UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ

RACIOCÍNIO ALGÉBRICO: ANÁLISE DO DESEMPENHO E DAS COMPETÊNCIAS APRESENTADAS POR ESTUDANTES DE 8º E 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Carlos Augusto Messias de Campos
Orientadora: Profª Drª Vera Lucia Merlini

Ilhéus-BA
junho 2020

C198 Campos, Carlos Augusto Messias de.
Raciocínio algébrico: análise do desempenho e das competências apresentadas por estudantes de 8º e 9º ano do ensino fundamental / Carlos Augusto Messias de Campos . – Ilhéus, BA: UESC, 2020.
77 f. : il.

Orientadora: Vera Lucia Merlini.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.
Inclui referências e apêndices.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Álgebra. 3. Funções (Matemática). I. Título.

CDD 510.07

CARLOS AUGUSTO MESSIAS DE CAMPOS

RACIOCÍNIO ALGÉBRICO: ANÁLISE DO DESEMPENHO E DAS COMPETÊNCIAS APRESENTADAS POR ESTUDANTES DE 8º E 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação submetida ao Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPGEM, em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA
EM 31/08/2021

Vera Merlini

____
Profa. Dra. Vera Lucia Merlini
Orientadora/Presidente da banca – PPGEM/UESC

____
Profa. Dra. Sandra Maria Pinto Magina
Examinadora – PPGEM/UESC

Márcia Azevedo Campos

____
Profa. Dra. Márcia Azevedo Campos
Examinadora – UESB/Vitória da Conquista

Ilhéus, Bahia, 31 de agosto de 2021.

AGRADECIMENTOS

À Deus por me conceder oportunidade, saúde e forças para seguir em frente e nunca desistir frente aos obstáculos.

À minha mãe Maria Genoveva Messias, que sempre dedicou a sua vida aos filhos. Que sempre proporcionou Amor, Carinho, Atenção e muitos puxões de orelha.

Ao meu pai Carlos Augusto Menezes de Campos, que sempre me orientou a seguir o caminho dos estudos.

À minha esposa Letícia Santos Meneses, por ser uma companheira para todos os momentos. Por ser meu refúgio nos momentos turbulentos. Por me guiar nos momentos de aflição. Por tudo que já proporcionamos e que ainda iremos proporcionar.

À minha ilustríssima orientadora Dra. Vera Merlini, por sua infinita paciência, dedicação, incentivo e orientação em todos esses anos de estudos, na graduação e mestrado.

Aos amigos e colegas do PPGEM, que tive o privilégio de compartilhar leituras, risadas, mesa de almoço, estresses e mais estresses. Sem eles, não teríamos forças para continuar e terminar essa longa caminhada de aprendizados: Carol, Carlson, Helenita, Lânia, Maritza, Marcos e Sidneia.

Às professoras Drª Sandra Magina e Drª Márcia Azevedo por dedicarem o seu tempo com contribuições para a melhoria da pesquisa.

Aos membros do grupo de pesquisa RePARe que sempre estavam dispostos a contribuir na nossa pesquisa com seus conhecimentos.

À professora Irene Carzola, por toda gentileza e disponibilidade em ajudar com todos os testes estatísticos.

Aos mestrandos de outras turmas que fizeram parte dessa jornada também, dividindo aulas durante a semana.

Aos professores do PPGEM, que sempre trouxeram algo de novo e importante nessa trajetória acadêmica, em especial às professoras doutoras: Larrisa Gomes e Eurivalda Santana.

A todos os membros do colegiado que por trás das cortinas, também nos ajudam nessa caminhada acadêmica.

E a todos aqueles que de alguma forma contribuíram para a finalização dessa jornada.

RESUMO

A presente investigação tem por objetivo identificar e analisar o desempenho e o desenvolvimento das competências apresentadas por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental ao resolverem situações problemas que envolvem relação funcional. Diante deste objetivo surge a questão norteadora desta pesquisa, a saber: Qual o desempenho e as competências que são apresentadas por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental ao resolverem situações que envolvem relação funcional? Para alcançar o objetivo principal e responder à questão de pesquisa, tomamos como base teórica os principais conceitos algébricos: Função – na perspectiva da Matemática; Relacionamento Funcional – de acordo com a Educação Matemática; ensino de álgebra – do ponto BNCC (BRASIL, 2017). Além disso, nosso arcabouço teórico se concentra nas ideias, principalmente, de Carraher, Schliemann, Blanton, Kaput, Booth, Radford, Stacey, Vale e Pimentel. Para alcançar o objetivo geral, seguimos uma metodologia de pesquisa quantitativa-qualitativa, analisando os protocolos respondidos pelos estudantes do 8º e 9º ano, considerando desempenho e competências. Os resultados indicam que, embora os dois grupos de estudantes (separados pelo ano letivo), em geral, não tenham excedido 49%, estatisticamente o 9º ano (54,13%) apresentou melhor desempenho do que o alcançado no 8º ano (42,71%). Constatamos que os resultados foram melhoras nas questões de Função Linear em relação ao demais (de Função Afim e Quadrática). No que diz respeito à competência, menos de 29% dos estudantes generalizaram de alguma forma, sendo que quando generalizam, utilizam generalização algébrica. Concluímos que apensar de nossa amostra ser relativamente pequena, os resultados são preocupantes, principalmente quando comparados a outras pesquisas na mesma área.

Palavras-chave: Álgebra. Funções Afim. Função Linear. Função Quadrática. Generalização.

ABSTRACT

This dissertation aims to identify and analyze the performance and development of competencies presented by students of the 8th and 9th years of elementary school when solving problems that involve functional education. In view of this objective, the fundamental question of this research arises, namely: What is the performance and competencies that are presented by students of the 8th and 9th years of elementary school when solving situations involving functional relationship? To achieve the main objective and answer the research question, we take as theoretical the main algebraic concepts: Function – from the perspective of Mathematics; Functional Relationship - according to Mathematics Education; teaching algebra - from BNCC point (BRASIL, 2017). In addition, our theoretic framework focuses on the ideas, mainly of Carraher, Schliemann, Blanton, Kaput, Booth, Radford, Stacey, Vale and Pimentel. To achieve the general objective, we followed a quantitative-qualitative research methodology, analyzing the protocols answered by the students of the 8th and 9th year, considering performance and competencies. The results indicate that, although the two groups of students (separated by the school year), in general, did not exceed 49% of the entitlement, statistically the 9th year (54.13%) presented better performance than that achieved in the 8th year (42.71%). We found that the results were improvements in items of Linear Function in relation to the others (Of Like and Quadratic Function). About competence, less than 29% of the students generalized in some way, and algebraic generalization was predominant. We conclude that, thinking that our sample is relatively small, the results are worrisome, especially when compared to other studies in the same area.

Keywords: Algebra. Affine Function. Linear Function. Quadratic Function. Generalization.

Lista de Figuras

Lista de Gráficos / Tabelas

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este capítulo é dedicado à apresentação da minha trajetória acadêmica e profissional seguida da apresentação dos objetivos geral e específicos, além da questão de pesquisa.

Eu, enquanto aluno da educação básica, me identifiquei com a disciplina Matemática e sempre ajudava meus colegas com suas dificuldades. Ao terminar o Ensino Médio e tentar ingressar na Universidade optei por cursar Licenciatura em Matemática e, ao ser aprovado, continuei me identificando e cada vez mais descobrindo a minha vocação: ensinar Matemática. No segundo ano de curso comecei a estagiar (remunerado e não obrigatório) e a observar a sala de aula por outra perspectiva. Esta experiência foi fundamental para determinar o tipo de professor que eu queria me tornar.

Pouco antes de terminar o curso, comecei a lecionar em uma escola particular, no 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, na cidade que resido e me deparei com diversas situações que me deixava intrigado e que me fez buscar novas alternativas de ensino. Nessa ocasião pude observar condutas diferenciadas entre os estudantes da mesma turma, sendo que alguns demostravam interesse em assuntos de ano escolar mais avançados. Um estudante em especial merece atenção, pois este me instigou a pesquisar sobre o ensino de Álgebra nos Anos iniciais. Este estudante em questão cursava o 4º ano e comumente trazia problemas relacionados à equação que, durante o intervalo, discutíamos a respeito e, pelas suas respostas e argumentos, percebia que ele compreendia. O fato dele retornar com certa frequência com outros problemas, deixava-me muito feliz, pois era visível seu interesse por uma disciplina que poucos têm afinidade.

Quando fui aprovado no Programa de Mestrado vi a oportunidade de aprofundar meu estudo sobre Álgebra nos anos iniciais e fui[1] apresentado ao grupo de pesquisa RePARe[2], que na ocasião estava desenvolvendo um projeto

[1] A partir da minha aprovação no programa de Mestrado, deixo de usar no singular, pois já não ajo sozinho, mas junto com minha orientadora, por isso, passo a utilizar o pronome na primeira pessoa do plural.

[2] Reflexão – Planejamento – Ação – Reflexão

denominado **A *Early Algebra* no Ensino Fundamental: mapeamento e diagnóstico**. Este projeto tem dois objetivos: (i) mapeamento das pesquisas nacionais que investigaram sobre o ensino ou aprendizagem da introdução da álgebra na última década; (ii) diagnosticar as competências, concepções e estratégias de estudantes do Ensino Fundamental ao lidarem com situações que envolvem o raciocínio algébrico. Nesse interim, estava em desenvolvimento o segundo objetivo que originou o meu estudo.

Anteriormente no RePARe, outras pesquisas foram desenvolvidas no âmbito da Early Algebra. Cabe citarmos os objetivos de algumas mais recentes relacionadas ao desenvolvimento dos estudantes, formação de professores e à análise dos livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Porto (2018) teve o objetivo de comparar as competências e os esquemas de ação que os alunos do 3º e 5º anos do ensino fundamental utilizam ao lidarem com situações-problema, envolvendo os conceitos da Álgebra Elementar e, ainda, identificar seus níveis de raciocínio algébrico ao resolver tais situações. Bastos (2019) investigou as estratégias de resolução utilizadas por alunos do 4º e do 5º ano do Ensino Fundamental ao lidarem com situações que envolvem sequências, Equivalência e relação funcional. Jerônimo (2019) investigou os desempenhos dos alunos que já estudaram álgebra comparando com os alunos que não estudaram álgebra.

Araújo (2020) investigou o desempenho e as estratégias de resolução utilizadas por alunos do 5º ano, do Ensino Fundamental, na resolução de problemas envolvendo equação do 1º grau, no que diz respeito à Equivalência. Oliveira (2018) teve por objetivo investigar as possíveis) contribuições que um modelo de formação híbrida, pautado em situações-problema e com feedback construtivista imediato, pode trazer para a apropriação dos conceitos da Early Algebra por discentes de um curso de mestrado em Educação.

Bitencourt (2018) objetivou analisar como os livros didáticos têm abordado o pensamento algébrico, considerando os pontos de vista do padrão de sequência, da Equivalência e da relação funcional. Souza (2020) teve por objetivo compreender como os textos de relação funcional, produzidos em uma formação continuada em *Early Algebra* na perspectiva do Ensino Híbrido, são descontextualizados em sala de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental, dos respectivos participantes da formação. Ribeiro (2020) objetivou analisar o desempenho e as estratégias que estudantes de 6° ano do ensino fundamental utilizam para resolver situações que envolvem Raciocínio Funcional. Além destas, no momento da escrita desta dissertação, outras 2 pesquisas estão em desenvolvimento, a saber: Souza (2021) e Santana (2021).

Objetivo geral:

Identificar e analisar o desempenho e o desenvolvimento das competências apresentadas por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental ao resolverem situações problemas que envolvem o raciocínio funcional.

Questão de pesquisa:

Quais são o desempenho e as competências[3] que são apresentadas por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental ao resolverem situações que envolvem o raciocínio funcional?

Objetivos Específicos:

- Analisar estatisticamente os acertos das questões propostas;
- Categorizar as resoluções que estudantes utilizaram ao lidarem com situações que envolvem o raciocínio funcional;
- Analisar as resoluções buscando o raciocínio genérico apresentados (ou não) pelos estudantes do 8º e 9º do Ensino Fundamental.

Como esta pesquisa trata de analisar as competências dos estudantes frente ao raciocínio funcional, buscamos na BNCC (BRASIL, 2017) a definição de **competência**. Assim, entendemos que competência é a capacidade de mobilizar conceitos e procedimentos, práticas, habilidades, atitudes e valores para encontrar a solução para problemas cotidianos. Assim, a BNCC (BRASIL, 2017) indica que a atitude do professor seja orientada de modo a desenvolver as competências nos estudantes, de modo que eles saibam relacionar os conhecimentos, habilidades e valores para resolver as demandas do cotidiano.

[3] O termo competência será descrito no Capítulo I.

No intuito de alcançar o objetivo geral desta pesquisa, bem como responder à questão norteadora, dividimos esta dissertação em capítulos e apresentamos os respectivos resumos a seguir.

Organização da dissertação

Neste capítulo em questão, apresentamos a minha trajetória acadêmica e profissional. Também apresentamos a justificativa, motivação e relevância desta pesquisa, bem como o objetivo geral, questão norteadora e objetivos específicos.

No capítulo 1, denominado APORTE TEÓRICO, apresentamos os principais conceitos em que se baseia esta pesquisa, a saber: Função – na perspectiva da Matemática, Relação Funcional – de acordo com a Educação Matemática, O ensino da álgebra – do ponto de vista da BNCC (BRASIL, 2017), e finalizamos com as pesquisas correlatas.

No capítulo 2 – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS – descrevemos nosso universo de estudo, os sujeitos, o material utilizado e explicamos os procedimentos para coleta de dados. Em seguida, apresentando o instrumento diagnóstico e sua respectiva análise de acordo com a vertente: Relação Funcional. Finalizamos o capítulo indicando os procedimentos para a análise dos dados.

No capítulo 3 – ANÁLISE DE DADOS – apresentamos as análises que foram feitas em relação aos desempenhos dos estudantes em relação a vertente já citada.

Em seguida, discorremos em relação às considerações finais, respondendo à questão de pesquisa, levando em consideração as discussões apresentadas no capítulo anterior, com as possíveis sugestões para pesquisas futuras.

Por fim, apresentamos a lista de fontes que colaboraram para a realização e escrita desta dissertação e no desenvolvimento e análise desta pesquisa.

CAPÍTULO 1

APORTE TEÓRICO

Quando se pensa em escrever uma pesquisa científica, é importante que haja suporte teórico. Assim, o desenvolvimento desta dissertação utiliza como arcabouço teórico as ideias de Schliemann (2006), Brizuela (2004), Canavarro (2007), Lins e Gimenez (1997), Kieran (1996, 2004); Carraher, et al. (2006); e Kaput (1999).

No decorrer da história da Educação Matemática, a Álgebra é alvo de inquietações tanto para professores, como para pesquisadores, visto que, ao longo de seu caminho, encontramos alterações nas maneiras de ensiná-la, nas quais mostraram-se percepções de álgebra e de Educação Algébrica que influenciaram seu desenvolvimento histórico (FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1993; LINS; GIMENEZ, 1997). Além disso, outro assunto tem sido alvo de discussão entre pesquisadores matemáticos que é saber qual momento da escolaridade deve-se introduzir atividades que possam desenvolver o pensamento algébrico.

Quanto ao termo "pensamento algébrico" não há uma definição propriamente dita nem um ponto de vista assumido na literatura pesquisada, visto que esse "pensamento" está associado a diversas conotações (KIERAN, 2004). No entanto, a busca de defini-lo é comum a vários pesquisadores da área de Educação Matemática. Tais pesquisadores, a exemplo, vêm se debruçando na investigação referente ao pensamento algébrico dos estudantes, bem como, sobre sua natureza, em qual período escolar o aluno começa a desenvolver tal pensamento, como instigá-lo, entre outras questões. Todavia, apesar de não haver uma definição estabelecida entre os pesquisadores da área, alguns autores do campo de Educação Matemática trazem elementos que podemos utilizar para caracterizar o "pensamento algébrico" (KIERAN, 2004).

Dentre os pesquisadores dessa área, destacamos Schliemann (2006), Brizuela (2004), Ponte (2009), Canavarro (2007), Lins e Gimenez (1997), Kieran (1996, 2004); Carraher, et al. (2006) e Kaput (1999). Vale ressaltar que nesta pesquisa não temos como objetivo discutir e comparar as diferentes características discutidas pelos autores mencionados. Contudo, exibiremos a seguir uma caracterização que construímos, a partir das discussões que estes autores apresentam, para o pensamento algébrico. Assim, consideramos que esse pensamento:

- não tem como pré-requisito uma simbologia algébrica, de modo que pode ser desenvolvido em qualquer etapa escolar;
- está presente em todos os campos da Matemática, não só na álgebra, mas também na geometria e na aritmética;
- é algo interno ao estudante, de modo que não há uma relação de dependência com a situação problema que lhe foi oferecida, ou seja, este estudante pode estar frente a duas questões de mesma vertente algébrica e conseguir generalizar em uma e não em outra;
- é um modo de pensar em que o estudante atribui significados aos conceitos de acordo com seus próprios conhecimentos, e vai produzindo relações e construindo a aprendizagem;
- está relacionado com a busca, inerente ao ser humano, de padrões e regularidades.

Em suma, o pensamento algébrico envolve: busca por regularidades, utilização de notações não convencionais, formulação de conjecturas; estabelecimento de relações; pode gerar algum processo de generalização; permite a compreensão de propriedades matemáticas importantes, como a comutatividade na adição; agrupamento, classificação, ordenação, justificação e validação de ideias; etc (RADFORD, 2009).

Enquanto há alguns autores que tratam pensamento algébrico e raciocínio algébrico como sinônimos, neste trabalho, consideramos que estas características supracitadas correspondem ao que chamamos de 'raciocínio algébrico', de acordo com as discussões do grupo de pesquisa RePARe. Pois entendemos que pensamento se refere a algo mais simples e que não necessite que uma certa sofisticação e generalização. Enquanto raciocínio é algo mais específico, que exige mais elaboração de entendimento e apropriação de conteúdo, conforme os autores mencionados [Schliemann (2006), Brizuela (2004), Ponte (2009), Canavarro (2007), Lins e Gimenez (1997), Kieran (1996, 2004); Carraher, et al. (2006) e Kaput (1999)] caracterizam por pensamento algébrico.

Selecionar estas características permite entender que é possível instigar os alunos dos anos iniciais a desenvolver o pensamento algébrico. Afirmamos levando em consideração que essa forma de pensar não exige do estudante uma linguagem simbólica. Pelo contrário, o pensamento algébrico está relacionado com a construção do pensamento matemático, a fim de justificar os passos de resolução de uma questão (ou situação problema) e suas ideias.

É comum que os conceitos e notações algébricas sejam introduzidas no 7º ano, no entanto, segundo Carraher, Schliemann e Brizuela (2001), não faz sentido esperar que o aluno chegue até este ano, pois defendem a sua introdução nos anos iniciais, mesmo que não haja contato com as notações convencionais.

Como esta pesquisa visa analisar o desempenho e compreender o raciocínio algébrico de estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, não cabe inseri-la no âmbito da *Early Algebra*, mesmo fazendo parte do projeto **A *Early Algebra* no Ensino Fundamental: mapeamento e diagnóstico**, conforme dito na introdução. Assim, de agora em diante, assumiremos o termo "raciocínio algébrico", levando em consideração que a investigação realizada se refere a estudantes que já tiveram contato com a Álgebra Escolar.

Em analogia a relação funcional buscamos contribuições de Carraher e Schliemann (2016). Para esses autores, as funções podem ser trabalhadas em situações que envolvam o cotidiano, dentro e fora do contexto escolar, bem como situações que envolvam outras áreas da Matemática, a fim de desenvolver o raciocínio algébrico desde os anos iniciais.

Com finalidade de apresentar os conceitos pertinentes a esta dissertação, dividimos este capítulo em quatro seções, a saber: (1.1) Conceito algébricos do ponto de vista da Matemática; (1.2) Raciocínio Algébrico; (1.3) O Ensino de Álgebra; e (1.4) O que apontam as pesquisas correlatas.

1.1 Conceitos algébricos do ponto de vista da Matemática

Apresentamos na sequência os conceitos algébricos formais encontrados nos livros de Função.

“Uma Função f é uma lei que associa, a cada elemento x em um conjunto D, exatamente um elemento, chamado f(x), em um conjunto E.” (STWART, 2013, p. 11)

Considerando que uma Função pode ser representada das quatro maneiras, é importante estabelecer que é possível ir de uma representação para a outra, a fim de obter um entendimento adicional da Função. Por exemplo, uma Função representada numericamente pode ser transformada em uma fórmula explícita, ou seja, na representação algébrica.

> "É possível representar uma Função de quatro maneiras: verbalmente (descrevendo-a com palavras); numericamente (por meio de uma tabela de valores); visualmente (através de um gráfico); algebricamente (utilizando-se uma fórmula explícita)." (STWART, 2013, p. 12)

A ideia de Relação Funcional está condicionada à identificação, por conta dos alunos, de dependência de variáveis. Ou seja, quando o aluno identifica que a mudança de valor de uma variável implica na mudança de valor da outra. A representação desta relação se torna um aspecto para justificar a introdução à linguagem algébrica. Consideramos importante saber distinguir “variáveis” de “incógnitas”, pois são duas formas distintas de se interpretar o uso de “letras” quando se utiliza a perspectiva das relações funcionais para introdução a álgebra. Para Booth (1995), a principal diferença entre aritmética e álgebra é o uso de letras para indicar valores. Mesmo que em aritmética usa-se letras, estas não representam valores, por exemplo a letra ‘m’ pode ser usada para indicar ‘metros’, mas não representa o valor da medida em metros. Nesse sentido, segundo Booth (1995), a "confusão decorrente dessa mudança de uso pode resultar numa ‘falta de referencial numérico’, por parte do aluno, ao interpretar o significado das letras em álgebra.” (BOOTH, 1995, p. 30).

Booth (1995) afirma ainda que o uso de letras representando números pode acarretar que o estudante relacione letras iguais a valores iguais. Ou seja, as letras podem ser consideradas não variáveis, referentes a um valor único e específico e possível de ser determinada a partir da resolução de uma equação, ou seja, são incógnitas.

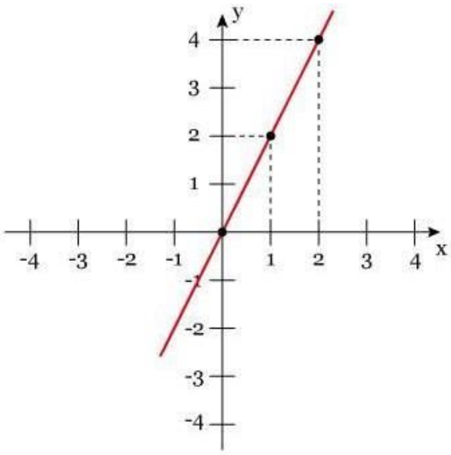
Nesta pesquisa consideramos três tipos de Função: Função linear, Função afim e Função quadrática.

- Função linear: "Quando dizemos que y é uma Função linear de x, queremos dizer que o gráfico da Função é uma reta; assim, podemos usar a forma inclinação-intersecção da equação de uma reta para escrever uma fórmula para a Função, como onde m é o coeficiente angular da reta e b é a intersecção com o eixo y" (STWART, 2013, p. 23)

Como podemos exemplificar na Figura: 2.

Figura 2.1 Lei e gráfico da uma Função Linear

$f(x) = 2x$



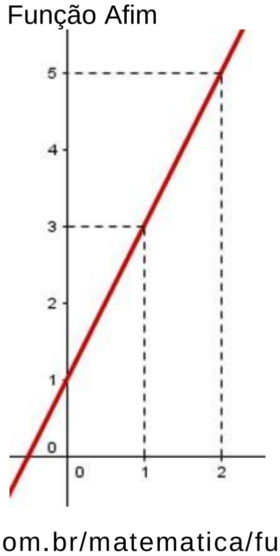
Fonte: https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/funcao -linear

- Um polinômio de grau 1 é da forma $P(x) = mx - b$, é uma Função linear. (STWART, 2013, p. 26)

  Na Figura 2.2, mostramos um exemplo da Função supracitada.

Figura 2.2 Lei e gráfico da uma Função Afim

$f(x) = 2x + 1$

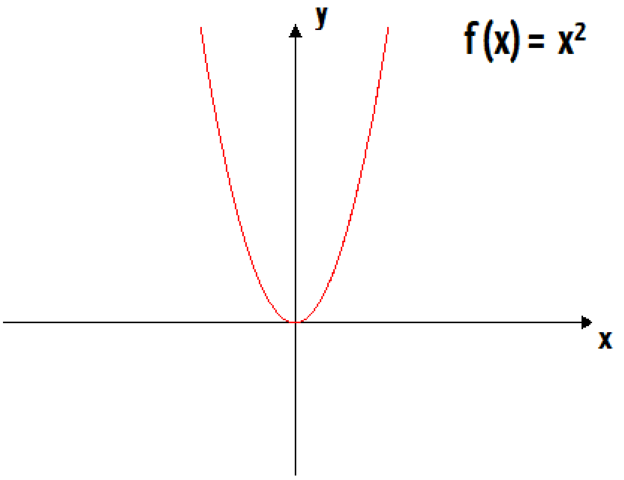


Fonte: https://escolakids.uol.com.br/matematica/funcao -afim.htm

- Um polinômio de grau 2 é da forma $P(x) = ax^2 + bx + c$ e é chamado Função quadrática. (STWART, 2013, p. 26)
  Como exemplo, trazemos a Figura 2.3

Figura 2.3 Lei e gráfico da uma Função Quadrática

$f(x) = x^2$



Fonte: https://blog.professorferretto.com.br/introducao-a-funcao-quadratica/

É importante que a introdução ao conceito de Função seja dada ao longo da formação escolar, de forma gradual, sendo cultivado desde os anos iniciais, com atuação do aluno sobre a ideia de variação e dependência.

O conceito de Função é importante na Matemática em virtude de estar presente em outros conceitos, ou seja, proporciona uma forma consistente de conexões entre vários tópicos na própria Matemática e em outras disciplinas.

1.2 Raciocínio algébrico

De acordo com o ensino básico atual, o estudante se depara com o ensino de álgebra entre o 6º e 7º ano do Ensino Fundamental, levando em consideração que o aluno saiba resolver problemas aritméticos e vá evoluindo até chegar nos problemas envolvendo álgebra, com níveis crescentes de dificuldade. Brizuela e Schliemann (2004), de acordo com suas investigações, apontam outra forma possível de introduzir álgebra. Segundo as autoras, é possível introduzir o raciocínio algébrico desde os anos iniciais e permitir aos estudantes usarem suas próprias notações – representando conforme suas ideias - para ajudar a desenvolver o raciocínio.

Os pioneiros na investigação sobre Early Algebra são Blanton e Kaput e caracterizam o pensamento algébrico como o

> processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso da argumentação, e as expressam de maneiras cada vez mais formais e adequadas à sua idade. (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413, tradução nossa)

Esta conceitualização é coerente com a perspectiva de outros autores, conforme apresentamos no início deste capítulo. A álgebra não pode ser tratada apenas como um conjunto de regras que envolvem símbolos, mas proporciona uma variedade de potencialidades de generalizar as relações matemáticas, padrões e regras (Kieran, 2007). Assim, "a álgebra passou a ser vista não apenas como técnica, mas também como uma maneira de pensar e raciocinar sobre situações matemáticas[4]" (KIERAN, 2007, p. 5).

Portanto, é possível perceber que a generalização está relacionada com o raciocínio e a comunicação, identificando e expondo o que for relevante para o estudante, levando em consideração as situações expostas, as estruturas e as relações através e entre elas.

Como supracitado, nesta dissertação nossa investigação é realizada com estudantes que já tiveram contato com a Álgebra Escolar. Então, buscamos autores que tratem do ensino de álgebra dentro desta perspectiva. Assim, apresentamos os pontos de vista de Canavarro (2007), Blanton e Kaput (2011) e Carraher e Schliemann (2016).

1.2.1 Raciocínio Funcional

O raciocínio funcional é um tipo de pensamento algébrico, no qual ocorre a sistematização do pensamento voltado para a ideia de Função, como aborda Canavarro (2007), "o pensamento funcional envolve a generalização através da ideia de Função, que pode ser encarada, por exemplo, como a descrição das instâncias numa parte do domínio" (CANAVARRO, 2007, p. 89).

Assim, é por meio de uma situação abordando o conceito de Função que os estudantes desenvolvem o pensamento funcional. A maneira de interpretar e analisar cada variação de quantidades em uma situação específica, a qual os

[4] Tradução nossa

estudantes podem possibilitar suas ideias por meio da escrita, desenhos, tabelas, entre outras maneiras, pode assegurar que houve raciocínio funcional.

Entendemos que o estudo de funções está ligado ao estudo da vertente regularidades em sequencias, pois, segundo Canavarro (2007, p. 90), o raciocínio funcional se dá na descrição de regularidades, de modo a “comparar diferentes expressões relativas à mesma regularidade ou para determinar valores particulares de uma Função motivada, por exemplo, pela necessidade de previsão”. Assim, pode ocorrer a generalização de padrões que descrevem relações funcionais. De acordo com Carraher e Schliemann (2016) é importante que o estudante possa abstrair a ideia de relação funcional para que este possa representá-las em suas diversas formas: tabelas, gráficos, expressão algébrica, língua falada e escrita.

Canavarro (2007) lista algumas características do raciocínio funcional, que são: “simbolizar quantidades e operar com expressões simbólicas”, ou seja, utilizar representações simbólicas para mostrar a solução do problema; “Representar dados graficamente”, de forma a exibir em gráficos as ideias de uma relação funcional observando a variação das variáveis; “Descobrir relações funcionais”, no que diz respeito a identificar padrões recursivos, e a correspondência entre as variáveis; “Prever resultados desconhecidos usando dados conhecidos”, isto é, considerar os dados fornecidos pelo problema para desenvolver estratégias de modo a generalizar a situação; “Identificar e descrever padrões numéricos e geométricos”, ou seja, perceber as regularidades da situação abordada (CANAVARRO, 2007, p. 90).

De acordo com Blanton e Kaput (2011) podemos categorizar três tipos de raciocínio funcional, a saber:

> (1) padronização recursiva envolve a variação encontrada dentro de uma sequência de valores;
> (2) pensamento covariacional é baseada na análise de como duas quantidades variam simultaneamente e manter essa mudança como uma parte explícita, dinâmica de descrição de uma Função (por exemplo, “como x aumenta por um, y aumenta em três); e
> (3) uma relação de correspondência, baseia-se na identificação de uma correlação entre variáveis (por exemplo, “y é 3 vezes mais x mais 2) (BLANTON; KAPUT, 2011, p. 8)

Permitir o desenvolvimento do raciocínio funcional desde os Anos Iniciais pode auxiliar o estudante no desenvolvimento cognitivo, permitindo que este seja capaz de avançar do pensamento recursivo para o pensamento covariacional e por correspondência (BLANTON; KAPUT, 2011).

De acordo com estes mesmos autores, o raciocínio recursivo pode ser considerado como o processo de repetição, quando o estudante se apropria de ocorrências menores para determinar termos maiores, como em uma sequência, por exemplo. A recursão permite construir uma classe de elementos definidos a partir de poucos casos (BLANTON e KAPUT, 2011). Além disso, Carraher e Schliemann (2016) defendem que é possível pensar no ensino de Função linear por meio de situações envolvendo proporção simples.

Quanto ao raciocínio covariacional, Carlson *et al.* (2003) descreve o raciocínio covariacional como “as atividades cognitivas envolvidas na coordenação de duas quantidades que variam quando se presta atenção às formas como cada uma delas muda com referência à outra” (p. 124, tradução do autor). Ou seja, o raciocínio covariacional pode ser entendido como a capacidade de pensar em variações. Ou seja, conforme uma variável (independente) muda de valor, esta implica na mudança imediata de valor da outra variável (dependente).

1.3 Os documentos oficiais

Uma mudança que pode ser considerada a mais ampla no panorama da educação brasileira em 2017 foi a implementação da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017). Nos cenários atuais, a Base recomenda que a introdução dos conteúdos da álgebra seja feita desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. O documento apresenta, como proposta de introdução à noção intuitiva de Função, situações relacionadas à proporcionalidade já no 5º ano do Ensino Fundamental. Nesse mesmo ano escolar, a BNCC (BRASIL, 2017) propõe que seja iniciado o trabalho com a estrutura da álgebra para a ampliação e exploração de situações de comparação multiplicativa de estrutura aritmética

Os autores concordam com essa recomendação e mostra caminhos, também já discorridos neste mesmo capítulo, para a introdução algébrica nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

1.4 O que apontam as pesquisas correlatas

Bittencourt (2018) dissertou sobre como os livros didáticos abordam o pensamento algébrico, considerando os pontos de vista do padrão de sequência da equivalência e da relação funcional. Os resultados apontam que os livros didáticos, das coleções analisadas, apresentam tarefas no que diz respeito ao padrão de sequência, em sua maioria numérica e crescente. No que tange a equivalência predominam tarefas com uso do ícone da balança. E, quanto a relação funcional as tarefas são apresentadas em forma de situações problemas. Bittencourt conclui que é imprescindível que o professor se prepare para o desafio de fomentar as discussões relacionadas ao pensamento algébrico, salientando que tais discussões só podem ser feitas caso o professor esteja preparado.

Em relação à formação continuada de professor Yamanaka (2019) investigou a maneira pela qual o professor concebe uma transição entre os conceitos aritméticos para uma introdução de representação algébrica nos anos iniciais do ensino fundamental. Foram pesquisadas as concepções quanto a elaboração de problemas de estruturas aditivas e multiplicativas bem como as competências relacionadas à resolução de certos problemas e sua representação algébrica. Baseados na teoria dos campos conceituais de Vernaud (1999), os resultados mostram que os sujeitos concebem problemas relacionados a situações prototípicas e às primeiras extensões de problemas de estruturas aditivas relacionadas às classes de composição e transformação de duas medidas. Em relação às competências os sujeitos apresentaram maior desenvoltura quanto ao trato das representações aritméticas, apresentando competência em relação à Álgebra que foi classificado como competência elementar.

Jerônimo (2019) investigou os desempenhos dos alunos que já estudaram álgebra comparando com os alunos que não estudaram álgebra. A pesquisa de Jeronimo teve por objetivo investigar as competências dos alunos do 6º e 9º ano quando expostas a situações problemas envolvendo conceitos da álgebra elementar. Nesta investigação foi possível concluir que, de maneira geral, os alunos do 9º ano se apresentaram com desempenho melhor que os alunos do 6º ano. Além disso foi possível observar que os alunos apresentam competência de natureza intuitiva/dedutiva para responderem as situações problemas envolvendo os três objetos algébricos.

Bastos (2018) investigou as estratégias de resolução utilizada por alunos do 4º e 5º anos ao lidarem com situações que envolvem padrões em sequência, equivalência e relação funcional. A partir dos resultados é possível concluir que não se deve tardar a introdução dos conceitos algébricos, visto que os alunos mencionados na pesquisa foram capazes de identificar padrões e regularidades, generalizar situações em certa medida, compreender a equivalência e usar algumas propriedades algébricas.

A pesquisa de Porto (2018) comparou competências e os esquemas de ação que os estudantes dos 3º e 5º anos do ensino fundamental apresentaram ao lidarem com situações problema envolvendo Álgebra Elementar. Além disso, teve por objetivo identificar os níveis de raciocínio algébrico usados por tais estudantes. Os resultados, apoiados na teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996), indicam que ambas as turmas apresentam competências semelhantes em relação às vertentes de padrões em sequência e equivalência. Quanto à vertente da Relação Funcional, os alunos do 5º ano apresentaram raciocínio mais próximo ao de Função. Portanto, Porto conclui que, os estudantes estão, todos, no mesmo nível algébrico, no que diz respeitos às vertentes de Equivalência e Padrão de Sequência. Porto conclui que, desse modo, tais alunos estão habilitados para serem introduzidos nos conceitos algébricos elementares.

Kern (2008), dissertou em relação ao ensino introdutório de álgebra através do raciocínio funcional. A pesquisa teve por objetivo apresentar uma proposta pedagógica que trata da introdução algébrica na 6ª série (atual 5º ano) do Ensino Fundamental. A proposta foi construída levando em consideração a perspectiva das relações funcionais, incluindo a modelagem matemática e propondo situações problemas que provoquem, de forma natural e contextualizada, a construção de relações funcionais. Com os resultados apresentados, foi possível constatar a evolução dos alunos no uso da linguagem algébrica e ao final do experimento, os alunos mostraram entendimento quanto as relações funcionais, sabendo expressá-las por "leis", tabelas e gráficos.

Araújo (2020), discorreu sobre a compreensão de equivalência nos anos iniciais. A dissertação teve por objetivo "investigar o desempenho e as estratégias de resolução utilizadas por alunos do 5º ano, do Ensino Fundamental, na resolução de problemas envolvendo equação do 1º grau, no que diz respeito à Equivalência". (ARAÚJO, 2020, p. 22). A pesquisa tratou-se de um estudo diagnóstico e foi aplicado um protocolo em duas escolas do Sul da Bahia. Os resultados mostram que, mesmo que os alunos não tiveram contato com a Álgebra formal, 30,2% dos alunos conseguiram resolver as questões corretamente.

A pesquisa de Teixeira (2016), teve por objetivo investigar o raciocínio funcional introdutório dos alunos do 5º ano, do Ensino Fundamental, apoiado em uma intervenção de ensino pautada em situações multiplicativas e sequenciais, icônica e numérica. A pesquisa foi realizada com alunos do 5º ano de uma escola pública do Sul da Bahia e se dividiu em quatro fases: pré-teste, intervenção de ensino, pós-teste 1 (2 semanas após a intervenção) e pós-teste 2 (2 meses depois do pós-teste 1). Os resultados de pesquisa apontam o efeito positivo da intervenção de ensino no desenvolvimento do raciocínio funcional desses alunos. Assim, a pesquisa permitiu o autor perceber que, boa parte dos alunos iniciou a compreensão dos primeiros conceitos algébricos. Estes dados são comparados com nossos resultados após a análise presente no Capítulo 3 desta pesquisa.

Ribeiro (2020) realizou um estudo diagnóstico que teve por objetivo investigar o desempenho e a competência de generalização que estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental apresentam ao lidarem com problemas que envolvem o raciocínio funcional. Para tanto, elaborou um instrumento diagnóstico composto por 10 situações subdivididas em itens. Essas situações foram respondidas por 54 estudantes do 6º ano e os resultados obtidos permitem afirmar que os estudantes apresentaram bom desempenho frente às situações envolvendo o raciocínio funcional, mesmo que ainda não tiveram o contato com a álgebra formal nesse ano escolar. Foi possível constatar que os estudantes apresentam desempenho elevado quando se trata de funções lineares, mas baixo desempenho em situações de Função afim. Estes resultados serão comparados com o de nossa pesquisa no Capítulo 3.

A tese de Campos (2019), teve por objetivo "investigar quais contribuições e as condições e restrições de implementação de uma Sequência Didática – elaborada para o ensino de operações com números naturais, no 6º. Ano do Ensino Fundamental e com atividades de resolução de problemas – para o desenvolvimento do pensamento algébrico" (CAMPOS, 2019, p. 32). A pesquisa contou com a participação de 111 estudantes e os resultados indicam que o raciocínio algébrico se manifesta principalmente ao utilizar objetos desconhecidos como se fossem conhecidos e na capacidade de estabelecer relações entre as informações de uma situação problema. De modo geral, o uso de estratégia de resolução utilizando a linguagem algébrica foi baixo o que pode ser justificado pelo fato de os estudantes da pesquisa não terem sido apresentados formalmente à Álgebra Escolar. Como Campos (2019) utiliza questões que tratam raciocínio funcional a partir dos problemas em LN de dependência, sendo que há uma questão utilizando Função Quadrática, comparamos seus resultados com os nossos no Capítulo 3 deste trabalho.

CAPÍTULO 2

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O presente capítulo apresenta os procedimentos metodológicos adotados para o desenvolvimento deste estudo. Cabe relembrar que o objetivo dessa pesquisa é identificar e analisar o desempenho e o desenvolvimento das competências apresentadas por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental ao resolverem situações problemas que envolvem relação funcional.

Partindo desse objetivo, realizamos um estudo de caráter diagnóstico, o qual atende ao que Fiorentini e Lorenzato (2012, p.69) explicam quando o pesquisador “diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela”. Desse modo, o interesse desta pesquisa é descrever, classificar e interpretar os dados obtidos, sendo que esses são passíveis de serem analisados quantitativamente (desempenho), assim como expressá-los qualitativamente por meio de categorias de análise. A modalidade de pesquisa quali-quantitativa “interpreta as informações quantitativas por meio de símbolos numéricos e os dados qualitativos mediante a observação, a interação participativa e a interpretação do discurso dos sujeitos (semântica)” (KNECHTEL, 2014, p. 106).

2.1. Universo de Estudo

Para que pudéssemos atingir o objetivo proposto elaboramos um instrumento diagnóstico que contou com a participação de duas Escolas de Rede Pública de Ensino, uma da região Sul da Bahia que chamaremos de Escola A, e outra na região centro-norte baiano que chamaremos de Escola B. O motivo da escolha de escolas públicas se fez pelo fato de que a maioria dos estudantes baianos estava matriculada em alguma delas. Quanto à escolha das escolas A e B, o motivo foi a acessibilidade, pois os professores das turmas eram integrantes do Grupo de Pesquisa RePARe, desse modo, não houve a necessidade de orientação quanto à aplicação do protocolo.

A escola A, por ocasião da coleta de dados, tinha expediente apenas no turno matutino atendendo 162 estudantes, sendo que oito deles fazem parte da Educação Especial, distribuídos em 6 turmas de Ensino Fundamental (7º, 8º e 9º anos). Quanto às instalações, a escola dispõe de sete salas de aula, sala de professores, sala da diretoria e secretaria, laboratório de informática com dez computadores disponíveis aos alunos com acesso à internet, sala de leitura (mesmo não havendo biblioteca) e cozinha. Quanto aos equipamentos, a escola disponibiliza TV, aparelho de DVD, impressora, aparelho de som e projetor multimídia (Datashow).

Quanto à escola B, nesse mesmo período, atendia cerca de 700 estudantes, distribuídos em 17 turmas nos três turnos. A instalação de ensino é composta de 20 salas de aulas, sala de diretoria e professores, sala da secretaria, laboratório de informática com acesso à internet, quadra de esportes coberta, biblioteca, cozinha, banheiro com acessibilidade, dispensa e almoxarifado. Além disso, a escola disponibiliza de tais aparelhos: TV, DVD, copiadora, aparelho de som e projetor multimídia.

2.2 O Estudo

Esta seção destina-se a apresentar, com detalhes, os principais itens de nosso estudo principal: o perfil dos estudantes, o material utilizado na coleta de dados e os procedimentos da coleta. Dentro do material utilizado, descrevemos as questões do instrumento diagnóstico utilizado.

2.2.1 Sujeitos

Os sujeitos da pesquisa foram 58 estudantes de escolas públicas de duas regiões baianas distintas. Os 32 estudantes da escola A estavam cursando o 8º ano do Ensino Fundamental e sua faixa etária estava compreendida entre 13 e 16 anos. No que se refere à Escola B, os 26 estudantes eram provenientes de turmas do 9º ano do Ensino Fundamental e sua faixa etária variava entre 14 e 17 anos.

2.2.2. Material utilizado

Confeccionamos o protocolo em forma de um caderno, onde cada página correspondia a metade de uma folha A4 contendo 11 páginas, sendo que em cada uma delas apresentamos uma única questão. Na primeira página, além da primeira questão, continha espaço para nome, idade e ano escolar. No entanto, para que pudéssemos manter sigilo da identificação dos estudantes, ordenamos-lhes por turma e por ordem alfabética e denominamos de E801 a E832 os estudantes do 8º ano e de E901 a E926 os estudantes do 9º ano.

2.2.3 Procedimentos para coleta de dados

Ao iniciar o procedimento da coleta, o professor da turma deixou explícito aos estudantes que esse protocolo que eles responderiam não era para nota, o que importava era saber como eles resolveriam cada questão. Desse modo, foi enfatizado que os estudantes deveriam registrar, no espaço destinado em cada uma das questões, o máximo de informação possível que pudesse de alguma forma expressar esse pensamento. Outra recomendação dada pelo professor, foi para que os estudantes respondessem sem o auxílio de qualquer material e que cada estudante respondesse individualmente.

2.2.3. O Instrumento diagnóstico

O instrumento do estudo foi composto por um protocolo com 11 questões. Dessas 11 situações, sete eram de raciocínio funcional (funções) e quatro relativas à equivalência (equações). Destacamos que não levamos em consideração as quatro questões de equivalência para a análise. Cabe ressaltar que em nenhuma dessas situações requer conhecimentos prévios algébricos formais, como fórmulas matemáticas, por parte do estudante, mas exigem raciocínio algébrico.

A partir das respostas apresentadas, analisamos o desempenho e a competência de generalização por parte dos estudantes. As questões referentes à Relação Funcional são: Q1, Q4, Q5, Q7, Q8, Q9 e Q11.

2.3.1. Análise das questões aplicadas

Dedicamos esta seção para apresentar as questões. Nesta análise *à priori* apresentamos as possíveis respostas que os estudantes podem apresentar, sem considerar questões certas ou erradas, mas consideramos o caminho que pode ser percorrido para alcançar a generalização.

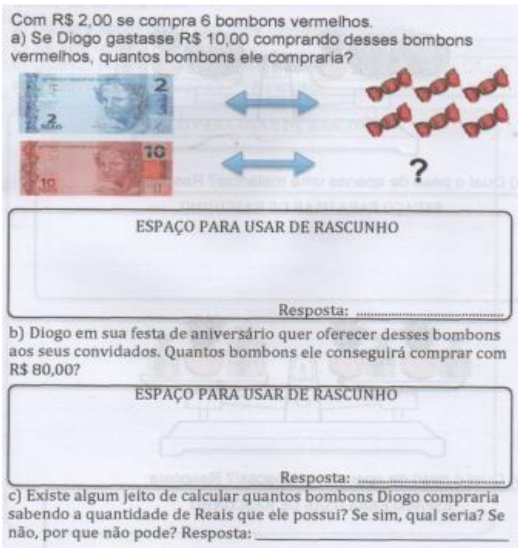
De acordo com as questões analisadas, subdividimo-las em três grupos: Função linear (Q1), Função afim (Q5, Q7, Q8 e Q9) e Função quadrática (Q11). Vale ressaltar que todas as questões relacionadas a esta vertente, dispões de itens (a), (b) e algumas apresentam o item (c) (Q1, Q5, Q7, Q8, Q9). Os níveis de dificuldade vão aumentando, ou seja, o item b é sempre mais difícil do que o item a, com números maiores, dificultando encontrar a resposta por contagem, e exige um esquema mais sofisticado, enquanto os itens c, quando há, se trata de inferir a busca pela generalização.

Os itens (a) se referem à generalização estreita, que envolve encontrar um padrão para elementos que são próximos; os itens (b) estão relacionados a encontrar um elemento específico mais distante; e os itens (c) se referem à generalização distante, que envolve encontrar uma regra ou um padrão que defina a situação de modo geral. (STACEY (1989, apud MERINO et al, 2013)

Quanto às questões que dizem respeito a Função linear temos a Q1.

Quadro 3.1: Questão 1 do instrumento diagnóstico.

Q1


Com R$ 2,00 se compra 6 bombons vermelhos.
a) Se Diogo gastasse R$ 10,00 comprando desses bombons vermelhos, quantos bombons ele compraria?

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

Resposta: ....

b) Diogo em sua festa de aniversário quer oferecer desses bombons aos seus convidados. Quantos bombons ele conseguirá comprar com R$ 80,00?

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

Resposta: ....

c) Existe algum jeito de calcular quantos bombons Diogo compraria sabendo a quantidade de Reais que ele possui? Se sim, qual seria? Se não, por que não pode? Resposta: ____________________

Fonte: Elaboração própria a partir de Porto (2018)

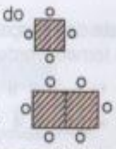
A questão 1 permite que o estudante realize ação, no item (a), enquanto busca uma resposta local. O item (b) já exige um esquema de raciocínio, mas é possível encontrar a resposta por contagem, enquanto o item (c) solicita a generalização, que pode ser respondido utilizando linguagem natural ou simbólica.

Nas questões referentes a Função afim, os estudantes também podem utilizar contagem para resolver os itens. No entanto esperamos que eles sejam capazes de perceber que existe uma relação de dependência entre as variáveis e possam generalizar montando uma lei para cada caso apresentado.

Quadro 3.2: Questão 5 e questão 8 do instrumento diagnóstico.

Q5

5) O desenho ao lado representa uma mesa do restaurante ***Boa Comida*** com 4 lugares.



Chegaram no restaurante 6 pessoas para almoçar e o garçom colocou 2 mesas juntas. Veja o desenho das 2 mesas juntas ao lado

a) Esse restaurante sempre deixa 5 mesas juntas. Qual o número máximo de pessoas que podem ocupar essas 5 mesas?

Resposta: ____________

b) Um dia pediram para que esse restaurante juntasse 48 mesas porque vinha um grupo muito grande de pessoas almoçar lá e todos os lugares dessas mesas foram ocupados. Quantas pessoas vieram?

Resposta: ____________

c) Existe um jeito de escrever matematicamente essa relação entre o número de mesas e o número de pessoas. Você consegue explicar, nas linhas abaixo, como pode ser esse jeito? ____________

Q8

8) Seu João conserta TV. Ele cobra 20 reais para descobrir o defeito e depois cobra 15 reais por hora de trabalho para fazer o conserto. Ontem ele consertou a minha TV, descobriu o defeito e gastou 3 horas consertando.

a) Quanto eu tenho que pagar para ele?

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

Resposta: ____________

b) E se ele tivesse gastado 18 horas para consertar, quanto eu teria que pagar para ele?

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

Resposta: ____________

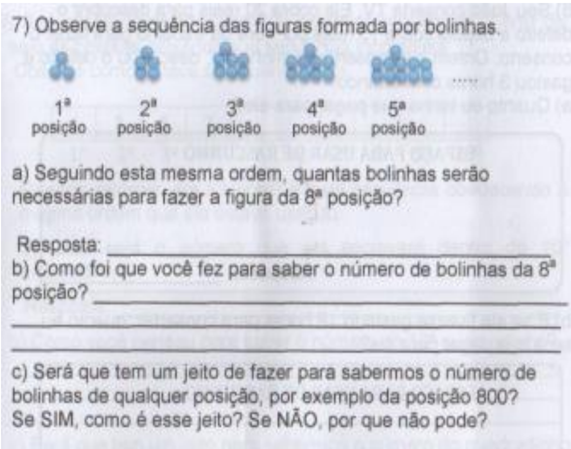
c) Existe um jeito de calcular o valor que seu João receberá para qualquer tempo que ele gaste no conserto?
Se SIM, como é esse jeito? Se NÃO, por que não pode?

Fonte: Elaboração própria a partir de Porto (2018)

Assim, na questão 5, cada mesa a mais representa a adição de duas cadeiras, gerando uma Função crescente. Na questão 8, ocorre o mesmo tipo de raciocínio. Desse modo, entendemos que, nessas duas questões, o item (a) se trata da ação local, enquanto o item (b) aumenta o nível de dificuldade quando os números relacionados são maiores. O item (c) é a tentativa de generalização.

Quadro 3.3: Questão 7 e questão 9 do instrumento diagnóstico.

Q7



7) Observe a sequência das figuras formada por bolinhas.

1ª posição 2ª posição 3ª posição 4ª posição 5ª posição .....

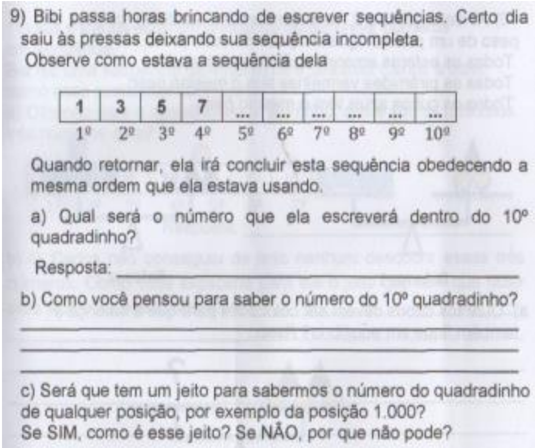
a) Seguindo esta mesma ordem, quantas bolinhas serão necessárias para fazer a figura da 8ª posição?

Resposta: ______

b) Como foi que você fez para saber o número de bolinhas da 8ª posição? ______

c) Será que tem um jeito de fazer para sabermos o número de bolinhas de qualquer posição, por exemplo da posição 800? Se SIM, como é esse jeito? Se NÃO, por que não pode?

Q9



9) Bibi passa horas brincando de escrever sequências. Certo dia saiu às pressas deixando sua sequência incompleta. Observe como estava a sequência dela

1	3	5	7	...	...	...	...	...	...
1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º

Quando retornar, ela irá concluir esta sequência obedecendo a mesma ordem que ela estava usando.

a) Qual será o número que ela escreverá dentro do 10º quadradinho?

Resposta: ______

b) Como você pensou para saber o número do 10º quadradinho? ______

c) Será que tem um jeito para sabermos o número do quadradinho de qualquer posição, por exemplo da posição 1.000? Se SIM, como é esse jeito? Se NÃO, por que não pode?

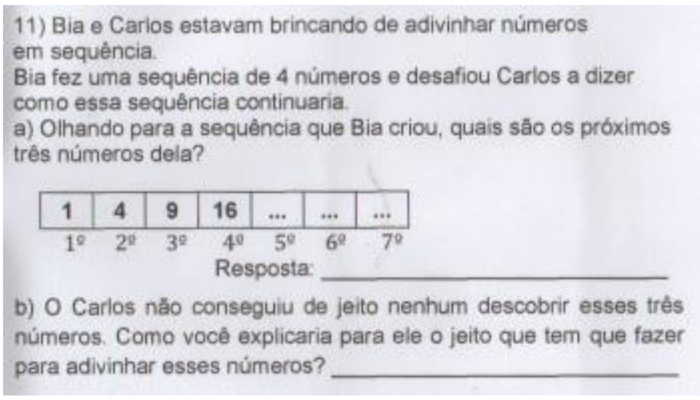
Fonte: Elaboração própria a partir de Porto (2018)

Nas questões 7 e 9, que também correspondem a funções crescentes, os estudantes podem utilizar a contagem como estratégia para generalizar. Por outro lado, os estudantes podem perceber o padrão que se forma de acordo com as posições ocupadas pelos elementos. Nestas questões, o item (a) se trata da ação, enquanto no item (b) o estudante pode refletir sobre a ação. No item (c), esperamos que o estudante generalize o pensamento local. (SCHON, 2000)

Vale ressaltar que a diferença entre estas questões (Q7 e Q9) é que a Q7 é icônica, enquanto a Q9 é numérica.

Quadro 3.4: Questão 11 do instrumento diagnóstico.

Q11



11) Bia e Carlos estavam brincando de adivinhar números em sequência.
Bia fez uma sequência de 4 números e desafiou Carlos a dizer como essa sequência continuaria.
a) Olhando para a sequência que Bia criou, quais são os próximos três números dela?

1	4	9	16	...	...	...
1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º

Resposta: ______

b) O Carlos não conseguiu de jeito nenhum descobrir esses três números. Como você explicaria para ele o jeito que tem que fazer para adivinhar esses números? ______

Fonte: Elaboração própria a partir de Porto (2018)

Na questão 11, que corresponde a uma Função quadrática, o estudante pode utilizar contagem e perceber que, de uma posição para a seguinte, soma-se números ímpares em sequência, mas não necessariamente essa forma pode levá-lo a generalização. No entanto, esperamos que os estudantes percebam que o elemento que ocupa a posição *n* é encontrado a partir da multiplicação de *n* por *n,* ou seja, n^2 (n ao quadrado).

2.4 Aplicação do Instrumento Diagnóstico

Para o desenvolvimento desse estudo, os estudantes responderam no seu espaço escolar as onze questões do protocolo supracitado, no período normal de aula, que foram entregues aos mesmos na forma de um caderno de atividades. Os estudantes responderam ao instrumento individualmente e sem consulta.

2.5 Procedimentos da análise dos dados

Realizamos a análise dos dados segundo dois pontos de vista: desempenho e estratégias de resolução. No que se refere ao ponto de vista do desempenho, o foco é apresentar primeiramente, de um modo geral, a porcentagem de acerto em todas as questões, para, em seguida, comparar o desempenho nas questões relativas (específicas à cada tipo de Função) ao tipo de Função (Linear, Afim e Quadrática). Todas essas comparações foram verificadas estatisticamente, de acordo com testes estatísticos convenientes.

Quanto ao ponto de vista das estratégias de resolução, categorizamos as respostas obtidas ao lidarem com situações que envolvem relação funcional. Deste modo, será possível diagnosticar as competências, concepções e estratégias de estudantes do Ensino Fundamental ao resolverem situações que envolvem relação funcional.

CAPÍTULO 3

ANÁLISES DE DADOS

Dedicamos este capítulo para analisar e discutir os dados obtidos na pesquisa sob dois aspectos: do desempenho e da competência do raciocínio algébrico dos estudantes.

Quanto ao primeiro aspecto lançamos mão da análise estatística comparando o desempenho das turmas e os itens da situação.

No que diz respeito ao segundo aspecto, este está relacionado à competência do raciocínio algébrico e, para que pudéssemos proceder a análise, criamos categorias a partir das respostas apresentadas pelos estudantes no item das situações relativo à generalização.

3.1 Análise de dados segundo o desempenho

Nessa seção analisamos o desempenho dos 58 estudantes de acordo com as respostas dadas às seis situações referentes a relação funcional do instrumento diagnóstico, as quais perfaziam nove itens. Cabe ressaltar que para essa análise estamos contando com os itens cujas respostas podem ser consideradas como certas ou erradas. Nesse caso, os itens que solicitam a generalização ou a explicação da estratégia de resolução utilizada, como por exemplo, "(5c) Existe um jeito de escrever matematicamente essa relação entre os números de mesas e o número de pessoas. Você consegue explicar, nas linhas abaixo, como pode ser esse jeito?"; e "(10b) Escreva como você pensou para responder", não foram analisadas segundo seu desempenho, por entendermos que há um leque de possíveis respostas e que não poderiam ser consideradas como certas ou erradas do ponto de vista matemático, pois não se trata de respostas numéricas.

Dos 58 estudantes no total, 32 deles eram do 8º ano contabilizando um total de 288 possíveis respostas; e 26 estudantes do 9º ano, portanto um total de 234 possíveis respostas. Para procedermos a análise organizamos os dados do desempenho dos estudantes separados por classe de Função, considerando o desempenho das duas turmas juntas, assim como por ano escolar, na Tabela 3.1 a seguir.

Tabela 3.1: Porcentagem de acerto por classe de Função

Classe de Função	Taxa de acerto* (%)				Qui-quadrado	
	Geral	8º ano	9º ano	Diferença	$c^2_{(1)}$	p-valor
Linear	68,10	59,38	78,85	19,47	5,007	0,025
Afim	47,99	44,27	52,56	8,29	2,372	0,124
Quadrática	10,34	0,00	23,08	23,08	8,237	0,004
Geral	48,28	42,71	55,13	12,42	7,975	0,005

* A taxa de acerto foi calculada em cima do total de possíveis repostas.

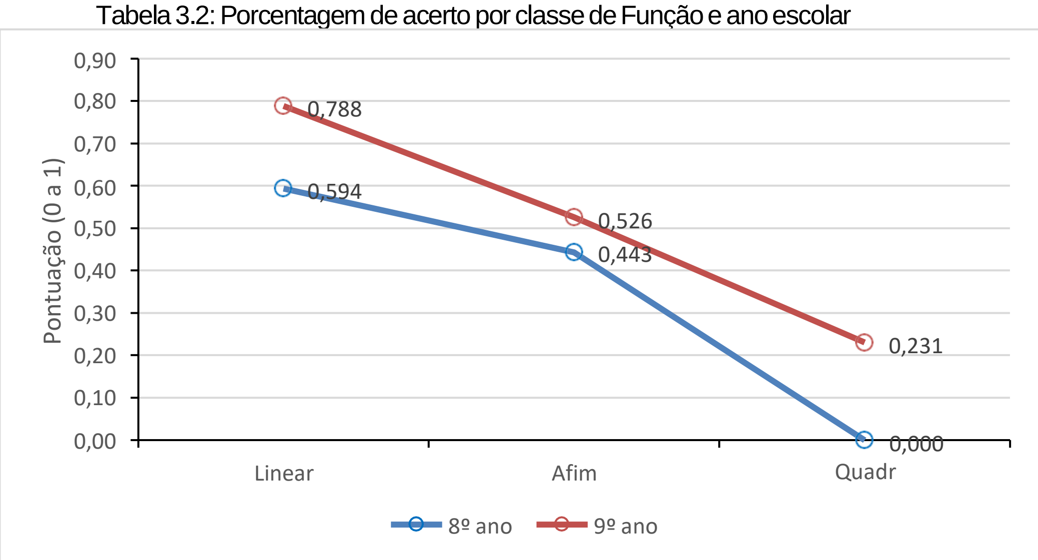
Fonte: Dados da Pesquisa.

A partir dos dados da Tabela 3.1 tecemos algumas considerações que consideramos como relevantes. A primeira delas constatamos que, levando em conta que os conceitos algébricos apresentados no instrumento diagnóstico já tenham ou deveriam ter sido abordados em sala de aula nestes anos escolares, o percentual geral de acerto das duas turmas foi abaixo da média, se considerarmos a média 5 nas escolas públicas, alcançando patamares menores que 50%.

Os dados da Tabela 3.1 também revelam que, o desempenho geral foi gradativo, o melhor resultado se deu na Função linear (68,10%), seguido da Função afim (47,99%) e da Função quadrática (10,34%).

O desempenho das turmas também acompanha o desempenho geral, sendo melhor em Função linear, depois em Função afim e por último, em Função quadrática, como podemos observar na Tabela 3.2 abaixo.

Tabela 3.2: Porcentagem de acerto por classe de Função e ano escolar



Fonte: Dados da Pesquisa.

Fizemos o teste estatístico para saber se essas diferenças seriam de fato significativa e optamos pelo teste Qui-quadrado que confirmou tais diferenças.

Ainda no contexto do desempenho geral, ao compararmos o 8º com o 9º ano, de acordo com os dados estatísticos temos que este último teve desempenho superior. Com relação ao desempenho dos itens relativos às funções linear e quadrática, o melhor resultado, estatisticamente, prevalece para o 9º ano.

Embora a Função afim seja conteúdo previsto para ser trabalhado no 9º ano, seria razoável supor um desempenho superior desses estudantes em relação ao 8º ano. Contudo, apesar de haver 8,29 pontos percentuais a favor do 9º ano, essa diferença não foi significativa de acordo com o teste Qui-quadrado.

Dando continuidade a essa análise, levaremos em conta o ano escolar. Como constatamos anteriormente, tanto no desempenho geral quanto no desempenho por classe de Função, os estudantes do 9º ano atingiram melhor desempenho em relação aos do 8º ano. O nosso questionamento é se a diferença prevalece nos itens de situação. Sendo assim, organizamos os dados na Tabela 3.3 e fizemos o teste estatístico.

Tabela 3.3 Análise do desempenho dos estudantes por ano e tipo de questão

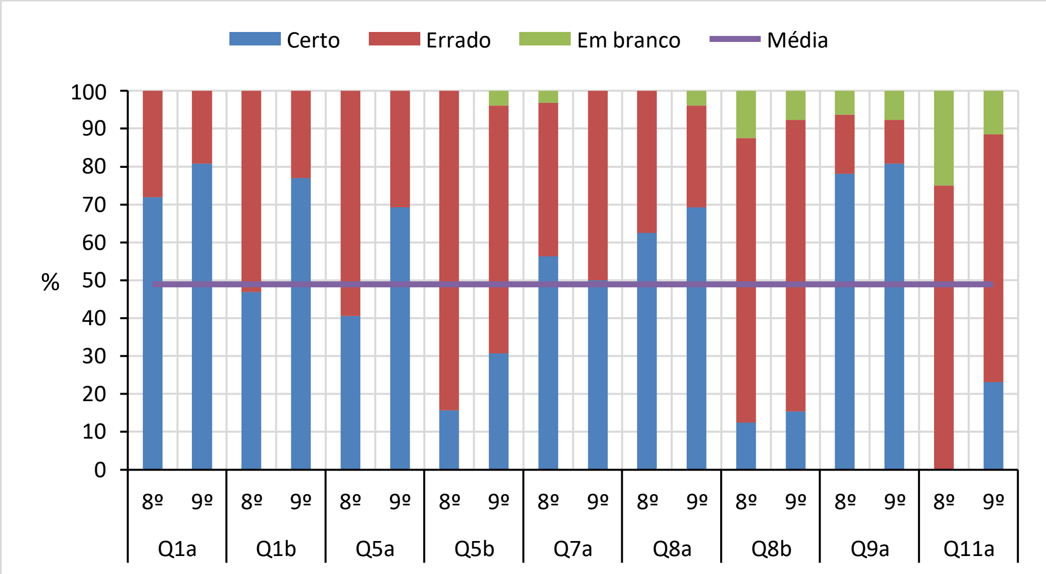
Classe	Ano	Estatísticas			Teste t-student	
		N	Média	Desvio Padrão	Estatística	p-valor
Linear	8º ano	32	0,594	0,430	$t_{(56)} = -1{,}809$	0,076
	9º ano	26	0,788	0,379		
Afim	8º ano	32	0,443	0,218	$t_{(56)} = -1{,}306$	0,197
	9º ano	26	0,526	0,265		
Quadrática	8º ano	32	0,000	0,000	$t_{(25)} = -2{,}739$*	0,011
	9º ano	26	0,231	0,430		
Geral	8º ano	32	0,427	0,208	$t_{(56)} = -2{,}066$	0,043
	9º ano	26	0,551	0,250		

Fonte: Dados da Pesquisa.

Em face aos dados apresentados na Tabela 3.2 e segundo o teste estatístico *t-student* houve diferença significativa em relação ao ano escolar no desempenho total (p-valor abaixo de 5%). Cabe ressaltar que este resultado já tinha sido apurado nos dados da Tabela 3.1 e repete mesmo retirando o item de Função quadrática. Para os itens de Função afim e linear, segundo ele teste *t-student*, não houve diferença significativa (p-valor acima de 5%), sendo que esse resultado é preocupante, se levarmos em conta que é no 9º ano que os conceitos de Função afim e linear são trabalhados.

Em continuidade, trouxemos os dados do Gráfico 3.1 referente ao desempenho por item de questão de cada uma das turmas.

Gráfico 3.1 – Desempenho dos estudantes por turmas e item de questão



Fonte: Dados da Pesquisa.

A partir dos dados do Gráfico 3.1, um ponto a considerar é que a quantidade de itens de questão deixadas em branco pelos estudantes foi relativamente baixa (inferior a 5% das possíveis respostas). Além disso, não foi comum em todos os itens de questão. Esse dado é relevante, na medida que podemos inferir o empenho dos estudantes em participar ativamente da pesquisa.

A média geral de acerto foi de 48,28%. Como é possível observar, levando em conta as duas turmas juntas, os itens Q1a, Q1b, Q5a, Q7a, Q8a e Q9a ficaram acima desta média. O melhor desempenho alcançado pelos estudantes das duas turmas foi no item Q9a. Para que possamos analisar cada um dos itens, lançamos mão de teste estatístico, cujos dados encontram-se na Tabela 3.3 a seguir.

Tabela 3.4 Taxa de acerto dos participantes por classe de Função e ano escolar

Classe	Questão	Taxa de acerto* (%)				Qui-quadrado	
		Geral	8º ano	9º ano	Diferença	$c^2_{(1)}$	p-valor
Linear	Q1a	75,9	71,9	80,8	8,9	0,620	0,431
	Q1b	60,3	46,9	76,9	30,0	5,412	0,020
Afim	Q5a	53,4	40,6	69,2	28,6	4,718	0,030
	Q5b	22,4	15,6	30,8	15,1	1,892	0,169
	Q7a	53,4	56,3	50,0	6,3	0,225	0,635
	Q8a	65,5	62,5	69,2	6,7	0,288	0,592
	Q8b	13,8	12,5	15,4	2,9	0,100	0,751
	Q9a	79,3	78,1	80,8	2,6	0,061	0,805
Quadrática	Q11a	10,3	0,0	23,1	23,1	8,237	0,004

Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com os dados da Tabela 3.3 ressaltamos que as diferenças significativas são semelhantes àquelas apresentadas na Tabela 3.1, porém com algumas ressalvas. As diferenças aparecem nos itens Q1b e Q11a, funções Linear e Quadrática respectivamente, como já discutido anteriormente, mas também no item Q5a relativo à Função Afim.

Embora os dados apresentem diferença significativa na Q11a (Função Quadrática) em favor do 9º ano, comparamos o índice de acerto nessa pesquisa de 10,34%, com o índice alcançado na pesquisa de Campos (2019). Em seus estudos a pesquisadora, que investigou o desempenho de estudantes do 6º ano em situações de sequências e progressões. Em uma das questões da pesquisadora, foi utilizado Progressão Geométrica, que pode ser analisada comparando com Função Quadrática. Nesta questão, o índice de acerto atingiu patamares de 40%, quase 30 pontos percentuais a mais que os índices alcançados pelos estudantes do 8º e 9º anos de nossa pesquisa, na Q11.

Outrossim, ainda que no item Q7a os estudantes do 8º ano tenham tido melhor desempenho que os do 9º ano, tal diferença não foi significativa. As duas turmas tiveram desempenho maior que 50% nesse item. Apesar desse espaço estar relacionado ao desempenho, é possível ressaltar que o que pode ter levado ao sucesso foi a estratégia de resolução, sendo que a mais recorrente, no 8º ano, foi a recursividade. Conhecendo a quantidade bolinhas da 5ª posição, o referido item solicitado a quantidade da 8ª posição. Os estudantes do 8º ano observaram que de uma posição para a outra o acréscimo era de duas bolinhas.

Desse modo, foram acrescentando de duas em duas bolinhas até chegar à posição solicitada. (CARRAHER & SCHLIEMANN, 2016)

Essa estratégia da recursividade é tida por Radford (2006) como uma solução aritmética, mas traz consigo uma ideia de generalização, uma vez que o estudante nota o padrão da sequência. Nesse sentido, Bitencourt (2018) mostrou que as coleções, por ela analisadas, dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental apresentam atividades que envolvem padrão de sequência e relação funcional, que poderiam colaborar para o desenvolvimento do raciocínio algébrico dos estudantes. No entanto, a autora salienta que o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes está vinculado à mediação do professor em sala de aula. Afirma também que as discussões que suscitam o raciocínio algébrico dos estudantes só acontecerão se o professor as fomentar, o que torna imprescindível prepará-lo para esse desafio. Desse modo, a partir das estratégias de resolução apresentadas por estes estudantes de nossa pesquisa, daria oportunidade ao professor de abrir para discussão em ambiente escolar com seus respectivos educandos.

Em síntese, a análise que realizamos relativa ao desempenho dos estudantes trouxe algumas indicações relevantes. A primeira delas é que, embora os dois grupos, no geral, não tenham ultrapassado 49% de acerto, estatisticamente o 9º ano (54,13%) teve melhor desempenho daquele alcançado pelo 8º ano (42,71%).

Outra indicação que destacamos é que os dois grupos alcançaram melhor desempenho nos itens de situação relativos à Função linear, 59,38% de acerto do 8ºano e 78,85% no 9ºano. Com relação aos outros tipos de situação, os estudantes não ultrapassaram a marca dos 53%, sendo que o desempenho mais baixo foi para a situação de Função quadrática (23% no 9º ano e zero no 8º ano).

Por último, embora o 9º ano tenha alcançado resultados melhores em relação ao 8º ano e que nossa amostra não permita a generalização de resultados alcançados, mas para esse público esses dados são preocupantes, tendo em vista que os dois grupos já passaram pelo ensino formal de Álgebra, em especial o 9º ano.

3.2 Análise de dados segundo a competência

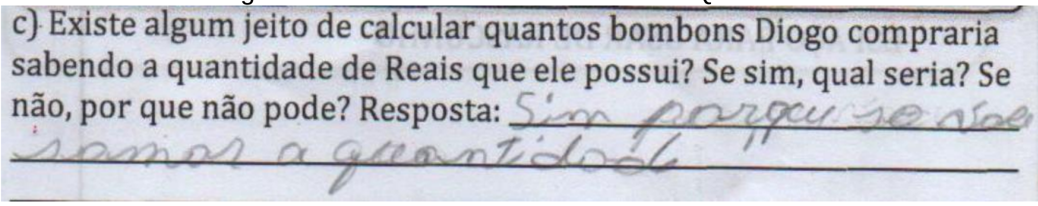
Para o segundo aspecto da análise, no que diz respeito à competência do raciocínio algébrico, apresentamos categorias (baseadas na pesquisa de Porto (2018)) a partir das respostas apresentadas pelos estudantes no item das situações relativo à generalização. As situações dos protocolos que analisamos e categorizamos foram seis: Q1, Q5, Q7, Q8, Q9 e Q11.

Nesta análise não estamos levando em consideração se o estudante acerta ou não a situação, uma vez que nosso interesse é classificar se ele generaliza ou não. Vale salientar que ao categorizar as respostas dadas no último item referente à generalização, em alguns dos protocolos, recorremos ao que foi respondido nos itens anteriores.

De posse dos protocolos, criamos dois grandes grupos de categorias de análise, G1 – Não Generaliza e G2 – Generaliza. Entretanto, tivemos dois tipos de respostas que não se enquadram nesses dois grupos, mas trazem importantes resultados, são eles: respostas em Branco e respostas que denominamos como Incompreensível. Ao todo tivemos 348 possíveis respostas (produto entre 58 de estudantes – considerando as duas turmas – e seis itens), sendo que em 55 delas (15,8%) os estudantes deixaram em Branco. Consideramos um índice relativamente baixo, levando em conta que esse tipo de situação que solicita a generalização, comumente, não faz parte das atividades desenvolvidas em sala de aula. Esse resultado nos leva a concluir que os estudantes se empenharam em responder o último item.

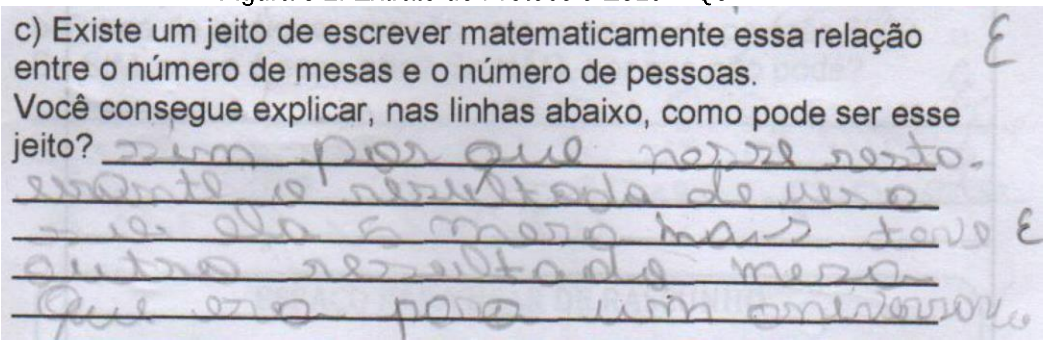
É importante destacar que os protocolos tidos como "Incompreensível" a incompreensão foi de nossa parte e não por parte do estudante. Nessa classificação estão as respostas que não compreendemos o texto, basicamente, por três motivos: por conta da caligrafia; excesso de erros ortográficos, o que impossibilitaram a nossa leitura e, também, não conseguimos compreender o que o estudante quis expressar, mesmo observando as resoluções dos itens anteriores. Com relação à essa classificação tivemos cerca de 10,9% do total de respostas possíveis. A Figura 3.1, traz dois extratos de protocolos categorizados como sendo incompreensível que analisaremos em seguida.

Figura 3.1: Extrato de Protocolo E801 – Q1


c) Existe algum jeito de calcular quantos bombons Diogo compraria sabendo a quantidade de Reais que ele possui? Se sim, qual seria? Se não, por que não pode? Resposta: Sim porque só vai somar a quantidade

Fonte: dados da Pesquisa

Figura 3.2: Extrato de Protocolo E819 – Q5

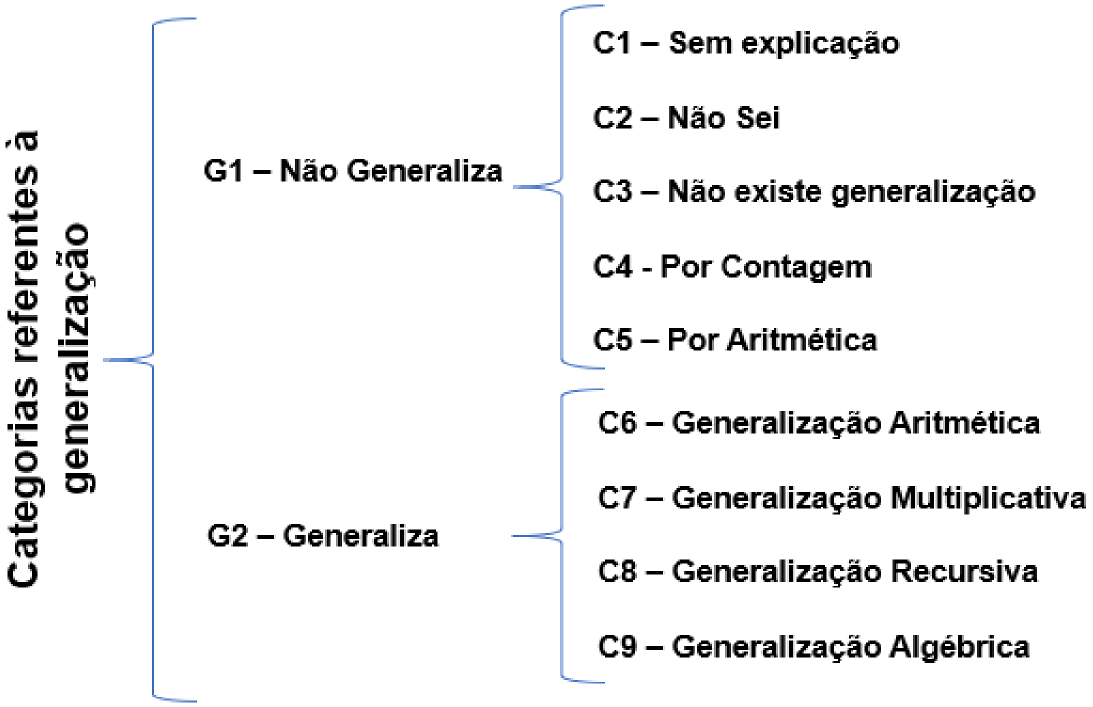

c) Existe um jeito de escrever matematicamente essa relação entre o número de mesas e o número de pessoas.
Você consegue explicar, nas linhas abaixo, como pode ser esse jeito?

Fonte: dados da Pesquisa

Para que possamos discutir esses dois extratos de protocolos, fizemos a transcrição da escrita. A resposta registrada pelo E801 da situação Q1 item c foi a seguinte: “Sim, porque só vai somar a quantidade”; com relação à resposta dada por E819 do item c da situação Q5 foi: "Sim, porque nesse restaurante o resultado de mesa [...] ela 5 mesas mais teve outro resultado mesa que era para um aniversário”. Como podemos observar, os textos das respostas registradas nestes dois extratos estão legíveis, contudo não conseguimos compreender o que os estudantes queriam expressar no que diz respeito à generalização, como solicitavam os dois itens em questão.

Retomando, após a retirada das 55 respostas em Branco e 38 tidas como Incompreensíveis, distribuímos as 255 restantes nos dois grupos: G1com cinco categorias; e G2 com quatro categorias conforme Esquema apresentado na Figura 3.3.

Figura 3.3: Categorias referentes à generalização



Fonte: Os autores

Vale ressaltar que cada uma das 255 respostas está vinculada a somente uma categoria, ou seja, elas são excludentes. Assim, cabe explicar e exemplificar cada uma das categorias.

3.2.1 G1 – Não Generaliza

Foram categorizadas nesse grupo, denominado por G1, todos os protocolos cujas respostas não apresentam qualquer menção de generalização. Cabe relembrar que o item (c) de cada situação que solicitava a generalização, entretanto, em alguns dos protocolos levamos em conta também a estratégia de resolução ou a resposta dada nos itens anteriores.

Nesse grupo, a partir das respostas dos estudantes, determinamos cinco categorias a saber: C1–Sem explicação; C2–Não sei; C3–Não existe; C4–Contagem; C5–Aritmética. As categorias foram determinadas com base na pesquisa de Porto(2018) e levando em consideração as respostas apresentadas nos protocolos analisados. Para cada uma dessas categorias trouxemos extratos de protocolos que exemplificam e justificam tal classificação.

Categoria C1 – Sem explicação

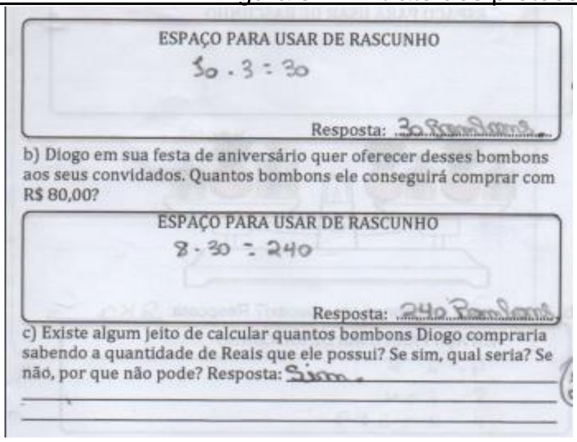
Consideramos dessa categoria os protocolos em que os estudantes expressão respostas diretas como “sim” ou “não”. Eles não registraram explicações ou argumentos da possibilidade ou não de generalização.

Cabe ressaltar que, embora as respostas “sim” possam indicar que existe uma possibilidade de generalização, o estudante não a expõe nitidamente. Desse modo, entendemos que, ainda que ele admita que há uma forma de generalização, não é possível afirmar que ele saiba como generalizar, uma vez que estamos restritos à análise do registro escrito.

De forma análoga, quanto à resposta “não” embora ele admita que não existe uma forma de generalização, ele também não apresenta argumentos que justifique sua postura.

Na Figura 3.4 trouxemos dois extratos de protocolos categorizados como sendo sem explicação.

Figura 3.4. Extrato dos protocolos Categoria C1 Sem Explicação



ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

30 . 3 = 30

Resposta: 30 Bombons

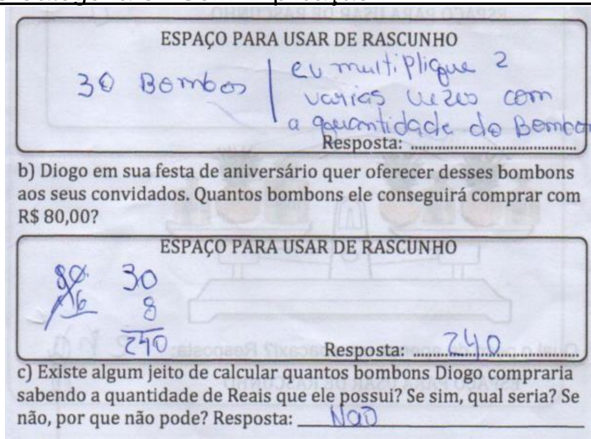
b) Diogo em sua festa de aniversário quer oferecer desses bombons aos seus convidados. Quantos bombons ele conseguirá comprar com R$ 80,00?

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

8 . 30 = 240

Resposta: 240 Bombons

c) Existe algum jeito de calcular quantos bombons Diogo compraria sabendo a quantidade de Reais que ele possui? Se sim, qual seria? Se não, por que não pode? Resposta: Sim.



ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

30 Bombos | eu multiplique 2 varias vezes com a quantidade do Bombo

Resposta:

b) Diogo em sua festa de aniversário quer oferecer desses bombons aos seus convidados. Quantos bombons ele conseguirá comprar com R$ 80,00?

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

30
8
240

Resposta: 240

c) Existe algum jeito de calcular quantos bombons Diogo compraria sabendo a quantidade de Reais que ele possui? Se sim, qual seria? Se não, por que não pode? Resposta: NÃO

Extrato do protocolo E918 – Q1	Extrato do protocolo E916 – Q1

Fonte: dados da Pesquisa

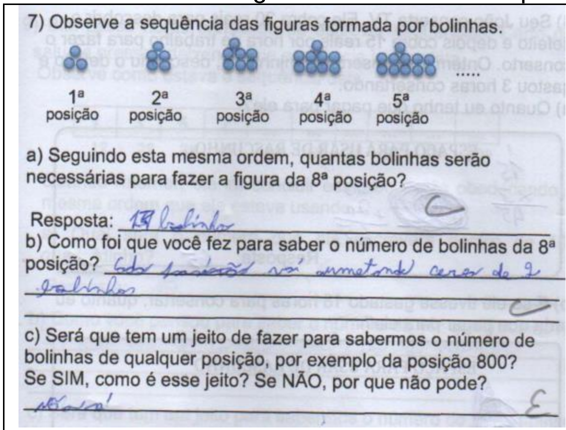
Como podemos observar, o estudante E918 responde corretamente as quantidades de bombons nos itens Q1a e Q1b, mas no item Q1c ele registra “Sim", que existe um jeito de calcular a quantidade de bombons que poderia ser comprado sabendo a quantidade em reais, contudo não explica de que forma seria essa generalização. Quanto ao extrato do estudante E916, ele também responde corretamente os itens Q1a e Q1b, contudo no item Q1c ele registra “não” e não argumenta sua resposta.

Cabe salientar que tivemos também protocolos assim categorizados cujas respostas nos itens anteriores estavam incorretas.

Categoria C2 – Não sei

Nesta categoria estão os protocolos nos quais os estudantes responderam que não sabem explicar, matematicamente, a relação funcional existente. As respostas encontradas nos itens (c) das situações que foram categorizadas como "Não sei" foram aquelas nas quais os estudantes escreveram explicitamente: “não sei” ou “sei lá”. Trouxemos como exemplos dessa categoria dois extratos de protocolos apresentados na Figura 3.5.

Figura 3.5: Extratos dos protocolos Categoria C2 Não Sei



7) Observe a sequência das figuras formada por bolinhas.

1ª posição 2ª posição 3ª posição 4ª posição 5ª posição .....

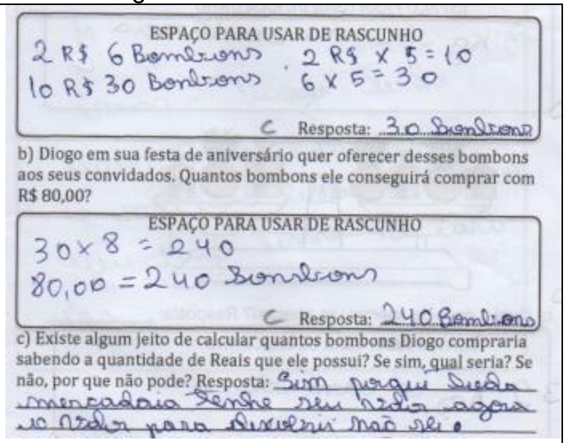
a) Seguindo esta mesma ordem, quantas bolinhas serão necessárias para fazer a figura da 8ª posição?

Resposta:

b) Como foi que você fez para saber o número de bolinhas da 8ª posição?

c) Será que tem um jeito de fazer para sabermos o número de bolinhas de qualquer posição, por exemplo da posição 800? Se SIM, como é esse jeito? Se NÃO, por que não pode?

Extrato de protocolo E823 Q7



ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

2 R$ 6 Bombons . 2 R$ x 5 = 10

10 R$ 30 Bombons . 6 x 5 = 30

Resposta: 30 Bombons

b) Diogo em sua festa de aniversário quer oferecer desses bombons aos seus convidados. Quantos bombons ele conseguirá comprar com R$ 80,00?

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

30 x 8 = 240

80,00 = 240 Bombons

Resposta: 240 Bombons

c) Existe algum jeito de calcular quantos bombons Diogo compraria sabendo a quantidade de Reais que ele possui? Se sim, qual seria? Se não, por que não pode? Resposta:

Extrato do protocolo E808 Q1

Fonte: Dados da Pesquisa

Observamos no extrato do protocolo do estudante E823 que ele consegue resolver com sucesso o item Q7a e explica de maneira plausível a sua estratégia de resolução. No item Q7b, uma vez que descobre o padrão da sequência ao responder que “cada posição aumenta cerca de duas bolinhas”. No entanto, ao escrever "Não Sei" na Q7c, deixa explícito que não sabe como fazer para descobrir o número de bolinhas de qualquer posição.

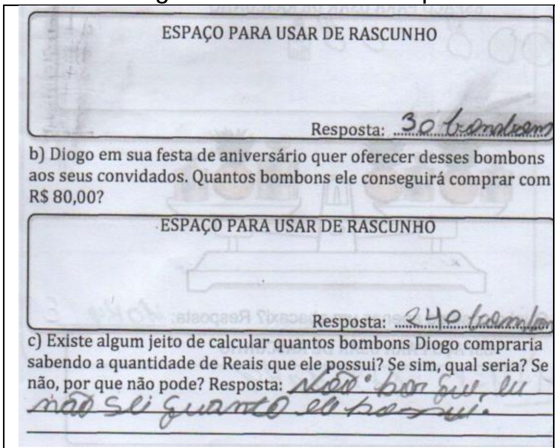
De acordo com o extrato do protocolo do estudante E808 da Figura 3.4, as respostas dos itens Q1a e Q1b estão corretas, inclusive com as respectivas estratégias de resolução explícitas. Ao observarmos a resposta ao item Q1c do estudante E808 é possível saber algum jeito de calcular a quantidade de bombons sabendo a quantidade de reais quando ele escreve "sim”, entretanto ele continua sua escrita da seguinte forma: “porque cada mercadoria tem um valor, agora o valor para descobrir não sei". Desse modo, o fato destes dois estudantes terem acertado os itens (a) e (b) das referidas situações, não significa que eles têm competência para generalizá-las, deixando explícito que não sabem explicar.

Outro tipo de resposta que encontramos e que faz parte desta mesma categoria foi “Sei lá”. Embora tenhamos escolhido os extratos de protocolos de dois estudantes que acertaram os dois itens anteriores das referidas situações, isto não ocorreu em todos os outros protocolos referentes a esta categoria.

Categoria C3 – Não Existe Generalização

Nesta categoria estão os protocolos cujos estudantes afirmam que não existe generalização e explicam o motivo da não existência.

Figura 3.6: Extratos dos protocolos Categoria C3 Não existe Generalização



ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

Resposta: 30 bombons

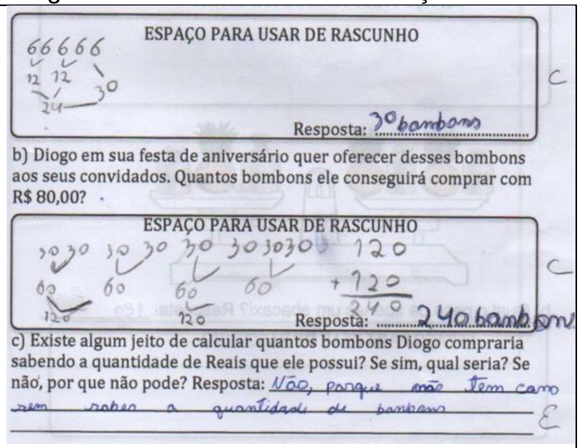
b) Diogo em sua festa de aniversário quer oferecer desses bombons aos seus convidados. Quantos bombons ele conseguirá comprar com R$ 80,00?

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

Resposta: 240 bombons

c) Existe algum jeito de calcular quantos bombons Diogo compraria sabendo a quantidade de Reais que ele possui? Se sim, qual seria? Se não, por que não pode? Resposta: Não porque eu não sei quanto ele possui.

Extrato de protocolo E807 Q1



ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

Resposta: 30 bombons

b) Diogo em sua festa de aniversário quer oferecer desses bombons aos seus convidados. Quantos bombons ele conseguirá comprar com R$ 80,00?

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

Resposta: 240 bombons

c) Existe algum jeito de calcular quantos bombons Diogo compraria sabendo a quantidade de Reais que ele possui? Se sim, qual seria? Se não, por que não pode? Resposta: Não, porque não tem como sem saber a quantidade de bombons

Extrato de protocolo E906 Q1

Fonte: Dados da Pesquisa

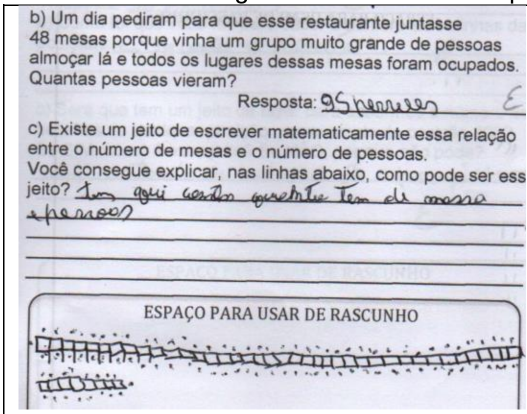
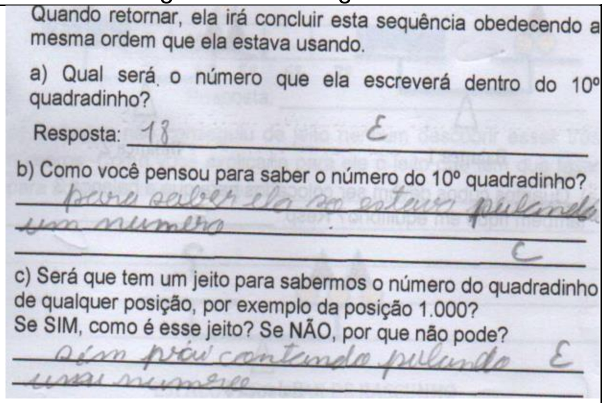
Como podemos notar na Figura 3.6, as respostas dos itens Q1a e Q1b dos protocolos dos estudantes E807 e E906 estão corretas, o que significa que eles compreenderam a proposta. Quanto às respostas dadas no item Q1c, os estudantes deixam explícito que não existe a possiblidade de generalização. A resposta de E807 é “Não porque eu não sei quanto ele possui”; e a resposta de E906 é “Não, porque não tem como sem saber a quantidade de bombons”.

Diante dessas duas respostas fica nítido que, para estes dois estudantes, a resolução desta situação de proporcionalidade é preciso conhecer as três quantidades para que seja possível encontrar a quarta quantidade. Eles concebem apenas a resolução aritmética, na qual a situação requer uma solução única e numérica. Ainda assim, isso não é considerado um fato ruim, visto que Carraher e Schliemann (2016) afirmam que as operações aritméticas são os primeiros exemplos de funções que os estudantes encontram na Matemática, ainda que não haja generalizações. Portanto, pode haver situações semelhantes em que haja o desenvolvimento do raciocínio algébrico, especialmente do raciocínio funcional.

Categoria C4 – Contagem

Nessa categoria classificamos as respostas dos estudantes cujos registros apresentam nitidamente o ato de contar, com marcações nos desenhos, ou ainda a escrita literal de palavras como “contagem”, “contar”, “contei”. Trouxemos dois protocolos que exemplificam esta categoria, apresentados na Figura 3.7.

Figura 3.7. Extratos dos protocolos Categoria C4 Contagem

 b) Um dia pediram para que esse restaurante juntasse 48 mesas porque vinha um grupo muito grande de pessoas almoçar lá e todos os lugares dessas mesas foram ocupados. Quantas pessoas vieram? Resposta: 95 pessoas E c) Existe um jeito de escrever matematicamente essa relação entre o número de mesas e o número de pessoas. Você consegue explicar, nas linhas abaixo, como pode ser ess jeito? tem que contar quanto tem de mesa e pessoas ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO	 Quando retornar, ela irá concluir esta sequência obedecendo a mesma ordem que ela estava usando. a) Qual será o número que ela escreverá dentro do 10º quadradinho? Resposta: 18 E b) Como você pensou para saber o número do 10º quadradinho? para saber ela só estava pulando um numero C c) Será que tem um jeito para sabermos o número do quadradinho de qualquer posição, por exemplo da posição 1.000? Se SIM, como é esse jeito? Se NÃO, por que não pode? sim prá contando pulando um numero E
Extrato do protocolo E818 – Q5	Extrato do protocolo E814 – Q9

Fonte: Dados da pesquisa

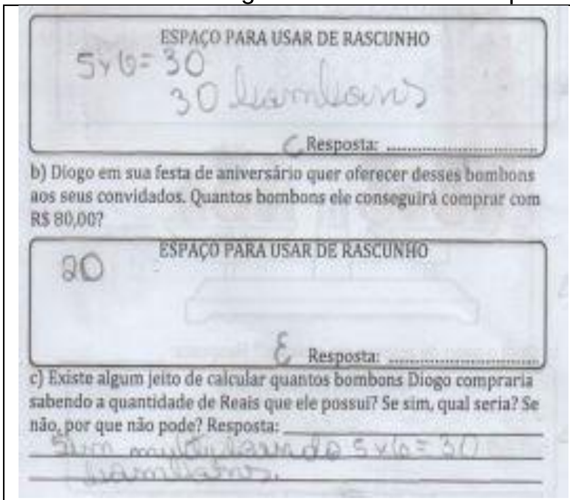
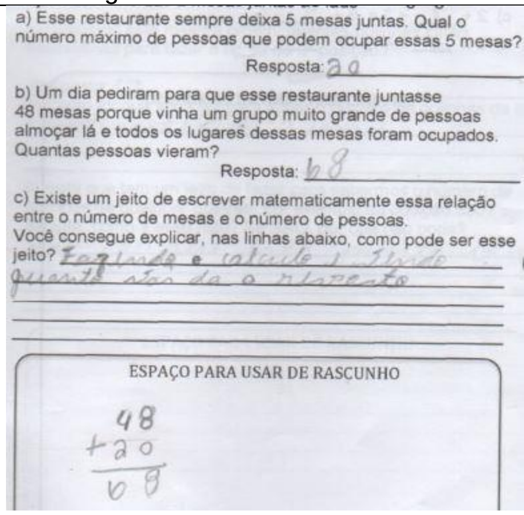
Como mostrado no extrato de protocolo do E818, no item Q5c estudante responde, literalmente, que é preciso utilizar a contagem: “tem que contar quanto tem de mesas e pessoas”. De acordo com Merino, Cañadas e Molina (2013) o método de contagem (utilizando ícones) permite que os alunos respondam de forma correta quando a quantidade dos dados solicitados é consideravelmente pequena, mas quando se trata de quantidades maiores nem sempre leva o estudante ao sucesso. Nesse caso, a contagem seria suficiente para responder os itens anteriores, para quantidades grandes, como é o caso de desenhar 48 mesas e as respectivas cadeiras, a contagem pode não ser a melhor alternativa, tanto é que o estudante E818 respondeu de forma incorreta o item Q5b.

No que se refere à resposta registrada no extrato do protocolo E814 no item Q9c, o estudante também responde de forma explícita que utilizou a contagem “sim, vai contando pulando um número”. Contudo, embora a 10ª posição solicitada não estivesse tão longe da 4ª posição oferecida pela situação, a contagem para este estudante também não o levou ao sucesso.

Categoria C5 – Aritmética

Consideramos dessa categoria as respostas dos protocolos nos quais os estudantes respondem o item (c) utilizando operações aritméticas ou reproduzem os dados apresentados nos enunciados ou na resposta apresentada por ele mesmo.

Figura 3.8: Extratos dos protocolos Categoria C5 Aritmética

 ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO 5x6= 30 30 bombons C Resposta: .... b) Diogo em sua festa de aniversário quer oferecer desses bombons aos seus convidados. Quantos bombons ele conseguirá comprar com R$ 80,00? ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO 80 E Resposta: .... c) Existe algum jeito de calcular quantos bombons Diogo compraria sabendo a quantidade de Reais que ele possui? Se sim, qual seria? Se não, por que não pode? Resposta: Sim multiplicando 5x6= 30 bombons.	 a) Esse restaurante sempre deixa 5 mesas juntas. Qual o número máximo de pessoas que podem ocupar essas 5 mesas? Resposta: 20 b) Um dia pediram para que esse restaurante juntasse 48 mesas porque vinha um grupo muito grande de pessoas almoçar lá e todos os lugares dessas mesas foram ocupados. Quantas pessoas vieram? Resposta: 68 c) Existe um jeito de escrever matematicamente essa relação entre o número de mesas e o número de pessoas. Você consegue explicar, nas linhas abaixo, como pode ser esse jeito? Fazendo o calculo e vendo quanto vai da a resposta ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO 48 +20 68
Extrato do protocolo E811 – Q1	Extrato do protocolo E816 – Q5

Fonte: Dados da pesquisa

Para que possamos analisar o extrato do protocolo do estudante E811, no item Q1c, vamos transcrevê-la: "Sim multiplicando 5x6 = 30 bombons". Como podemos observar o estudante E811 utilizou os dados apresentados na resolução do item Q1a para explicar como seria a generalização no item Q1c.

Com relação ao extrato do protocolo do estudante E816, no item Q5c ele escreveu “Fazendo o cálculo e vendo quanto vai dar a resposta”. Ele buscou alguma maneira de justificar a resposta do item Q5b, a qual inferimos que ele encontrou por meio da operação de adição do resultado 20 da Q5a (resposta incorreta) com 48 referente à quantidade de mesas que aparece no item Q5b. De acordo com Kieran (2004) os estudantes estão habituados a trabalhar no contexto aritmético, não veem aspectos relacionais entre as operações e tende a centrar-se nos cálculos.

3.2.2 G2 – Generaliza

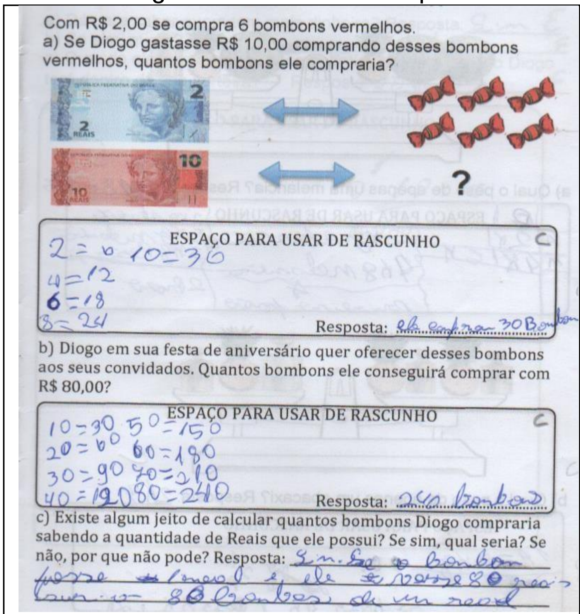
Foram categorizadas nesse grupo todos os extratos de protocolos cujas respostas apresentam algum tipo de generalização, em qualquer tipo de representação, seja ela simbólica ou ainda linguagem natural, apresentada pelos estudantes. Cabe ressaltar que o item (c) de cada situação solicitava a generalização, entretanto, em alguns dos protocolos levamos em conta também a estratégia de resolução ou a resposta dada nos itens anteriores.

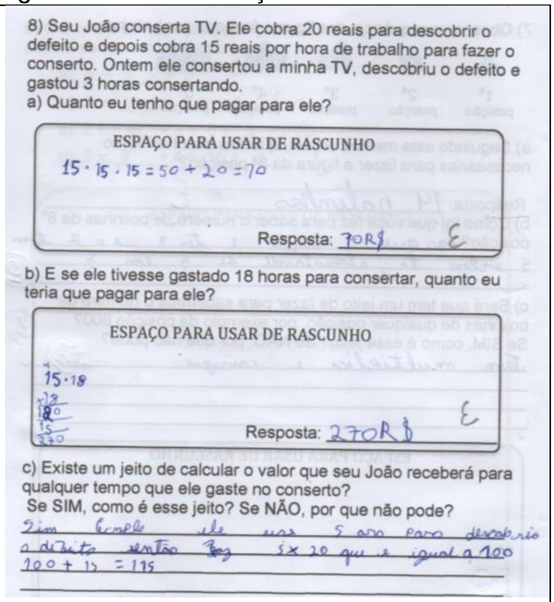
Esse grupo é composto por quatro categorias, criadas de acordo com a pesquisa de Porto (2018), a saber: C6–Generalização Aritmética; C7–Generalização Multiplicativa; C8–Generalização Recursiva; C9–Generalização Algébrica. Essas categorias foram validadas no estudo realizado por Ribeiro (2020). Para exemplificar e justificar essas categorias, também apresentamos extratos de protocolos dos estudantes.

Categoria C6 – Generalização Aritmética

Nessa categoria encontram-se os protocolos dos estudantes que realizaram a operação aritmética na tentativa de generalizar quaisquer das questões, utilizando informações que não constam no enunciado, nem nas respostas que ele encontrou.

Figura 3.9: Extratos dos protocolos Categoria C6 Generalização Aritmética





Extrato do protocolo E815 – Q1	Extrato do protocolo E906 – Q8

Fonte: Dados da pesquisa

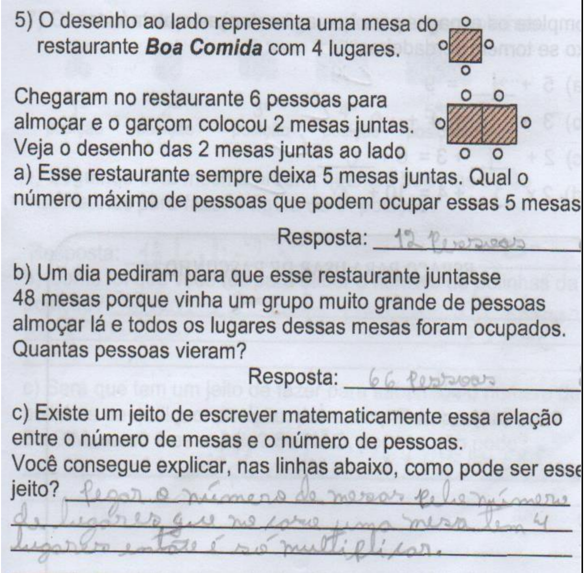
O estudante E815 justifica a generalização utilizando um exemplo específico, cujos dados são diferentes, em parte ou todos eles, daqueles informados na questão. Para que possamos analisar transcrevemos a resposta do estudante E815 no item Q1c: "Sim. Se o bombom fosse um real e ele tivesse 80 reais, seria 80 bombons de um real". A partir desta resposta podemos inferir que este estudante está no campo da generalização, pois ele consegue criar outra situação de proporcionalidade, mesmo que local, ou seja, com exemplos numéricos.

De forma análoga, o estudante E906 criou um exemplo de aplicação da expressão que generaliza, utilizando outros valores para a visita, valor por hora do conserto e do tempo gasto. O estudante E906 diz: "sim. Exemplo: ele usa 5 horas para descobrir o defeito, então faz 5 vezes 20 que é igual a 100. 100+15=115". Como podemos observar, os estudantes compreendem a situação, tanto que criam outras semelhantes. Para Radford (2006) esse procedimento é denominado como generalização local, ou seja, ainda estão no campo da aritmética.

Categoria C7 – Generalização Multiplicativa

Esta categoria diz respeito aos protocolos em que os estudantes não levaram em conta a parte fixa (b) da Função afim $(f(x) = ax + b)$. Como exemplos, apresentamos dois extratos de protocolos nos quais os estudantes desprezam a variável independente da Função.

Figura 3.10: Extratos dos protocolos Categoria C7 Generalização Multiplicativa



5) O desenho ao lado representa uma mesa do restaurante ***Boa Comida*** com 4 lugares.

Chegaram no restaurante 6 pessoas para almoçar e o garçom colocou 2 mesas juntas. Veja o desenho das 2 mesas juntas ao lado

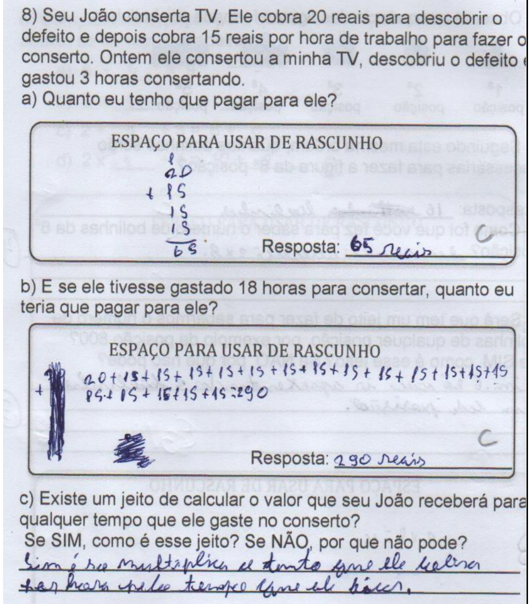
a) Esse restaurante sempre deixa 5 mesas juntas. Qual o número máximo de pessoas que podem ocupar essas 5 mesas

Resposta: 12 pessoas

b) Um dia pediram para que esse restaurante juntasse 48 mesas porque vinha um grupo muito grande de pessoas almoçar lá e todos os lugares dessas mesas foram ocupados. Quantas pessoas vieram?

Resposta: 66 pessoas

c) Existe um jeito de escrever matematicamente essa relação entre o número de mesas e o número de pessoas. Você consegue explicar, nas linhas abaixo, como pode ser esse jeito? pegar o número de mesas pelo número de lugares que no caso uma mesa tem 4 lugares então é só multiplicar.



8) Seu João conserta TV. Ele cobra 20 reais para descobrir o defeito e depois cobra 15 reais por hora de trabalho para fazer o conserto. Ontem ele consertou a minha TV, descobriu o defeito e gastou 3 horas consertando.

a) Quanto eu tenho que pagar para ele?

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

20 + 15 15 15 = 65

Resposta: 65 reais

b) E se ele tivesse gastado 18 horas para consertar, quanto eu teria que pagar para ele?

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

20+15+15+15+15+15+15+15+15+15+15+15+15+15+15 15+15+15+15+15=290

Resposta: 290 reais

c) Existe um jeito de calcular o valor que seu João receberá para qualquer tempo que ele gaste no conserto? Se SIM, como é esse jeito? Se NÃO, por que não pode?

Sim é só multiplicar o tanto que ele cobra por hora pelo tempo que ele ficar.

Extrato do protocolo E809 – Q5	Extrato do protocolo E817 – Q8

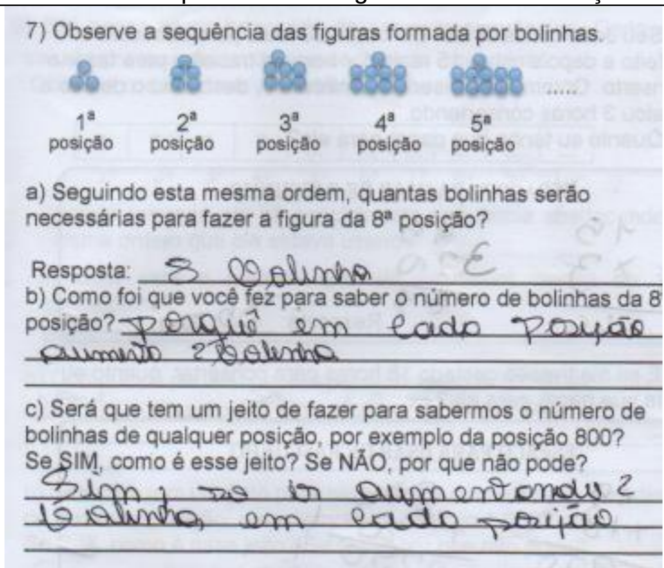
Fonte: Dados da pesquisa

O estudante E809 diz "pegar o número de mesas pelo número de lugares, que no caso, uma mesa tem 4 lugares, então é só multiplicar". Do mesmo modo, o estudante E817 afirma que " é só multiplicar o tanto que ele cobra por hora pelo tempo que ele ficar". Desse modo, é possível afirmar que houve generalização, embora o estudante tenha utilizado a proporcionalidade. Suas respostas estão alicerçadas em um raciocínio proporcional, ou seja, eles compreendem a relação funcional entre as quantidades, mas de forma incompleta. (BLANTON, *et al.*, 2015).

Categoria C8 – Generalização Recursiva

Nesta categoria foram classificadas as respostas em que os estudantes apresentaram o raciocínio recursivo no último item das situações, em especial naquelas de sequência, sejam elas icônicas, como a Q7, ou numéricas como Q9 e Q11.

Figura 3.11: Extrato do protocolo Categoria C8 Generalização Recursiva


7) Observe a sequência das figuras formada por bolinhas.

1ª posição 2ª posição 3ª posição 4ª posição 5ª posição .....

a) Seguindo esta mesma ordem, quantas bolinhas serão necessárias para fazer a figura da 8ª posição?

Resposta: 8 bolinha

b) Como foi que você fez para saber o número de bolinhas da 8ª posição? porquê em cada posição aumento 2 bolinha

c) Será que tem um jeito de fazer para sabermos o número de bolinhas de qualquer posição, por exemplo da posição 800? Se SIM, como é esse jeito? Se NÃO, por que não pode?

Sim, só ir aumentando 2 bolinha em cada posição

Extrato do protocolo E822 – Q7

Fonte: Dados de Pesquisa.

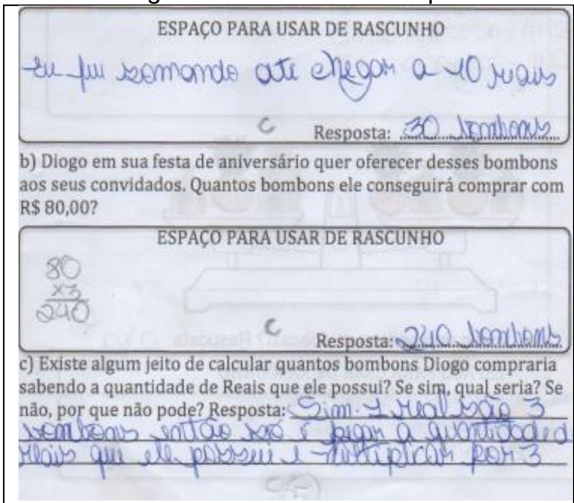
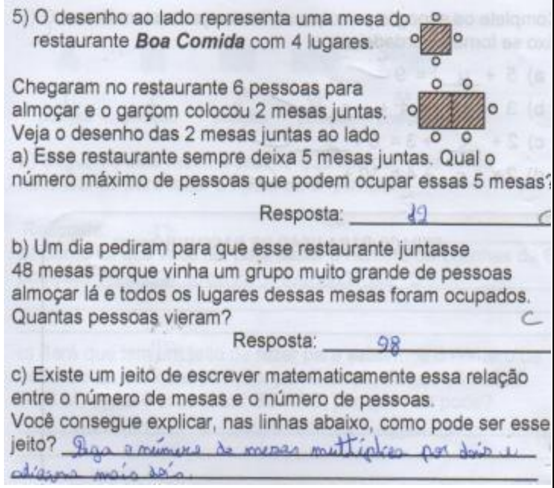
Notamos que este estudante responde que tem um jeito de sabermos o número de bolinhas em qualquer posição ao afirmar que "Sim, só ir aumentando 2 bolinhas em cada posição". Compreendemos que este estudante consegue entender que é possível generalizar por recursividade. Ao utilizar o raciocínio recursivo os estudantes identificam o padrão, qual seja, que aumenta de dois em dois a cada posição. Entretanto, para que ele possa saber quantas bolinhas há numa posição arbitrária, ele terá que partir da posição conhecida e acrescentar o padrão até chegar na posição desejada.

Isso significa que o estudante não visualiza a estrutura funcional da sequência $(f(x) = 2x + 1)$, pois atendem à variação dos termos do padrão (aumenta dois) olhando apenas para uma única variável, a variável dependente, a quantidade de bolinhas referente à posição (Nunes, 2016).

Categoria C9 – Generalização Algébrica

Nesta categoria estão as respostas em que os estudantes identificaram o padrão e conseguiram expressá-lo matematicamente. Nessas respostas o raciocínio funcional está explícito que o estudante compreendeu a relação entre as quantidades envolvidas na questão correspondente. Para Blanton *et al.* (2015), o pensamento funcional – descrito pelos autores como uma das cinco grandes ideias de generalização – envolve a relação entre covariáveis generalizadas, expressar e raciocinar sobre essas relações por meio da linguagem natural ou notação algébrica (simbólica).

Figura 3.12: Extratos dos protocolos Categoria C9 Generalização Algébrica

<table>
<tr>
<td>
ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO
eu fui somando até chegar a 10 reais
Resposta: 30 bombons
b) Diogo em sua festa de aniversário quer oferecer desses bombons aos seus convidados. Quantos bombons ele conseguirá comprar com R$ 80,00?
ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO
80
x3
240
Resposta: 240 bombons
c) Existe algum jeito de calcular quantos bombons Diogo compraria sabendo a quantidade de Reais que ele possui? Se sim, qual seria? Se não, por que não pode? Resposta: Sim. 1 real são 3 bombons então só é pegar a quantidade de reais que ele possui e multiplicar por 3</td>
<td>
5) O desenho ao lado representa uma mesa do restaurante Boa Comida com 4 lugares.
Chegaram no restaurante 6 pessoas para almoçar e o garçom colocou 2 mesas juntas. Veja o desenho das 2 mesas juntas ao lado
a) Esse restaurante sempre deixa 5 mesas juntas. Qual o número máximo de pessoas que podem ocupar essas 5 mesas?
Resposta: 12
b) Um dia pediram para que esse restaurante juntasse 48 mesas porque vinha um grupo muito grande de pessoas almoçar lá e todos os lugares dessas mesas foram ocupados. Quantas pessoas vieram?
Resposta: 98
c) Existe um jeito de escrever matematicamente essa relação entre o número de mesas e o número de pessoas. Você consegue explicar, nas linhas abaixo, como pode ser esse jeito? Pega o número de mesas multiplica por dois e adiciona mais dois.</td>
</tr>
<tr>
<td>Extrato do protocolo E804 – Q1</td>
<td>Extrato do protocolo E909 – Q5</td>
</tr>
</table>

Fonte: Dados de Pesquisa.

Para analisarmos o protocolo do estudante E804, Figura 3.12, transcrevemos o item Q1c: "Sim. 1 real são 3 bombons então só é pegar a quantidade de reais que ele possui e multiplicar por 3". Notemos que este estudante, além de generalizar por meio da linguagem natural, ele foi capaz de simplificar a expressão genérica, uma vez que a informação dada na questão é que 2 bombons custam R$6,00.

O estudante E909 também generaliza utilizando a linguagem natural, na Q5, ele afirma que "pega o número de mesas multiplica por dois e adiciona mais dois". Em ambas as situações, os estudantes entendem a relação de dependência entre as variáveis e conseguem determinar uma expressão que generalize a Função.

Vale lembrar que entendemos por meio do raciocínio funcional a capacidade dos alunos de estabelecer dependências entre duas ou mais quantidades com base na generalidade dos modelos numéricos. De acordo com Kieran (1995, 2004) esta é uma das muitas formas de pensamento algébrico.

Embora essa análise seja de natureza qualitativa e, desse modo, não tem foco em dados numéricos, acreditamos que estes apresentados na Tabela 3.5 podem contribuir para a discussão das categorias por situação, acerca da competência de generalização por parte dos estudantes. Cabe relembrarmos todas as categorias utilizadas: C1–Sem explicação; C2–Não sei; C3–Não existe; C4–Contagem; C5–Aritmética; C6–Generalização Aritmética; C7–Generalização Multiplicativa; C8–Generalização Recursiva; C9–Generalização Algébrica.

Tabela 3.5 Quantidade de respostas distribuídas por categorias

Questões Categorias		Q1 (linear) n=44	Q5 (afim) n=44	Q7 (afim) n=47	Q8 (afim) n=40	Q9 (afim) n=47	Q11 (quadrática) n=37	Total
G1 – Não Generaliza	C1	7	11	3	6	6	2	184 (71,04%)
	C2	1	1	4	2	3	5	
	C3	10	0	8	2	9	0	
	C4	0	3	3	0	8	10	
	C5	18	17	14	11	10	10	
G2 – Generaliza	C6	1	0	0	2	0	0	75 (28,96%)
	C7	0	9	1	9	0	0	
	C8	0	0	8	0	5	5	
	C9	7	3	6	8	6	5	
Total de Respostas		44 (100%)	44 (100%)	47 (100%)	40 (100%)	47 (100%)	37 (100%)	259 (100%)

Fonte: Dados da pesquisa

A primeira observação que fazemos ao apresentar os dados da Tabela 3.5, é que a quantidade total de respostas consideradas em cada questão é diferente das respostas possíveis. Este fato ocorreu devido a exclusão daquelas tidas como Branco e Incompreensível. Isso posto, analisando as respostas categorizadas nos grupos Não Generaliza e Generaliza, alguns dados da Tabela 3.5 chamam a nossa atenção. O primeiro deles é que a maioria das respostas está categorizada como Não Generaliza e, de maneira geral, elas permearam todas a situações. Outro fato é que, a categoria C5 – Não Generaliza – Aritmética teve a maior incidência. As respostas traziam as operações aritméticas que foram utilizadas para a resolução daquela situação. Esse resultado é preocupante ao levarmos em conta o ano escolar que esses estudantes se encontram, uma vez que é previsto que desde a 7º ano eles já trabalhem com conceitos algébricos, inclusive o conteúdo de Função faz parte do 9º ano.

Outro ponto que consideramos relevante é o fato de que a Q1 foi a que teve maior índice (81%) de Não Generalização. Embora o nível de acerto nos itens Q1a e Q1b tenha sido expressivo tanto no 8º quanto no 9º ano, os estudantes não conseguiram generalizar a situação. A resposta dada no item Q1c, em sua maioria, foi categorizada como Aritmética seguida da categoria Não Existe. Embora situações de proporção simples façam parte da maioria das situações da estrutura multiplicativa trabalhada com os estudantes desde os Anos Iniciais, elas se restringem à classe um para muitos (MERLINI, MAGINA, SANTOS, 2013) e a Q1 pertence à classe de muitos para muitos. É possível inferir que o fato da relação um para muitos estar implícita (6 bombons custam R$ 2,00), pode ter contribuído para que a maioria dos estudantes não encontrasse a relação existente entre a quantidade em reais e a quantidade de bombons, afirmando não existir um jeito de calcular a quantidade de bombons a partir da quantidade em reais.

Outro ponto a considerar é que no grupo G2 – Generaliza foram contabilizadas 75 respostas, sendo que a maior incidência (35 respostas) foi na categoria C9 Algébrica. Esse dado é relevante uma vez que estamos lidando com estudantes que já passaram pelo ensino de conceitos algébricos. Embora esses conceitos, normalmente, sejam trabalhados a partir da linguagem simbólica, própria do campo da Álgebra, as respostas foram dadas na linguagem natural de forma unânime. No entanto, cabe salientar que no enunciado dos itens analisados não fizemos tal exigência.

Ainda considerando o grupo G2, a categoria com maior incidência foi a C7 – Multiplicação. Os estudantes compreendem a situação, sendo que a maioria acerta o cálculo dos itens anteriores. Mas, por outro lado, não leva em consideração a parte fixa da Função afim. Esse dado é importante, pois a proporcionalidade é estudada desde os Anos Iniciais e pode ser um bom caminho para o desenvolvimento do raciocínio algébrico. (CARRAHER, SCHLIEMANN, BRIZUELA, 2000).

Quanto à categoria Recursividade, também foi bem requisitada pelos estudantes, em especial nas situações de sequências numéricas e icônicas. Os estudos feitos por Carraher, Martinez e Schliemann (2007) trazem resultados semelhantes, nos quais os estudantes também recorrem à recursividade na resolução de situações de sequência. De maneira geral, em situações icônicas ou numéricas, os estudantes levam em conta a diferença entre duas posições subsequentes.

Na Q7, por exemplo, os estudantes deixam nítido na resposta que o padrão entre as posições é o acréscimo de duas bolinhas. Isso significa que para o cálculo da quantidade de bolinhas de qualquer posição desta sequência, só poderá ser feito a partir da última posição conhecida. Nesse caso, acrescenta-se de duas em duas bolinhas até chegar na posição desejada. A Função afim que representa esta sequência é $f(x) = 2x + 1$, sendo que para o cálculo da quantidade de bolinhas de qualquer posição é imediato, basta substituir no valor de x.

Em contrapartida, a Função recursiva representativa desta mesma sequência é

$$\begin{cases} g(1) = 3 & , quando\ x = 1 \\ g(n) = g(n-1) + 2 & , quando\ x > 1 \end{cases}$$

Cabe ressaltar que o domínio das funções f e g pertence ao conjunto dos números Naturais, maiores ou igual a 1.

Se quisermos utilizar a Função recursiva para o cálculo da quantidade de bolinhas, por exemplo, da 10ª posição, é necessário que se conheça a quantidade de bolinhas da 9ª posição e, caso não seja conhecido este valor, temos que retroceder até uma posição que se conheça a quantidade de bolinhas. No caso do Q7, a última posição conhecida é a quinta, portanto, teríamos que partir dela para encontrarmos a sexta, a sétima, a oitava, a nona e finalmente a décima posição.

Embora essa forma de resolução possa tornar-se extensa, dependendo da posição desejada, é possível inferir que o estudante encontrou um padrão. Entendemos que essa resolução é um bom início para discussão em sala de aula e que o professor pode explorar de tal forma que instigue os estudantes a vislumbrar outra generalização, desta vez mais próxima da Função afim.

Outro ponto que vale a pensa ressaltar é que apesar dos estudantes responderem os itens relativos à generalização na linguagem natural, não apresentando símbolos pertinentes à linguagem algébrica, nas suas respostas eles utilizaram linguagem matemática, por exemplo, as operações aritméticas, os termos sucessor, antecessor.

3.3 Síntese dos resultados

A análise foi realizada sob duas perspectivas, quais sejam, o desempenho e a competência de generalização dos estudantes. A princípio, fizemos uma síntese dos resultados que se referem ao desempenho dos estudantes.

A análise que realizamos relativa ao desempenho dos estudantes trouxe algumas indicações relevantes. A primeira delas é que a porcentagem de itens em branco ficou abaixo de 5% das possíveis respostas. Esse dado é importante tendo em vista o empenho dos estudantes de colaborar com a pesquisa.

O resultado da análise estatística feita no desempenho geral aponta que houve diferença significativa entre o 8º (43%) e 9º ano (55%), sendo que este último teve melhor desempenho. Mesmo que o 9º ano tenha alcançado patamares acima de 50% de acertos, temos que levar em conta que o conceito de Função é trabalhado nesse nível escolar, sendo assim o desempenho ficou aquém e esse dado é preocupante.

Ao focarmos os noves itens de questão, é possível observar que no 8º ano em quatro deles atingiu nível maior que 50% de acerto. Com relação ao 9º ano, foram seis itens que atingiram essa marca. Excluindo o item da Função quadrática (Q11) o qual o 8º ano zerou, o item que os dois anos apresentaram maior dificuldade foi no Q8b. Esse item trata de uma Função afim, a qual os estudantes desprezaram a parte fixa, levando em conta somente a proporção.

Outro resultado que destacamos é que na Q1, Q5 e Q8 os estudantes apresentam desempenhos melhores nos itens (a) em relação aos itens (b). Em geral, na Q5 e Q8, eles desprezam a parte fixa da Função afim. Quanto à Q1, apesar de eles terem acertado o item Q1a, no item Q1b eles utilizam a proporcionalidade mas de forma equivocada, como por exemplo partindo, em alguns casos, de um para muitos. Esse resultado é relevante e mesmo não sendo possível generalizá-lo para além de nossa amostra, para estes estudantes podemos inferir que eles têm a ideia da proporcionalidade. Sendo assim, se temos interesse em desenvolver o raciocínio algébrico por meio da generalização, situações de proporcionalidade poderiam ser um bom caminho para introduzi-lo.

Em relação à análise das competências de generalização, tivemos que a maioria das respostas foram categorizadas no grupo G1 – Não Generaliza, atingindo patamares de 71%. É preciso ponderar esse resultado, pois situações matemáticas que solicitam que o estudante generalize uma operação aritmética, por mais simples que seja, são raras. Essa inferência está relacionada à quantidade de respostas categorizadas como C-5 Aritmética, que atingiu a maioria (43%) das respostas do G1 – Não Generaliza. Esta categoria permeou todos os últimos itens das situações e foi a mais recorrente em todos eles, empatando somente na situação Q11 na categoria C-4 Contagem. Nesta categoria enquadram-se os protocolos nos quais os estudantes ao responder o item relativo à generalização trabalham no contexto aritmético, não se atentam aos aspectos relacionais entre as operações, tendendo a centrar-se tão somente nos cálculos aritméticos.

Outro resultado que nos chamou a atenção, ainda dentro desse grupo, foi a categoria C3-Não existe. Apesar de, percentualmente, não ser expressivo (por volta de 16%) tivemos respostas que afirmavam a impossibilidade da generalização. Esse dado é inquietante, se levarmos em conta que são estudantes que já passaram pelo ensino da álgebra formal.

No que diz respeito às respostas categorizadas no G2 – Generaliza, tivemos nesse grupo, quatro categorias, sendo que a que teve maior incidência foi a C-9 Algébrica. Ela permeou todas as situações e teve como ponto comum a generalização por meio da linguagem natural. Em nenhuma delas os estudantes fizeram a generalização utilizando símbolos algébricos, tampouco numérico. Do nosso ponto de vista essa forma de se expressar foi positiva, uma vez que em aula de Matemática o comum é solicitar que o estudante apresente uma resposta numérica e única.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dedicamos esta seção para apresentar nossas considerações acerca dos resultados encontrados nessa pesquisa. Inicialmente, relembramos o nosso objetivo principal, a saber: **Identificar e analisar o desempenho e o desenvolvimento das competências apresentadas por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental ao resolverem situações problemas que envolvem o raciocínio funcional.**

Para melhor organização das nossas considerações finais e conclusões, dividimos essa seção em quatro partes: (1) a trajetória de pesquisa; (2) uma síntese dos resultados encontrados; (3) nossas respostas à questão de pesquisa; (4) e nossas sugestões de trabalhos futuros acerca do tema.

TRAJETÓRIA DE PESQUISA

Para atingir o objetivo dessa dissertação e responder à questão de pesquisa percorri uma longa trajetória que descrevo a seguir.

Na introdução, foi apresentada a minha trajetória acadêmica e profissional, seguida da apresentação dos objetivos geral e específicos, juntamente com a questão de pesquisa e por fim, o caminho a ser trilhado para atingir tais objetivos e assim responder à referida questão de pesquisa.

No capítulo 1, denominado APORTE TEÓRICO, apresentamos os principais conceitos em que se baseia esta pesquisa, a saber: Função – na perspectiva da Matemática, Relação Funcional – de acordo com a Educação Matemática, O ensino da álgebra – do ponto de vista da BNCC (BRASIL, 2017), e finalizamos com as pesquisas correlatas.

No capítulo 2 – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS – descrevemos nosso universo de estudo, os sujeitos, o material utilizado e explicamos os procedimentos para coleta de dados. Em seguida, apresentando o instrumento diagnóstico e sua respectiva análise de acordo com a vertente: Relação

Funcional. Finalizamos o capítulo indicando os procedimentos para a análise dos dados.

No capítulo 3 – ANÁLISE DE DADOS – apresentamos as análises que foram feitas em relação aos desempenhos dos estudantes em relação as duas vertentes já citadas.

SÍNTESE DOS RESULTADOS

Diante dos dados obtidos, consideramos nossa análise de acordo com duas perspectivas: desempenho e competências. Quanto ao desempenho destacamos que, de um modo geral, os acertos não ultrapassaram a marca de 49%. No entanto, os estudantes do 9º ano foram, estatisticamente, melhores, uma vez que obtiveram desempenho de 54,13% de acertos contra 42,71 do 8º ano.

Outro fato que vale a pena ressaltar é que o melhor desempenho foi nas questões referentes a Função Linear (corroborando com a pesquisa de Ribeiro (2020)), com índices de acertos que beiram os 60% no 8º ano e quase 80% no 9º ano. Destacamos também o índice baixo de acertos na questão relativa à Função Quadrática. Nesta questão, os estudantes do 8º ano não apresentaram nenhum acerto e os do 9º ano não ultrapassaram 24% de acerto.

Em suma, apesar do 9º ano obter resultados melhores, e da nossa amostra ser pequena e não permitir generalização dos resultados alcançados, os dados são preocupantes, pois ambas as turmas já tiveram contato com a Álgebra Escolar no ensino básico, principalmente o 9º ano.

Tabela 4.1 Quantidade de respostas distribuídas por categorias no G1

Questões / Categorias		Q1 (linear)	Q5 (afim)	Q7 (afim)	Q8 (afim)	Q9 (afim)	Q11 (quadrática)	Total
G1 – Não Generaliza	C1	7	11	3	6	6	2	184
	C2	1	1	4	2	3	5	
	C3	10	0	8	2	9	0	
	C4	0	3	3	0	8	10	
	C5	18	17	14	11	10	10	

Fonte: Dados da pesquisa

Em relação ao grupo G1 – Não Generaliza, conforme a Tabela 4.1, a categoria com maior incidência foi C1 - Sem Explicação. Entendemos que mesmo acreditando que haja uma forma de generalização o estudante não consegue demonstrar o porquê, ou não consegue explicar o motivo de não haver generalização. Em relação as categorias C3 – Não Existe Generalização e C4 – Contagem, houve um certo equilíbrio. Ou seja, quase a mesma quantidade de alunos em cada categoria. (10,5% e 13%, respectivamente)

Tabela 4.2 Quantidade de respostas distribuídas por categorias no G2

Questões / Categorias		Q1 (linear)	Q5 (afim)	Q7 (afim)	Q8 (afim)	Q9 (afim)	Q11 (quadrática)	Total
G2 – Generaliza	C6	1	0	0	2	0	0	75
	C7	0	9	1	9	0	0	
	C8	0	0	8	0	5	5	
	C9	7	3	6	8	6	5	

Fonte: Dados da pesquisa

Em relação ao grupo G2 – Generaliza, de acordo com a Tabela 4.2, foi possível notar que a maior incidência de generalização foi na questão Q8, sendo na categoria C7 – Generalização Multiplicativa. Outro ponto que chamamos a atenção é o fato de que a questão que mais teve acerto não foi a mais generalizada. Como por exemplo, a quantidade de acerto da Q9 (79,3%) foi maior que a Q7(53,4%), no entanto os estudantes conseguiram generalizar mais a Q7 (20%) que a Q9 (14,6%). Essas duas questões apresentam leis de formação parecidas, (Q7: $f(x) = 2x + 1$ e Q9: $f(x) = 2x - 1$. Além disso, o tipo de questão referente a Função linear foi a que teve o maior índice de acerto (68,10%), entretanto teve o menor índice de generalização (muitos para muitos, que difere das situações que geralmente são trabalhadas em sala de aula (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014).).

Outros pontos para destaques: 1. A maior incidência da generalização multiplicativa ocorreu na Q8, em conformidade com Vergnaud (2009) quando afirma que as noções de Função têm relação com as noções de relação e proporção; 2. As questões de Função afim foram generalizadas como Função linear; 3. A generalização por recursividade foi exclusiva das questões de sequência, que segundo Vale e Pimentel (2011), significa encontrar um elemento a partir de outros já apresentado no enunciado ou nas respostas anteriores, de forma que sejam possíveis obter novos casos particulares e a partir destes ser conduzido à generalização, ou seja, a expressão de uma lei de formação.

Em suma, embora nossa amostra não nos permita a generalização, mas para esse público, o resultado alcançado por estes estudantes nos inquieta, uma vez que, nesse nível escolar, os conceitos algébricos estão sendo trabalhados há dois ou três anos (8º e 9º anos, respectivamente).

RESPOSTAS À QUESTÃO DE PESQUISA

Esta seção é dedicada a responder à questão de pesquisa desse estudo, a saber: **Quais são o desempenho e as competências que são apresentadas por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental ao resolverem situações que envolvem o raciocínio algébrico?**

Quanto ao desempenho o resultado alcançado pelos estudantes do 9º ano foi estatisticamente maior daquele alcançado pelo 8º ano. Desse modo, separamos os resultados do desempenho de acordo com o ano escolar.

No que se refere aos estudantes do 9º ano, se levarmos em conta as situações de Função Afim, estes tiveram desempenho de 52,56%, o que significa um resultado favorável do ponto de vista da média escolar que é cinco. O resultado destes mesmos estudantes nas situações de Função Linear, alcançou patamares de 78,85%. Esse nível de desempenho nos permite inferir que estes estudantes de 9º ano têm domínio em situações desse tipo.

O desempenho atingido pelos estudantes do 8º ano em situações de Função Afim foi de 44,27%. Se ponderarmos que eles ainda não tiveram contato com situações de Função Afim, o resultado encontrado pode ser relativizado, sendo considerado também como um resultado favorável. Quanto ao desempenho nas situações de Função Linear, estes estudantes alcançaram 59,38%, acima da nota 5 que é a média escolar.

Em síntese esses desempenhos apresentados nos permitem concluir que a proporcionalidade, que é a base da Função Linear, é de fato um bom caminho para o ensino de função desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Situações de proporção já são trabalhadas na escola, mas é preciso que o professor instigue e fomente discussões que levem o estudante a pensar a relação entre as grandezas envolvidas.

Ressaltamos que os resultados encontrados são relevantes porque este estudo foi de natureza diagnóstica e não houve qualquer tipo de intervenção. Vale ressaltar também que não pretendemos estender nossas conclusões além da amostra, por se tratar de um grupo pequeno de alunos com apenas duas escolas. No entanto, os resultados apresentados podem auxiliar a conduta de futuras pesquisas.

Quanto à competência de generalização, tivemos como resultado que 28,96% das respostas dos estudantes levaram a algum tipo de generalização. Embora menos de um terço das respostas apresentasse generalização, 46,6% destas respostas, foram categorizadas como generalização algébrica. Esse resultado é importante e relevante, uma vez que atividades matemáticas nem sempre solicitam a generalização, a função que subsidia a situação. O comum é apresentar a função, a lei e a partir dela o cálculo, sendo que a resposta é numérica e única.

Outro importante resultado foi que os estudantes que generalizaram algebricamente, o fizeram utilizando a linguagem natural. Este resultado aponta que os estudantes compreenderam a situação embora não a expressaram utilizando símbolos algébricos. Isso nos leva a ratificar a necessidade de fomentar discussões em sala de aula para ouvir como o estudante compreendeu e resolveu aquela situação.

SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Nossa pesquisa buscou identificar e analisar o desenvolvimento das competências apresentadas por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental ao resolverem situações problemas que envolvem o raciocínio algébrico. Apesar de atingir este objetivo, nosso estudo apresentou algumas limitações e, por isso, sugerimos as pesquisas futuras a seguir.

Como o nosso estudo teve um público-alvo restrito aos estudantes do 8º e 9º anos, a primeira sugestão de trabalho futuro estender a mesma pesquisa a todo Ensino Fundamental. Além disso, também é importante realizar um estudo com intervenção com estudantes de 8º e 9º ano, para que eles possam desenvolver a competência de generalização partindo de conceitos e procedimentos aritméticos. Outra sugestão importante seria trabalhar com formação de professor dos Anos Iniciais com essa perspectiva da Early Algebra, com o intuito de desenvolver o raciocínio algébrico nos estudantes. Essa pesquisa teria uma repercussão maior do que a anterior, visto que um professor é um possível agente multiplicador, se pesarmos nas suas turmas ano a ano. Portanto, considerando os trabalhos existentes relacionados à nossa disciplina e benéficos ao ensino da matemática nos anos iniciais, pretendemos confirmar os resultados ora obtidos para esses alunos.

Para finalizar, cabe ressaltar que ainda que embora os dados de nossa amostra tenham sido retirados de uma população de escola pública, que representa a maioria dos estudantes baianos, não temos dados suficientes que nos permitam inferir para além de nossa população. Mesmo assim, nos sentimos confortáveis ao fazer essas afirmativas que poderão contribuir para dar subsídios sobre as percepções dos estudantes, dessa faixa etária, a respeito da percepção do sinal da igualdade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, N. S. S. Equação do 1º grau: a compreensão da equivalência nos anos iniciais. Dissertação de mestrado apresentado ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, da Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2020.

BASTOS, L. S. *Early Algebra*: as estratégias de resolução de estudantes do 4º e 5º ano frente a problemas que aludem à álgebra. Dissertação de mestrado apresentado ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, da Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2019.

BITENCOURT, D. V. *Early Álgebra* na perspectiva do livro didático. 126 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA, 2018.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. Journal for Research in Mathematics Education, 36(5), p. 412-446, 2005.

BOOTH, Lesley R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As ideias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. 2017

BRIZUELLA, B.; SCHLIEMANN, A. Ten-year-old Students Solving Linear Equations. For the Learning Mathematics, v.24, n.2, 2004.

CAMPOS, M. A. Uma Sequência Didática para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico no 6º ano do Ensino Fundamental. Tese apresentada ao Programa de PósGraduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, da Universidade Federal da Bahia 206f. Salvador, 2019

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. Quadrante, v. XVI, n. 2, p. 81-118, 2007.

Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: Un marco de referencia y un estudio. EMA , 8 (2), 121-156.

CARRAHER, D. W. et al. Arithmetic and Algebra in Early Mathematics Education. Journal for Research in Mathematics Education, v.2, n.37, p.87-115, 2006.

CARRAHER, D. W.; MARTINEZ, M. V.; SCHLIEMANN, A. Early algebra and mathematical generalization. ZDM Mathematics Education. DOI, v. 40, p, 3-22, 2008. COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A.; BRIZUELA, B. Algebra in the Early Grades? In: SAMSON, B. C. Staying the Course: A commitment to inquiry-based learning. Hands On!, Spring 2001, v. 24, n. 1, p. 8-11, 2001. RPEM, Campo Mourão, Pr, v.3, n.5, jul.-dez. 2014 156

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. 3ª Ed.rev. Campinas, SP: Autores Associados,
2012.

JERÔNIMO, A. C. Um estudo comparativo entre os desempenhos dos alunos do ensino fundamental que já estudaram álgebra (9º ano) e os que ainda irão estudá-la formalmente (6º ano). Dissertação de mestrado apresentado ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, da Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2019.

KAPUT, J. J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMA, E.; ROMBERG, T. (Eds.), Mathematics classrooms that promote understanding Mahwah, NJ: Erlbaum, p. 133-155, 1999.

KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. In FENNEMA, E. ROMBERG, T.A. (Eds.), Mathematics classrooms that promote understanding. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 1999.

KERN, N. B. Uma introdução ao pensamento algébrico através de relações funcionais – Porto Alegre. 134f. Dissertação de Mestrado em Ensino Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008

KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: What is it? The Mathematics Educator, v.8, p.139-151, 2004.

KIERAN, C. Learning and teaching of school algebra. In: D. A Grows (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan, p.390-419, 1992.

KIERAN, C. The changing face of school algebra. In: C. Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson, C. Laborde, & A. Pérez (Eds.), Eighth International Congress on Mathematical Education: Selected lectures, p. 271-290. Seville, Spain: S.A.E.M. Thales, 1996.

KNECHTEL, Maria do Rosário. Metodologia da pesquisa em educação: uma abordagem teórico-prática dialogada. Curitiba: Intersaberes, 2014.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI. Campinas. Papirus, 1997.

MAGINA, S. M. P.; SANTOS, A. dos; MERLINI, V. L. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas Multiplicativas. Ciência & Educação, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

MAGINA, S.; MERLINI, V.; SANTOS, A. dos. A estrutura multiplicativa sob a ótica da teoria dos campos conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem.

In Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 3., 2012, Fortaleza, Brasil. Anais... Fortaleza: Brasil, p. 1-12, 2012.

Merino, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2013). Uso de representaciones y patrones por alumnos de quinto de educación primaria en una tarea de generalización. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 2(1), 24-40.

OLIVEIRA, C. F. S. Formação continuada de professores e a Early Algebra: uma intervenção híbrida. Dissertação de mestrado apresentado ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, da Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2018.

PORTO, R. S. O. Early álgebra: prelúdio da álgebra por estudantes do 3° e 5º anos do ensino fundamental. 177f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2018.

RADFORD, L. Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In: North America Conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education – PME. Bergen University College. v. 1, 2006

RIBEIRO, L. L. Uma Investigação Sobre o Raciocínio Funcional no 6º ano do Ensino Fundamental. 125f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA, 2020.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M. Bringing Out the Algebraic Character of Arithmetic: From Children's Ideas to Classroom Practice. Studies in Mathematical Thinking and Learning Series. Lawrence Erlbaum Associates, 2006.

SOUZA, A. A. O ensino híbrido na formação continuada e a recontextualização pedagógica dos textos produzidos por professores dos anos iniciais em *early algebra*: um enfoque na relação funcional. 192f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA, 2020.

SOUZA, E. I. R. Estruturas multiplicativas: concepção de professor do ensino Fundamental. 107f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA. 2021

STEWART, James Cálculo, volume I / James Stewart ; [tradução EZ2 Translate]. -- São Paulo : Cengage Learning, 2013.

TEIXEIRA, A. C. N. A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do ensino fundamental: uma proposta de intervenção. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Ilhéus, BA: UESC, 2016.

Vale, I.; Pimentel, T. O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. *Da Investigação às Práticas*, 98–124, 2013.

Vale, I.; Pimentel, T. Padrões e conexões matemáticas no ensino básico. *Educação Matemática*, v. 110, 33-38, 2011.

YAMANAKA, O.; MAGINA, S. Um estudo da “early algebra” sob a luz da teoria dos campos Conceituais de Gerard Vergnaud. Anais do IX Encontro Paulista de Educação Matemática: IX EPEM. Bauru: SBEM/SBEM-SP, p. 1-15, 2008. (ISBN 978-85-98092-07-2).

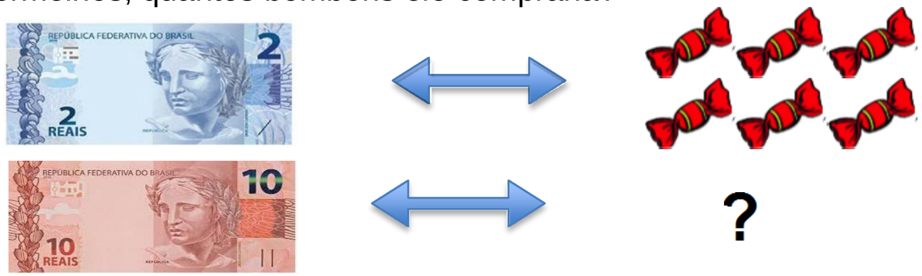
APÊNDICE

Nome:____

Idade:_______________ Ano : __________________

ATIVIDADES DE MATEMÁTICA

Com R$ 2,00 se compra 6 bombons vermelhos.
a) Se Diogo gastasse R$ 10,00 comprando desses bombons vermelhos, quantos bombons ele compraria?



ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

Resposta: ....

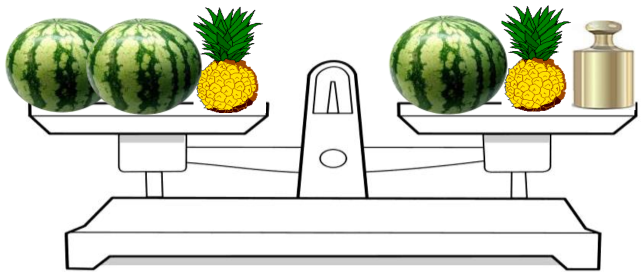
b) Diogo em sua festa de aniversário quer oferecer desses bombons aos seus convidados. Quantos bombons ele conseguirá comprar com R$ 80,00?

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

Resposta: ....

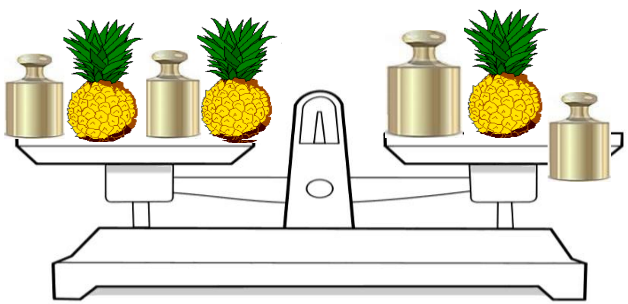
c) Existe algum jeito de calcular quantos bombons Diogo compraria sabendo a quantidade de Reais que ele possui? Se sim, qual seria? Se não, por que não pode? Resposta: ________________________________

2) As balanças da barraca do Seu Manoel se encontram em equilíbrio, ou seja, o peso de um prato é igual ao do outro prato. As melancias têm o mesmo peso e os abacaxis têm o mesmo peso.



a) Qual o peso de apenas uma melancia? Resposta: ___________

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO



b) Qual o peso de apenas um abacaxi? Resposta: ____________

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

11) Bia e Carlos estavam brincando de adivinhar números em sequência.
Bia fez uma sequência de 4 números e desafiou Carlos a dizer como essa sequência continuaria.
a) Olhando para a sequência que Bia criou, quais são os próximos três números dela?

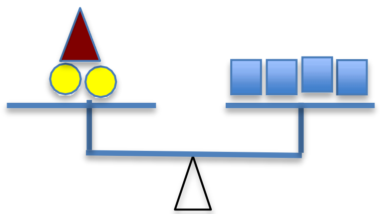
1	**4**	**9**	**16**	**...**	**...**	**...**
1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º

Resposta: ______________________________

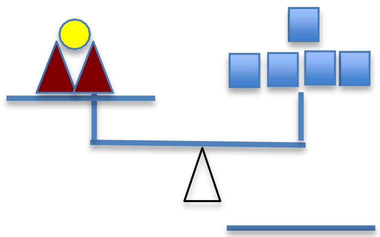
b) O Carlos não conseguiu de jeito nenhum descobrir esses três números. Como você explicaria para ele o jeito que tem que fazer para adivinhar esses números? ______________________________
____
____
____
____

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

10) As balanças 1 e 2 se encontram em equilibrio, ou seja, o peso de um prato é igual ao peso do outro prato.
Todas as esferas amarelas têm o mesmo peso.
Todas as pirâmides vermelhas têm o mesmo peso.
Todos os cubos azuis têm o mesmo peso

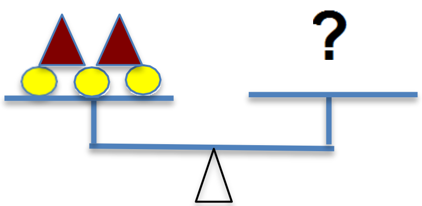


Ba



Ba

a) Quantos cubos devem ser colocados para que a balança 3 também fique em equilíbrio? Resp.:___________________



Ba

b) Escreva como você pensou para responder.

____

____

____

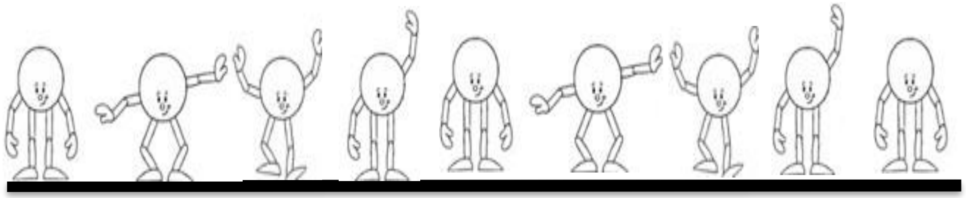
ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

3) Diogo e Matheus querem saber quem tem mais dinheiro.
Diogo tem um valor dentro da carteira e mais R$ 5,00 na mão.
Matheus tem na sua carteira 2 vezes mais o valor que Diogo tem dentro da carteira dele.

a) Dá para saber quem tem mais dinheiro? Resposta:___________
b) Se sim, quem? Resposta: ______________________________
c) Quando eles tiverem a mesma quantia em reais, quanto Diogo terá dentro da sua carteira? Resposta:_____________________

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

4) Carlitos faz exercício físico sempre. Ele faz esse exercício seguindo e repetindo uma ordem de posições. Ele vai continuar fazendo essas mesmas posições por muito tempo. Veja o Carlito se exercitando abaixo



posição 1 | posição 2 | posição 3 | posição 4 | posição 5 | posição 6 | posição 7 | posição 8 | posição 9

a) Desenhe ao lado como ele estará na posição 14.

b) Desenhe ao lado como ele estará na posição 900.

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

9) Bibi passa horas brincando de escrever sequências. Certo dia saiu às pressas deixando sua sequência incompleta.
Observe como estava a sequência dela

1	**3**	**5**	**7**	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**
1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º

Quando retornar, ela irá concluir esta sequência obedecendo a mesma ordem que ela estava usando.

a) Qual será o número que ela escreverá dentro do 10º quadradinho?

Resposta: ____

b) Como você pensou para saber o número do 10º quadradinho?

____
____
____

c) Será que tem um jeito para sabermos o número do quadradinho de qualquer posição, por exemplo da posição 1.000?
Se SIM, como é esse jeito? Se NÃO, por que não pode?

____
____
____
____

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

8) Seu João conserta TV. Ele cobra 20 reais para descobrir o defeito e depois cobra 15 reais por hora de trabalho para fazer o conserto. Ontem ele consertou a minha TV, descobriu o defeito e gastou 3 horas consertando.

a) Quanto eu tenho que pagar para ele?

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

Resposta:__________________

b) E se ele tivesse gastado 18 horas para consertar, quanto eu teria que pagar para ele?

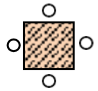
ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

Resposta: ___________________

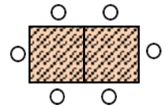
c) Existe um jeito de calcular o valor que seu João receberá para qualquer tempo que ele gaste no conserto?
Se SIM, como é esse jeito? Se NÃO, por que não pode?

____
____
____
____

5) O desenho ao lado representa uma mesa do restaurante ***Boa Comida*** com 4 lugares.



Chegaram no restaurante 6 pessoas para almoçar e o garçom colocou 2 mesas juntas. Veja o desenho das 2 mesas juntas ao lado



a) Esse restaurante sempre deixa 5 mesas juntas. Qual o número máximo de pessoas que podem ocupar essas 5 mesas?

Resposta: _____________________

b) Um dia pediram para que esse restaurante juntasse 48 mesas porque vinha um grupo muito grande de pessoas almoçar lá e todos os lugares dessas mesas foram ocupados. Quantas pessoas vieram?

Resposta:_______________________

c) Existe um jeito de escrever matematicamente essa relação entre o número de mesas e o número de pessoas.

Você consegue explicar, nas linhas abaixo, como pode ser esse jeito? ____

____

____

____

____

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

6) Complete os espaços para que as sentenças matemáticas abaixo se tornem verdadeiras:

a) 5 +_____= 9

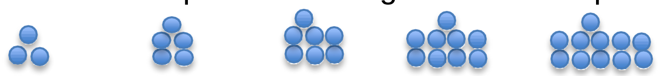
b) 3 +_____= 4 + ______

c) 2 +______+ 3 = 6 + ______

d) 2 x______+ 4 = 10 + ______

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO

7) Observe a sequência das Figuras formada por bolinhas.



1ª posição | 2ª posição | 3ª posição | 4ª posição | 5ª posição .....

a) Seguindo esta mesma ordem, quantas bolinhas serão necessárias para fazer a Figura da 8ª posição?

Resposta: ____

b) Como foi que você fez para saber o número de bolinhas da 8ª posição? ____

____

____

c) Será que tem um jeito de fazer para sabermos o número de bolinhas de qualquer posição, por exemplo da posição 800? Se SIM, como é esse jeito? Se NÃO, por que não pode?

____
____
____
____

ESPAÇO PARA USAR DE RASCUNHO