- Problematização – deve-se formular uma questão de pesquisa de forma clara, compreensível e operacional. Essa questão é constituída de uma pergunta científica que deixe clara a relação entre as variáveis e os fatos envolvidos no fenômeno.
- Formulação de hipóteses – são as hipóteses que direcionam a pesquisa e permitem que o pesquisador sugira as teorias que serão testadas no desenvolvimento da pesquisa.
- Simplificação – o pesquisador deve desconsiderar informações, hipóteses levantadas inicialmente, e que não seja relevante nessa etapa da pesquisa, de maneira que torne o problema matemático tratável.

3- Resolução

Nesta etapa ocorre o surgimento do modelo, isso acontece quando a linguagem das hipóteses é substituída pela linguagem matemática, e ela deve satisfazer o problema que deu início ao processo de modelagem.

4- Validação

É nesta etapa que é verificada a aceitação ou não do modelo proposto. O modelo juntamente com as hipóteses levantadas, devem ser analisados e validados, ou não, na resolução do problema.

5- Modificação

Esta etapa acontece, caso o modelo proposto não seja validado. Então esse modelo é reformulado, novas informações aparecem e o modelo é reajustado. Caso seja necessário, é realizada uma nova feitura do modelo.

Segundo Bassanezi (2010, p. 31), “o aprofundamento da teoria implica na reformulação dos modelos. Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado, [...] um bom modelo é aquele que propicia a formulação de novos modelos”.

A Modelagem Matemática como um meio para favorecer o ensino e a aprendizagem de Matemática possibilita a abordagem de situações do cotidiano e dos conteúdos matemáticos.

Bonotto (2017) em sua tese de doutorado defende que o professor necessita vivenciar todo o processo de Modelagem Matemática, tendo que aprender a fazer

modelagem, e a partir desse entendimento adaptá-lo para realizá-lo em sala de aula, com o objetivo de construir novos conhecimentos matemáticos, ou seja, aplicar a Modelagem Matemática ao ensino. Essa maneira de compreender a modelagem por meio de sua inserção em sala de aula, é denominada por Biembengut (2016) como Modelagem na Educação, será apresentada no próximo item desse capítulo.

2.1.3. Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática

Nessa subseção será abordada a concepção defendida por Biembengut (2016) para a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática. A autora entende a modelagem tanto como método de pesquisa, quanto como método de ensino, e a considera como uma forma de aprimoramento no ensino e na aprendizagem de Matemática e outras áreas de conhecimento, além de pontuar que esse método provoca uma interação entre professores e estudantes, necessária para construção do conhecimento.

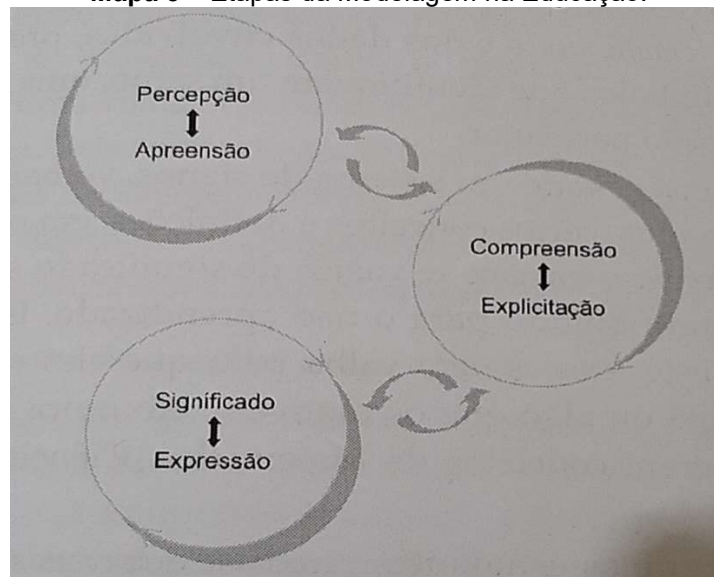
Biembengut (2016) apresenta uma concepção mais voltada para a utilização da modelagem na Educação Básica, onde denomina de Modelagem na Educação – Modelação.

A Modelação é um método de ensino com pesquisa nos limites e espaços escolares, em qualquer disciplina e fase de escolaridade: dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental aos Finais do Ensino Superior e, ainda, em Cursos de formação continuada ou disciplina de pós-graduação. (BIEMBENGUT, 2016, p. 177)

A Modelagem na Educação proposta por Biembengut (2016) tem como objetivo a promoção do conhecimento ao estudante, e ensiná-lo a realizar pesquisa no ambiente escolar, em qualquer período de escolaridade.

Conforme Biembengut (2016), a Modelagem na Educação é apresentada em três etapas: percepção e apreensão; compreensão e explicitação; e significação e expressão (como pode-se observar no Mapa 3). Essas etapas abrangem o ensino dos conteúdos matemáticos presentes no currículo escolar, e também o ensino do processo de pesquisa.

Mapa 3 – Etapas da Modelagem na Educação.



Fonte: Biembengut (2016, p. 191).

1º etapa: Percepção e Apreensão

Nesta etapa ocorre a escolha do tema/assunto, seja por parte dos estudantes, ou por sugestão do professor. Considera-se necessário que o estudante comece a perceber o tema, apreendendo-o. É indicado que seja realizada uma contextualização que provoque o interesse e o entendimento a respeito do objeto que será pesquisado. Conforme Biembengut (2016), “é o momento de motivá-los a expressar suas percepções sobre o tema e as diferentes linguagens inseridas” (BIEMBENGUT, 2016, p. 192).

Ainda segundo a autora, é necessário a presença de um sistema de signos, verbais e escritos adequados, ou então os conceitos e definições matemática não irão ter nenhum tipo de significado para o estudante, e dessa forma não irá contribuir para o aprendizado. O tema/assunto objeto da pesquisa deverá proporcionar aos estudantes, a elaboração de um modelo e nesse processo são abordados os conteúdos matemáticos.

Biembengut (2016) apresenta quatro subetapas nesse momento do processo, para que os estudantes possam ter uma melhor compreensão e entendimento a respeito dos dados que compõem o tema/assunto pesquisado, são elas: *Explicar sobre o tema/assunto, Levantar questões e/ou sugestões, Selecionar questões para desenvolver o conteúdo, Levantar dados.*

Mapa 4 – Subetapas da Percepção e Apreensão.

I – Explicar sobre o tema/assunto	II – Levantar questões e/ou sugestões	III – Selecionar questões para desenvolver o conteúdo	IV – Levantar dados
No início da aula é realizada uma breve explanação sobre o tema/assunto, envolvendo os estudantes no contexto do tema.	Os estudantes são instigados a levantar questionamentos, com o intuito de aguçar as suas percepções sobre o tema abordado.	Escolhe-se algumas entre as questões levantadas pelos estudantes, para que seja desenvolvido o conteúdo que se pretende ensinar.	Os dados já podem ser levados pelo professor, ou pode ser solicitado aos estudantes que levantem os dados por meio de bibliografia e/ou entrevista com especialista, ou pode-se planejar uma aula para que os estudantes realizem o levantamento de dados na biblioteca da escola ou na <i>internet</i> no laboratório da escola.

Fonte: Biembengut (2016).

Biembengut (2016) defende que nessa etapa os estudantes obtenham dados e informações a respeito do tema/assunto, se envolvam e mantenham-se motivados no processo.

2ª etapa: Compreensão e Explicitação

Nesta etapa o estudante deve identificar elementos do tema/assunto, e é ensinado conhecimentos que fazem parte do currículo escolar, que eles ainda não conhecem, com base nos conhecimentos que eles já possuem. Deve-se ter um entendimento da situação-problema, e orientá-los na interpretação dos dados presentes no contexto do problema.

Biembengut (2016) descreve as seguintes subetapas que compõem essa etapa: *levantar hipóteses ou pressupostos* que, segundo a autora, consiste em instigar o estudante a levantar as hipóteses a respeito do tema/assunto; *expressar os dados*, o pesquisador juntamente com os estudantes expressam os dados da pesquisa por meio de uma linguagem matemática, para que possa suscitar o conteúdo curricular que contribuirá para testar as hipóteses levantadas; *desenvolver o conteúdo*, nesse momento é trazido os conceitos, definições, propriedades a respeito do conteúdo gerado pelo tema/assunto que é objeto da pesquisa; *exemplificar*, são trazidos exemplos análogos para que os estudantes possam compreender os entes envolvidos no processo; *formular*, momento onde os estudantes criam um modelo.

Conforme Biembengut (2016) espera-se que, ao encerrar essa etapa, os estudantes tenham conhecimento do conteúdo curricular que faz parte do processo, e mais do que isso, que tenham desenvolvido habilidades para aplicá-lo em outras situações.

3ª etapa: Significação e Expressão

Esse é o momento onde o modelo será avaliado e será verificada a sua validade. Mas, muito além de validar o modelo, o mais importante é verificar a aprendizagem dos estudantes acerca dos conteúdos curriculares envolvidos no processo e também o que foi apreendido dele.

Conforme Biembengut (2016, p. 204-205) faz-se necessário os estudantes reunirem-se em grupos para que seja feita a validação do modelo e após cada grupo explique sobre os resultados obtidos. A autora orienta que, para a realização dessa etapa, sejam realizadas as seguintes subetapas: *resolver a(s) questão(ões), interpretar e avaliar, e validar e expressar*.

Mapa 5 – Subetapas da Significação e Expressão.

Resolver a(s) questão(ões)	Interpretar e avaliar	Validar e expressar
Os estudantes utilizam os conceitos matemáticos para resolver as questões levantadas, a partir do modelo apresentado na etapa anterior.	É proposto aos estudantes que interpretem as soluções obtidas do modelo apresentado na etapa anterior, e avaliar a validade destas soluções mediante o resultado matemático obtido.	Os estudantes são estimulados a verificar se o modelo apresentado tem validade para a sua utilização em situações fora do contexto escolar e os auxilia no reconhecimento de outros conteúdos aprendidos.

Fonte: Biembengut (2016).

Conforme Biembengut (2016), a Modelagem na Educação exige do professor tempo e disposição, pois além de ensinar os conteúdos curriculares, ele orienta os estudantes nos caminhos do fazer pesquisa. Segundo a autora, “ensinar o conteúdo e modelar – propicia aos estudantes, além de melhor compreensão dos conteúdos programáticos tratados, um primeiro caminho à pesquisa” (BIEMBENGUT, 2016, p. 209).

Sendo assim, acredita-se que a modelagem pode apresentar-se como uma estratégia metodológica para o ensino e a aprendizagem de Matemática, inserida no currículo escolar, desde a Educação Básica até o Ensino Superior. E com isso, esta pesquisa busca mapear trabalhos produzidos no Brasil, que utilizaram a modelagem com esse objetivo.

Da mesma forma, a metodologia de Resolução de Problemas apresenta-se como um campo da Educação Matemática onde o conhecimento é (re)construído durante o processo de ensino e aprendizagem, tendo o professor como orientador e o estudante como o responsável pela (re)construção desse conhecimento. Tanto a Modelagem Matemática quanto a Resolução de Problemas, desenvolvem no estudante a capacidade de investigar, levantar hipóteses, raciocinar e desenvolver o seu senso crítico e reflexivo, e para que isso aconteça o professor deve entender o mundo no qual seus estudantes estão inseridos.

2.2. Resolução de Problemas na perspectiva da Educação Matemática

Nesta seção apresenta-se a Resolução de Problemas e algumas de suas concepções, bem como a sua utilização como metodologia para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

2.2.1. Abordagem histórica da Resolução de Problemas

A Resolução de Problemas começou a ser pesquisada como uma abordagem metodológica na primeira metade do século XX, devido a implantação de teorias de aprendizagem na pedagogia.

Conforme Morais e Onuchic (2014), as teorias pedagógicas, na passagem do século XIX para o século XX, eram orientadas pela Teoria da Disciplina Mental (TDM), desenvolvida pelo psicólogo alemão Christian Wolff, em 1740.

Essa teoria entendia a mente humana como uma detalhada hierarquia, isto é, uma coleção de faculdades ou capacidades, a saber: percepção, memória, intuição ou razão, imaginação e compreensão. Treinando uma faculdade, acreditava-se que ocorria uma transferência geral da mente para todas as outras e, assim, o ensino se ocupava mais em desenvolver essas faculdades do que com os conteúdos que seriam ensinados. (MORAIS; ONUCHIC, 2014, p.18-19)

Ainda segundo Morais e Onuchic (2014), Edward Lee Thorndike e Robert Sessions Woodworth, em 1902, publicaram um artigo intitulado “A influência da melhoria em uma função mental sobre a eficiência de outra função”⁹, no qual contradiziam a TDM, levando alguns matemáticos e psicólogos a questionarem a

⁹*The influence of improvement in one mental function up on the efficiency of the other function.*

legitimidade da pesquisa de Wolff e sua aceitação. Alguns anos após a publicação desse artigo, Thorndike e Woodworth, desenvolveram uma nova teoria psicológica conhecida como Conexionismo.

De acordo com essa teoria, toda aprendizagem consiste de adição, eliminação e de organização de conexões. Essas conexões são formadas, ou quebradas, ou organizadas, entre situações e respostas. (BROWNELLI, 1944 apud MORAIS; ONUCHIC, 2014, p.19).

Morais e Onuchic (2014, p.19) explicam que “o processo de ensino nessa teoria compreende os seguintes passos: 1. lei do efeito; 2. lei da prontidão ou da maturidade específica; 3. lei do exercício ou repetição.

Apoiado nessa nova teoria, Thorndike escreveu o livro ‘*Os Novos Métodos na Aritmética*’¹⁰, em 1921, onde a resolução de problemas era considerada um elemento importante para a aprendizagem. O autor dedicou um capítulo da obra para abordar a resolução de problemas: ‘*Capítulo 7 – Resolução de Problemas*’, onde é apresentada uma técnica para resolução de problemas.

1) Se você sabe ao certo como resolver o problema, então siga em frente e resolva; 2) se você não enxerga uma forma de resolver o problema, considere a questão, os dados e a sua utilização e faça as seguintes perguntas a você mesmo: Qual pergunta é feita? O que eu faço para descobri-la? Como devo usar esses dados? O que eu devo fazer com esses números, e com o que eu conheço sobre eles?; 3) Planejar o que você irá fazer, e porquê, e organizar seu trabalho de modo que você saiba o que você fez; 4) Cheque as respostas obtidas para ver se valem e se o raciocínio feito está de acordo com o que solicitou o [enunciado do] problema. (Thorndike, 1921, p. 138-9, tradução nossa). (MORAIS; ONUCHIC, 2014, p.21)

Conforme Moraes e Onuchic (2014), o ensino baseado na ‘*teoria conexionista*’, recebeu diversas críticas, pois levava os professores a influenciarem os alunos na solução dos problemas, levando-os à repetição para encontrar a resposta da forma desejada. Com isso, a partir da segunda metade da década de 1930 até o final da década de 1940, nos Estados Unidos, surgiu uma nova corrente sustentada pela ‘*teoria significativa*’, na qual a ênfase estava nos processos de aprendizagem e não apenas no resultado final. A partir desses debates foi sendo constituída a Resolução de Problemas como teoria, tendo George Polya o seu precursor, apresentando-a no livro ‘*Howto solve it: a new aspecto of mathematical method*’, que teve sua primeira

¹⁰The New Methods in Arithmetic.

publicação em 1945. No Brasil, o livro ficou conhecido como ‘*A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*’.

Segundo Polya (2006, p. 4), “o professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve inculcar em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar”. O autor ainda afirma que, a resolução de problemas é uma habilidade adquirida pela prática, que ao resolver problemas deve-se observar e imitar o que os outros fazem, e que o aprendizado para resolver problemas se adquire, resolvendo-os.

Conforme Polya (2006), a resolução de problemas inclui quatro fases: 1) *Compreensão do Problema*; 2) *Estabelecimento de um Plano*; 3) *Execução do Plano* e 4) *Retrospecto*.

1) **Compreensão do Problema** – o aluno deve entender o problema e desejar resolvê-lo. O problema antes de ser resolvido, precisa ser compreendido.

2) **Estabelecimento de um Plano** – Deve ser estimulado no aluno ideias para que seja traçado um plano que auxilie na resolução do problema. Essas ideias provêm do conhecimento matemático já adquirido, e de problemas que sejam análogos ao problema que precisa ser resolvido.

3) **Execução do Plano** – se o aluno for o construtor dos passos estabelecidos do plano, com os conhecimentos que possui, a execução do plano será mais fácil.

4) **Retrospecto** – neste momento o aluno revisa todos os passos realizados até a obtenção do resultado final do problema, os caminhos percorridos durante o processo de resolução, e assim consolidam os conhecimentos desenvolvidos e aperfeiçoam suas habilidades para resolver problemas.

Conforme Morais e Onuchic (2014), no ano de 1980 o ‘*Conselho Nacional de Professores de Matemática*’ (NCTM¹¹), publicou o documento ‘*Uma Agenda para Ação – Recomendações para a Matemática Escolar para a década de 1980*’ que trazia como proposta a Resolução de Problemas como foco no ensino de Matemática nessa década, principalmente nos Estados Unidos. Em 1989, o NCTM publicou o livro ‘*Nova Direções para a Matemática da Escola Elementar*’ que trazia

¹¹ NCTM é uma sigla em inglês, que significa *National Council of Teachers of Mathematics*.

um capítulo intitulado '*Desenvolvendo a Compreensão na Matemática via Resolução de Problemas*' contendo muito material que poderia ajudar os professores em sala de aula, na condução do ensino da Matemática por meio da Resolução de Problemas. No ano de 1991, o NCTM lançou os '*Padrões Profissionais para o ensino de Matemática*'; em 1995, foi publicado '*Padrões de Avaliação para a Matemática Escolar*', e no ano 2000, os '*Princípios e Padrões para a Matemática Escolar (2000)*', conhecido como *Standards 2000* (Padrões 2000).

A partir dos *Standards 2000*, muitas discussões e pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de Matemática, por meio da Resolução de Problemas, começaram a ser desenvolvidas. Atualmente, a Resolução de Problemas vem ocupando espaços cada vez maiores nos currículos escolares, graças aos esforços de muitos educadores matemáticos, pesquisadores e grupos de pesquisa especializados nessa metodologia.

2.2.2. Resolução de Problemas e suas concepções

Com os diversos estudos na área de Educação Matemática, vários pesquisadores passaram a investigar sobre a Resolução de Problemas, e adotá-la como abordagem metodológica. Com isso, pode-se encontrar diferentes definições para o termo problema. Schoenfeld (1985) entende que:

A dificuldade em se definir o termo *problema* é que, resolver problema é relativo. A mesma tarefa que requer esforços significativos de alguns estudantes pode muito bem ser exercícios rotineiros para outros. Portanto, um problema não é uma propriedade inerente de uma tarefa matemática. Antes, é uma relação particular entre o indivíduo e a tarefa que faz da tarefa um problema para ele. (SCHOENFELD, 1985, p. 74).

Para Stanic e Kilpatrick (1989), os problemas sempre ocuparam os currículos desde a antiguidade, mas recentemente, com o surgimento de educadores matemáticos interessados em pesquisas voltadas para a Resolução de Problemas, viu-se que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia uma atenção especial.

Chi e Glaser (1992, p. 251) entendem que "um problema é uma situação na qual você está tentando alcançar algum objetivo e deve encontrar um meio para se chegar lá". Os autores ainda afirmam que a compreensão que o indivíduo tem do problema é que determina a forma como sua solução será representada.

Para Mayer (1985, p. 123), “um problema ocorre quando vocês são confrontados com uma dada situação – vamos chamar de estado meta – mas não há um caminho óbvio para conseguir essa meta”.

Conforme Lopes et al (2005), o problema deve despertar a curiosidade do indivíduo, provocando tensão no momento em que o plano para resolução estiver sendo buscado e fazer com que esse indivíduo sinta alegria com a descoberta da solução. Para ele, “um problema é matemático quando envolve o conhecimento de conceitos, técnicas e algoritmos matemáticos para a sua resolução”. (LOPES et al, 2005, p. 9)

Segundo Dante (1991), qualquer situação em que os indivíduos necessitem pensar para resolvê-la, é denominada problema. E ainda, quando essa situação exige conhecimentos matemáticos para solucioná-la, denomina-se problema matemático.

E tem-se ainda Onuchic (1999), que define o problema como tudo que não se sabe fazer, mas que se demonstra interesse para resolver.

Com todas as discussões acerca da Resolução de Problemas na Educação Matemática, esses pesquisadores concordam com a necessidade de uma maior participação dos estudantes durante todo processo de resolução dos problemas. Tem-se discutido a importância da Resolução de Problemas no processo da construção do conhecimento matemático, como uma estratégia metodológica que pode contribuir para o desempenho do estudante, de forma que este aja como coautor nesse processo de ensino e aprendizagem e o professor assuma um papel de mediador, durante todo o processo de construção do conhecimento. Para Onuchic (1999), a comunidade da Educação Matemática de todo o mundo tem dedicado uma atenção especial à Resolução de Problemas, por esta constituir uma metodologia de trabalho.

Van de Walle (2009) defende que:

[...] os estudantes devem resolver problemas não para aplicar matemática, mas para aprender nova matemática. Quando os alunos se ocupam de tarefas bem escolhidas baseadas na resolução de problemas e se concentram nos métodos de resolução, o que resulta são novas compreensões da matemática embutida na tarefa. (VAN DE WALLE, 2009, p. 57).

Segundo Schroeder e Lester (1989), a Resolução de Problemas é abordada sob três perspectivas:

1. *Ensinar sobre resolução de problemas*: refere-se sobre como resolver problema, baseado no modelo de Polya (2006) que traz os passos a serem seguidos, para que o indivíduo se torne um bom resolvidor de problemas.
2. *Ensinar para resolver problemas*: nessa perspectiva o foco é no conteúdo matemático e o seu uso na resolução do problema. O professor deve ensinar a matemática que será utilizada no processo de resolução do problema, ensinar de forma que ela possa ser aplicada no momento da resolução.
3. *Ensinar através da resolução de problemas*: a Resolução de Problemas é utilizada como uma metodologia para o ensino e aprendizagem do estudante. Através da Resolução de Problemas, o professor leva o estudante à construção de um novo conhecimento matemático, agindo como mediador, na medida que o aluno é o responsável pela produção desse novo conhecimento.

Segundo Stanic e Kilpatrick (1989), três temas caracterizam o uso da resolução de problemas no currículo escolar:

1. *Resolução de problemas como contexto*: possui cinco subtemas, sendo eles: *resolução de problemas como justificção*, *resolução de problemas como motivação*, *resolução de problemas como atividade lúdica*, *resolução de problemas como veículo* e *resolução de problemas como prática*.
2. *Resolução de problemas como habilidade*: a resolução de problemas é vista como uma das várias habilidades a serem desenvolvidas no currículo escolar. Quando essa habilidade é desenvolvida, os alunos conseguem resolver, de forma eficaz, problemas rotineiros, e dessa forma eles desenvolvem novas habilidades para resolver problemas considerados não rotineiros.
3. *Resolução de problemas como arte*: sugere que os alunos compreendam melhor a matemática a partir do conhecimento de como ela foi criada, que eles levantem suas próprias suposições a respeito dela, e a partir do entendimento, desenvolvam um gosto pela matemática.

Mendoza (2009), com base nas concepções de Polya a respeito da Resolução de Problemas, desenvolveu a Atividade de Situações Problema (ASP), que é uma estratégia de ensino formada por um sistema de quatro ações para resolver situações problemas, em que o aluno melhora o seu aprendizado, resolvendo problemas. Para o autor, em cada ação existem operações para que essas ações sejam realizadas. A execução dessas ações acontece com o professor mediando durante seu desenvolvimento e os estudantes operacionalizando cada uma dessas ações. As ações compostas na ASP são mostradas a seguir, no Mapa 6.

Mapa 6 – Atividade de Situações Problema.

Ações	Operações
I – Compreender o problema	a) Ler o problema e extrair todos os elementos desconhecidos. b) Estudar e compreender os elementos desconhecidos c) Determinar os dados e suas condições. d) Determinar os objetivos do problema.
II – Construir o modelo matemático	a) Determinar as variáveis e incógnitas. b) Nomear as variáveis e incógnitas com suas unidades de medidas. c) Construir o modelo matemático a partir das variáveis e incógnitas e condições. d) Realizar a análise das unidades de medida do modelo matemático.
III – Solucionar o modelo matemático	a) Selecionar os métodos matemáticos para solucionar o modelo matemático. b) Solucionar o modelo matemático
IV – Interpretar a solução	a) Interpretar o resultado obtido na solução do modelo matemático. b) Extrair os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema. c) Dar resposta aos objetivos do problema. d) Realizar um informe baseado nos objetivos do problema. e) Analisar a partir de novos dados e condições que tenham relação direta ou não com os objetivos do problema, a possibilidade de reformular o problema, construir novamente o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução.

Fonte: Mendoza (2009, p. 83-84).

Conforme Mendoza e Delgado (2013), a ASP objetiva resolver problemas num contexto de ensino e aprendizagem, em que o professor, o aluno e a situação problema interagem, através da utilização da Resolução de Problemas como metodologia de ensino.

Para Onuchic e Allevato (2014), a construção do conhecimento, em grande parte, deve ser de responsabilidade do próprio estudante, sendo ele o protagonista

em seu processo de aprendizagem. Os professores serão os mediadores do processo de ensino e devem fornecer meios diversos aos estudantes, respeitando as suas particularidades, em relação aos seus diferentes estilos de aprendizagem. É com esse entendimento que foi desenvolvida a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em que é sugerido um roteiro, e uma abordagem metodológica, a serem utilizados pelos professores em sala de aula. Essa metodologia defendida por Onuchic e Allevato (2014) será apresentada no próximo item deste capítulo.

2.2.3. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problema.

Onuchic e Allevato (2014) evidenciam que os *Standards 2000* apresentam a Resolução de Problemas como um dos cinco Padrões de Procedimentos para a Matemática Escolar, considerando-a como um procedimento, e indicando que o ensino da Matemática aconteça através da resolução de problemas. Os documentos que constituem os *Standards 2000* consideram que o ideal é que o ensino e aprendizagem aconteçam de maneira integrada na sala de aula, e adotou-se a expressão ensino-aprendizagem. As autoras evidenciam que o conceito de avaliação também passou a ser repensado, sendo indicada a necessidade de adotar princípios de avaliação contínua e formativa, com uma atenção mais voltada para o desenvolvimento dos processos, do que para os resultados alcançados por esses processos.

Nesse sentido, Onuchic e Allevato (2014) passaram a empregar a expressão ensino-aprendizagem-avaliação.

A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador. Desse modo, nessa Metodologia, a avaliação é realizada durante a resolução de problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014, p. 43).

Segundo Onuchic e Allevato (2011), nesse processo de ensino-aprendizagem-avaliação, o estudante participa de forma ativa no processo de aprendizagem enquanto o professor atua como mediador, e os dois, conjuntamente, atuam no processo avaliativo. O estudante deve desenvolver seus próprios métodos

para a resolução dos problemas e as soluções obtidas durante todo processo, com o intuito de construir seu conhecimento.

Nessa metodologia, tanto o professor quanto os estudantes, precisam ter comprometimento e estarem engajados no processo de construção do conhecimento. O problema é considerado o ponto de partida para a construção de novos conceitos e conteúdos matemáticos.

O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir (ONUChic; ALLEVATO, 2011, p. 82).

As autoras salientam que, uma atividade só será constituída como um problema, quando o professor não prescreve métodos para que o estudante obtenha uma solução. Se o resolvidor já conhece métodos, ou não lhe é provocado interesse para resolução, essa situação não será, para ele, um problema.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é defendida e estruturada por Onuchic e Allevato (2014) em dez etapas: (1) *proposição do problema*, (2) *leitura individual*, (3) *leitura em grupo*, (4) *resolução do problema*, (5) *observar e incentivar*, (6) *registro das resoluções na lousa*, (7) *plenária*, (8) *busca do consenso*, (9) *formalização do conteúdo* e (10) *proposição e resolução de novos problemas*. Conforme apresenta-se no Mapa 7.

Mapa 7 – Etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

(1) Proposição do problema	O professor seleciona ou elabora um problema e propõe aos alunos, ou aceita um problema sugerido pelos alunos. Esse problema, chamado de problema gerador, tem a finalidade de gerar um novo conteúdo.
(2) Leitura individual	Após receber o problema, impresso, cada aluno faz a leitura do problema. Com isso, o aluno tem a possibilidade de refletir e desenvolver sua própria compreensão a respeito do problema proposto.
(3) Leitura em grupo	Após a leitura individual, são formados pequenos grupos onde os alunos fazem, novamente, a leitura do problema e discutem a respeito dele. Durante a discussão do grupo, caso seja necessário, o professor auxilia na compreensão do problema, e possíveis questionamentos que possam surgir.
(4) Resolução do problema	Os alunos, nos grupos, tentam resolver o problema proposto, e durante essa resolução novos conhecimentos são construídos

	a respeito do conteúdo matemático pretendido pelo professor. Nesse momento, para resolução, os alunos precisarão utilizar a linguagem matemática.
(5) Observar e incentivar	O professor observa o trabalho desenvolvido pelos estudantes, e os incentiva a utilizar seus conhecimentos e técnicas que já possuem, e trocarem informações. No caso de haver dificuldades durante a resolução, o professor os auxilia, porém sem fornecer a resposta para a solução do problema.
(6) Registro das resoluções na lousa	Cada grupo escolhe um representante para realizar o registro de suas soluções na lousa. Não será levado em consideração se as respostas estão corretas ou erradas, e será apresentado aos outros grupos as diferentes ideias utilizadas por cada um, para alcançar a resolução do problema.
(7) Plenária	Após as diversas soluções serem apresentadas, o professor estimula os alunos a compartilhar as ideias utilizadas, defender seus pontos de vista e discutir as diferentes soluções.
(8) Busca do consenso	Professor e alunos tentam entrar em consenso a respeito da solução correta pra o problema. Nesse momento a leitura e a escrita da matemática são aperfeiçoadas, e o conhecimento acerca do conteúdo pretendido, é construído.
(9) Formalização do conteúdo	O professor faz o registro na lousa, de forma organizada e estruturada em linguagem matemática, dos conceitos e procedimentos aprendidos através da resolução do problema, e apresenta as definições e propriedades do conteúdo matemático pretendido com o problema proposto.
(10)Proposição e resolução de novos problemas	Através de novos problemas, que tenham relação com o problema gerador, o professor pode analisar a compreensão dos alunos a respeito do conteúdo matemático introduzido e formalizado na aula.

Fonte: Onuchic e Allevato (2014)

Para Allevato (2005), na abordagem da Resolução de Problemas, os estudantes aprendem a resolver problemas; aprendem Matemática para resolver novos problemas; e através da resolução de problemas; aprendem Matemática. Conforme Onuchic e Allevato (2011), nessa metodologia os problemas são apresentados aos alunos antes dos conteúdos matemáticos necessários à sua resolução. Dessa forma, o processo de ensino-aprendizagem inicia-se com um problema gerador, e técnicas devem ser desenvolvidas pelos alunos para alcançar uma resposta para o problema proposto.

Com a utilização dessa metodologia de ensino, é proporcionado aos alunos o desenvolvimento e a compreensão do seu conhecimento em Matemática, e os conceitos e habilidades são aprendidos através da resolução de problemas.

No campo da Educação Matemática, tanto a Resolução de Problemas quanto a Modelagem Matemática são objetos de estudo de vários pesquisadores, e a importância dessas duas tendências no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes tem gerado diversas pesquisas acadêmicas. Com isso, na próxima seção desse capítulo, realizou-se um mapeamento das pesquisas que apresentam a

MM e a RP, conjuntamente, como pressupostos teóricos utilizados em suas construções, e dessa forma reconhecer aquelas que possuem proximidade com o tema desta dissertação.

2.3. Mapeamento de Pesquisas Correlatas

Nesta seção são apresentadas pesquisas correlatas, que se referem às teses e dissertações, coletadas por meio de buscas no Portal de Periódicos e Catálogos de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES¹²) e na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD¹³). Utilizou-se a BDTD como base para buscas, uma vez que o número de trabalhos encontrados no Portal da CAPES foi de apenas seis pesquisas.

Esse mapeamento - revisão de literatura – foi realizado para que se verificasse a existência de pesquisas que abordem a mesma temática, ou similaridades, com a pesquisa desenvolvida nesta dissertação¹⁴.

Foram realizadas buscas com as palavras-chave: “*Modelagem na Educação e Resolução de Problemas*”, “*Modelagem Matemática e Resolução de Problemas*”, “*Resolução de Problemas e Modelagem na Educação*” e “*Resolução de Problemas e Modelagem Matemática*” nos dois portais citados. As buscas foram realizadas com as palavras-chave exatas e entre aspas, para que pudessem ser localizadas somente as pesquisas que apresentassem em suas bases teóricas, as duas tendências da Educação Matemática, as quais são foco deste estudo, conjuntamente.

Após realizar as buscas no Portal CAPES, com as palavras-chave pretendidas, obtiveram-se os seguintes resultados: “*Modelagem na Educação e Resolução de Problemas*” nenhuma pesquisa foi encontrada; “*Modelagem Matemática e Resolução de Problemas*” foram encontradas duas dissertações; “*Resolução de Problemas e Modelagem na Educação*” nenhuma pesquisa foi encontrada; e “*Resolução de Problemas e Modelagem Matemática*” foram encontradas quatro dissertações.

¹² Disponível em: <http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>.

¹³ Disponível em: <http://bdt.d.ibict.br/vufind/>.

¹⁴ Optou-se por buscar apenas teses e dissertações, por entender que são trabalhos mais completos e que possibilitam um melhor estabelecimento de relações, existentes ou não, entre as pesquisas mapeadas e esta dissertação.

As mesmas buscas foram realizadas no Portal BDTD e foram alcançados os seguintes resultados: “*Modelagem na Educação e Resolução de Problemas*” nenhuma pesquisa foi encontrada; “*Modelagem Matemática e Resolução de Problemas*” foram encontradas três dissertações; “*Resolução de Problemas e Modelagem na Educação*” nenhuma pesquisa foi encontrada; e “*Resolução de Problemas e Modelagem Matemática*” foram encontradas quatro dissertações e uma tese.

No Mapa 8 apresentam-se os dados obtidos com as buscas realizadas nos portais utilizados para tal.

Mapa 8 – Quantidade de pesquisas obtidas através de buscas realizadas no Portal da CAPES e da BDTD.

PALAVRA-CHAVE	CAPES	BDTD
<i>Modelagem na Educação e Resolução de Problemas</i>	0	0
<i>Modelagem Matemática e Resolução de Problemas</i>	2	3
<i>Resolução de Problemas e Modelagem na Educação</i>	0	0
<i>Resolução de Problemas e Modelagem Matemática</i>	4	5
Total	6	8

Fonte: O autor (2021).

Após as buscas foram obtidas 14 pesquisas. No entanto, após verificação, constatou-se que dois trabalhos constavam nos resultados das buscas, tanto no Portal CAPES quanto no Portal BDTD, o que reduziu a um total de 12 pesquisas. Dentre essas, três não puderam ser selecionadas, pois não apresentavam o texto completo, somente o resumo, impossibilitando que fosse realizada uma análise a respeito do trabalho desenvolvido, e conseqüentemente, o estabelecimento de qualquer tipo de relação com esta dissertação.

Portanto, restaram nove pesquisas que são apresentadas no Mapa 9, a seguir.

Mapa 9 – Resultado das pesquisas obtidas nos Portais CAPES e BDTD.

Pesquisa	Título	Autor	Ano
P1	Professores de Matemática e os saberes mobilizados em sala de aula: um estudo de caso.	Lucia Inês Battalini	2008
P2	Ensino de Matemática através da robótica: movimento do braço mecânico.	Rafael Nink de Carvalho	2013
P3	Aprendizagem de funções por meio da Modelagem Matemática: um estudo do comportamento de um composto químico.	Felipe Augusto Martinazzo Fontes	2014
P4	A Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática e desenvolvimento de habilidades matemáticas em alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.	Katia Cristina Zequim	2014

P5	Resolução de Problemas e Modelagem Matemática: uma experiência na formação inicial de professores de Física e Matemática.	Ronêro Márcio Cordeiro Domingos	2016
P6	O ensino de Matemática com auxílio de aplicações práticas de conteúdos.	Denis dos Santos Aquino	2016
P7	Teoria dos Grafos no Ensino Médio: aplicações em problemas de trânsito.	João Paulo Gonçalves Della Torre	2018
P8	O uso da Modelagem Matemática no ensino de funções: uma abordagem dinâmica e variacional.	Ronaldo Ramunno	2019
P9	Um estudo sobre Resolução de Problemas e Modelagem Matemática.	Mauro Fernandes Neves Gonzaga	2019

Fonte: O autor (2021).

Após a seleção das nove pesquisas, realizou-se a leitura dos resumos de cada uma delas, com o intuito de identificar aquelas que possuíam semelhança ou alguma aproximação com essa dissertação.

Verificou-se que:

- A pesquisa P1 objetivou analisar e observar as práticas didáticas de dois professores em sala de aula. Não foi realizado nenhum estudo sobre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, no que diz respeito ao seu uso como meios para o ensino e a aprendizagem de Matemática.
- A pesquisa P2 trouxe uma abordagem a respeito do uso da Modelagem Matemática e das Tecnologias Educacionais. Apresentou-se o conceito da Resolução de Problemas, mas os procedimentos utilizados para o ensino em sala de aula vieram dos conceitos apresentados pela modelagem. Portanto, a Resolução de Problemas não foi apresentada como uma estratégia metodológica para o desenvolvimento da pesquisa.
- As pesquisas P3 e P8 utilizaram somente a Modelagem Matemática como base teórica para as suas construções. A modelagem foi utilizada para a resolução do problema proposto pelo pesquisador, não se tratou da metodologia de Resolução de Problemas.

Após a verificação de cada uma das nove pesquisas, e da identificação que as pesquisas P1, P2, P3 e P8 não apresentaram em seu desenvolvimento a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática, conjuntamente, como bases teóricas. Construiu-se o Mapa 10 com as pesquisas que apresentaram temática análoga ou até mesmo similar a

esta dissertação, realizando-se uma análise das semelhanças ou não, constante em cada uma delas.

Mapa 10 – Pesquisas mapeadas que apresentam similaridades.

Pesquisa	Título	Autor	Ano
A1	A resolução de problemas, a modelagem matemática e o desenvolvimento de Habilidades Matemáticas em alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.	Katia Cristina Zequim	2014
A2	Resolução de Problemas e Modelagem Matemática: Uma experiência na formação inicial de professores de Física e Matemática.	Rônero Márcio Cordeiro Domingos	2016
A3	O ensino de Matemática com auxílio de aplicações práticas dos conteúdos.	Denis dos Santos Aquino	2016
A4	Teoria dos Grafos no Ensino Médio: aplicações em problemas de trânsito.	João Paulo Gonçalves Della Torre	2018
A5	Um estudo sobre resolução de problemas e modelagem matemática.	Mauro Fernandes Neves Gonzaga	2019

Fonte: O autor (2021).

A pesquisa A1 teve como objetivo investigar o desenvolvimento de habilidades matemáticas por meio da aplicação de uma sequência de atividades, utilizando a Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática como abordagem metodológica. A autora utilizou as duas tendências matemáticas para justificar a sequência didática de atividades que aplicou em sala de aula, em nenhum momento ela estabeleceu algum tipo de relação entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, ou as utilizou como abordagem metodológica nas situações-problema apresentadas. Ela utilizou a ideia dessas duas tendências como método para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

A pesquisa A2 teve como objetivo a identificação e compreensão a respeito de como os alunos da Licenciatura em Física e Matemática desenvolviam suas habilidades e atitudes para a prática do ensino de Matemática sob a ótica da Modelagem Matemática, por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. O autor utilizou a Resolução de Problemas como uma metodologia para validar a Modelagem Matemática, não estabeleceu uma relação de confluência entre as duas tendências, e sim, utilizou uma para justificar a outra.

A pesquisa A3 objetivou discutir sobre as vantagens do ensino de Matemática utilizando além das aulas teóricas, aplicações práticas dos conteúdos estudados. O autor desenvolveu, em sala de aula, situações-problema que para serem solucionadas, foram utilizadas tendências da Educação Matemática como:

Etnomatemática, Modelagem Matemática e Resolução de Problemas. Apesar do autor ter utilizado a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, ele não estabeleceu nenhum tipo de relação entre essas duas tendências, diferindo do que se pretende fazer nesta dissertação, que é exatamente estabelecer relações entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas.

A pesquisa A4 teve o objetivo de por meio das concepções de ensino defendidas pela Modelagem Matemática e pela Resolução de Problemas, apresentar e sugerir a Teoria dos Grafos para ser incluído no currículo escolar. O autor definiu a Teoria dos Grafos e utilizou a Modelagem Matemática com o intuito de construir modelos e a Resolução de Problemas para solucionar esses modelos. A pesquisa não estabeleceu nenhum tipo de relação entre as duas tendências, mas as utilizou como abordagem metodológica para auxiliar no ensino e na aprendizagem da teoria pretendida.

A pesquisa A5 teve como objetivo identificar a abordagem da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas nas ementas do curso de Licenciatura em Matemática, e realizar comparações entre essas duas tendências. O autor trouxe uma relação entre os métodos da Modelagem Matemática e as etapas da Resolução de Problemas, estabelecendo um comparativo entre essas duas tendências. Ele apresentou em sua pesquisa, pontos de confluência e pontos em que essas tendências se diferem, porém o autor apresentou esses pontos através da leitura das duas teorias pesquisadas, sem analisar a utilização delas em alguma prática na sala de aula. O autor focou a análise de sua pesquisa, na presença dessas duas teorias, nas ementas dos cursos de licenciatura e o quanto os alunos tem conhecimento a respeito de cada uma delas.

As pesquisas A1, A2, A3 e A4, apesar de terem trazido em suas bases teóricas a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, não estabeleceram nenhum tipo de relação entre essas duas tendências. Essas pesquisas utilizaram-nas como métodos voltados para o ensino e aprendizagem, e para justificar os desenvolvimentos e as resoluções das situações-problema apresentadas no decorrer de seus trabalhos.

A pesquisa A5, é a única que tem alguma similaridade com esta dissertação. Porém, difere da pesquisa citada no que diz respeito às análises que serão propostas. Esta dissertação, como já foi dito, irá mapear pesquisas que utilizem em seu desenvolvimento a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, e

através dos resultados dessas pesquisas, tentará identificar os pontos de confluência e de tensionamento entre essas duas tendências. Portanto, após ter sido realizado um mapeamento das pesquisas disponíveis nos portais CAPES e BDTD, não foi encontrada nenhuma que tivesse o objetivo de *analisar como se apresentam nas pesquisas acadêmicas as relações entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática, e suas possíveis contribuições para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica.*

Capítulo III – Mapa de Campo

Apresentação do Capítulo

Neste capítulo apresentam-se pesquisas com foco em Modelagem Matemática e na Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática. Realizou-se levantamento, organização e classificação de um conjunto de pesquisas que apresentavam uma dessas duas tendências da Educação Matemática, como meio para o ensino e a aprendizagem de Matemática na Educação Básica, e suas práticas em sala de aula.

As buscas dessas pesquisas, objetos de estudo deste trabalho, foram realizadas no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e no *Google Acadêmico*. Esses portais reúnem um grande acervo de pesquisas de diversas áreas de conhecimento, trazendo importantes informações sobre a pesquisa desenvolvida e seus autores.

Este capítulo foi dividido da seguinte forma:

3 – Mapeamento das Pesquisas;

3.1 – Mapeamento de Teses e Dissertações.

3.1.1 – Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática

3.1.2 – Resolução de Problemas na perspectiva da Educação Matemática

3. Mapeamento de Pesquisas

Nesta seção apresentam-se os critérios que foram adotados para realizar a busca dos trabalhos sobre Modelagem Matemática e Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática.

Realizou-se um levantamento de informações sobre pesquisas que discutam a respeito de um desses campos da Educação Matemática, classificando e organizando os dados, obtidos por meio do Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e *Google Acadêmico*¹⁵.

3.1. Mapeamento de Teses e Dissertações

Nesta etapa, realizou-se um mapeamento de teses e dissertações com buscas no Portal da CAPES e *Google Acadêmico*, descrevendo os passos para obtenção dessas pesquisas. Estas foram categorizadas da seguinte forma: 3.1.1. *Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática* e 3.1.2. *Resolução de Problemas na perspectiva da Educação Matemática*. Após essa categorização, construíram-se mapas considerando as pesquisas que abordam uma dessas duas tendências na Educação Básica e o seu uso na sala de aula, como meios para o ensino e aprendizagem da Matemática. As pesquisas constantes nesses mapas, após análise, farão parte do próximo capítulo, *Mapa de Análise*, e sendo objetos de estudo desta dissertação.

3.1.1. Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática

As buscas foram iniciadas no Catálogo de Teses e Dissertações do Portal da CAPES¹⁶, utilizando-se a palavra-chave *Modelagem na Educação*, foram apresentadas 1.022.666 pesquisas de diversas áreas do conhecimento, e estavam distribuídas em 51.134 páginas. O portal possui filtros que auxiliam na busca de pesquisas específicas ao objeto desejado.

¹⁵ A escolha da utilização de apenas o Portal da CAPES para Teses e Dissertações deu-se pelo número expressivo de pesquisas encontradas. Optou-se pelo *Google Acadêmico* pois, inicialmente, tinha-se a intenção de analisar também artigos científicos, porém tornou-se inviável pela quantidade de trabalhos e o tempo disponível para analisá-los.

¹⁶ Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em 16 de junho de 2020.

O primeiro filtro utilizado, intitulado “tipo”, diz respeito aos tipos de pesquisas disponíveis no portal, separando por: Doutorado, Doutorado Profissional, Mestrado, Mestrado Profissional, Mestrado e Profissionalizante, e Profissionalizante. Foram selecionados no filtro “tipo” os correspondentes a Doutorado (Teses) e Mestrado (Dissertações), sendo devolvidas 942.245 pesquisas.

O segundo filtro disponível refere-se ao “Ano”, que corresponde ao ano em que as pesquisas foram publicadas no portal. Nesta dissertação, por decisão do autor, utilizou-se como critério de seleção as produções publicadas nos últimos 10 anos, que se refere ao período do ano de 2010 a 2019, totalizando 548.716 pesquisas encontradas.

Em seguida, o portal oferece como filtros de busca “Autor”, “Orientador” e “Banca”, porém decidiu-se não os utilizar por acreditar que o seu uso restringiria as pesquisas que seriam encontradas, e o intuito desta dissertação é o mapeamento de todas as pesquisas existentes no Portal da CAPES, que aborde a Modelagem na Educação como estratégia para o ensino e a aprendizagem, com o foco maior nas práticas em sala de aula.

O terceiro filtro utilizado corresponde à “Grande Área de Conhecimento”, neste filtro o autor optou por realizar a busca de pesquisas que estivessem relacionadas a “Ciências Exatas e da Terra” e “Multidisciplinar”, e após aplicação do filtro 95.403 pesquisas foram encontradas.

No quarto filtro, o portal oferece a busca através da “Área de Conhecimento”, e como esta dissertação pesquisa sobre os trabalhos voltados ao ensino e aprendizagem da Matemática, as áreas utilizadas para busca foram “Ensino”, “Ensino de Ciências e Matemática”, e “Matemática”. Após a seleção dessas três áreas, foram encontradas 9.817 pesquisas.

Em seguida, foi utilizado o quinto filtro que corresponde à “Área de Avaliação”, e das opções oferecidas para seleção, utilizou os referentes ao “Ensino”, com isso foram encontradas 8.330 pesquisas.

O sexto filtro utilizado diz respeito a “Área de Concentração”, e das opções oferecidas por esse filtro, o autor escolheu as que correspondem a “Ciências e Matemática”, “Educação Básica”, “Educação em Ciências e Matemática”, “Educação Matemática”, “Educação Matemática, Cultura e Diversidade”, “Ensino”, “Ensino de Ciências e Matemática”, “Ensino de Ciências e Educação Matemática”, “Ensino de

Matemática” e “Ensino na Educação Básica”. Com a seleção dessas opções para filtragem, o total de pesquisas encontradas foram 3.015 pesquisas.

O sétimo filtro é denominado “Nome do Programa”, e das opções oferecidas para realização do filtro, o autor escolheu para uso “Educação em Ciência e Matemática”, “Educação Matemática”, “Educação Matemática e Tecnológica”, “Educação para a Ciência e a Matemática”, “Ensino”, “Ensino de Ciências e Matemática”, “Ensino de Ciências e Educação Matemática”, “Ensino de Matemática”, “Ensino na Educação Básica”, “Educação Matemática e Ensino de Física”, “Educação em Ciências e em Matemática”, com isso foram disponibilizadas 2.331 pesquisas.

As duas últimas opções de filtro são “Instituição” e “Biblioteca”, ambos não foram utilizados, por serem considerados irrelevantes na seleção das pesquisas que serão utilizadas para as análises desta dissertação. O intuito não é analisar pesquisas de instituições específicas ou que estejam armazenadas em bibliotecas específicas, o interesse é por todas as pesquisas disponíveis, sem nenhum tipo de restrição.

As pesquisas localizadas, após a utilização dos sete filtros utilizados no portal, totalizaram 2.331 pesquisas que estavam distribuídas em 117 páginas. A partir disso, realizou-se a leitura dos títulos, das palavras-chave e, em alguns casos, dos resumos de cada uma dessas pesquisas, selecionando para fazer parte do mapeamento as pesquisas que apresentavam a Modelagem Matemática como meio para o ensino e aprendizagem e a disciplina de Matemática como área de estudo. Todas as outras pesquisas que não se adequaram a esses dois quesitos, foram desconsideradas. Ao final dessas leituras, 74 pesquisas foram selecionadas.

A organização dessas pesquisas foi representada da seguinte forma: 1) *Mapeamento de Teses e Dissertações* são pesquisas que objetivaram o mapeamento de trabalhos relacionados à Modelagem Matemática; 2) *Educação Superior* compuseram as pesquisas que apresentaram como público-alvo estudantes dos cursos de graduação; 3) *Educação Básica* foram as pesquisas direcionadas ao ensino e aprendizagem de Matemática por meio da Modelagem Matemática, para estudantes dos níveis Fundamental e Médio; 4) *Ensino Técnico* foram pesquisas com o objetivo de utilizar a Modelagem Matemática, em sala de aula, com estudantes de cursos técnicos; e 5) *Formação de Professores* trouxe as

pesquisas que utilizaram a Modelagem Matemática para a formação e capacitação de professores. Essa organização pode ser vista no Mapa 11.

Mapa 11 – Mapeamento e classificação das pesquisas encontradas no Portal CAPES (Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática).

Público alvo das pesquisas	Quantidade de Pesquisas encontradas
Mapeamento de Teses e Dissertações	7
Educação Básica	17
Ensino Técnico	5
Educação Superior	27
Formação de Professores	17
Total	74

Fonte: O autor (2021).

As próximas buscas foram realizadas no *Google Acadêmico*¹⁷ com a palavra-chave “Modelagem na Educação”, sendo encontradas 208.000 pesquisas.

O próximo passo foi à utilização dos filtros de busca, que diferente do Portal da CAPES, no *Google Acadêmico* não é disponibilizado um número de filtros tão variado. No *Google Acadêmico* apenas três filtros de busca são disponibilizados: Período específico, Classificação por relevância ou por data e Em qualquer idioma.

Utilizou-se o filtro correspondente ao “Período específico”, levando em consideração o mesmo período utilizado nas buscas realizadas no Portal da CAPES, ou seja, entre os anos de 2010 e 2019. Após a aplicação desse filtro foram devolvidas 16.000 pesquisas. Os outros dois filtros disponibilizados para busca não foram utilizados, uma vez que não apresentam nenhuma relevância para a filtragem de trabalhos que poderiam ser utilizados nessa dissertação.

Devido ao grande número de pesquisas apresentadas, fez-se necessário criar um critério para seleção de um número considerável de pesquisas, e o critério escolhido pelo autor, foi analisar as pesquisas apresentadas nas 20 primeiras páginas dessa busca. Optou-se por selecionar as pesquisas que fossem voltadas para o ensino e aprendizagem da Matemática, as pesquisas que utilizassem a Matemática como área do conhecimento. Após a leitura dos títulos e de alguns resumos das pesquisas, e com esse critério de seleção, totalizaram 72 pesquisas.

Como o *Google Acadêmico*, quando realizada as buscas, disponibilizam teses, dissertações e artigos, optou-se por classificar as pesquisas separadamente, como pode ser observado no Mapa 12.

¹⁷ Disponível em: <https://scholar.google.com.br/?hl=pt>. Acesso em 18 de junho de 2020.

Mapa 12 – Classificação das pesquisas encontradas no *Google Acadêmico* (Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática).

Tipo de pesquisa	Quantidade
Artigos	63
Teses e Dissertações	9
Total	72

Fonte: O autor (2021).

Após a obtenção das 72 pesquisas, da leitura dos títulos, das palavras-chave e de resumos, as pesquisas selecionadas nessa etapa do mapeamento foram as denominadas teses e dissertações, uma vez que os artigos não comporão os dados para análise desses estudos. As nove pesquisas encontradas foram classificadas da mesma forma que foi realizado com as pesquisas obtidas no Portal da CAPES, separando-as por: *Educação Básica*, *Ensino Técnico*, *Educação Superior* e *Formação de Professores*. Essa classificação pode ser observada no Mapa 13.

Mapa 13 – Mapeamento e classificação das teses e dissertações encontradas no *Google Acadêmico* (Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática).

Público alvo das pesquisas	Quantidade de pesquisas encontradas
Mapeamento de Teses e Dissertações	2
Educação Básica	3
Ensino Técnico	0
Educação Superior	1
Formação de Professores	3
Total	9

Fonte: O autor (2021).

Com o mapeamento realizado no Portal da CAPES e no *Google Acadêmico*, foram apresentadas 17 pesquisas oriundas do Portal da CAPES, e três pesquisas encontradas no *Google Acadêmico*, que direcionavam as suas investigações à Educação Básica, totalizando 20 pesquisas. As outras investigações não foram relacionadas, pois seus estudos estavam focados em: Mapeamento de Teses e Dissertações, Ensino Técnico, Educação Superior e Formação de Professores. Apesar de utilizarem a Modelagem Matemática como pressuposto teórico e estratégia para o ensino e aprendizagem da Matemática, não cumprem o objetivo desta dissertação.

As 20 pesquisas encontradas nas buscas realizadas no Portal da CAPES e no *Google Acadêmico* são apresentadas no Mapa 14, a seguir.

Mapa 14 – Mapeamentos de Teses e Dissertações com foco no ensino e aprendizagem na Educação Básica (Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática).

Identificação	Título	Autor	Ano	Fonte
¹⁸ P1	Música e Matemática: A harmonia dos números revelada em uma estratégia de modelagem.	Chrisley Bruno Ribeiro Camargos	2010	Google Acadêmico
P2	Modelagem Matemática na Educação Infantil: uma estratégia de ensino com crianças da faixa etária de 4 a 5 anos.	Patrícia Fernanda da Silva	2013	Google Acadêmico
P3	Estudo de Função Afim através da Modelagem Matemática.	Soraya Martins Camelo	2013	Google Acadêmico
P4	Modelagem Matemática Crítica como atividade de ensino e investigação.	Gleison de Jesus Marinho Sodré	2013	Portal da CAPES
P5	Uma proposta de avaliação de aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula.	Denise Fabiana Figueiredo	2013	Portal da CAPES
P6	O uso da modelagem para o ensino da função seno no Ensino Médio.	Ricardo Ferreira dos Santos	2014	Portal da CAPES
P7	Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem e as representações emergidas de um grupo de alunos do Ensino Médio sobre suas aulas de Matemática.	André Tessaro	2015	Portal da CAPES
P8	Educação de Jovens e Adultos: uma experiência com a Modelagem Matemática.	Luis Carlos Pereira	2015	Portal da CAPES
P9	A Modelagem Matemática e o desenvolvimento da autonomia: um estudo com estudantes do Ensino Médio.	Ingridi Rodrigues Charal Galvani	2016	Portal da CAPES
P10	Unidade de Ensino potencialmente significativa com Modelagem Matemática para a aprendizagem do conceito de volume em uma escola militar do RS.	Alexandre Xavier dos Santos	2017	Portal da CAPES
P11	O ensino de Funções Trigonométricas com o uso da Modelagem Matemática sob a perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa.	Felipe de Almeida Costa	2017	Portal da CAPES

¹⁸ A escolha por nomear as pesquisas selecionadas de P, não obedece a nenhum critério. Foram nomeadas dessa forma, aleatoriamente.

P12	Projeto de Modelagem Matemática e teoremas em ação: uma investigação sobre os conceitos de área e perímetro.	Rozély Xavier Rosa	2017	Portal da CAPES
P13	O papel dos saberes não matemáticos na Modelagem Matemática: o estudo do cálculo do Imposto de Renda.	Cláudia Fernandes Andrade do Espírito Santo	2018	Portal da CAPES
P14	A perspectiva da criança em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais.	Lília Cristina dos Santos Diniz ALves	2018	Portal da CAPES
P15	A Educação Estatística e a Modelagem Matemática na formação crítica dos estudantes do Ensino Médio de escolas do município de Rio do Sul – SC.	Andressa Trainotti	2019	Portal da CAPES
P16	Ensino de Probabilidade: um jogo e as contribuições dos registros das partidas.	Gabriel de Souza Pinheiro	2019	Portal da CAPES
P17	Big Data e Educação Matemática: algumas aproximações.	Rose GrochotGayeski	2019	Portal da CAPES
P18	Educação do campo e Modelagem Matemática: construção de estufa para a produção de orgânicos na zona rural de São Sebastião do Caí.	Lisiane Santos Flores	2019	Portal da CAPES
P19	Modelagem Matemática e Currículo: desafios e possibilidades.	Estevão Ovando Neto	2019	Portal da CAPES
P20	Modelagem Matemática Escolar: uma organização praxeológica complexa.	Gleison de Jesus Marinho Sodré	2019	Portal da CAPES

Fonte: O autor (2021).

Com a seleção das 20 pesquisas apresentadas no Mapa 14, foram realizadas leituras mais detalhadas de cada uma delas, e com isso pôde-se constatar que as pesquisas P13 e P20 utilizaram a Modelagem Matemática como uma proposta metodológica para construção de modelos, a partir de contextos concretos. Ambos os autores das pesquisas utilizaram o Modelo Praxeológico com base na Teoria Antropológica Didática para analisar situações matemáticas contextualizadas, e a partir dessa praxeologia construir modelos matemáticos.

Não houve nas pesquisas a presença de estudantes da Educação Básica como participantes. Pôde-se observar, também, que a pesquisa P15, apesar de

evidenciar em seu título a formação crítica dos estudantes, após uma leitura mais detalhada, notou-se que os participantes da pesquisa são professores das escolas da Rede Estadual, que estão localizadas no município Rio do Sul em Santa Catarina, e não os estudantes. Dessa forma, não existiu na investigação, o uso da Modelagem Matemática como meio para o ensino e aprendizagem de Matemática em sala de aula, tendo os estudantes como participantes da pesquisa. Já que, um dos critérios de seleção da coleta de dados que comporão esta dissertação, é que sejam pesquisas que utilizaram a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, com estudantes da Educação Básica, por esse motivo, essas três pesquisas não farão parte do *corpus* de análise desta dissertação.

Com a exclusão destas três pesquisas, a P13, P15 e P20, o número de pesquisas que farão parte do *corpus* de análise totalizaram 17 pesquisas e são apresentadas no Mapa 15, a seguir.

Mapa 15 – Mapeamentos de Teses e Dissertações com foco no ensino e aprendizagem na Educação Básica (Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática).

Identificação	Título	Autor	Ano	Fonte
P1	Música e Matemática: A harmonia dos números revelada em uma estratégia de modelagem.	Chrisley Bruno Ribeiro Camargos	2010	Google Acadêmico
P2	Modelagem Matemática na Educação Infantil: uma estratégia de ensino com crianças da faixa etária de 4 a 5 anos.	Patrícia Fernanda da Silva	2013	Google Acadêmico
P3	Estudo de Função Afim através da Modelagem Matemática.	Soraya Martins Camelo	2013	Google Acadêmico
P4	Modelagem Matemática Crítica como atividade de ensino e investigação.	Gleison de Jesus Marinho Sodré	2013	Portal da CAPES
P5	Uma proposta de avaliação de aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula.	Denise Fabiana Figueiredo	2013	Portal da CAPES
P6	O uso da modelagem para o ensino da função seno no Ensino Médio.	Ricardo Ferreira dos Santos	2014	Portal da CAPES
P7	Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem e as representações emergidas de um grupo de alunos do Ensino Médio sobre suas aulas de Matemática.	André Tessaro	2015	Portal da CAPES
P8	Educação de Jovens e Adultos: uma experiência	Luis Carlos Pereira	2015	Portal da CAPES

	com a Modelagem Matemática.			
P9	A Modelagem Matemática e o desenvolvimento da autonomia: um estudo com estudantes do Ensino Médio.	Ingridi Rodrigues Charal Galvani	2016	Portal da CAPES
P10	Unidade de Ensino potencialmente significativa com Modelagem Matemática para a aprendizagem do conceito de volume em uma escola militar do RS.	Alexandre Xavier dos Santos	2017	Portal da CAPES
P11	O ensino de Funções Trigonométricas com o uso da Modelagem Matemática sob a perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa.	Felipe de Almeida Costa	2017	Portal da CAPES
P12	Projeto de Modelagem Matemática e teoremas em ação: uma investigação sobre os conceitos de área e perímetro.	Rozély Xavier Rosa	2017	Portal da CAPES
P13	A perspectiva da criança em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais.	Lília Cristina dos Santos Diniz ALves	2018	Portal da CAPES
P14	Ensino de Probabilidade: um jogo e as contribuições dos registros das partidas.	Gabriel de Souza Pinheiro	2019	Portal da CAPES
P15	Big Data e Educação Matemática: algumas aproximações.	Rose GrochotGayeski	2019	Portal da CAPES
P16	Educação do campo e Modelagem Matemática: construção de estufa para a produção de orgânicos na zona rural de São Sebastião do Caí.	Lisiane Santos Flores	2019	Portal da CAPES
P17	Modelagem Matemática e Currículo: desafios e possibilidades.	Estevão Ovando Neto	2019	Portal da CAPES

Fonte: O autor (2021).

Após o mapeamento de teses e dissertações, no Portal da CAPES e no *Google Acadêmico*, com abordagem em Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, realizou-se buscas com os mesmos critérios, e com o intuito de mapear pesquisas que abordem a Resolução de Problemas como metodologia para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica.

3.1.2. Resolução de Problemas na perspectiva da Educação Matemática

Seguindo os mesmos passos da busca realizada para a construção do mapeamento das pesquisas em Modelagem na Educação, realizou-se outra, também de teses e dissertações que trazem a Resolução de Problemas como abordagem metodológica para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica.

Iniciou-se a busca no Catálogo de Teses e Dissertações do Portal da CAPES¹⁹ com a palavra-chave *Resolução de Problemas*, sendo apresentadas 1.211.489 teses e dissertações distribuídas em 60.575 páginas, e que abrangem as diversas áreas do conhecimento. A partir deste momento, foram utilizados os mesmos critérios de filtragem da busca pelas pesquisas em Modelagem Matemática.

O primeiro filtro utilizado, “Tipo”, as seleções realizadas correspondem a “Doutorado” (teses) e “Mestrado” (dissertações), após essa filtragem o número de pesquisas totalizou 1.117.740.

O segundo filtro corresponde ao “Ano” em que as pesquisas foram publicadas, e o intervalo escolhido foi o mesmo para as teses e dissertações com abordagem em Modelagem na Educação, entre os anos de 2010 e 2019, com isso essa seleção disponibilizou 628.102 pesquisas.

Em seguida, o terceiro filtro realiza a seleção de pesquisas que fazem parte da “Grande Área de Conhecimento”, e as escolhas nesse filtro referem-se as áreas das “Ciências Exatas e da Terra” e “Multidisciplinar”, e após essa seleção o número de pesquisas encontradas foram 113.144.

Para o quarto filtro, “Área de Conhecimento”, as áreas escolhidas, assim como para Modelagem na Educação, foram “Ensino”, “Ensino de Ciências e Matemática” e “Matemática”. Ao aplicar a filtragem da seleção dessas três áreas de conhecimento, as pesquisas devolvidas foram 13.051.

No quinto filtro, “Área de Avaliação”, a seleção realizada correspondia às teses e dissertações voltadas para o ensino, logo selecionou-se a opção “Ensino” como filtro, com isso foram apresentadas 8.567 pesquisas que obedeciam a esse critério.

¹⁹ Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em 20 de junho de 2020.

O sexto filtro, “Área de Concentração”, os itens escolhidos para seleção foram: “Ciências e Matemática”, “Educação Básica”, “Educação em Ciências e Matemática”, “Educação Matemática”, “Educação Matemática, Cultura e Diversidade”, “Ensino”, “Ensino de Ciências e Matemática”, “Ensino de Ciências e Educação Matemática”, “Ensino de Matemática” e “Ensino na Educação Básica”. Após aplicar esse filtro, com todos esses itens selecionados, o número de pesquisas obtidas foram 3.094.

No sétimo filtro, “Nome do Programa”, com as escolhas oferecidas para filtragem: “Educação em Ciência e Matemática”, “Educação Matemática”, “Educação Matemática e Tecnológica”, “Educação para a Ciência e a Matemática”, “Ensino”, “Ensino de Ciências e Matemática”, “Ensino de Ciências e Educação Matemática”, “Ensino de Matemática”, “Ensino na Educação Básica”, “Educação Matemática e Ensino de Física” e “Educação em Ciências e em Matemática”; o total de pesquisas encontradas foram 2.382 teses e dissertações.

“Nome do Programa” foi o último critério de filtragem utilizado, pois os próximos oferecidos eram “Instituição” e “Biblioteca”, e ambos são irrelevantes para utilização, já que restringe as buscas ao selecionar instituições e bibliotecas específicas, e esse não é o objetivo desta dissertação.

Com isso, o total de teses e dissertações encontradas nessa busca realizada no Portal da Capes foram 2.382, distribuídas em 120 páginas. Como não havia mais nenhum critério para filtragem dessas pesquisas, foi realizada a leitura dos títulos, das palavras-chave e, em alguns casos, dos resumos de cada uma dessas pesquisas. Dessa forma, foi possível selecionar somente aquelas que apresentaram a Resolução de Problemas em seus títulos e palavras-chave, ou como uma abordagem metodológica voltada para o ensino e aprendizagem de Matemática. Foram descartadas as pesquisas que, apesar de apresentarem a Resolução de Problemas em seu título ou em sua abordagem metodológica, não direcionaram seus estudos para o ensino e aprendizagem da Matemática. Muitas dessas pesquisas utilizaram a metodologia da Resolução de Problemas em disciplinas como: Física, Química, Biologia, entre outras.

Ao concluir essas leituras, foram mapeados um total de 60 pesquisas, e estas classificadas da seguinte forma: *Mapeamento de Teses e Dissertações* onde estão organizadas as pesquisas que realizaram um estudo sobre teses e dissertações relacionadas à Resolução de Problemas, *Educação Superior* que traz um

composição de pesquisas que foram aplicadas para alunos de cursos de graduação, *Educação Básica* apresenta as pesquisas voltadas para o ensino e aprendizagem de Matemática, *Ensino Técnico* objetiva a utilização da Resolução de Problemas nos cursos técnicos do ensino médio e *Formação de Professores* organizam as pesquisas que utilizam a Resolução de Problemas como metodologia pra formação e capacitação de professores. No Mapa 16 pode-se observar essa organização.

Mapa 16 – Mapeamento e classificação das pesquisas encontradas no Portal CAPES (Resolução de Problemas).

Público alvo das pesquisas	Quantidade de pesquisas encontradas
Mapeamento de Teses e Dissertações	4
Educação Básica	25
Ensino Técnico	2
Educação Superior	8
Formação de Professores	21
Total	60

Fonte: O autor (2021).

Após as buscas realizadas no Portal da CAPES, iniciou-se as buscas no *Google Acadêmico*²⁰ com a mesma palavra-chave, “Resolução de Problemas”, e foram obtidas 932.000 pesquisas.

Como foi já foi citado, o *Google Acadêmico* oferece como filtros de busca as seguintes opções: “Período específico”, “Classificar por relevância ou por data” e “Em qualquer idioma”. Decidiu-se utilizar somente o filtro referente ao período que as pesquisas foram publicadas, já que os outros dois filtros oferecidos não teriam nenhum tipo de relevância. Após realizar a filtragem, restringindo às publicações produzidas entre os anos de 2010 e 2019, as pesquisas obtidas totalizaram 160.000.

Como foi apresentado um número muito alto de pesquisas, e devido a incapacidade de analisar todas elas, decidiu-se pela análise das 20 primeiras páginas de busca, o que totalizam 200 pesquisas para análise e classificação. Na organização do mapeamento, escolheu-se classificar somente as pesquisas que abordaram a Resolução de Problemas como metodologia para o ensino e aprendizagem de Matemática e utilizaram a Matemática como área de conhecimento, e após a leitura dos títulos, palavras-chave e de alguns resumos, foram selecionadas 95 pesquisas.

²⁰ Disponível em: <https://scholar.google.com.br/?hl=pt>. Acesso em 21 de junho de 2020.

Quando é realizada uma busca no *Google Acadêmico*, são disponibilizados, além das teses e dissertações, artigos. Assim, no Mapa 17 é apresentada a seguinte classificação.

Mapa 17 – Classificação das pesquisas encontradas no *Google Acadêmico* (Resolução de Problemas).

Tipo de pesquisa	Quantidade
Artigos	67
Teses e Dissertações	28
Total	95

Fonte: O autor (2021).

Após a conclusão das leituras dos títulos, palavras-chave e de alguns resumos, as pesquisas selecionadas para análise foram as classificadas como Teses e Dissertações, uma vez que as buscas dos artigos serão realizadas nas próximas subseções. Entre teses e dissertações encontradas nessa etapa, totalizaram 28 trabalhos, e esses foram classificados da mesma forma que os encontrados no Portal da CAPES: *Mapeamentos de Teses e Dissertações, Educação Básica, Ensino Técnico, Educação Superior e Formação de Professores*. Esta organização pode ser observada no Mapa 18, a seguir.

Mapa 18 – Mapeamento e classificação das teses e dissertações encontradas no *Google Acadêmico* (Resolução de Problemas).

Público alvo das pesquisas	Quantidade de pesquisas encontradas
Mapeamento de Teses e Dissertações	1
Educação Básica	18
Ensino Técnico	1
Educação Superior	3
Formação de Professores	5
Total	28

Fonte: O autor (2021).

Após a classificação oriunda do Portal da CAPES, 25 pesquisas, e do *Google Acadêmico*, 18 pesquisas, em que essas tinham como foco o estudo da Matemática por meio da Resolução de Problemas na Educação Básica, totalizaram 43 pesquisas. As demais pesquisas, encontradas em ambas as buscas, não tem potencialidade para fazer parte das análises, uma vez que, o uso da Resolução de Problemas tem como objetivo: Mapeamento de Teses e Dissertações, Ensino Técnico, Educação Superior e Formação de Professores.

Observou-se que seis pesquisas, voltadas à Educação Básica, encontradas tanto no Portal da CAPES quanto no *Google Acadêmico*, trataram-se do mesmo

trabalho, portanto o número total de teses e dissertações que abordam a Resolução de Problemas contabiliza 37 pesquisas.

As 37 pesquisas encontradas nas buscas realizadas no Portal da CAPES e no *Google Acadêmico* são apresentadas no Mapa 19, a seguir.

Mapa 19 – Mapeamentos de Teses e Dissertações com foco no ensino e aprendizagem na Educação Básica (Resolução de Problemas).

Identificação	Título	Autor	Ano	Origem
²¹ T1	Análise Combinatória no Ensino Médio apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.	Analucia Castro Pimenta de Souza	2010	<i>Google Acadêmico</i>
T2	A interpretação e a comunicação das regras matemáticas na resolução de problemas de divisão por alunos da 5ª série do Ensino Fundamental.	Alan Gonçalves Lacerda	2010	<i>Google Acadêmico</i>
T3	Educação Matemática: processo de Resolução de Problemas no contexto escolar.	Magda Cristina SantinHübner	2010	<i>Google Acadêmico</i>
T4	Características da Resolução de Problemas por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental.	LeikaWatabe	2012	<i>Google Acadêmico</i>
T5	Os pensamentos narrativo e lógico-científico na Resolução de Problemas nos Campos Conceituais Aditivo e Multiplicativo no ano final do Ensino Fundamental I.	Caroline AdjaneFiore	2013	Portal da CAPES
T6	Estratégias adotadas para a Resolução de Problemas Geométricos: o caso dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental da rede municipal de Aracaju-SE.	Aline Alves Costa	2014	<i>Google Acadêmico</i>
T7	Resolução de Problemas: possíveis relações entre raciocínio lógico e desempenho em Matemática.	Daniele de Lima Kramm	2014	<i>Google Acadêmico</i>
T8	Resolução de Problemas Multiplicativos: análise de processos heurísticos de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental.	Aline Cristina Cybis	2014	<i>Google Acadêmico</i> / Portal da CAPES
T9	Resolução de Problemas Algébricos: uma investigação sobre estratégias utilizadas por alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental da rede municipal de Aracaju-SE.	Mirleide Andrade Silva	2014	<i>Google Acadêmico</i> / Portal da CAPES
T10	Resolução de Problemas Geométricos: um estudo sobre conhecimentos declarativos, desenvolvimento conceitual, gênero e atribuição de sucesso e fracasso de crianças dos anos iniciais do	Evandro Tortora	2014	<i>Google Acadêmico</i> / Portal da CAPES

²¹ A escolha por nomear as pesquisas selecionadas de T, não obedece a nenhum critério. Foram nomeadas dessa forma, aleatoriamente.

	Ensino Fundamental.			
T11	O lúdico associado à Resolução de Problemas e Jogos no ensino e aprendizagem de funções: uma abordagem diferenciada.	Adriane Eleutério Souza	2014	Google Acadêmico
T12	A aprendizagem significativa de Sistemas de Equações do 1º grau por meio da Resolução de Problemas.	Andreza Martins Antunes Goulart	2014	Portal da CAPES
T13	Um estudo das competências e habilidades na Resolução de Problemas Aritméticos Aditivos e Multiplicativos com os Números Decimais.	Rosineide de Sousa Jucá.	2014	Portal da CAPES
T14	A produção de problemas de multiplicação pode ajudar na sua resolução?	Josenir Rodrigues da Silva	2014	Portal da CAPES
T15	O ensino de Matemática através da Resolução de Problemas: investigando estratégias dos alunos do Ensino Fundamental.	Louise dos Santos Lima	2014	Portal da CAPES
T16	Comunicação e Resolução de Problemas utilizando o modelo Van Hiele para a exploração geométrica em sala de aula.	Gilmara Gomes Meira	2015	Google Acadêmico
T17	Análise das dificuldades na Resolução de Problemas matemáticos por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.	Natália Keli Santos Araújo	2015	Portal da CAPES
T18	A interpretação de enunciados em problemas de aritmética: um estudo das dificuldades dos alunos dos sextos anos do Ensino Fundamental em uma escola estadual de Aracaju.	Suzana Gama dos Santos Melo	2015	Portal da CAPES
T19	O uso da calculadora científica na Resolução de Problemas matemáticos nas aulas de Matemática do Ensino Médio: investigando concepções e explorando potencialidades.	José Edivam Braz Santana	2015	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T20	Problemas recreativos na obra <i>O homem que calculava</i> , de Malba Tahan, e a Resolução de Problemas.	Clarice Segantini	2015	Portal da CAPES
T21	A ideia de função por meio da Resolução de Problemas: narrativas da Educação de Jovens e Adultos	Ana Paula Gonçalves Pita	2016	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T22	O Método Simplex e o Método Gráfico na Resolução de Problemas de otimização.	Adriana Batista da Silva	2016	Google Acadêmico
T23	Ensino e aprendizagem de divisibilidade através da Resolução de Problemas: experiência com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental.	José Aparecido da Silva Fernandes	2016	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T24	Ideias/Significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via Resolução, Exploração e Proposição de Problemas por alunos	Sheila Valéria Pereira da Silva	2016	Portal da CAPES

	do 5º ano do Ensino Fundamental.			
T25	A competência de Resolução de Problemas que envolvem o pensamento algébrico: um experimento no 9º ano do Ensino Fundamental.	Giovani Rosa Delazeri	2017	Portal da CAPES
T26	Matemática em sala de aula: uma proposta lúdica usando a Resolução de Problemas.	Vagner Lopes de Almeida	2017	Google Acadêmico
T27	A Função Afim através da Resolução de Problemas: um estudo de caso analisando os registros de representação semiótica.	Gabriel dos Santos Souza Gomes	2017	Portal da CAPES
T28	Um ensino de Equações do 1º grau com uma incógnita via Resolução de Problemas.	FrancielyFabrícia de Souza Matsuda	2017	Portal da CAPES
T29	Trilhos matemáticos como contexto para o ensino e a aprendizagem de Geometria Espacial com estudantes do terceiro ano do Ensino Médio.	Tatiéle Tamara Gehrke	2017	Portal da CAPES
T30	Matemática e cotidiano: processos metacognitivos construídos por estudantes da EJA para resolver problemas matemáticos.	Vanessa Graciela Souza Campos	2017	Portal da CAPES
T31	Problemas multiplicativos no 4º ano do Ensino Fundamental: ensino e estratégias de resolução.	Sheila Motta Steffen do Nascimento	2017	Portal da CAPES
T32	Resolução de Problemas Algébricos: uma análise à luz dos Três Mundos da Matemática.	Marlene Rosa Sena	2017	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T33	Desempenho em leitura e Resolução de Problemas matemáticos na Prova Brasil.	Andrea Maria dos Santos Matos	2018	Google Acadêmico
T34	O ensino e a aprendizagem da Progressão Aritmética através da Resolução de Problemas.	Claudia Vieira de Vargas	2019	Portal da CAPES
T35	Contribuições da resolução, exploração e proposição de problemas ao processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental.	Emily de Vasconcelos Santos	2019	Portal da CAPES
T36	Resolução de Problemas e Representações Múltiplas no ensino de Sistemas de Equações Polinomiais do 1º grau com duas incógnitas.	Juscelino de Araújo Silva	2019	Portal da CAPES
T37	Os conhecimentos e as dificuldades de alunos do Ensino Fundamental na Resolução de Problemas de perímetro e área.	Amanda Stefani	2019	Portal da CAPES

Fonte: O autor (2021).

Com a seleção das 37 pesquisas, apresentadas no Mapa 19, foram realizadas novas leituras, de forma mais criteriosa, e com isso constatou-se que as

pesquisas T2, T5, T13, T22 e T31 apesar de trazerem em seus títulos a expressão “resolução de problemas”, não se referiam à Metodologia da Resolução de Problemas. No decorrer das pesquisas, não constou essa Metodologia na fundamentação teórica e tampouco no percurso metodológico, sendo por esse motivo excluídas do *corpus* de análise.

A pesquisa T26, apresentou em sua fundamentação teórica as heurísticas de Polya para Resolução de Problemas, porém não apresentou em seu percurso metodológico o uso dessa metodologia em sala de aula, com estudantes da Educação Básica. O autor apresentou situações que puderam ser utilizadas em sala de aula, mas não tiveram os estudantes como sujeitos da pesquisa, o que fez com que ela não fizesse parte do *corpus* de análise.

A pesquisa T33 realizou um levantamento sobre o desempenho de estudantes dos 6º e 9º anos, na avaliação Prova Brasil nas provas de Língua Portuguesa e Matemática. A autora relatou as relações existentes entre a leitura e a resolução de problemas e aplicou um teste com esses estudantes para verificar essas relações. Apesar de ter tido a participação de estudantes do Ensino Fundamental na pesquisa, não ocorreu o ensino e a aprendizagem de Matemática através da metodologia de Resolução de Problemas em sala de aula. Não houve nenhuma intervenção realizada pela autora, no que diz respeito ao ensino e aprendizagem de Matemática com esses estudantes. Por não ter tido essa presença, essa pesquisa foi excluída do *corpus* de análise dessa dissertação.

A pesquisa T36 apresentou em sua fundamentação teórica a Metodologia da Resolução de Problemas, e os sujeitos de pesquisa envolvidos nas investigações são estudantes dos 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, porém em seu percurso metodológico não existiu a presença de situações de aprendizagens em sala de aula que utilizou a Metodologia com estratégia para o ensino. Como o interesse são em pesquisas que utilizem a Metodologia da Resolução de Problemas em sala de aula, com algum tipo de intervenção para o ensino e aprendizagem, essa pesquisa foi excluída do *corpus* de análise desta dissertação.

Devido a isso, o novo quantitativo de pesquisas que compõem as análises desta dissertação é de 29 pesquisas, e estas são apresentadas no Mapa 20, a seguir.

Mapa 20 – Mapeamentos de Teses e Dissertações com foco no ensino e aprendizagem na Educação Básica (Resolução de Problemas).

Identificação	Título	Autor	Ano	Origem
T1	Análise Combinatória no Ensino Médio apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.	Analucia Castro Pimenta de Souza	2010	Google Acadêmico
T2	Educação Matemática: processo de Resolução de Problemas no contexto escolar.	Magda Cristina SantinHübner	2010	Google Acadêmico
T3	Características da Resolução de Problemas por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental.	LeikaWatabe	2012	Google Acadêmico
T4	Estratégias adotadas para a Resolução de Problemas Geométricos: o caso dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental da rede municipal de Aracaju-SE.	Aline Alves Costa	2014	Google Acadêmico
T5	Resolução de Problemas: possíveis relações entre raciocínio lógico e desempenho em Matemática.	Daniele de Lima Kramm	2014	Google Acadêmico
T6	Resolução de Problemas Multiplicativos: análise de processos heurísticos de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental.	Aline Cristina Cybis	2014	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T7	Resolução de Problemas Algébricos: uma investigação sobre estratégias utilizadas por alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental da rede municipal de Aracaju-SE.	Mirleide Andrade Silva	2014	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T8	Resolução de Problemas Geométricos: um estudo sobre conhecimentos declarativos, desenvolvimento conceitual, gênero e atribuição de sucesso e fracasso de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental.	Evandro Tortora	2014	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T9	O lúdico associado à Resolução de Problemas e Jogos no ensino e aprendizagem de funções: uma abordagem diferenciada.	Adriane Eleutério Souza	2014	Google Acadêmico
T10	A aprendizagem significativa de Sistemas de Equações do 1º grau por meio da Resolução de Problemas.	Andreza Martins Antunes Goulart	2014	Portal da CAPES
T11	A produção de problemas de multiplicação pode ajudar na sua resolução?	Josenir Rodrigues da Silva	2014	Portal da CAPES
T12	O ensino de Matemática através da Resolução de Problemas: investigando estratégias dos alunos do Ensino Fundamental.	Louise dos Santos Lima	2014	Portal da CAPES
T13	Comunicação e Resolução de Problemas utilizando o modelo Van Hiele para a exploração geométrica em sala de aula.	Gilmara Gomes Meira	2015	Google Acadêmico
T14	Análise das dificuldades na Resolução de Problemas	Natália Keli Santos	2015	Portal da

	matemáticos por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.	Araújo		CAPES
T15	A interpretação de enunciados em problemas de aritmética: um estudo das dificuldades dos alunos dos sextos anos do Ensino Fundamental em uma escola estadual de Aracaju.	Suzana Gama dos Santos Melo	2015	Portal da CAPES
T16	O uso da calculadora científica na Resolução de Problemas matemáticos nas aulas de Matemática do Ensino Médio: investigando concepções e explorando potencialidades.	José Edivam Braz Santana	2015	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T17	Problemas recreativos na obra <i>O homem que calculava</i> , de Malba Tahan, e a Resolução de Problemas.	Clarice Segantini	2015	Portal da CAPES
T18	A ideia de função por meio da Resolução de Problemas: narrativas da Educação de Jovens e Adultos	Ana Paula Gonçalves Pita	2016	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T19	Ensino e aprendizagem de divisibilidade através da Resolução de Problemas: experiência com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental.	José Aparecido da Silva Fernandes	2016	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T20	Ideias/Significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via Resolução, Exploração e Proposição de Problemas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.	Sheila Valéria Pereira da Silva	2016	Portal da CAPES
T21	A competência de Resolução de Problemas que envolvem o pensamento algébrico: um experimento no 9º ano do Ensino Fundamental.	Giovani Rosa Delazeri	2017	Portal da CAPES
T22	A Função Afim através da Resolução de Problemas: um estudo de caso analisando os registros de representação semiótica.	Gabriel dos Santos Souza Gomes	2017	Portal da CAPES
T23	Um ensino de Equações do 1º grau com uma incógnita via Resolução de Problemas.	FrancielyFabrícia de Souza Matsuda	2017	Portal da CAPES
T24	Trilhos matemáticos como contexto para o ensino e a aprendizagem de Geometria Espacial com estudantes do terceiro ano do Ensino Médio.	Tatiéle Tamara Gehrke	2017	Portal da CAPES
T25	Matemática e cotidiano: processos metacognitivos construídos por estudantes da EJA para resolver problemas matemáticos.	Vanessa Graciela Souza Campos	2017	Portal da CAPES
T26	Resolução de Problemas Algébricos: uma análise à luz dos Três Mundos da Matemática.	Marlene Rosa Sena	2017	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T27	O ensino e a aprendizagem da Progressão Aritmética através da Resolução de Problemas.	Claudia Vieira de Vargas	2019	Portal da CAPES
	Contribuições da resolução,			

T28	exploração e proposição de problemas ao processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental.	Emily de Vasconcelos Santos	2019	Portal da CAPES
T29	Resolução de Problemas e Representações Múltiplas no ensino de Sistemas de Equações Polinomiais do 1º grau com duas incógnitas.	Juscelino de Araújo Silva	2019	Portal da CAPES

Fonte: O autor (2021).

Com a conclusão do mapeamento das teses e dissertações que apresentaram uma investigação acerca da Modelagem na Educação e da Resolução de Problemas na Educação Básica, tanto no Portal da CAPES quanto no *Google Acadêmico*, o próximo passo foi a realização das análises de todos esses trabalhos constantes nos Mapas 15 e 20, além daquelas que se aproximaram do objetivo proposto nesta dissertação, que utilizaram as concepções defendidas por Biembengut (2016) e Onuchic e Allevato (2014), estas, serviram de objeto de estudo para emergência de categorias, a partir das similaridades entre as etapas nessas duas tendências da Educação Matemática. Tais resultados são expressos no próximo capítulo, auxiliando para se chegar à resposta da questão de pesquisa desta investigação.

Capítulo IV – Mapa de Análise

Apresentação

Neste capítulo apresenta-se o Mapa de Análise, seguindo as orientações de Biembengut (2008), a qual afirma que, nesta etapa, realiza-se uma análise criteriosa dos dados levantados no Mapa de Campo, estudando-os de forma acurada, interpretando-os e refletindo sobre eles, fundamentando-os com as bases teóricas propostas no Mapa Teórico, busca-se compreender as articulações existentes entre os dados levantados e as teorias estabelecidas, para assim atingir os objetivos propostos na pesquisa.

As pesquisas selecionadas no capítulo Mapa de Campo, que compõem o *corpus* de análise desta dissertação, foram analisadas de acordo com as categorias mistas definidas nesta seção. São apresentados a questão que norteou os caminhos percorridos pelos autores, assim como os objetivos pretendidos com essa pesquisa. Com essa abordagem, esperou-se verificar as possíveis contribuições da Modelagem²² e da Resolução de Problemas²³, no ensino e aprendizagem de Matemática, além das possíveis articulações existentes entre elas. Assim, esta análise está dividida em:

- *Das categorias a priori*

Utilizaram-se os mapas teórico e de campo para apresentar as categorias de análise, bem como o Mapeamento na Pesquisa Educacional (BIEMBENGUT, 2008) metodologia utilizada na análise. Esta etapa consiste em quatro subseções, tanto para as pesquisas em Modelagem quanto em Resolução de Problemas, que são as categorias de análise *a priori*, a saber: a) Contexto da pesquisa; b) Referencial teórico; c) Metodologia da pesquisa; e d) Processo para coleta de dados e principais resultados das pesquisas. As categorias elencadas são explicadas no decorrer de cada seção.

²² Todas as vezes que o termo Modelagem for mencionado no texto, a partir desse momento, leia-se Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.

²³ De maneira análoga, todas as vezes que for mencionada a Resolução de Problemas, entende-se na perspectiva da Educação Matemática.

- *Das possíveis articulações entre a Modelagem e a Resolução de Problemas*²⁴

Nesta etapa, serão sistematizadas as possíveis aproximações e afastamentos entre a Modelagem e a Resolução de Problemas, por meio das categorias emergentes das relações entre as etapas da Modelagem na Educação propostas por Biembengut (2016) e as etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, defendida por Onuchic e Allevato (2014).

E por fim, são explicitadas as implicações pedagógicas, as limitações, e as perspectivas de continuidade da pesquisa. Além das reflexões sobre o capítulo, trazidas nas considerações finais.

²⁴ A metodologia de Resolução de Problemas que será base a partir desse momento da dissertação, trata-se da metodologia defendida por Onuchic e Allevato (2014), Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

4. Análises dos dados

O objetivo desta dissertação é compreender como se apresentam nas pesquisas acadêmicas as relações entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, na perspectiva da Educação Matemática, e suas possíveis contribuições para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica. Neste capítulo são apresentadas as análises a respeito das pesquisas selecionadas no Mapa de Campo, e segundo Biembengut (2008), no Mapa de Análise o pesquisador tem que ter, bem claro, os conceitos e definições trazidos no Mapa Teórico, para que possam ser confrontados com os dados obtidos no Mapa de Campo.

4.1. Das categorias *a priori*

A compreensão dos principais resultados apresentados em cada uma das pesquisas deu por meio dos critérios de análises estabelecidos e definidos previamente: a) Contexto da pesquisa; b) Referencial teórico; c) Metodologia da pesquisa e d) Processo para coleta de dados e principais resultados das pesquisas.

Como pode ser percebido, cada um desses critérios analisam uma parte que compõe as pesquisas selecionadas. O primeiro critério traz uma abordagem geral das pesquisas selecionadas, fornece informações sobre os seus tipos, local onde foram realizadas, os públicos participantes, dentre outros; o segundo critério apresenta a fundamentação teórica utilizada pelos pesquisadores; o terceiro critério aborda a metodologia das pesquisas analisadas, e a descrição da intervenção ou sequência de ensino proposta; e no último critério são enunciados os principais resultados apresentados pelos pesquisadores.

Os critérios apresentados são os mesmos utilizados nas análises de todas as pesquisas selecionadas no Mapa de Campo, tanto as pesquisas voltadas para a Modelagem Matemática quanto as que investigaram sobre a metodologia de Resolução de Problemas. Nas próximas seções deste capítulo serão apresentadas as análises oriundas de cada um desses critérios.

Os autores e obras citadas nesta seção, *Das categorias a priori*, utilizadas pelos pesquisadores das pesquisas que constam nos Mapas 15 e 20, para a construção de seus referenciais teóricos, metodologias e análises, são citados

exclusivamente em seus estudos, e não são utilizados como referenciais teóricos na construção desta dissertação. Portanto, as obras e os autores citados nessas subseções, 4.1.1. *Modelagem Matemática* e 4.1.2. *Resolução de Problemas*, não comporão as Referências desta dissertação, uma vez que já estão devidamente referenciados nas pesquisas de origem, e não serviram de base na construção deste estudo.

4.1.1. Modelagem Matemática

Neste primeiro momento serão apresentadas as análises das teses e dissertações, que foram encontradas nas buscas realizadas no Portal da CAPES e no *Google Acadêmico*, e que utilizaram a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, como estratégia para o ensino e aprendizagem. Estas pesquisas foram apresentadas no Mapa 15 do capítulo Mapa de Campo, e serão rerepresentadas no Mapa 21, a seguir.

Mapa 21 – Mapeamentos de Teses e Dissertações com foco no ensino e aprendizagem na Educação Básica (Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática).

Identificação	Título	Autor	Ano	Fonte
P1	Música e Matemática: A harmonia dos números revelada em uma estratégia de modelagem.	Chrisley Bruno Ribeiro Camargos	2010	<i>Google Acadêmico</i>
P2	Modelagem Matemática na Educação Infantil: uma estratégia de ensino com crianças da faixa etária de 4 a 5 anos.	Patrícia Fernanda da Silva	2013	<i>Google Acadêmico</i>
P3	Estudo de Função Afim através da Modelagem Matemática.	Soraya Martins Camelo	2013	<i>Google Acadêmico</i>
P4	Modelagem Matemática Crítica como atividade de ensino e investigação.	Gleison de Jesus Marinho Sodré	2013	Portal da CAPES
P5	Uma proposta de avaliação de aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula.	Denise Fabiana Figueiredo	2013	Portal da CAPES
P6	O uso da modelagem para o ensino da função seno no Ensino Médio.	Ricardo Ferreira dos Santos	2014	Portal da CAPES
P7	Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem e as representações emergidas de um grupo de alunos do	André Tessaro	2015	Portal da CAPES

	Ensino Médio sobre suas aulas de Matemática.			
P8	Educação de Jovens e Adultos: uma experiência com a Modelagem Matemática.	Luis Carlos Pereira	2015	Portal da CAPES
P9	A Modelagem Matemática e o desenvolvimento da autonomia: um estudo com estudantes do Ensino Médio.	Ingridi Rodrigues Charal Galvani	2016	Portal da CAPES
P10	Unidade de Ensino potencialmente significativa com Modelagem Matemática para a aprendizagem do conceito de volume em uma escola militar do RS.	Alexandre Xavier dos Santos	2017	Portal da CAPES
P11	O ensino de Funções Trigonométricas com o uso da Modelagem Matemática sob a perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa.	Felipe de Almeida Costa	2017	Portal da CAPES
P12	Projeto de Modelagem Matemática e teoremas em ação: uma investigação sobre os conceitos de área e perímetro.	Rozély Xavier Rosa	2017	Portal da CAPES
P13	A perspectiva da criança em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais.	Lília Cristina dos Santos Diniz Alves	2018	Portal da CAPES
P14	Ensino de Probabilidade: um jogo e as contribuições dos registros das partidas.	Gabriel de Souza Pinheiro	2019	Portal da CAPES
P15	Big Data e Educação Matemática: algumas aproximações.	Rose Grochot Gayeski	2019	Portal da CAPES
P16	Educação do campo e Modelagem Matemática: construção de estufa para a produção de orgânicos na zona rural de São Sebastião do Caí.	Lisiane Santos Flores	2019	Portal da CAPES
P17	Modelagem Matemática e Currículo: desafios e possibilidades.	Estevão Ovando Neto	2019	Portal da CAPES

Fonte: O autor (2021).

Na subseção 4.1.1.1, a seguir, é apresentado o contexto de cada uma das pesquisas presentes no Mapa 21.

4.1.1.1. Contexto da Pesquisa

Nesta subseção objetiva-se situar o leitor, no que diz respeito ao contexto de cada uma das pesquisas contidas no Mapa 21, em que as investigações foram realizadas, quais os participantes envolvidos nas pesquisas e quaisquer outras informações acerca das pesquisas, antes de dar início às análises de cunho acadêmico.

A pesquisa P1, cujo título é *“Música e Matemática: a harmonia dos números revelada em uma estratégia de modelagem”* trata-se de uma dissertação desenvolvida pela autora Chrisley Bruno Ribeiro Camargos para o Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto em 2010. A pesquisa ocorreu com estudantes de uma turma do 2º ano do Ensino Médio, de uma escola particular, localizada na cidade de Luz, em Minas Gerais, onde a pesquisadora atuava como professora da referida turma.

A pesquisa P2, intitulada *“Modelagem Matemática na Educação Infantil: uma estratégia de ensino com crianças da faixa etária de 4 aos 5 anos”* refere-se a uma dissertação desenvolvida pela autora Patrícia Fernanda da Silva para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, em 2013. A pesquisa foi desenvolvida com uma turma da Educação Infantil, com faixa etária entre quatro e cinco anos de idade, da Escola de Educação Infantil Mundo Encantado, localizada no município de Lajeado, no Rio Grande do Sul.

A pesquisa P3, cujo título é *“Estudo de função afim através da Modelagem Matemática”* trata-se de uma dissertação desenvolvida pela autora Soraya Martins Camelo para o Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande, em 2013. A pesquisa foi desenvolvida com uma turma do 1º ano do Ensino Médio, onde a pesquisadora atuava como professora.

A pesquisa P4, intitulada *“Modelagem Matemática Crítica como atividade de ensino e investigação”* refere-se a uma dissertação desenvolvida pelo autor Gleison de Jesus Marinho Sodré para o Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Universidade Federal do Pará, em 2013. A pesquisa foi desenvolvida com estudantes do 1º ano do Ensino Médio.

A pesquisa P5, denominada *“Uma proposta de avaliação de aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula”* trata-se de uma dissertação escrita pela autora Denise Fabiana Figueiredo ao Programa de

Pós-Graduação em Educação para a Ciências e a Matemática, da Universidade Estadual de Maringá, em 2013. A pesquisa teve como participantes estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública do Estado do Paraná, e o pesquisador não era o professor da turma.

A pesquisa P6, intitulada *“O uso da modelagem para o ensino da função seno no Ensino Médio”* refere-se a uma dissertação desenvolvida pelo autor Ricardo Ferreira dos Santos para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, em 2014. Foram participantes da pesquisa, estudantes do 2º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede estadual, localizada no município de Guarulhos-SP, onde o pesquisador atuava como professor da turma.

A Pesquisa P7, cujo título é *“Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem e as representações emergidas de um grupo de alunos do Ensino Médio sobre suas aulas de Matemática”* trata-se de uma dissertação desenvolvida pelo autor André Tessaro para o Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica, da Universidade Federal do Espírito Santo, em 2015. A pesquisa teve como participantes estudantes do 1º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede pública, localizada no município de Jaguaré-ES.

A pesquisa P8, intitulada *“Educação de Jovens e Adultos: uma experiência com a Modelagem Matemática”* refere-se a uma dissertação escrita pelo autor Luis Carlos Pereira para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, em 2015. Estudantes do 1º ano do Ensino Médio foram os participantes dessa pesquisa, sendo oriundos de uma escola localizada em São Paulo.

A pesquisa P9, cujo título é *“A Modelagem Matemática e o desenvolvimento da autonomia: um estudo com estudantes do Ensino Médio”* refere-se a uma dissertação desenvolvida pela autora Ingridi Rodrigues Charal Galvani para o Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciências e a Matemática, da Universidade Estadual de Maringá, em 2016. A pesquisa teve como participantes, estudantes do 3º ano do Ensino Médio, da rede pública estadual do Paraná, da cidade de Paiçandu.

A pesquisa P10, intitulada *“Unidade de ensino potencialmente significativa com Modelagem Matemática para a aprendizagem do conceito de volume em uma escola militar do RS”* trata-se de uma dissertação escrita pelo autor Alexandre Xavier

dos Santos para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria, em 2017. A pesquisa foi realizada com estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola militar da rede estadual, situada no município de São Gabriel-RS, e o pesquisador atuava como professor da turma participante.

A pesquisa P11, cujo título é *“O ensino de funções trigonométricas com o uso da Modelagem Matemática sob a perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa”* refere-se a uma dissertação desenvolvida pelo autor Felipe de Almeida Costa para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, em 2017. A pesquisa foi desenvolvida com estudantes do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede pública, do Estado de São Paulo.

A pesquisa P12, intitulada *“Projeto de Modelagem Matemática e Teoremas em Ação: uma investigação sobre os conceitos de Área e Perímetro”* escrita pela autora Rozély Xavier Rosa, trata-se de uma dissertação para o Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, da Universidade Estadual de Maringá, em 2017. A pesquisa foi desenvolvida com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, de uma escola do campo, da rede pública, do Estado do Paraná.

A pesquisa P13, intitulada *“A perspectiva da criança em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais”* desenvolvida pela autora Lília Cristina dos Santos Diniz Alves, refere-se a uma dissertação para o Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, da Universidade Federal do Pará, em 2018. A pesquisa foi realizada em uma escola pública estadual, tendo como participantes, crianças entre 5 e 8 anos de idade, em uma escola localizada na cidade de Belém-PA.

A pesquisa P14, cujo título é *“Ensino de Probabilidade: um jogo e as contribuições dos registros das partidas”* escrita pelo autor Gabriel de Souza Pinheiro, trata-se de uma dissertação para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em 2019. A pesquisa teve como participantes, estudantes do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, localizado no município de Osório-RS.

A pesquisa P15, intitulada *“Big Data e Educação Matemática: algumas aproximações”* refere-se a uma dissertação desenvolvida pela autora Rose Grochot Gayeski para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em 2019. A pesquisa foi desenvolvida com estudantes do 1º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede pública, localizada no município de Serafina Corrêa-RS.

A pesquisa P16, cujo título é *“Educação do Campo e Modelagem Matemática: construção de estufa para a produção de orgânicos na Zona Rural de São Sebastião do Caí”* trata-se de uma dissertação escrita pela autora Lisiane Santos Flores para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em 2019. A pesquisa teve como participantes, estudantes do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede estadual, pertencente à Zona Rural do município de São Sebastião do Caí - RS, em que pesquisadora atuava como professora das turmas durante a investigação.

A pesquisa P17, intitulada *“Modelagem Matemática e Currículo: desafios e possibilidades”* refere-se a uma dissertação desenvolvida pelo autor Estevão Ovando Neto para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, em 2019. A pesquisa foi desenvolvida com estudantes do 1º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede pública, localizada na cidade de Campo Grande - MS.

No Mapa 22, a seguir, são apresentadas as pesquisas constantes no Mapa 21, além dos participantes envolvidos e o objeto matemático investigado durante o processo de modelagem, em sala de aula.

Mapa 22 – Contexto das Teses e Dissertações em Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.

Identificação	Título	Participantes	Objeto Investigado
P1	Música e Matemática: A harmonia dos números revelada em uma estratégia de modelagem.	2º ano do Ensino Médio	Progressão Aritmética e Geométrica
P2	Modelagem Matemática na Educação Infantil: uma estratégia de ensino com crianças da faixa etária de 4 a 5 anos.	Crianças entre 4 e 5 anos	
P3	Estudo de Função Afim através da Modelagem Matemática.	1º ano do Ensino Médio	Função Afim

P4	Modelagem Matemática Crítica como atividade de ensino e investigação.	1º ano do Ensino Médio	Regra de três
P5	Uma proposta de avaliação de aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula.	3º ano do Ensino Médio	Matrizes
P6	O uso da modelagem para o ensino da função seno no Ensino Médio.	2º ano do Ensino Médio	Função Seno
P7	Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem e as representações emergidas de um grupo de alunos do Ensino Médio sobre suas aulas de Matemática.	1º ano do Ensino Médio	Estatística
P8	Educação de Jovens e Adultos: uma experiência com a Modelagem Matemática.	1º ano do Ensino Médio	Função Quadrática
P9	A Modelagem Matemática e o desenvolvimento da autonomia: um estudo com estudantes do Ensino Médio.	3º ano do Ensino Médio	Funções
P10	Unidade de Ensino potencialmente significativa com Modelagem Matemática para a aprendizagem do conceito de volume em uma escola militar do RS.	3º ano do Ensino Médio	Volume
P11	O ensino de Funções Trigonométricas com o uso da Modelagem Matemática sob a perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa.	3º ano do Ensino Médio	Funções Trigonométricas
P12	Projeto de Modelagem Matemática e teoremas em ação: uma investigação sobre os conceitos de área e perímetro.	Anos Finais do Ensino Fundamental	Área e Perímetro
P13	A perspectiva da criança em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais.	Crianças entre 5 e 8 anos	Medidas de comprimento, Números e Operações
P14	Ensino de Probabilidade: um jogo e as contribuições dos registros das partidas.	1º ano do Ensino Médio	Probabilidade
P15	Big Data e Educação Matemática: algumas aproximações.	1º ano do Ensino Médio	Função Constante e Função Afim
	Educação do campo e		

P16	Modelagem Matemática: construção de estufa para a produção de orgânicos na zona rural de São Sebastião do Cai.	8º e 9º anos do Ensino Fundamental	Geometria
P17	Modelagem Matemática e Currículo: desafios e possibilidades.	1º ano do Ensino Médio	Funções e Geometria

Fonte: O autor (2021).

Das 17 pesquisas analisadas, 13 tem como público-alvo estudantes do Ensino Médio. Percebe-se que a Modelagem Matemática tem uma maior utilização em turmas do Ensino Médio, e menos incidência de seu uso com estudantes do Ensino Fundamental.

Na subseção a seguir, serão apresentados os referenciais teóricos utilizados por cada um dos autores das referidas pesquisas. Nessa subseção serão analisadas quais as bases teóricas, quais os autores em Modelagem Matemática, foram utilizados para construção teórica dessas pesquisas.

4.1.1.2. Referencial Teórico

Nesta subseção serão apresentados os referenciais teóricos presentes em cada uma das pesquisas constante no Mapa 21, aprofundando-se nos autores em Modelagem Matemática, uma vez que esta pesquisa tem como principal objetivo analisar o uso da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, em salas de aula da Educação Básica. As teorias, e seus respectivos autores, serão elencados individualmente nesta subseção.

Na pesquisa P1, o autor abordou a história da relação existente entre a Matemática e a Música, apresentando alguns autores, como por exemplo: Du Sautoy (2007), Abdounur (1999) e Cunha (2006). O autor também trouxe em seu texto, alguns autores que possibilitam o entendimento dessas relações, conceituando e analisando os movimentos sonoros e como estes estão relacionados com as ciências. Para isso, ele apresentou obras (WISNIK, 1989; RATTON, 2002) que definem como funciona o comportamento das ondas sonoras, e como essas são apresentadas matematicamente. Ele ainda trouxe em seu texto abordagens acerca da Rede de Significado e do Pensamento Analógico, apresentando as ideias defendidas por: Machado (1995, 2002), Lévy (1993), Abdounur (1999), Gardner

(1994, 1995), a respeito desses temas. Em relação à Modelagem Matemática, o autor da pesquisa apresentou as concepções defendidas por: Barbosa (2001, 2007), Bassanezi (2002), Burak (2004), Bean (2005), Araújo (2007), Biembengut e Hein (2013). Em seu texto, o autor apresentou etapas que devem ser seguidas, pelos docentes e discentes, para que seja realizada uma atividade em Modelagem Matemática, essas partindo sempre de situações da realidade dos estudantes, trazendo pra sala de aula problemas reais, para que sejam solucionados por meio da Matemática.

Na pesquisa P2, a autora apresentou algumas definições para Modelagem Matemática, e evidenciou a importância da utilização dessa tendência da Educação Matemática, como estratégia para o ensino. Ela se fundamentou nas concepções defendidas por: Biembengut e Hein (2007), Bassanezi (2006) e Almeida e Vertuan (2011). Relatou ainda a respeito da Matemática na Educação Infantil (SMOLE, 2000) e da Ludicidade na Educação Infantil (WAJSKOP, 2001; MOYLES, 2002). A autora trouxe as concepções defendidas por Santaella (1983) e Junqueira Filho (2005) a respeito da metodologia das Linguagens Geradoras, e ainda, desse último autor, suas concepções a respeito de Situações de Aprendizagem.

Na pesquisa P3, a autora fundamentou o seu texto nos conceitos desenvolvidos por Caraça (1951) e Elon L. Lima (2011) para Função, variáveis, Função Afim, taxa de variação média, dentre outras definições. No que diz respeito à Modelagem Matemática, a autora se fundamentou nas concepções defendidas por: Bassanezi (2010), Burak (2010, 2013), Biembengut (2004) e Biembengut e Hein (2010). Ela apresentou as etapas sugeridas por esses autores, para a construção e o desenvolvimento de atividades em sala de aula, por meio da Modelagem Matemática.

Na pesquisa P4, o autor abordou em seu texto as concepções defendidas por Skovsmose (1992, 2001, 2007) a respeito da Educação Matemática Crítica e apresentou também as ideias de Biembengut e Hein (2003) e de Guerra e Silva (2009) sobre a Modelagem Matemática. O autor trouxe também a perspectiva de Burgermeister (2007, 2010) a respeito da Modelagem Matemática Crítica e os elementos que compõem esse processo, bem como seu desenvolvimento em sala de aula.

Na pesquisa P5, a autora apresentou a Teoria da Aprendizagem Significativa, desenvolvida por Ausubel (1968), baseou-se nos estudos realizados por Ausubel,

Novak e Hanesian (1980), e trouxe também as ideias desenvolvidas por Moreira e Elsie (2001) para essa teoria. Em relação à Modelagem Matemática, a autora apresentou dentre algumas concepções para esse campo da Educação Matemática, as defendidas por: Bassanezi (2002), Burak (1992), Biembengut (2004), Biembengut e Hein (2000), Barbosa (2001, 2003), Almeida (2004), Almeida e Ferruzzi (2009), Ferruzzi (2011), trazendo, segundo cada autor, as etapas, momentos, fases da Modelagem Matemática e sua utilização em sala de aula. Neste mesmo capítulo, a autora apresentou relações existentes entre a Teoria da Aprendizagem Significativa e a Modelagem Matemática, tomando como aporte Venâncio (2010), Iaronka (2008), Fontanini (2007) e Borssoi e Almeida (2004).

Na pesquisa P6, o autor iniciou a sua fundamentação teórica apresentando um pouco da história do ensino da Matemática e do uso da Modelagem Matemática no ensino, tendo usado como referência para essa escrita, respectivamente, Beltrão (2009) e Biembengut (2009). O autor apresentou, também, a Teoria da Aprendizagem Significativa, defendida por Ausubel, tendo utilizado as pesquisas desenvolvidas por Moreira (1999) para construir sua base teórica sobre. Por fim, apresentou as concepções defendidas por Bassanezi (2006) e Beltrão (2009), evidenciando as etapas e fases sugeridas por Beltrão (2009) para construção do modelo matemático.

Na pesquisa P7, o autor apresentou algumas concepções acerca da Modelagem Matemática, trazendo as ideias defendidas por: Bassanezi (2009); Almeida, Silva e Vertuan (2011); Almeida e Brito (2005); Meyer, Caldeira e Malheiros (2013); Caldeira (2009); Burak (1992); Chaves e Espírito Santo (2008). Apresentou as etapas elaboradas por Biembengut e Hein (2010) e os três casos sugeridos por Barbosa (2001) para o desenvolvimento de atividades em sala de aula, criando um ambiente de aprendizagem para o ensino de Matemática.

Na Pesquisa P8, o autor em sua fundamentação teórica apresentou algumas definições para Modelo Matemático, segundo: D'Ambrosio (1986), Bassanezi (2002) e Stewart (2011). Trouxe ainda as concepções de Modelagem Matemática, defendidas por: Almeida, Silva e Vertuan (2012); Bassanezi (2002); Burak (1992); Biembengut (1999); Barbosa (2001); Ferruzzi e Almeida (2009); Beltrão (2009). O autor apresentou as etapas, sugeridas por cada um desses pesquisadores, para o uso da Modelagem Matemática no ensino. Além da Modelagem Matemática, o autor apresentou em sua fundamentação, a Teoria da Aprendizagem Significativa

proposta por Ausubel (1980) e defendida por Moreira (1999), além disso abordou questões sobre a Educação de Jovens e Adultos, público alvo de sua pesquisa; a importância da utilização da Modelagem Matemática e da realização de trabalhos cooperativos com esse público.

Na Pesquisa P9, a autora construiu sua base teórica apoiada nas ideias desenvolvidas por Paulo Freire para autonomia dos estudantes. Ela mostrou uma descrição das obras *Pedagogia do Oprimido* (2013), *Pedagogia da Pergunta* (1985) e *Pedagogia da Autonomia* (1996) escritas pelo autor, e que trazem características das atitudes desenvolvidas pelos professores e estudantes que corroboram para a construção da autonomia dos estudantes. No que diz respeito, a Modelagem Matemática, a autora optou pelas concepções que apresentaram uma perspectiva sociocrítica, como por exemplo: Barbosa (2001), Araújo (2002), Jacobini e Wodewotzki (2007), Caldeira (2009) e, Orey e Rosa (2007). Estes autores têm em comum que por meio da Modelagem Matemática, possam ser contextualizadas situações do cotidiano dos estudantes, levando-os a reflexões críticas e discussões com os professores.

Na Pesquisa P10, o autor iniciou a sua fundamentação teórica apresentando a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) criada por Ausubel (1963), apoiando-se também, nos estudos desenvolvidos por Moreira (2011) a respeito da TAS. Para a Modelagem Matemática, o autor, no primeiro momento, mostrou as definições para modelos matemáticos por: Bassanezi (2004), Biembengut e Hein (2014). Em seguida, foram descritas algumas concepções da Modelagem Matemática, como as defendidas por: Almeida, Silva e Vertuan (2013); Meyer, Caldeira e Malheiros (2013); Biembengut (2009); Burak (1992); Bean (2005); Barbosa (2001, 2008).

Na Pesquisa P11, o autor iniciou a construção de sua fundamentação teórica apresentando as concepções sobre a Modelagem Matemática, defendidas por: Burak (1992), Bassanezi (2015), Beltrão (2009), Meyer, Caldeira e Malheiros (2013). Num próximo momento, o autor descreveu alguns elementos da história da Modelagem Matemática fundamentando-se em: Santos (2011), Biembengut (2009) e Beltrão (2009). E em seguida, o autor apresentou definições para Modelagem, Modelação e modelos matemáticos, segundo Barbosa (2009), Edwards e Hamson (1990), Ponte, Matos e Abrantes (1998), Martins et al. (2013), Pires e Magina (2011), Biembengut e Hein (2007). Além da Modelagem Matemática, o autor mostrou em sua fundamentação a Teoria da Aprendizagem Significativa desenvolvida por

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) e que teve pesquisas desenvolvidas por Moreira (2012).

Na pesquisa P12, a autora expôs a Teoria dos Campos Conceituais, idealizada por Gérard Vergnaud, apoiando-se nas pesquisas desenvolvidas por: Vergnaud (1990, 2007, 2009, 2012), Gitirana et al. (2014), Santana (2012), Magina et al. (2008, 2014). As bases utilizadas para construção da sua fundamentação, no que diz respeito a Modelagem Matemática, apoiaram-se nas concepções defendidas por Barbosa (2001, 2004), e principalmente, nas etapas sugeridas por Burak (1992, 2005, 2010) para o desenvolvimento de uma atividade em Modelagem, no contexto da sala de aula.

Na pesquisa P13, a autora fundamentou-se nas concepções de criança e infância, defendidas por: Kohan (2004a, 2004b), Abramowicz e Oliveira (2013), Uggioni (2008), Sarmiento (1997), Àries (1986), Pamphylio (2010), Souza (2007) e Cohn (2013). A autora afirmou que segundo esses autores, a criança assume um papel de um sujeito capaz e competente na sua relação com o mundo. Em relação a Modelagem Matemática, a autora baseou-se nas concepções defendidas por: Barbosa (2001), Bassanezi (2009), Biembengut (2006), Burak (2004), Luna, Souza e Santiago (2009), que orientam o uso da modelagem em sala de aula, para o ensino de Matemática.

Na pesquisa P14, o autor fundamentou a sua pesquisa nos cenários de ambiente de aprendizagem desenvolvidos por Skovsmose (1997, 2000, 2001, 2007, 2008, 2014) na Pedagogia da Pergunta de Freire e Faundez (2017) e na Pedagogia da Autonomia de Freire (2002), também apresentou aspectos de Jogos na Educação Matemática com estudos desenvolvidos por: Macedo, Petty e Passos (2007), Grandó (2001) e Kishimoto (2006). Ao descrever a respeito da Modelagem Matemática, o autor fundamentou-se nas diversas perspectivas existentes para essa tendência, trazendo as concepções defendidas por: Dalla Vecchia (2012; 2017), Barbosa (2001; 2004; 2008), Bassanezi (2006; 2008), Silva (1996), Vertuan (2016), Kaiser (2006), Almeida (2016) e Silva (2016).

Na pesquisa P15, a autora apresentou em sua fundamentação teórica algumas concepções existentes para Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, apoiando-se em autores como: Kaiser, Schwarz e Tiedemann (2010), Ferri e Blum (2009, 2010), Bassanezi (2002), Barbosa (2001, 2004), Caldeira (2009), Araújo (2009), Burak (2010), Kluber (2012), Dalla Vecchia

(2012), Soares (2015), Kaiser e Sriraman (2006). Além da Modelagem, foram apresentados aspectos teóricos das Tecnologias Digitais na Educação Matemática, dando ênfase a *Big Data* por meio das ideias defendidas por: Santos e Lemes (2014) e Dalla Vecchia (2015), e também os aspectos teóricos a respeito da Literacia Digital apresentados nas pesquisas desenvolvidas por: Jenkins et al. (2009), Rosado e Bélisle (2006), Sápiras (2017). E por fim, a autora apresentou as ideias desenvolvidas por: Benjamin (1994), Dalcin (2018), Nacarato e Lopes (2013), Clandinin e Connelly (2011), Murray (2003), Larrosa (2002) sobre narrativas e narrativas digitais.

Na pesquisa P16, a autora abordou em seu referencial teórico as ideias de Freire (1968) a respeito da Educação Libertadora, em que o educador e filósofo disserta a respeito de uma pedagogia crítica-educativa, com caráter libertador. Ela apresentou também as ideias defendidas por Fernandes (2006), Fernandes e Molina (2004), Mattos e Ramos (2017) e Caldart (2012) sobre a Educação do Campo. E por fim, a autora apresentou as teorias desenvolvidas por Skovsmose (2000; 2008) e Barbosa (2001), o primeiro fala sobre os Ambientes de Aprendizagem, classificando esses ambientes e combinando três tipos de referências e dois paradigmas, e o segundo traz uma concepção da Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem, apresentando três casos em que o professor e o aluno desenvolvem uma atividade em modelagem.

Na pesquisa P17, o autor mostrou algumas concepções a respeito de currículo, trazendo as ideias defendidas por: Sacristán (2000), Coll (1998) e Dewey (1896, 1902, 1978, 1979). Apresenta, também, o currículo linear de acordo com Silva (2004, 2009, 2013) e Pires (2000) e o currículo em espiral por Bruner (1978). Sobre a Modelagem Matemática, foram descritas as abordagens discutidas por: Kaiser e Sriraman (2006), Rosa (2009, 2013), Blum (2015), D'Ambrósio (1986), Barbosa (2004), Burak (2006), Bassanezi (2006), Biembengut (2007), Almeida e Brito (2004, 2005), Biembengut e Hein (2000), Almeida e Dias (2004). O autor trouxe alguns trabalhos presentes na literatura que discutem a Modelagem Matemática com currículo, em diferentes contextos.

As pesquisas analisadas apresentaram diferentes concepções para a Modelagem Matemática, uma vez que no campo da Educação Matemática não existe consenso entre os pesquisadores sobre a definição de Modelagem. Sobretudo, apesar de apresentarem em suas fundamentações teóricas, as

diferentes perspectivas para Modelagem Matemática, os autores optaram por nortear as suas pesquisas em elencando uma dessas concepções.

As pesquisas P1, P2 e P3 basearam-se na concepção defendida por Biembengut e Hein (2003, 2007, 2010) para o desenvolvimento das atividades em sala de aula. Segundo estes autores a modelagem é “um processo que envolve a obtenção de um modelo” (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p.12), e durante esse processo é dada aos estudantes “a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico” (BIEMBENGUT; HEIN, 2003, p.18). Para os autores, o professor deve seguir três etapas do processo, para que se realize uma atividade em Modelagem Matemática, sendo elas: interação, matematização e modelo matemático.

A pesquisa P4 foi alicerçada na perspectiva da Modelagem Matemática Crítica defendida por Burgermeister (2007, 2010), que configura um ambiente de investigação de uma questão a partir do uso de diferentes modelos para verificar as diferentes respostas produzidas durante o processo. Segundo o autor, a prática da Modelagem Matemática Crítica pode revelar a tomada de consciência do papel do envolvido na situação da realidade, por meio da discussão das diferentes respostas a partir de uma questão a ser investigada.

Os cinco critérios para a avaliação de uma atividade de Modelagem Matemática em sala de aula, propostos por Borba, Meneghetti e Hermini (1999) foram tomados como base para o desenvolvimento da pesquisa P5. Para a pesquisadora, os critérios C1, C2 e C3 que trataram especificamente a respeito da participação dos estudantes na atividade, atenderam ao interesse da pesquisa, pois verificaram o êxito no comportamento dos estudantes durante o processo de modelagem, com uma aprendizagem com significado, que foi além da aquisição do conhecimento matemático desenvolvido.

As pesquisas P6 e P8 foram construídas de acordo com as fases propostas por Beltrão (2009): Fase I – Apresentação do conteúdo pelo professor; Fase II – Apresentação pelo aluno de situações que envolvem o conteúdo matemático em estudo; Fase III – A elaboração pelo aluno de situações expressas por modelos ou aplicações. Para Beltrão (2009), a proposta de modelagem é definida como uma ação da realidade para Matemática, e é importante que o professor, por meio de situações reais com significado, desenvolva e pense na modelagem como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática.

A perspectiva de Modelagem adotada por Barbosa (2001, 2008, 2011) serviu como base para as pesquisas P7, P9, P10, P11, P14 e P16. Barbosa (2001) compreende a Modelagem como um ambiente de aprendizagem, e por meio da Matemática, os estudantes são convidados a investigar situações reais. Segundo o autor, a Modelagem pode ser implementada pelo professor em sala de aula, sob a ótica de três casos distintos: Caso 1 – o professor é o responsável pelo fornecimento do problema e de todas as informações necessárias à sua solução, cabendo aos alunos a resolução; Caso 2 – o professor apresenta um problema não-matemático, e os alunos são responsáveis pelas buscas das informações necessárias para resolução; Caso 3 – O problema surge de algum tema de interesse dos alunos, e esses participam de todo processo de modelagem, desde a escolha do tema, as buscas de informações necessárias para resolução e solução do problema. Em ambos os Casos, o autor afirma que o professor atua como copartícipe nas investigações, orientando os alunos durante todo processo.

As pesquisas P12 e P13 fundamentaram-se na concepção defendida por Burak (1992, 2004, 2005, 2010) para a construção de suas atividades em Modelagem Matemática, em sala de aula. Para Burak (1992, p.62) “a modelagem matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano”. Segundo Burak e Klüber (2008), uma atividade em modelagem pode ser desenvolvida seguindo cinco etapas, sendo elas: 1ª etapa – Escolha do tema; 2ª etapa – Pesquisa exploratória; 3ª etapa – Levantamento do(s) problema(s); 4ª etapa – Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; 5ª etapa – Análise crítica da(s) solução(es). E baseado nos pressupostos de Burak, os autores das pesquisas determinaram o tema a partir dos interesses demonstrados pelos estudantes.

Na pesquisa P15, a perspectiva adotada para o desenvolvimento das atividades em Modelagem foi a defendida por Dalla Vecchia (2012), já que o autor estabelece relações entre a Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais. Segundo Dalla Vecchia (2012, p. 123), a Modelagem Matemática é “[...] um processo dinâmico e pedagógico de construção de modelos sustentados por ideias matemáticas que se referem e visam encaminhar problemas de qualquer dimensão abrangida pela realidade”. Para o autor, o processo de modelagem é fluido e se

deve, devido a quatro aspectos: objetivo pedagógico; modelos/linguagem; problema; e realidade. Estes aspectos estão entrelaçados e influenciam no processo.

Os direcionamentos adotados para o desenvolvimento das atividades em Modelagem da pesquisa P17 partiram da concepção defendida por Almeida e Brito (2005) que considera a modelagem uma alternativa pedagógica, em que a partir de problemas reais, não necessariamente matemáticos, desenvolve-se o conteúdo matemático. Os autores ainda afirmam que a modelagem permite a investigação pelos estudantes, de questões que vão além da matemática, e suas soluções perpassam por outras áreas do conhecimento.

Na subseção seguinte, apresentam-se as metodologias utilizadas em cada uma das pesquisas analisadas.

4.1.1.3. Metodologia das pesquisas

Apresentam-se nesta subseção, os aspectos metodológicos descritos nas pesquisas que constam no Mapa 21. São analisados os tipos de pesquisas, o contexto das intervenções realizadas em sala de aula e as descrições a respeito das intervenções. As descrições que compõem esta subseção foram construídas baseadas no que os autores das pesquisas apresentam em seus textos.

Segundo Marconi e Lakatos (2003), metodologia da pesquisa é a que abrange maior número de itens, pois responde, em um só tempo, às questões: Como? Com quê? Onde? Quanto? Por meio dos percursos metodológicos seguidos pelos autores, são respondidas as questões de pesquisa e seus objetivos.

A pesquisa P1, de caráter qualitativo, foi nomeada pesquisa teórico-bibliográfica, que segundo o autor, relatou sobre a Modelagem Matemática, o Pensamento Analógico e as Relações entre Matemática e Música. Conforme o autor tratou-se de uma Pesquisa de Campo com pesquisador participante, realizada com 19 alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola particular localizada no Município de Luz – MG, na qual o autor atuava como professor. A intervenção aconteceu no primeiro semestre de 2009, a partir de um projeto de modelagem, constituído de algumas tarefas.

Num primeiro momento, o autor realizou uma palestra sobre Modelagem Matemática e Música, trazendo aos estudantes a ideia do processo de modelagem e apresentando alguns exemplos de modelos a partir de Biembengut e Hein (2013,

p.52-69) e Reis et al (2005a), e sugeriu que os estudantes realizassem uma pesquisa a respeito de Música, Matemática, ritmos, compassos, sons, notas musicais e oitavas.

No segundo momento, os estudantes apresentaram ao pesquisador os conceitos sugeridos para pesquisa, e deram início às discussões a respeito do tema e às possíveis relações existentes entre Matemática e Música. Após as discussões, a turma foi dividida em grupos compostos de três ou quatro alunos, dando início a fase da Matematização, por meio de aulas de Música, implementando o Projeto Matemática e Música.

Durante os encontros, o pesquisador sugeriu que os alunos fizessem anotações sobre as atividades propostas, no decorrer das aulas o conteúdo matemático pretendido foi apresentado e surgiu a necessidade de levar os estudantes em uma Escola de Música para que eles tivessem uma vivência com esse ambiente.

O último momento do projeto foi a construção do modelo matemático, representado por instrumentos musicais, e após isso uma apresentação musical para toda comunidade escolar.

A pesquisa P2 mostrou uma abordagem qualitativa baseada em Mezarroba e Monteiro (2008) e Moreira e Calefe (2011), como instrumento de pesquisa foi utilizado a observação participante que possibilitou ao pesquisador entrar no mundo social dos participantes, para que assim ele pudesse observar e tentar descobrir como é ser um membro desse mundo. A investigação e o desenvolvimento das situações de aprendizagem ocorreram em 11 encontros, sendo que nos quatro primeiros encontros foi feita a observação das situações de aprendizagem desenvolvidas pela professora da turma, e o comportamento das crianças, participantes da pesquisa, durante o desenvolvimento dessas situações. Posteriormente, ocorreram seis encontros, onde foram desenvolvidas as situações de aprendizagem, utilizando a Modelagem Matemática, propostas pela pesquisadora. E por fim, um último encontro, em que foram divulgadas as imagens, fotografias e filmagens, para a professora da turma e as crianças.

Na pesquisa P3, a autora desenvolveu a atividade didática proposta, conforme a perspectiva de Burak (2004) e Biembengut e Hein (2010), sendo desenvolvida em 20 horas/aula, com uma turma do 1º ano do Ensino Médio na qual a pesquisadora era a professora titular. Num primeiro momento, realizou-se uma

conversa com os participantes, explicando sobre a Modelagem Matemática, e em conjunto com os estudantes foi escolhido o tema a ser desenvolvido durante o processo. Após, foi realizada uma pesquisa exploratória a respeito do tema, e essa pesquisa foi apresentada pelos grupos de estudantes para que o conhecimento fosse socializado.

O próximo passo foi o levantamento do problema a ser pesquisado, que surgiu após as discussões entre os grupos e a professora-pesquisadora, preocupando-se com a formulação de um problema que proporcionasse o desenvolvimento do conteúdo matemático pretendido com a atividade. Com isso, a etapa seguinte, apresentou questionamentos que levassem os estudantes à resolução dos problemas, e construção do conhecimento matemático pretendido. Foram desenvolvidos 12 questionamentos, pelos estudantes, que contextualizavam o tema escolhido. E por fim, foi apresentado um último questionamento, que proporcionou aos estudantes o desenvolvimento do modelo matemático e a análise crítica dos resultados encontrados.

A pesquisa P4 apresentou uma abordagem qualitativa (GARNICA, 2010) de natureza participante, uma vez que o professor pesquisador conduziu o processo passivo do olhar subjetivo. Foram participantes da pesquisa, 43 alunos do 1º ano do Ensino Médio e os dados coletados foram oriundos de uma atividade desenvolvida na perspectiva da Modelagem Matemática Crítica, defendida por Burgermeister (2007, 2010), constante de três momentos. No primeiro momento, a turma foi dividida em sete grupos que foram orientados a respeito da proposta a ser desenvolvida, evidenciando a importância do papel do sujeito na sociedade, e da construção da realidade por meio dos modelos matemáticos. O segundo momento foi apresentado aos grupos o problema a ser resolvido, sendo desenvolvido a coletividade, e uma mobilização e compartilhamento de informações para que fosse elegida uma resposta considerada mais aceitável, proporcionando dessa forma a socialização entre os estudantes. O terceiro e último momento, configurou-se a fase de socialização e produção do conhecimento pretendido, uma vez que, segundo o autor, ocasionou o embate de posicionamentos em relação aos modelos investigados. Com isso, a coleta dos dados ocorreu a partir da observação do pesquisador desde a introdução da tarefa, até a fase de socialização dos grupos formados, além dos registros fotográficos e conceituais realizados durante a atividade.

A autora da pesquisa P5 desenhou seu percurso metodológico baseando-se nos cinco critérios para avaliação de uma atividade de Modelagem Matemática na sala de aula, conforme Borba, Meneghetti e Hermini (1999). Dos critérios defendidos pelos autores, foram considerados três para o desenvolvimento das atividades, posto que trataram especificamente da participação dos estudantes nas atividades, abordando seus possíveis comportamentos que levam ao êxito das atividades. A autora justificou o uso dessa teoria pelo fato de buscar proporcionar o aprendizado da Matemática com significado.

As atividades foram realizadas com 24 estudantes de uma turma do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola pública estadual. O processo de modelagem foi desenvolvido em duas etapas: na primeira etapa, a pesquisadora considerou o fato dos participantes nunca terem tido contado com a Modelagem Matemática, desenvolvendo uma atividade que apresentasse em seu contexto conteúdos matemáticos já conhecidos pelos estudantes; na segunda etapa, após o contato e familiarização dos participantes com o método de modelagem, por sugestão do professor da turma, a pesquisadora trouxe uma atividade com matrizes, que favoreceu a independência dos estudantes em sua resolução.

A Pesquisa P6 ocorreu com 15 estudantes do 2º ano do Ensino Médio, da rede estadual, com idade entre 15 e 16 anos. O pesquisador era o professor da turma, e desenvolveu o processo de modelagem no turno oposto ao frequentado pelos participantes. Os encontros para construção do modelo ocorreram em duas tardes, aproximadamente seis aulas de 50 minutos, e teve a contribuição de outro docente, que atuou como observador, auxiliando o professor-pesquisador durante o desenvolvimento das atividades. Anterior aos encontros, o professor-pesquisador ministrou cinco aulas de Matemática, que serviram como suporte na construção do modelo. Para o desenvolvimento das atividades em modelagem, foram assumidas as concepções defendidas por Bassanezi (2006) para Modelagem Matemática e modelos, e os cenários abordados por Beltrão (2009), em que a autora propõe a construção do modelo matemático em fases.

A atividade foi dividida em três fases: na primeira o pesquisador apresentou o objeto matemático em estudo, trazendo um breve histórico desse conteúdo, alguns exemplos de representações gráficas e as definições e propriedades constantes na proposta curricular; na segunda, foram apresentadas as fases da construção de um

modelo, propostas por Burak (1992); e na terceira, aconteceu a construção do modelo seguindo a proposta de modelagem.

A pesquisa P7 apresentou uma abordagem qualitativa do tipo etnográfica, baseando-se em Fiorentini e Lorenzato (2012), os quais afirmam que o pesquisador frequenta o ambiente onde os fenômenos ocorrem naturalmente, e os dados são coletados considerando os comportamentos naturais das pessoas. Teve como instrumentos de coleta de dados diário de bordo, questionário e entrevista semiestruturada. Desenvolveu-se com 39 estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública, mas somente 31 alunos participaram de todas as etapas previstas no processo de modelagem. O pesquisador realizou as atividades sob a supervisão do professor titular da turma. Foram elaboradas oito etapas com o intuito de organizar o andamento das atividades, e para que os participantes tivessem conhecimento prévio do que seria proposto.

As etapas foram elaboradas da seguinte forma: 1º etapa, divisão da turma em grupos; 2º etapa, definição de um tema que pudesse ser investigado no ambiente escolar; 3º etapa, elaboração de perguntas pertinentes ao tema; 4º etapa, elaboração de um questionário pelos grupos; 5º etapa, aplicação dos questionários com os participantes de cada grupo; 6º etapa, tabulação dos dados coletados por meio dos questionários; 7º etapa, elaboração dos gráficos e socialização de cada grupo com os demais participantes; e 8º etapa, apresentação das pesquisas realizadas e seus respectivos resultados.

A pesquisa P8 baseou-se numa abordagem qualitativa defendida por Creswell (2010) e Bogdan e Biklen (1994), caracterizada como um estudo de caso, que objetivava a investigação de um grupo em particular de pessoas, pertencentes a uma mesma instituição e formação, e os dados foram coletados por meio de observação, filmagem e registros dos alunos. A atividade em modelagem foi desenvolvida com 24 estudantes do 1º ano do Ensino Médio da EJA, seguindo as fases e etapas sugeridas por Beltrão (2009). Os encontros foram ministrados pelo pesquisador, que era o professor titular da turma, auxiliado por outro professor de Matemática que atuou como observador.

As três fases que compuseram a atividade de modelagem, foram apresentadas da seguinte forma: Fase I, apresentação do conteúdo, exploração de aplicações e explanação das definições e propriedades; Fase II, os participantes

realizaram pesquisas a respeito do tema estudado; Fase III, construção e validação do modelo.

A pesquisa P9 possuiu cunho qualitativo, baseada na concepção apresentada por Bogdan e Biklen (1994), e possuiu o caráter e estudo da pesquisa-ação, que segundo Thiollent (2007) é uma pesquisa social com baseamento empírico, associada a uma ação ou resolução de um problema, em que o pesquisador e os participantes estão envolvidos de modo cooperativo. Os participantes envolvidos na pesquisa foram oriundos de uma turma do 3º ano do Ensino Médio da rede pública estadual, sendo convidados 46 estudantes, mas só concluíram todas as etapas da pesquisa, 20 estudantes. Os dados foram coletados durante as observações e o desenvolvimento das atividades em modelagem, por meio de questionários e gravações de áudio e vídeo.

O processo de modelagem foi realizado em três etapas: Etapa 1, ocorreu a aplicação de um questionário socioeconômico e observação nas aulas que precederam a atividade em modelagem; Etapa 2, realização de três atividades de Modelagem Matemática com temas pertinentes com a realidade dos participantes; Etapa 3, realizou-se observação após as intervenções com intuito de identificar atitudes dos participantes após as atividades em modelagem. Os dados foram analisados sob o viés da pesquisa de cunho interpretativo, que tem como objetivo interpretar e tornar compreensíveis os dados obtidos (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

A pesquisa P10 apresentou uma abordagem qualitativa, baseando-se em Moreira (2009) e Bogdan e Biklen (1994), e caracterizou-se como uma pesquisa-ação em que o pesquisador se insere no ambiente que será investigado, para desta forma, além de observar e compreender esse ambiente, possa provocar uma mudança na prática docente, refletindo na aprendizagem dos envolvidos no processo investigativo (FIORENTINI; LORENZATO, 2012). O pesquisador optou pela pesquisa-ação, por ser o professor da turma participante e entender que, dessa forma poderia aperfeiçoar sua prática pedagógica.

Foram participantes da pesquisa, 23 estudantes do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola militar, onde o pesquisador atuava como professor. O processo de Modelagem Matemática, na concepção de Barbosa (2001), foi desenvolvido, segundo o pesquisador, em oito passos, descritos da seguinte forma: Passo 1, definição dos conteúdos matemáticos que serão abordados; Passo 2, verificação dos conhecimentos prévios dos participantes por meio de dois instrumentos,

questionário e uma primeira atividade em Modelagem Matemática classificada no Caso 2 defendido por Barbosa (2001), em que a situação problema foi dada pelo pesquisador e os dados foram obtidos pelos estudantes; Passo 3, realização de uma segunda atividade em Modelagem Matemática com os alunos divididos em grupos para investigação da atividade proposta e desenvolvimento de uma noção intuitiva do objeto matemático investigado, a atividade classifica-se também no Caso 2; Passo 4, apresentação das definições e propriedades do conteúdo abordado na atividade anterior; Passo 5, retomada dos aspectos mais gerais, num nível mais complexo; Passo 6, os estudantes, reunidos em grupos, foram convidados a desenvolver uma atividade em Modelagem, investigando um tema de seu interesse, realizaram pesquisas e apresentaram os resultados da investigação. Essa atividade está classificada no Caso 3 da concepção de Barbosa (2001), em que os estudantes formulam e resolvem o problema baseados na realidade; Passo 7, avaliação por meio de um questionário com intuito de identificar a compreensão dos participantes no processo; Passo 8, avaliação do processo de Modelagem Matemática, e da aprendizagem significativa, com base nos registros dos participantes em cada instrumento aplicado.

A pesquisa P11 possuiu uma abordagem qualitativa de cunho etnográfico, configurando-se como um estudo de caso, o pesquisador baseou-se nas concepções defendidas por Lüdke e André (1986). A investigação foi realizada com uma turma do 3^a ano do Ensino Médio, composta por 25 alunos que foram divididos em grupos de cinco alunos, que desenvolveram uma sequência didática com duração em oito aulas de 50min, cada. A sequência, composta de três atividades, teve como estratégia a modelagem, baseando-se na concepção defendida por Barbosa (2011), especificamente o Caso 1, em que o professor elaborou toda a atividade, cabendo ao aluno apenas a resolução do modelo proposto. Os modelos apresentados partiram de conhecimentos prévios dos estudantes, para que fosse dado significado a aprendizagem adquirida durante o processo.

A pesquisadora na P12, apoiou-se nas concepções defendidas por Peruzzo (2003), para classificar sua pesquisa como qualitativa e de caráter participante, em que o pesquisador se inseriu no ambiente que o fenômeno acontece, interagindo com a situação que será pesquisada. Os participantes da pesquisa totalizavam 20 alunos que cursavam os anos finais do Ensino Fundamental (6^o ao 9^o ano), de uma escola pública do campo. Foi realizado com os participantes, um questionário inicial,

um teste diagnóstico com questões contextualizadas, e uma atividade fundamentada na Modelagem Matemática conforme a concepção defendida por Burak e Klüber (2008).

A pesquisa P13, de caráter qualitativo, utilizou a metodologia da pesquisa com crianças, a pesquisadora evidenciou que esse tipo de metodologia é a que mais se aproxima e orienta as suas investigações, no que diz respeito ao ponto de vista teórico-metodológico, e apresentou as concepções de Silvestri (2015, p. 4), em que o autor diz: “É desse lugar que podemos produzir reflexões – apenas reflexões -, pois uma metodologia de pesquisa com crianças ainda está por ser sistematizada, se é que isso possa ser feito”. A pesquisadora assumiu o papel de participante-observadora, uma vez que não era a professora da turma integrante da pesquisa, e os participantes do processo de investigação são 16 crianças entre 5 e 8 anos de idade, da 1ª série dos anos iniciais do Ensino Fundamental, de uma escola pública estadual.

Como a pesquisadora assumiu papel de observadora, entre os meses de março e junho de 2017, ela realizou encontros diários de até três horas com o intuito de se inserir e se familiarizar com a turma. Após esse período de observação, foram realizados 11 momentos para construção da atividade em modelagem e constituição dos dados coletados, por meio de vídeos, imagens e dos diálogos produzidos entre as crianças e a pesquisadora durante o processo investigativo.

Na pesquisa P14, o pesquisador baseou-se em Bogdan e Biklen (1994), Ludke e André (2017) e Bicudo (2006) para caracterizar sua investigação como uma pesquisa qualitativa, e em Gil (2007) para determiná-la como uma pesquisa experimental, na qual segundo o autor consiste na determinação de um objeto de estudo, seleção de variáveis que influenciam esse objeto, definição de formas de controle e observações que as variáveis produzem no objeto. A investigação aconteceu em um Instituto Federal, em quatro encontros de duas horas cada, e abrangeu quatro turmas dos primeiros anos do Ensino Médio, sendo disponibilizadas 20 vagas para os participantes, que foram escolhidos por meio de sorteio, pelo fato do número de interessados em participar ser maior que a quantidade de vagas disponíveis.

O pesquisador, em sua graduação, desenvolveu um jogo com seu orientador no Trabalho de Conclusão de Curso, o qual no mestrado, sofreu algumas modificações para que fosse utilizado na construção de sua pesquisa. O manual do

jogo foi apresentado aos participantes, e trazia informações a respeito do número de jogadores por partida, materiais utilizados, objetivo, os níveis presentes no tabuleiro e as regras de movimentação.

A pesquisa P15 apresentou uma abordagem qualitativa, e a professora-pesquisadora baseou-se nas concepções de Bogdan e Biklen (1994), Bicudo (2011) e Goldenberg (2004) para caracterizá-la dessa forma. Esse tipo de abordagem levou a investigação do tipo descritiva, que segundo Fiorentini e Lorenzato (2009) tem o objetivo de observar, registrar, analisar, classificar e interpretar os fenômenos, além de caracterizar a investigação como uma pesquisa-ação em que durante o processo de intervenção a prática investigativa e a prática reflexiva, caminharam simultaneamente, ou seja, a pesquisadora estava presente no ambiente investigado para, além de observar e compreender as ações, refletir como o desenvolvimento dessas ações e poder permitir melhoras na prática e na aprendizagem.

A produção e coleta de dados ocorreram com 11 participantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública, em seis encontros, com duas aulas de 50 minutos cada. Os dados foram registrados por meio de filmagens, fotografias, diário de campo, além de relatórios, narrativas e textos produzidos pelos participantes. As tarefas que constituem o processo de Modelagem foram desenvolvidas no *Google Correlate* e *Google Trends*.

A pesquisa P16 foi classificada como uma pesquisa qualitativa de acordo com Bogdan e Biklen (1994), Borba (2004) e Garnica (2001). A pesquisadora atuou como professora dos 35 participantes, durante todo o processo metodológico, e esses participantes foram estudantes das turmas do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, de uma escola pública do Campo. Os dados para análise foram coletados por meio de atividades amparadas na Modelagem Matemática e de anotações que a pesquisadora realizou em um Caderno de Campo, com relatos dos alunos a respeito das atividades desenvolvidas e do modelo construído durante o processo. As atividades foram desenvolvidas em oito etapas, desde o convite aos estudantes para participar do processo, até a explanação do processo e da construção do modelo em uma Feira Municipal.

A pesquisa P17 mostrou caráter qualitativo, e cunho interpretativo, como foi denominada pelo professor pesquisador que conduziu as investigações. Para tanto, o pesquisador baseou-se em Bogdan e Biklen (1994), para definir as características que descreveram sua pesquisa. As investigações ocorreram com uma turma

composta por 20 participantes do 1º ano do Ensino Médio, em quatro aulas. As atividades utilizadas para coleta dos dados foram desenvolvidas segundo os momentos propostos por Almeida e Dias (2004), no intuito de tornar o método da Modelagem Matemática familiar aos participantes. Durante o processo de ensino e aprendizagem, o pesquisador desenvolveu três atividades com temas diferenciados, para que por meio delas, fosse possível abranger os conteúdos pretendidos, e constantes no currículo da escola.

Como se pôde observar todas as pesquisas possuíram caráter qualitativo, característica bastante comum entre as investigações do campo da Educação Matemática, com algum outro tipo associado. O Mapa 23 apresenta quais os tipos de pesquisas dos estudos analisados.

Mapa 23 – Tipos de Pesquisa.

Tipos de Pesquisa	Pesquisas analisadas	Quantidade
Pesquisa de Campo	P1	1
Participante	P1, P2, P4, P12, P13, P16	5
Etnográfica	P7, P11	2
Estudo de Caso	P8, P11	2
Pesquisa-Ação	P9, P10, P15	3
Pesquisa com Criança	P13	1
Experimental	P14	1
Interpretativa	P17	1
Não explicitada	P3, P5, P6	3

Fonte: O autor (2021).

Conforme pode ser observado no mapa 23, as pesquisas P3, P5 e P6 não foram definidas por seus autores quanto ao tipo, não aparece em seus textos, qual o caráter e o tipo de pesquisa realizada.

No mapa 24, a seguir, são apresentados os tipos de instrumentos utilizados para coleta dos dados que compuseram as análises de cada uma das pesquisas, além das atividades desenvolvidas por meio da Modelagem Matemática.

Mapa 24 – Instrumentos utilizados para coleta dos dados.

Instrumentos para coleta de dados	Pesquisas analisadas	Quantidade
Gravação de áudios	P1, P2, P6, P9, P13, P14, P17	7
Registros fotográficos	P15, P16	2
Gravação de vídeos	P8, P9, P13, P14, P15	5
Questionário	P1, P7, P9, P10, P12, P17	6
Anotações do pesquisador	P1, P2, P5, P6, P8, P10, P14, P15, P16	9
Diário de campo	P2, P5, P7, P13, P14, P15, P16	7
Relatórios dos participantes	P5, P10, P15	3

Registros dos participantes	P8, P14, P16, P17	4
Entrevista com professores e/ou estudantes	P7	1
Teste diagnóstico	P6, P12	2

Fonte: O autor (2021).

Em todas as pesquisas analisadas foi mencionado o uso das atividades desenvolvidas por meio da Modelagem Matemática e também a observação do pesquisador para coleta de dados. As pesquisas P3, P4 e P11 não apresentaram em seus textos, nenhuma indicação em relação a outro tipo de coleta de dados, que não sejam a observação e algum tipo de atividade desenvolvida com estudantes. Os pesquisadores não trouxeram em sua metodologia outros meios, além dos já citados, para que os dados para análise fossem coletados.

Na próxima subseção são apresentados os processos realizados para que os dados de análise fossem coletados e os principais resultados destacados pelos autores das pesquisas.

4.1.1.4. Processo para coleta de dados e Principais resultados das pesquisas

É discutido nessa subseção o processo desenvolvido por cada pesquisador para a coleta dos dados e os principais resultados apresentados nas pesquisas constantes no Mapa 21. Estes dados e resultados provêm das análises realizadas por cada um dos pesquisadores que desenvolveram as investigações, não cabendo ao autor desta dissertação, tecer nenhum tipo de análise ou conclusão a respeito desse tópico presente nas investigações.

O pesquisador, responsável pelas investigações desenvolvidas na pesquisa P1, relatou que se apoiou em um esquema defendido por Biembengut e Hein (2003), que seguem as etapas de Interação, Matematização e Modelo Matemático para iniciar as atividades que seriam aplicadas em sala de aula. O pesquisador optou por antes de iniciar a implementação das atividades, conversar com os participantes a respeito do trabalho que seria realizado envolvendo Matemática e Música, citando a sua experiência como músico, e relatando sobre o processo de Modelagem Matemática, o que propiciou diálogos e discussões com os estudantes, a respeito do tema.

Após o momento de Interação, em que os estudantes apresentaram pesquisas realizadas sobre o tema proposto, o pesquisador relatou que surgiu a

primeira questão de investigação do projeto de Modelagem, e com esse questionamento, alguns estudantes lembraram de atividades realizadas no ano anterior e dos conteúdos que foram aprendidos. Vale ressaltar que há o relato de uma participação satisfatória dos estudantes, nas discussões a respeito das definições que foram trazidas nas pesquisas.

Passada as aulas de Interação, o pesquisador deu início à etapa de Matematização, na qual o professor apresentou algumas figuras²⁵ musicais e suas interpretações, trazendo algumas definições utilizadas no ensino de Música estabelecendo relações com a Matemática. Durante a aula, o pesquisador interagiu com os estudantes, à medida que os conceitos foram apresentados e relatou o interesse e a participação de alguns deles na construção dos conceitos, inclusive do auxílio a colegas que apresentaram dificuldades no entendimento desses conceitos. O pesquisador sentiu a necessidade de apresentar outros exemplos, para que facilitasse o entendimento dos que ainda tinham dúvidas a respeito do conceito pretendido. Contudo, juntamente com os estudantes, e sem interferir no raciocínio deles, o pesquisador começou a analisar os conceitos que estavam sendo apresentados, permitindo que eles chegassem às suas próprias conclusões. Assim, sem que o pesquisador houvesse trazido definições e propriedades matemáticas pretendidas, os estudantes já estavam fazendo associações com os conhecimentos prévios que possuíam, e assim, construíram, sem uma formalização, os novos conhecimentos pretendidos com a atividade em modelagem.

A terceira etapa sugerida por Biembengut e Hein (2003), o Modelo Matemático, ocorreu segundo o pesquisador, a partir das análises desenvolvidas pelos estudantes, à medida que as atividades foram executadas. Nesse momento, alguns estudantes já haviam construído a compreensão dos conceitos e a construção de um modelo intermediário. Porém, outros grupos ainda se encontravam no processo de entendimento e construção, o que levou o pesquisador a dar continuidade no processo, até que todos atingissem entendimento suficiente para compreender a construção desse modelo. A partir desse entendimento dos participantes, outros exemplos foram apresentados e houve a necessidade de realizar uma explanação sobre o processo de Modelagem, para que os estudantes tivessem uma compreensão do que estavam fazendo.

²⁵ O autor da dissertação explicita figuras musicais como os símbolos que representam o tempo de duração das notas musicais.

Após as aulas, ocorreram momentos de discussão entre o pesquisador e os participantes, a formalização dos conteúdos matemáticos, e os estudantes desenvolveram os modelos, instrumentos musicais, escolhidos por cada um dos grupos, e após a confecção desses instrumentos, foram analisados.

Após os relatos dos participantes, o pesquisador estabeleceu algumas categorias de análises, sendo: *Motivação*, em que a Modelagem Matemática relacionada à Música despertou nos estudantes interesse e motivação no decorrer do projeto; *Vestígios de pensamento analógico*, os estudantes durante o processo realizaram analogias entre a Música e a Matemática, sendo convidados a investigar, chegar as suas próprias conclusões, criando uma rede de significados, levados a pensar e analisar suas próprias observações, estabelecendo analogias com os seus conhecimentos prévios; *Possíveis relações com a rede de significados*, o pesquisador observou que os estudantes buscaram relacionar e/ou fazer analogias entre o cotidiano e o conhecimento construído por eles.

Ao final do projeto, foi realizado um questionário de análise com os estudantes, em que o pesquisador baseado nas respostas dadas concluiu que: atividades práticas motivam e facilitam o aprendizado, destacou-se a importância do diálogo entre o professor e o estudante para construção do conhecimento e aprendizagem, por meio da relação entre a Matemática e a Música, e pôde-se observar as relações existentes entre a Matemática e o cotidiano, e o projeto motivou, sendo uma forma diferente de aprender Matemática. Houve a percepção que, aplicações práticas de matérias como a Matemática, facilitaram o aprendizado e a compreensão dos seus conteúdos por parte dos estudantes, tornando as aulas mais interessantes. Porém, relatou-se também as dificuldades enfrentadas por alguns estudantes em relação à parte teórica, dificuldades, por exemplo, em relacionar as definições e propriedades aprendidas com as fórmulas matemáticas.

Em suas considerações finais o pesquisador relatou que ao realizar o projeto envolvendo elementos matemáticos com Música, provocou nos estudantes motivação e interesse pela aprendizagem da Matemática, e pelas aplicações da Matemática no cotidiano.

A questão norteadora da pesquisa: “Quais as contribuições que uma proposta de ensino envolvendo modelos matemáticos e Música, numa perspectiva do Pensamento Analógico para construção de significados, poderia proporcionar a aprendizagem de Progressões Geométricas no segundo ano do Ensino Médio?” Foi

respondida levando em consideração a motivação para aprendizagem, o Projeto de Modelagem e os Ambientes de Aprendizagem proporcionou aos estudantes discussões e questionamentos, permitiu a elaboração de hipóteses, delineamento de novos caminhos em meio ao processo de modelagem, para o aprimoramento dos conhecimentos prévios e a construção de novos conhecimentos matemáticos, além do pensamento analógico e sua relação com as redes de significados.

O pesquisador evidenciou a necessidade de um planejamento para aplicação do projeto, uma vez que houve a necessidade de estender o projeto por mais algumas aulas. Mas evidenciou o sucesso do projeto, ao fato do tema escolhido “Matemática e Música”, por ser algo chamativo e que despertou o interesse dos estudantes, pois como muitos relataram, gostam bastante do tema.

Na pesquisa P2, a autora relatou que a intervenção em sala de aula ocorreu em 11 encontros, sendo que nos quatro primeiros encontros, ela atuou somente como observadora, a professora titular da turma conduziu as aulas, levando aos estudantes, em cada um desses encontros, situações de aprendizagem. A pesquisadora descreveu que pôde observar o comportamento e envolvimento de cada uma das crianças nas situações de aprendizagem desenvolvida pela professora. Ela relatou que as crianças demonstraram interesse, e que atuaram de forma participativa durante as situações apresentadas pela professora. Apesar das crianças terem demonstrado inquietações e em alguns momentos dispersão, a professora demonstrou um bom desempenho no seu trabalho, e sempre conseguiu com que as crianças retornassem à atenção para a situação de aprendizagem apresentada. Percebeu-se que, como as crianças gostavam muito de brincar, fantasiar, encenar, e trazer situações de suas realidades para as brincadeiras, isso facilitou o envolvimento delas nas situações apresentadas, uma vez que essas situações eram apresentadas de forma contextualizadas, o que atraía a atenção e participação de todas.

Após a realização dos encontros destinados à observação, familiarização, reflexão e conhecimento da rotina das crianças, a pesquisadora deu início às situações de aprendizagem amparadas nas estratégias de ensino da Modelagem Matemática. Inicialmente a proposta era que as situações de aprendizagem seriam desenvolvidas em quatro encontros, porém devido às dificuldades apresentadas pelas crianças, em relação ao conteúdo matemático proposto nas situações, e uma deficiência no conhecimento prévio necessário para a construção do novo

conhecimento, optou-se por realizar as situações em seis encontros, e por modificar algumas situações que seriam desenvolvidas em sala de aula.

A pesquisadora relatou que desde o início das situações de aprendizagem propostas, as crianças se mostraram participativas durante todo processo, interagindo com a pesquisadora e com os colegas, e algumas crianças demonstraram dificuldade de trabalhar em grupo. É relatado a autonomia e a construção da capacidade dessas crianças em solucionar problemas, assim como os seus entusiasmos na exploração das situações, levando essas crianças a estabelecerem relação entre situações do seu cotidiano e o conteúdo matemático proposto nas situações de aprendizagem.

A autora da pesquisa P3 descreveu o início da aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula, com uma discussão entre ela e os estudantes sobre as aplicabilidades dos conteúdos matemáticos no cotidiano, e solicitou deles, possíveis temas para que fossem desenvolvidos durante o processo. A pesquisadora relatou o interesse e a participação desses estudantes, diante da possibilidade de desenvolver nas aulas, assuntos das suas realidades, e das diversas sugestões de temas. Dentre as sugestões, a pesquisadora definiu o tema que seria desenvolvido, pois esse deveria facilitar o ensino e a aprendizagem do objeto matemático pretendido com o processo. Descreveu também o envolvimento dos estudantes ao explorar o tema escolhido, em pesquisas para o levantamento dos dados que formularam o problema a ser resolvido e que geraram a obtenção, e posteriormente, a validação do modelo matemático. Inicialmente, pôde-se observar as dificuldades apresentadas por alguns estudantes, na sistematização dos dados e na escolha das variáveis que levariam a solução o problema, ocorrendo a necessidade de uma intervenção da pesquisadora na sistematização e organização desses dados. A autora relatou que foram realizados, durante o processo, alguns questionamentos que exigiram dos estudantes o uso dos seus conhecimentos prévios, para facilitar na construção do novo conhecimento pretendido.

Na pesquisa P4, o autor evidenciou os encaminhamentos metodológicos utilizados para o desenvolvimento da Educação Matemática Crítica por meio de modelos matemáticos que foram distribuídos aos grupos de estudantes, levando-os a discussões, investigações, explorações e reflexões dos conhecimentos matemáticos já existentes, para a construção do novo conhecimento matemático pretendido com o processo de Modelagem Matemática. O pesquisador descreveu

uma dificuldade e desconforto inicial dos participantes, uma vez que, no entendimento desses, o ensino da Matemática acontecia por meio de atividades rotineiras, em que o professor apresentava o conteúdo matemático e os alunos o reproduziam por meio de exercícios. Após os devidos esclarecimentos a respeito da proposta de ensino e investigação por meio da Modelagem Matemática Crítica, ocorreu à aceitação dos estudantes, baseada nas potencialidades que esse tipo de atividade pode proporcionar ao estabelecer relações entre o conteúdo matemático presente no currículo escolar e a matemática presente no cotidiano desses estudantes.

É evidenciado pelo autor da pesquisa que durante o processo de investigação, foi proporcionado aos participantes a troca de conhecimentos, visto que a atividade foi desenvolvida de maneira colaborativa, favorecendo a coletividade. E também que, no desenvolvimento do processo e na construção dos novos conhecimentos, os estudantes fizeram uso de conteúdos matemáticos já aprendidos para alcançar a solução dos problemas gerados, pelos modelos apresentados. E por fim, o autor destacou a importância da fase de socialização das soluções encontradas pelos grupos participantes do processo, proporcionando a discussão e o fortalecimento das ideias e tomadas de decisão, evidenciando que essa exposição ao público potencializa habilidades argumentativas, e que num ambiente de aulas onde o processo de ensino concentra-se notadamente na figura do professor, isso acaba inibindo uma participação mais ativa dos estudantes na construção dos novos conhecimentos matemáticos.

A autora da pesquisa P5 relatou que as atividades de Modelagem Matemática, desenvolvidas em sala de aula, para avaliação da aprendizagem significativa, levou em consideração o cenário vivenciado pelos estudantes. No primeiro caso, foram desenvolvidas atividades que apresentavam conteúdos matemáticos já conhecidos, uma vez que seria o primeiro contato dos estudantes com a Modelagem Matemática. E no segundo caso, após o primeiro contato com a modelagem, e os estudantes já estarem familiarizados com a estratégia de ensino, foi apresentada uma atividade em que eles participassem de forma independente da construção do novo conteúdo matemático, sugerido pelo professor da turma.

A pesquisadora relatou que na primeira atividade os estudantes foram estimulados por meio de textos e vídeo, a discutirem sobre o tema proposto para investigação, ocorrendo assim uma interação entre eles e a problemática

apresentada. Após a familiarização com o tema investigado, foram apresentados questionamentos, e dados que oportunizassem aos estudantes o desenvolvimento e a resolução desses questionamentos. Após a realização da atividade em modelagem e de outras atividades semelhantes, a pesquisadora avaliou o desempenho dos estudantes, chegando as seguintes conclusões: falta de familiaridade com atividades em Modelagem Matemática, insegurança na utilização dos seus conhecimentos prévios para resolução dos problemas, dificuldades em relação ao conteúdo matemático proposto na atividade posto que não o utilizaram na resolução de problemas semelhantes ao problema gerador, potencialidade dos estudantes para desenvolver capacidades criativas, habilidades e competências para resolução da atividade proposta.

Na segunda atividade, de acordo com o relato da pesquisadora, ocorreu num contexto diferente, já que os participantes tinham conhecimento sobre a Modelagem Matemática, e foi construída com o objetivo de abordar o conteúdo matemático sugerido pelo professor da turma. O tema da atividade em modelagem foi escolhido pela pesquisadora, que levou uma reportagem e vídeos a respeito dele. Após a explanação do tema e o levantamento dos dados, foram direcionados questionamentos aos estudantes que se dividiram em grupos para resolução. Ao final das resoluções e da compreensão dos estudantes em relação ao problema gerador, foi solicitado que eles resolvessem outros problemas semelhantes, para que pudessem utilizar e aprimorar o conhecimento adquirido durante o processo.

Pôde-se notar que os estudantes mesmo tendo tido contato com a Modelagem Matemática, não costumavam pensar nas diversas possibilidades para resolução de um problema, não faziam uso do conhecimento matemático que já possuíam para solucionar o problema e construir um novo conhecimento. O professor da turma teceu comentários sobre as atividades desenvolvidas, citando a necessidade da contextualização dos conteúdos matemáticos, apesar de não ter conhecimento prático do desenvolvimento de uma atividade em Modelagem Matemática, e ter tido relatos de outros professores que não gostam de utilizar essa tendência em sala de aula. Ele descreveu a atividade como interessante, instigante, e importante para os estudantes na construção e no desenvolvimento de novos conceitos matemáticos, e mostrou-se satisfeito com o envolvimento, a participação e o desempenho dos estudantes durante processo, salientando as potencialidades de aprendizagem por meio de atividades em Modelagem Matemática.

O autor da pesquisa P6 estabeleceu duas situações de aprendizagem para serem desenvolvidas em sala de aula. Na primeira situação, foi realizada uma atividade de sondagem para avaliar as habilidades necessárias dos participantes, para construção do novo conhecimento matemático pretendido com o processo de modelagem que seria desenvolvido posteriormente. Nessa atividade de sondagem, o pesquisador pretendia avaliar os conhecimentos matemáticos que os estudantes já possuíam, e proporcioná-los habilidades e competências para que participassem do processo de aprendizagem do novo conteúdo matemático. O pesquisador, que também era o professor titular da turma, apresentou nesta etapa diagnóstica, oito questões para serem resolvidas em duplas, e desta forma ele poderia avaliar o conhecimento dos participantes. Ao final das atividades, baseado nos caminhos utilizados, e as soluções obtidas pelos estudantes, o pesquisador pôde concluir que foram apresentadas defasagens e dificuldades referentes ao conhecimento prévio, à interpretação dos enunciados e à transcrição da linguagem natural para a linguagem algébrica dos participantes. Mesmo a atividade tendo sido realizada em duplas, o pesquisador afirmou que essas dificuldades foram percebidas individualmente.

Na segunda situação de aprendizagem, o pesquisador apresentou uma abordagem de ensino do conteúdo matemático pretendido, por meio da Modelagem Matemática. Ele relatou que a construção do modelo matemático ocorreu em três fases: Fase 1, apresentou-se aos participantes um contexto histórico a respeito do tema que seria abordado no decorrer das investigações, com o intuito de familiarizar os estudantes com o conteúdo matemático que seria aprendido. Fase 2, foi apresentado aos estudantes um exemplo de um modelo, para que esses tivessem conhecimento de como o problema era formulado, das hipóteses levantadas na formulação do problema, que serviriam de apoio para sua solução, construção e validação do modelo. O autor afirmou que, ao trazer esse exemplo, ocorreu o favorecimento do entendimento dos estudantes, em relação a algumas previsões de fatos presentes no cotidiano, e suas associações com o conteúdo matemático presente no processo de construção do modelo. Fase 3, é apresentado aos estudantes uma nova situação, em que a partir do conhecimento prévio existente pudesse proporcionar uma participação crítica dos envolvidos, para o desenvolvimento do processo de aprendizagem. É evidenciado que os estudantes participaram de todo processo, de forma voluntária, colaborativa e participativa. As duplas demonstraram envolvimento com as situações de aprendizagem sugeridas, e

após a revisão dos conteúdos investigados nas atividades de sondagem, mostraram-se capazes de, a partir do conhecimento prévio existente, construir os novos conhecimentos, participando como protagonistas nesse processo de construção.

Na pesquisa P7, o autor categorizou as suas análises em quatro domínios de representações em relação ao uso da Modelagem Matemática em sala de aula, recorrendo à técnica da triangulação para sua constituição, sendo:

- *Representações em relação ao ambiente de aprendizagem estabelecido*, em que a partir das análises das informações obtidas, concluiu que o ambiente de aprendizagem da modelagem proporcionou aos estudantes um envolvimento com atividades que os desafiavam a saírem das rotinas de aulas, os levando a experimentação de novas maneiras de aprenderem Matemática, confrontando as antigas e novas percepções a respeito da disciplina, por meio das reflexões de suas crenças e características já atribuídas à Matemática.

- *Representações em relação à utilização de dados reais*, evidenciou-se a importância de levar para sala de aula situações do cotidiano dos estudantes, contextualizar situações reais e por meio da investigação, proporcionar aos estudantes a construção do conhecimento matemático. O pesquisador relatou que a autonomia dada aos estudantes na escolha do tema a ser investigado, na obtenção dos dados para resolução do problema, e o protagonismo no processo de aprendizagem, proporcionou um ambiente que, para os participantes, favoreceu a construção do conhecimento matemático pretendido.

- *Representações sobre o desenvolvimento do pensamento crítico-reflexivo*, o pesquisador descreveu que a atividade desenvolvida proporcionou aos estudantes discussões que foram além da Matemática praticada em sala de aula, eles puderam analisar e refletir sobre aspectos sociais envolvidos nos temas que se propuseram a investigar, e mais do que isso, puderam expor suas opiniões, uma vez que, geralmente, a escola não os ouve. Os estudantes puderam se expressar, escutar a opinião dos outros, dialogar sobre as questões que foram levantadas durante o processo de modelagem, além de pensar seu papel no ambiente escolar, e também fora dele.

- *Representações em relação ao desenvolvimento da autonomia*, descreveu-se o envolvimento e a participação mais ativa dos estudantes em situações que os permitiram, desde o início, a condução do processo de aprendizagem.

Oportunizaram a participação desses estudantes, desde a escolha do tema a ser investigado, a pesquisa e coleta dos dados, permitiu-lhes a aquisição de habilidades como criatividade e autonomia, para percepção de que a aprendizagem de Matemática pode ocorrer de diversas maneiras, inclusive através de conhecimentos que vão além do conhecimento matemático. E essa autonomia na construção do conhecimento, proporcionou a estes estudantes confiança e atitudes positivas durante todo processo de aprendizagem.

Na pesquisa P8, o autor descreveu que a situação de aprendizagem, que tem a Modelagem Matemática como estratégia de ensino, foi desenvolvida em três etapas, da seguinte forma:

- 1ª Etapa: foi constituída pela situação-problema e seis questões. O contexto situação-problema foi escolhido em conjunto com os estudantes e possibilitou a integração entre as aulas de Matemática e Física, para o desenvolvimento de um projeto interdisciplinar. As questões apresentadas nessa primeira etapa geraram diversas análises e discussões entre os estudantes, sendo que alguns apresentaram dificuldade na compreensão das questões e no momento da transcrição da linguagem natural para linguagem matemática, o pesquisador relatou que no papel de mediador da situação de aprendizagem percebeu a mobilização de conceitos matemáticos prévios por parte de alguns estudantes ao resolver as questões sugeridas, o que trouxe enriquecimento no processo de aprendizagem.

- 2ª Etapa: consistiu na resolução de quatro questões que auxiliaram a construção do conhecimento matemático utilizado na solução da situação-problema. O pesquisador observou que, os grupos discutiram os caminhos para encontrar as soluções, porém alguns apresentaram dificuldades na interpretação dos problemas, e também nos conhecimentos matemáticos que os auxiliaram a encontrar essas soluções. Mas também, ele deixa claro que a interação entre os participantes dos grupos contribuiu positivamente para obtenção das respostas, houve uma ajuda entre os integrantes que colaborou para um acordo comum ao final da resolução dos problemas.

- 3ª Etapa: iniciou-se com discussões entre o pesquisador e os estudantes, a respeito das duas etapas anteriores, em que foi evidenciado, positivamente, a importância do trabalho desenvolvido em grupo. Os estudantes sinalizaram que o trabalho em grupo contribuiu para resolução e entendimento das questões trazidas

pelo professor, uma vez que algumas dificuldades apresentadas estavam relacionadas ao conhecimento prévio necessário para essa resolução.

De acordo com o autor da pesquisa, o fato de o processo ser desenvolvido em grupo facilitou a aprendizagem, pois os estudantes puderam participar e compartilhar conhecimentos para encontrar as respostas para os problemas. Após o momento de discussão, foi apresentado aos estudantes o modelo matemático para que fosse validado. A validação do modelo contribuiu para estruturação do conhecimento matemático pretendido com a situação-problema, e o pesquisador pôde perceber uma grande interação entre os integrantes dos grupos, e maior compreensão dos conceitos matemáticos, inclusive dos conceitos que não foram assimilados nas etapas anteriores, o que permitiu que eles pudessem, de forma significativa, estabelecer relações entre as diversas informações adquiridas e os conceitos discutidos durante o processo de modelagem.

Na pesquisa P9, a autora descreveu que a análise dos dados se deu por meio do olhar do desenvolvimento da autonomia dos estudantes, em que buscou a reflexão, questionamentos e o pensamento crítico para tomada de uma decisão ética, consciente, crítica e reflexiva. A pesquisadora, durante as aulas de Matemática, da qual ela era professora, iniciou a coleta dos dados por meio de um questionário socioeconômico com o intuito de conhecer o posicionamento dos estudantes a respeito do ambiente escolar que estão inseridos, e também em relação à Matemática, levando em consideração as suas dificuldades na compreensão dos conteúdos e a sua importância no cotidiano das pessoas.

Após a aplicação do questionário, a pesquisadora apresentou alguns conteúdos matemáticos que auxiliaram no desenvolvimento da atividade em Modelagem Matemática, para avaliar o conhecimento dos participantes. Ela relatou a dificuldade para resolução das atividades por alguns estudantes e o desinteresse de outros para realizar as atividades propostas. Cabe ressaltar que a turma participante era composta por estudantes do turno noturno, tendo a maioria jornada de trabalho durante o dia, e que no desenvolvimento das atividades, ocorreu uma greve no Estado da pesquisa, que provocou desmotivação em alguns estudantes.

Depois dessa etapa de avaliação, a pesquisadora iniciou o processo de Modelagem Matemática fundamentada na perspectiva de Barbosa (2003). Foram realizadas três atividades em modelagem. Na primeira atividade, a partir da realidade dos estudantes, a pesquisadora apresentou um tema gerador que

proporcionou a busca de informações, incentivando discussões entre os grupos e reflexões críticas sobre o assunto, além de possibilitar o estabelecimento de relações entre fatos da realidade com os problemas propostos. Além de que, a atividade em modelagem permitiu aos estudantes refletir sobre situações da realidade matematicamente.

Na segunda atividade, com tema sugerido pela pesquisadora, os estudantes foram os responsáveis pelo desenvolvimento das atividades, cabendo a pesquisadora o papel de mediadora. Os grupos ficaram responsáveis pela resolução dos problemas que surgiram durante o processo, o que proporcionou que fosse desenvolvido o trabalho coletivo e reflexões a respeito do que estava sendo investigado. Ao final das resoluções, ocorreu o momento de socialização dos resultados, em que cada grupo ficou responsável por explicar as suas investigações e os caminhos percorridos para alcançarem a solução dos problemas. Percebeu-se que alguns estudantes demonstraram dificuldade em trabalhar em grupo, outros não se mostraram motivados a participar do processo e resolver os problemas, alguns grupos preocuparam-se em resolver as atividades propostas por meio de cálculos matemáticos, não se preocupando em estabelecer relações entre o problema investigado e a sua realidade, mas a maioria dos estudantes preocupou-se em problematizar os dados obtidos, refletindo-os criticamente e relacionando-os com a realidade, sentindo-se desafiados e presentes no processo de ensino e de aprendizagem.

Na terceira atividade, os estudantes foram responsáveis pela escolha do tema investigado, formulação do problema, e por buscar estratégias para sua solução, cabendo a pesquisadora o papel de mediadora durante o processo. Os estudantes tiveram familiaridade com o processo de modelagem, demonstraram autonomia no desenvolvimento da atividade, tomando decisões, defendendo suas opiniões, refletindo sobre situações inadequadas e buscando transformar o ambiente que estavam inseridos. Durante o processo, a pesquisadora afirmou que foi perceptível o envolvimento dos estudantes na coleta dos dados e na busca da solução dos problemas geradores. Eles demonstraram a capacidade de estabelecer relações entre o tema investigado e sua realidade, além de terem utilizado os conhecimentos matemáticos prévios para resolver os problemas e construir o novo conhecimento, pretendido pela pesquisadora.

A pesquisadora, após as três atividades, iniciou a apresentação do conteúdo matemático pretendido com o processo de modelagem. O seu objetivo foi contribuir para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, valorizando o envolvimento e o diálogo no processo de ensino e aprendizagem. A pesquisadora afirmou que as atividades na perspectiva da modelagem oportunizaram aos estudantes discutir, refletir, expor suas ideias, questionar e contribuir para o entendimento e solução de situações de suas realidades.

O autor da pesquisa P10 descreveu o início das atividades por meio de um questionário que objetivava um levantamento inicial dos estudantes envolvidos nas investigações. O pesquisador relatou a necessidade da confidencialidade das respostas, para que os participantes não tivessem restrições ao responder o questionário. Com a aplicação do questionário, observou-se que todos os estudantes reconheceram a importância da Matemática e sua aplicabilidade, além de ter sido proporcionado o avanço científico e tecnológico e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Alguns estudantes reconheceram a aplicabilidade da Matemática em outras áreas do conhecimento, e assumiram ter algum tipo de dificuldade na aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Após a aplicação do questionário, foi desenvolvida a primeira atividade em Modelagem Matemática com objetivo de avaliar os conhecimentos prévios dos participantes. O pesquisador relatou a necessidade de intervir durante o processo de modelagem e as dificuldades apresentadas pelos grupos em relação a alguns conteúdos matemáticos. No momento das apresentações dos grupos para o restante da turma, houveram dificuldades, no que diz respeito aos termos matemáticos corretos, em que coube ao pesquisador intervenções e explicações.

A segunda atividade em Modelagem Matemática desenvolvida, buscou introduzir uma noção intuitiva do conteúdo matemático investigado. O pesquisador descreveu a necessidade de auxiliar alguns grupos na interpretação das questões, e que, alguns grupos, apresentaram dificuldades no momento de relacionar matematicamente a situação investigada.

A atividade final de Modelagem foi desenvolvida na perspectiva defendida por Barbosa (2001), com intuito de promover um ambiente de aprendizagem tipificado no Caso 3, em que os estudantes, em grupos, propuseram temas de seus interesses, relacionados ao conteúdo matemático a ser investigado. Segundo o pesquisador, os participantes de cada grupo definiram os temas para investigação e

os seus problemas de pesquisa cabendo ao pesquisador orientá-los. Os grupos iniciaram as pesquisas exploratórias que auxiliaram nas hipóteses levantadas, na composição de suas apresentações e relatórios. E por fim, socializaram o desenvolvimento de suas pesquisas e os resultados alcançados para os seus problemas. O pesquisador relatou as mobilizações realizadas pelos participantes para obter os resultados das questões-problema, a participação ativa e colaborativa dos integrantes durante todo o processo, a utilização de conhecimentos matemáticos prévios, e em alguns grupos o desenvolvimento de novos conhecimentos matemáticos, que não era o pretendido com a proposta de modelagem, para obtenção dos resultados e construção do modelo matemático.

Na pesquisa P11, o pesquisador iniciou as atividades em modelagem dividindo a turma participante em grupos, para que utilizassem seus conhecimentos existentes na resolução. Pôde ser percebido que, desenvolver a atividade em grupo foi importante, pois levou alguns estudantes que não participavam de atividades, a se envolver no processo e ajudar o grupo na busca pela solução do problema. Em todos os grupos foi possível perceber o envolvimento e a participação dos estudantes, nas discussões das diversas possibilidades de resolução. Alguns grupos não conseguiram demonstrar entendimento da atividade, porém indicaram relação entre a situação-problema e outras áreas do conhecimento, o que auxiliou no processo de construção da resolução.

O pesquisador relatou que, durante o processo de resolução e com a sua orientação, os estudantes, de forma participativa, foram capazes de fortalecer seus conhecimentos prévios, o que favoreceu a construção do novo conhecimento pretendido. Isso se deu durante a exploração da situação-problema investigada, em que o pesquisador conduziu a atividade, realizando intervenções e ensinando sobre o conteúdo matemático envolvido, cabendo aos estudantes observar o processo e dialogar sobre o desenvolvimento da atividade, discutindo os caminhos para a resolução.

Em outro momento, o pesquisador apresentou uma situação-problema aos estudantes, próxima de sua realidade. Dessa forma, os estudantes conseguiram se reconhecer no contexto investigado, atribuindo significado ao seu aprendizado. Todas as situações de aprendizagem apresentadas pelo pesquisador traziam contextos familiares aos estudantes, mobilizavam os conhecimentos já possuídos por eles, e auxiliavam na construção do conhecimento pretendido pelo pesquisador.

Em particular, um dos grupos participantes não demonstrou interesse em uma das atividades proposta, o que foi analisado pelo pesquisador como uma atividade que não possuiu potencial significativo para a aprendizagem do novo conhecimento, por parte desse grupo. Coube ao pesquisador intervir e dialogar com o grupo, para que resolvessem e participasse do processo.

O pesquisador analisou as atividades desenvolvidas com a turma, de forma positiva, posto que os estudantes, a partir dos conhecimentos existentes em suas estruturas cognitivas, construíram significativamente os conceitos propostos com as atividades, e demonstraram habilidades para relacionar as situações de aprendizagem com as de seus cotidianos.

A pesquisadora, da pesquisa P12, iniciou a situação de aprendizagem com um questionário para identificar os participantes da pesquisa, e após a aplicação pôde concluir que os estudantes estavam satisfeitos com o ambiente escolar, mas mesmo assim, sugeriram algumas benfeitorias. Analisando as respostas obtidas, e levando em consideração a realidade vivenciada pelos estudantes, a autora elaborou um teste diagnóstico com algumas questões contextualizadas.

Nesse teste diagnóstico, a autora relatou que os participantes apresentaram falta de conhecimento e dificuldades, mesmo em questão contextualizadas e que retrataram elementos de suas vivências e interesses, com os conceitos e fórmulas matemáticas envolvidas. Essas dificuldades os levaram a manifestar confusão e o uso incorreto desses conceitos e definições. Também foi descrito a dificuldade dos estudantes nas interpretações das questões, o que implicou em erros para encontrar a solução dos problemas.

Por último, a pesquisadora desenvolveu com os estudantes, um projeto de Modelagem Matemática, em que teve como questão geradora uma situação do ambiente escolar. A autora relatou que alguns estudantes não se sentiram motivados a participar do projeto, contudo nos momentos que estiveram envolvidos, mostraram indícios de compreensão dos conceitos matemáticos presentes na investigação, mas a falta de comprometimento com o processo, impossibilitou a construção do conhecimento matemático pretendido. Segundo a pesquisadora, outros estudantes conseguiram solucionar a situação problema proposta, utilizando implicitamente o conteúdo matemático proposto na investigação. E outros, resolveram o problema de forma satisfatória, não apresentaram dificuldades na

mobilização dos conhecimentos prévios, e quando obtiveram a solução para o problema, desenvolveram o conteúdo matemático pretendido.

A autora da pesquisa P13 relatou que o tema de investigação que norteou a atividade em Modelagem Matemática surgiu no período de observações, a partir das inquietações advindas da convivência com as crianças, participantes da pesquisa. No momento que a pesquisadora, através de imagens e vídeos, socializou com as crianças, essas se viram e foram inseridas no tema, e o tema veio a partir delas, nesse caso de pesquisa com crianças, elas compuseram o tema. A participação das crianças nas investigações se deu por meio das pesquisas exploratórias sobre o tema, nesse momento ocorreu a interação entre as crianças e seus pares, e entre as crianças com a pesquisadora, levando-as a auxiliarem na construção do processo investigativo. O levantamento de informações efetuado pelas crianças sob a orientação da pesquisadora permitiu que fosse verificado a construção do senso crítico e reflexivo, e isso se deu por meio das relações estabelecidas entre o tema investigado e a realidade dos participantes, evidenciando nas discussões, a relevância social do tema, e o quanto a situações está presente em suas vidas.

Segundo a pesquisadora, por ser uma pesquisa com crianças, a atividade de modelagem constituiu uma atividade não necessariamente matemática, outras áreas do conhecimento surgiram no decorrer do processo, e a construção do conhecimento matemático e não matemático ocorreu no protagonismo dos participantes, desde o levantamento das informações até o momento de socialização do modelo obtido após a solução das questões levantadas a respeito do tema investigado.

O desenvolvimento da pesquisa P14, segundo o professor-pesquisador, se deu em quatro encontros, os quais aconteceram as atividades em Modelagem Matemática. No primeiro encontro, ocorreu o convite para participação no projeto, que se tratava de um jogo, e o pesquisador levou os estudantes aos objetivos pretendidos com as atividades, dentre eles, a familiarização e a formulação das questões norteadoras da pesquisa. No momento que o jogo foi apresentado aos participantes, muitas dúvidas surgiram sobre as regras e as estratégias que poderiam ser tomadas, e foi proposto que jogassem uma partida, para que essas dúvidas fossem sanadas. Com isso, foram apresentadas algumas dificuldades para desenvolver estratégias de solução e formulação das questões geradoras, havendo a necessidade de intervenção do pesquisador para tornar o encontro mais fluido. No

segundo encontro, os estudantes retomaram a partida, e novos questionamentos surgiram quanto as regras e estratégias, sendo orientados a relatarem em seus cadernos as estratégias utilizadas durante a partida. O pesquisador relata que os estudantes passaram a adotar uma postura mais crítica no momento de planejar e analisar as jogadas, e desenvolveram a autonomia na tomada de decisão, de quais estratégias deveriam ser tomadas para encontrar a solução desejada. Descreveu também uma participação ativa durante a atividade, e a forma que a matemática surgiu no processo, como um meio para solucionar os problemas e não um fim.

No terceiro encontro, o pesquisador orientou os estudantes que trocassem entre eles, as anotações realizadas durante as partidas, para que fosse oportunizado um momento em que eles pudessem analisar, questionar e criticar os registros com as estratégias adotadas, para que dessa forma, eles pudessem recriar as jogadas realizadas pelos colegas. Durante essas análises e as reproduções das estratégias, muitos estudantes criticaram a falta de informação nos registros. Neste momento do processo, os conhecimentos matemáticos prévios foram mobilizados na intenção de auxiliar o uso das estratégias, e também de promover de alguma forma o aperfeiçoamento delas. O pesquisador evidenciou a importância desse momento no desenvolvimento crítico e na autonomia dos estudantes, e a percepção deles quanto ao uso da matemática em situações do cotidiano.

No último encontro, o pesquisador relatou sobre o papel dos estudantes na construção do conhecimento pretendido, sobre a atuação deles como protagonistas nesse processo e o seu papel como mediador, incentivando o diálogo e participação ativa na construção dos conceitos matemáticos pretendido com a atividade. Como o próprio pesquisador relatou, foi perceptível uma maior interação entre os estudantes e com o pesquisador, aprimorando o desenvolvimento crítico dos participantes, o diálogo, a autonomia na tomada de decisão e argumentação, e o protagonismo dos estudantes na construção do conhecimento, baseado na investigação e experimentação.

A autora da pesquisa P15 descreveu que os dados são provenientes de seis encontros, em que os estudantes, em equipes, foram convidados para investigar situações de aprendizagem, por meio do uso de tecnologias e da Modelagem Matemática. A pesquisadora descreveu que durante o processo investigativo os estudantes desenvolveram algumas habilidades pretendidas e presentes na base teórica do seu trabalho, dentre elas: Multitarefa, as quais na busca de informações

sobre o tema pesquisado, filtraram as irrelevantes para investigação, e dentre as diversas fontes de busca reconheceram, por meio dos detalhes, aquelas mais importantes; Distribuição Cognitiva, ocorreu uma interação com as tecnologias utilizadas, realizando a leitura e interpretação das informações, associando significado aos termos pesquisados; Simulação, por várias tentativas, de erros e acertos, solucionaram os problemas; Navegação Transmídia, utilizaram mídias variadas pra construção da resolução dos problemas; Inteligência Coletiva, apresentaram desenvolvimento na habilidade de dialogar, trocar conhecimentos, que contribuíram para coletividade na construção da solução; Julgamento, nas buscas das informações foram desenvolvidas a criticidade, a capacidade de ler e escrever de forma autônoma, favorecendo a reflexão sobre a realidade que estão inseridos.

A pesquisadora assumiu o papel de mediadora e orientadora durante o processo, evidenciou o desenvolvimento dos conceitos matemáticos por meio da contextualização de situações do interesse e da realidade dos estudantes, a participação ativa no processo de produção de conhecimento, tanto matemático como os relacionados ao tema investigado, a habilidade e competência na transposição da linguagem formal para linguagem matemática, e o trabalho cooperativo e colaborativo, além do protagonismo na construção do conhecimento matemático pretendido com a atividade.

Na pesquisa P16, a autora descreveu que a coleta dos dados do projeto em Modelagem Matemática para análises, foi desenvolvida em oito etapas. Na primeira etapa realizou-se o convite para que os estudantes fizessem parte do projeto, que tem relação com o contexto social no qual estão inseridos. Com entusiasmo, o convite foi aceito e após isso, por meio do diálogo, com a participação de todos e de forma igualitária, as decisões foram tomadas. Na segunda etapa os participantes foram orientados pela pesquisadora a realizarem buscas e registrarem os dados que pudessem lhes auxiliar na construção de um modelo para o projeto, e após o levantamento das informações mais relevantes, se reuniram para compartilhá-las e definirem a melhor forma de desenvolver e construir o modelo. Ficaram evidentes, durante essa etapa, as relações estabelecidas entre os estudantes, sua participação de forma ativa e a valorização do conhecimento já existente, uma vez que o tema investigado faz parte do seu cotidiano.

Na terceira etapa do projeto, os estudantes tiveram que utilizar os conhecimentos matemáticos que já possuíam para resolverem as questões que

surgiram no decorrer do processo. A pesquisadora relatou a necessidade de desenvolver problemas que abordassem o conteúdo, pois alguns participantes apresentaram dificuldades durante a solução do problema. Pôde ser percebido quais os conhecimentos matemáticos possuídos pelos participantes, e quais as competências matemáticas necessárias para o desenvolvimento do projeto. Durante esse diagnóstico, a pesquisadora percebeu a necessidade de redirecionar o ensino dos conteúdos matemáticos pretendidos, de maneira que contemplasse as suas realidades e os preparasse para atuar na sociedade em que vivem, e até mesmo em outros contextos sociais.

Na quarta etapa do processo, a partir da situação real desenvolvida pelos estudantes, a pesquisadora sentiu a necessidade de apresentar exercícios para que o entendimento dos conceitos matemáticos fosse construído, e competências fossem desenvolvidas para construção do modelo. Na etapa seguinte foi verificada a participação dos estudantes, de forma ativa, cooperativa, coletiva e colaborativa, além da autonomia durante o processo, identificando e valorizando o trabalho realizado, e também a aquisição de vários conhecimentos, com a utilização de noções matemáticas, que contribuíram para reflexão crítica, importante na construção de uma sociedade justa e democrática.

Na sexta etapa ficou evidenciado o envolvimento dos estudantes, além do envolvimento da comunidade durante a prática e a construção do modelo. A participação da comunidade caracterizou a importância dos saberes já adquiridos, e o entendimento do meio que os estudantes estão inseridos. Na sétima etapa, foi identificado que os estudantes desenvolveram noções matemáticas relacionadas ao processo de construção do modelo. Foram apresentados novos problemas que trouxeram em seu contexto o conceito matemático desenvolvido durante o processo e alguns estudantes demonstraram dificuldades na resolução, mas quando a pesquisadora orientou que associassem à situação vivenciada para construção do modelo, essas foram sanadas.

Na última etapa do projeto foi perceptível, pela pesquisadora, o protagonismo dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem, a participação e autonomia na construção do conhecimento matemático, o desenvolvimento da consciência crítica, pois além dos conhecimentos matemáticos, aprenderam sobre outros assuntos que permeiam a sociedade que estão inseridos.

Na pesquisa P17, o pesquisador desenvolveu três atividades de Modelagem Matemática. Em suas análises, o autor relatou que na primeira atividade houve certo estranhamento por parte dos estudantes e do professor regente da turma, pois estavam acostumados com aulas em que os conceitos matemáticos eram apresentados pelo professor e cabia aos alunos a reprodução por meio de exercícios. O pesquisador, pela falta de experiência, teve algumas dificuldades, e o professor regente, apresentou certa ansiedade com receio dos conteúdos matemáticos não serem apresentados e prejudicar o desenvolvimento do currículo da turma. Contudo, o pesquisador desenvolveu alguns conteúdos matemáticos, e obteve uma participação ativa dos estudantes estimulando diálogo, argumentação, discussões e a pensarem e reconsiderarem sobre conhecimentos não matemáticos que possuíam.

A segunda atividade iniciou com um texto, trazido pelo pesquisador, a respeito do tema que seria investigado, objetivando a troca de conhecimentos e discussões entre os participantes. Após esse momento de interação, foi apresentada uma situação-problema, além de dados que auxiliaram na resolução. Mesmo de posse desses dados, alguns estudantes demonstraram dificuldades para resolverem o problema, havendo a necessidade do pesquisador de apresentar situações contextualizadas, presentes no cotidiano dos estudantes, o que ajudou na compreensão do problema. Foi perceptível a autonomia no processo para solução da questão geradora, ocorreu a mobilização das competências matemáticas necessárias para resolução, uma atuação colaborativa e participativa, e o protagonismo na construção do conhecimento matemático, e da capacidade de formalização da situação-problema na linguagem matemática e de validá-la no final do processo.

A última atividade teve o tema escolhido durante um diálogo entre o pesquisador e os estudantes, o que motivou um maior interesse e participação na pesquisa, além do fato de estarem mais familiarizado com a Modelagem Matemática. Nessa terceira atividade, ficou evidente a coletividade e a colaboração dos envolvidos para resolução, já que o tema foi escolhido por eles fazia parte da sua rotina no ambiente escolar. O processo para resolução da atividade levou os estudantes às buscas dos dados e de informações que os auxiliaram na solução, inclusive na mobilização de competências matemáticas necessária à construção do modelo.

Após analisar as três atividades, o pesquisador relatou que a modelagem cria um ambiente de aprendizagem, em que a troca de conhecimentos é constante e propicia o diálogo, independente do problema ser ou não matemático. Observou também que uma mudança na prática docente, acarreta em mudanças no comportamento dos discentes em sala de aula, tornando-os mais participativos, proporcionando um diálogo de forma mais natural, levando a uma interpretação melhor do problema e a mobilização de conhecimentos existentes. O protagonismo presente no processo de construção do conhecimento foi perceptível, cabendo ao pesquisador atuar como mediador e orientador nessa construção.

Na próxima seção são apresentadas as análises das teses e dissertações que utilizaram a Metodologia de Resolução de Problemas como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática para estudantes da Educação Básica.

4.1.2. Resolução de Problemas

Nesta subseção serão apresentadas as análises das teses e dissertações encontradas nas buscas realizadas no Portal da CAPES e no *Google Acadêmico*, que utilizaram a Metodologia da Resolução de Problemas para o ensino e aprendizagem de Matemática. Estas pesquisas foram apresentadas no Mapa 20, sendo rerepresentadas no Mapa 25 a seguir.

Mapa 25 – Mapeamentos de Teses e Dissertações com foco no ensino e aprendizagem na Educação Básica (Resolução de Problemas).

Identificação	Título	Autor	Ano	Origem
T1	Análise Combinatória no Ensino Médio apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas	Analucia Castro Pimenta de Souza	2010	Google Acadêmico
T2	Educação Matemática: processo de Resolução de Problemas no contexto escolar	Magda Cristina SantinHübner	2010	Google Acadêmico
T3	Características da Resolução de Problemas por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental	LeikaWatabe	2012	Google Acadêmico
T4	Estratégias adotadas para a Resolução de Problemas Geométricos: o caso dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental da rede municipal de Aracaju-SE	Aline Alves Costa	2014	Google Acadêmico
	Resolução de Problemas: possíveis relações entre raciocínio lógico e			

T5	desempenho em Matemática	Daniele de Lima Kramm	2014	Google Acadêmico
T6	Resolução de Problemas Multiplicativos: análise de processos heurísticos de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental	Aline Cristina Cybis	2014	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T7	Resolução de Problemas Algébricos: uma investigação sobre estratégias utilizadas por alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental da rede municipal de Aracaju-SE	Mirleide Andrade Silva	2014	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T8	Resolução de Problemas Geométricos: um estudo sobre conhecimentos declarativos, desenvolvimento conceitual, gênero e atribuição de sucesso e fracasso de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental	Evandro Tortora	2014	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T9	O lúdico associado à Resolução de Problemas e Jogos no ensino e aprendizagem de funções: uma abordagem diferenciada.	Adriane Eleutério Souza	2014	Google Acadêmico
T10	A aprendizagem significativa de Sistemas de Equações do 1º grau por meio da Resolução de Problemas	Andreza Martins Antunes Goulart	2014	Portal da CAPES
T11	A produção de problemas de multiplicação pode ajudar na sua resolução?	Josenir Rodrigues da Silva	2014	Portal da CAPES
T12	O ensino de Matemática através da Resolução de Problemas: investigando estratégias dos alunos do Ensino Fundamental	Louise dos Santos Lima	2014	Portal da CAPES
T13	Comunicação e Resolução de Problemas utilizando o modelo Van Hiele para a exploração geométrica em sala de aula	Gilmara Gomes Meira	2015	Google Acadêmico
T14	Análise das dificuldades na Resolução de Problemas matemáticos por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental	Natália Keli Santos Araújo	2015	Portal da CAPES
T15	A interpretação de enunciados em problemas de aritmética: um estudo das dificuldades dos alunos dos sextos anos do Ensino Fundamental em uma escola estadual de Aracaju	Suzana Gama dos Santos Melo	2015	Portal da CAPES
T16	O uso da calculadora científica na Resolução de Problemas matemáticos nas aulas de Matemática do Ensino Médio: investigando concepções e explorando potencialidades	José Edivam Braz Santana	2015	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T17	Problemas recreativos na obra <i>O homem que calculava</i> , de Malba Tahan, e a Resolução de Problemas	Clarice Segantini	2015	Portal da CAPES
T18	A ideia de função por meio da Resolução de Problemas:	Ana Paula	2016	Google

	narrativas da Educação de Jovens e Adultos	Gonçalves Pita		Acadêmico / Portal da CAPES
T19	Ensino e aprendizagem de divisibilidade através da Resolução de Problemas: experiência com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental	José Aparecido da Silva Fernandes	2016	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T20	Ideias/Significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via Resolução, Exploração e Proposição de Problemas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental	Sheila Valéria Pereira da Silva	2016	Portal da CAPES
T21	A competência de Resolução de Problemas que envolvem o pensamento algébrico: um experimento no 9º ano do Ensino Fundamental	Giovani Rosa Delazeri	2017	Portal da CAPES
T22	A Função Afim através da Resolução de Problemas: um estudo de caso analisando os registros de representação semiótica	Gabriel dos Santos Souza Gomes	2017	Portal da CAPES
T23	Um ensino de Equações do 1º grau com uma incógnita via Resolução de Problemas	FrancielyFabrícia de Souza Matsuda	2017	Portal da CAPES
T24	Trilhos matemáticos como contexto para o ensino e a aprendizagem de Geometria Espacial com estudantes do terceiro ano do Ensino Médio	Tatiéle Tamara Gehrke	2017	Portal da CAPES
T25	Matemática e cotidiano: processos metacognitivos construídos por estudantes da EJA para resolver problemas matemáticos	Vanessa Graciela Souza Campos	2017	Portal da CAPES
T26	Resolução de Problemas Algébricos: uma análise à luz dos Três Mundos da Matemática	Marlene Rosa Sena	2017	Google Acadêmico / Portal da CAPES
T27	O ensino e a aprendizagem da Progressão Aritmética através da Resolução de Problemas	Claudia Vieira de Vargas	2019	Portal da CAPES
T28	Contribuições da resolução, exploração e proposição de problemas ao processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Emily de Vasconcelos Santos	2019	Portal da CAPES
T29	Resolução de Problemas e Representações Múltiplas no ensino de Sistemas de Equações Polinomiais do 1º grau com duas incógnitas	Juscelino de Araújo Silva	2019	Portal da CAPES

Fonte: O autor (2021).

As análises dessas pesquisas obedecem aos mesmos critérios utilizados para analisar as pesquisas em Modelagem Matemática, constantes no Mapa 21 da seção 4.1.

4.1.2.1. Contexto da Pesquisa

Esta subseção tem como objetivo situar o leitor quanto ao contexto das pesquisas analisadas. Descreve-se os participantes envolvidos nas pesquisas, as quais foram realizadas, e quaisquer outras informações consideradas importantes, para após, iniciar as análises de cunho acadêmico.

A pesquisa T1, intitulada *“Análise Combinatória no Ensino Médio apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas”* trata-se de uma dissertação desenvolvida pela autora Ana Lucia Castro Pimenta de Souza, para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista em 2010. A pesquisa foi desenvolvida com estudantes de uma turma da 2ª série do Ensino Médio, de uma escola pública estadual, localizada no município de Rio Claro no estado de São Paulo, onde a pesquisadora atuava como professora na referida turma.

A pesquisa T2, cujo título é *“Educação Matemática: processo de Resolução de Problemas no contexto escolar”* trata-se de uma dissertação escrita por Magda Cristina Santin Hübner para o Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Passo Fundo em 2010. A pesquisa teve como participantes 26 estudantes da 6ª série do Ensino Fundamental, de uma escola da rede privada da cidade de Erechim no Rio Grande do Sul, onde a pesquisadora atuava como professora da turma participante.

A pesquisa T3, denominada *“Características da Resolução de Problemas por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental”* trata-se de uma dissertação desenvolvida pela autora Leika Watabe para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo em 2012. Foram sujeitos da pesquisa, 26 alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal da cidade de São Paulo, e o pesquisador não era o professor da turma pesquisada.

A pesquisa T4, cujo título é *“Estratégias adotadas para Resolução de Problemas geométricos: o caso dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental da rede municipal de Aracaju-SE”*, refere-se a uma dissertação escrita por Aline

Alves Costa para o Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal de Sergipe em 2014. A pesquisa teve como participantes alunos do 7º ao 9º ano do Ensino Fundamental de quatro escolas da rede municipal de Aracaju, no estado de Sergipe. A pesquisadora não era a professora titular das turmas envolvidas na pesquisa.

A pesquisa T5, intitulada *“Resolução de Problemas: possíveis relações entre raciocínio lógico e desempenho em Matemática”*, trata-se de uma dissertação escrita pela autora Daniele de Lima Kramm para o Mestrado em Educação: Psicologia da Educação da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo em 2014. A pesquisa foi desenvolvida com 12 crianças do 3º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede pública do município de São Paulo, onde a pesquisadora não atuava como professora da turma.

A pesquisa T6 intitulada *“Resolução de Problemas multiplicativos: análise de processos heurísticos de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental”*, trata-se de uma dissertação desenvolvida por Aline Cristina Cybis para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo em 2014. Foram participantes da pesquisa 19 alunos de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, de uma escola particular localizada na cidade de São Paulo, e a pesquisadora também era a professora.

A pesquisa T7, denominada *“Resolução de Problemas algébricos: uma investigação sobre estratégias utilizadas por alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental da rede municipal de Aracaju/SE”*, trata-se de uma dissertação escrita pela autora Mirleide Andrade Silva para o Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal de Sergipe em 2014. A pesquisa foi desenvolvida com alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental de quatro escolas da rede municipal de Aracaju, no estado de Sergipe. A pesquisadora não era a professora titular das turmas envolvidas na pesquisa.

A pesquisa T8, intitulada *“Resolução de Problemas geométricos: um estudo sobre conhecimentos declarativos, desenvolvimento conceitual, gênero e atribuição de sucesso e fracasso de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental”*, trata-se de uma dissertação escrita pelo autor Evandro Tortora para o Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências da Universidade Estadual Paulista em 2014. A pesquisa teve como participantes 30 crianças do 1º ao 5º ano do Ensino

Fundamental, de uma escola municipal de São Paulo, onde o pesquisador já havia atuado como professor.

A pesquisa T9, cujo título é *“O lúdico associado à Resolução de Problemas e jogos no ensino e aprendizagem de funções: uma abordagem diferenciada”*, trata-se de uma dissertação escrita por Adriane Eleutério Souza para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná em 2014. Foram participantes da pesquisa, 29 estudantes da 1ª série do Ensino Médio, de uma escola da rede estadual do município de Guarapuava do Paraná, na qual a pesquisadora era também a professora.

A pesquisa T10, denominada *“A aprendizagem significativa de sistemas de equações do 1º grau por meio da Resolução de Problemas”* trata-se de uma dissertação desenvolvida por Andreza Martins Antunes Goulart para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo em 2014. A pesquisa teve a participação de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental de uma instituição privada da cidade de São Paulo, na qual a pesquisadora era a professora.

A pesquisa T11, cujo título é *“A produção de problemas de multiplicação pode ajudar na sua resolução?”*, refere-se a uma dissertação escrita por Josenir Rodrigues da Silva para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco em 2014. A pesquisa foi desenvolvida com 33 alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, de duas escolas da rede municipal da área metropolitana do Recife, e o pesquisador não atuava como professor em nenhuma das turmas pesquisadas.

A pesquisa T12, intitulada *“O Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas: investigando estratégias dos alunos do Ensino Fundamental”*, trata-se de uma dissertação desenvolvida por Louise dos Santos Lima para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro em 2014. A pesquisa foi realizada com uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola privada da cidade do Rio de Janeiro, e a pesquisadora não atuava como professora da turma analisada.

A pesquisa T13, cujo título é *“Comunicação e Resolução de Problemas utilizando o modelo Van Hiele para a exploração geométrica em sala de aula”*, refere-se a uma dissertação escrita por Gilmara Gomes Meira para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade

Estadual da Paraíba em 2015. Foram participantes da pesquisa, estudantes do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede estadual da Paraíba, na qual a professora regente não era a pesquisadora.

A pesquisa T14, denominada *“Análise das dificuldades na Resolução de Problemas matemáticos por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental”*, refere-se a uma dissertação desenvolvida pela autora Natália Keli Santos Araújo para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe em 2015. A pesquisa foi realizada com duas turmas do 5º ano do Ensino Fundamental, sendo uma turma da rede particular e a outra da rede pública da cidade de Aracaju em Sergipe, e a pesquisadora não atuava como professora em nenhuma das turmas participantes.

A pesquisa T15, cujo título é *“A interpretação de enunciados em problemas de aritmética: um estudo das dificuldades dos alunos dos sextos anos do Ensino Fundamental em uma escola estadual de Aracaju”*, trata-se de uma dissertação escrita por Suzana Gama dos Santos Melo para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe em 2015. A pesquisa teve como participantes 12 alunos de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual da cidade de Aracaju em Sergipe, na qual o professor regente era conhecido da pesquisadora.

A pesquisa T16, intitulada *“O uso da calculadora científica na Resolução de Problemas matemáticos nas aulas de matemática do Ensino Médio: investigando concepções e explorando potencialidades”*, trata-se de uma dissertação escrita por José Edivam Braz Santana para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba em 2015. A pesquisa foi desenvolvida com estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual, localizada no município de Afogados da Ingazeira no Pernambuco, e a pesquisadora não atuava como professora da turma.

A pesquisa T17, cujo título é *“Problemas recreativos na obra o homem que calculava, de Malba Tahan, e a Resolução de Problemas”*, trata-se de uma dissertação escrita por Clarice Segantini para o Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica da Universidade Federal do Espírito Santo em 2015. A pesquisa teve como participantes, 26 estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual da cidade de São Mateus no Espírito Santo, e a pesquisadora não era a professora da turma.

A pesquisa T18, denominada “*A ideia de função por meio da Resolução de Problemas: narrativas da Educação de Jovens e Adultos*”, refere-se a uma dissertação desenvolvida por Ana Paula Gonçalves Pita para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo em 2016. Os sujeitos da pesquisa foram 11 alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal da cidade de São Vicente em São Paulo, na qual a pesquisadora atuava como professora.

A pesquisa T19 intitulada “*Ensino e Aprendizagem de divisibilidade através da Resolução de Problemas: experiência com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental*”, trata-se de uma dissertação escrita por José Aparecido da Silva Fernandes para o Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica da Universidade Federal do Espírito Santo em 2016. A pesquisa foi desenvolvida numa turma do 6º ano do Ensino Fundamental, composta por 28 alunos, de uma escola da rede estadual do município de Montanha no Espírito Santo, e o pesquisador não era o professor da turma.

A pesquisa T20, cujo título é “*Ideias/significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental*”, corresponde a uma dissertação desenvolvida por Sheila Valéria Pereira da Silva para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba em 2016. Os participantes da pesquisa foram 33 estudantes de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal da cidade de Campina Grande na Paraíba, e a pesquisadora não era a professora da turma.

A pesquisa T21, denominada “*A competência de Resolução de Problemas que envolvem o pensamento algébrico: um experimento no 9º ano do Ensino Fundamental*”, trata-se de uma dissertação escrita por Giovani Rosa Delazeri para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil em 2017. Na pesquisa foram investigados 30 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola estadual localizada no município de Porto Alegre no Rio Grande do Sul, e o pesquisador não exercia o papel de professor regente da turma.

A pesquisa T22, intitulada “*A Função Afim através da Resolução de Problemas: um estudo de caso analisando os registros de representação semiótica*”, refere-se a uma dissertação desenvolvida por Gabriel dos Santos Souza Gomes

para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba em 2017. Foram participantes da pesquisa, 43 alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual da cidade de João Pessoa na Paraíba, na qual o pesquisador atuava como diretor.

A pesquisa T23, cujo título é *“Um ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via Resolução de Problemas”*, trata-se de uma dissertação escrita por Franciely Fabrícia de Souza Matsuda para o Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá em 2017. A pesquisa teve como sujeitos 30 estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede pública situada no município de Maringá no Paraná, e a pesquisadora não atuava como professora da turma pesquisada.

A pesquisa T24, intitulada *“Trilhos matemáticos como contexto para o ensino e a aprendizagem de Geometria Espacial com estudantes do terceiro ano do Ensino Médio”*, trata-se de uma dissertação escrita por Tatiéle Tamara Gehrke para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro Universitário Franciscano em 2017. Foram participantes da pesquisa, estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual, localizada no município de Paraíso do Sul, no Rio Grande do Sul, na qual a pesquisadora atuava como professora.

A pesquisa T25, denominada *“Matemática e cotidiano: processos metacognitivos construídos por estudantes da EJA para resolver problemas matemáticos”*, refere-se de uma dissertação desenvolvida por Vanessa Graciela Souza Campos ao Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe em 2017. A pesquisa teve como participantes 11 alunos de uma turma do Programa de Alfabetização de Jovens e Adultos, e a pesquisadora não era a professora regente.

A pesquisa T26, intitulada *“Resolução de Problemas Algébricos: Uma análise à luz dos Três Mundos da Matemática”*, trata-se de uma dissertação escrita por Marlene Rosa Sena para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo em 2017. A pesquisa teve como participantes 25 alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola estadual do município de São Paulo, e a pesquisadora não atuava como professora da turma.

A pesquisa T27, cujo título é *“O ensino e a aprendizagem da Progressão Aritmética através da Resolução de Problemas”*, refere-se a uma dissertação

desenvolvida por Claudia Vieira de Vargas para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria em 2019. A pesquisa foi desenvolvida com 38 estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola particular localizada no município de Santa Maria no Rio Grande do sul, na qual a pesquisadora era também a professora regente da turma.

A pesquisa T28, intitulada *“Contribuições da resolução, exploração e proposição de problemas ao processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental”*, trata-se de uma dissertação escrita por Emily de Vasconcelos Santos para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba em 2019. Foram participantes da pesquisa, 16 alunos de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do estado da Paraíba, e a pesquisadora não exercia a função de professora da turma.

A pesquisa T29, denominada *“Resolução de Problemas e representações múltiplas no ensino de sistemas de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas”*, refere-se de uma dissertação escrita por Juscelino de Araújo Silva para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba em 2019. A pesquisa foi realizada numa turma do 8º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede municipal da cidade de Mari, no estado da Paraíba, onde o pesquisador era o professor titular da turma.

No Mapa 26, a seguir, são apresentadas as pesquisas que compõe o *corpus* de análise, além dos participantes envolvidos e o objeto matemático investigado durante o processo de modelagem, em sala de aula.

Mapa 26 – Contexto das Teses e Dissertações em Resolução de Problemas.

Identificação	Título	Participantes	Objeto Investigado
T1	Análise Combinatória no Ensino Médio apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas	2º ano do Ensino Médio	Análise Combinatória
T2	Educação Matemática: processo de Resolução de Problemas no contexto escolar	6º ano do Ensino Fundamental	Equação polinomiais do 1º grau Proporcionalidade
T3	Características da Resolução de Problemas por alunos do 4º ano do	4º ano do Ensino Fundamental	Conceitos de estruturas aditivas e multiplicativas

	Ensino Fundamental		
T4	Estratégias adotadas para a Resolução de Problemas Geométricos: o caso dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental da rede municipal de Aracaju-SE	7º ao 9º ano do Ensino Fundamental	Geometria Plana e Espacial
T5	Resolução de Problemas: possíveis relações entre raciocínio lógico e desempenho em Matemática	3º ano do Ensino Fundamental	Raciocínio Lógico e Problemas Matemáticos
T6	Resolução de Problemas Multiplicativos: análise de processos heurísticos de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental	5º ano do Ensino Fundamental	Estruturas multiplicativas
T7	Resolução de Problemas Algébricos: uma investigação sobre estratégias utilizadas por alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental da rede municipal de Aracaju-SE	8º e 9º anos do Ensino Fundamental	Sistema de equações polinomiais de 1º grau
T8	Resolução de Problemas Geométricos: um estudo sobre conhecimentos declarativos, desenvolvimento conceitual, gênero e atribuição de sucesso e fracasso de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental	1º ao 5º do Ensino Fundamental	Conceitos relacionados à Geometria Plana Conceitos de figuras planas e espaciais
T9	O lúdico associado à Resolução de Problemas e Jogos no ensino e aprendizagem de funções: uma abordagem diferenciada	1º ano do Ensino Médio	Funções
T10	A aprendizagem significativa de Sistemas de Equações do 1º grau por meio da Resolução de Problemas	8º ano do Ensino Fundamental	Sistema de equações polinomiais do 1º grau
T11	A produção de problemas de multiplicação pode ajudar na sua resolução?	4º ano do Ensino Fundamental	Problemas multiplicativos: proporcionalidade, configuração retangular, comparativa e combinatória
T12	O ensino de Matemática através da Resolução de Problemas: investigando estratégias dos alunos do Ensino Fundamental	9º ano do Ensino Fundamental	Funções
	Comunicação e Resolução		

T13	de Problemas utilizando o modelo Van Hiele para a exploração geométrica em sala de aula	3º ano do Ensino Médio	Geometria
T14	Análise das dificuldades na Resolução de Problemas matemáticos por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental	5º ano do Ensino Fundamental	Problemas aditivos e multiplicativos
T15	A interpretação de enunciados em problemas de aritmética: um estudo das dificuldades dos alunos dos sextos anos do Ensino Fundamental em uma escola estadual de Aracaju	6º ano do Ensino Fundamental	Problemas Algébricos
T16	O uso da calculadora científica na Resolução de Problemas matemáticos nas aulas de Matemática do Ensino Médio: investigando concepções e explorando potencialidades	3º ano do Ensino Médio	Funções exponenciais Logaritmos Funções trigonométricas
T17	Problemas recreativos na obra <i>O homem que calculava</i> , de Malba Tahan, e a Resolução de Problemas	1º ano do Ensino Médio	Problemas recreativos
T18	A ideia de função por meio da Resolução de Problemas: narrativas da Educação de Jovens e Adultos	9º ano do Ensino Fundamental	Funções
T19	Ensino e aprendizagem de divisibilidade através da Resolução de Problemas: experiência com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental	6º ano do Ensino Fundamental	Divisibilidade
T20	Ideias/Significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via Resolução, Exploração e Proposição de Problemas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental	5º ano do Ensino Fundamental	Multiplicação e divisão
T21	A competência de Resolução de Problemas que envolvem o pensamento algébrico: um experimento no 9º ano do Ensino Fundamental	9º ano do Ensino Fundamental	Equação do polinômiais do 1º grau Sistema de equações polinômiais do 1º grau
T22	A Função Afim através da Resolução de Problemas: um estudo de caso analisando os registros de representação semiótica	1º ano do Ensino Médio	Função Afim
	Um ensino de Equações do		Equação

T23	1º grau com uma incógnita via Resolução de Problemas	7º ano do Ensino Fundamental	polinomiais do 1º grau
T24	Trilhos matemáticos como contexto para o ensino e a aprendizagem de Geometria Espacial com estudantes do terceiro ano do Ensino Médio	3º ano Ensino Médio	Sólidos geométricos
T25	Matemática e cotidiano: processos metacognitivos construídos por estudantes da EJA para resolver problemas matemáticos	Alfabetização de Jovens e Adultos	Princípios aditivos e multiplicativos
T26	Resolução de Problemas Algébricos: uma análise à luz dos Três Mundos da Matemática	2º ano do Ensino Médio	Equações polinomiais do 1º grau
T27	O ensino e a aprendizagem da Progressão Aritmética através da Resolução de Problemas	1º ano do Ensino Médio	Progressão Aritmética
T28	Contribuições da resolução, exploração e proposição de problemas ao processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental	5º ano do Ensino Fundamental	Problemas Combinatórios
T29	Resolução de Problemas e Representações Múltiplas no ensino de Sistemas de Equações Polinomiais do 1º grau com duas incógnitas	8º ano do Ensino Fundamental	Sistema de equações polinomiais do 1º grau

Fonte: O autor (2021).

Na próxima subseção, após um panorama do contexto das pesquisas constantes no Mapa 25, apresentam-se os referenciais teóricos utilizados por cada um dos autores das referidas pesquisas. Nessa subseção são analisadas quais as bases teóricas, e quais os autores em Resolução de Problemas foram utilizados para construção teórica destas pesquisas.

4.1.2.2. Referencial Teórico

Nesta subseção apresentam-se os referenciais teóricos utilizados para construção das teses e dissertações presentes no Mapa 25, e as relações existentes entre essas pesquisas, no que diz respeito às diferentes concepções existentes para Metodologia da Resolução de Problemas, e como essas se apresentam em cada uma dessas investigações.

Na pesquisa T1, a autora estabeleceu relações entre o seu problema de investigação e as concepções já existentes sobre o tema, e fundamentou sua pesquisa na Matemática Discreta e na Resolução de Problemas. A pesquisadora iniciou sua fundamentação, no que tange a Matemática Discreta, traçando uma linha cronológica do início das investigações sobre esse tema, do seu surgimento no cenário da Educação Matemática, e as definições e conceitos apresentados por: Dossey (1991), Framework (1992), Gardner (1991). A autora trouxe a história do surgimento da Análise Combinatória no cenário da Matemática, seus conceitos e definições, como esse conteúdo é apresentado no livro didático de década a década, desde a década de 40 até os anos 2000, as indicações nos documentos oficiais para o seu ensino, e as suas relações com a Matemática Discreta, visto que é o objeto matemático investigado. Por fim, apresentou as investigações a respeito da Metodologia da Resolução de Problemas, desde o seu surgimento e as concepções defendidas.

A autora apresentou algumas definições existentes na literatura para problema (POLYA, 1962; VALE; PIMENTEL, 2004; MARINCEK, 2001; ONUCHIC, 2004), como por exemplo, Dante (1989, p. 9) que afirma que “problema é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la”, descreveu as primeiras pesquisas desenvolvidas por George Polya sobre heurísticas para resolver problemas, o seu método de resolução de problemas desenvolvido em quatro etapas e apresentado no livro *A Arte de Resolver Problemas* (1945), e as diferentes formas de conceber a Resolução de Problemas, como por exemplo: Gazire (1988, p. 124) que afirma que “Se todo conteúdo a ser aprendido for iniciado numa situação de aprendizagem, através de um problema desafio, ocorrerá uma construção interiorizada do conhecimento a ser adquirido”, Schroeder e Lester (1989), Mendonça (1993), Van de Walle (2001) e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas defendida por Onuchic (2004) e Allevato e Onuchic (2006), que foi a metodologia escolhida pela autora para o desenvolvimento de sua pesquisa em sala de aula.

Na pesquisa T2, a autora apresentou as diferenças entre exercícios e problemas, que segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 23) “um problema é uma questão para a qual o aluno não dispõe de um método que permita a sua resolução imediata, enquanto que um exercício é uma questão que pode ser resolvida usando um método já conhecido”, e ainda trouxe as definições de Pozo

(1998), Sternberg (2000), Dante (2003), Vianna (2008), Miguel (2010), Smole (2001) e Toledo (2006), concluindo que todas essas definições são semelhantes. Além das diferenças existentes entre exercícios e problemas, a autora apresentou algumas definições presentes na literatura para problema matemático, dentre elas: Charnay (1996), Dante (2003), Figueiredo e Palhares (2009), Medeiros (2001), Onuchic (1999), Parra e Saiz (1996), Pereira (2007), Polya (1995), Pozo (1998), Toledo (2006) e Vianna (2008). Realizou um breve histórico sobre a Resolução de Problemas e sua consolidação como metodologia para o ensino e a aprendizagem de Matemática, baseando-se em obras de: D'Ambrósio (2009), Onuchic (2005, 2009), Huamán (2006), Pires (2000).

E por fim, apresentou as heurísticas envolvidas na resolução de um problema matemático, pela perspectiva de: Polya (1995), Pinto (2010), Schoenfeld (1985), Pires (2000) e Wood (2003). Além da Metodologia da Resolução de Problemas, a autora apoiou-se na teoria histórico-cultural, que se fundamenta na interação social, com destaque para interação entre pares, pois essas interações entre professor/estudante e estudante/estudante são otimizadoras da aprendizagem e do desenvolvimento no contexto escolar. A pesquisadora se baseou em Vigotski (1998, 2000) em suas definições para Zona de desenvolvimento proximal e Formação de conceitos.

Na pesquisa T3, a autora apresentou um breve histórico sobre a Resolução de Problemas e o seu surgimento no campo da Educação Matemática com o objetivo de atender as demandas para o ensino e a aprendizagem da Matemática (ONUCHIC, 1999), citou alguns pesquisadores e suas concepções para o conceito de situações-problema, como por exemplo: Macedo (2002), Meirieu (1998), Perrenoud (2000), Echeverría e Pozo (1998), Gonzalez (1998). Além da Resolução de Problemas, a autora fundamentou sua pesquisa na Teoria dos Campos Conceituais defendida por Vernaud (1990, 1991, 1996, 2009), Moreia (2002) e na contribuição da abordagem sócio-histórica defendida por Vigotski (1987), em que a aprendizagem e o desenvolvimento estão inter-relacionados desde o início da vida da criança.

Na pesquisa T4, inicialmente, a autora realizou um levantamento bibliográfico de trabalhos relacionados ao tema de estudo, teses e dissertações. A concepção utilizada acerca da Resolução de Problemas foi a defendida por Polya (1978), que em seu livro *A Arte de Resolver Problemas* apresenta definições para problema

matemático e as heurísticas para resolver problemas matemáticos e não matemáticos.

Na pesquisa T5, a autora iniciou sua fundamentação teórica com uma análise dos documentos oficiais (PCN) e suas indicações quanto ao uso de metodologias que contribuam para o ensino e aprendizagem de Matemática, e uma dessas metodologias é a Resolução de Problema. Logo após é trazido aspectos históricos, até a resolução de problemas ser utilizada como uma metodologia de ensino (ONUCHIC, 1999; D'AMBROSIO, 2008). E ainda, a autora apresentou alguns conceitos e reflexões sobre o tema, a forma que alguns pesquisadores definem a Resolução de Problemas, as dificuldades enfrentadas ao utilizar a metodologia e a sua presença na matemática cotidiana e na matemática formal. Dentre os estudiosos citados pela autora, estão: Skinner (1972, 1974/2006, 1991 e 2000), Echeverría e Pozo (1998), Moroz (1993) e Luna e Marinotti (2003). E por fim, a autora apresentou alguns estudos que abordam as relações entre o raciocínio lógico e desempenho matemático, baseando-se nas concepções defendidas por Luna e Marinotti (2011).

Na pesquisa T6, a autora apresentou algumas pesquisas com foco na resolução de problemas, com o intuito de compreender como os autores percebem essa temática e quais as representações utilizadas pelos estudantes. Em seguida, algumas abordagens sobre a Resolução de Problemas e problemas foram pesquisadas, uma vez que era o desejo utilizar essa metodologia para resolver problemas multiplicativos em sua investigação. Dentre os estudiosos pesquisados, a autora construiu a sua fundamentação baseando-se nas concepções defendidas por: Polya (1945, 2006), Allevato (2005), Dante (2005), Onuchic (1999), Van de Walle (2009). Além das concepções apresentadas sobre a Resolução de Problemas, a autora fundamentou-se na Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida por Vergnaud (1990, 1993, 1996, 1997, 1998, 2009) de forma particular, às estruturas multiplicativas.

Na pesquisa T7, a autora fundamentou suas investigações usando como referência a obra *A Arte de Resolver Problemas* (Polya, 1945), justificando a sua escolha pelo fato da obra e do seu autor serem referenciados em todos os estudos sobre a Resolução de Problemas. Na sua fundamentação foram apresentados os entendimentos sobre problema matemático, problema algébrico e as heurísticas desenvolvidas por Polya (1978) na descrição do método para resolver problemas,

caracterizado pelas quatro etapas definidas pelo autor. A autora invocou citações de alguns estudiosos em Resolução de Problemas, para validar a importância dos estudos desenvolvidos por George Polya e para construção da metodologia. Dentre os autores citados, estão: Allevato (2005), Alvarenga (2008) e Onuchic (2008).

Na pesquisa T8, o autor iniciou a construção da sua fundamentação teórica com uma revisão de literatura das investigações que abordavam as mesmas temáticas presentes em seu problema de pesquisa. Apresentou as ideias defendidas por Anderson (1981, 1983), Anderson e Schunn (2000) e Sternberg (2000) a respeito da Teoria do controle adaptável do pensamento, que traz uma ideia sobre os processos cognitivos do cérebro humano, e o conhecimento declarativo e de procedimento, que são os conhecimentos utilizados pelo indivíduo para execução de uma tarefa. O autor apresentou também alguns aspectos dos processos de atribuição da causalidade, por meio das ideias desenvolvidas na Teoria da Causalidade (KELLEY, 1973; WEINER, 1979, 1985; RODRIGUES, ASSMAR e JABLONSKI, 2009).

Nas bases teóricas da pesquisa, o autor apresentou os estudos desenvolvidos por Klausmeier e Goodwin (1977) sobre a formação de conceitos e as investigações de Hoffer (1981) acerca dos estudos do casal Van Hiele a respeito de como o pensamento geométrico é desenvolvido durante a aprendizagem de geometria. Para a Resolução de Problemas, fundamenta-se nas abordagens descritas por: Polya (1978), Schroeder e Lester (1989), Echeverría e Pozo (1998), Sternberg (2000) e Brito (2010), que evidenciam o ato de resolver problemas e sua importância para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Na pesquisa T9, a autora baseou-se no lúdico e no motivacional para contribuir no processo de aprendizagem, e para isso fundamentou a sua pesquisa nas obras de: Grandó (2008); Macedo (2005); Macedo, Petty e Passos (2005); Haydt (2006). Outros estudos que fundamentaram a pesquisa foram o jogo como proposta metodológica para o ensino de Matemática, baseados nas obras de Kishimoto (2005) e Machado (2012). Em relação à Resolução de Problemas, o autor se apoiou nas concepções defendidas por Polya (2006), Smole e Diniz (2001), Schroeder e Lester (1999) e Walle (2009) para construir sua pesquisa, pautado na ideia de que por meio da Resolução de Problemas o ensino de matemática pode ser proposto e ocorrer de maneira lúdica, provocando uma maior motivação.

Na pesquisa T10, a autora apresentou as concepções para Resolução de Problemas, mas inicialmente enunciou algumas das definições existentes para o termo problema, como por exemplo: Dante (2009), Pozo e Echeverria (1998) e Onuchic (1999). Ao escrever a Resolução de Problemas como uma estratégia para o ensino, a autora descreveu o seu percurso histórico, até o momento em que essa tendência se consolidou como uma metodologia de ensino e aprendizagem, para isso baseou-se nas obras escritas por Onuchic (1999), Polya (1995), Allevato (2005), Onuchic e Allevato (2011), Van de Walle (2009). Além da Resolução de Problemas, a autora aprofundou-se nos autores e obras acerca da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), principalmente Ausubel (1968), e outros pesquisadores que a partir das obras de David Ausubel, desenvolveram investigações fundamentadas na TAS como: Moreira (1997) e Madruga (1996).

Na pesquisa T11, o autor apoiou-se nas ideias defendidas por: (GUEDES; SOUZA, 2006; KEHRWALD, 2006; SEFFNER, 2006; SMOLE, 2001; SANTOS, 2009; FONSECA; CARDOSO, 2009), que defendem a leitura e a escrita em outras áreas do conhecimento, que não somente a Língua Portuguesa, mas principalmente na Matemática, em que concordam que o uso de textos nas aulas de Matemática proporciona aos alunos reflexões que podem contribuir na construção de significado dos conteúdos e de suas aprendizagens. E ainda, (KLÜSENER, 2006; CARRASCO, 2006; MENEZES, 2000; BATTISTI; NEHRING, 2009; CORRÊA, 2009; MACHADO, 2011; LORENSATTI, 2009) que em seus estudos, apresentam algumas concepções a respeito da linguagem matemática, e defendem o seu desenvolvimento em sala de aula. Para a Resolução de Problemas, o autor apoiou-se nas concepções defendidas por: (CHARNAY, 1996; BRITO, 2010; SMOLE, 2001; CHICA, 2001). E ainda, as ideias desenvolvidas por Vergnaud (1991, 1986, 1996) a respeito dos Campos Conceituais, e os estudos surgidos a partir dele, de forma particular para as Estruturas Multiplicativas, sob a perspectivas de: (PESSOA, 2009; NUNES; CAMPOS; MAGINA; BRYANT, 2009; SELVA; BORBA; CAMPOS; SILVA; FERREIRA; LUNA, 2008; NUNES; BRYANT, 1997).

Na pesquisa T12, a autora fundamentou o seu texto nas abordagens concebidas por alguns estudiosos para problema e para Resolução de Problemas como metodologia para o ensino de matemática. Dentre os estudiosos e as obras utilizadas pela autora apresentam-se (ALVARENGA; VALE, 2007; LESTER; 2012,

2013; WAGNER, 2008; LESTER; SCHROEDER, 1989; MEDEIROS; SANTOS, 2007; ENGLISH, 1997).

Na pesquisa T13, a autora abordou em seu texto os variados estudos realizados a respeito da Resolução de Problemas, apresentou algumas das concepções defendidas sobre a temática, a ideia de o estudante saber interpretar, compreender e considerar possíveis estratégias para resolver situações-problema. Dentre os estudiosos em Resolução de Problemas, a autora apresentou: D'Ambrósio (2008), Polya (1995), Medeiros (2001), Schoenfeld (1996), Allevato (2008), Dante (2010) e Van de Walle (2009). Apresentou-se também na fundamentação teórica, as ideias acerca do ensino de Geometria e do Modelo Van Hiele para o desenvolvimento dos conceitos geométricos, defendidas por: (RABELO; GOMES, 2012; LEIVAS, 2012; MATOS; SERRAZINA, 1996; RÊGO; RÊGO; VIEIRA, 2012; DREYFUS; HADAS, 1994; ANDRADE; NACARATO, 2004; CROWLEY, 1994; LORENZATO, 1995). Além da Resolução de Problemas e do ensino de Geometria, a autora baseou-se nas ideias defendidas sobre a interação social, comunicação e a utilização de materiais manipuláveis na sala de aula, e para isso realizou suas pesquisas nas obras escritas por: (SMOLE; DINIZ, 2001; BUSSI; MARIOTTI, 2010; PESSOA, 2010; NASSER, 2007; SOUZA et al, 1995; GILLY; FRAISSE; ROUX, 1988; FONSECA, 2009; BISHOP; GOFFREE, 1986; LATAS, 2012; YACKEL; COBB, 1996; RÊGO; RÊGO, 2006).

Na pesquisa T14, a autora construiu a sua fundamentação teórica baseada nas concepções abordadas sobre a Resolução de Problemas. Inicialmente foi realizada uma abordagem histórica, desde quando iniciaram as investigações sobre resolver problemas, até o momento que se configura como uma metodologia para o ensino da matemática. No segundo momento, a autora apresentou algumas definições para problema, o entendimento de diferentes estudiosos sobre o que configura um problema, as diferenças entre os conceitos para exercícios e para problemas, como os problemas matemáticos são classificados, e exemplos de métodos desenvolvidos para a resolução de problemas. A autora se baseou nas obras e estudos de: (ONUCHIC, 1999; ONUCHIC; ALLEVATO, 2004; STANIC; KILPATRICK, 1989; ANDRADE, 1998; CALLEJO; VILA, 2004; LORENZATO; VILA, 1993; POLYA, 1995; MORENO, 2006; CHANAY, 1996; POZO, 1998; DANTE, 1999, 2009; LOPES, 1994; SMOLE; DINIZ, 2001). E por fim, a autora realizou um

levantamento de dados, a partir de produções de artigos científicos, que apresentavam discussões sobre o tema.

Na pesquisa T15, a autora fundamentou o seu texto nas ideias defendidas por Brosseau (1980) e Amouloud (2007) para o Contrato Didático, que configura uma espécie de acordo entre o professor e os alunos, numa situação de aprendizagem. Na Teoria das Situações Didáticas (PAIS, 2005), desenvolvida por Guy Brosseau, em que cada conhecimento ou saber pode ser determinado por uma situação, e tem como finalidade desenvolver atividades voltadas para o ensino e a aprendizagem de um conteúdo específico. Na Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1996) desenvolvida com o intuito de compreender as condições de compreensão do significado do saber escolar dos estudantes. Na Teoria da relação com o saber, que é conceituada como “a relação de um sujeito com o mundo, com ele mesmo e com os outros. É a relação com o mundo como conjunto de significados, mas, também, como espaço de atividades, e se inscreve no tempo.” (CHALOT, 2000, p. 78). E para Resolução de Problemas, a autora apresentou algumas concepções existentes na literatura, como por exemplo: (POLYA, 2006; DANTE, 2010; CHARNAY, 2001).

Na pesquisa T16, o autor teceu reflexões a respeito do Papel do Professor e suas crenças e concepções como fator determinante da forma como desempenham as suas tarefas. Suas reflexões são embasadas nos estudos realizados por: Ponte (1992, 1994), Teixeira (2004) e Roseira (2010). O autor também refletiu sobre o Papel da Didática da Matemática e o Conhecimento dos Professores, e para isso, apoiou-se nas investigações produzidas por: Santos e Lima (2010), Ponte (1994, 1999), Shulman (1986) e Passos et al (2006). Outras reflexões realizadas, dizem respeito ao uso das tecnologias em sala de aula, neste caso particular, o uso da calculadora nas aulas de Matemática. Para justificar esse uso, o autor apresentou estudos realizados por: (MOCROSKY, 1997; OLIVEIRA, 1999; RUBIO, 2003; MEDEIROS, 2003; FEDALTO, 2006; ALBERGARIA & PONTE, 2008; MERCÊ, 2008; GUINThER, 2009; RUTHVEN, 2009; SELVA & BORBA, 2010), os quais veem esse uso como um possível instrumento que pode auxiliar na construção do conhecimento matemático. E ainda, fundamentou sua pesquisa através de uma revisão de literatura, em que realizou o levantamento de dados de pesquisas, que tiveram como temática investigativa esse uso e as possíveis contribuições para o ensino e aprendizagem. E ainda, estabeleceu um diálogo entre as variadas concepções para a Metodologia da Resolução de Problemas, trazendo alguns

pesquisadores que acreditam que o uso da calculadora pode potencializar essa metodologia, como por exemplo: (MOSQUITO; PONTE, 2008; OLIVEIRA, 1999; ALBERGARIA; PONTE, 2008; GUNTHER, 2009; FEDALTO, 2006; RUTHVEN, 2009). Além de ter se apoiado em outros estudiosos, tanto do cenário nacional quanto do internacional, da Resolução de Problemas, como: (POLYA, 1995; ONUCHIC, 2008; D'AMBROSIO, 2007; MEDEIROS, 2001; FRITZLAR, 2006; BOAVIADA et al, 2008; MEDEIROS; SANTOS, 2007). Por fim, o autor apresentou as contribuições Vigotskianas para a aprendizagem na sala de aula, apoiados nos estudos desenvolvidos por: (VIGOTSKY, 1993; COSTAS; FERREIRA, 2011; MOYSES, 1997).

Na pesquisa T17 a autora fundamentou as suas investigações amparadas no conceito da Matemática Recreativa, defendido por: (LOPES, 2012), (COSTA, 2014), (EVES, 2004; SIQUEIRA FILHO; 2011, 2013), entre outros autores, e apresentou as diversas obras escritas por Malba Tahan. No que diz respeito a Metodologia da Resolução de Problemas, a autora apresentou algumas definições para problema, e as abordagens de alguns estudiosos pra Resolução de Problemas, dentre esses estudiosos, foram utilizados: (DANTE, 1989; ECHEVERRIA; POZO, 1998; ONUCHIC, 1999; PORTO DA SILVEIRA, 2001; ESPIRITO SANTO, 2010; ONUCHIC; ALLEVATO, 2004; ALLEVATO; ONUCHIC, 2014; VAN de WALLE, 2009; SIQUEIRA FILHO, 2015; MORAIS; ONUCHIC, 2014; STANIC; KILPATRICK, 1989; POLYA, 2006).

Na pesquisa T18, a autora apresentou alguns estudiosos e suas obras, a respeito da Educação Matemática para Adultos a partir da perspectiva da Educação de Jovens e Adultos, nos processos de ensino, aprendizagem e pesquisa, como por exemplo: (EVANS; WEDEGE; YASUKAWA, 2013; FONSECA, 2012; BARROS, 2008; BRANDÃO, 2005). E ainda, apresentou um breve histórico sobre a Resolução de Problemas, trazendo as investigações de (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011), e em seguida expor as concepções para Resolução de Problemas, antes de ser vista como uma metodologia, no método desenvolvido por (POLYA; 2006) e nas ideias defendidas por (SCHROEDER; LESTER, 1989); como também, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas desenvolvida por (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011); a importância do ensino da Matemática por meio da resolução de problemas defendido por (ECHEVERRIA, 1998; POZO; ECHEVERRIA, 1998); e diferentes abordagens para Resolução de

Problemas, nas perspectivas de (SCHROEDER; LESTER, 1989; SCHOENFELD, 1987; VAN de WALLE, 2009; MASON; BURTON; STACEY, 1982). E por fim, apresentou as ideias defendidas por (BRUNER; 1986, 2001) para o modo de pensamento narrativo, modo de pensamento paradigmático e as características dos modos de pensamento.

Na pesquisa T19, o autor fundamentou seu texto nas diversas concepções existentes para Metodologia da Resolução de Problemas, mas com atenção especial para a concepção defendida por (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014). Apresentou reflexões sobre problema (DANTE, 2005; VAN de WALLE, 2001; ONUCHIC; ALLEVATO, 2005), e concepções defendidas por (SCHOENFELD, 1997; POZO, 1998; SHROEDER; LESTER, 1989; DINIZ, 2001) que defendem o ensino por meio de situações-problemas, permitindo ao estudante a compreensão e interpretação do problema e a mobilização de conhecimentos para a sua resolução.

Na pesquisa T20, a autora iniciou o seu embasamento teórico realizando uma busca de produções que tenham investigado o objeto matemático da sua pesquisa, e realizou uma reflexão sobre os estudos realizados por (VERGNAUD, 2009; VAN DE WALLE, 2009; GITIRANA et al, 2014; BOTTA, 1997) a respeito das ideias/significados da multiplicação e divisão. Também apresentou algumas abordagens sobre a metodologia da resolução, exploração e proposição de problemas no processo de ensino-aprendizagem de Matemática em sala de aula (CHICA, 2001; DINIZ, 1991; ONUCHIC & ALLEVATO, 2011; VILLA & CALEJO, 2006; ANDRADE, 1998).

Na pesquisa T21, o autor baseou-se nos estudos existentes sobre Pensamento Algébrico, apoiando-se nas obras de: (GODINO; FONT, 2003; RIBEIRO, 2015; FIORENTINI; MIGUEL; MIORIN, 1993; KIERAN, 1992; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; BECHER, 2009; FALCÃO, 1997; PONTE, 2006; LINS; GIMENEZ, 1997). Em relação à Resolução de Problemas, foram apresentados estudos que retratavam o surgimento da Resolução de Problemas como possibilidade para o ensino, algumas definições para problema, e as abordagens desenvolvidas por alguns pesquisadores para resolução de problemas como metodologia para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Dentre os estudiosos dessa tendência da Educação Matemática, os utilizados pelo autor dessa pesquisa foram: (ONUCHIC, 1999; BRITO, 2006; POLYA, 1995; KAIBER; GROENWALD,

2008; ONUCHIC; ALLEVATO, 2004; DANTE, 1996; POZO, 1998; ALLEVATO; ONUCHIC, 2009; WALLE, 2015).

Na pesquisa T22, o autor apresentou o conceito de função, um pouco dos seus aspectos históricos, desde o surgimento até a atual definição, e as suas formas de representação baseado nos estudos desenvolvidos por: (EVES, 1995; PALARO, 2008; BOYER, 2003; BOURBAKI, 1939; LIMA et al., 2005; CARAÇA, 1951; SANTOS, 2009; RODRIGUES, 2008). Apresentou também, os estudos desenvolvidos por Durval (2003, 2004, 2011) sobre as variedades nos registros de representação, a Representação Semiótica. Na Resolução de Problemas, o autor apresentou um debate sobre a resolução de problemas no cotidiano em sala de aula na perspectiva dos problemas abertos em Matemática, fundamentado nas concepções defendidas por: (POLYA, 1995; POZO, 1998; ALVES, 2006; NUNES, 2010; STANIC; KILPATRICK, 1990; VAN de WALLE, 2009; ONUCHIC, 1998; PONTE, 2002, 2004, 2005; MEDEIROS, 2001; REDLING, 2011).

Na pesquisa T23, a autora iniciou a sua fundamentação teórica com uma revisão bibliográfica das pesquisas desenvolvidas nos Anos Finais do Ensino Fundamental e que utilizaram a Resolução de Problemas em sala de aula, além de apresentar as suas reflexões a respeito dessas pesquisas. Na seção seguinte, foi apresentado um entendimento sobre a álgebra e a maneira que é abordada (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993), além de uma abordagem dos estudos desenvolvidos por Almeida (2011) que direcionou os problemas desenvolvidos em sala de aula. Por fim, a autora apresentou estudos com diferentes definições para Resolução de Problemas e as diferentes abordagens para resolver problemas no ensino (CHI; GLASER, 1992; ECHEVERRIA; POZO, 1998; BRITO, 2006; STERNBERG, 2000, 2010; POZO; ANGON, 1998; SCHROELDER; LESTER, 1989).

Na pesquisa T24, a autora fundamentou o seu texto amparado nos estudos existentes a respeito da Teoria de Van Hiele para o ensino de Geometria. Inicialmente, foi realizada uma revisão de literatura, em que foram apresentadas discussões e reflexões de pesquisas que tiveram a mesma temática como motivadora. Em seguida, foram trazidos pesquisadores e suas respectivas produções sobre o Modelo de Van Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico e suas propriedades, as fases para o desenvolvimento da aprendizagem e a formulação e resolução de problemas na Geometria. Para isso, a autora se fundamentou nas concepções defendidas por: (CROWLEY, 1994; VAN de WALLE,

2009; JAIME; GUTIERREZ, 1990; VALE; BARBOSA; FERREIRA, 2015; POLYA, 2006; DANTE, 2009; ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Na pesquisa T25, a autora fez um levantamento bibliográfico de teses e dissertações que discutiram a mesma temática de sua pesquisa. Em seguida, apresentou estudos acerca do ensino da Matemática para Jovens e Adultos, e os diferentes saberes matemáticos mobilizados no processo de aprendizagem, utilizando como referência: (PINTO, 2010; RIBEIRO, 2001; GOMEZ-GRANEL, 1998; VILELA, 2007; BORGHETTI, 2011). Apresentou também, alguns estudos que investigam a Resolução de Problemas como estratégia de ensino para jovens e adultos, posto que possibilita perceber e aproveitar questões do cotidiano como facilitador da aprendizagem, algumas definições para problema e as perspectivas de alguns pesquisadores para Resolução de Problemas. Dentre os autores utilizados pela autora da pesquisa, estão: (LEITE; DARSIE, 2010; RIBEIRO, 2001; DANTE, 2010; POLYA, 1977; ONUCHIC, 2008; ONUCHIC; ALLEVATO, 2011; SCHOENFELD, 1985). Finalizou sua fundamentação apresentando as ideias desenvolvidas a respeito da metacognição (FLAVELL; MILLER; MILLER, 1999; PORTILHO, 2011; LUDOVICO et al.; RIBEIRO, 2003; GUIMARÃES; STOLTZ, 2008; DAVIS; NUNES; NUNES, 2005; LOCATELLI, 2014; BANDURA et al., 2008) e da relação com o saber (FERREIRA, 2001; CHARLOT, 2000; SILVA, 2009; SOUZA, 2009).

Na pesquisa T26, a autora fundamentou a sua pesquisa nas concepções defendidas por Tall (2001, 2004, 2013) e Lima (2007), em que estudam os três diferentes Mundos da Matemática: o Mundo Conceitual Corporificado, o Mundo Operacional Simbólico, e o Mundo Formal Axiomático. Estes três mundos, segundo os autores, proporcionam tipos de desenvolvimentos cognitivos diferentes que se relacionam entre si, e envolvem três formas diferentes de desenvolver o pensamento matemático. Ainda em sua fundamentação, a autora apresentou algumas abordagens sobre a resolução de problemas e a sua utilização para o ensino de Matemática, apoiada nas concepções defendidas por: (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014; SCHROEDER; LESTER, 1989; POLYA, 2006; MASON; BURTON; STACEY, 1982).

Na pesquisa T27, a autora construiu a sua fundamentação apresentando inicialmente a concepção de problema para alguns pesquisadores da Educação Matemática (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011; POLYA, 1944; ECHEVERRÍA; POZO,

1998; DANTE, 2010; D'AMBROSIO, 2010; VAN de WALLE, 2009), em seguida, trouxe uma breve história sobre a resolução de problemas, suas implicações, e algumas das suas perspectivas para o ensino de Matemática (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011; ONUCHIC, 1999; D'AMBROSIO, 2012; DINIZ, 2011; DANTE, 1998, 2000; POLYA, 1944), e por fim, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas defendida por (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004). A autora baseou-se, também, nos conceitos e definições de Sequência (BOYER, 1996; EVES, 1995; DANTE, 2016), em particular Progressão Aritmética (MORGADO; CARVALHO, 2015; BOYER, 1996), objeto matemático investigado. E encerrou a sua fundamentação, apresentando estudos sobre o uso de tecnologias como ferramenta para o ensino e aprendizagem (PRENSKY, 2012; BORBA; PENTEADO, 2001, 2010; WAIN; MAHMOOD, 2008; WANG, 2015; SANTAELLA, 2013; GAZOTTI-VALLIM; GOMES; FISSHER, 2017).

Na pesquisa T28, a autora apresentou algumas concepções para problema, sob a ótica de: (SILVA, 2013; SERRAZINA, 2017; PONTE, 2005; ANDRADE, 1998). Ainda expôs sobre a trajetória da Resolução de Problemas na Educação Matemática, por meio dos estudos desenvolvidos por: (ONUCHIC, 1999; ANDRADE, 1998, 2017; CAVALHEIRO, 2017; SCHROEDER; LESTER, 1989; ONUCHIC; ALLEVATO, 2011; POLYA, 1985; VAN de WALLE, 2009; KILPATRICK, 2017; D'AMBROSIO, 2017). Apresentou a Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Vergnaud (1982a, 1982b, 1990, 1991, 1992, 2008), que objetiva o estudo dos processos de aquisição dos conhecimentos matemáticos, e esses conhecimentos só são adquiridos quando parte da resolução de situações-problema que envolvam os conceitos a serem construídos, e esses estabelecem relação com outros conceitos. E por último, apresentou os conceitos de Combinatória, apoiado nas concepções defendidas por: (MORGADO et al., 1991; PESSOA, 2009; DORNELAS, 2004; SILVEIRA, 2016; NAVARRO-PELAYO; BATANERO; GODINO, 1996).

Na pesquisa T29, o autor apresentou em sua base teórica o uso de Representações Múltiplas na perspectiva de: (GOLDIN; SHTEINGOLD, 2001; FRIEDLANDER; TABACH, 2001), um pouco da história e algumas concepções sobre a resolução de problemas e a sua utilização no ensino de Matemática (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011; STANIC; KILPATRICK, 1989; POLYA, 1944; ONUCHIC, 1999; ANDRADE, C.; ONUCHIC, 2017; ANDRADE, S., 1998; CHICA, 2001; BONOTTO; SANTO, 2015).

Nas descrições anteriores, percebe-se que as pesquisas de T1 a T29 utilizaram diferentes concepções da Resolução de Problemas para construir a sua base teórica. Porém, para nortear suas investigações, os autores optaram pela escolha de uma ou algumas dessas concepções, e pode-se perceber relação entre as concepções utilizadas em algumas pesquisas.

As heurísticas desenvolvidas por George Polya nortearam as pesquisas T2, T4, T7, T14, T21 e T22. Segundo Polya (1995), quando um indivíduo está diante de uma questão que não pode responder, ou uma situação que não sabe resolver com os conhecimentos que já possui, isso configura um problema. Ainda, segundo o autor, quando o professor educa através do processo de Resolução de Problemas, eleva nos estudantes a criatividade e o interesse em sala de aula, além de torná-los capazes de solucionar situações problemáticas abertas, e não os tornar somente resolvedores de exercícios.

Os autores das pesquisas analisadas apoiaram-se nas heurísticas desenvolvidas por Polya (1995) para o desenvolvimento de suas investigações. O autor estabeleceu quatro etapas para desenvolver a Resolução de Problemas em sala de aula, sendo elas: 1- compreensão do problema; 2- estabelecimento de um plano; 3- execução do plano; e 4- retrospecto da resolução.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, desenvolvida por Lourdes de la Rosa Onuchic em parceria com outros pesquisadores, no Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas (GTERP), foi, dentre as diversas concepções para Resolução de Problemas, a adotada pelos autores das pesquisas T1, T19, T24, T27 e T29 para desenvolver as suas investigações. Nesta perspectiva, o problema é ponto de partida, e também o ponto de chegada, no processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática. Segundo Onuchic e Allevato (2014), os estudantes tanto podem aprender Matemática para resolver problemas como podem aprender Matemática através da resolução de problemas, tornando-se investigadores diante de uma situação-problema, buscando compreender e questionar os conceitos necessários para a sua resolução.

No entendimento que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode desenvolver nos estudantes competências e habilidades necessárias para a construção de novos conhecimentos, Onuchic et. al. (2014) elaboraram um roteiro com uma sequência de

10 etapas, sendo elas: 1- Proposição do problema; 2- Leitura individual; 3- Leitura em conjunto; 4- Resolução do problema; 5- Observar e incentivar; 6- Registro das resoluções na lousa; 7- Plenária; 8- Busca do consenso; 9- Formalização do conteúdo; 10- Proposição e resolução de novos problemas. Com o objetivo de auxiliar o professor na utilização dessa metodologia em sala de aula.

Os autores das pesquisas T11, T12, T13, T15, T20, T23 e T28, apoiaram-se nas perspectivas para resolução, exploração e proposição de problemas para desenvolverem as suas investigações. Estudos em Resolução de Problemas defendem que o professor tem o papel de mediar o processo de aprendizagem e possibilitar aos estudantes a construção de uma aprendizagem contextualizada. E ainda, para alguns estudiosos, como Dante (2010), Chica (2001) e Andrade (1998, 2017), além da resolução de problemas, faz-se importante na construção do conhecimento matemático, que o professor possibilite ao estudante a oportunidade de formular novos problemas, a partir da situação-problema proposta. A construção do conhecimento inicia do problema gerador, e a partir dele o estudante aprende e entende aspectos importantes dos conceitos e ideias matemáticas, explorando, resolvendo e formulando e produzindo problemas ou situações-problemas.

As ideias defendidas por Mason, Burton e Stacey (1982), diz que para resolver um problema é necessário seguir três passos, sendo:

1- *Entrada*, nessa fase a pessoa se depara com uma questão, ela deve interpretar e extrair os dados importantes constantes no enunciado do problema. Nesse momento, o estudante organiza e representa as informações extraídas do problema, e assim alcança o entendimento e a percepção da ideia principal contida no problema;

2- *Ataque*, nessa fase a pessoa absorve a questão e torna-se parte dela. Dar-se início ao levantamento de conjecturas, que desempenharão um papel importante no desenvolvimento da Matemática, e de posse das informações obtidas na fase anterior, o indivíduo verifica se as estratégias que serão utilizadas ajudarão na resolução e na solução da questão;

3- *Revisão*, para os autores essa é a fase mais importante, pois faz-se necessário checar a solução dada ao problema, refletindo sobre os dados e examinando as estratégias utilizadas e os resultados encontrados, para garantir que seja a resolução correta para o problema proposto. Essas ideias foram adotadas pelos autores das pesquisas T6, T18 e T26 no desenvolvimento de suas investigações.

O autor da pesquisa T16 norteou o desenvolvimento de suas investigações, na concepção sobre Resolução de Problemas defendida por Boavida et. al. (2008), e segundo as autoras permite “aprender de uma forma ativa, ajuda os alunos a construírem conhecimento matemático novo e também testar os conhecimentos sobre os diversos temas de ensino” (2008, p. 33). As autoras sugerem que as quatro heurísticas desenvolvidas por Polya podem ser simplificadas e definidas da seguinte forma: (i) ler e compreender o problema; (ii) fazer e executar o plano; e (iii) verificar a resposta. Deste modo, ao invés do professor prescrever um conjunto de estratégias de resolução de problemas, propõe aos alunos várias tarefas que proporcione que essas estratégias apareçam, e com isso, a resolução de problemas não é um tópico a ser ensinado, e sim um processo que deve permear toda a aprendizagem da Matemática.

Outra concepção para Resolução de Problemas é a defendida por Brito (2010), e ela serviu como base para o desenvolvimento da pesquisa T8. Segundo Brito (2010), na pesquisa em solução de problemas matemáticos é possibilitada a análise tanto dos acertos quanto dos erros dos estudantes, e o pesquisador a partir do problema de pesquisa delimitado, que determina isso, juntamente com os instrumentos e técnicas usados para a coleta dos dados. A autora afirma que “a solução dos problemas refere-se a uma atividade mental superior ou de alto nível e envolve o uso de conceitos e princípios necessários para atingir a solução” (BRITO, 2010, p.38), e ainda “o sujeito pode transformar o pensamento em palavras e apresentar, em voz alta, as representações e relações entre os elementos ativados e disponíveis na estrutura cognitiva” (BRITO, 2010, p.40).

A concepção de Van de Walle (2009) foi a adotada pela autora da pesquisa T10. Segundo Van de Walle (2009, p.57), “a maioria, senão todos os conceitos e procedimentos matemáticos podem ser ensinados melhor através da Resolução de Problemas” e nessa perspectiva, os alunos resolvem problemas para construir novos conhecimentos matemáticos e não para aplicar conhecimentos já existentes, e o professor é responsável por criar um ambiente de investigação que estimule e motive os alunos para a construção desses novos conhecimentos. Van de Walle (2009), sugere três fases para ensinar matemática através da Resolução de Problemas, são elas:

- 1- Preparação, preparar os estudantes para resolução do problema, de maneira que eles compreendam a tarefa e suas responsabilidades na sua resolução;

2- Trabalho dos estudantes, observar e avaliar as estratégias desenvolvidas pelos estudantes, motivá-los e incentivá-los a desenvolver suas ideias e habilidades;

3- Discussão, conduzir as discussões dos estudantes enquanto expõe suas justificativas e avaliam os resultados alcançados na resolução do problema.

Nas pesquisas T3, T9, T17 e T25 os autores não assumiram uma concepção específica da Resolução de Problemas para desenvolver as suas investigações em sala de aula, porém possuem um entendimento como uma metodologia para o ensino e aprendizagem de Matemática, e nortearam as suas pesquisas com estudos que assumem essa perspectiva metodológica, como Onuchic (1999), Smole e Diniz (2001), Van de Walle (2009), Onuchic e Allevato (2014), Silva e Siqueira Filho (2011), Leite e Darsie (2010) e Dante (2010).

Na próxima subseção são apresentadas as metodologias de cada uma das pesquisas constantes no Mapa 25.

4.1.2.3. Metodologia das pesquisas

Nesta subseção serão analisados as abordagens e os tipos de pesquisas, os contextos das intervenções realizadas em sala de aula e as descrições dessas intervenções. Apresentam-se as descrições desenvolvidas pelos autores das pesquisas que compõem essa análise.

As pesquisas que fazem parte do *corpus* de análise desta dissertação apresentam características de uma abordagem qualitativa na coleta e nas análises de seus dados. Os autores definiram de forma explícita essa abordagem, com exceção das pesquisas T5, T6, T7, T11, T12, T15, T21 e T26 que não a assumiram explicitamente, mas apresentam nas suas investigações características desse tipo de abordagem. D'Ambrosio (1996, p.103), diz que a pesquisa qualitativa é uma “[...] pesquisa focalizada no indivíduo, com toda a sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural. O referencial teórico, que resulta de uma filosofia do pesquisador, é intrínseco ao processo”.

A pesquisa T1 foi caracterizada como uma pesquisa-ação, visto que a pesquisadora atuou como professora regente da turma dos sujeitos da pesquisa. Os participantes totalizaram 38, porém concluíram as atividades 35, e foram oriundos da 2ª série do Ensino Médio, de uma escola pública do município de Rio Claro-SP. A pesquisa foi desenvolvida em 12 aulas de 45 minutos cada, sendo adotada a

perspectiva da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas defendida por Onuchic et. al. (2014), para o processo de construção dos dados para análise.

No primeiro momento a professora/pesquisadora, juntamente com os alunos, elaborou um Termo de Compromisso em que constavam as regras para organizar e desenvolver as atividades em sala de aula, e foi realizado um questionário com o objetivo de conhecer o entendimento dos alunos a respeito da Matemática, suas percepções sobre as suas utilizações e a preferência em relação à disciplina. Após esses momentos, foram selecionados 11 problemas em livros didáticos existentes, para serem explorados com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, tendo como objetivo construir novos conceitos e novos conteúdos na área de Análise Combinatória.

A pesquisa T2 foi tipificada pela pesquisadora como de cunho bibliográfico, com um procedimento nomeado de autoscopia que, segundo Sadalla (1997, p.33) “consiste em realizar uma vídeo-gravação do sujeito, individualmente ou em grupo e, posteriormente, submetê-lo à observação do conteúdo filmado para que exprima comentários sobre ele”. As investigações ocorreram com uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental, tendo 26 participantes, de uma escola privada do município de Erechim-RS, na qual a pesquisadora atuava como professora regente.

A professora/pesquisadora apoiou-se nas heurísticas da resolução de problemas matemáticos desenvolvidas por Polya (1995), para desenvolver as atividades em sala de aula. Foram selecionados cinco problemas que originaram cinco episódios, sendo que alguns desses episódios apresentaram mais de uma sequência de problemas, e foram tipificados como problemas curriculares que tinham relação com os conteúdos matemáticos investigados, e problemas extracurriculares que, não necessariamente, tiveram relação com os conteúdos trabalhados.

A pesquisa T3 teve como participantes 26 alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede municipal de São Paulo, tendo a autorização do professor regente da turma, para que a pesquisadora realizasse as suas investigações.

As intervenções de ensino aconteceram em três etapas, da seguinte forma: 1ª etapa, entrevista com a professora regente, esclarecimentos aos alunos a respeito dos propósitos das atividades que foram desenvolvidas em sala de aula e aplicação

de um questionário; 2ª etapa, proposição das atividades a todos os alunos da turma; 3ª etapa, realização das atividades por apenas três pares de alunos, para que fosse investigado, de forma mais detalhada e criteriosa, a interação entre os pares.

Essa condição foi explicitada para toda turma, e explicado que não seria necessária a participação de todos nesse último momento, já que não seria possível analisar todas as atividades, por não haver tempo suficiente. A 2ª etapa da intervenção aconteceu em oito encontros, com um problema em cada encontro, e foi realizado em 2h/aulas de 45 minutos cada, por encontro. A 3ª etapa ocorreu com apenas três duplas, em dois encontros de 90min cada, com cinco problemas para resolução.

A pesquisa T4 foi tipificada pela pesquisadora como um estudo de caso, e segundo Lüdke e André (1986, p.37) uma pesquisa desse tipo permite “compreender melhor a manifestação geral de um problema, as ações, as percepções, os comportamentos e as interações das pessoas [...] relacionadas à situação específica onde ocorrem ou à problemática determinada à que está ligada”. Os participantes da pesquisa foram alunos do 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, de quatro escolas da rede pública localizadas na cidade de Aracaju-SE. A pesquisadora relatou que os critérios para escolha das escolas participantes, tem relação com a região de localização das unidades escolares na grande Aracaju e os seus desempenhos no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), e foram consideradas para as investigações as escolas com os menores índices.

Segundo a pesquisadora, o instrumento para coleta dos dados foi construído analisando as perspectivas sobre problemas geométricos, uma vez que o objeto matemático investigado foi a Geometria, defendidas por Polya (1978) e as orientações constantes nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 5ª a 8ª séries (BRASIL, 1998). A fonte de eleição dos problemas do instrumento de coleta foram os livros didáticos utilizados nas escolas da rede municipal de Aracaju, já que as escolas envolvidas na investigação faziam uso da mesma coleção didática.

Os critérios de escolha foram, para cada ano escolar participante, os problemas extraídos dos livros didáticos da série anterior, por exemplo, alunos do 7º ano resolveriam os problemas presentes no livro didático do 6º ano, para os alunos do 8º ano os problemas seriam os constantes no livro do 7º ano, e os alunos do 9º os problemas teriam origem nos livros do 8º ano. A pesquisadora optou pela quantidade de nove, oito e dez problemas para os instrumentos do 7º, 8º e 9º anos,

respectivamente. Após a resolução dos problemas geométricos propostos, foi realizada uma entrevista coletiva com um número limitado de alunos, de cada turma e escola participante.

A pesquisa T5 foi desenvolvida em uma escola da rede estadual de São Paulo, e a intervenção foi realizada com 12 crianças, sugeridas pela professora regente da turma, com idades entre oito e nove anos, estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental. A pesquisadora norteou sua intervenção nos problemas desenvolvidos por Luna e Marinotti (2011) em seus estudos, cujo objetivo era estabelecer as possíveis relações entre o desempenho em matemática e o desempenho em atividades de raciocínio lógico com crianças. Os estudos de Luna e Marinotti (2011) apresentavam 84 questões envolvendo raciocínio matemático e problemas de lógica, e após a pesquisadora realizar algumas reflexões sobre as análises desses estudos, optou por revisar e reformular alguns problemas, e excluir outros que não achava pertinentes às suas investigações.

Após a revisão, reformulação e exclusão de alguns problemas, foi realizado um pré-teste com duas crianças, uma com sete anos e outra com oito anos, para verificar o desenvolvimento de ambas na resolução de algumas questões presentes no instrumento de coleta. Em seguida, foi realizada a intervenção com os participantes da pesquisa, onde constavam 60 questões no instrumento, sendo: 12 problemas sem número; 12 problemas com/sem solução possível; e 36 problemas de violação lógica.

A pesquisa T6 teve como sujeitos da pesquisa, 19 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede privada, da cidade de São Paulo. A escolha dessa turma se deu pelo fato da pesquisadora ser a professora titular. O instrumento para coleta de dados foi construído a partir dos textos referenciados na revisão de literatura e na fundamentação teórica. Os problemas multiplicativos aplicados na pesquisa foram selecionados em exemplos de outros pesquisadores e em livros didáticos, e a partir das fases propostas nos estudos de Mason, Burton e Stacey (1982) sobre a Metodologia de Resolução de Problemas foi construída a ficha utilizada pelos estudantes para registrar o processo de resolução dos problemas multiplicativos da pesquisa. As atividades foram desenvolvidas em três encontros semanais, cada encontro com 1h30min de duração, e os estudantes foram reunidos em grupos para proporcionar a interação e troca de ideias.

No primeiro encontro foram propostos cinco problemas multiplicativos, e os estudantes foram orientados a usarem a ficha construída para resolução. No segundo encontro foram apresentados cinco problemas multiplicativos que utilizaram representações gráficas em suas construções, com o objetivo de estimular os estudantes na resolução dos problemas. E no terceiro e último encontro, foram apresentados outros cinco problemas multiplicativos e os estudantes foram orientados a continuarem utilizando a ficha que contém as fases propostas por Mason, Burton e Stacey (1982).

Na pesquisa T7, a pesquisadora realizou a construção do seu instrumento para coleta de dados, a partir da seleção de problemas algébricos constantes nos livros didáticos adotados pelas escolas da rede pública da cidade de Aracaju-SE, após verificar que todas as escolas do município utilizavam a mesma coleção de livros didáticos para o ensino de Matemática. Os livros utilizados para seleção dos problemas para intervenção corresponderam aos 7º e 8º anos do Ensino Fundamental, uma vez que as investigações aconteceram com turmas do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, e a opção por escolher problemas dos anos anteriores garantia que os participantes já tivessem tido contado com o conteúdo matemático necessário para resolução dos problemas.

Após a análise dos livros didáticos dos dois anos escolares, foi constatado que os problemas algébricos selecionados eram os mesmos nos dois exemplares, só mudando alguns dados numéricos, por esse motivo a pesquisadora optou por utilizar o mesmo instrumento de coleta para as turmas participantes do 8º e 9º ano. O instrumento de pesquisa foi composto por problemas dos tipos classificados por Polya (1978) em relação ao enunciado: problemas rotineiros e problemas práticos.

Depois de construídos os instrumentos de coleta, e tendo pretensão de aplicá-lo em quatro escolas, a pesquisadora determinou os critérios para escolha dessas escolas. Era seu desejo que fossem selecionadas escolas de cada região geográfica da cidade, e após a identificação das escolas o critério de seleção das quatro participantes foi o menor desempenho no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica. Com isso, foram selecionadas oito turmas, duas de cada escola, sendo quatro turmas do 8º ano e quatro turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, que totalizavam 182 estudantes. Com as unidades escolares selecionadas, o próximo passo foi solicitar a autorização dos gestores e professores das turmas para as investigações, e convidar os alunos para participarem da pesquisa.

Com o aceite, foi entregue o instrumento de coleta aos participantes, e além dos problemas algébricos, constava algumas perguntas de cunho pessoal, com o objetivo de conhecê-los e saber as suas percepções a respeito da Matemática. Após a resolução do instrumento, foi realizada uma entrevista com alguns estudantes das turmas participantes.

A pesquisa T8 teve como participantes 30 crianças, sendo 15 meninos e 15 meninas, dos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental, de uma escola da rede municipal, na qual a pesquisadora já havia atuado como professora, e o fato de conhecer o diretor da escola e os pais das crianças participantes, definiu a escolha dessa escola. As crianças que fizeram parte das investigações foram selecionadas pelos professores, sendo três meninos e três meninas das turmas do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, e o fato de ter como participantes o mesmo quantitativo de meninos e meninas, deu-se, pois, a investigação objetivou discutir as características do gênero dos estudantes na resolução de problemas geométricos.

Para dar início às investigações, a pesquisadora num primeiro momento reuniu-se com a direção da escola para explicar os objetivos da pesquisa e obter autorização. Após essa obtenção, reuniu-se com os professores das turmas envolvidas para descrever os propósitos da pesquisa e solicitar a colaboração para o seu desenvolvimento, e por fim, foi solicitada a autorização dos pais para que as crianças participassem da pesquisa. A intervenção aconteceu em duas etapas. Primeiro ocorreu um estudo piloto, que foi desenvolvido com duas crianças de cada turma, sendo uma menina e um menino, o que totalizaram 10 crianças, cinco meninos e cinco meninas.

Nesse estudo piloto, a pesquisadora tinha o objetivo de verificar as questões que seriam aplicadas com as crianças. Após a aplicação desses problemas e com os resultados alcançados, percebeu-se a necessidade de realizar uma entrevista inicial com os participantes, para verificar o nível de conhecimento em geometria. No estudo principal, a pesquisadora elaborou um instrumento composto por quatro problemas geométricos, e esse instrumento foi aplicado com 20 crianças, sendo 10 meninos e 10 meninas, e após a aplicação desse instrumento foi realizada uma segunda entrevista sobre atribuição de sucesso e fracasso.

A pesquisa T9, de caráter interpretativo, que segundo Boavida e Amado (2008), a credibilidade dos dados coletados baseia-se na veracidade imprimida pelo pesquisado no registro dos acontecimentos, assim como numa leitura crítica das

intenções inerentes as ações, falas e concepções dos sujeitos da pesquisa. Foram participantes da pesquisa 29 estudantes da 1ª série do Ensino Médio, de uma escola da rede estadual de ensino, localizada na cidade de Guarapuava-PR, na qual a pesquisadora era a professora da turma participante, e antes de iniciar o processo investigativo foi necessário que os responsáveis legais dos participantes, assinassem o Termo de Consentimento, autorizando as participações.

A coleta dos dados deu-se, inicialmente, com a aplicação de um teste diagnóstico com oito questões descritivas, com o objetivo de construir um entendimento a respeito das percepções dos estudantes em relação ao ensino de Matemática. O instrumento de coleta foi composto por oito problemas matemáticos, e a estratégia metodológica por meio lúdico foi aplicada durante o processo de resolução dos problemas, e a aplicação do instrumento de coleta durou ao todo quatro semanas.

A pesquisa T10 ocorreu em uma escola da rede privada do município de São Paulo, na qual a pesquisadora atuava como professora, e teve como participantes da intervenção 120 estudantes das quatro turmas do 8º ano do Ensino Fundamental presentes na escola. Foram selecionadas as atividades de 20 estudantes, sendo cinco de cada turma, para serem analisadas, porém somente 14 estudantes participaram de todo o processo investigativo, durante o processo e por tomar conhecimento que dois estudantes já haviam tido acesso ao conteúdo matemático, por terem sido transferidos de outra escola, a professora/pesquisadora optou por analisar as suas atividades, e desta forma fizeram parte das análises, as atividades desses 16 participantes.

Antes da construção do instrumento de coleta foi proposto um teste de sondagem, composto por oito problemas que objetivaram investigar se os estudantes possuíam o conhecimento prévio necessário para a introdução do conteúdo matemático, Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas, que seria investigado, e à conversão do registro da linguagem materna para linguagem algébrica. A partir dos resultados obtidos com o teste de sondagem, a professora/pesquisadora elaborou uma sequência de ensino composta por oito problemas, em que os três primeiros problemas tiveram como objetivo a conversão da linguagem materna para linguagem algébrica, no quarto e quinto problema foi indicada à resolução pelo método da adição, no sexto e sétimo a resolução ocorreu

pelo método da substituição, e o oitavo problema o estudante escolheu qual o método seria utilizado, tendo que justificar a escolha.

As estratégias utilizadas pelos estudantes no desenvolvimento das atividades foram analisadas levando em consideração as três fases para ensinar matemática através da resolução de problemas, defendidas por Van de Walle (2009), em que na primeira fase é verificado se os estudantes compreenderam o problema, na segunda fase os conhecimentos matemáticos, de forma autônoma são construídos e na terceira fase é estimulada a interação entre os estudantes no momento das apresentações dos resultados.

Os estudos da pesquisa T11 foram realizados com 33 alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, de duas escolas públicas, situadas na região metropolitana de Recife-Pe. A escolha por turmas do 4º ano deu-se devido ao fato dos alunos nessa escolaridade já estarem alfabetizados e terem estudado formalmente multiplicação, já que o instrumento de coleta foi constituído por problemas multiplicativos. A pesquisadora relatou que antes de iniciar a intervenção, conversou com os alunos sobre as atividades que seriam realizadas, pedindo a colaboração de todos, e estes demonstraram estarem empolgados com o processo e aceitaram participar. As professoras regentes das turmas participantes permaneceram nas salas de aula, mas não interviram nas atividades.

As coletas dos dados ocorreram em três etapas: na primeira etapa foi realizado um pré-teste com o objetivo de sondar o comportamento dos alunos na resolução e produção de problemas multiplicativos; na segunda etapa foram desenvolvidas quatro intervenções compostas por problemas matemáticos multiplicativos em que os alunos, em duplas ou trios, tinham que resolver, formular e produzir problemas; na terceira etapa foi aplicado um pós-teste para verificar o comportamento dos alunos na produção e resolução de problemas multiplicativos, após as quatro sessões de intervenção; e na quarta etapa foi realizado um pós-teste posterior para verificar a produção e a resolução de problemas multiplicativos pelos alunos, após 60 dias da aplicação do pós-teste. Os problemas desenvolvidos na segunda etapa da intervenção, foram norteados pelas sugestões apresentadas por Chica (2001).

Na pesquisa T12, a pesquisadora desenvolveu as atividades para coleta dos dados em três etapas. Na primeira etapa, foi realizado um estudo pré-piloto de três encontros, com sete professores que resolveram os problemas e fizeram parte da

intervenção, dando sugestões de possíveis estratégias de resolução que poderiam ser utilizadas pelos estudantes. Na segunda etapa, foi realizado o estudo piloto com 19 estudantes de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola privada da Zona Norte do Rio de Janeiro, na qual a pesquisadora já havia sido professora dos participantes no ano anterior à aplicação. A intervenção foi desenvolvida em três aulas de 50min cada, e os estudantes se dividiram em cinco grupos para resolução dos problemas.

Na terceira etapa, após os resultados obtidos com o estudo piloto e a reestruturação das atividades, foi realizado o estudo principal numa turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual, também localizada na Zona Norte do Rio de Janeiro, e a intervenção foi desenvolvida em quatro aulas de 50min cada. No instrumento de coleta constavam sete problemas, e para aplicação utilizou-se a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, procurando seguir o roteiro de trabalho sugerido por Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2011), com uma pequena adaptação.

A pesquisa T13 foi tipificada pela pesquisadora como um estudo de caso, que segundo Ponte (2006) agrega conhecimento ao conhecimento já existente e busca entender, em profundidade, o como e os porquês dos fatos. Os participantes da pesquisa foram 21 estudantes do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede estadual do município Cabaceiras-PB. O desenvolvimento da pesquisa ocorreu em três etapas: na primeira etapa foi realizada uma entrevista semiestruturada com a professora regente da turma, com o objetivo de conhecer o perfil dos estudantes para a construção das atividades; na segunda etapa a turma foi organizada em pares, e foram orientadas a resolverem atividades com base no Modelo de Van Hiele, com auxílio de materiais manipuláveis, sólidos geométricos e figuras planas.

Os resultados dessas atividades demonstraram a interação dos estudantes ao trabalhar em duplas, mas também o baixo desempenho em conhecimentos geométricos, o que fez com que a pesquisadora desenvolvesse outras atividades, com os estudantes trabalhando individualmente, para que pudesse verificar o nível de conhecimento geométrico de cada participante; na terceira etapa foram aplicados quatro problemas geométricos, resolvidos por todos os participantes da pesquisa, com o auxílio do Tangram. Porém, as observações foram concentradas em três duplas específicas, composta pelas alunas que obtiveram o melhor desempenho na etapa anterior. Essas três duplas geraram os dados analisados na pesquisa.

A pesquisa T14 foi caracterizada como pesquisa bibliográfica, que para Lakatos e Marconi (1992) permite ao pesquisador estabelecer um contato direto com as produções escritas sobre o objeto investigado, orientando-o para a análise e sua pesquisa e manipulação das informações. Os dados foram levantados em duas escolas do município de Aracaju-SE, uma da rede pública e outra da rede privada, com 19 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, sendo 10 alunos da escola pública e nove alunos da escola privada. No primeiro momento, foi apresentada uma carta de solicitação aos diretores e professores das escolas participantes, descrevendo os objetivos e a importância da pesquisa no processo de ensino e aprendizagem.

Os instrumentos para coleta de dados foram desenvolvidos em duas etapas: na primeira etapa foi realizado um teste diagnóstico composto por quatro problemas matemáticos que foram resolvidos individualmente. Antes da aplicação do teste, os problemas foram apresentados aos professores da turma para que fosse garantido que os alunos teriam competências e habilidades para resolvê-los; na segunda etapa foi realizada uma entrevista de explicitação com seis participantes, sendo três de cada escola participante. A entrevista teve como objetivo compreender, através das explicitações dos alunos, o pensamento lógico mobilizado para resolução dos problemas matemáticos.

A pesquisa T15 foi desenvolvida em uma escola da rede estadual de Aracaju-SE, teve como participantes 12 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, e o instrumento construído para obtenção dos dados tratou-se de uma sequência didática que foi desenvolvida em cinco encontros de duas horas cada. A construção da sequência didática foi baseada nas etapas de resolução de problemas defendidas por Polya (2007), e essa sequência didática era constituída de oito questões contextualizadas, que traziam situações do cotidiano.

A pesquisa T16, caracterizada pelo pesquisador como um estudo de caso, foi desenvolvida com 46 estudantes do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede estadual da cidade de Afogados da Ingazeira-PE, onde era o local de trabalho do pesquisador, porém a turma participante não era regida por ele. As sessões das atividades em Resolução de Problemas foram desenvolvidas em duplas, sendo duas dessas duplas constituinte do estudo de caso, e escolhidas a partir dos resultados apresentados no teste diagnóstico.

Como instrumento para coleta de dados, foi escolhido a observação participante, em que o pesquisador não atua de forma passiva, como um mero

observador. O desenvolvimento da pesquisa iniciou a partir de uma visita com o objetivo de expor os objetivos, a metodologia e o cronograma da pesquisa, além de ter sido solicitada a autorização dos estudantes para participação, através da assinatura do Termo de Consentimento.

Após o primeiro contato com a turma, foi realizado um teste diagnóstico, em que foram observados os procedimentos adotados e o domínio dos conceitos matemáticos necessários à resolução dos problemas. A partir dos resultados do teste foram definidos os quatro participantes do estudo de caso. Com a definição das duas duplas para estudo, foi aplicada uma entrevista semiestruturada, tanto com a professora regente quanto com as duplas estudadas. A entrevista objetivou identificar o entendimento da professora e dos estudantes em relação a utilização da Metodologia de Resolução de Problemas e da calculadora científica nas aulas de Matemática.

Logo após a entrevista, foi realizada uma oficina com duração de 4 horas/aula de 50 minutos cada, para apresentar a calculadora científica, suas potencialidades nas aulas de Matemática, já que alguns participantes não conheciam o objeto tecnológico. A intervenção de ensino aconteceu em seis sessões, cada sessão com duração de 100 minutos. Nas três primeiras sessões foi solicitado aos participantes que resolvessem os problemas propostos sem o uso da calculadora, e nas três sessões seguintes foi solicitado que resolvessem os mesmos problemas, mas como o uso da calculadora.

O pesquisador pretendia obter um parâmetro de comparação entre as formas de resolução pelos estudantes. Com a conclusão das atividades em Resolução de Problemas, foi realizada uma segunda entrevista com os estudantes, para observar possíveis mudanças em seus entendimentos, a respeito da utilização da Metodologia de Resolução de Problemas e da calculadora científica nas aulas de Matemática.

A pesquisa T17 foi tipificada como um estudo de caso etnográfico, que segundo o pesquisador pode ser apontado com uma abordagem etnográfica ao estudo de caso, ou seja, um estudo descritivo de uma escola, de uma sala de aula, de um professor ou de um aluno, e o pesquisador assumiu a observação participante para coleta de dados. A turma participante da pesquisa, e que configurou o estudo de caso etnográfico, pertencia a uma escola da rede estadual

do município de São Mateus-ES, sendo composta por 26 estudantes do 1º ano do Ensino Médio.

Antes de iniciar a intervenção, o pesquisador com o intuito de se familiarizar com o ambiente e os estudantes, participou como observador, de duas aulas geminadas da professora regente. O instrumento para coleta de dados, nomeado Oficinas de Resolução de Problemas, foi desenvolvido durante as aulas da professora regente e era composto por cinco problemas recreativos extraídos do livro *O Homem que calculava* (2008, 72ª edição). Também foi realizada uma entrevista com a professora regente da turma, com o objetivo de ter um melhor entendimento sobre os estudantes envolvidos na pesquisa.

A pesquisa T18 foi caracterizada como pesquisa participante, que é definida como uma alternativa de ação participante, onde o investigador faz parte da ação social e a comunidade é inserida, ligando teoria à prática (BRANDÃO; STRECK, 2006). Foram participantes da pesquisa, 11 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da modalidade EJA, de uma escola da rede municipal de ensino de São Vicente-SP, na qual a pesquisadora atuava como professora da turma participante. Após a escolha dos sujeitos da pesquisa, foi realizada uma reunião para ser explicado os objetivos e as etapas que aconteceriam em seu desenvolvimento, com o aceite dos participantes, assinaram o Termo de Consentimento Livre.

O instrumento para coleta de dados, Ficha de Resolução de Problemas, foi adaptada dos estudos de Cybis (2014), e das ideias desenvolvidas por Mason, Burton e Stacey (1982). A Ficha de Resolução de Problemas de Cybis (2014) contém cinco partes, de acordo com as ideias de Mason, Burton e Stacey (1982), que são: o Problema, a Rubrica, a Estratégia, a Resposta e o Convencimento. Na ficha elaborada pela professora/pesquisadora não foi utilizada a parte Problema, uma vez que este foi entregue em uma folha separada, o item Rubrica foi substituído pelo termo Rascunho, pois se acreditava que o termo era mais usual e de mais fácil entendimento pelos participantes, o termo Estratégia foi substituído pelo termo Resolução, a expressão Resposta criada para que fosse apresentada uma resposta pertinente ao problema foi substituída pela expressão Revisão, criada com o intuito dos participantes mobilizarem nesse espaço seus saberes e experiências adquiridos nas discussões, durante a resolução do problema, e o termo Convencimento não foi alterado.

A professora/pesquisadora optou por uma breve explicação de cada termo contido na Ficha, para facilitar o entendimento dos participantes. Foram apresentadas duas situações problemas para que os participantes resolvessem, e registrassem as estratégias utilizadas nas fichas distribuídas.

A pesquisa T19 tratou de um estudo de caso etnográfico, pois permitiu “[...] compreender melhor a manifestação geral de um problema, as ações, as percepções, os comportamentos e as interações das pessoas [...] relacionadas à situação específica onde ocorram ou à problemática determinada à que estão ligadas” (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p.18-19). E por se tratar de um estudo de caso etnográfico, o pesquisador optou pela observação participante. A atividade em Resolução de Problemas foi desenvolvida com a participação de 28 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual de ensino de Montanha-ES, onde o pesquisador atuava como professor, porém a turma participante era regida por outra professora que a cedeu para que acontecesse a pesquisa.

Antes de dar início à intervenção com os participantes, o pesquisador realizou uma entrevista semiestruturada com a professora regente, para que pudesse conhecer a respeito da sua vivência profissional, seus entendimentos sobre a Metodologia de Resolução de Problemas e a sua utilização em sala de aula, e a suas percepções a respeito dos estudantes que compunham a turma que participaria das investigações.

Após a entrevista e a professora ter relatado as dificuldades da turma em relação à resolução de atividades que envolvem as operações fundamentais, o pesquisador decidiu aplicar três testes diagnóstico totalizando dez atividades, para verificar os conhecimentos matemáticos dos estudantes. Com os resultados dos testes, o pesquisador elaborou um roteiro de atividades composto por 12 situações-problemas, que aconteceram em 36 aulas de 55 minutos cada, com objetivo de contextualizar o objeto matemático em situações do cotidiano, para dessa forma verificar os conhecimentos construídos pelos estudantes e as estratégias de resolução utilizadas.

A pesquisa T20 foi tipificada pela pesquisadora, como pedagógica, que segundo Lankshear e Knobel (2008, p.13) “[...] a pesquisa pedagógica está confinada à investigação direta ou imediata das salas de aula”, nesse tipo de pesquisa, o professor investiga a própria prática, refletindo e questionando suas

ações pedagógicas, as aprendizagens de seus alunos. A investigação ocorreu em uma escola municipal da cidade de Campina Grande-PB, tendo como participantes 33 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, e a turma investigada era regida por uma professora que cedeu o espaço e as aulas para pesquisadora desenvolver as atividades. O processo investigativo aconteceu em 15 encontros que totalizaram 31 horas/aula de 45 minutos cada.

No primeiro contato da pesquisadora com os participantes, foi realizado um teste de sondagem composto de alguns problemas, e a partir dos seus resultados e das estratégias de resolução utilizadas pelos estudantes, a pesquisadora pôde construir o instrumento para coleta de dados, com situações-problemas que foram resolvidas pelos alunos, individualmente, em duplas e em grupos, e ao final de todo encontro os resultados foram socializados e aconteceram diálogos a respeito das estratégias de resolução, entre os alunos e a pesquisadora.

Na pesquisa T21 os participantes foram 30 alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola estadual do município de Porto Alegre-RS, e a pesquisadora não era a professora regente da turma investigada. Para coleta dos dados da pesquisa, foi construído um banco de dados na plataforma SIENA - Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem, com 450 questões de múltipla escolha e que utilizavam o pensamento algébrico, divididas em três níveis: fácil, médio e difícil. Esse banco de dados permitia aos alunos testar seus conhecimentos, verificando o rendimento alcançado, identificando suas dificuldades e conhecimentos adquiridos. Além disso, armazenava os resultados dos testes realizados pelos alunos, com as questões resolvidas e as suas respostas marcadas, informando também o desempenho individual dos participantes. Foram distribuídos aos participantes, diários de campo, para que pudessem registrar os seus desenvolvimentos e as estratégias de resolução de problemas utilizadas.

A pesquisa T22, tratou de um estudo de caso realizado com uma turma do 1º ano do Ensino Médio, composta por 45 estudantes, de uma escola estadual localizada em João Pessoa-PB, na qual o pesquisador era o Gestor. Foi selecionada uma dupla de estudantes como unidade de análise, para que permitisse uma análise mais profunda de cada uma das questões investigadas, e durante a intervenção o pesquisador assumiu a postura de observador participante.

O desenvolvimento da pesquisa deu-se em etapas, da seguinte forma: questionário investigativo com objetivo de levantar informações para a construção e

escolha das possíveis metodologias que seriam utilizadas nas intervenções; entrevistas semiestruturadas com o professor da turma e os estudantes envolvidos no estudo de caso, com o intuito de entender as suas percepções sobre a utilização da Metodologia de Resolução de Problemas em sala de aula, as estratégias utilizadas na resolução de problemas, e o entendimento dos conceitos matemáticos envolvidos na investigação; atividades de investigação para que os estudantes mobilizassem seus pensamentos, estratégias e raciocínios matemáticos durante a resolução.

A pesquisa T23, devido a participação da pesquisadora no ambiente da sala de aula, foi caracterizada como uma pesquisa participante. Segundo Peruzzo (2003, p.2), “consiste na inserção do pesquisador no ambiente natural de ocorrência do fenômeno e de sua interação com a situação investigada”. Fizeram parte do desenvolvimento da pesquisa para coleta dos dados, 30 estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual do município de Maringá-PR, e a pesquisadora não atuava como professora da turma investigada, tendo recebido autorização da equipe de gestão da escola, assim como da professora regente da turma, para desenvolver a pesquisa.

Compuseram os instrumentos para coleta de dados, um questionário respondido pela professora da turma, que teve como objetivo entender o comportamento e a participação dos estudantes mediante as situações de aprendizagens apresentadas em sala de aula, e o nível de interação entre os estudantes e a aceitação quanto ao trabalho em grupo. Além do questionário, foi elaborado um instrumento composto por três problemas matemáticos, com o objetivo de identificar e analisar as estratégias utilizadas pelos estudantes para a resolução dos problemas propostos, e as dificuldades apresentadas diante das etapas de resolução. A pesquisadora seguiu a abordagem de ensino via resolução de problemas para elaboração da proposta de ensino, nesse tipo de abordagem o problema é o ponto de partida, e norteou o desenvolvimento de sua proposta nas ações abordadas por Proença (2015), que propõe: (1) problema como ponto de partida; (2) permitir aos alunos expor suas estratégias; (3) discutir as estratégias dos alunos; e (4) articular as estratégias dos alunos ao conteúdo.

Na pesquisa T24, a observação participante foi utilizada como técnica para coleta de dados pela professora/pesquisadora, que desenvolveu a pesquisa com 19 estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola estadual da Região Central do

Rio Grande do Sul. Para coleta de dados foi realizado um teste diagnóstico com o intuito de verificar o nível de conhecimento dos estudantes em relação a Geometria, segundo o Modelo de Van Hiele, e também os conhecimentos existentes sobre os conceitos básicos da Geometria Plana. Além do teste diagnóstico, foram instrumentos de coleta, as produções dos estudantes criadas a partir do Trilho Matemático realizado pelas ruas próximas a escola, e esse trilho foi realizado com objetivo de provocar nos estudantes o entendimento e a percepção da Matemática presente em seu cotidiano, além de oportunizar a formulação de problemas. Os estudantes foram divididos em nove grupos e cada grupo produziu um problema que compôs a Sequência Didática I, ao total foram produzidos nove problemas e foi proposta a resolução por todos os grupos.

Com base nos resultados obtidos no teste diagnóstico, no trilho matemático e na Sequência Didática I, a professora elaborou a Sequência Didática II, composta por oito problemas com o objetivo de desenvolver nos estudantes novos conceitos geométricos e fazer com que avançassem nos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico.

A metodologia adotada na pesquisa T25 foi a pesquisa-ação, e segundo Franco (2005, p.490) “[...] a pesquisa ação assume uma postura diferenciada diante do conhecimento, uma vez que busca, ao mesmo tempo, conhecer e intervir na realidade que pesquisa.”, e a técnica mais utilizada para coleta de dados foi a observação participante. A turma participante da pesquisa pertencia a uma instituição localizada no município de Aracaju-SE, era uma turma do EJA, composta por homens e mulheres em processo de alfabetização e letramento, mas somente as mulheres demonstraram disponibilidade para participar da pesquisa.

O processo de investigação contou com três etapas. Na primeira etapa foi realizada uma observação inicial com o objetivo de conhecer as participantes e verificar o nível de conhecimento dos conteúdos que seriam investigados, e a turma foi motivada a apontar as atividades consideradas mais fáceis ou difíceis. Na segunda etapa foi a construção de uma entrevista semiestruturada realizada com as participantes com o intuito de conhecer as motivações para estudar, a rotina fora da escola. Essas entrevistas ocorrem em três momentos: antes de ser realizada a sequência didática, individualmente; durante a realização da explanação do desenvolvimento da sequência, coletivamente; e durante a sequência, a cada cinco encontros, com o objetivo de provocar nas participantes a reflexão sobre os

aspectos cognitivos desenvolvidos para resolução de problemas. E na terceira, e última etapa, ocorreu a aplicação da sequência didática, em que as participantes eram convidadas a resolver os problemas propostos na sequência e expressar oralmente, as estratégias utilizadas nas suas resoluções.

A pesquisa T26 aconteceu em uma escola estadual de São Paulo, numa turma do 2º ano do Ensino Médio. Para realização do projeto, a pesquisadora, por meio de uma reunião, solicitou a autorização da gestão escolar, e após essa autorização, reuniu-se com os responsáveis dos participantes para explanar o objetivo da pesquisa, pela qual pretendia investigar os processos e as estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver problemas matemáticos. Após a reunião realizada com os responsáveis, 25 deles assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, autorizando a participação dos estudantes no processo investigativo.

O instrumento para coleta de dados foi construído a partir das ideias desenvolvidas por Cybis (2014) e Pita (2016), e tomando como base as fases propostas por Mason, Burton e Stacey (1982) para resolução de problemas. Portanto, para coleta de dados foi utilizada a Ficha de Resolução de Problemas, em que continha as expressões: Anotações; Estratégias; Resposta; e Convencimento. A intervenção foi desenvolvida em seis encontros que ocorreram nas aulas cedidas pelo professor regente da turma, com duração de 45 minutos cada. Em cada encontro realizado era proposto um problema para resolução, e os estudantes foram orientados a utilizarem a Ficha de Resolução de Problemas para registrar o desenvolvimento das resoluções e as estratégias utilizadas para alcançar a resposta do problema.

A pesquisa T27, quanto aos procedimentos técnicos, foi caracterizada como um estudo de caso cujo foco esteve nas análises das decisões tomadas pelos estudantes para resolução dos problemas propostos. A intervenção aconteceu com uma turma do 1º ano do Ensino Médio, composta por 38 estudantes, de uma escola privada localizada no município de Santa Maria-RS, onde a pesquisadora atuava como professora regente da turma. Num primeiro momento, a professora/pesquisadora solicitou à direção da escola autorização para desenvolver o projeto, e após a autorização foi realizada uma reunião com os participantes da pesquisa para explicar sobre o projeto e os objetivos pretendidos com a sua aplicação. Todos os estudantes aceitaram participar da investigação e solicitaram a

autorização de seus responsáveis através do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

A pesquisadora desenvolveu as atividades em sala de aula, fundamentada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014). A intervenção aconteceu em oito encontros, cada encontro com duração de uma hora e quarenta minutos, e foram desenvolvidas cinco atividades, compostas por uma sequência de problemas com o objetivo de construir o conceito matemático pretendido. No primeiro encontro, a professora/pesquisadora explanou as pretensões com as atividades, e explicou sobre a metodologia que seria utilizada para resolução dos problemas e as etapas que seriam desenvolvidas.

Durante o desenvolvimento das atividades os estudantes foram orientados a resolver os problemas e em seus registros descreveram todo o processo e as estratégias utilizadas na resolução. No 5º e 6º encontros, a professora/pesquisadora realizou plenárias com o objetivo de corrigir alguns problemas, sem neste momento, se preocupar com as estratégias utilizadas para resolução. Também foi realizado o uso de tecnologias pra resolver problemas, a professora/pesquisadora fez uso de um aplicativo para formular alguns problemas, e os estudantes foram orientados em relação ao uso do aplicativo, e também para a resolução dos problemas desenvolvidos no aplicativo. Ao final, os estudantes responderam um questionário que teve o objetivo de verificar a opinião dos estudantes em relação as atividades desenvolvidas e a utilização da Metodologia de Resolução de Problemas.

A pesquisa T28 foi tipificada pela pesquisadora como uma pesquisa de campo, que foi realizada com uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede pública, composta por 25 estudantes, mas somente 16 estudantes participaram da pesquisa, sendo a escola situada no município de Nova Floresta-PB, e a pesquisadora não atua como professora da referida turma. As ações pedagógicas foram fundamentadas nos pressupostos teóricos da Resolução, Exploração e Proposição de Problemas, defendidos por Andrade (1998, 2017), e nas ideias defendidas por Onuchic e Allevato (2011) para o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas.

A pesquisadora selecionou quatro problemas combinatórios presentes na pesquisa realizada por Pessoa (2009), para que compusessem a intervenção que seria realizada em sala de aula. A intervenção de ensino aconteceu em cinco

encontros, sendo que os quatro primeiros encontros tiveram duração de 4 horas cada, e o último encontro teve duração de 2 horas. Os participantes foram orientados a resolver os problemas conforme uma dinâmica elaborada pela pesquisadora, baseada nas ideias de Onuchic e Allevato (2011) e Andrade (1998, 2017), que possuía as seguintes etapas: delimitação do problema; codificação do problema; descodificação do problema; estimular a exploração e proposição; análise crítica da resolução; síntese das ideias e formalização do conteúdo; e proposição e exploração de problemas propostos. A pesquisadora evidenciou que não existe a obrigatoriedade das etapas serem desenvolvidas na ordem apresentada. Dependendo do objetivo do professor, o processo pode ser iniciado por qualquer uma das etapas da dinâmica.

A pesquisa T29 foi definida como uma pesquisa pedagógica, pelo professor/pesquisador e se apoiou nas definições de Lankshear e Knoble (2008), afirmando esses autores que nesse tipo de pesquisa o professor, no papel de pesquisador, investiga a sua própria sala de aula e as suas práticas, com o intuito de encontrar meios de melhorá-las, para que dessa forma aprimore o aprendizado de seus alunos. As investigações foram desenvolvidas com uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, composta por 32 alunos, de uma escola municipal de ensino de Mari-PB.

Os problemas elaborados para intervenção foram divididos em seis blocos, da seguinte forma:

1º Bloco – Resolução de Problemas e Representações Múltiplas (cinco aulas), composto pelos problemas 1 e 2, e teve como objetivo de familiarizar os estudantes com a Metodologia da Resolução de Problemas e incentivar o uso diferentes representações para resolução dos problemas propostos;

2º Bloco – Introdução ao Sistema de equações polinomiais do 1º grau (cinco aulas), composto pelos problemas 3 e 4, objetivou a introdução do conceito de Sistema de equações do 1º grau;

3º Bloco – Método da adição, composto pelos problemas 5, 6 e 7 (oito aulas), proporcionou a aprendizagem do método de adição na resolução dos problemas;

4º Bloco – Método da substituição (sete aulas), composto pelos problemas 8, 9 e 10, proporcionou a aprendizagem do método da substituição na resolução dos problemas;

5º Bloco – Proposição de Problemas (duas aulas), todo foco da pesquisa foi a resolução de problemas, porém a exploração e a proposição de problemas contribuíram para a capacidade cognitiva dos estudantes;

6º Bloco – Representações gráficas (cinco aulas), verificou qual representação gráfica foi utilizada pelos estudantes. O professor/pesquisador solicitou que os estudantes realizassem registros de todas as estratégias utilizadas no processo de resolução dos problemas e que esses registros fossem entregues ao final de todas as aulas.

Como já foi evidenciado no início desta subseção, as pesquisas analisadas possuem caráter qualitativo que, ou está explicitamente demonstrado, ou está demonstrado implicitamente através das características das pesquisas, da forma como os dados foram coletados e analisados. O Mapa 27 apresenta os tipos de pesquisas definidos por cada um dos pesquisadores.

Mapa 27 – Tipos de Pesquisa.

Tipos de Pesquisa	Pesquisas analisadas	Quantidade
Pesquisa de Campo	T28	1
Participante	T18, T23	2
Etnográfica	T17, T19	2
Estudo de Caso	T4, T13, T16, T17, T19, T22, T27	7
Pesquisa-Ação	T1, T25	2
Bibliográfica	T2, T14	2
Autoscopia	T2	1
Interpretativa	T9	1
Pedagógica	T20, T29	2
Não explicitada	T3, T5, T6, T7, T8, T10, T11, T12, T15, T21, T24, T26	12

Fonte: O autor (2021).

Como pode ser observado no Mapa 27, as pesquisas T3, T5, T6, T7, T8, T10, T11, T12, T15, T21, T24 e T26 não foram definidas, não existe nenhuma citação no corpo do texto dessas pesquisas, quanto aos seus tipos. Também pode ser observado que algumas pesquisas, como a T2, T17 e T19 foram definidas como dois tipos de pesquisas, pois no entendimento de seus autores, elas apresentavam as características de ambas.

Alguns autores deixaram claro em suas pesquisas quais as perspectivas da Metodologia de Resolução de Problemas foram utilizadas no processo de construção de seus percursos metodológicos. No Mapa 28, são mostradas essas

pesquisas e as estratégias da Resolução de Problemas que as nortearam na coleta dos dados.

Mapa 28 – Estratégia da Resolução de Problemas utilizadas na metodologia das pesquisas.

Estratégia Metodológica	Pesquisa	Quantidade
Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014)	T1, T12, T19, T27	5
As heurísticas de George Polya (POLYA, 2006)	T2, T4, T7, T15	4
Fases de Resolução de Problemas (MASON; BURTON; STACEY, 1982)	T6, T18, T26	3
Três fases para ensinar pela Resolução de Problemas (VAN DE WALLE, 2009)	T10	1
Propostas de formulação de problemas (CHICA, 2001)	T11	1
Ensino via resolução de problemas (PROENÇA, 2015)	T23	1
Resolução, Exploração e Proposição de Problemas (ANDRADE, 1998;2017)	T28, T29	1

Fonte: O autor (2021).

As pesquisas que não aparecem no Mapa 28 não se basearam em uma concepção específica da Metodologia de Resolução de Problemas para nortear os seus processos de coleta de dados.

O Mapa 29, a seguir, apresenta os instrumentos utilizados para coleta de dados, por cada pesquisa, além das intervenções de ensino realizadas, pelos seus respectivos pesquisadores, em sala de aula, com a Resolução de Problemas como estratégia metodológica.

Mapa 29 – Instrumentos utilizados para coleta dos dados.

Instrumentos para coleta de dados	Pesquisas analisadas	Quantidade
Gravação de áudios	T2, T5, T9, T12, T14, T16, T25, T26, T27, T28	10
Registros fotográficos	T2, T9, T21, T27, T29	5
Gravação de vídeos	T2, T3, T8, T9, T13, T25	6
Questionário	T3, T4, T7, T12, T22, T23, T25, T27	8
Anotações do pesquisador	T2, T5, T20, T26	4
Diário de campo	T1, T2, T4, T16, T17, T19, T22, T23, T24, T25, T27, T28, T29	13
Ficha de Resolução de Problemas	T6, T18, T26	3
Planos de aula	T2	1

Registros dos participantes	T1, T2, T3, T9, T13, T16, T20, T21, T22, T24, T26, T28, T29	13
Entrevista com professores e/ou estudantes	T1, T3, T4, T8, T13, T14, T16, T17, T19, T22, T25	11
Teste diagnóstico	T5, T8, T10, T11, T14, T16, T21, T24	8
Pós-teste	T11	1
Instrumentos tecnológicos	T21	1
Análise documental	T27	1
Observações do pesquisador	T1, T3, T9, T13, T20, T21, T27	7
Observação Participante	T16, T17, T19, T22, T24, T25	6

Fonte: O autor (2021).

Todas as pesquisas analisadas mencionaram o uso de atividades desenvolvidas na perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas. As pesquisas T6, e T18 não apresentaram em seus textos, nenhuma indicação em relação a outro tipo de coleta de dados, que não seja a Ficha de Resolução de Problemas, e a pesquisa T15 só indicou como instrumento de coleta a sequência didática desenvolvida em sala de aula pelos participantes. Outros instrumentos para coleta de dados foram utilizados pelos pesquisadores, como os registros dos estudantes, só que eles não deixaram explícito em seus textos o uso, porém é perceptível pelo fato de haver imagens anexas no corpo da pesquisa. Os pesquisadores não trouxeram em sua metodologia outros meios, além dos já citados no Mapa 28, para que os dados para análise fossem coletados.

Na próxima subseção são apresentados os processos realizados para que os dados de análise fossem coletados e os principais resultados destacados pelos autores das pesquisas.

4.1.2.4. Processo para coleta de dados e Principais resultados das pesquisas

O processo descrito por cada pesquisador para a coleta dos dados e os principais resultados apresentados nas pesquisas presentes no Mapa 25, são mostrados nesta subseção. Nesta subseção não cabe nenhum tipo de análise ou conclusão por parte dos autores desta dissertação, ela foi construída com base nos dados e resultados apresentados pelos pesquisadores em suas investigações.

A autora da pesquisa T1 descreveu o processo para obtenção dos seus dados, na qual ela nomeou de Procedimento Geral, e foi composto de três situações, ou três projetos: P₁, P₂ e P₃. O projeto P₁ foi desenvolvido em sala de aula, o projeto P₂ foi uma oficina aplicada em um encontro com pesquisadores, e o

projeto P₃ foi uma pesquisa apresentada em um congresso. A autora evidenciou a adoção da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, assim como do roteiro desenvolvido por Onuchic e Allevato (2008) para o desenvolvimento do projeto P₁ em sala de aula, que teve como objetivo a construção de conceitos da Análise Combinatória.

Por ser a professora da turma, a autora relatou que, antes de dar início ao projeto, conversou com os estudantes a respeito da pesquisa que estava realizando para o seu curso de Mestrado, e falou sobre a atividade que pretendia desenvolver com eles. A turma tinha quatro aulas semanais de 45 minutos cada, e o projeto, composto por 11 atividades, foi desenvolvido em 12 aulas. As atividades foram desenvolvidas em grupo, foram entregues a cada grupo, cópias com os problemas e os estudantes foram orientados a leitura e exploração dos problemas e a discussão das estratégias para a sua resolução.

Em alguns momentos a professora/pesquisadora foi solicitada pelos grupos e assumiu o papel que lhe cabia no processo, de orientadora, levantando questionamentos e levando-os a reflexão dos conhecimentos necessários para resolução do problema. A pesquisadora solicitou que os estudantes registrassem todas as estratégias realizadas durante o processo de resolução, e explicou a importância desse registro, visto que nessa metodologia o processo de resolução é mais importante que a solução, não sendo tão importante que acertem a solução do problema, mas que o interpretem, compreendam e desenvolvam os conhecimentos matemáticos pretendidos com a situação.

Nas primeiras atividades, os estudantes apresentaram algumas dificuldades, apesar de já terem trabalhado em grupo. Foi necessário que a pesquisadora interviesse, uma vez que alguns estudantes não estavam se dedicando às atividades, e sim se preocupando com o desenvolvimento dos outros grupos. Após algumas atividades, os estudantes já manifestavam autonomia e conhecimentos para resolver os problemas, e a pesquisadora pôde perceber as diferentes estratégias de resolução utilizadas por cada grupo. No final das resoluções, foram realizadas plenárias em que os estudantes discutiam os caminhos percorridos para solucionar os problemas, e a formalização do conceito matemático abordado.

Em seu processo de análise dos dados, a pesquisadora da pesquisa T2 objetivou a análise das interações ocorridas no processo de resolução de problemas, a partir das relações entre professor/estudante e estudante/estudante.

Os dados que compuseram a sua pesquisa foram originados nas vivências dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, em sala de aula, em que a pesquisadora atuava também como professora. As análises privilegiaram as atividades em resolução de problemas desenvolvidas em pequenos grupos e individualmente, e após a sua solução, foram realizados momentos coletivos para correção das atividades, e para que os estudantes compartilhassem as suas estratégias na resolução dos problemas, e o conteúdo matemático construído no processo.

A pesquisadora desenvolveu, em sala de aula, cinco problemas que deram origem a cinco episódios: Episódio 1 – Procurando idades; Episódio 2 – Números consecutivos; Episódio 3 – A viagem de estudo; Episódio 4 – A persistente lesma; e Episódio 5 – Enigma on-line. Os episódios foram compostos por uma sequência de atividades em que analisaram segundo dois eixos temáticos: sob a perspectiva das heurísticas da resolução de problemas, levando em consideração as estratégias e os planos de ação e execução do problema; e sob a perspectiva das particularidades envolvidas no processo de resolução como mencionado na metodologia.

Durante a resolução das sequências de atividades, a pesquisadora relatou certa dificuldade dos estudantes no início do processo, a compreensão do problema não foi obtida de maneira imediata. Os estudantes tiveram que realizar algumas leituras para identificar aspectos importantes que auxiliassem no entendimento e na transcrição da situação para linguagem matemática. A partir dessas leituras, e das interações entre os estudantes, as estratégias para resolução do problema surgiram naturalmente, e a autonomia dos participantes na construção do conhecimento começa a transparecer e ganhar evidência. A troca de conhecimento entre os membros do grupo e o estabelecimento de um plano de estratégias de ação para resolução, potencializou o aprendizado da Matemática, notando-se que, para construção do conceito matemático pretendido, os estudantes mobilizaram conhecimentos pré-existentes.

Na pesquisa T3, a pesquisadora apresenta em suas análises o desempenho dos alunos no desenvolvimento das situações-problema, o domínio dos conceitos matemáticos investigados durante o processo de resolução, os aspectos da linguagem que influenciaram nos modos de resolver os problemas. As atividades foram divididas em dois blocos: o primeiro era composto por 14 situações, entre

aditivas e multiplicativas, de resolução de problemas; e o segundo tinha em sua composição 10 situações com o propósito de discutir o processo dos alunos em explorar os enunciados e formular novos problemas.

Com o desenvolvimento dos blocos, a pesquisadora ressaltou a importância do ensino, à medida que os alunos avançam na escolaridade os resultados na resolução dos problemas melhoram. Também ressalta a percepção acerca do desempenho dos alunos em situações que apresentaram estruturas multiplicativas, o que possivelmente indica uma não consolidação do campo conceitual multiplicativo. Ficou evidente a importância dos conhecimentos prévios dos alunos para o entendimento na exploração dos problemas e na construção das estratégias de resolução, quanto maior a variedade de situações, maior o avanço do conhecimento que pretende construir. Na formulação dos novos problemas, alguns estudantes não conseguiram realizar a tarefa, uma vez que, para desenvolver essa atividade fazia-se necessário o domínio dos conceitos envolvidos para constituir um texto, e o fato desse tipo de atividade não ser rotineira em seus processos de aprendizagem, na maioria das vezes cabendo ao aluno o papel de resolvidor de problemas.

Os dados da pesquisa T4 foram coletados em turmas do 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental de quatro escolas da rede pública de Aracaju. A pesquisadora construiu suas análises sob duas perspectivas: primeiro, foi analisado cada ano escolar envolvido nas investigações, separadamente; segundo, as estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução dos problemas, para estabelecer suas compreensões e argumentos para construção do conhecimento.

Em suas análises, a pesquisadora descreveu as estratégias usadas na resolução dos problemas, relatou que os estudantes possuíam o conhecimento necessário para construção da solução, porém não se atentavam ao solicitado no enunciado do problema, daí percebeu-se a importância da leitura e da interpretação na resolução. Entre as estratégias utilizadas pelos estudantes para resolução, encontra-se os registros em forma de desenho, por tratar-se de problemas geométricos, e também as estratégias algébricas e aritméticas. Ficou evidenciado que os estudantes do 9º ano recorreram as estratégias algébricas para resolução, bem mais que os estudantes dos anos anteriores, e essa percepção deu-se pelo fato desses estudantes se sentirem mais seguros e confiantes na mobilização dos conceitos matemáticos. E, em todas as turmas envolvidas nas atividades, a

compreensão no processo de resolução possibilitou aos estudantes a construção do conhecimento e dos conteúdos investigados, proporcionando um aprendizado com significado.

A pesquisadora da pesquisa T5, em suas análises, considerou os dados obtidos através das observações realizadas durante a aplicação das atividades, e o raciocínio desenvolvido pelas crianças para resolver as questões. Além das análises dos desempenhos individuais de cada criança, também foi estabelecida uma comparação entre esses desempenhos.

Inicialmente, a pesquisadora realizou um levantamento do número de questões acertadas pelas crianças, tanto em matemática quanto em raciocínio lógico, comparando o desempenho desses alunos nas situações desenvolvidas e no parecer desenvolvido pela professora da turma antes de iniciar as investigações. As crianças participantes da pesquisa tiveram seus desempenhos em Matemática classificados como forte e fraco pela professora, e com os resultados das situações propostas verificou-se que obtiveram melhor desempenho nas situações, aquelas classificadas como fortes.

Em relação às questões, a pesquisadora analisou as soluções apresentadas pelas crianças e verificou que algumas questões apresentaram um número alto de erros em seus resultados, e em conversa com as crianças, a fim de compreender as estratégias utilizadas para resolução, percebeu que essas questões necessitavam ser reformuladas de modo que proporcionasse o seu entendimento, no momento da leitura e interpretação dos seus enunciados.

Na pesquisa T6, a coleta dos dados aconteceu em três encontros onde os participantes desenvolveram atividades em grupo, e durante o desenvolvimento dessas atividades, foram orientados a utilizar uma Ficha de Resolução produzida pela pesquisadora, e seguir as etapas constantes nessa ficha. No início do processo, um dos componentes do grupo realizou a leitura do problema, e em seguida cada participante apresentaram e discutia as possíveis estratégias para resolução. A pesquisadora percebeu que, embora as atividades estivessem sendo desenvolvidas em grupo, as estratégias eram variadas, e na etapa do convencimento, os participantes buscavam justificativas e argumentos que validassem suas estratégias e a solução do problema.

A pesquisadora relatou a importância da Ficha de Resolução para as suas análises, pois a utilização dessa ficha possibilitou o entendimento das estratégias

adotadas pelos participantes, e proporcionou a compreensão dos caminhos percorridos por cada um deles e pelos grupos, para mobilização dos conhecimentos necessários na busca da solução dos problemas. Outro ponto verificado nas análises, através das fichas, foram as várias possibilidades estratégicas para um mesmo problema, e esses registros escritos colaboraram para que os participantes repensassem sobre as suas próprias ações.

Relatou também, a importância da etapa do convencimento no processo de construção da solução e do conhecimento. Nessa etapa, os estudantes discutiam a respeito das variadas estratégias mobilizadas e cada um explanava as suas ideias, com o objetivo de mostrar a melhor para resolução. Outra percepção da pesquisadora foi, apesar de alguns participantes demonstrarem domínio dos conceitos matemáticos nas situações apresentadas, não souberam transmitir esse conhecimento, ou seja, diante de uma nova situação não foram capazes de aplicar esses conceitos no momento que definiram suas estratégias, somente após as discussões nos grupos.

Na pesquisa T7, a pesquisadora buscou analisar as estratégias mobilizadas por estudantes dos 8º e 9º anos, de quatro escolas da rede pública de Aracaju, na resolução de problemas algébricos, através da aplicação de um questionário, e em seguida de uma entrevista que tinha o objetivo de esclarecer possíveis dúvidas em relação as estratégias utilizadas nas soluções. A pesquisadora apresentou dois tipos de problemas para serem resolvidos, problemas práticos e problemas rotineiros, optou por identificar quais as estratégias utilizadas pelos estudantes em suas resoluções, e se essas estratégias foram aritméticas, algébricas ou geométricas.

Nos problemas denominados práticos, a pesquisadora observou que a maior dificuldade apresentada pelos estudantes diz respeito a interpretação do problema, poucos estudantes demonstraram compreensão dos enunciados. Em alguns problemas foi perceptível o uso de estratégias algébricas para resolvê-los, porém em alguns casos foram mobilizadas estratégias aritméticas, mesmo o enunciado apresentando incógnitas para serem encontradas.

Nos problemas denominados rotineiros, a pesquisadora tinha como objetivo verificar quais as estratégias mobilizadas, sem a necessidade de interpretação dos problemas. Com a aplicação desses tipos de problemas, a pesquisadora percebeu que os estudantes utilizaram estratégias algébricas para resolução, não pelo fato de terem conhecimento suficiente dos conceitos algébricos, e sim pelo fato de que os

problemas apresentaram em seus enunciados, incógnitas. A pesquisadora conclui que os estudantes apresentaram dificuldades para ler e interpretar os problemas, e deficiência no domínio dos conceitos algébricos para solucionar os problemas.

O pesquisador da pesquisa T8 construiu suas análises a partir dos dados coletados em entrevistas e quatro situações de problemas geométricos. Foi realizada uma entrevista individual com cada participante da pesquisa em que foi constatado que alguns estudantes não tinham conhecimento sobre a geometria, e nem tampouco que era ensinada nas aulas de Matemática, porém conheciam algumas figuras planas e alguns sólidos geométricos. Foram desenvolvidos pelos estudantes, quatro problemas que pretendiam analisar o conhecimento que eles possuíam a respeito dos conceitos de geometria plana (triângulos, quadrados, círculos e retângulos) e geometria espacial (pirâmides, cubos, cilindros e paralelepípedos).

Com a aplicação dos dois primeiros problemas, o pesquisador verificou as habilidades dos estudantes de identificar figuras geométricas planas e também o nível conceitual possuído por esses estudantes, no processo de identificação e representação das figuras geométricas. Com isso, pôde concluir que os estudantes reconheciam algumas figuras presentes em situações de suas vidas cotidianas, porém não conseguiram nomeá-las. E também foi perceptível que alguns estudantes demonstravam habilidades de representar seus conhecimentos geométricos através de desenhos, porém a habilidade verbal para demonstrar seus conhecimentos, não possuíam.

Nos dois últimos problemas, o objetivo do pesquisador foi verificar o nível conceitual dos estudantes no processo de identificação e representação de figuras geométricas espaciais. O pesquisador observou, durante as resoluções, várias estratégias que foram utilizadas no processo de identificação dos sólidos, e as figuras planas presentes nas faces desses sólidos. Outros estudantes utilizaram como estratégia de resolução a comparação entre as alternativas, excluindo as que não responderiam o problema. E ainda tiveram aqueles que utilizaram como estratégia de resolução os conhecimentos sobre os conceitos de figuras planas para a identificação e reconhecimento de figuras espaciais.

E por fim, alguns estudantes apresentaram dificuldades em identificar os sólidos, uma vez que confundiram as formas tridimensionais com formas

bidimensionais, porém o processo de resolução e de mobilização de estratégias desenvolveram os conceitos pretendidos na investigação.

A pesquisadora da pesquisa T9 realizou a coleta dos dados de suas investigações por meio de quatro encontros desenvolvidos em sala de aula. Antes de dar início as intervenções, foi realizada aplicação de um questionário composto com questões subjetivas, em que através das respostas dos estudantes, pôde ser percebido a percepção dos mesmos acerca do ensino de Matemática, e suas opiniões sobre a disciplina, que segundo alguns consideram como complicada e chata, principalmente pela forma que é ensinada em sala de aula, não provocando nenhum tipo de estímulo para o aprendizado.

Além do questionário, a pesquisadora fez uso do jogo conhecido como Torre de Hanói e de situações-problema para a construção do conhecimento matemático pretendido. O jogo utilizado possibilitou a exploração da relação de dependência entre dois conjuntos numéricos, e com o seu desenvolvimento foi possível proporcionar a interação entre os estudantes, e a partir das discussões geradas, ocorreu uma maior participação e cooperação na busca da solução. Os estudantes foram orientados a realizarem os registros escritos das estratégias utilizadas para a resolução, e em alguns momentos houve a necessidade de intervenção por parte do pesquisador, uma vez que dificuldades para resolução foram apresentadas.

Após a utilização do jogo, que auxiliou no protagonismo dos estudantes e na construção do conhecimento, a pesquisadora apresentou algumas situações-problemas contextualizadas, que proporcionaram a construção do conceito matemático, tornando o estudante o principal responsável nesse processo de construção. Com o entendimento e a compreensão do conceito pretendido, a pesquisadora realizou a formalização do conteúdo, podendo constatar que a utilização da Resolução de Problemas como estratégia de ensino, proporcionou uma aprendizagem com significado para os estudantes.

Na pesquisa T10, a pesquisadora realizou a coleta dos dados por meio de oito atividades que apresentavam situações de aprendizagem para serem desenvolvidas. As análises foram desenvolvidas tomando como base as etapas desenvolvidas por Van de Walle (2009) e Onuchic e Allevato (2011), para o ensino através da Resolução de Problemas, e as atividades foram realizadas, em alguns momentos, individualmente, e em outros momentos, em grupo.

Os estudantes foram orientados a realizar registros das estratégias utilizadas na resolução dos problemas. Com o desenvolvimento das atividades, diferentes estratégias de resolução foram utilizadas, e durante o processo ficou evidente a mobilização dos conhecimentos prévios para encontrar a solução dos problemas. Alguns estudantes apresentaram dificuldades no processo de conversão da linguagem materna para a linguagem algébrica, sendo que na maioria das vezes foi necessária a mediação da pesquisadora.

A pesquisadora destacou a importância de ter proposto problemas contextualizados, pois ficou evidente a contribuição para um aprendizado com significado. Após a resolução dos problemas geradores, foram propostos problemas semelhantes para que os conhecimentos adquiridos durante o processo fossem utilizados e aprimorados. Ao final do processo de resolução, os estudantes foram orientados a validarem as soluções encontradas, socializar as estratégias utilizadas com todos os participantes, e no final de cada sequência de atividades, o conteúdo matemático foi formalizado.

O pesquisador da pesquisa T11 construiu suas análises apoiado nas produções apresentadas pelos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental de duas escolas da rede pública. A proposta de intervenção em sala de aula era que os estudantes produzissem situações-problema, e o pesquisador no papel de orientador e mediador, proporcionasse momentos de reflexão das diferentes formas de pensar essas construções, envolvendo os conceitos multiplicativos. Em alguns momentos foi proposto que fosse construídas partes da situação-problema, e em outros foi necessário a construção completa da situação, de forma que fosse pensado a respeito dos diferentes contextos, e na parte estrutural da escrita que problematiza uma situação-problema.

Durante esse processo de produção, formulação dos problemas, foi percebido as diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes. Alguns estudantes apresentaram, inicialmente, dificuldades na escrita, como por exemplo, concordância verbal, porém com a continuidade dessas atividades, que favoreceram a construção e a progressão desse saber, esses estudantes foram melhorando sua compreensão e produção textual. Em algumas situações de produção dos problemas foi perceptível que os estudantes, em suas conversas, direcionaram as suas questões tomando como base o contexto social que vivem, e a medida que as atividades foram desenvolvidas, já era visível o domínio do conteúdo por parte dos estudantes,

a autonomia na construção das produções e do conhecimento, e ao final das intervenções ao comparar os resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste, o pesquisador constatou os avanços de aprendizagem obtidos com o processo.

A pesquisa T12 foi realizada em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública, em dois encontros de 100 minutos cada. As atividades foram desenvolvidas em grupo, sendo entregue um bloco para cada estudante e outro para o grupo.

Na descrição das suas análises, a pesquisadora apresentou o processo de resolução desenvolvido pelos estudantes. Durante a realização das atividades, eles foram orientados a lerem e buscar o entendimento do enunciado, sendo que no início alguns deles apresentaram alguma dificuldade na interpretação da situação-problema. Porém, ao dar continuidade no processo, ficaram evidentes as contribuições do trabalho em grupo, de forma participativa e colaborativa, as diversas estratégias de resolução utilizadas na busca da solução das situações-problema, a autonomia adquirida na construção do conhecimento, a mobilização de conhecimentos prévios para resolução, o entendimento e a compreensão das estratégias, proporcionando a construção de habilidades para transcrição em linguagem algébrica, e o protagonismo dos participantes na construção do novo conhecimento, cabendo a pesquisadora à mediação e orientação.

Na pesquisa T13, a pesquisadora realizou a coleta de dados em uma turma do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede pública. As atividades foram desenvolvidas em duplas e, por escolha da pesquisadora e por se tratar de um estudo de caso, três duplas foram selecionadas para terem seus dados analisados.

Em suas análises, a pesquisadora relatou que as duplas selecionadas utilizaram variadas estratégias para solucionar os problemas propostos, e os participantes expressaram a preferência pelo trabalho em grupo, o que foi confirmado pelas discussões, interação e colaboração no desenvolvimento das atividades. Dentre as dificuldades apresentadas, foram destacadas a falta de criticidade, a fragilidade e a limitação dos conhecimentos prévios necessários para a elaboração de estratégias mais eficazes na solução das situações-problema, apresentada por duas das duplas participantes. Porém, uma das duplas demonstrou conhecimento e domínio do conceito matemático, o que possibilitou a elaboração de estratégias e uma participação ativa na resolução dos problemas e na construção do conhecimento.

Na pesquisa T14, a pesquisadora descreveu em suas análises as dificuldades apresentadas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede pública e outra da rede privada, na resolução de problemas matemáticos.

No teste diagnóstico realizado com os participantes, foi possível identificar algumas dessas dificuldades apresentadas durante o processo de resolução dos problemas. Alguns alunos apresentaram dificuldades no entendimento e na compreensão dos enunciados dos problemas, influenciando nas estratégias utilizadas para resolução. Outras dificuldades apresentadas tinham relação com o conhecimento do conteúdo e dos conceitos referentes às operações básicas, que geraram estratégias frágeis e que demonstraram dificuldades de relacionar o problema para a linguagem matemática.

A pesquisadora percebeu que os alunos da escola da rede privada apresentaram melhor desempenho na resolução dos problemas, quando comparados aos alunos da escola da rede pública, principalmente em relação ao conhecimento do conteúdo e dos conceitos referentes às operações básicas.

As análises da pesquisa T15 foram construídas com base nos dados obtidos através das situações-problema distribuídas em cinco sessões, com duração de 2 horas cada.

A pesquisadora desenvolveu categorias de análises *a priori*, e aguardava que os participantes atendessem a essas categorias. Com as observações realizadas durante o processo de resolução e os registros escritos dos participantes, pôde perceber que, em algumas situações-problema, parte deles apresentou dificuldades para entender o enunciado das questões, o que acarretou a adoção de estratégias diferentes das esperadas. Variados planos de ação foram desenvolvidos, porém a falta de conhecimento do conceito matemático impossibilitou chegar na solução do problema. Parte dos participantes realizaram interpretações equivocadas, muitas vezes por não ter o conhecimento prévio necessário para resolver a questão. Em contrapartida, boa parte dos participantes possuíam o conhecimento matemático necessário para resolução dos problemas, e tinham domínio do algoritmo da resolução, o que proporcionou que desenvolvesse as estratégias esperadas, a encontrar as respostas para os problemas, e ter autonomia e sucesso na construção do conhecimento pretendido.

Na pesquisa T16, o pesquisador realizou um estudo de caso, em que escolheu para investigação duas duplas compostas por estudantes do 3º ano do

Ensino Médio, da escola campo de pesquisa. Foram propostas atividades de resolução de problemas em que os participantes, em alguns problemas, fizeram uso da calculadora científica, para resolvê-las. Antes de iniciar o processo de resolução, realizou uma entrevista com os participantes, para conhecer os seus entendimentos a respeito da Resolução de Problemas e do uso da calculadora científica nas aulas de Matemática.

No processo de resolução, o pesquisador percebeu que o fato das atividades serem realizadas em grupo, proporcionou aos estudantes o diálogo e a interação entre eles e também com o pesquisador. Um dos participantes da pesquisa, apesar de ter explicitado que gostava de trabalhar em grupo, no início do processo apresentou resistência às contribuições do seu parceiro. Apesar dos estudantes terem desenvolvido autonomia na mobilização das estratégias para resolver os problemas, foi necessária a intervenção do pesquisador no processo, e as dificuldades de interpretação e a falta de domínio de alguns dos conteúdos necessários para resolução foram impedimentos para que os estudantes alcançassem algumas soluções e deixassem de responder algumas situações.

O uso da calculadora, quando foi disponibilizado, proporcionou aos estudantes entusiasmo na resolução dos problemas. O seu uso não impactou nas estratégias de resolução, e nem na mobilização dos conhecimentos prévios, mas provocou impacto no tempo dispensado para resolver os problemas e na quantidade de cálculos realizados pelos estudantes. Ao final do processo, o pesquisador percebeu que os estudantes desenvolveram habilidades de representação, compreensão e comunicação, proporcionadas pelo trabalho em grupo.

Os dados da pesquisa T17 foram coletados a partir das observações realizadas pela pesquisadora, e das anotações registradas por estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública. A pesquisadora apresentou à turma cinco situações extraídas da obra *O Homem que calculava* (2008), e antes de iniciar as investigações solicitou que os estudantes se dividissem em grupos para resolverem os problemas.

Foram entregues aos estudantes os problemas e solicitado que realizassem leituras individuais, e em seguida leitura com todo grupo. Apesar do trabalho ter sido desenvolvido em grupo, os estudantes iniciaram a resolução individualmente, sendo necessária a intervenção da pesquisadora para que dialogassem e interagissem entre si, e dessa forma socializassem as estratégias adotadas para resolução.

Diferentes estratégias foram mobilizadas durante todo o processo, porém algumas dificuldades foram apresentadas, como a falta de conhecimento e domínio de alguns conceitos necessários para resolução, assim como interpretações equivocadas dos enunciados das situações e insegurança nos registros das respostas encontradas para os problemas. No decorrer do processo, após os primeiros impactos provocados pelas atividades e pelo trabalho em grupo, ficou evidente o empenho e a colaboração entre os participantes, e o crescimento de sua autonomia no desenvolvimento dos novos conhecimentos matemáticos.

Os dados da pesquisa T18 foram coletados a partir das investigações realizadas com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da modalidade EJA, de uma escola da rede pública. Foram elaborados dois problemas, com temas propostos pelos próprios participantes, sendo resolvidos com o auxílio da Ficha de Resolução de Problemas, elaborada com passos que possibilitaram seguir as etapas propostas por Mason, Burton e Stacey (1982). A pesquisadora relatou que no início do processo investigativo os alunos se mostraram animados com a proposta de ensino, uma vez que os problemas apresentavam contextos do seu cotidiano, e aproximavam a Matemática presente no currículo com situações da vida real.

A ficha produzida pela pesquisadora serviu como roteiro para que os alunos descrevessem os caminhos percorridos durante a resolução dos problemas, porém foi necessário que ela solicitasse para eles que fizessem uso dessa ficha, visto que no início demonstraram insegurança por não estarem acostumados a realizarem atividades desse tipo. Após iniciarem o uso da ficha, com as escritas das informações constantes no enunciado, os alunos iniciaram discussões sobre os problemas, interagindo e colaborando entre si, e mobilizando conhecimentos prévios necessários para a busca da solução. Assumiram o protagonismo no processo, desenvolvendo por meio de suas reflexões, as melhores estratégias de resolução, além de repensarem sobre as soluções encontradas, verificarem as suas validades e explicarem os procedimentos adotados no processo de resolução. A Ficha de Resolução de Problemas contribuiu com o desenvolvimento dos alunos no processo heurístico, proporcionou segurança durante a resolução dos problemas e despertou nesses alunos a criticidade, e a importância de serem participativos no contexto social que vivem.

A pesquisa T19 foi desenvolvida em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública, e o conteúdo matemático, objeto de

investigação, foi sugerido pela professora regente da turma, para que não houvesse prejuízo ao plano de ensino já elaborado. As investigações foram desenvolvidas em 11 sequências de atividades e uma avaliação realizada no final do processo, e as análises foram embasadas nas etapas defendidas por Onuchic e Allevato (2014). O pesquisador relatou que nos primeiros encontros teve dificuldades para desenvolver as atividades, pois os estudantes não demonstravam interesse, não colaboravam com o processo, por não ter familiaridade com a dinâmica de trabalho proposta, cabendo ao pesquisador e a professora regente a necessidade de intervir para a continuidade do processo.

No início das atividades os estudantes foram divididos em grupos e orientados a lerem os problemas para compreenderem o que era solicitado no enunciado. Alguns grupos não conseguiram entender os problemas e reivindicaram a ajuda do pesquisador, que nesse momento atuou como mediador, já que o interesse era que fossem responsáveis pela construção do próprio conhecimento. Os alunos foram incentivados a desenvolverem o trabalho de forma colaborativa, dialogando e interagindo entre eles, para dessa forma mobilizarem estratégias para solucionar o problema.

Com as estratégias utilizadas e os problemas solucionados, um representante de cada grupo foi escolhido para ir ao quadro socializar a resolução desenvolvida pelo seu grupo e defender as suas ideias, para que a turma em consenso, escolhesse a melhor estratégia de resolução para o problema. Foi perceptível que mesmo demonstrando dificuldades na leitura dos problemas, no trabalho em grupo, na descrição das estratégias de resolução, os estudantes conseguiram compreender e realizar as atividades propostas, sem terem conhecimento do conteúdo envolvido no processo.

Após as etapas envolvidas no processo de resolução serem concluídas pelos estudantes, ocorreu a formalização do conteúdo e novos problemas foram propostos, para que amparados pelos novos conhecimentos construídos, os estudantes os resolvessem e encontrassem as suas soluções.

Os dados coletados da pesquisa T20 foram oriundos de 15 encontros realizados com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública, e esses encontros corresponderam a 31 aulas com 45 minutos cada. A pesquisadora iniciou as investigações com a realização de um teste de sondagem, e verificou que a maioria dos estudantes apresentou dificuldade para compreender e

interpretar o enunciado dos problemas, no momento da resolução faltou aos participantes o domínio do algoritmo necessário, apesar de possuírem o conhecimento matemático. A partir das observações, do diálogo e dos registros escritos dos participantes, a pesquisadora construiu as próximas atividades que abordaram a resolução, exploração e proposição de problemas.

Com o desenvolvimento das atividades, a pesquisadora observou que quando os trabalhos foram realizados em grupo, os estudantes discutiram os problemas, contestaram as estratégias elaboradas pelo seu grupo, colaborando um com o outro na construção da solução dos problemas. Por serem estudantes do 5º ano, ainda se encontravam no processo de construção da autonomia e necessitavam da corroboração da pesquisadora, uma vez que demonstravam algumas inseguranças na resolução dos problemas.

Ao final de cada encontro, a pesquisadora solicitou aos estudantes que realizassem a socialização das estratégias utilizadas na resolução, nesse momento de socialização os grupos interagiram com os outros estudantes da turma e com a pesquisadora, e esse movimento possibilitou a compreensão dos conhecimentos necessários para a resolução dos problemas, assim como a construção de novos conhecimentos, sendo o próprio estudante construtor desses conhecimentos.

A pesquisa T21 foi desenvolvida com uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública, e os seus dados foram coletados por meio de observações realizadas pelo pesquisador, das anotações feitas pelos estudantes em seus diários de campo e num banco de questões armazenadas na plataforma SIENA. As questões que compuseram o banco de dados foram classificadas em tópicos, e em níveis de dificuldades: fácil, médio e difícil.

A partir dos dados coletados na plataforma SIENA e das anotações dos participantes, o pesquisador observou que os estudantes apresentaram facilidade em transformar os problemas da linguagem materna para linguagem algébrica, demonstraram fragilidade na compreensão das questões que necessitaram de uma interpretação mais aprofundada. Essa dificuldade na compreensão dos problemas provocou nos estudantes uma mobilização de forma errônea, das informações constantes no enunciado, necessárias para resolver os problemas. A dificuldade na interpretação dos problemas fez com que os estudantes desenvolvessem estratégias que não contribuíram no processo de resolução, e na mobilização dos conhecimentos matemáticos necessários na busca da solução dos problemas.

As análises da pesquisa T22 ocorreram com uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública. Também foi realizado um estudo de caso com uma dupla de estudantes da turma, para que ocorresse uma análise mais profunda das questões investigadas.

O pesquisador relatou que os estudantes demonstraram gostar de Matemática, e possuíam boas habilidades para trabalhar com conteúdos matemáticos. Durante o processo de resolução, os estudantes utilizaram diferentes estratégias para resolver os problemas, mobilizaram conhecimentos prévios e desenvolveram novos conhecimentos, trabalharam de forma colaborativa, dialogando e interagindo na busca da solução dos problemas, mas também, apresentaram dificuldades em converter os problemas da linguagem materna para linguagem algébrica.

Os dados que compuseram as análises da pesquisa T23, foram oriundos dos registros escritos e realizados pelos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública, e pelas observações e anotações da pesquisadora.

No desenvolvimento das atividades os estudantes apresentaram algumas dificuldades na interpretação dos problemas, as quais acabaram influenciando nas escolhas das estratégias que levaram à solução incorreta, mas através do diálogo e colaboração entre os participantes, puderam compreender suas hipóteses e adequá-las para construir suas resoluções. Em algumas situações, os estudantes demonstraram dificuldades na mobilização de conhecimentos prévios para resolução. Apesar de, parte dos estudantes não terem conseguido resolver os problemas, as estratégias desenvolvidas para resolução, e a interação e colaboração entre os participantes, proporcionaram a compreensão dos conhecimentos matemáticos envolvidos na investigação.

Na pesquisa T24, a professora-pesquisadora realizou um teste diagnóstico e uma sequência didática para coletar os dados investigativos, além de apoiar-se nas anotações produzidas pelos estudantes.

Através do teste diagnóstico a professora-pesquisadora percebeu o nível de conhecimento da turma a respeito do conteúdo matemático investigado, e verificou que a maioria dos estudantes apresentaram dificuldades em relação aos conceitos e as propriedades do conteúdo. Esse teste permitiu a percepção das dificuldades e das potencialidades, e dos conhecimentos prévios dos estudantes, o que serviu como base para construção da sequência didática na investigação.

Para o desenvolvimento da sequência didática os estudantes foram divididos em grupos, e como primeira atividade produziram três problemas, e dentre os problemas produzidos, foi selecionado um de cada grupo para compor a sequência didática. Inicialmente, os estudantes apresentaram dificuldades em compreender os enunciados, identificar as hipóteses e mobilizar estratégias de resolução dos problemas. Com o desenvolvimento do processo, os estudantes começaram a apresentar uma boa compreensão dos enunciados, principalmente pelo fato do trabalho colaborativo, porém ainda apresentavam dificuldades para resolver os problemas, pois não possuíam o domínio dos conhecimentos prévios necessários para resolução. Ao final do processo, a professora-pesquisadora percebeu o crescimento dos estudantes no processo de resolução de problemas, e no entendimento do conteúdo matemático investigado.

A pesquisa T25 aconteceu com estudantes de uma turma de EJA, e antes de iniciar as investigações, a pesquisadora realizou uma entrevista com os participantes, em que pôde perceber as relações que eles possuíam com o saber, e quais as afinidades com a Matemática. Por ser uma turma de EJA, os participantes demonstraram um grande interesse em aprimorar os conhecimentos, mas apresentaram certa resistência à disciplina, por entenderem ser difícil.

Durante o desenvolvimento das atividades, os estudantes demonstraram entusiasmo em participar do processo, utilizaram diferentes estratégias para encontrar a solução, mas apresentaram dificuldades na mobilização dos algoritmos para resolução. A interação entre os pares contribuiu para compreensão dos problemas e a mobilização de estratégias de resolução, e os estudantes fizeram uso do conhecimento aprendido fora da escola, demonstrando noções matemáticas adquiridas de maneira informal ou intuitiva.

Os participantes demonstraram satisfação e envolvimento nas atividades realizadas, e a partir do processo de resolução reconheceram a importância da Matemática e a sua utilidade o dia a dia. Foi perceptível o aprendizado com significado adquirido pelos participantes, principalmente nos momentos das plenárias, em apresentaram as suas soluções e as estratégias utilizadas.

A pesquisadora da pesquisa T26 utilizou como instrumento de coleta de dados da sua investigação, a Ficha de Resolução de Problemas, que serviu de roteiro para resolução das situações-problema apresentadas aos alunos do 2º ano

do Ensino Médio de uma escola da rede pública, e nessa ficha continha as etapas elaboradas por Mason, Burton e Stacey (1982).

As atividades foram desenvolvidas em grupo, com os alunos discutindo a respeito do problema e das possíveis estratégias de resolução. Durante a resolução, as discussões e interações nos grupos, colaboraram para que os participantes compreendessem as propostas das situações-problema e levantassem as hipóteses e estratégias de resolução. A pesquisadora observou que os alunos não utilizaram procedimentos algébricos com frequência, e apresentaram dificuldades na transcrição da linguagem materna para linguagem algébrica, em contrapartida, mobilizaram seus conhecimentos pré-existentes na busca da solução, ficando evidente que apresentaram formas próprias de pensar e representar suas resoluções, possibilitando a construção do conhecimento.

Os dados da pesquisa T27 foram coletados por meio de observações da pesquisadora, anotadas no diário de campo, e dos registros escritos dos estudantes de uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública. A pesquisadora baseou-se nas etapas propostas por Onuchic e Allevato (2014) na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Durante as atividades, os estudantes realizaram a leitura dos problemas, individualmente e conjuntamente, e a partir das interações entre os participantes foram proporcionadas a compreensão do problema e das estratégias mobilizadas, sendo a resolução desenvolvida. O processo proporcionou aos estudantes desenvolver a autonomia e a investigação na busca de soluções. Apesar de apresentarem algumas dificuldades, recorreram aos seus conhecimentos prévios na interpretação dos problemas e na elaboração de diferentes estratégias de resolução. Ao final do processo, a pesquisadora percebeu que os estudantes alcançaram o entendimento que a metodologia utilizada dinamizou o ensino da Matemática, e como consequência da resolução dos problemas foi proporcionada a construção do conhecimento e uma aprendizagem com significado.

Na pesquisa T28, a pesquisadora realizou a coleta dos dados para análises através de uma pesquisa de campo realizada com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública, tendo como instrumentos de coleta os registros escritos feitos pelas duplas de estudantes durante o processo de resolução, exploração e proposição de problemas.

Durante o desenvolvimento das situações-problema, a pesquisadora observou as dificuldades apresentadas pelos estudantes no tocante à leitura e compreensão dos problemas, e percebeu a necessidade de mediar na resolução, estimulando a interação e a troca de conhecimentos entre os estudantes, e possibilitando a reflexão e o levantamento dos dados pertencentes às situações. Com as reflexões provocadas pela pesquisadora, diferentes estratégias de resolução e exploração foram levantadas, dando continuidade às investigações. Foi percebido pela pesquisadora que, apesar de algumas estratégias estarem incorretas ou incompletas, os estudantes apresentaram um crescimento no processo de resolução e exploração dos problemas, e essa compreensão do problema ficou evidente no momento da socialização, em que as ideias e estratégias levantadas, juntamente com os resultados, foram apresentadas à turma.

Após a socialização dos resultados, a pesquisadora realizou a formalização do conteúdo matemático investigado durante o processo e solicitou aos estudantes a proposição de novos problemas e a exploração e socialização dos resultados desses novos problemas. Foi perceptível pela pesquisadora, o desenvolvimento e o envolvimento dos estudantes no processo, à medida que a metodologia de resolução, exploração e proposição de problemas foram utilizadas.

O pesquisador, na pesquisa T29, realizou a coleta dos dados com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública, e as atividades desenvolvidas ocorreram em encontros, divididos em blocos com objetivos específicos de aprendizagem.

O pesquisador relatou que no desenvolvimento das atividades, orientou os estudantes para que realizassem a leitura e a interpretação dos problemas, e que interagissem em seus grupos, de forma colaborativa, para levantar os dados e as estratégias de resolução. Nessa troca de ideias entre os membros dos grupos e entre os grupos, diferentes estratégias foram mobilizadas, o pensamento crítico foi desenvolvido, e apesar de algumas dificuldades apresentadas, o papel do aluno como construtor do próprio conhecimento começou a ganhar evidência, além do papel do pesquisador como mediador nas situações, que através do diálogo com os estudantes, estimulou a reflexão e proporcionou esse protagonismo. A partir do momento que aconteceu a compreensão do problema, conhecimentos prévios foram utilizados e estratégias de resolução elaboradas. Alguns estudantes, desde o enunciado do problema, conseguiram transcrever os dados para linguagem

algébrica, e alcançaram o resultado esperado, outros, apesar de não ter encontrado a solução dos problemas, mobilizaram estratégias que contribuíram para a construção do conhecimento.

Após a resolução, representantes de cada grupo socializaram os resultados, nas plenárias realizadas, apresentaram a toda turma as estratégias utilizadas na resolução, e nesse momento foi percebido pelo pesquisador as dificuldades que alguns mostraram em relação aos conceitos e definições matemáticas, necessários para resolução. Apesar de alguns estudantes terem apresentado certas dificuldades, foi possível a construção das ideias do conteúdo matemático investigado antes da sua formalização pelo pesquisador, e isso aconteceu pelo envolvimento desses estudantes com a metodologia utilizada, e o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo.

No decorrer das análises das pesquisas em Modelagem Matemática e Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática, observou-se que a Modelagem foi utilizada com maior incidência nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, enquanto que a Resolução de Problemas teve uma maior utilização nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Logo após as análises das categorias *a priori*, de cada uma das pesquisas apresentadas nos Mapas 21 e 25, apresentam-se na próxima seção as análises das *categorias que emergiram* durante as leituras dessas pesquisas. Com essas categorias emergentes pretende-se elencar as similaridades existentes entre a Modelagem na Educação (BIEMBENGUT, 2016) e Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014).

4.2. Das possíveis similaridades entre as etapas da Modelagem na Educação e da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Esta pesquisa pretende responder a seguinte questão: *Como se apresentam nas pesquisas acadêmicas as relações entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática, e como estas poderiam contribuir para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica?* E para tal, fundamentou-se nas concepções existentes a respeito

da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas, e seus dados foram levantados por meio do Portal da CAPES e do *Google Acadêmico*.

No primeiro momento foram analisadas todas as pesquisas encontradas nos referidos *sites* de cunho científico, como pode ser observado na seção 4.1 deste capítulo. Um dos objetivos específicos desta pesquisa é compreender as possíveis aproximações e afastamentos teóricos entre as fases da Modelagem na Educação defendida por Biembengut (2016) e as etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas propostas por Onuchic e Allevalo (2014), verificando suas possíveis contribuições no ensino e aprendizagem de Matemática.

Para isso, o autor desta pesquisa, optou por, neste momento das análises, selecionar as pesquisas que apresentam, de forma explícita, em sua metodologia o uso das etapas propostas por essas estudiosas, e essas pesquisas são apresentadas no Mapa 30, a seguir.

Mapa 30 – Pesquisas que apresentam em sua metodologia a Modelagem ou a Resolução de Problemas.

Identificação	Título	Autor	Ano	Tendência
²⁶ R1	MÚSICA E MATEMÁTICA: A HARMONIA DOS NÚMEROS REVELADA EM UMA ESTRATÉGIA DE MODELAGEM	Chrisley Bruno Ribeiro Camargos	2010	Modelagem
R2	MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL: UMA ESTRATÉGIA DE ENSINO COM CRIANÇAS DA FAIXA ETÁRIA DE 4 A 5 ANOS	Patrícia Fernanda da Silva	2013	Modelagem
R3	ESTUDO DE FUNÇÃO AFIM ATRAVÉS DA MODELAGEM MATEMÁTICA	Soraya Martins Camelo	2013	Modelagem
R4	ANÁLISE COMBINATÓRIA NO ENSINO MÉDIO APOIADA NA METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	Analucia Castro Pimenta de Souza	2010	Resolução de Problemas
R5	O ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: INVESTIGANDO ESTRATÉGIAS DOS ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL	Louise dos Santos Lima	2014	Resolução de Problemas
	ENSINO E APRENDIZAGEM DE DIVISIBILIDADE ATRAVÉS DA	José		

²⁶ Neste momento das análises, como as pesquisas presentes no Mapa 30, também compõem os Mapas 21 e 25, resolveu-se nomeá-las com a letra maiúscula R para não causar confusão ao leitor, porém não existe um critério específico para essa nomenclatura. A escolha por nomeá-la com a letra R ocorreu de forma aleatória.

R6	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: EXPERIÊNCIA COM UMA TURMA DE 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	Aparecido da Silva Fernandes	2016	Resolução de Problemas
R7	O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA PROGRESSÃO ARITMÉTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	Claudia Vieira de Vargas	2019	Resolução de Problemas

Fonte: O autor (2021).

Nas pesquisas R1, R2 e R3 os autores construíram o seu percurso metodológico baseados na concepção defendida por Biembengut e Hein (2018), que afirmam que a Modelagem se apresenta como “um processo que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento” (2018, p.11), e como “[...] a arte de expressar por intermédio de linguagem matemática situações problema do nosso meio [...]” (2018, p.7).

Segundo Biembengut e Hein (2018), a Modelagem Matemática é uma estratégia de aprendizagem que envolve um processo para obtenção de um modelo, e para que isso ocorra, os autores sistematizaram esse processo em três etapas: 1. Interação; 2. Matematização; e 3. Modelo Matemático.

Segundo Biembengut (2016), a Modelagem na Educação é um método de ensino com pesquisa no ambiente escolar, em qualquer disciplina e escolaridade. Para a autora, esse método utiliza-se da essência do processo de modelagem no ensino e na aprendizagem, em que a partir de um tema/assunto de interesse, o conteúdo da disciplina é aprendido pelos estudantes, por meio da pesquisa e da orientação do professor. Para a autora, o processo de modelagem está dividido em três fases: (1ª) Percepção e Apreensão; (2ª) Compreensão e Explicitação; e (3ª) Significação e Expressão.

Como as pesquisas selecionadas, citadas no Mapa 30, basearam-se na concepção defendida por Biembengut e Hein (2018) e esta dissertação fundamentou-se na concepção defendida por Biembengut (2016) para a construção das suas análises, no Mapa 31 são apresentadas as similaridades entre as fases propostas por Biembengut e Hein (2018) e Biembengut (2016).

Mapa 31 – Similaridades entre as fases propostas por Biembengut e Hein (2018) e Biembengut (2016).

FASES DA MODELAGEM	
Biembengut e Hein (2018)	Biembengut (2016)
<p>Interação - Reconhecimento da situação problema</p>	<p>Percepção e Apreensão - Explicar sobre o tema/assunto - Levantar questões e/ou sugestões</p>

- Familiarização com o assunto a ser modelado	Selecionar questões para desenvolver o conteúdo - Levantar dados
Matematização - Levantamento de hipóteses - Formulação do modelo - Resolução do problema em termos do modelo	Compreensão e Explicitação - Levantar hipóteses ou pressupostos - Expressar os dados - Desenvolver o conteúdo - Exemplificar - Formular
Modelo Matemático - Interpretação da solução - Validação do modelo	Significação e Expressão - Resolver as questões - Interpretar e avaliar - Validar e expressar

Fonte: O autor (2021).

As fases propostas por Biembengut e Hein (2018), assim como as propostas por Biembengut (2016), apresentam similaridades como pode ser visto no Mapa 31. A fase da *Interação* corresponde à fase da *Percepção e Apreensão*, em que o tema/assunto é apresentado ou escolhido, e por meio do levantamento de informações, os estudantes se familiarizam com o assunto e o conteúdo que será investigado. As fases *Matematização* e *Compreensão e Explicitação* apresentam correspondência, pois é nesse momento que os estudantes levantam as hipóteses, expressam os dados na linguagem matemática, desenvolvem o conteúdo matemático, formulam e resolvem o modelo, assim como problemas análogos ao problema gerador. E por fim, as fases *Modelo Matemático* e *Significação e Expressão*, são correspondentes, pois nesse momento do processo, os estudantes são orientados a interpretar as soluções obtidas por meio do modelo desenvolvido, e verificam a validade do modelo matemático, não somente na situação apresentada, mas também em outros contextos.

Para responder à questão de pesquisa e construir as análises, categorias emergentes foram elaboradas, a partir do entendimento e da percepção do autor desta dissertação, a respeito das similaridades existentes entre as fases propostas por Biembengut (2016) para a Modelagem na Educação e as etapas desenvolvidas por Onuchic e Allevalo (2014) para a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, e a utilização dessas duas tendências no ensino e aprendizagem de Matemática.

Segundo Biembengut, (2016, p. 260) “o pesquisador utiliza-se da modelagem quando espera solucionar uma *situação-problema* cujos dados disponíveis não são suficientes para aplicar em um modelo matemático e obter a solução, ou ainda para (re)criar, aprimorar algo”. A autora define modelagem como método de ensino com

pesquisa, cujo o objetivo principal é ensinar os conteúdos curriculares da disciplina, assim como os não curriculares, e a partir de um *tema/assunto*, orientar os alunos à pesquisa no ambiente escolar.

Onuchic e Allevato (2014) compreendem a Resolução de Problemas como uma metodologia de pesquisa. Para as autoras “levantar problemas e gerar soluções é o que caracteriza a atividade intelectual inerente à atividade de pesquisar” (2014, p.55) e, da mesma forma, uma metodologia de ensino que objetiva a melhora dos processos de ensino e de aprendizagem em sala de aula, e por meio do conhecimento e experiências do professor, são desenvolvidas as competências e autonomia dos estudantes.

O fato de Biembengut (2016) conceber a Modelagem na Educação como um método de pesquisa e ensino, e Onuchic e Allevato (2014) conceber a Resolução de Problemas como uma metodologia de pesquisa e também de ensino, no entendimento do autor desta dissertação, isso faz com que essas duas tendências da Educação Matemática apresentem similaridades. Posto que, se entende *método* como os caminhos que serão percorridos para atingir determinado objetivo de uma pesquisa, e *metodologia* como a reunião, a organização desses métodos para o desenvolvimento da pesquisa.

Em seus estudos, Biembengut (2016) apresenta pontos de confluência entre a Modelagem na Educação e a Resolução de Problemas. Para a autora,

Modelagem e Resolução de Problema: são confluentes ou mesmo similares quando os dados disponíveis e o conhecimento que temos não são suficientes para utilizarmos um meio ou aplicarmos um ‘modelo’ existente para a solução. (BIEMBENGUT, 2016, p. 262)

E ainda afirma que:

Modelagem e Resolução de Problema: são confluentes, em parte na primeira (*percepção e apreensão*) e na terceira (*significação e expressão*) etapas de Modelação, mas não na segunda etapa (*compreensão e explicitação*). Isso porque, na Resolução de Problema, em geral, situações-problema são propostas aos estudantes quando eles já dispõem do conhecimento ou conteúdo curricular (BIEMBENGUT, 2016, p. 270).

Biembengut (2016) propõe os pontos confluentes entre a sua concepção de Modelagem na Educação e a Resolução de Problemas. Esta dissertação propõe as possíveis confluências entre as etapas e subetapas propostas por Biembengut (2016), apresentadas na *Seção 2.1.3.*, e as etapas desenvolvidas por Onuchic e

Allevalo (2014), apresentadas na *Seção 2.2.3.*, e para isso apresenta-se no Mapa 32, a seguir, a percepção e o entendimento do autor desta dissertação a respeito das similaridades existentes entre as etapas e subetapas dessas duas tendências da Educação Matemática

Mapa 32 - Similaridades entre as fases propostas por Biembengut (2016) e Onuchic e Allevalo (2014).

Fases da Modelagem na Educação (BIEMBENGUT, 2016)	Etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014)
Explicar sobre o tema/assunto	(1) Proposição do problema
Levantar questões e/ou sugestões Selecionar questões para desenvolver o conteúdo Levantar dados	(2) Leitura individual (3) Leitura em grupo
Levantar hipóteses e pressupostos Expressar os dados	(4) Resolução do problema
Desenvolver o conteúdo	(9) Formalização do conteúdo
Exemplificar	(10) Proposição e resolução de novos problemas
Formular	(6) Registro das resoluções na lousa (8) Busca do consenso
Resolver as questões	(4) Resolução do problema (5) Observar e incentivar
Interpretar e avaliar	(7) Plenária
Validar e expressar	(8) Busca do consenso (10) Proposição e resolução de novos problemas (7) Plenária

Fonte: O autor (2021)

Ao analisar as etapas que constituem a Modelagem na Educação e a Metodologia da Resolução de Problemas²⁷, notou-se similaridades entre as subetapas da Modelagem e as etapas da Metodologia da Resolução de Problemas, conforme a percepção e o entendimento do autor desta dissertação.

Para construção das similaridades presentes no Mapa 32, o autor desta dissertação baseou-se nas ideias apresentadas por Biembengut (2016) e Onuchic e Allevalo (2014) para definir essas relações.

No entendimento deste autor as similaridades ocorrem da seguinte forma entre as etapas dessas duas tendências da Educação Matemática:

- *Explicar sobre o tema/assunto e (1) Proposição do problema* – nesse momento, o tema sugerido pelo professor ou escolhido pelos estudantes, é apresentado

²⁷ A partir desse momento, quando aparecer no texto a expressão Metodologia da Resolução de Problemas, equivale a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, proposta por Onuchic e Allevalo (2014).

numa situação-problema contextualizada, que apresente situações da realidade e do cotidiano do estudante;

- *Levantar questões e/ou sugestões, Selecionar questões para desenvolver o conteúdo, Levantar dados e (2) Leitura Individual, (3) Leitura em grupo* – nessa etapa do processo os estudantes compreendem a situação-problema e interagem entre si para levantar dados e informações que colaborem no desenvolvimento das investigações. O professor, nesse momento, pode orientar os estudantes nas buscas dos dados e das informações, que sejam pertinentes ao tema pesquisado;
- *Levantar hipóteses e pressupostos, Expressar os dados e (4) Resolução do problema*: os estudantes mobilizam o conhecimento prévio para transcrever para linguagem matemática os dados levantados, e dessa forma iniciar a construção do novo conhecimento pretendido;
- *Desenvolver o conteúdo e (9) Formalização do conteúdo*: são apresentados os conceitos, definições e propriedades do conteúdo matemático inerente ao tema investigado;
- *Exemplificar e (10) Proposição e resolução de novos problemas*: novos problemas análogos ao problema gerador, são apresentados para compreensão do conteúdo matemático aprendido;
- *Formular e (6) Registro das resoluções na lousa, (8) Busca do consenso*: nesse momento o modelo é formulado;
- *Resolver as questões e (4) Resolução do problema, (5) Observar e incentivar*: nesse momento, com o conhecimento matemático desenvolvido, a situação-problema é solucionada, e o professor no papel de mediador e orientador, estimula os estudantes na construção dessa solução;
- *Interpretar e avaliar e (7) Plenária*: os estudantes são orientados pelo professor a compartilhar as ideias utilizadas para resolução, discutir as diferentes soluções e avaliar a mais correta para a situação-problema;
- *Validar e expressar e (7) Plenária, (8) Busca do consenso, (10) Proposição e resolução de novos problemas*: nessas etapas os estudantes verificam a validade dos resultados obtidos, utilizam os conhecimentos adquiridos na solução de situações análogas ao problema gerador, e compartilham com os

outros participantes do processo os caminhos percorridos durante a resolução da situação-problema.

Apesar de não aparecer de forma explícita a construção de um modelo matemático na Metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, nas etapas (6) e (8) desenvolvidas por Onuchic e Allevato (2014), os estudantes discutem as resoluções desenvolvidas e definem aquela considerada mais correta para solucionar o problema. O que significa que, quando realizam a transcrição da língua materna presente no enunciado para linguagem matemática, e obtém uma expressão matemática que auxilia na resolução do problema, está criando um modelo matemático.

Após explicitar as similaridades entre as etapas das duas tendências da Educação Matemática, categorias emergiram e foram nomeadas da seguinte forma: Categoria 1: *Interlocução*; Categoria 2: *Resolução e Conceitualização*; Categoria 3: *Validação e Comunicação*. No Mapa 33, a seguir, a partir do entendimento do autor desta dissertação, são estabelecidas as relações entre as categorias emergentes no decorrer das análises das pesquisas e as similaridades das etapas da Modelagem na Educação e da Metodologia da Resolução de Problemas, presentes no Mapa 32.

Mapa 33 – Relações existentes entre as categorias de análises e as etapas da Modelagem na Educação e da Metodologia da Resolução de Problemas.

Categorias Emergentes	Etapas da Modelagem Matemática	Etapas da Metodologia de Resolução de Problemas
Interlocução	<i>Percepção e Apreensão</i>	(1) Proposição do problema (2) Leitura individual (3) Leitura em grupo
	- Explanar sobre o tema/assunto - Levantar questões e/ou sugestões - Selecionar questões para desenvolver o conteúdo - Levantar dados	
Resolução e Conceitualização	<i>Compreensão e Explicitação</i>	(4) Resolução do problema (5) Observar e incentivar (6) Registro das resoluções na lousa (8) Busca do consenso (9) Formalização do conteúdo (10) Proposição e resolução de novos problemas
	- Levantar hipóteses e pressupostos - Expressar os dados - Desenvolver o conteúdo - Exemplificar - Formular	
	<i>Significação e Expressão</i>	
Validação e Comunicação	- Resolver questões	(7) Plenária (8) Busca do consenso (10) Proposição e resolução de novos problemas
	<i>Significação e Expressão</i>	
	- Interpretar e avaliar - Validar e expressar	

Fonte: O autor (2021).

Com a categorização realizada, emergente da análise das pesquisas, e seguindo as orientações de Biembengut (2008) especificamente no que tange ao Mapa de Análise, na próxima seção, essas categorias são explicitadas, explicadas e analisadas, a partir das investigações constantes no Mapa 30.

4.2.1. Interlocação

Interlocação significa diálogo, é toda forma de interação e comunicação entre as pessoas. Durante a interlocação entre os pares, é que o processo de construção do saber acontece. E ainda, segundo o Dicionário Informal²⁸, *Interlocação* “pressupõe a existência de sujeitos que se comunicam a partir de situações da realidade social concreta em que se encontram”.

No entendimento do autor desta dissertação, é na interlocação que inicia a resolução da situação-problema, por meio do diálogo entre os participantes, da interpretação, compreensão e levantamento dos dados, que o problema começa a ser solucionado. No que se refere à primeira etapa da Modelagem na Educação, *Percepção e Apreensão*, Biembengut (2016) afirma que se faz necessário que o estudante perceba e apreenda a respeito do tema a ser pesquisado, que a situação-problema provoque no estudante o interesse para investigá-la, e que durante a investigação levante os dados e as informações necessárias para resolvê-la.

Em relação as três primeiras etapas da Metodologia da Resolução de Problemas, (1) Proposição do problema, (2) Leitura individual e (3) Leitura em grupo, Onuchic e Allevalo (2014) propõem nessas três etapas que os estudantes realizem a leitura da situação-problema, e que essa situação provoque no estudante o interesse em solucioná-la, interpretando e refletindo a seu respeito, além de discutirem com seus pares na busca da compreensão e dos dados que proporcionarão a construção da resolução.

Essa categoria, nomeada *Interlocação*, apresenta as similaridades entre as etapas constantes nessas duas tendências, o que é evidenciado em fragmentos das pesquisas presentes no Mapa 30.

No fragmento extraído da pesquisa R1, *“Mesmo cientes de que algo que possa parecer instigante a alguns alunos possa não parecer a outros, ao observar a*

²⁸ Disponível: <https://www.dicionarioinformal.com.br/interlocação/>. Acesso em 19 de maio de 2021.

turma, percebemos que a maioria havia se interessado pelo tema [...]” (CAMARGOS, 2010, p. 84) houve a preocupação do pesquisador em propor um tema que fosse de interesse e fizesse parte da vida dos estudantes. Assim como no trecho destacado da pesquisa R7, *“Na sequência, com o objetivo de despertar e motivar os alunos para uma discussão sobre o tema a ser trabalhado apresentamos um vídeo (4 min) sobre padrões matemáticos existentes na natureza”* (VARGAS, 2019, p.75), em que a pesquisadora relatou alternativas para provocar o interesse dos estudantes em relação ao tema pesquisado.

Percebe-se a preocupação dos pesquisadores em propor um tema que envolvesse e despertasse o interesse dos estudantes, e também de realizar essa escolha, conjuntamente, com os estudantes. Como pode ser observado no fragmento extraído da pesquisa R3, que segundo relato da pesquisadora, *“Os alunos sugeriram alguns temas propostos que faziam parte do contexto destes, e a partir daí a escolha foi feita conjuntamente com a professora”*. (CAMELO, 2013, p.28)

Esse tema/assunto deve ser apresentado de forma contextualizada, e quando possível, aproximar o conteúdo matemático que pretende ser investigado, de situações que sejam familiares à vivência dos estudantes. Segundo Biembengut (2016), ao vincular a matemática à realidade, proporciona aos estudantes uma melhor compreensão sobre um fato desconhecido, permitindo que associem aos fatos que já lhe são familiares. *“Isso significa que os estudantes não apenas tenham conhecimentos matemáticos, mas também desenvolvam habilidades para solucionar problemas, além das proposições em sala de aula.* (BIEMBENGUT, 2016, p.174)

Nos excertos das pesquisas analisadas, se percebe a preocupação dos autores em permitir que os estudantes escolhessem o tema a ser investigado, que esse tema fosse de seus interesses e abordasse as suas realidades, pois isso impacta diretamente no envolvimento desses estudantes nas investigações.

Na pesquisa R3, a autora descreve que,

Inicialmente, os alunos comentaram sobre como deveria ser desenvolvido o trabalho. Percebemos que os alunos se entusiasmaram com a possibilidade de escolher o tema de estudo e de aprender matemática de modo mais relacionado com o seu cotidiano. (CAMELO, 2013, p.28)

A autora da pesquisa R2 (SILVA, 2013) percebeu a necessidade de modificar os caminhos que seriam utilizados para construção do conhecimento, uma vez que

as situações apresentadas aos estudantes não provocaram o interesse esperado, e na Modelagem na Educação e na Metodologia da Resolução de Problemas as autoras indicam que as situações precisam ser contextualizadas, proporcionar desafios e incentivar os estudantes à pesquisa, para assim se sentirem envolvidos e motivados para resolvê-las.

Ao iniciar o desenvolvimento das situações de aprendizagem, foi possível perceber já no primeiro dia de campo, que as demais situações de aprendizagem deveriam sofrer modificações. Estas modificações ocorreram por dois motivos: primeiro, porque no decorrer das situações as crianças demonstraram outros interesses, e o segundo, porque observou-se que as crianças deveriam ter um maior embasamento e um conhecimento mais aprofundado sobre as formas geométricas. (SILVA, 2013, p.71-72)

Nas duas tendências, evidencia-se também, a importância do trabalho em grupo. A ocorrência do desenvolvimento das atividades em grupo proporciona o trabalho de forma colaborativa e participativa, e o professor, quando solicitado, assume o papel de mediador, orientando os estudantes na realização das investigações sobre o tema abordado, para que os dados necessários para a construção da resolução sejam levantados. Como pode ser notado na pesquisa R5,

Em ambos os encontros entregamos um bloco de atividades para cada aluno e um para o grupo. Os alunos foram estimulados a discutir com os seus colegas o que interpretaram de cada questão e foi dado o tempo necessário para que cada grupo chegasse à sua resposta. (LIMA, 2014, p.72)

Apesar das orientações do trabalho em grupo, alguns estudantes ainda não estão acostumados com esse tipo de abordagem, como pode ser verificado nos trechos retirados das pesquisas R2 e R7.

Para algumas crianças, observou-se ser um pouco difícil realizar a atividade no grupo, pois queriam realizá-la individualmente, e acabavam separando determinadas peças e não querendo misturar com as do colega. Frisou-se que esta era uma situação a ser realizada no grupo e que o trabalho deveria ser realizado em conjunto, um ajudando o outro. (SILVA, 2013, p.95)

Observamos que o trabalho em grupo precisa ser aprendido na prática, sob orientação do professor. Não podemos acreditar que o comportamento adequado no grupo seja inerente ao aluno. É preciso que o professor esteja aberto para desenvolver a colaboração e cooperação com seus alunos. (VARGAS, 2019, p.73-74)

Além da falta de costume em realizar atividades em grupo, alguns estudantes demonstraram dificuldades no desenvolvimento dos problemas propostos, visto que

não estavam acostumados com as estratégias utilizadas para o ensino e aprendizagem, como pode ser observado no trecho retirado das pesquisas R6 e R7.

Em seguida, muitos alunos, sem terem lido, totalmente, o que estava escrito no enunciado da atividade já nos chamavam em seus grupos, ou aproximavam-se de nós, para nos dizer que não sabiam resolvê-lo e pediam que disséssemos como é que deveriam fazer para chegarem à resposta ou que tipo de operação era para ser usada. (FERNANDES, 2016, p.119)

Após a entrega do problema impresso, solicitamos que, individualmente, fizessem a leitura para sua compreensão. Inicialmente, houve certo tumulto, pois os alunos não estão acostumados a realizar atividades dessa natureza, e percebemos que alguns grupos já estavam completando suas respostas sem mesmo terminar a leitura ou discutir no grupo [...]. A seguir, pedimos que fizessem novamente a leitura, dessa vez em conjunto. Nenhum dos grupos apresentou dúvidas quanto ao enunciado e, a partir daí, começaram timidamente a trocar ideias. (VARGAS, 2019, p.78)

Segundo Onuchic e Allevato (2014), os estudantes se reúnem em grupos, leem e discutem o problema, e o papel do professor é o de ajudar os grupos na compreensão do problema e na resolução de outros problemas que possam surgir, como dúvidas em relação a notações, conceitos, transcrição da linguagem vernácula para linguagem matemática, dentre outros. Para as autoras, “as ações são realizadas, essencialmente, pelos alunos” (2014, p.45). O que fica evidenciado nos seguintes trechos das pesquisas R4 e R6,

Foi dado um tempo para que os alunos lessem e discutissem o texto. Não tiveram dificuldade, pois o texto era curto e as informações não eram muito complexas [...]. Este pequeno texto motivou e instigou a curiosidade dos alunos, promovendo uma socialização do conhecimento. (SOUZA, 2010, p.224)

Com os alunos reunidos em grupos, após muitas reclamações, foi entregue a cada membro dos grupos a atividade [...]. [...] também demos um tempo para que eles lessem e discutissem o problema entre si. Em seguida, muitos alunos, sem terem lido, totalmente, o que estava escrito no enunciado da atividade já nos chamavam em seus grupos, ou aproximavam-se de nós, para nos dizer que não sabiam resolvê-lo [...]. Como o nosso propósito era levá-los a construir seu próprio conhecimento ao invés de darmos respostas prontas, pedimos para que eles fizessem novamente a leitura do texto do problema juntos conosco, e continuamos a instigá-los com questões diretivas, incentivando-os e orientando-os para a resolução das questões. (FERNANDES, 2016, p.119-120)

Cabe ao professor/pesquisador provocar nesses estudantes o interesse pela busca dos dados que construirão a solução do problema, e possibilitar que a autonomia seja desenvolvida. Tanto na Modelagem na Educação quanto na Metodologia da Resolução de Problemas, os estudantes assumem o protagonismo

na construção do conhecimento, e o professor, quando solicitado por eles, orienta nas dificuldades apresentadas, se preocupando em auxiliar nessa construção. O importante durante o processo de resolução são os caminhos percorridos pelos estudantes, os conhecimentos construídos durante esse percurso.

Conforme Biembengut (2016), o professor instiga os estudantes a levantarem questões sobre o tema investigado, questões que irão proporcionar diferentes formas de expressão e linguagem, além da interação entre o professor e os estudantes, assim como, entre os estudantes em grupo. Essa indicação de Biembengut (2016) pode ser constatada nas pesquisas R1 e R3,

Ao final das discussões, foi pedido aos alunos que fizessem uma pesquisa sobre definições de: Música, Matemática, ritmos, compasso, sons, notas musicais e oitavas. (CAMARGOS, 2010, p.85)

Em nossa aplicação, as considerações mais relevantes a serem pesquisadas foram: Perfil dos consumidores de telefonia celular, operadoras que atuam na região, tipos de plano e serviços oferecidos e tarifas de planos pós e pré-pagos. As informações obtidas na pesquisa foram apresentadas pelos grupos de alunos, socializando o conhecimento. (CAMELO, 2013, p.28)

Nessas etapas, denominada nesta dissertação de *Interlocução*, tanto na Modelagem na Educação quanto na Metodologia da Resolução de Problemas, os estudantes participam, quando possível, da escolha do tema/assunto a ser investigado. A situação-problema é construída de forma contextualizada, com situações do cotidiano, e preferencialmente em grupos, os estudantes constroem a resolução da situação-problema, pois se acredita que a realização das atividades em grupo, proporciona aos estudantes a troca de conhecimento, além da oportunidade do trabalho colaborativo e do desenvolvimento da autonomia frente a estas situações.

Além disso, o professor assume o papel de mediador, e sob sua influência os estudantes são orientados na busca de informações e levantamento de dados que possibilite a construção da solução para o problema gerado, além de facilitar a construção dos conceitos matemáticos pretendidos na investigação. É nesse primeiro momento que os estudantes, começam a assumir o protagonismo na construção do saber, e os caminhos percorridos durante o aprendizado começam a apresentar significado.

No entendimento desse autor, nessa primeira categoria de análise, apresentam-se diversas similaridades e nenhum afastamento entre as etapas, o que foi reforçado pelas pesquisas que fazem parte do *corpus* de análise, trazidas em fragmentos nessa seção. Na próxima subseção, apresentam-se as análises e as possíveis similaridades constante na Categoria 2: Resolução e Conceitualização.

4.2.2. Resolução e Conceitualização

Resolução, no *site* Dicio²⁹, é definida como a maneira por meio da qual se resolve uma situação, uma questão, ou uma decisão tomada após muito pensar. A resolução de problemas consiste na utilização de métodos, estratégias, de forma organizada, para encontrar a solução de situações específicas. Na Matemática, a resolução de problemas é um dos principais focos do ensino, em que os conceitos e definições matemáticas são ensinados para que sejam utilizados em problemas específicos e situações problemas do cotidiano. Conforme Onuchic e Allevato (2014, p. 38),

A Matemática é considerada utilitária de modo que, embora a aquisição de conhecimento matemático seja de primordial importância, o propósito principal do ensino é ser capaz de utilizá-lo. Interessa a habilidade dos alunos de transferirem o que aprenderam num contexto (em geral, puramente matemático) para problemas em outros contextos, ou seja, se ensina Matemática para a resolução de problemas.

Conceitualização é o ato de idealizar, desenvolver, definir um conceito. Segundo Japiassú e Marcondes (2008), conceitualização é um sinônimo de concepção, mas com maior enfoque no conceito construído pelo sujeito, a partir de uma experiência ou de sua intuição.

No entendimento do autor desta dissertação, no processo de *Resolução e Conceitualização*, com a exploração de situações matemáticas, ou situações de outras áreas do conhecimento, o professor/pesquisador estimula os estudantes na busca de estratégias, explicações, levantamento de dados que lhe permitam identificar variáveis, invariantes, padrões e parâmetros nos problemas, para que possa possibilitar a geração de um conceito. Assim, o processo de resolução de situações matemáticas e não matemáticas do cotidiano, a busca pela solução

²⁹ Disponível: <https://www.dicio.com.br/resolucao/>. Acesso em 22 de maio de 2021

dessas situações, permitem aos estudantes, por meio dos conhecimentos prévios que possuem a conceitualização, a construção de novos conceitos matemáticos.

No que se refere à etapa da Modelagem na Educação, segundo o autor desta dissertação, estabelece relação com essa categoria *Resolução e Conceitualização a Compreensão e Explicitação*, que conforme Biembengut (2016) consiste em possibilitar aos estudantes a identificação de elementos referente ao tema/assunto investigado, com base nos conhecimentos que eles já possuem e auxiliá-los na construção de novos conhecimentos presentes no currículo escolar, mas também conhecimentos não curriculares.

Nessa etapa da Modelagem na Educação, Biembengut (2016) a compreende em subetapas, definidas em: *Levantar hipóteses ou pressupostos*, consiste em estimular os estudantes a levantar as hipóteses do problema. *Expressar os dados*, constitui-se na transcrição dos dados da linguagem vernácula para linguagem matemática. *Desenvolver o conteúdo*, apresenta-se o conceito, definições, propriedades, do conteúdo investigado. *Exemplificar*, situações semelhantes à situação investigada são apresentadas para que os estudantes compreendam os entes envolvidos no processo; *Formular*, compõe a construção do modelo. Além das subetapas apresentadas, no entendimento do autor a subetapa *Resolver as questões*, em que os estudantes utilizam os novos conceitos para resolver questões levantadas a partir do modelo, e que é apresentada por Biembengut (2016) na etapa *Significação e Expressão*, também se relaciona com essa categoria de análise.

Em relação às etapas da Metodologia da Resolução de Problemas, para o autor desta dissertação, as relações entre a categoria analisada e essa metodologia, se estabelecem nas etapas:

(4) *Resolução do problema*: os dados, as variáveis e as hipóteses são levantadas, é realizada a transcrição da linguagem vernácula para a linguagem matemática, a resolução do problema proposto, novos conhecimentos são construídos, do conteúdo matemático investigado;

(5) *Observar e incentivar*: o professor assume o papel de mediador e orientador, incentiva os estudantes a buscarem informações que auxiliem na resolução, e se houver necessidade os auxilia sem fornecer a resposta ao problema;

(6) *Registro das resoluções na lousa*: um representante de cada grupo realiza na lousa o registro de suas resoluções, sendo apresentado à turma os caminhos percorridos por cada grupo para encontrar a solução do problema;

(8) *Busca do consenso*: juntamente com o professor os estudantes tentam o consenso sobre a solução correta para o problema, e é dado início à construção do conceito matemático pretendido;

(9) *Formalização do conteúdo*: o professor realiza a construção ordenada e estruturada da linguagem matemática construída durante a resolução, e apresenta os conceitos, definições e propriedades do conteúdo matemático aprendido durante o processo;

(10) *Proposição e resolução de novos problemas*: novos problemas, relacionados ao problema gerador são propostos, e através das suas resoluções o professor pode analisar a compreensão dos estudantes em relação ao novo conteúdo matemático formalizado em sala de aula.

Essa categoria, *Resolução e Conceitualização*, apresenta as similaridades entre essas etapas, dessas duas tendências, o que é evidenciado em trechos extraídos das pesquisas presentes no Mapa 30.

Em R1, o autor incentivou os estudantes na compreensão do problema e dos dados que compõem o problema, como pode ser visto no trecho a seguir “Iniciando a aula de música, o professor distribui folhas contendo pautas musicais aos grupos já divididos e desenha no quadro uma pauta para explicar sobre a escrita musical e, em especial, para falar sobre tempos e compassos” (CAMARGOS, 2010, p.87), além de dar início na expressão dos dados e do desenvolvimento do conteúdo, “Nessa aula, o professor explicou sobre as figuras que representam notas musicais e, utilizando um metrônomo analógico e um violão, iniciou-se a tentativa de obtenção de um modelo para o termo geral da PG” (2010, p.88).

Da mesma forma, na pesquisa R2, a autora assumiu o papel de mediadora, e observando o desenvolvimento dos participantes durante a resolução, incentivou-os para resolver o problema. Nos trechos destacados a seguir, é possível perceber a etapa (5) *Observar e Incentivar*, desenvolvida por Onuchic e Allevalo (2014), em uma pesquisa que utiliza a Modelagem na Educação para o desenvolvimento de suas atividades.

Continuou-se passando pelos grupos e observando o que e como as crianças estavam fazendo. Observou-se que no grupo da criança denominada Eneágono, a criança denominada Hexágono estava com um triângulo amarelo e com um retângulo. (SILVA, 2013, p.96)

Prosseguiu-se a situação separando os blocos por formas. Desta vez somente a criança denominada Hexágono e a pesquisadora ficaram por alguns minutos identificando e agrupando os blocos com a mesma forma, até que ela começou a compreender o que precisava ser feito. (SILVA, 2013, p.96)

Em R5, para resolver alguns problemas os estudantes levantaram hipóteses, expressaram os dados do enunciado do problema, e realizaram tentativas de formulação do modelo matemático para encontrar a solução. Nos trechos extraídos (LIMA, 2014), e apresentado a seguir, nota-se as subetapas: *Levantar hipóteses ou pressupostos*, e *Expressar os dados* em uma pesquisa desenvolvida pela concepção de Onuchic e Allevato (2014) para a resolução de problemas.

O grupo I se mostrava certo de que poderíamos definir quadrilátero como todo polígono que possui 4 lados iguais. Ao estimularmos o debate, um aluno concluiu que quadrilátero é todo polígono de quatro lados e os demais integrantes concordaram. (LIMA, 2014, p.85)

Para resolver o problema, os alunos dos grupos II/III, IV e V tentaram dobrar a folha ao meio 10 vezes consecutivas, mas logo perceberam que não era possível. (LIMA, 2014, p.85)

Nesse processo, perceberam que a próxima quantidade de dobras é sempre o dobro da anterior, o que resultava em potências de 2. Ao notarem que com 10 dobras obtemos 2^{10} quadriláteros, associaram que com n dobras obtemos 2^n quadriláteros. (LIMA, 2014, p.85)

Nesse momento um aluno questionou se o valor de n é 10. Discutimos com o grupo o que significa “valor de n ”, percebendo que há uma variação em n . Daí, concluímos que n é a variável. Um integrante do grupo concluiu que para 10 dobras, o valor de n será 10. (LIMA, 2014, p.86)

O grupo VI também percebeu que o número de quadriláteros dobrava, mas primeiramente disse que o número de quadriláteros formados após repetir o processo 10 vezes seria 20. (LIMA, 2014, p.88)

Em R1, o autor relatou que, na medida que o problema é resolvido os estudantes começam a desenvolver o conteúdo, a partir dos conhecimentos prévios que possuíam.

Observe que os alunos já estavam fazendo analogias entre os valores dos tempos das notas musicais e algum fator multiplicativo, ou seja, mediante suas observações, estávamos chegando a algum tipo de sequência até então desconhecido por eles, principalmente pelo fato dessa turma não ter nenhum aluno que tenha repetido a 2ª série do Ensino Médio. (CAMARGOS, 2010, p.92)

[...] o aluno não chegaria a tal conclusão se não houvesse um conhecimento prévio em sua rede de conhecimentos, pois, como se observa, o aluno se refere a uma PA, matéria vista anteriormente. Em segundo lugar, porque se nota a analogia que o aluno está fazendo entre PA e a nova sequência: “ao invés de somar, multiplica”. (CAMARGOS, 2010, p.93)

De maneira semelhante, isso ocorreu na pesquisa R7, onde a autora explicitou a importância do conhecimento prévio do estudante para construção do novo conhecimento.

Por meio das observações das regularidades, eles próprios construíram as fórmulas, sendo que, na tentativa de encontrarem os padrões nas sequências, recorriam aos seus conhecimentos prévios para resolverem os problemas apresentados, elaborando estratégias em busca de um padrão matemático, verificando, assim, a necessidade da álgebra. (VARGAS, 2019, p.108)

Na tentativa de responder ao colega, iniciaram o diálogo lembrando os conceitos de domínio e imagem, estabeleceram relações entre grandezas, completaram os valores da função na tabela, ou seja, as questões decorrentes do problema promoveram reflexões que conduziram os alunos a redimensionarem o conhecimento que já tinham na busca de resolução do problema, sendo construtores do próprio conhecimento. (VARGAS, 2019, p.108)

O autor da pesquisa R6 evidenciou a importância do papel mediador do professor, para o desenvolvimento das atividades pelos estudantes. Nessa pesquisa, algumas dificuldades foram apresentadas, e durante a observação o pesquisador pôde intervir e auxiliar os estudantes nessas dificuldades, como pode ser observado no excerto a seguir.

Percebemos [...] a dificuldade que os alunos têm quando se deparam com situações-problema que exijam deles certas estratégias de resolução que não se reduzam a uma conta. Então, em certo momento, entregamos para cada grupo algumas pseudocédulas como material de apoio na resolução dos problemas. [...] A partir da entrega do material de apoio, sempre circulando pelos grupos, instigando-os, orientando-os e incentivando-os, a atividade fluiu bem melhor; estratégias foram apresentadas pelos alunos na resolução dos problemas. (FERNANDES, 2016, p.121)

No processo de Modelagem defendido por Biembengut (2016), ao final da resolução do problema, objetiva-se a obtenção de um modelo, podendo ser matemático ou não, e na Metodologia desenvolvida por Onuchic e Allevato (2014), apesar de não ser objetivo a obtenção de um modelo, durante a resolução do problema, o estudante levanta os dados, as hipóteses e transcreve o enunciado da

linguagem vernácula para linguagem matemática. Então, nesse momento, o estudante inicia a obtenção do modelo matemático, e durante o registro da resolução na lousa e a busca do consenso, define-se a melhor estratégia, linguagem matemática, que irá auxiliar na busca da solução do problema. Pode-se observar a obtenção dos modelos, nos excertos retirados das pesquisas, apresentados a seguir.

Nesse momento, alguns alunos já haviam compreendido e até chegado ao modelo definido por Hector, porém o professor manteve a discussão para que os grupos restantes pudessem tentar chegar a um modelo qualquer. (CAMARGOS, 2010, p.99)

Durante a manipulação dos blocos lógicos, as crianças exploraram os mesmos por cor, tamanho, forma e um dos grupos conseguiu perceber que se brincassem em equipe, teriam mais blocos para montar seus brinquedos. Outros continuaram brincando com os seus blocos uns com mais e outros com menos quantidades. Ao explorar a massinha puderam usar os moldes para criar formas geométricas e mostrá-las aos seus colegas, comparando e identificando o que foi produzido. (SILVA, 2013, p.139-140)

Alguns alunos, apesar de terem modelado o problema do questionamento 2 por uma função, realizaram algumas operações aritméticas e responderam aos questionamentos. Outros representaram cada situação dada por meio da representação algébrica da função envolvida e, atribuindo valores a variável x e fazendo comparações obtiveram os resultados procurados. (CAMELO, 2013, p.33)

Um dos alunos apresentou um raciocínio diferente recursivo para determinar o preço do livro em uma semana " s_x ". Apesar de estar correto, não é prático e, ao medirmos a situação o próprio aluno entendeu o problema dizendo que "saber a semana 1000, eu preciso saber a semana 999". Assim, o aluno, raciocinando com os demais integrantes do grupo, determinaram uma fórmula que relaciona o preço do livro com a quantidade de semanas passadas desde o início da redução. (LIMA, 2014, p.92)

Por meio das observações das regularidades, eles próprios construíram as fórmulas, sendo que, na tentativa de encontrarem os padrões nas sequências, recorriam aos seus conhecimentos prévios para resolverem os problemas apresentados, elaborando estratégias em busca de um padrão matemático, verificando, assim, a necessidade da álgebra. (VARGAS, 2019, p.108)

Na pesquisa R1, além do modelo matemático construído pelos estudantes, o professor sugeriu a construção do modelo não matemático, nesse caso de instrumentos musicais. Então, a partir dos conceitos e propriedades do conteúdo matemático aprendido, os estudantes construíram alguns instrumentos musicais.

Na semana seguinte, o professor propôs o desenvolvimento de alguns instrumentos, baseando-se nas pesquisas que os alunos fizeram. Ficou

decidido, entre professor e alunos, que seriam confeccionados cinco instrumentos, pois eram cinco grupos; no entanto, seria feito um sorteio para decidir qual instrumento cada grupo faria. (CAMARGOS, 2010, p.114)

Na pesquisa R2, o modelo construído foi um jogo. A pesquisadora realizou a investigação com crianças da Educação Infantil, e após a construção do conhecimento matemático, as formas geométricas, as crianças foram orientadas e estimuladas a construir, cada uma, um jogo que apresentava o conteúdo desenvolvido nas investigações.

Iniciou-se à situação de aprendizagem 17, quando explicou-se para as crianças que cada uma receberia uma folha com as três partes, afim de que pudessem pintar e depois iriam recortar e fazer um jogo. O jogo das três partes, que poderia ser levado para casa, com o qual poderiam montar objetos e figuras à vontade. (SILVA, 2013, p.110)

No entendimento desse autor, essa categoria de análise compreende a partir do momento da *Resolução*, em que se levanta os dados e as hipóteses que auxiliarão no processo, traçam-se as estratégias, transcreve os dados do problema para linguagem matemática, mobiliza-se os conhecimentos prévios necessários para construção do novo conhecimento, formula o modelo, podendo ser matemático ou não, e de posse desses dados, dessas estratégias, desse modelo, chega-se à solução do problema.

Durante esse processo, os estudantes desenvolvem a autonomia e o protagonismo na construção dos novos conhecimentos, uma vez que o professor no papel de mediador oportuniza aos estudantes conceitualizar os conteúdos matemáticos pretendidos na investigação, e a partir do momento que os estudantes participam do processo de construção desse conhecimento, curricular ou não, a aprendizagem acontece com significado.

Segundo Onuchic e Allevato (2014), o trabalho de resolução de problemas inicia sempre com os estudantes, diferente de outras formas de ensino, que iniciam sempre pelo professor, e não levam em consideração os conhecimentos prévios que os estudantes trazem consigo para sala de aula. E ainda, Biembengut (2016) afirma que os estudantes tem que ser envolvidos na aprendizagem e na pesquisa, utilizando um processo que propicie a autonomia, a cooperação, o senso crítico e o conhecimento científico dos estudantes, o que implica que os estudantes e os professores estejam presentes em todo o processo.

Por fim, essa categoria abrange esse processo de *Conceitualização*, em que os estudantes desenvolvem uma ideia a respeito do conteúdo matemático investigado, cabendo ao professor a formalização desse conteúdo, por meio dos dados e pressupostos expressos durante a resolução do problema. Os estudantes realizam o processo de conceitualização, e o professor formaliza apresentando os conceitos, definições e propriedades, além de novos problemas, análogos a situação que gerou o processo, para analisar a compreensão dos estudantes em relação ao novo conteúdo, e seus enfrentamentos frente a novos problemas.

Conforme Biembengut (2016, p. 200), “muitas vezes, os estudantes não se atentam às técnicas ou as operações matemáticas de que eles se valem para solucionar situações-problema, em particular, fora dos limites da disciplina e/ou da sala de aula”. E ainda, segundo Onuchic e Allevato (2014), o professor realiza o registro formal, estruturado em linguagem matemática, estabelecendo um padrão dos conceitos e os procedimentos construídos pelos estudantes durante o processo de resolução dos problemas.

Nos excertos apresentados a seguir, oriundos das pesquisas analisadas, pode-se verificar o momento que os estudantes desenvolvem a ideia e o professor formaliza o conteúdo.

Ao final dessa aula o professor formalizou apenas o termo PG para as sequências vistas até aquele momento e relatou que o fator multiplicativo deveria ser denominado razão. Nessa aula, o professor passou alguns exercícios de PG, que já poderiam ser resolvidos pelos alunos, utilizando a apostila didática. (CAMARGOS, 2010, p.105)

Tudo foi emergindo de maneira natural e a partir das ideias levantadas pelas crianças, que foram estudando e construindo conceitos que antes não eram conhecidos por elas, ou então passavam despercebidos. (SILVA, 2013, p.139)

A construção das fórmulas não pôde ser trabalhada, mas, mesmo sem o uso delas, foi possível que os alunos chegassem ao resultado esperado. Esse fato foi importante para mostrar o desenvolvimento do raciocínio combinatório, explorando o processo de contagem e o conceito de padrão, sendo estas as grandes ideias da Análise Combinatória. (SOUZA, 2010, p.292)

As discussões com os alunos, especialmente, na parte plenária, foram momentos bastante proveitosos das atividades, pois foi por meio dessas discussões que suas ideias clarificaram-se para a compreensão de conceitos matemáticos construídos na resolução dos problemas. (FERNANDES, 2016 p.198)

Entendemos que, para que haja aprendizagem, é importante que o professor verifique conhecimentos prévios dos alunos, para preparar

problemas que façam sentido e os desafiem, de modo a permitir que compreendam e construam novos conhecimentos. Em nossa pesquisa, os conhecimentos prévios foram suporte tanto para a preparação dos problemas geradores como construtores dos novos conhecimentos relacionados com a progressão aritmética. (VARGAS, 2019, p.107-108)

Nessa categoria, apresentou-se muitos momentos de similaridades entre as duas tendências que fundamentam essa pesquisa, desde as estratégias de resolução até a formalização do conteúdo matemático. Na Modelagem na Educação a formulação do modelo matemático ou não matemático é evidenciado em uma das etapas defendida por Biembengut (2016), o que não ocorre, de forma explícita, na Metodologia da Resolução de Problemas, nas etapas desenvolvidas por Onuchic e Allevato (2014), porém no entendimento e na percepção do autor desta pesquisa, há a ocorrência do modelo matemático ao final do processo de resolução do problema, modelo esse que pode ser formulado pelo estudante, ou pelo professor para encontrar a solução do problema, antes de ser formalizado o conteúdo.

Na próxima subseção apresenta-se a última categoria de análise que emergiu durante as investigações, *Validação e Comunicação*.

4.2.3. Validação e Comunicação

Validação, conforme o *site* Dicio³⁰, significa ação ou efeito de validar. Segundo Bassanezi (2010), o modelo depois de obtido deve ser analisado e validado na resolução do problema. E ainda, Polya (2006) sugere que ao final do processo o estudante revise os passos realizados para a obtenção da solução do problema. No que diz respeito à *Comunicação*, o *site* Dicio³¹ define como a ação ou efeito de comunicar, de transmitir ou de receber ideias, conhecimentos, buscando compartilhar informações.

Tanto na Modelagem na Educação (BIEMBENGUT, 2016) quanto na Metodologia da Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014), as autoras afirmam a importância da validação da solução obtida, sugerindo que, no caso da Modelagem, se o modelo obtido não for válido que reinicie ou retorne a etapa para encontrar um modelo válido, e no caso da Resolução de Problemas, se a resposta não for válida, não for correta, que os estudantes revejam as estratégias de

³⁰ Disponível: <https://www.dicio.com.br/validacao/>. Acesso em 26 de maio de 2021.

³¹ Disponível: <https://www.dicio.com.br/comunicacao/>. Acesso em 26 de maio de 2021.

resolução utilizadas para alcançar a solução do problema. Esse momento da validação do modelo, e/ou da solução, é o momento em que se verifica a compreensão do estudante em relação ao conteúdo aprendido, e a sua capacidade em utilizar esse conteúdo em situações fora do contexto apresentado.

Após esses estudantes obterem o modelo ou a solução e validarem, indica-se a necessidade de explicar esses resultados, de compartilhar as estratégias utilizadas no processo de resolução, o que o autor dessa dissertação denomina *Comunicação*. Esse é o momento que os grupos expõem para toda turma os caminhos percorridos e as estratégias traçadas para alcançar a solução, em que ocorre a troca de conhecimento que proporciona o aprendizado, e possibilita ao professor explicar os conteúdos aprendidos durante o processo.

Conforme Onuchic e Allevato (2014), essa etapa é denominada *Plenária e Busca do consenso*, os grupos são estimulados a compartilhar com o restante da turma as diversas soluções encontradas e as ideias utilizadas durante o processo de resolução, tentam entrar em consenso em relação a resposta correta para solução, além de aperfeiçoar a escrita matemática e o novo conteúdo aprendido. Novos problemas são propostos para que ocorra a compreensão desses conteúdos e os estudantes consigam utilizá-los em outros contextos. Para Biembengut (2016), os estudantes precisam interpretar as soluções obtidas do modelo e avaliar a validade dessas soluções. Devem ser orientados a verificar a validade desse modelo em outros contextos, e isso auxiliará na compreensão dos conteúdos aprendidos.

Por tudo que foi exposto, no entendimento do autor desta dissertação, a categoria denominada *Validação e Comunicação* estabelece uma relação entre as subetapas *Interpretar e Avaliar* e *Validar e Expressar* da Modelagem na Educação, e as etapas (7) *Plenária*, (8) *Busca do consenso* e (10) *Proposição e resolução de novos problemas* da Metodologia da Resolução de Problemas. E essas etapas, dessas tendências da Educação Matemática sob as perspectivas de Biembengut (2016) e Onuchic e Allevato (2014), são similares. Os excertos que serão apresentados a partir desse momento, destacados das pesquisas constantes no Mapa 30, mostram essas similaridades.

Em R1, foram desenvolvidos pelos estudantes dois modelos, um modelo matemático e outro não matemático, e a culminância das atividades aconteceu com a apresentação dos instrumentos musicais construídos.

Na perspectiva de se avaliar o modelo obtido e sua aplicação na confecção dos instrumentos, e porque não dizer, também dentro da chamada validação do modelo, o professor convidou alguns músicos para darem seus pareceres sobre os instrumentos, sendo que todos consideraram ótimo o trabalho desenvolvido pelos alunos, principalmente a Flauta de PVC, que ficou com um som bem afinado, segundo um dos músicos que tocava instrumento de sopro. Aqui, vale ressaltar que os alunos utilizaram apenas cálculos matemáticos e não tinham conhecimento musical suficiente para dizerem se todas as notas estavam perfeitamente afinadas. (CAMARGOS, 2010, p.123)

Em R2, a pesquisadora relatou o crescimento da oralidade e da comunicação das crianças, que proporcionou o desenvolvimento e a construção do conhecimento matemático.

Por meio da brincadeira compartilhada, as crianças se comunicam e interpretam a realidade, negociação esta que vai sendo desenvolvida por elas no decorrer das brincadeiras. (SILVA, 2013, p.124)

A cada dia, quando se entrava na sala da turma C para dar início as situações de aprendizagem, a participação das crianças era grande, todos queriam falar, muitos falavam ao mesmo tempo, e diante das situações de aprendizagem oportunizadas ao longo da pesquisa, foi possível perceber o desenvolvimento da oralidade. As crianças falavam mais e mais diariamente. Conseguiram expor suas ideias e formular hipóteses [...] (SILVA, 2013, p.135)

Em R4, após cada situação de aprendizagem a pesquisadora propôs aos grupos que socializassem e *comunicassem* as suas estratégias de resolução e a solução encontrada, para que a solução fosse validada, e dessa forma analisar a compreensão do conteúdo matemático construído. Isso pode ser observado dos excertos retirados da pesquisa (SILVA, 2013).

Durante a plenária, num contexto social foi discutido, com os alunos que, no comércio, nem sempre aparece um padrão como esse, pois, há promoções ou juros que alteram o valor da mercadoria e pode também depender da quantidade que o consumidor irá comprar. (SILVA, 2013, p.228)

Durante a Plenária, devido ao fato de ter havido um grupo que errou o problema, a discussão sobre o aperto de mãos entre dois finalistas ser contado apenas uma vez foi importante pois, isso já era um indício da construção do conceito de combinação. (SILVA, 2013, p.249)

Na plenária, a professora-pesquisadora chamou a atenção para os anagramas, com o objetivo de que os alunos pudessem iniciar um estudo sobre as ideias básicas de Permutação. (SILVA, 2013, p.265)

Na pesquisa R5, assim como na pesquisa R4, a autora ao final de cada atividade, realizou a plenária, para que os estudantes compartilhassem as

estratégias de resolução, além de verificar as respostas encontradas e, em acordo, determinar a correta para o problema.

O grupo I logo identificou o padrão da sequência e não questionou se haveriam outros. Para o item (c), o grupo considerou que a sequência era formada por triângulos sempre construídos com números ímpares de palitos, não considerando que poderiam sobrar palitos. Essa decisão apenas foi constatada na plenária realizada para a atividade, aonde vimos que o grupo IV pensou da mesma forma. (LIMA, 2014, p.73)

Como afirmou o autor da pesquisa R6, é no momento da plenária, em que os estudantes socializam os conhecimentos aprendidos, compartilham as estratégias utilizadas, e que ocorre a compreensão dos conteúdos matemáticos construídos durante a resolução do problema.

As discussões com os alunos, especialmente, na parte plenária, foram momentos bastante proveitosos das atividades, pois foi por meio dessas discussões que suas ideias clarificaram-se para a compreensão de conceitos matemáticos construídos na resolução dos problemas. Essa compreensão acontece a partir do enfrentamento de ideias contrárias, onde os alunos defendem suas posições e refletem o trabalho realizado. (FERNANDES, 2016, p.198)

E ainda, a autora da pesquisa R7 relatou que durante a plenária, nesse momento de socialização entre os estudantes, novos conhecimentos são descobertos, explorados e construídos.

Reconhecemos que a plenária foi significativa para a aprendizagem, pois a socialização das soluções encontradas pelo grupo ou, por vezes, individualmente, possibilitou descobrir novos conhecimentos e explorá-los, auxiliando na formalização. (VARGAS, 2019, p.115)

Portanto, como pode ser verificado nos excertos apresentados, esse momento denominado de *Validação e Comunicação* pelo autor desta pesquisa, estabelece uma relação entre as etapas da Modelagem na Educação (BIEMBENGUT, 2016) e Metodologia da Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014).

Nessas duas tendências, conforme apresentado no Mapa 33, e na percepção desse autor depois de analisar as pesquisas constantes no Mapa 30, constata-se as similaridades uma vez que ao final do processo de resolução das situações-problema, os estudantes são orientados a compartilhar as estratégias utilizadas, o conhecimento construído, discutir as soluções adequadas, validando a solução

correta para o problema. É nesse momento de socialização que o professor analisa a compreensão dos estudantes em relação ao conteúdo matemático investigado, e no momento que os estudantes compartilham a resolução construída com os colegas e discutem os caminhos trilhados na busca da solução, o aprendizado com significado acontece.

Assim, após as análises dessas categorias emergentes é possível observar que essas duas tendências da Educação Matemática apresentam diversas similaridades entre as suas etapas, e de certa forma, conforme relatado pelos autores das pesquisas analisadas, auxiliam no processo de ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica. A seguir, na próxima seção, apresentam-se as implicações pedagógicas, limitações do estudo e perspectivas de continuidade desta pesquisa.

4.2.4. Implicações, Limitações e Perspectivas

Nesta seção apresentam-se as implicações pedagógicas que esta pesquisa proporciona ao campo da Educação Matemática, suas possíveis contribuições para outras pesquisas acadêmicas e para o ensino e aprendizagem da Matemática. Também são apresentadas as limitações desta pesquisa, os principais obstáculos à sua realização. Por fim, apresentam-se as perspectivas de continuidade dessas investigações, e os novos caminhos que esta pesquisa pode assumir futuramente.

4.2.4.1. Implicações Pedagógicas

A Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, ambas tendências da Educação Matemática, objetivam o ensino e a aprendizagem de Matemática por meio de situações-problema, de forma contextualizada, em que cabe ao professor o papel de mediador/orientador, e ao estudante a autonomia e o protagonismo na construção do conhecimento.

De acordo com Bassanezi (2010), a modelagem acontece por meio de situações do cotidiano do estudante, funcionando como um elemento motivador na aprendizagem. Concebida como um método de pesquisa voltado para o ensino, que ao aliar teoria à prática, obtêm-se resultados que serão utilizados para validar os modelos desenvolvidos durante o processo.

Segundo Schroeder e Lester (1989), a Resolução de Problemas é abordada sob três perspectivas, e uma dessas perspectivas é o ensino de Matemática através da resolução de problemas, na qual é utilizada como uma metodologia para o ensino e aprendizagem, e por meio dessa estratégia metodológica, o estudante assume a responsabilidade na produção do conhecimento matemático, tendo o professor como mediador nesse processo.

Para realizar as buscas das pesquisas analisadas, utilizou-se o Mapeamento na Pesquisa Educacional, proposto por Biembengut (2008). Estas buscas foram realizadas nos bancos de dados da CAPES e *Google Acadêmico*, mapeando as pesquisas mais recentes, que utilizaram a Modelagem Matemática ou a Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática, como estratégias metodológicas para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica.

Na constituição das análises das pesquisas mapeadas, elaborou-se primeiramente categorias *a priori*: Contexto da pesquisa, Referencial teórico, Metodologia da pesquisa, Processo para coleta de dados e Principais resultados das pesquisas. Em seguida, foram determinadas categorias emergentes: Interlocução, Resolução e Conceitualização, Validação e Comunicação. Esta dissertação apresenta contribuição à Educação Matemática uma vez que mapeou e analisou trabalhos que trazem resultados positivos do uso da Modelagem e da Resolução de Problemas no processo de construção dos conhecimentos matemáticos com estudantes da Educação Básica.

Os dados dessa pesquisa podem ser utilizados por professores e pesquisadores, que tenham interesse em desenvolver atividades e pesquisas nesses dois campos da Educação Matemática.

4.2.4.2. Limitações do Estudo

Inicialmente, a intenção foi a realização de uma pesquisa que possibilitasse a intervenção de situações de aprendizagem com estudantes da Educação Básica. Porém, com o início da pandemia, houve a necessidade de alterar os caminhos para coleta dos dados, realizando a busca e análise de pesquisas em *sites* de cunho científico.

Durante as buscas, pensou-se em selecionar teses, dissertações e artigos científicos que tivessem realizado estudos em Modelagem Matemática ou em

Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática, porém o quantitativo de trabalhos apresentados nas buscas foi muito alto, e após a qualificação verificou-se que o tempo não seria suficiente para as análises de todos os trabalhos, e os resultados das análises seriam muito extensos.

Com isso, optou-se por compor os dados da pesquisa com os trabalhos coletados nos bancos de dados da CAPES e *Google Acadêmico*, somente Teses e Dissertações, e no entendimento do autor desta dissertação, essa amostra é relevante, e os resultados finais não foram comprometidos com a exclusão dos artigos científicos.

4.2.4.3. Perspectivas de Continuidade

Como perspectiva de continuidade desta pesquisa há a intenção de produzir artigos para revistas científicas, apresentando os resultados alcançados nesse estudo. Assim como, também, prosseguir com o Mapeamento na Pesquisa Educacional proposto por Biembengut (2008), com foco na coleta e análise das produções publicadas em revistas científicas.

Pretende-se também, dar continuidade às investigações a respeito das similaridades entre a Modelagem na Educação e a Metodologia da Resolução de Problemas, por meio de uma intervenção de ensino na Educação Básica, o que não foi possível neste momento, devido à situação sanitária do país.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa buscou responder a seguinte indagação: *Como se apresentam nas pesquisas acadêmicas as relações entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática e como estas poderiam contribuir para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica?*

E para responder a esse questionamento elencou-se como objetivo geral *compreender como se apresentam nas pesquisas acadêmicas as relações entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, ambas na perspectiva da Educação Matemática, e como estas poderiam contribuir para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica*, conforme as concepções defendidas por Biembengut (2016) e Onuchic e Allevato (2014).

Para atingir esse objetivo, utilizou-se o Mapeamento na Pesquisa Educacional (BIEMBENGUT, 2008) para direcionar a construção deste estudo, e no Capítulo II, denominado Mapa Teórico, apresentaram-se as concepções da Modelagem Matemática, e também da Metodologia da Resolução de Problemas, que serviram de base teórica, como também de base para as análises e resultados encontrados.

Para constituir os dados, foi realizado um mapeamento, no Portal da CAPES e Google Acadêmico, de pesquisas desenvolvidas por pesquisadores brasileiros nos últimos dez anos, e que se apoiaram nas concepções da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas, para desenvolver em sala de aula, atividades que contribuíssem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, com estudantes da Educação Básica.

As análises foram construídas a partir do estabelecimento de categorias mistas, sendo definidas *a priori*, e também que emergiram das análises individuais das pesquisas mapeadas no Capítulo III, Mapa de Campo. As categorias *a priori* objetivaram um estudo, individual, das pesquisas, analisando as suas bases teóricas e seus procedimentos para obtenção e compreensão dos dados. E as categorias emergentes surgiram a partir das leituras do autor deste trabalho, e da compreensão e percepção a respeito das relações existentes entre as duas tendências da Educação Matemática que nortearam os estudos, e das similaridades entre as etapas concebidas nessas duas tendências.

Para as categorias emergentes, utilizou-se como dados de análises as pesquisas constantes no Mapa 46, e o critério para escolha dessas pesquisas foi a utilização da Modelagem na Educação (BIEMBENGUT, 2016) ou da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ONUCHIC, ALLEVATO, 2014) em suas construções.

Essas estratégias de ensino apresentam suas próprias concepções para o ensino de Matemática. Conforme Biembengut (2016), a modelagem, denominada por ela como Modelagem na Educação, promove o conhecimento do estudante, ensinando-o a realizar pesquisa no ambiente escolar e em qualquer escolaridade, e cabe ao professor o ensino do conteúdo matemático e a orientação aos estudantes no aprendizado das pesquisas. E segundo Onuchic e Allevato (2014), na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o problema é ponto de partida para construção do conhecimento, e o estudante participa ativamente do processo de aprendizagem, com o professor atuando como mediador na construção do conteúdo matemático.

As concepções defendidas por Biembengut (2016) e Onuchic e Allevato (2014) apresentam perspectivas diferentes em seus estudos, no que diz respeito às etapas sugeridas para a utilização de suas estratégias em sala de aula. Porém no entendimento do autor desta dissertação, analisando as pesquisas selecionadas, verificou-se os caminhos percorridos pelos estudantes e pelos professores no desenvolvimento das atividades, e percebeu-se similaridades entre as etapas desenvolvidas por essas autoras, em suas concepções.

Nas duas estratégias metodológicas, o processo inicia com uma situação-problema, contextualizada, com os estudantes desenvolvendo a autonomia e o protagonismo na construção do conhecimento, discutindo e compartilhando as ideias e estratégias levantadas para resolução, mobilizando conhecimentos prévios que servirão de base para aquisição do novo conhecimento, e verificando e validando os resultados obtidos ao final do processo.

Essas duas tendências da Educação Matemática apresentam diversas similaridades e aproximações entre suas etapas, e como proposta de continuidade, planeja-se um maior aprofundamento em futuras investigações, para que sejam verificados os afastamentos, uma vez que no entendimento deste autor, as aproximações e similaridades existem, e como pode ser observado nas análises, foram tensionadas nessa investigação.

Por fim, entende-se a importância da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas para o desenvolvimento de atividades em sala de aula, as possibilidades e contribuições que essas duas tendências proporcionam aos estudantes na construção do conhecimento matemático, a ser utilizado no ambiente escolar, e também em suas vidas fora da escola.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G. **Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados: análise de uma experiência**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Paulista Julio Mesquita Filho. Rio Claro, 2005.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem**. Revista Bolema, UNESP de Rio Claro, ano 17, n.22, p.19-35, 2004.
- ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. **Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática**. In: Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.117-134, 2009.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: contribuição para o debate teórico**. In: Reunião Anual da ANPED, 24, 2001, Caxambu, Anais... Rio de Janeiro: ANPED, 2001.1 CD-ROM.
- _____. **Modelagem Matemática: O que é? Por que?** Revista Veritati, n.4, p.73-80, 2004.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3ed. 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2010.
- BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.
- _____. **30 Anos de Modelagem na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. In: Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7-32, 2009.
- _____. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.
- BIEMBENGUT, M. S.; DOROW, K. C. **Mapeamento de Pesquisas sobre Modelagem Matemática no Ensino Brasileiro: análise das dissertações e teses desenvolvidas no Brasil**. Revista Dynamis, v.1, n.14, p.54-61, 2008.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2018.
- BLUM, W.; NISS, M. **Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects-state, trends and issues in mathematics instruction Education studies in Mathematics**, Dordrecht, v.22, n.1, p.37-68, 1991.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Lisboa: Porto Editora, 2010.

BONOTTO, D. de L. **(Re)Configurações do Agir Modelagem na Formação Continuada de Professores de Matemática da Educação Básica**. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. *LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. Lei nº 9.394/1996. Brasília: Câmara dos Deputados, 1996.

_____, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais para Educação Básica**. Brasília: MEC, SEB, 2013.

_____, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Conselho Nacional de Educação. **BNCC - Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, SEB, CNE, 2017.

_____, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Conselho Nacional de Educação. **BNCC - Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, SEB, CNE, 2018a.

_____, Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Diretoria de Avaliação da Educação Básica. **PISA – Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes BRASIL**. Brasília: MEC, INEP, DAEB, 2018b.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. Tese (Doutorado em Educação). FE/UNICAMP, Campinas, 1992.

_____. **Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula**. Revista Modelagem na Educação Matemática. Blumenau, v.1, n.1, p.10-27, 2010.

CAMARGOS, C. B. R. **Música e Matemática: a harmonia dos números revelada em uma estratégia de modelagem**. 2010. 180f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto-MG.

CAMELO, S. M. **Estudo de Função Afim através da Modelagem Matemática**. 2013. 41f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Campina Grande. Campina Grande-PB.

CALDEIRA, A. D. **Modelagem Matemática: um outro olhar**. In: Alexandria, Revista em Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.33-54, 2009.

CHI, M. T. H.; GLASER, R. *A capacidade para solução de problemas*. In: STERNBERG, R. (Org.). **As capacidades intelectuais humanas: uma abordagem em processamento de informação**. Tradução: BATISTA, D. Porto Alegre: Artes Médicas, p.249-275, 1992.

COMUNICAÇÃO. In: *DICIO, Dicionário Online de Português*. Porto: 7Graus, 2020. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/comunicacao/>. Acesso em: 26 de Maio de 2021.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. São Paulo: Papirus, 2012.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 2ed. São Paulo: Ática, 1991.

FERNANDES, J. A. da S. **Ensino e Aprendizagem de Divisibilidade através da Resolução de Problemas: experiência com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental**. 2016. 218f. Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica) – Universidade Federal do Espírito Santo. São Mateus-ES.

GAZZETTA, M. **A Modelagem como estratégia de aprendizagem da Matemática em cursos de aperfeiçoamento de professores**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Rio Claro, 1989.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6ed. São Paulo: Atlas, 2017.

INTERLOCUÇÃO. **Dicionário Informal**. São Paulo, 30 de maio de 2009. Disponível em: <https://www.dicionarioinformal.com.br/interlocucao/> Acesso em: 19 de maio de 2021.

JAPIASSÚ, H.; MARCONDES, D. **Dicionário Básico de Filosofia**. 5.ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2008.

LIMA, dos S. L. **O Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas: investigando estratégias dos alunos do Ensino Fundamental**. 2014. 126f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro-RJ.

LOPES, Ana Vieira, BERNARDES, Antonio, LOUREIRO, Cristina, VARANDAS, José Manuel, OLIVEIRA, Maria José C. de, DELGADO, M. José, BASTOS, Rita, e GRAÇA, Teresa. **Actividades Matemáticas na sala de aula**. 4. ed. 2. reimp. Lisboa: Texto Editores, 2005.

MADRUGA, Z. E. F.; BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem e Alegorias: um enredo entre cultura e educação**. Curitiba: Editora Appris, 2016.

MALHEIROS, A. P. S. **Produção Matemática dos Alunos em Ambiente de Modelagem**. 2001. 194f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2004.

MAYER, R. E. **Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving**. In: SILVER, E. A. (org). Teaching the learning mathematical problem solving: multiple research perspectives LEA: Hillsdale.p.123-138, 1985.

MENDOZA, H. J. G. **Estudio del efecto del sistema de acciones em el proceso de aprendizaje de los alunos en la actividad de situaciones problemas en Matemática, en la asignatura de Álgebra Lineal, en el contexto de la Facultad Actual de la Amazonia.** Teses (Doutorado em Psicopedagogia). Faculdade de Humanidade e Ciência na Educação. Universidade de Jaén, 2009.

MENDOZA, H. J. G.; DELGADO, O. T. **A Atividade de Situações Problema em Matemática.** In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. (Org.). *Ensino, aprendizagem e desenvolvimento psicológicos e didáticos para o ensino desenvolvimental*. 1ed. Uberlândia: EDUFU, v.1, p.373-403, 2013.

MORAES, R. **UMA TEMPESTADE DE LUZ: a compreensão possibilitada pela Análise Textual Discursiva.** Ciência & Educação, Bauru (SP), v. 9, n. 2, p. 191-211, 2003.

MORAIS, R. S.; ONUCHIC, L. R. **Uma abordagem histórica da resolução de problemas.** In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org.). *Resolução de problemas: teoria e Prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ONUCHIC, L. de la R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.) *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: EdUNESP, 1999, p. 199-218.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. G. **Ensino-aprendizagem e avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas.** In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; JUSTULIN, Andresa Maria. (Org.). *Resolução de Problemas: teoria e prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, p. 35-52.

_____. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas.** *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.

ROSA, M.; REIS, F. da S.; OREY, D. C. **A modelagem matemática crítica nos cursos de formação de professores de matemática.** *Acta Scientiae*, Canoas, v. 14, n. 02, p. 159-184, 2012.

SILVA, P. F. **Modelagem Matemática na Educação Infantil: uma estratégia de ensino com crianças da faixa etária de 4 a 5 anos.** 2013. 172f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade do Vale do Taquari. Lajeado-RS.

SCHOENFELD, A. **Mathematical Problem Solving.** London: Academic Press Inc. LTDA, 1985.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K., JR. **Developing understanding in mathematics via problem solving**. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). *New directions for elementary school mathematics*. Reston: NCTM, p.31-42, 1989.

SOUZA, A. C. P. de. **Análise Combinatória no Ensino Médio apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas**. 2010. 343f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista. Rio Claro-SP.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. **Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum**. *The teaching and assessing of mathematical problem*. Reston-VA: NCTM e Lawrence Erlbaum, p.1-22, 1989.

VALIDAÇÃO. In: *DICIO, Dicionário Online de Português*. Porto: 7Graus, 2020. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/validacao/>. Acesso em: 26 de maio de 2021.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**. Porto Alegre: ArtMed, 2009.

VARGAS, C. V. de. **O ensino e a aprendizagem da Progressão Aritmética através da Resolução de Problemas**. 2019. 138f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria-RS.