UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

JONAS DOS SANTOS

# PRODUÇÃO ARTESANAL DE CHOCOLATE E ETNOMODELAGEM: COMPREENSÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL

ILHÉUS-BA
2020

**JONAS DOS SANTOS**

# PRODUÇÃO ARTESANAL DE CHOCOLATE EETNOMODELAGEM: COMPREENSÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, como requisito para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Zulma Elizabete de Freitas Madruga

**ILHÉUS - BA**
**2020**

S237 Santos, Jonas dos.

Produção artesanal de chocolate e etnomodelagem: compreensão do conceito de função por estudantes do ensino fundamental / Jonas dos Santos. – Ilhéus, BA: UESC, 2020.

172 f.: il.

Orientadora: Zulma Elizabete de Freitas Madruga.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.

Inclui referências e apêndices.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Modelagem. 3. Chocolate – Indústria. 4. Funções (Matemática). 5. Ensino fundamental. I. Título.

CDD 510.7

JONAS DOS SANTOS

“Produção Artesanal de Chocolate e Etnomodelagem: Compreensão do Conceito de Função por Estudantes do Ensino Fundamental”.

Dissertação submetida ao Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPGEM, em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

**APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA**

**EM 13/04/2020**

Profa. Dra. Zulma Elizabete de Freitas Madruga
Presidente da Banca (PPGECM/UESC)

Profa. Dra. Maria Elizabete de Souza Couto
(PPGECM/UESC)

Prof. Dr. Milton Rosa
(UFOP)

Ilhéus, Bahia, 13 de abril de 2020.

## RESUMO

Na presente pesquisa, objetiva-se analisar o desenvolvimento de uma proposta de ensino, fundamentada na Etnomodelagem, para a construção de um etnomodelo para a produção artesanal de chocolate, por meio do conceito de Funções. De início, foi feito um mapeamento em apoios bibliográficos, com a finalidade de construir um aporte teórico sobre Modelagem Matemática, Etnomatemática e Etnomodelagem configurando-se como fundamento para a construção da proposta de ensino. Essa proposta foi aplicada em uma turma de 28 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola localizada em uma cidade do sul da Bahia. A pesquisa teve natureza qualitativa e a metodologia utilizada foi o Mapeamento na Pesquisa Educacional. A dissertação está organizada em quatro capítulos (chamados de Mapas). O capítulo I – Mapa de Identificação apresenta um recorte histórico da região cacaueira, origem do chocolate, abordagens sobre documentos oficiais, o tipo de pesquisa e os procedimentos metodológicos; o capítulo II– Mapa Teórico, apresenta o aporte teórico (as teorias-base), o mapeamento de pesquisas recentes sobre etnomodelagem, e o objeto matemático (funções); o capítulo III – Mapa de Campo, apresenta como os dados foram coletados e detalha etapas desenvolvidas durante a pesquisa - uma visita com os estudantes a um assentamento de trabalhadores rurais sem terra para coletar informações sobre a produção de chocolate; a elaboração de uma proposta de ensino para a construção do conceito de função, assim como de etnomodelos para representar a produção de chocolate.  O capítulo IV – Mapa de Análise, que foi baseada em Conteúdo, com os dados separados em unidades de registros e reagrupados por temas, que deram origem aos eixos temáticos, sintetizados em quatro categorias emergentes: Conectando duas realidades; formalizando conceitos e elaborando etnomodelos; compreendendo conceitos; e para além do conceito de função, completadas por análises descritiva e interpretativa de cada uma.  Como resultado, observou-se que a história dos assentados impressionou os participantes e em certos pontos se pareceu com a história de familiares dos mesmos. Os conhecimentos êmicos provenientes da visita a fábrica de chocolate possibilitou aos estudantes a criação de hipóteses, a fomentação de discussões e a sistematização da produção de chocolate para uma determinada quantidade de cacau utilizado na produção de chocolate, calculando a quantidade de chocolates produzidos e os possíveis lucros dos assentados. Por meios dos etnomodelos êmicos, os participantes conseguiram criar etnomodelos gráficos e algébricos (éticos e/ou dialógicos) para representar a produção de chocolate artesanal da fábrica. E, ainda, para fazer esses etnomodelos, os estudantes utilizaram elementos trabalhados durante a construção do conceito de função. Sendo que esses etnomodelos poderão contribuir o aprimoramento da gestão da produção de chocolate da fábrica.

**Palavras chave:** Etnomodelagem. Modelagem na Educação. Produção de Chocolate. Função. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This research aims to analyze the development of a teaching proposal, based on ethnomodelling, for the construction of an ethnomodel for artisanal chocolate production, with the concept of medium functions. At first, a mapping was done in supporting bibliographies, with the use of constructing a theoretical report on Mathematical Modelling, Ethnomathematics and Ethnomodelling, configuring itself as the basis for the construction of the teaching proposal. This proposal was applied to a class of 28 9th grade students from a school located in a city in the south of Bahia. A research was qualitative in nature and a methodology used was Mapping in Educational Research. The dissertation is organized in four chapters (map records). Chapter I - Identification map presents a historical record of the cocoa region, origin of the chocolate, approaches to official documents, the type of research and methodological procedures; Chapter II - Theoretical Map, presents the theoretical contribution (as base theories), the mapping of recent research on ethnomodelling and the mathematical object (functions); chapter III - Field Map, presents how the data were collected and detailed the stages during a survey - a visit with students to an agreement of landless agricultural sectors to collect information about the production of chocolate; the elaboration of a teaching proposal for the construction of the concept of function, as ethnomic methods for the production of chocolate. Chapter IV - Analysis Map, which was based on Content, with the data separated into units of records and grouped by themes, which gave rise to the thematic axes, summarized in four emerging categories: Connecting two realities; formalizing concepts and developing ethnomodels; applying concepts; and beyond the concept of function, complemented by descriptive and interpretive analyzes of each one. As a result, it was observed that, through ethnomodelling, students were able to create ethical and dialogical ethnomodels to represent the artisanal chocolate production at the factory where the data was collected. And yet, to make these ethnomodels, the students used elements worked on during the construction of the concept of function. Chapter IV - Analysis Map, which was based on Content, with data separated into units of records and grouped by themes, which gave rise to the thematic axes, summarized in four emerging categories: Connecting two realities; formalizing concepts and developing ethnomodels; understanding concepts; and beyond the concept of function, complemented by descriptive and interpretive analyzes of each one. As a result, it was observed that the history of the settlers impressed the participants and at certain points it resembled the history of their families. The emic knowledge from the visit to the chocolate factory allowed students to create hypotheses, encourage discussions and systematize the production of chocolate for a certain amount of cocoa used in the production of chocolate, calculating the quantity of chocolates produced and the possible settlers' profits. Through emic ethnomodels, the participants were able to create graphic and algebraic ethnomodels (ethical and / or dialogical) to represent the factory's artisanal chocolate production. And yet, to make these ethnomodels, students used elements worked on during the construction of the concept of function. These ethnomodels can contribute to improving the management of chocolate production at the factory.

Keywords: Ethnomodelling. Modelling in Education. Chocolate production. Function. Elementary School.

# LISTA DE MAPAS

**LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

a.C – Antes de Cristo

AC – Análise de Conteúdo

BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CEP – Comitê de Ética em Pesquisa

Cepec – Centro de Pesquisa do Cacau

Ceplac – Comissão Executiva do Plano da Lavoura Cacaueira

COOPFESBA – Cooperativa da Agricultura Familiar e Econômica Solidária da Bahia do Rio Salgado e Adjacências

CTD – Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES

EJA – Educação de Jovens e Adultos

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

Incra – Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária

Inep – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

Mapa – Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento

ME – Modelagem na Educação

MEC – Ministério da Educação

MDA – Ministério de Desenvolvimento Agrário

MM – Modelagem Matemática

MPE – Mapeamento na Pesquisa Educacional

MST – Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra

OCDE – Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

Pisa – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

Pnae – Programa Nacional de Alimentação Escolar

Tale – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

TCLE – Termo de Consentimento Livre e esclarecido

UESC – Universidade Estadual de Santa Cruz

VB – Vassoura-de-bruxa

**SUMÁRIO**

## APRESENTAÇÃO

A pesquisa teve como objetivo analisar o desenvolvimento de uma proposta de ensino, fundamentada na etnomodelagem, para a construção de um modelo para a produção artesanal de chocolate, por meio do conceito de função. Para alcançar o objetivo geral, foram definidos objetivos específicos, além disso, foi apresentado um problema que norteou o seu desenvolvimento, e feito um levantamento sobre a base teórica que fundamentaram o estudo. O trabalho está dividido em quatro capítulos (Mapas) e as considerações finais.

O princípio metodológico do mapeamento proposto por Biembengut (2008) apresenta quatro tipos de mapa: Mapa de Identificação, Mapa Teórico, Mapa de Campo e Mapa de Análise. Segundo a autora, o mapeamento é um conjunto de ações que começa com a identificação de entes ou dados envolvidos com o problema a ser pesquisado para, a seguir, levantar, classificar e organizar tais dados de forma a tornar mais aparentes as questões a serem avaliadas, ou, ainda, as características indicadoras de relações genéricas, tendo como referências o espaço geográfico, tempo, a história, cultura, os valores, as crenças e ideias dos entes envolvidos.

No capítulo I, Mapa de Identificação apresenta-se um recorte histórico da região cacaueira, sua localização, história, o surgimento das primeiras mudas de cacau, o apogeu e a crise da região, com a disseminação da Vassoura-de-bruxa (VB), além da expansão da agricultura familiar na região. Também são apresentadas as diretrizes que constam no documento oficial (Base Nacional Comum Curricular – BNCC) para o ensino de Matemática; o tipo de pesquisa; e os procedimentos metodológicos.

No capítulo II, Mapa Teórico, aborda-se a fundamentação teórica, apresentando os conceitos de Etnomatemática, de Modelagem Matemática–Modelagem na Educação e de Etnomodelagem. Nesse capítulo também é explicitado o resultado do mapeamento de pesquisas recentes sobre Etnomodelagem, com o objetivo de verificar a existência de estudos semelhantes sobre o tema dessa pesquisa, e aborda-se, ainda, o objeto matemático da pesquisa.

No capítulo III, Mapa de Campo, são apresentadas as etapas e os procedimentos utilizados para obter os dados e as informações, como, por exemplo, o público que colaborou com a pesquisa; a modalidade de ensino; os contextos social, cultural e econômico; assim como o detalhamento das ações desenvolvidas no processo.

No capítulo IV, Mapa de Análise, os dados são analisados, em diálogo com as teorias que fundamentam a pesquisa, além de apresentadas as implicações pedagógicas, limitações do estudo e perspectivas de continuidade.

Os resultados desta pesquisa procuram expressar a compreensão, por meio da Etnomodelagem, de como os estudantes modelam a produção de chocolates artesanais em uma fábrica, sugerindo caminhos para um ensino de matemática dinâmico, relacionando o conteúdo matemático a situações práticas.

# CAPÍTULO I

# MAPA DE IDENTIFICAÇÃO

# APRESENTAÇÃO DO CAPÍTULO

Capítulo estruturado com a finalidade de explicitar a identificação, estrutura, os objetivos e a justificativa do estudo, de forma a delinear o contexto no qual os participantes da pesquisa estão imersos.

Biembengut (2008, p. 79) afirma que o Mapa de Identificação contribui para que seja possível “visualizar a abrangência da pesquisa de campo”, e as suas potencialidades e limitações; definir o contexto, os elementos e o direcionamento que a pesquisa deverá ter, contribuindo para a compreensão “da origem da natureza e das características dos dados que serão a estrutura da descrição e da explicação do fenômeno ou da questão”.

Inicia-se o mapa apresentando um recorte histórico da região cacaueira, abrangendo o período em que as primeiras mudas do cacau chegaram à região, até o surgimento da maior crise que assolou o cultivo – o ataque do fungo vassoura-de-bruxa. Crise essa que levou vários cacauicultores ao endividamento, abrindo assim possibilidades para o crescimento do número de agricultores familiares na região. Além disso, descrevem-se aspectos da história do chocolate, passando por sua “origem” mitológica até o surgimento das primeiras fábricas.

No capítulo, aborda-se ainda como os documentos oficiais orientam sobre o ensino de Matemática, no Ensino Fundamental, e sobre o ensino de funções. E, a partir dessas discussões, é delineado o contexto da pesquisa, sua delimitação, os objetivos e as justificativas, concluindo-o com uma descrição dos procedimentos metodológicos da pesquisa.

O mapa de identificação, portanto, está estruturado da seguinte maneira:

1.1 *Sobre a região cacaueira e o chocolate*: Descreve um pouco da região cacaueira ao longo da história e a história do chocolate;

1.2 *Sobre os documentos oficiais*: Apresenta o que os documentos oficiais orientam sobre o ensino de Matemática e funções. Descreve também o contexto da pesquisa, sua justificativa, a questão abordada e os objetivos;

1.3 *Sobre o tipo de pesquisa:* Indica a natureza da pesquisa utilizada no desenvolvimento deste trabalho;

1.4 *Sobre os procedimentos metodológicos:* Descreve de forma detalhada a metodologia utilizada na pesquisa.

## 1. 1 SOBRE A REGIÃO CACAUEIRA E O CHOCOLATE

A mesorregião sul baiana é formada de três microrregiões, abrangendo 70 cidades. Essas microrregiões são: a de *Valença ou Baixo Sul*, que abrange 10 municípios; a de *Ilhéus/Itabuna ou Região Cacaueira*, com 41 municípios; e a de *Porto Seguro, ou Extremo Sul Baiano,* com 19 municípios. Segundo Rocha (2014, p.16), a região sul da Bahia é reconhecida por apresentar uma diversidade de espaços detentores de uma "identidade própria e autonomia".

### *1.1.1 Histórico*

De acordo com Rocha (2014, p. 18), a ocupação da região sul da Bahia teve início no século XVI, com o descobrimento do Brasil. "Desde o início de sua ocupação, a região passou por diferentes mudanças, no aspecto tanto econômico, quanto social". Essas mudanças foram iniciadas pelos colonizadores, com a extração de riquezas vegetais, como o Pau-Brasil. Segundo a autora, até o século XVII, a cana-de-açúcar se destacava como o produto mais importante plantado e comercializado na região. A cultura contribuiu significativamente para o povoamento da região e o surgimento dos primeiros vilarejos. E, "no final do século XVIII, a região torna-se grande produtora de alimento, notadamente de farinha de mandioca, milho, feijão, além da atividade pesqueira em Santa Cruz Cabrália e Porto Seguro" (ROCHA, 2014, p. 18).

A autora afirma que, a partir do final do século XVIII, começou-se a introdução do cultivo de três tipos de cultura na região: "o algodão, o café e o cacau, no entanto, apenas o cacau e o café se destacaram na economia regional nesse período" (ROCHA, 2014, p. 19).

Conforme Rocha (2014), o café começou a entrar em decadência no final do século XIX, enquanto o cacau se consolidava como o "produto dominante na sub-área cacaueira" (ROCHA, 2014, p.19). A partir do início do século XX, o cacau passou a ser o produto mais importante na economia da região. Segundo o censo de 1920, as cidades de Itabuna e Ilhéus consolidaram-se como as maiores produtoras do cacau do Brasil.

Durante a expansão, o plantio do cacau ocorre no sistema *cabruca* (tradicional), e essa forma de cultivo contribuiu para que essas lavouras mantivessem "parte do extrato arbóreo da mata original para servir de sombreamento ao cacau, já que é uma cultura que não suporta exposição ao sol" (ROCHA, 2014, p. 20).

Os principais estados brasileiros produtores de cacau são Pará, Mato Grosso, Amazonas, Rondônia, Bahia e Espírito Santo. A Bahia destaca-se como o estado com maior produtividade, com mais de 700 mil hectares de cacau plantado, abrangendo 96[1] municípios. No passado, o cacau já foi responsável por 50% da receita do Estado da Bahia. Hoje, segundo dados do Ministério de Desenvolvimento Agrário (MDA), o produto representa 9% da arrecadação do Estado, no entanto, a Bahia ainda cultiva 70% de todo o cacau produzido no país.

Segundo Rocha (2014), o cultivo de cacau na Bahia se iniciou na fazenda Cubículo, no ano de 1746, no município de Canavieiras, que pertencia à cidade de Ilhéus; posteriormente, foi desmembrada e elevada à categoria de cidade, no ano de 1891. Depois do ano de 1752, o cultivo de cacau se expandiu rapidamente, por diversas cidades baianas, e foi responsável pelo desenvolvimento e modelação da região. Sobre isso, Rocha (2014, p. 43) afirma que:

> A cultura do cacau, introduzida na região Sul da Bahia, a partir daquela época (Século XVII) passou a ser a razão da ocupação de novas terras e foi responsável pela formação de uma classe social constituída pelos coronéis, pelos trabalhadores das lavouras de cacau e pelos jagunços, os quais seriam os guardiões das roças de cacau e de seus senhores.

Essa expansão ocorreu pela disputa das melhores terras, o que resultaria em maior produtividade, isso porque o preço do produto era muito alto e o produto valorizado nos mercados nacional e internacional. Entre os anos de 1910 e 1930, o Brasil consolidou-se como o maior produtor de cacau.

A partir de 1940, a região cacaueira destacou-se como a maior produtora do país. O cultivo de cacau atraía pessoas de diferentes regiões e nacionalidades. Segundo Rocha (2008), entre o final do século XIX e início do século XX, a região tornou-se visível pela riqueza gerada pelo cacau, e “milhares de pessoas chegaram de várias partes do país, atraídas pela forma de riqueza atribuída à árvore dos frutos de ouro” (ROCHA, 2014, p. 13-14). Segundo a autora, a região passou a ser chamada de Eldorado, que significava uma terra idealizada por vários exploradores, cheia de riquezas e oportunidades de melhoria na qualidade de vida na América do Sul. Rocha (2014) argumenta que a maioria dos pioneiros que chegou à região vinha do estado de Sergipe. Para a autora:

> Quando os primeiros sergipanos chegaram à região para cultivar o cacau, fizeram com persistência, denodo, trabalho árduo, muito suor derramado, irrigando o chão, acreditaram que os cacaueiros por eles plantados produziriam frutos para sempre, sem necessidade de renovação das plantas e adubagem do solo. Contudo, para sempre é muito tempo. Como tudo no universo, o que nasce, morre, renasce, numa ciranda infinita. (ROCHA, 2014, p. 13).

---

[1] Na Bahia, outros 26 municípios não fazem parte da região cacaueira, por isso, o total de 96 municípios produtores de cacau.

Com o passar do tempo, fixaram morada em Ilhéus. Atraídos pela nova cultura, agregaram-se “aventureiros, agricultores, homens de negócios, dos quais alguns se tornariam comerciantes e exportadores de cacau, grandes proprietários de terras” (ROCHA, 2014, p. 127).

No entanto, entre 1950 e 1957, a lavoura começou a ser atacada por doenças e pragas, com prejuízo dos produtores, que, forçados ao endividamento, “aos poucos, foram abandonando o cultivo desta lavoura” (ROCHA, 2014, p.49). O declínio da produção de cacau nesse período fez com que o Governo Federal criasse a Comissão Executiva do Plano da Lavoura Cacaueira (Ceplac), no ano de 1957, e, posteriormente, a criação do Centro de Pesquisa do Cacau (Cepec). O primeiro tinha como finalidade empreender ações para recuperar a lavoura, fazendo com que a região voltasse a dar lucros e gerar empregos; o segundo, desenvolver tecnologias para o beneficiamento do cultivo e manejo do cacau.

Ao longo dos anos, a lavoura cacaueira sofreu várias crises, que se repetiram por muito tempo, por isso, receberam o nome de ‘crises cíclicas’. No entanto, a partir de 1986, a região vem sofrendo como a maior crise de sua história, provocada por longos períodos de preços baixos; pelo aumento da produção mundial do produto; e pelo agravamento dessa crise com o alastramento do fungo *Crimipellis perniciosa*, responsável pela doença da vassoura de bruxa (VB).Segundo Rocha (2014, p. 50), a partir de 1989, a crise tornou-se mais intensa, “os produtores de cacau se endividaram, houve abandono de plantações, aumento do desemprego rural e urbano. Muitos municípios chegaram a perder população, nos anos 1990”.

Para Rocha (2014), o desemprego em massa provocado pela crise forçou a saída de trabalhadores rurais (principalmente do sexo masculino), sem nenhuma qualificação profissional, com destino a grandes centros urbanos, em busca de emprego e melhoria de vida, “deixando mulheres e filhos, sem condições de se manter” (ROCHA, 2014, p. 93). Esses trabalhadores procuraram empregos em cidades como Porto Seguro, por exemplo, e a cidade contabilizou aumento no número de habitantes, que passou de 40.153, em 1992, para 120.479, em 2004, ou seja, a população quase triplicou, no período de 12 anos, impulsionada principalmente por pessoas provenientes de cidades produtoras de cacau em crise econômica.

#### *1.1.2 Região cacaueira atualmente*

No final da década de 1980, a crise agravou-se drasticamente, com a incidência da VB, enfermidade que assolou a lavoura. Esses fatores, segundo Rocha (2008, p. 76), culminaram em “um intenso êxodo rural, degradação dos recursos naturais renováveis, e desvalorização patrimonial, endividamento dos produtores e empobrecimento da população regional”.

Para solucionar a crise da VB e recuperar a economia da região, a Ceplac implantou várias ações, com o objetivo de aumentar a produtividade de cacau; dentre elas, cita-se a clonagem vegetal e o projeto genoma. Segundo Rocha (2014), antes da VB, a região cacaueira era rica e próspera, mas, com a doença, surgiram dificuldades, problemas sociais e econômicos. No entanto, os esforços para a recuperação da lavoura foram incessantes e objetivaram colocar a região novamente em destaque, tanto no cenário nacional, quanto no cenário mundial, como forte produtora de cacau.

Os fatores supracitados levaram muitos produtores de cacau a abandonar suas fazendas, ou entregá-las nas mãos de meeiros[2]. Diversas fazendas da região ficaram quase improdutivas, mas trabalhadores rurais, por meio de associações, movimentos sociais, financiamentos e programas proporcionados pelo governo, conseguiram adquirir propriedades e passaram a trabalhar em regime de agricultura familiar[3]. Hoje segundo dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) (2017), a Bahia é o Estado brasileiro com o maior número de agricultores que mantém a produção em regime familiar.

Segundo dados publicados no *site* do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA), em 2016, o cacau cultivado na Bahia representou quase 70% da produção nacional (exatos 68,9%), com 101.303 toneladas do produto. Em anos anteriores, o Estado havia perdido a liderança, na produção, para o Pará, mas, em 2018, a Bahia retomou essa liderança no país. Segundo o *site* O Mercado do Cacau[4], em 2018, os cacauicultores da Bahia tiveram valorização de 34,5% no produto, e a receita do Estado teve aumento de 70%, em relação a 2017, totalizando R$ 1,2 bilhão.

Segundo o Mapa, hoje, a maior parte do cacau produzido no sul da Bahia é no regime da agricultura familiar. “Dos 15.256 produtores assistidos pela Comissão Executiva no ano passado, 12.432 foram agricultores familiares, atingindo mais de 80% do total” (MAPA, 2017, *on-line*). No estado, são produzidas mais de 30 marcas de chocolate, por agricultores familiares, ou por cooperativas de agricultores familiares.

O Bahia Cacau foi a primeira marca de chocolate produzido em regime de agricultura familiar, no Estado, pela Cooperativa da Agricultura Familiar e Econômica Solidária da Bahia

[2]Agricultor que aceita trabalhar em terras que pertencem a outra pessoa, cuidando do plantio, da colheita, ou seja, fazendo todo o serviço sobre sua responsabilidade, e repassa ao proprietário da terra metade da produção ou a quantidade que ambos combinaram previamente. Disponível em https://www.dicio.com.br/meeiro/. Acessado em 24/04/2020

[3] Agricultura Familiar é a forma de cultivo da terra praticado por pequenos proprietários rurais, que têm como a principal mão de obra pessoas do núcleo familiar. Disponível em https://www.politize.com.br/agricultura-familiar/. Acessado em 24/04/2020.

[4] Disponível em:http://mercadodocacau.com/artigo/producao-e-precos-do-cacau-aumentaram-no-pais-em-2018. Acesso em: 10 mar. 2019.

do Rio Salgado e Adjacências (COOPFESBA), no Município de Ibicaraí. Segundo dados do MAPA (2017), a COOPFESBA é formada por 120 agricultores familiares que produzem cacau orgânico para a fabricação de achocolatado, polpas de frutas e mingau, produtos que vão para 270 escolas estaduais de Salvador, por meio do Programa Nacional de Alimentação Escolar (Pnae), além de produzirem bombons com *nibs*[5], barra de chocolate e amêndoas, para vender em feiras locais.

No Município, local onde esta pesquisa foi realizada, são produzidas duas marcas de chocolates artesanais: O chocolate Anurí, produzido no distrito de Anurí, e o chocolate Terra Vista, produzido no assentamento do mesmo nome. Esses chocolates são vendidos em eventos, feiras livres e nas fazendas produtoras.

Devido à crise provocada pela VB, os produtores de cacau têm procurado medidas alternativas para agregar valor ao produto. Entre elas, destaca-se a produção do cacau orgânico e de seus derivados, como polpa, balas, bombons e chocolates artesanais.

### *1.1.3 Produção de chocolate*

Segundo Rocha (2014, p. 32), os nativos americanos, como Astecas e Maias, já cultivavam cacau muito antes da chegada de Cristóvão Colombo na América no ano de 1492. Segundo a autora, o chocolate era um tipo de bebida preparada pelos nativos “a partir das amêndoas torradas, posteriormente trituradas entre duas pedras e a massa daí decorrente era fervida em água aromatizada com baunilha, canela e pimenta da Jamaica”.

Para os Astecas, o deus *Queltzacoatl* ensinou o cultivo do cacaueiro para o seu povo. Essa árvore, segundo a tradição Asteca, servia para embelezar os jardins desse deus. Essa lenda pode ter induzido o botânico sueco Lineu a designar a espécie como *Theobromacacao,* ou “cacau manjar dos deuses”. Segundo Rocha (2014), na cultura Asteca, o cacau era mais valioso do que o ouro, por isso, suas amêndoas eram usadas como moeda de troca. Ela afirma que a produção de chocolate é datada de 1500 a.C, pela civilização Olmeca.

De acordo com esses dados arqueológicos, foi a primeira civilização que utilizou os frutos do cacaueiro com o objetivo de preparar esse tipo de bebida, “em seguida, teriam sido os Maias, Toltecas e Astecas” (ROCHA, 2014, p.33). Segundo a autora, os espanhóis, no início da colonização do México, verificaram que os nativos ofereciam um tipo de oferenda especial aos deuses; era um tipo de tablete escuro. Com o passar do tempo, descobriram que era um alimento produzido do fruto cacaueiro.

---

[5] O termo nibs é usado para na região para as amêndoas de cacau fermentado, torrado e descascada, ou seja, Nibs de cacau é a parte de dentro do grão de cacau.

Para Rocha (2014), o conquistador espanhol Fernando Cortez foi o primeiro a testemunhar os hábitos da "corte do imperador dos Astecas", ao constatar que ofereciam aos imperadores uma bebida escura em taças de ouro, ofertada como título de honra. Ao tomar a bebida, afirmou ter ficado saciado e declarado não precisar de outro alimento. A princípio, os espanhóis não deram importância para o chocolate. No entanto, Cortez fez imposição a seu uso e a Espanha começou a receber as primeiras sementes do produto, em 1520, e as primeiras indústrias de cacau surgiram no país no final do século XVI.

Os espanhóis "gostaram tanto do chocolate que guardaram seu segredo, e, com isso, asseguraram o monopólio de sua comercialização, competindo com o café" (ROCHA, 2014, p.35). A autora afirma que, em 1778, surgiu a primeira máquina capaz de moer, triturar e misturar a massa e apenas em 1819 surgiram as primeiras fábricas; em 1865, nos Estados Unidos da América, e, em 1891, no Brasil. Segundo Rocha (2014, p. 37) até meados dos anos de 1972, no Brasil o chocolate era visto" guloseima para ser consumido por crianças e mulheres da classe A, em ocasiões especiais", ou seja, mesmo o país sendo um grande produtor mundial tanto de cacau quanto de chocolate, a maioria dos brasileiros não tinha acesso ao produto.

A breve explanação sobre a região cacaueira e a produção artesanal apresenta um pouco do cenário econômico da região na qual os participantes da pesquisa e o pesquisador estão inseridos. A partir do que foi explicitado, nota-se que, com a crise da VB, que assolou a plantação de cacau da região, muitos fazendeiros se endividaram; alguns venderam suas propriedades; outros entregaram suas fazendas para meeiros; e ainda outros acabaram abandonando as próprias fazendas.

Isso possibilitou o crescimento do número de pequenos produtores que vivem da agricultura familiar na região e procuraram meios para agregar valor à sua produção. Uma das alternativas foi a produção artesanal de chocolate, produto que é usado para a contextualização desta pesquisa no estudo de funções com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, que vem ao encontro da Base Nacional Curricular Comum (BNCC)[6], a qual enfatiza que a aprendizagem de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental "precisa estar relacionada à apreensão de significados dos objetos matemáticos" (BRASIL, 2017, p.254). Esse significado pode ocorrer do resultado da ligação e do diálogo entre o objeto matemático e os elementos do cotidiano dos estudantes.

---

[6]A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é "um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica" (BRASIL, 2017, p. 7).

Para mostrar essa relação, na próxima seção, são apresentadas as orientações contidas nos documentos oficiais sobre o ensino de Matemática no Ensino Fundamental (anos finais) e sobre o ensino de funções nessa modalidade de ensino.

## 1.2 SOBRE OS DOCUMENTOS OFICIAIS

Esta pesquisa torna-se relevante pelo fato da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) e a cidade na qual os dados foram coletados estarem localizadas no sul da Bahia, ou seja, em região cacaueira. No cotidiano da sala de aula das cidades dessa região, é comum o professor ter alunos que são filhos de pequenos produtores rurais, ou que mantenham alguma relação com o espaço rural. E como "aluno está constantemente interpretando seu mundo e suas experiências" (D'AMBROSIO, 1989, p. 2), faz-se necessário que, nas aulas de Matemática, o professor procure estratégias de valorização do entorno da escola, trabalhando com elementos da região e possibilitando que os conteúdos dialoguem com a realidade desses estudantes.

Com base nesses pressupostos, foi construída uma proposta de ensino para trabalhar o conceito de função por meio da produção artesanal de chocolate. Isso porque verificam-se, na região, várias comunidades produzindo chocolates artesanais, que são vendidos em diferentes espaços. Considerando as questões regionais, procurou-se fazer uma relação com os documentos oficiais orienta o ensino de Matemática no Ensino Fundamental.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a seleção e organização dos conteúdos no Ensino Fundamental devem objetivar, em sua essência, o "desempenho das funções básicas do cidadão brasileiro" (BRASIL, 1998, p.48), com isso, pode-se compreender que os conteúdos matemáticos precisam ajudar a construir as experiências de vida do estudante, levando em consideração o seu meio social, para que consiga perceber a aplicabilidade dos conceitos matemáticos aprendidos na escola em situações do dia a dia.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) reforça a importância do conhecimento matemático na vida de todos os estudantes da Educação Básica, devido à sua relevância para a sociedade e aplicabilidade no cotidiano das pessoas, bem como a sua contribuição para a formação e emancipação do indivíduo, contribuindo para a formação de um sujeito "crítico, ciente de suas responsabilidades sociais" (BRASIL, 2017, p.221).

Ainda segundo a BNCC, o Ensino Fundamental deve priorizar o letramento matemático do estudante, pois esse processo de letramento permitirá que o estudante adquira certas habilidades. Sobre isso, a BNCC orienta que:

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2017, p. 222).

Em vista disso, os professores de Matemática do Ensino Fundamental podem priorizar e valorizar processos pedagógicos que contribuirão para esse letramento matemático. Para isso, devem pensar na possibilidade de renovar suas práticas pedagógicas, valorizando atividades capazes de promover um ensino de Matemática com práticas inovadoras e criativas. No entanto, essas práticas precisam ser capazes de promover aprendizagem, para isso, será necessário utilizar "ferramentas" pedagógicas, como materiais manipuláveis, revistas, aulas de campo, livros, metodologias de ensino diferenciadas, entre outras, que sejam capazes de fazer a interação entre o cotidiano do estudante e o conteúdo estudado.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2017, p. 266), por meio do letramento matemático, os estudantes passam a reconhecer o conhecimento matemático como algo de extrema importância para a compreensão do mundo à sua volta, instigando-os a perceberem "o caráter de jogo intelectual da matemática", favorecendo a aquisição do raciocínio lógico, do desenvolvimento do senso crítico, auxiliando nos princípios investigativos. Assim, o estudante perceberá que esse processo "poderá ser prazeroso", ou seja, a matemática passará a fazer sentido, pois verificará que os conteúdos de Matemática fazem conexão tanto com elementos do seu cotidiano, quanto com diversas áreas do saber. Sobre letramento matemático, a BNCC assume a definição apresentada na Matriz do Pisa[7] (2012):

> Letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias. (BRASIL, 2017, p. 222) [8].

Nesse sentindo, pode-se inferir, com base na BNCC, que, para proporcionar o letramento matemático nas aulas de Matemática, é preciso criar situações que possibilitem ao estudante ser agente ativo do processo de ensino e aprendizagem. Aulas em que os conteúdos

---

[7]O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), ou Programme for International Student Assessment, é coordenado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) com o apoio de uma coordenação nacional em cada país participante. No Brasil, a coordenação do Pisa é responsabilidade do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

[8] Definição apresentada na BNCC em nota de rodapé.

são expostos por meio de conceitos e exemplos, nos quais os estudantes vão reproduzi-los automaticamente, replicando algoritmos que não fazem sentido, tornam o ensino de Matemática enfadonho e não desenvolvem habilidades que possibilitem o letramento matemático (CHIELLE; CARVALHO, 2012).

De acordo com a BNCC, para que o ensino de Matemática faça sentido para o estudante, é necessário que os professores considerem suas experiências, valorizando os conhecimentos adquiridos e proporcionando situações-problemas nas quais possam “fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade” (BRASIL, 2017, p.254), motivando-os a desenvolverem situações mais complexas, que poderão não ter relação ou aplicação imediata no cotidiano desses estudantes. Para isso, tais situações deverão proporcionar ao estudante meios de “articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos” (BRASIL, 2017, p. 254).

A BNCC organiza os conteúdos em cinco unidades temáticas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e medidas; e Probabilidade e estatística. No caso desta pesquisa, o objeto matemático Função está inserido na unidade temática Álgebra. Esse objeto matemático deverá ser apresentado para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental com as suas definições e representações (numérica, algébrica e gráfica). Ao estudar esse conteúdo, os estudantes deverão adquirir a seguinte habilidade:

> (EF09MA06) [9] Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis (BRASIL, 2017, p.269).

Dessa forma, de acordo com a BNCC (2017), o ensino de Matemática precisa desenvolver habilidades no estudante que contribuam para sua emancipação em um mundo cheio de informações, para que ele seja capaz de ler e compreender as diferentes situações que surgirão à sua volta, mas, para isso, precisa ser um cidadão crítico e reflexivo, para tomar as decisões necessárias ao longo de toda a sua vida, ou seja, precisa ser letrado matematicamente. No entanto, para isso ocorrer, é necessário mudar a maneira como os conteúdos matemáticos são apresentados em sala de aula.

Considerando tais fatos, esta pesquisa procura apresentar contribuições para o ensino de funções nos anos finais do Ensino Fundamental, etapa em que a Etnomatemática, a

[9] Cada habilidade apresentada na BNCC é composta por um código, no caso da habilidade apresentada, EF indica Ensino Fundamental; 9 é o ano escolar – neste caso 9º Ano; MA é código da disciplina – Matemática; e 6 representa a ordem em que essa habilidade deverá ser desenvolvida nos estudantes – é a 6ª habilidade a ser desenvolvida nos estudantes desse ano escolar.

Modelagem Matemática e a Etnomodelagem são aportes teóricos para a construção de um instrumento que possa auxiliar os estudantes a aprender o conceito de função utilizando elementos (chocolate artesanal) da região na qual estão inseridos. Para isso, partiu-se do seguinte questionamento: *Como os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental modelam a produção*[10] *artesanal de chocolate em uma fábrica por meio do estudo de funções?*

E, para responder, foi traçado o seguinte objetivo geral: *Analisar o desenvolvimento de uma proposta de ensino, fundamentada na Etnomodelagem, para a construção de um etnomodelo para a produção artesanal de chocolate, por meio do conceito de Funções.* Para alcançar esse objetivo geral, foram elencados os seguintes objetivos específicos:

- Desenvolver uma proposta de ensino para que estudantes do 9ºano construam um etnomodelo sobre a produção artesanal de chocolate;
- Verificar como a intervenção de ensino poderá contribuir para a construção de conhecimentos matemáticos de funções;
- Verificar se, durante o desenvolvimento das atividades, os estudantes serão capazes de compreender e aplicar o conceito de funções em situações do cotidiano.

Na próxima seção, são apresentados o tipo de pesquisa e os procedimentos metodológicos utilizados no desenvolvimento das etapas de estudo.

## 1.3 SOBRE O TIPO DE PESQUISA

A pesquisa é de natureza qualitativa, visto que, segundo Creswell (2010), o conhecimento é exposto do ponto de vista construtivista, reivindicatório/participatório, ou em ambas. Na perspectiva construtivista, o conhecimento baseia-se em "significados múltiplos das experiências individuais, significados sociais e historicamente construídos, com o objetivo de resolver uma teoria ou um padrão" (CRESWELL, 2010, p.35) e, "na perspectiva reivindicatória/participatória o conhecimento se baseia nas políticas, orientadas para a questão; ou colaborativas orientadas para a mudança" (CRESWELL, 2010, p.35).

Na pesquisa qualitativa, alguns procedimentos devem ser adotados, como: coletar dados no ambiente dos participantes; analisar os dados indutivamente, partindo dos temas particulares para os gerais; e fazer interpretações dos significados dos resultados. Ainda segundo o autor, por meio da pesquisa qualitativa, pode-se explorar e compreender um dilema social fomentado

---

[10] Nesse caso, os alunos modelaram a produção para determinada quantidade de matéria-prima.

pelos indivíduos. Segundo Silveira e Córdova (2009), nesse tipo de pesquisa, o pesquisador procura compreender determinado fenômeno que não pode ser quantificado.

Segundo Bogdan e Biklen (2010, p. 16), nesse tipo de pesquisa, “os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico” (BOGDAN; BIKLEN, 2010, p. 16). Segundo os autores, essa pesquisa também é conhecida como ‘naturalista’. Isso porque o pesquisador frequenta o ambiente em que os dados são coletados, verificando os fenômenos que lhe interessam; os dados recolhidos coincidem com os comportamentos naturais das pessoas e, dessa forma, o pesquisador constrói o significado deles. Segundo Bogdan e Biklen (2010, p. 16), uma investigação qualitativa é definida por cinco características, sintetizadas a seguir:

- A fonte direta de coletas: Os dados são coletados no ambiente natural e o pesquisador é a peça primordial na pesquisa;
- A pesquisa é descritiva;
- Na pesquisa qualitativa, o interesse do pesquisador está nos procedimentos com os quais os dados foram construídos, ou seja, há um interesse maior no processo do que no produto final (resultados);
- A análise dos dados é feita de forma indutiva;
- A pesquisa tem uma relevância social.

A partir dessas características, ressalta-se que esta pesquisa tem natureza qualitativa, já que se ajusta aos conceitos dados por Creswell (2010); Silveira e Córdova (2009); e Bogdan e Biklen (2010). Além disso, os dados foram coletados em sala de aula (ambiente natural), pelo professor-pesquisador (o pesquisador frequentou o ambiente da coleta de dados). É uma pesquisa descritiva e os dados foram analisados de forma indutiva, considerando não só os resultados finais (etnomodelos), mas os procedimentos e o processo durante o desenvolvimento da pesquisa, e sabendo que essa pesquisa poderá auxiliar e contribuir com professores para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de funções no Ensino Fundamental e auxiliar também pesquisadores que poderão utilizar este estudo para ampliar a discussão sobre a temática.

## 1.4 SOBRE OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para facilitar a compreensão do objeto de estudo desta pesquisa, com a finalidade de alcançar o objetivo geral, os objetivos específicos e responder à questão de pesquisa deste trabalho, optou-se em utilizar o Mapeamento na Pesquisa Educacional como procedimento método/lógico (BIEMBENGUT, 2008), com a intenção de proporcionar um estudo sobre a Modelagem Matemática, Etnomatemática e Etnomodelagem, verificando como essas teorias poderão contribuir de forma significativa para o processo de ensino e aprendizagem no 9º ano do Ensino Fundamental, assim como verificar como esses estudantes usam os conhecimentos de função para construir um etnomodelo a partir da produção de chocolate de uma fábrica artesanal.

Biembengut (2008, p.11) compreende e conceitua mapa com um “guia para chegarmos a alguma informação ou mesmo a algum conhecimento”. Nesse caso, o mapa é um caminho (atalho) que ajuda o pesquisador a “compreender os atributos” do ente que está sendo mapeado (estudado) facilitando a compreensão das informações coletadas, possibilitando discorrer entre suas partes, indo “de uma ideia a outra”.

Segundo a autora, no primeiro momento, o mapa surge como algo que deve ser contemplado e, em segundo, como algo que serve “para orientar”. A leitura de um mapa não precisa ser feito de forma sequencial, como nos livros de ficção, para a compreensão de suas informações, visto que, devido à grande quantidade de informações que, na maioria das vezes, está exposta de uma forma não sequencial, “leva-nos a tomar decisões diante do mapa” (BIEMBENGUT, 2008, p.13). No entanto, o conteúdo do mapa está acessível “para atender” às necessidades do leitor.

Segundo Biembengut (2008, p. 15), conforme a necessidade, cada pessoa “possui uma forma de interpretar e de compreender um mapa”, isso porque a sua leitura é livre, não existindo uma ordem preestabelecida. A autora afirma que um mapa contém conhecimentos acumulados e apresenta um retrato fiel da realidade como um todo, ou um espelho dela, é “um meio para compreendê-la” pois:

> Trata-se de um quadro, uma cena que alguém observou, captou aspectos relevantes de uma realidade específica e os codificou e expressou de forma a nos permitir entender essa realidade. Vemos através da interpretação, da ótica, da expressão daqueles que elaboraram o cenário a ser visitado.

Dessa forma, verifica-se que, para a construção de um mapa, é necessário conhecimento do ente a ser mapeado e de suas particularidades; para isso, é preciso “selecionar as variáveis ou informações e, ainda, estabelecer símbolos que sejam adequados para o que espera representar” (BIEMBENGUT, 2008, p.15).

### *1.4.1 Mapa de Identificação*

O Mapa de Identificação [11]de uma pesquisa tem como finalidade projetar o caminho (o foco) que o pesquisador deverá percorrer para compreender o objeto de estudo, para isso, segundo Biembengut (2008, p. 79), a identificação dos elementos que compõem o objeto de estudo, o contexto em que está imerso, ou seja, é necessário um esforço inicial tanto para evitar o “levantamento de dados desnecessários quanto para o surgimento de um primeiro mapa”, mostrando uma relação em que os elementos da pesquisa são hierarquizados na compreensão do objeto de estudo. Esses elementos são teorias, metodologias, os dados empíricos, os entes da pesquisa, o contexto no qual os dados foram coletados, dentre outros.

Biembengut (2008, p. 79) sugere que:

> Identificação de entes (pessoas, coisas, objetos), fontes, caminhos a serem percorridos, sequências de ações ou etapas no processo de pesquisa e reconhecimento da origem, da natureza e das características dos dados que serão a estrutura da descrição e da explicação do fenômeno ou da questão.

Assim, verifica-se que a identificação possibilita compreender o contexto em que a pesquisa foi realizada; os caminhos a serem seguidos, as bibliografias que poderão contribuir, mostrando a direção para responder à questão da pesquisa, as formas como os dados serão coletados para a classificação, explicação ou interpretação (BIEMBENGUT, 2008).

Segundo Biembengut (2008, p. 79), este tipo de mapa permite visualizar a “abrangência de campo, identificar o que poderia ser levantado e reconhecer o que era praticamente impossível”, ser respondido durante a sua realização. No mapa de Identificação, estão os elementos que irão delimitar a pesquisa e nortear o caminho que o pesquisador trilhará como o objetivo geral, os objetivos específicos, o problema de pesquisa, os procedimentos metodológicos, o contexto da pesquisa e o tipo de pesquisa.

### *1.4.2 Mapa Teórico*

Segundo Biembengut (2008), quando um pesquisador inicia uma pesquisa, é necessário fundamentá-la em uma base teórica, ou seja, na construção de um mapa teórico. Para a

---

[11] Nesta pesquisa os capítulos foram organizados em mapas: Mapa de identificação; Mapa teórico, Mapa de campo e Mapa de análise segundo as sugestões proposta por Biembengut para a pesquisa educacional. No entanto, por ser uma representação visual com certas informações as figuras, quadros, tabelas e gráficos receber a denominação de mapa nessa pesquisa, porém esses elementos estão numerados no corpo do trabalho.

construção desse mapa, é preciso fazer uma revisão de literatura com o propósito de aprofundar-se em conceitos e definições sobre o assunto, que deverão ser investigados com o objetivo de fundamentar a pesquisa em uma teoria, além de mapear as pesquisas recentes para verificar o que há sobre o tema, analisando o que a difere das demais.

Segundo a autora, os conceitos e as definições ajudarão o pesquisador a ter melhor percepção sobre o tema, delimitando o campo de análise e o ajudando na compreensão de "quais e como estes conceitos e definições foram utilizados nas pesquisas realizadas em que pretendemos nos fundamentar" (BIEMBENGUT, 2008, p.91).

Logo, o mapa teórico é de fundamental importância tanto para reconhecer ou analisar os dados, quanto à possibilidade de proporcionar um conjunto de conhecimento na área em que a pesquisa está sendo desenvolvida. Biembengut (2008, p. 91) argumenta que

> [...] a compreensão dos conceitos e das definições nos auxiliará não apenas a identificar quais deles foram utilizados em cada uma das pesquisas que mapearemos na sequência, como também elaborar um outro conceito, uma outra definição, ou, então, a adotar algum deles para a pesquisa que pretendemos conduzir.

Durante a busca por pesquisas acadêmicas, é preciso definir o banco de dados em que será realizado o mapeamento, utilizando expressões ou palavras-chaves comuns à pesquisa que se pretende desenvolver. Após uma primeira busca, faz-se necessário refinar por áreas de interesse, palavras chave, dentre outros, com o objetivo de encontrar pesquisas correlatas que poderão contribuir no desenvolvimento do estudo.

O Mapa Teórico desta pesquisa está dividido em teorias-base: Etnomatemática, modelagem matemática/modelagem na educação e Etnomodelagem; mapeamento de pesquisas recentes e objeto matemático. Esse mapa tem como objetivo auxiliar na elaboração de uma proposta de ensino para reconstruir conceitos matemáticos de função, a partir de conhecimento produzido em uma fábrica de produção de chocolate.

### *1.4.3 Mapa de Campo*

No Mapa de Campo, são detalhadas as etapas da pesquisa usadas para a coleta dos dados e que servirão para a análise. Nele, os dados são obtidos, organizados e classificados. E para realizar essas ações citadas, é preciso, de forma antecipada, determinar meios e instrumentos, considerando os "pontos relevantes ou significativos e que nos valham como mapa para compreender os entes pesquisados" (BIEMBENGUT, 2008, p.101).

Segundo Biembengut (2008), os dados a serem coletados modificarão conforme a natureza do estudo, cuja credibilidade e relevância dependerão das informações coletadas, pois são "a essência da pesquisa". Para a autora, na pesquisa educacional,

> [...] devemos nos utilizar de vários recursos e fontes, possíveis de fornecerem dados suficientes para compreendermos a questão investigada. Podemos ter como fontes documentos e/ou pessoas. As formas de obtenção de dados são simples, mas de forma minuciosa e precisa. (BIEMBENGUT, 2008, p.103).

As informações das fontes documentadas deverão ser fidedignas e poderão ser obtidas em diferentes acervos, como livros, objetos, leis, pesquisas e *sites* oficiais, dentre outros. No caso dos dados provenientes de pessoas, como fonte, poderão ser obtidos por meio de testes, ou verificação, observação, entrevista direta, ou questionário, e entrevista por narrativa. Após a coleta, os dados precisarão ser organizados e classificados, pois isso, para Biembengut (2008, p.112), tornará mais fácil a sua "compreensão, interpretação e representação da pesquisa que estamos tratando" porque os dados ficarão mais perceptíveis e mais compreensivos para o pesquisador.

Para esta pesquisa, os dados foram coletados em uma visita à fábrica onde foi realizada uma entrevista para coletar os dados, proposta de ensino desenvolvida em sala de aula, áudio gravação, diário de campo do professor-pesquisador e questionários semiestruturados.

### *1.4.4 Mapa de Análise*

Para a análise dos dados, o pesquisador precisará examiná-los por meio de uma "ferramenta", nesse caso, uma teoria, cuja finalidade é a compreensão destes, para responder à questão de pesquisa. Biembengut (2008, p.118) afirma que para fazer a "análise da pesquisa", é necessário uma compreensão detalhada dos elementos envolvidos e saber "identificar a estrutura e os traços dos entes pesquisados, julgar a estrutura e os traços dos entes pesquisados, julgar o que é relevante e o respectivo grau de relevância", combinando informações para a compreensão do objeto pesquisado e,na medida em que isso vai sendo feito, o Mapa de Análise começa a surgir dessa organização.

Biembengut (2008, p.127) compreende que o processo de análise da pesquisa é fundamental, e está dividido em: "percepção e compreensão, interpretação e avaliação e representação ou exposição da pesquisa" que serão desenvolvidos por uma das ações: "descritiva, interpretativa e preditiva".

Interpretar consiste em explicar de forma detalhada os principais pontos da pesquisa e avaliar significa "julgar" determinando valores, ou seja, julgar significa criar "categorias, critérios e escalas para efetuar a análise mais fidedigna possível". Na percepção e compreensão, o pesquisador precisará de um conhecimento aprofundado dos dados e sendo capaz de compreender como os elementos "do mapa teórico e do mapa de campo se expressam", a fim de que seja necessário obter informações que "contribuirão para as questões educacionais" (BIEMBENGUT, 2008, p.127).

Nesta pesquisa, a análise foi realizada a partir das categorias emergentes que sugiram durante o processo de análise. Para auxiliar nesse Mapa de Análise, optou-se por utilizar os princípios da Análise de Conteúdo (BARDIN, 2016), por entender que é a metodologia de análise que mais se aproxima do princípio metodológico utilizado nesta pesquisa.

# CAPÍTULO II

# MAPA TEÓRICO

## APRESENTAÇÃO DO CAPÍTULO

Este capítulo contém a fundamentação teórica na qual se ancora esta pesquisa. Para Biembengut (2008), durante a construção do Mapa Teórico, o pesquisador precisa fazer estudo sobre os conceitos relacionados o objeto de estudo para ter uma compreensão mais sólida sobre o assunto, além de mapear as pesquisas recentes, verificando os estudos correlatos e analisando em que a sua pesquisa difere das demais.

Neste Mapa Teórico, são abordados os conceitos do programa de pesquisa Etnomatemática, da Modelagem Matemática e Modelagem na Educação e da Etnomodelagem.

O Mapa apresenta também resultados acerca das pesquisas acadêmicas em Etnomodelagem, sendo que, nessa etapa, foram encontradas quatro dissertações que usaram a Etnomodelagem. Além disso, o capítulo traz uma síntese histórica sobre a construção do conceito de função, ao longo da história, apresentando definições atuais desse conceito e o mapa finaliza com uma abordagem dos conceitos de domínio e imagem e o conceito de função afim.

Dessa forma, o Mapa Teórico está definido da seguinte maneira:

2.1*Sobre as Teorias-Base:* apresenta as teorias que fundamentam a pesquisa;

2.2*Sobre o Mapeamento de Pesquisas Recentes:* Apresenta os resultados das pesquisas recentes que se utilizam a Etnomodelagem na Educação Básica;

2.3*Sobre o Objeto Matemático:* Aborda a construção do conceito de função ao longo da história, além de apresentar os conceitos de função afim e domínio, e imagem de uma função.

## 2.1 SOBRE AS BASES TEÓRICAS

Nesta seção, são apresentados os conceitos de Etnomatemática; Modelagem Matemática e Modelagem na Educação; e Etnomodelagem. O mapa começa descrevendo a criação da área de pesquisa Etnomatemática por D'Ambrosio (2001); e seu objeto de estudo. Apresenta, também, os conceitos e as etapas da Modelagem Matemática na perspectiva de Bassanezi (2010) e da Modelagem na Educação defendidas por Biembengut (2011; 2016) e da Etnomodelagem e suas abordagens êmicas e éticas, propostas por Rosa e Orey (2017).

### *2.1.1Etnomatemática*

Área de pesquisa cuja criação é atribuída ao matemático brasileiro Ubiratan D'Ambrosio, pelo seu pronunciamento feito, sobre o assunto, no 5º Congresso Internacional em Educação Matemática, no qual, D'Ambrosio apresenta um programa de pesquisa em Etnomatemática, abrindo uma perspectiva para (re)pensar a matemática e seus fundamentos ao descrever práticas de grupos culturais identificáveis (MIARKA, 2011).

Miarka (2011) ressalta que, antes da criação do campo de pesquisa da Etnomatemática, já existiam pesquisadores que procuravam compreender as relações existentes entre matemática e cultura. Sobre esses estudos, Miarka (2011, p. 26) cita os trabalhos de:

- Gay e Cole (1967) cuja pesquisa procurava compreender a lógicas dos Kpelle na Nigéria;
- Claudia Zaslavsky (1973) que procura descrever as práticas matemáticas na África;
- Marcia Ascher, cuja pesquisa sobre os quipos em que explorava relações entre matemática, cultura e linguagem.

Dessa forma, constata-se que a área de pesquisa Etnomatemática é oriunda da necessidade de compreender a relação entre a matemática e a cultura, e como os elementos dessas duas áreas do conhecimento estão entrelaçados, ou seja, como os conhecimentos matemáticos vão emergindo e sendo construídos sob as influências dos fatores culturais de determinado grupo (MIARKA, 2011).

Ainda segundo Miarka (2011), desde sua criação, a Etnomatemática expandiu-se significativamente e hoje possui grupos de estudos em todos os continentes. Em 1985, foi criado o Grupo de Estudo Internacional sobre Etnomatemática, por Gloria Guilmer, Ubiratan D'Ambrosio, Gil Cuevas e Rick Scott (MIARKA, 2011).

A Etnomatemática é um programa de pesquisa, "considerada uma sub-área da história, da Matemática e da Educação Matemática, com relação muito natural com a Antropologia e as

Ciências da cognição" (D'AMBROSIO, 2001, p. 9). Nesse caso, a Etnomatemática procura compreender a matemática praticada por diferentes grupos culturais.

Segundo D'Ambrosio (2001), o programa Etnomatemática procura compreender, como determinado grupo social utiliza os conhecimentos matemáticos construídos ao longo dos anos por esses grupos, e como esses conhecimentos são utilizados para solucionar os seus problemas do dia a dia.

A expressão Etnomatemática é a junção dos radicais *etno*, que se refere ao ambiente natural, à cultura, aos mitos, a outros elementos que tornam a cultura viva de um povo, e aos membros de grupos culturais específicos; o radical *etno* também se refere aos membros de grupos culturais específicos, como, por exemplo, os profissionais, as crianças de uma determinada faixa etária, até mesmo a própria matemática acadêmica; *matema* é a forma de explicar, aprender, conhecer e lidar com o conhecimento produzido em determinado grupo social; e *tica* é o modo, o estilo, a técnica de compreender esses conhecimentos (D'AMBROSIO, 2001). Logo, as "*ticas* de *matema*" podem ser compreendidas como a arte ou a técnica usada para explicar e aprender os conhecimentos matemáticos de determinado grupo social. Segundo D'Ambrosio (2001, p. 22),

> O cotidiano está impregnado de saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios da sua própria cultura.

Os instrumentos intelectuais e materiais citados pelo autor são elementos transmitidos ou construídos a partir das necessidades diárias de cada grupo cultural, e formam a Etnomatemática. No entanto, para D'Ambrosio (2001), essa Etnomatemática não é aprendida na escola e sim na vida diária, com pessoas do grupo, na família, no trabalho, entre outros.

Segundo Barton (2006), a Etnomatemática é a forma com que uma pessoa que não faz parte de determinado grupo cultural, descreve as ideias matemáticas manifestadas nessa comunidade, ou seja, nesse caso, "tenta-se então descrever o mundo matemático da Etnomatemática na perspectiva do outro" (BARTON, 2006, p. 35).

Segundo Madruga e Biembengut (2016, p.32), é comum, em todas as culturas, que, ao longo dos tempos, o conhecimento seja produzido "pela necessidade de respostas a problemas e situações distintas, subordinados a um contexto natural, social e cultural". Dessa forma, o conhecimento matemático que emerge das práticas sociais de determinado grupo, tem como objetivo resolver situações imediatas e vão sendo aperfeiçoadas a longo dos anos dentro daquele contexto. Logo, a Etnomatemática é a compreensão dessa Matemática, como é usada no dia a dia para a resolução de problemas por alguém de fora desse contexto. Segundo Madruga (2017, p. 59), com base em D'Ambrosio:

> A etnomatemática é um programa de que estuda a matemática praticada por diferentes grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de certa faixa etária, sociedades indígenas, e tanto outros grupos que identificam por objetivos e tradições comuns.

Para Gerdes (1989, p.2), a Etnomatemática é a forma compreender e "estudar a matemática (ou ideias matemáticas) nas suas relações com um conjunto da vida cultural e social". Já os estudos de Knijnik (1996, p.69) procuram compreender a Etnomatemática nas relações entre as matemáticas adquiridas e utilizadas "em atividades cotidianas da vida social fora da escola e aquelas ensinadas através do processo de escolarização".

Segundo Rosa e Orey (2017, p.33), a Etnomatemática apresenta uma abordagem que possibilita ao currículo escolar "uma abordagem de ensino e aprendizagem pluralista, multicultural e transdisciplinar", uma vez que o Programa Etnomatemática "compreende os aspectos linguísticos, semânticos e simbólicos que estão envolvidos na perspectiva dialógico", pois procura conhecer os saberes matemáticos construídos por diferentes grupos sociais. Nesse sentido, com base nas diferentes abordagens dos autores sobre o Programa Etnomatemática, esta pesquisa traz essa abordagem como apoio metodológico para o uso da modelagem matemática em sala de aula.

Na próxima seção, descrevem-se os conceitos da Modelagem Matemática e Modelagem na Educação, nas perspectivas de Bassanezi (2010) e Biembengut (2011; 2016), e a utilização como método de ensino.

### *2.1.2Modelagem Matemática e Modelagem na Educação*

A Matemática, apesar de ser uma disciplina que impulsiona a sociedade moderna, contribuindo no desenvolvimento de novas tecnologias, da economia e das vidas das pessoas, está longe de ser a disciplina preferida da maioria dos estudantes. Isso acontece por vários motivos e um deles é o estereótipo de que a matemática é difícil, às vezes, a metodologia adotada pelo professor e aulas expositivas (tipo discurso) não prendem a atenção dos alunos, e estes não se interessam pela disciplina, por não compreenderemos princípios lógicos dos conteúdos ensinados (D'AMBROSIO, 1989).

Para que a aula de matemática possa ser interessante para o aluno, Bassanezi (2010, p.16-17) acredita que os professores deveriam valorizar o que ensinam, de modo que o conhecimento possa ser, ao mesmo tempo, "interessante, por ser útil, e estimulante, por ser fonte de prazer". Dessa forma, o autor questiona se os conhecimentos de matemáticos são meros "jogos" destinados a desenvolver apenas habilidades intelectuais, ou ferramentas que deveriam ser aplicados no cotidiano, pois, no contexto escolar, "nem todos se divertem com os "jogos" aprendidos".

Bassanezi (2010) afirma que a importância da Matemática não se resume a conceitos que a determinam como algo importante, ou simplesmente pelo fato de a matemática ser útil e ter aplicabilidade na vida do estudante no futuro. Mas, "sua importância deve residir no fato de poder ser tão agradável quanto interessante" (BASSANEZI, 2010, p.16).

E a Modelagem Matemática é o método que poderá tornar o ensino de Matemática e a própria Matemática tão agradável quanto interessante (BASSANEZI, 2010). Segundo o autor, ela tem eficiência, tanto "como um método científico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem" (BASSANEZI, 2010, p.16).

A Modelagem Matemática tem como objetivo um ensino de Matemática dinâmico, vinculando à prática e teoria, em que o estudante deixa de ser um agente passivo no processo de ensino e aprendizagem e se torna um ser ativo, que contribui na construção e aquisição de seu próprio conhecimento (BASSANEZI, 2010).

Por esse motivo, pode ser utilizada como ferramenta pedagógica, para que os estudantes compreendam o conteúdo matemático, aplicando-o em seu cotidiano e, ao mesmo tempo, observando como a matemática está inserida em diferentes áreas do conhecimento. Essa abordagem pressupõe que o ensino e a aprendizagem da matemática terão mais ênfase e aceitação pelos discentes, se forem contextualizados com problemas que envolvam situações do cotidiano. Destacando, assim, a "valorização do aluno no contexto social" (CARMINATI, 2008, p. 4). Essa valorização ocorrerá desde que os problemas abordados transmitam indagações sobre situações do cotidiano dos alunos.

Por esse motivo, muitos pesquisadores têm usado a Modelagem Matemática como ferramenta pedagógica, com o objetivo de melhorar a qualidade do ensino de Matemática. Bassanezi (2010, p.16) define a modelagem matemática como a "arte de transformar problemas matemáticos da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real".

Dessa forma, um dos objetivos da Modelagem Matemática é a construção de um modelo matemático a partir de dados coletados de determinada realidade. Sobre isso, Bassanezi mostra que "Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção de modelos matemáticos" e, por meio da modelagem, "as situações da realidade *são transformadas* em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual"

(BASSANEZI, 2010, p.24, grifo do autor). Biembengut e Hein (2011) afirmam que a Matemática e a realidade são dois conjuntos disjuntos, que não possuem relação entre si ou elementos comuns, porém, a Modelagem as faz interagir.

Para Bassanezi (2010), a Modelagem Matemática no ensino possibilita ao professor mostrar ao estudante a Matemática com uma aplicação prática construída a partir de dados obtidos de uma realidade, e a Matemática "científica", que não possui uma aplicação direta no cotidiano do estudante; a esse processo, o autor chama de criação da Matemática.

O dicionário eletrônico *Michaelis* (2019) [12] traz as seguintes definições para Modelagem: "Operação de Modelar, modelação, operação pela qual o escultor, o estatuário executa em gesso, barro ou qualquer substância maleável a sua obra", ou seja, o dicionário sugere um escultor, ao pegar um material e começar a esculpir sua obra baseando-se em um modelo. Esse mesmo conceito é defendido por Biembengut e Hein (2011), que trazem a ideia do escultor trabalhando coma argila e produzindo um objeto.

Bassanezi define modelo como um sistema artificial no qual estão formalizados os argumentos e parâmetros da reflexão feitos sobre uma porção da realidade. Dessa forma, o autor define modelo matemático como "um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representa de alguma forma o objeto estudando" (BASSANEZI, 2010, p. 20). Ele descreve dois tipos de modelos: O Modelo Objeto e o Modelo Teórico, que são definidos como:

> Modelo Objeto é a representação de um objeto ou fato concreto; suas características predominantes são a estabilidade e a homogeneidade das variáveis. Um modelo Teórico é aquele vinculado a uma teoria geral existente - será sempre construído em torno de um modelo objeto com um código de interpretação. (BASSANEZI, 2010, p.19-20).

Dessa forma, Modelagem Matemática, segundo Bassanezi (2010, p. 21) "[...] é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos". Assim, por meio da modelagem, o estudante poderá desenvolver uma visão crítica do conteúdo estudado, uma vez que terá oportunidade de coletar dados para a obtenção de modelos e, durante o processo, investigar, testar hipóteses e verificar a validade de um modelo, aperfeiçoando-o ou rejeitando-o.

Segundo Biembengut e Hein (2011), é nato do ser humano criar modelos para representar fenômenos naturais e sociais. Baseados nas ideias de Granger, afirmam que o "modelo é uma imagem que se forma na mente humana, no momento em que o espírito

[12] Disponível em: https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/modelagem/. Acesso em: 8 de maio 2019.

racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções" (GRANGER, 1969 *apud* BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p.11).

Com isso, nota-se que a humanidade cria modelos para tentar explicar ou compreender determinada ação ou fenômeno que acontece ao seu redor, na sociedade, na natureza à sua volta, ou, ainda, modelos que surgem em sua mente, baseando-se em comparações com o cotidiano. Para Pires (2009), a eficiência da modelagem é verificada quando se tem ciência de que "estamos trabalhando com a aproximação da realidade" (PIRES, 2009, p.42).

Dessa forma, quando o professor trabalha com a Modelagem Matemática, o estudante percebe a Matemática imersa no cotidiano e, ao mesmo tempo, aproxima-se da Matemática "científica". Com isso, o estudante começa a verificar que nem todo conhecimento matemático terá uma aplicação direta no dia a dia, mas terá consciência de que todo conhecimento matemático o ajudará na construção de uma visão crítica e científica da sociedade, de forma global e não local.

Para Bassanezi (2010, p.26), no processo de Modelagem, deve ser respeitada "uma sequência de etapas". Essas etapas são as seguintes: Experimentação, Abstração, Resolução, Validação, Modificação, a saber:

- **Experimentação**: Nessa etapa, ocorre a "obtenção de dados", que possibilitará a construção do modelo. Para isso, é necessário determinar um método, que deverá considerar o tipo de "experimento e objetivo da pesquisa" (BASSANEZI, 2010, p. 26).
- **Abstração**: Aqui, as técnicas e os esquemas feitos deverão contribuir para a "formulação dos modelos matemáticos". Nesse sentido, faz-se necessário estabelecer e selecionar alguns elementos que ajudarão na construção do modelo. Eles são: "Seleção das variáveis, problematização ou formulação dos problemas teóricos em uma linguagem própria da área em que se está trabalhando, formulação de hipótese e simplificação da situação" (BASSANEZI, 2010, p. 27-28).
- **Resolução**: Nesta etapa, obtém-se o modelo matemático no qual está sintetizada a "linguagem natural" em "linguagem matemática coerente" (BASSANEZI, 2010, p. 29).
- **Validação**: O modelo é testado, considerando as hipóteses para verificar sua eficácia. Assim, "um modelo deve prever, no mínimo, os fatores que o originaram. Um bom modelo é aquele que tem capacidade de previsão de novos fatos ou relações insuspeitas". Caso o modelo atenda às especificidades esperadas, será aceito; caso contrário, poderá ser rejeitado, ou necessitar de melhorias (BASSANEZI, 2010).

**- Modificação**: Ocorre caso o modelo seja rejeitado, ou precise passar por uma reformulação. No entanto, mesmo considerado válido, o modelo poderá também passar por melhoria, na medida em que os conhecimentos vão sendo aprofundados. Deve ser considerado que um bom modelo é aquele que pode propiciar a formulação de novos modelos e nenhum deve ser considerado definitivo, pois sempre pode ser melhorado (BASSANEZI, 2010).

Para Bassanezi (2010, p. 38), o ensino com Modelagem vem de encontro ao modelo de ensino no qual o processo de ensino e aprendizagem ocorre no sentido único - do professor para o aluno. Para o autor, na modelagem "mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem-sucedido, mas caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado". Com isso, a aprendizagem ocorrerá por meio da "interação do aluno com seu ambiente natural".

Para o autor, no ensino com modelagem, o processo de validação não deve ser considerado prioridade, uma vez que a dinâmica utilizada na obtenção do modelo já contribui para que o estudante desenvolva uma visão crítica e para que ele seja um cidadão "participativo da sociedade em que vive" (BASSANEZI, 2010, p.38).

Com base nas ideias de Bassanezi (2010), pode-se compreender a modelagem matemática como um conjunto de ações que objetiva proporcionar e descrever um dado fenômeno do mundo em linguagem matemática; na maioria das vezes, a descrição do fenômeno é feita pelo uso de equações, funções ou fórmulas, em uma representação que é chamada de modelo matemático.

Biembengut e Hein (2011) descrevem a modelagem matemática como arte, uma vez que os modelos encontrados (expressões matemáticas) valem para casos particulares como também para outras aplicações e teorias.

Biembengut (2016, p. 175) apresenta possibilidades de trabalhar a modelagem matemática na Educação Básica, para isso faz uma distinção entre Modelagem Matemática e Modelagem na Educação – Modelação. Segundo a autora, a Modelagem Matemática tem como objetivo "estabelecer um modelo (matemático) de uma situação – problema para então resolvê-la, entendê-la ou ainda modificá-la se necessário" e a Modelação tem como objetivo "promover conhecimento ao estudante em qualquer período de escolaridade, e ensiná-lo a fazer a pesquisa nessa estrutura escolar".

Biembengut (2016, p. 177) ainda argumenta que a "Modelação é um método de ensino com pesquisa nos limites escolares". Dessa forma, a autora apresenta um método de ensino no qual o conteúdo deverá ser desenvolvido a partir de um tema/assunto. Para a escolha do tema/assunto é necessário determinar o período escolar em que o conteúdo será trabalhado; esse período poderá ser de "uma semana, mês, bimestre ou ano letivo".

Para Biembengut (2016, p. 181), por meio de um tema/assunto, o estudante conseguirá construir "um modelo (matemático) de escala, analogia ou teórico". Para trabalhar com a modelagem na educação, Biembengut (2014; 2016) estruturou algumas fases para auxiliar o trabalho do estudante na construção do modelo. Essas fases são percepção e apreensão, compreensão e explicitação, e significação e expressão:

- **Percepção e Apreensão**: Nessa etapa, os estudantes escolhem o tema/assunto, de preferência que dialogue com seus contextos ou interesses, e começam a buscar dados que subsidiem essa temática. Serão necessários quatro momentos: decidir a temática; levantar questões e/ou sugestões; selecionar questões para desenvolver o conteúdo; e coletar dados.
- **Compreensão e Explicitação**: O estudante é levado a compreender e diferenciar alguns elementos do tema/assunto, isso deve ser feito considerando os conhecimentos já interiorizado, ajudando-os a familiarizar-se com conceitos, palavras, ilustrações e outros símbolos que ainda não conhece. Nessa etapa, ocorre a construção do modelo, e é onde os conteúdos matemáticos de fato emergem. Mas, para que isso aconteça, devem ser cumpridas algumas subetapas: levantar a hipótese ou o pressuposto; expressar os dados; desenvolver o conteúdo; exemplificar; e formular.
- **Significação e Expressão**: Nessa etapa, ocorre a validação do modelo criado pelos estudantes e a verificação do que foi apreendido no processo e aprendido dos conteúdos curriculares e não curriculares. Para essa verificação, devem ser seguidas as subetapas: resolver questões; interpretar e avaliar; validar e expressar.

Analisando esses conceitos, supõe-se que a modelagem poderá tornar a aulas de matemática mais dinâmicas e com os conteúdos relacionados com cotidiano do estudante, tornando-as mais proveitosas, agradáveis e divertidas.

Kaiser e Sriraman (2006) analisaram diversos trabalhos que utilizavam a Modelagem Matemática como fundamentação teórica e verificaram, no contexto e nos objetos de estudos dessas pesquisas, que, dependendo de como foi desenvolvida, a pesquisa poderá ser caracterizada como realística, epistemológica, educacional, sóciocrítica e contextual; cada uma delas será sintetizada a seguir:

- *Realística*: As situações-problema são autênticas e retiradas da indústria ou da ciência, propiciando aos alunos o desenvolvimento das habilidades de resolução dos problemas aplicados;

- *Epistemológica*: As situações-problema são estruturadas para gerar o desenvolvimento da teoria matemática;
- *Educacional*: Propõe-se a integrar situações-problema autênticas como desenvolvimento da teoria matemática;
- *Sociocrítica*: As situações devem propiciar a análise da natureza dos modelos matemáticos e seu papel nas sociedades;
- *Contextual*: As situações são devotadas à construção da teoria matemática, mas sustentadas nos estudos psicológicos sobre sua aprendizagem.

A partir das abordagens apresentadas sobre a temática, verifica-se que a Modelagem Matemática na Educação Básica poderá contribuir para que o estudante possa se interessar por conteúdos matemáticos ainda desconhecidos, uma vez que terá a oportunidade de explorar situações-problema por meio da pesquisa, crítica e comparação, o que poderá levá-lo a aprender o conteúdo de forma dinâmica e efetiva.

Com isso, a Modelagem Matemática poderá ajudar o estudante a perceber que a matemática modela o mundo à sua volta e que a maioria dos fenômenos naturais ou sociais podem ser interpretados por modelos matemáticos, mostrando a esse estudante que a matemática o ajuda em sua emancipação crítica.

No Mapa[13] 1, procura-se relacionar as etapas da Modelagem Matemática proposta por Bassanezi (2010), com as etapas da Modelação (Modelagem na Educação) proposta por Biembengut (2011; 2016).

**Mapa 1**- Comparação entre a modelagem matemática (Bassanezi) e a modelagem na educação (Biembengut)

| **Bassanezi (2010)** | **Biembengut (2014, 2016)** |
|---|---|

[13] Nesta pesquisa, serão denominados Mapas as imagens, os gráficos, as tabelas, os quadros e as figuras. Segundo Biembengut (2008), um mapa é constituído de símbolos que facilitam a compreensão de informações a serem transmitidas.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Experimentação | ➢ Obtenção dos dados | ➢ Escolha do tema<br>➢ Familiarização com o tema<br>➢ Levantamento dos dados | Percepção e Apreensão |
| Abstração<br><br>Resolução | ➢ O uso de técnicas e esquemas<br>➢ Seleção de variáveis<br>➢ Formulação de problemas e hipóteses<br>➢ Simplificação<br>➢ Construção do modelo | ➢ Levantamento de hipóteses<br>➢ Expressão dos dados<br>➢ Familiarização do conceito<br>➢ Objeto matemático<br>➢ Construção do modelo | Compreensão e Explicitação |
| Validação<br><br>Modificação | ➢ Validação do modelo<br>➢ Aceitação ou rejeição do modelo<br>➢ Reformulação do modelo | ➢ Validação do modelo<br>➢ Interpretar e avaliar<br>➢ Validar e expressar | Significação e Expressão |

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

No Mapa 1, as cincos etapas da Modelagem Matemática para a construção de um modelo matemático proposto por Bassanezi (2010) estão compreendidas nas três etapas propostas por Biembengut (2011; 2016). Assim, nesta pesquisa, foram utilizadas como base para a elaboração das atividades, aplicação e análise dos dados - etapas descritas por Biembengut (2016).

### *2.1.3 Etnomodelagem*

Compreende "o estudo das ideias e procedimentos" (ROSA; OREY, 2017, p. 36) dos conhecimentos matemáticos de determinado grupo social. Esses conhecimentos, normalmente, são ricos em procedimentos matemáticos que não foram formalizados nas escolas ou academias, mas possuem uma sistematização organizada ao longo da história de um povo, a qual foi sendo aperfeiçoada durante as tarefas diárias. Neste caso, Etnomodelagem traduz o conhecimento matemático local para uma linguagem acadêmica (global), expandindo a abrangência desse conhecimento para pessoas de outras culturas ou espaço geográfico (ROSA; OREY, 2017).

Segundo Rosa e Orey (2012, p. 868) a Etnomodelagem pode ser compreendida como o

> Estudo de práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros dos grupos culturais distintos por meio da modelagem matemática. Então, os procedimentos da etnomodelagem envolvem práticas matemáticas desenvolvidas e utilizadas em diversas situações-problemas enfrentados no cotidiano desse grupo.

Segundo os autores, é necessário compreender os conhecimentos matemáticos que são assimilados “nas práticas sociais que estão enraizadas nas relações culturais” (ROSA; OREY, 2012, p. 868).

O uso da Modelagem Matemática para compreender objetos matemáticos praticados por um grupo cultural possibilita a construção de modelos matemáticos. Nesse caso, esses modelos matemáticos recebem o nome de etnomodelos. Segundo Rosa e Orey (2012, p. 870) etnomodelos são “artefatos culturais, que são instrumentos pedagógicos utilizados para facilitar o entendimento e a compreensão de sistemas retirados da realidade de grupos culturais distintos”. Pode-se inferir que um etnomodelo é uma forma clara e objetiva de explicitar o conhecimento matemático oriundo de um grupo cultural. Segundo os autores, os etnomodelos são representações externas fundamentadas em conhecimentos científicos que poderão ser compartilhados com outros grupos que possuem o mesmo interesse.

De acordo com Rosa e Orey (2012, p. 870), os modelos matemáticos (etnomodelos) construídos precisam, de alguma forma, ter “significado para a realidade a ser modelada”. Caso contrário, esse modelo deve ser visto com desconfiança. Para isso, os autores afirmam que os pesquisadores não poderão se deixar enganar com as suas próprias ideologias, para que possam ter condições de observar o conhecimento matemático de diferentes perspectivas dentro do “sistema que está sendo modelado”.

Como já citado, a Etnomodelagem usa, como apoio, a Modelagem Matemática e a Etnomatemática, por meio da pesquisa, pois estuda as manifestações matemáticas dentro de uma realidade local. Nesse caso, estuda esse conhecimento matemático por um “processo de interação que influencia os aspectos locais (êmico) e global (ético) de uma determinada cultura” (ROSA; OREY, 2017, p. 18).

A abordagem êmica procura compreender o comportamento dos indivíduos de determinada cultura e os seus costumes, e compreender, ainda, como esses indivíduos mobilizam o conhecimento para realizar suas tarefas do dia a dia; e o aspecto ético procura analisar esse comportamento na busca por universalizá-lo por meio de um padrão.  Segundo Rosa e Orey (2017, p. 20):

> 1) Abordagem Ética: está relacionado como o ponto de vista dos pesquisadores, investigadores e educadores em relação as crenças, os costumes e o conhecimento matemático e científicos desenvolvidos pelos membros de um determinado grupo cultural.
> 2) Abordagem Êmica: está relacionado ao ponto de vista dos membros de grupos culturais distintos em relação aos seus próprios costumes e crenças e também ao desenvolvimento de seus próprios conhecimentos científico e matemático.

De acordo como os autores, as pessoas com visão ética são observadores externos de determinada cultura e “possuem um ponto de vista considerado como culturalmente universal”; mas as pessoas com visão êmica são os indivíduos que estão imersos em um grupo cultural e possuem um ponto de vista culturalmente específico (ROSA; OREY, 2017, p.20). No Mapa 2 são explicitadas as características das abordagens êmicas e éticas.

**Mapa 2** - Características das abordagens êmicas e éticas

| **Abordagens Êmicas** | **Abordagens Éticas** |
|---|---|
| Ponto de vista dos nativos (interna) | Ponto de vista dos observadores externos (externa) |
| Visão local (interno) | Visão global (externa) |
| Tradução prescritiva | Tradução descritiva |
| Percepção cultural | Percepção analítica |
| Estruturas mentais | Estruturas comportamentais |
| Transcrição cultural | Transcrição acadêmica |

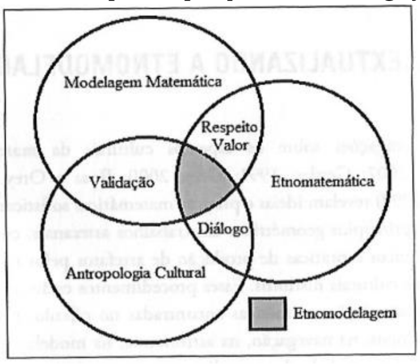
Fonte: Rosa e Orey (2017, p. 21).

Para os autores, por meio da compreensão de êmicos e éticos, os indivíduos de um determinado grupo (local) poderão agregar-se e dialogar com diversos grupos culturais distintos (ético), por meio da transculturalidade. Dessa forma, “a transculturalidade pode assegurar a tradução do conhecimento adquirido pelos membros culturais distintos para os membros de outros grupos culturais por meio da Etnomodelagem” (ROSA; OREY, 2017, p. 18). Assim, a Etnomodelagem é uma abordagem metodológica alternativa que procura sistematizar os conhecimentos matemáticos de diferentes grupos culturais, possibilitando que esse conhecimento ultrapasse as barreiras culturais e ideológicas globais fazendo com que o mesmo dialogue com os membros de outras culturas. Rosa e Orey (2017, p. 19) afirmam que:

> Os membros culturais distintos compartilham a própria interpretação de sua cultura (abordagem êmica) contrapondo com a interpretação providenciada pelos pesquisadores, investigadores e educadores que são alheias (abordagem ética) a essas manifestações.

Segundo os autores, a Etnomodelagem é a área de conhecimento que emerge da intersecção entre três outras áreas, a saber: a *Antropologia Cultural*,que procura compreender como a humanidade vive em sociedade no aspecto cultural; a *Etnomatemática,* que procura compreender a matemática desenvolvida, por um determinado grupo cultural, ao longo do tempo; e a *Modelagem Matemática*, que investiga a criação de modelos matemáticos para descrever fenômenos naturais. O Mapa 3 representa, de forma sintetizada, a relação entre essas três áreas e a origem da Etnomodelagem.

**Mapa 3 –** A etnomodelagem e a intersecção entre três campos de pesquisas e investigação




Fonte: Rosa e Orey (2017, p.36).

Assim, de acordo com Rosa e Orey (2017), a Etnomodelagem é uma aplicação da Etnomatemática que usa os conceitos e as técnicas da Modelagem Matemática, ou seja, a modelagem matemática serve como ferramenta para a Etnomatemática modelar (construir etnomodelo) o conhecimento matemático de um grupo social.

Nesse caso, a Etnomodelagem "é uma abordagem metodológica alternativa, que tem como objetivo o registro das ideias, procedimentos e práticas matemáticas que são desenvolvidas em diferentes contextos culturais" (ROSA; OREY, 2017, p. 22-23), que utiliza como suporte metodológico a Modelagem Matemática e a Etnomatemática, com o objetivo de proporcionar um ensino de Matemática que dialogue com o contexto cultural no qual o aluno está inserido.

## 2.2 SOBRE O MAPEAMENTO DE PESQUISAS RECENTES

Nessa etapa da pesquisa, foi apresentado um mapeamento (revisão de literatura) utilizando como princípios metodológicos o Mapeamento na Pesquisa Educacional (MPE) proposto por Biembengut (2008) com o objetivo de verificar a existência de estudos correlatos (de mestrado e doutorado) que utilizaram a Etnomodelagem na Educação Básica.

Dessa forma, o mapeamento visou obter informações que pudessem contribuir na construção das atividades desenvolvidas para a coleta dos dados do estudo e, ao mesmo tempo, verificar se os elementos mapeados divergiam ou não dos elementos desta pesquisa.

Os dados coletados no mapeamento foram obtidos no Catálogo de Teses e Dissertações (CTD) da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)[14] e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Os títulos encontrados nesses dois bancos de dados estão apresentados nos Mapas 4 e 5.

**Mapa 4**- Pesquisas encontradas no BDTD

| Identificação | Título da Pesquisa | Autor | Ano |
|---|---|---|---|
| P1 | As contribuições da Etnomodelagem Matemática no Estudo da Geometria Espacial | GiseliVerginice Sonego | 2009 |
| P2 | Inovação, Ensino e Pesquisa: A versão dos gestores dos Programas de Pós-graduação do ABC Paulista | Cristiane Santana Teles Pereira | 2016 |

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

**Mapa 5 -**Pesquisas mapeadas no CTD da CAPES

| Identificação | Título da pesquisa | Autor | Ano |
|---|---|---|---|
| D1 | Modelagem etnoecológica da pesca artesanal em recifes de corais | Erika Teles Cordeiro Mineiro | 2010 |
| D2 | O ensino de geometria com enfoque na etnomodelagem | Adriano Marcos Maia Reges | 2013 |
| D3 | As contribuições da etnomodelagem matemática no estudo de geometria | GiseliVerginia Sonego | 2009 |
| D4 | Re-significando os conceitos de função: um estudo misto para entender as contribuições da abordagem dialógica da etnomodelagem | Diogo Pereira de Oliveria Cortes | 2017 |
| D5 | Modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem para o desenvolvimento das competências de um grupo de estudantes ao transformar uma brincadeira em uma prática esportiva | Rogério Braga Soares | 2018 |
| D6[15] | Contextualizando cultura e tecnologias: um estudo etnomatemático articulado ao ensino de geometria | Gerson Scherdien Altenburg | 2017 |

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Nos dois bancos de dados, as buscas foram feitas usando a expressão/palavra "Etnomodelagem". Na biblioteca BDTD, foram encontradas duas dissertações P1 e P2 e, no catálogo da CAPES, cinco dissertações: D1, D2, D3, D4, D5. No total, foram encontradas seis pesquisas de mestrado, nos dois bancos de dados, isso porque P1 (BDTD) e D3 (Catálogo CAPES) correspondem à mesma pesquisa. Para este estudo, P2 (BDTD) foi descartada do *corpus* de análise pelo fato de que o seu objetivo era verificar a visão dos gestores dos

[14]A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), fundação do Ministério da Educação (MEC), desempenha papel fundamental na expansão e consolidação da pós-graduação *stricto sensu* (mestrado e doutorado) em todos os estados da Federação.
[15]Dissertação não encontrada nos bancos de dados pesquisados, mas indicada durante a qualificação, pelo Prof. Dr. Milton Rosa.

programas de pós-graduações, não tendo nenhuma relação com o ensino e aprendizagem de Matemática; a pesquisa D6 foi inserido no Mapa 5, por indicação da banca durante a qualificação. Por esses motivos, as pesquisas do Mapa 5 foram descartadas e o mapeamento concentrado no CTD da CAPES.

Ao realizar a busca no CTD da CAPES, foram encontradas as cinco dissertações identificada no Mapa 6. Cabe destacar que não foram encontradas teses de doutorado, nesses bancos de dados, para a expressão Etnomodelagem. No entanto, a pesquisa D1 foi descartada, porque se refere à modelagem etnoecológica, na área de Ciências Biológicas, portanto, não tendo relação com o ensino de Matemática; já a pesquisa D5, apesar de não usar a Etnomodelagem explicitamente como método de ensino, ao ler o seu conteúdo e analisar o contexto da pesquisa, contatou-se o uso de Etnomodelagem Implícita[16].

**Mapa 6**- Pesquisas mapeadas que foram analisadas

| Identificação | Referências das Pesquisas Mapeadas |
|---|---|
| D2 | REGES, A. M. M. O ensino da geometria com enfoque na etnomodelagem. **Dissertação** (Mestrado) - Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2013 |
| D3 | SONEGO, G. V. As contribuições da etnomodelagem matemática no estudo da geometria. **Dissertação** (Mestrado) - Centro Universitário franciscano, Santa Maria, 2009 |
| D4 | CORTES, D. P. O. Re-significando os conceitos de função: um estudo misto para entender as contribuições da abordagem dialógica da etnomodelagem. **Dissertação** (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017 |
| D5 | SOARES, R. B. Modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem para o desenvolvimento das competências em modelagem matemática de um grupo de estudantes ao transformar uma brincadeira em uma prática esportiva. **Dissertação** (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2018. |
| D6 | ALTENBURG, Gerson Scherdien. Contextualizando cultura e tecnologias: um estudo etnomatemático articulado ao ensino de geometria. Universidade Federal de Pelotas, 2017 |

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

As dissertações de Reges (2013), Sonego (2009), Cortes (2017), Soares (2018) e Altenburg (2017) são pesquisas realizadas com estudantes do Ensino Médio. Reges (2013) e Sonego (2009) exploram o conteúdo de geometria espacial por meio da modelagem matemática; Reges (2013) explorou o conteúdo do ponto de vista da indústria de alimento, fazendo paralelos com a produção de doces; Sonego (2009) procurou explorar o conteúdo por meio do tema plantação de arroz, uma vez que esse é o cenário do dia a dia dos estudantes participantes da pesquisa.

---

[16] Oliveira (2018, p. 102) define: "[...] a *Modelagem Matemática Implícita* como o processo de ensino de um conteúdo da Matemática por meio de suas fases, nas quais o termo MM não é apresentado". Com o pensamento de Oliveira, pode-se deduzir que Etnomodelagem implícita é quando a pesquisa usa a Modelagem Matemática dentro de um contexto cultural (Etnomatemática) para a obtenção de modelos (etnomodelos), no entanto, a palavra Etnomodelagem não é claramente especificada.

Cortes (2017) trabalhou o conceito de função por meio do conhecimento matemático praticado por um feirante, procurando atribuir sentido para o ensino desse conteúdo; ao passo que Soares (2018) utilizou a Matemática para que os estudantes transformassem um jogo em uma modalidade esportiva. Já Altenburg (2017) explorou o conceito de geometria plana, a partir de aspectos culturais, por meio do *software* Geogebra.

Para a análise dessas dissertações, foram criadas as seguintes categorias: Questão de pesquisa; Referenciais teóricos das pesquisas; Contexto da pesquisa, modalidade de ensino, objeto matemático e público-alvo; e Conclusões dos autores sobre os resultados das pesquisas. Nas próximas seções será analisada cada uma dessas categoriais.

### *2.2.1 Questão de pesquisa*

As dissertações mapeadas tiveram como princípio investigativo uma inquietação do pesquisador que foi construída a partir das observações ou de suas vivências com o ambiente de sala de aula sobre o ensino de Matemática e como a Modelagem Matemática e/ou a Etnomodelagem poderão contribuir para o ensino do objeto matemático estudado, e como esse pode dialogar com a realidade dos estudantes. Nesse caso, o questionamento é mola propulsora para a produção de novos conhecimentos, pois, segundo Madruga e Breda (2017, p. 74): “toda investigação parte de um problema, questionamento”. Ao questionar, o pesquisador verifica que existem “lacunas” no processo de ensino e aprendizagem de matemática, que podem dificultar a aquisição do conhecimento e de habilidades pelos estudantes. Por esse motivo, procura respostas para melhorar suas práticas pedagógicas por meio da investigação.

Ao analisar as questões de pesquisa das dissertações, constatou que os pesquisadores procuraram compreender quais as possíveis contribuições da Modelagem Matemática/Etnomodelagem na construção de conhecimentos matemáticos. Nos estudos, Reges (2013) e Sonego (2009) procuram verificar a construção do conhecimento de Geometria Espacial por meio de elementos socioculturais do cotidiano dos estudantes - fábrica de doce e plantação de arroz, respectivamente. Como pode ser verificado nas questões de pesquisas: “Quais são as possíveis contribuições da Modelagem Matemática na construção de conhecimentos de Geometria Espacial enquanto é explorado o tema produção de doce em escala industrial?”(REGES, 2013); e “Quais são as possíveis contribuições da Modelagem Matemática na construção de conhecimentos de Geometria Espacial pelo estudante enquanto se explora o tema plantação de Arroz” (SONEGO, 2009). Nesses casos, verifica-se que os pesquisadores usaram a Etnomatemática da produção de doce em fábrica e do plantio de arroz como elementos para auxiliar na construção do objeto por meio da Modelagem Matemática.

Na pesquisa de Cortes (2017) a pergunta procura investigar como a Etnomodelagem poderá contribuir no ensino de função. Usando a Etnomatemática do feirante, o pesquisador procurou atribuir significação a esse objeto matemático, o que pode ser verificado no problema: “Quais são as possíveis contribuições que a Etnomodelagem pode oferecer para o processo de re-significação de conceitos de funções para alunos do 2º ano do ensino médio de uma escola pública da região metropolitana de Belo Horizonte por meio de sua abordagem dialógica?” (CORTES, 2017).

Já Soares (2017) procurou verificar como o ambiente de Modelagem Matemática poderia contribui ao transformar uma brincadeira em prática esportiva. Nesse caso, não se verifica a Etnomodelagem, explicitamente, na questão de pesquisa e ao ler a dissertação. No entanto, verifica-se que o pesquisador usa a brincadeira como elemento cultural. Isso porque, segundo Kishimoto (1994, p.17), as brincadeiras (ou simplesmente jogo) são compostas com diferentes linguagens, que são compreendidas apenas dentro de um contexto social – cultural. Por exemplo, a autora cita o “jogo” de arco e flecha, que, na cultura indígena, as crianças brincam se divertindo atirando flechas em pequenos animais (aprendizagem da caça para sobrevivência), mas, para quem não faz parte dessa cultura, é um ato de crueldade. Outro grupo pratica arco e flecha em competições esportivas, nesse caso, o jogo é constituído de regras bem definidas. Na pesquisa, Soares (2017, p. 72) investigou: “Quais são as possíveis contribuições que a modelagem matemática como ambiente de aprendizagem pode trazer para o desenvolvimento das competências de modelagem matemática de um grupo de estudantes, ao transformar uma brincadeira em uma prática esportiva?”.

No estudo de Altenburg (2017, p. 17), a questão de pesquisa procurou verificar: “Como abordar o conhecimento da Geometria Plana, tendo como fonte de dados a arquitetura da cultura pomerana?”. O autor procurou trabalhar o conhecimento da Geometria Plana a partir da cultura pomerana com o *software* GeoGebra.

Nessas pesquisas verifica-se uma inquietação dos pesquisadores, que buscam na Modelagem Matemática/Etnomodelagem contribuições para o ensino dos objetos matemáticos, partindo de conhecimento que emerge dentro de um grupo social, ou seja, de um contexto sociocultural. Tornando evidente o uso da Etnomodelagem, que, nesse caso, é a Modelagem em uma perspectiva cultural e não acadêmica, usada como ferramenta para compreender ou estudar conceitos matemáticos a partir da Etnomatemática desses grupos.

### *2.2.2 Referencial teórico das pesquisas*[17]

Neste tópico, efetuou-se a análise do referencial teórico usado nas pesquisas de Reges (2013), Sonego (2009), Cortes (2017), Soares (2018) e Altenburg (2017), que justificam o uso da Etnomodelagem como abordagem metodológica na Educação Básica. Nesse caso, o esperado era que as pesquisas estivessem fundamentadas na Etnomatemática, na Modelagem Matemática e/ou na Etnomodelagem.

Na pesquisa de Reges (2013), em nenhum momento é mencionado o termo Etnomodelagem; a única vez aparece no título e o leitor poderá inferir que esse conceito é mencionado no decorrer da dissertação; no entanto, sua fundamentação teórica é construída na Etnomatemática (D'AMBROSIO, 2001) e suas dimensões epistemológicas, cognitivas, política e educacional, e na Modelagem Matemática (BIEMBENGUT; HEIN, 2011).

Na dissertação de Sonego (2009),o aporte teórico é construído usando as várias concepções de modelagem: "A modelagem é um processo de ensino que auxilia teoria e prática contribuindo para os estudantes a compreenderem realidade e procurar meios para modificá-la"(BASSANEZI, 2002); "A modelagem como estratégia alternativa para o ensino de matemática em um ambiente contextualizado com elementos sócio-escolares que poderá contribuir para proporcionar uma aprendizagem significativa" (SCHEFFER, 1999); e as razões sugeridas por Blum (*apud* BARBOSA, 2003) para o uso da modelagem em sala de aula como motivação dos alunos, facilitação da aprendizagem, contribuição para a aplicação da Matemática, em outras áreas, o desenvolvimento das habilidades e a compreensão sociocultural.

Além disso, a autora contextualiza a fundamentação teórica com os documentos oficiais e outros autores, descrevendo a importância de um ensino de Matemática contextualizada. Apesar de Sonego (2009) não utilizar a Etnomodelagem na fundamentação teórica, a pesquisadora descreve o seu conceito da Etnomodelagem (CALDEIRAS, 2007) na introdução da pesquisa.

Cortes (2017) fundamenta sua revisão de literatura no Programa Etnomatemática, na Modelagem Matemática, na Etnomodelagem e no objeto matemático a ser trabalhado durante o estudo.

Já Soares (2018) constrói sua fundamentação teórica a partir das tendências em Educação Matemática (FIORENTINI, 1995) e como essas tendências evoluíram. Dessa evolução, surge a Modelagem Matemática como método de ensino nas diferentes modalidades

---

[17]As obras (referências) citadas nessa seção fazem parte do referencial teórico dos trabalhos de Reges (2013), Sonego (2009), Cortes (2017), Soares (2018) e Altenburg (2017), portanto, não serão citadas nas referências desta pesquisa.

da educação, a saber: Ensinos Fundamental, Médio e Superior; já a Etnomodelagem (ROSA; OREY, 2017) surge a partir da modelagem.

Os conceitos de modelagem são fundamentados, principalmente, em Bassanezi (2002) e Blum (1995), que ainda descrevem as dimensões (sociocrítica, crítica e reflexiva da modelagem). No entanto, o autor assume o conceito de modelagem de Barbosa (2003), o qual considera a Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem. A fundamentação teórica da pesquisa é finalizada com a descrição da Modelagem Matemática aplicada ao esporte.

E o aporte teórico de Altenburg (2017) fundamenta-se na Etnomatemática (D'AMBROSIO, 2002; 2005; 2013; 2016), (D'AMBROSIO; ROSA, 2016) e (ROSA; OREY, 2016); na Etnomatemática (ROSA; OREY, 2016); no Currículo *trivium* (D'AMBROSIO, 2002; 2005; 2013); na junção Etnomatemática, Etnomodelagem e Tecnologias Digitais: Conexão entre Teorias (VIEIRA; D'AMBROSIO, 2014).

O autor faz também uma "contextualização da teoria" com as tecnologias digitais e, em especial, o *software* GeoGebra; nessa seção, traz também Borba, Silva e Gadanidis (2014), e Os Parâmetros Curriculares para o ensino Médio (PCN, 1998) para fundamentar o uso das tecnologias e do *software* supracitado.

Na fundamentação teórica dos trabalhos de Reges (2013), Sonego (2009), Cortes (2017), Soares (2018) são usadas a Modelagem Matemática e a Etnomatemática explícitas, para fundamentar suas pesquisas.

Na pesquisa de Altenburg (2017), a Modelagem Matemática não aparece na fundamentação teórica, mas está implícita, uma vez que o trabalho está fundamentado na Etnomatemática e na Etnomodelagem, como a Etnomodelagem é uma aplicação da Etnomatemática, com os conceitos e técnicas da Modelagem Matemática, argumentamos que a Modelagem está implícita nesta pesquisa.

Em Reges (2013), a palavra Etnomodelagem aparece no título dos trabalhos e de forma implícita no corpo do trabalho. Isso porque o aporte teórico do trabalho é composto da Etnomatemática e da Modelagem Matemática, possibilitando o surgimento da Etnomodelagem (mesmo de forma implícita).

Nessas pesquisas, o uso da Etnomatemática é justificado pela abordagem e o contexto sociocultural no qual os dados foram coletados. Por fim, algumas ainda usam a Etnomodelagem (explicita ou implícita) para justificar o uso da Modelagem e da Etnomatemática. Assim, fica evidente que os pesquisadores escolheram seus aportes teóricos de forma a viabilizar o trabalho com a modelagem por meio do conhecimento de um grupo cultural.

### 2.2.3 *Contexto da pesquisa, modalidade de ensino, objeto matemático e público atendido*

Na análise das dissertações, foram verificados os elementos utilizados para apresentar o objeto matemático aos estudantes, com o objetivo de que conseguissem desenvolver competências e habilidades proporcionadas tanto pela matemática quanto pela Modelagem. Para isso, procurou-se verificar quais os sujeitos que contribuíram com as pesquisas, o contexto sociocultural e a modalidade de ensino dos estudantes.

A pesquisa de Reges (2013) foi desenvolvida com estudantes do 2ºano do Ensino Médio, e procurava instigar como vinculam os conceitos teóricos das aulas de Matemática com situações práticas do cotidiano deles, usando os conhecimentos matemáticos comuns nas atividades e⁄ou os equipamentos utilizados na produção de doce de uma fábrica.

Na busca por mobilizar conceitos de Geometria Espacial, como cálculos de áreas, volume e comprimentos de diagonais de cubo e paralelepípedo, esse contexto foi escolhido pelo pesquisador porque vários estudantes são filhos de pequenos agricultores ou pecuaristas que vendem parte da produção como matéria-prima para a fábrica estudada; são filhos de trabalhadores que trabalham no local; ou, ainda, têm alguma ligação direta ou indireta com funcionários da fábrica.

Sonego (2009) desenvolveu sua pesquisa no contexto da plantação de arroz; para isso, foram utilizados elementos desse espaço rural para o desenvolvimento das atividades, uma vez que boa parte dos sujeitos da pesquisa, estudantes do 3º ano do Ensino Médio, têm familiares que trabalham nesse tipo de cultivo. Nesse caso, elementos e instrumentos inerentes à plantação de arroz foram usados para trabalhar diversos conceitos de Geometria Espacial.

Na pesquisa de Cortes (2017), foram mobilizados os conhecimentos matemáticos de um feirante para trabalhar os conceitos de funções, relacionando o objeto matemático com elementos e situações do dia a dia desse trabalhador, com estudantes do 2ºano do Ensino Médio.

Já na pesquisa de Soares (2018) foram utilizados elementos da cultura infanto-juvenil (brincadeiras) ao propor que estudantes do 2ºano do Ensino Médio, da modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA), transformassem uma brincadeira (carrinho de rolimã) em uma competição esportiva. Nesse caso, propôs que esses estudantes padronizassem um carro modelo, com dimensões definidas e as regras claras de competição esportiva, cuja finalidade era que todos os competidores tivessem condições iguais durante as competições.

Altenburg (2017) desenvolveu sua pesquisa com estudantes do 1ºanodo Ensino Médio do noturno, todos pertencentes a famílias pomeranas. Logo, o autor mobilizou os conhecimentos básicos da geometria plana para trabalhar elementos da arquitetura regional pomerana por meio do GeoGebra.

As cincos pesquisas foram realizadas com estudantes do Ensino Médio (modalidade regular ou EJA). Foram explorados temas como plantação de arroz, conhecimento matemático de um feirante, jogos/brincadeira (universo infanto-juvenil), fábrica de doce e arquitetura regional pomerana. Nesses casos, verifica-se que os pesquisadores procuraram situações cotidianas relacionadas com o contexto sociocultural e/ou econômico relativos aos estudantes, para apresentar os objetos matemáticos.

### *2.2.4 Conclusões dos autores sobre os resultados das pesquisas*

Nesta seção, é feita uma análise das conclusões dos autores das pesquisas e suas relações com os aportes teóricos, além de verificado como essas teorias contribuíram para o processo de ensino e aprendizagem.

Na pesquisa de Reges (2013, p. 106), o autor conclui "que o desempenho da aprendizagem dos alunos foi satisfatório[18] com a utilização da Modelagem Matemática", recomendando-a como estratégia de ensino tanto para melhorar os índices de aprovação como a aprendizagem dos estudantes. O autor concluiu que a Modelagem Matemática e a Etnomatemática podem ser ferramentas eficazes, ao possibilitarem um ensino repleto de significados e possível de ser aplicado no cotidiano.

Sonego (2009), assim como Reges (2013), argumentam que a utilização da Modelagem Matemática possibilitou que os estudantes tivessem um desempenho satisfatório durante o desenvolvimento das atividades. Nesse caso, a autora diz que o uso da Modelagem Matemática possibilitou-lhe ser orientadora, motivadora e parceira dos estudantes que se tornaram agentes ativos na reconstrução do conhecimento. Aqui, a Modelagem Matemática é recomendada, uma vez que contribui para aproximar a matemática da prática e a autora conclui dizendo que a modelagem é um método eficaz para o ensino de Matemática.

Cortes (2017) ressalta a importância dos conhecimentos êmicos e éticos para a compreensão de práticas matemáticas desenvolvidas por membros de grupos sociais distintos. Nessa pesquisa, o autor deixa claro que o uso de uma abordagem dialógica para o currículo em Etnomodelagem utilizando "os conhecimentos êmicos e éticos por meio do desenvolvimento de um processo de ensino e aprendizagem dialógico, simétrico e com alteridade" (CORTES, 2017, p. 188), possibilita ao estudante a compreensão mais completa do objeto matemático.

[18] O autor não chega a explicar o que vem a ser uma aprendizagem satisfatória, dessa forma, podemos considerá-la como aquela na qual o estudante desenvolveu as competências e as habilidades proporcionadas por um conteúdo, nesse caso, o estudante aprende o conteúdo e consegue aplicá-lo em diferentes situações (ARRUDA *et al.*, 2004).

Na pesquisa, Soares (2018) conclui que o processo de modelagem possibilitou o desenvolvimento de diferentes competências nos estudantes, como: analisar informações; usar diferentes tipos de representações (algébricas, gráficas, geométricas e numérica); formular questões; entre outras. Nesta pesquisa, o autor esclarece que a modelagem "possibilitou o desencadeamento da dinâmica crítica e reflexiva da realidade" (SOARES, 2018, p. 235), contribuindo para a aquisição de competências para a convivência em sociedade e para a formação de sujeitos "ativos e comprometidos" durante todo o processo.

Altenburg (2017, p. 83-84) declara que "a Etnomatemática coopera para o desenvolvimento da Educação Matemática", uma vez que as atividades desenvolvidas em sala de aula consideram o contexto sociocultural no qual os estudantes estão inseridos. O autor revela também que o uso de computadores nas aulas de matemática favorece tanto a "exploração de conceitos matemáticos" que auxiliam na construção de conceitos do conteúdo, quanto um agente motivador para os estudantes. Além disso, as atividades desenvolvidas contribuíram "para a formação matemática de cada um".

Ao concluírem suas pesquisas, usando a Modelagem Matemática/Etnodelagem para a compreensão de conceitos matemáticos a partir de um contexto cultural (Etnomatemática), os autores afirmaram que essa estratégia possibilitou que os estudantes tivessem um desempenho satisfatório. Nesse caso, os autores recomendam o uso dessas ferramentas/teorias (Modelagem, Etnomatemática e Etnomodelagem), para auxiliar no ensino de Matemática, como, por exemplo: "a Modelagem Matemática é uma metodologia eficaz para o ensino de matemática" (SONEGO, 2009, p. 133); "Etnomatemática proporciona não só para os alunos, assim como para seus professores uma forma diferente de construir o conhecimento" (ALTENBURG, 2017, p. 84), "a Modelagem Matemática e a Etnomatemática podem ser ferramentas pedagógicas poderosas" (REGES, 2013, p. 108).

### *2.2.5 Considerações sobre o Mapeamento*

No mapeamento, ficou evidente que os pesquisadores procuravam verificar as contribuições da Modelagem Matemática e/ou Etnomodelagem na 'construção' de conceitos matemáticos com estudantes do Ensino Médio. Os autores comprovaram que tanto a Modelagem Matemática, a Etnomatemática, quanto a Etnomodelagem, contribuem de forma significativa no processo de aprendizagem, e podem ser usadas como ferramentas pedagógicas para tornar o ensino de Matemática dinâmico. As pesquisas analisadas foram realizadas com estudantes do Ensino Médio, e exploraram diferentes contextos socioculturais e econômicos nos quais os estudantes estão imersos.

No banco de dado sem que foi feito o mapeamento, não se constatou nenhum resultado para a expressão “Etnomodelagem e produção artesanal de chocolate”. No entanto, verifica-se que as pesquisas mapeadas possuem semelhanças com esse estudo como, por exemplo: O uso de conhecimento matemáticos de uma fábrica (REGES, 2013), o uso de conceitos de função (CORTES, 2017); e o uso de conhecimento matemáticos provenientes de um grupo cultural (REGES, 2013), (SONEGO, 2009), (CORTES, 2017), (SOARES, 2018) e (ALTENBURG, 2017).

Entretanto, diferencia-se pelo fato de que as pesquisas mapeadas foram realizadas com estudantes do Ensino Médio e, neste estudo, o público atendido são estudantes do Ensino Fundamental. Este estudo também diverge dos outros na questão de pesquisa; os estudos de (REGES, 2013), (SONEGO, 2009), (CORTES, 2017), (SOARES, 2018) e (ALTENBURG, 2017) procuraram compreender as contribuições da Modelagem e/ou Etnomodelagem na construção de conceitos matemáticos e os estudos comprovam o êxito dessas ferramentas pedagógicas no processo de ensino e aprendizagem, mas, nesta pesquisa, a análise traz como os estudantes modelam a produção artesanal de chocolate, ou seja, como são os modelos construídos pelos estudantes. Segundo Bassanezi (2010, p.38), o “mais importante do que os modelos obtidos é o processo utilizado, análise crítica e sua inserção no contexto sociocultural”.

Dessa afirmação de Bassanezi (2010), emergem inquietações como: quais tipos de modelos sugiram no processo de modelagem com estudantes do Ensino Fundamental? Serão modelos simples? Complexos? Conseguirão atender às demandas da produção da fábrica? Esses questionamentos estão sintetizados na questão que norteia esta pesquisa que é: *Como os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental modelam a produção artesanal de chocolate em uma fábrica por meio de estudo de funções?*

Na próxima seção, serão sintetizados quando surgiram as primeiras ideias do conceito de função e como esse conceito foi construído ao longo do tempo, além das abordagens atuais. Além disso, a seção traz as definições do domínio e imagem de uma função e o conceito de Função afim.

## 2.3 SOBRE O OBJETO MATEMÁTICO

O conceito de Função é apresentado, na maioria das vezes, para representar e descrever fenômenos de várias naturezas; entre eles, estão os naturais e as situações do cotidiano. No entanto, antes da abordagem descritiva do conceito de funções, foi feito um recorte histórico sobre como ocorreu a construção desse conceito e o contexto no qual ele surgiu.

Segundo Boyer (1974; 2010), Oliveira (1997), Oliveira (2012) e Iezzi *et al*. (2016), o conceito de Função foi sendo desenvolvido durante um longo período de tempo e seus conceitos primitivos existem desde a antiguidade, pois as primeiras noções de Função foram encontradas em tábuas babilônicas, que trazem registros explícitos das primeiras ideias. Oliveira (1997) apresenta que o desenvolvimento do conceito de Função passou por três etapas: Antiguidade, Idade Média e Período Moderno.

Na antiguidade (aproximadamente 2000 anos a.C.), surgiram as primeiras concepções de Função, que aparecem registradas em forma de tabelas sexagesimais, as quais apresentavam uma “funcionalidade”. Isso porque, segundo Oliveira (1997), o conceito de uma Função foi sendo construído a partir de tabelas ou correspondências. No caso das tabelas, os elementos eram organizados de tal forma que era possível observar relações de correspondência entre eles. Por isso, Oliveira (2012, p. 46) declara que as primeiras ideias de Função era um corresponde um “esboço dos conceitos de função e de continuidade, por meio de tabelas, ainda que de maneira incipiente e intuitiva”.

Para Oliveira (1997), o conceito de Função aparece na Grécia Antiga em diversos registros, especialmente nas Ciências Naturais e na Matemática, em métodos práticos. Nesse caso, verifica-se que esse conceito surgiu de situações do cotidiano. Entre os pitagóricos, a ideia apareceu em estudos das relações de dependência entre quantidade físicas. Já no período Alexandrino (de 336 até 323 a.C.), o conceito aparece na construção de tabelas de *seno*, cujos valores eram usados pelos astrônomos para o desenvolvimento de tabelas astronômicas. Segundo Boyer (1974), os egípcios desenvolveram tabelas para registrar a relação de correspondências entre dois entese essas correspondências representavam ideias de função.

Na Antiguidade não existia uma ideia que generalizasse o princípio de funcionalidade, mas expressavam de forma empírica a relação entre dois entes, isso porque os registros apresentavam apenas de forma implícita as “dependências funcionais” (OLIVEIRA, 1997, p.15).

As primeiras ideias de Função, mais próximas da que se conhece hoje, surgiram apenas na Idade Média, na obra do francês Nicole Oresme (1320-1382). Segundo Boyer (1974), Oresme construiu figura (gráfico) para representar quantidades variáveis, ou que uma relação entre si. Iezzi *et al*. (2016) esclarecem que essas representações foram os primeiros registros das representações gráficas de uma Função. Segundo esses dois autores, Oresme usou os termos latitude e longitude para representar a relação entre duas grandezas. Hoje, esses termos são chamados de abscissa e ordenada. Para explicar um objeto em movimento, e ao relacionar a velocidade e o tempo, Oresme usou a palavra latitude para a velocidade e longitude para o tempo.

Segundo Boyer (1974, p.192), quando Oresme teve a ideia e perguntou: “Por que não traçar uma figura ou gráfico da maneira pela qual varia as coisas?” estava fazendo a primeira representação gráfica de Função. Para o autor, partindo da ideia de que tudo “é mensurável e imaginável na forma contínua”, Oresme traçou um gráfico para representar a velocidade-tempo de objetos em movimento; nesse caso, traçou uma reta horizontal para representar o tempo (reta de longitude).

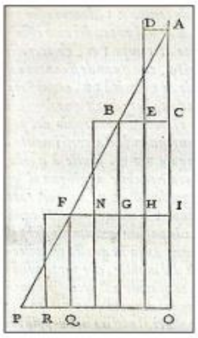
Ao longo dessa reta, foram marcados pontos (os instantes=tempo) e, para cada um desses pontos, traçou retas perpendiculares ao longo da reta longitude, que foram os segmentos de reta latitude, cujo comprimento do segmento representava a velocidade; o comprimento zero (representado apenas pelo ponto) representava velocidade zero ou repouso; e, partindo do repouso, quanto maior o segmento, maior era a velocidade do objeto, isso pode ser verificado no Mapa 7:

**Mapa 7**-Representação gráfica da velocidade/tempo feita por Oresme.

Fonte: Boyer (1974, p. 192).

A área do retângulo do Mapa 7 representa a distância percorrida pelo objeto. Essas representações gráficas com os termos de latitude e longitude, propostos por Oresme, prevaleceu e foi muito utilizado até Galileu. Segundo Oliveira (2012), “o trabalho de Oresme pode ter influenciado Galileu na representação gráfica de funções”. O Mapa 8 apresenta uma demonstração feita por Galileu da lei do espaço transversal do movimento variado.

**Mapa 8 -** Representação do espaço transversal do movimento Variado de Galileu




Fonte: Oliveira (2012, p. 50).

Já no período moderno, ocorreu grande evolução no conceito e na representação gráfica de funções, uma vez que Galileu Galilei (1564-1642) contribuiu de forma significativa para a evolução desses conceitos, isso porque a utilização do método da experimentação com a evolução dos instrumentos de medida, foi introduzindo na ciência o método quantitativo, cujos resultados poderiam ser verificados (BOYER, 2010).

Segundo Boyer (2010), Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) foi o primeiro matemático a utilizar a palavra Função com quase todos os elementos usados atualmente para a noção do termo. No entanto, foi o matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783) que adotou a notação *f(x)* para descrever uma "função de x" e o matemático alemão Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859) definiu função com as noções mais próximas da utilizada atualmente. Para Dirichlet,

> [...] se uma variável y está relacionada com uma variável x de modo que, sempre que um valor numérico é atribuído a x, existe uma regra de acordo com a qual é determinado um único valor de y, então se diz que y é função da variável independente x". (BOYER, 2010, p. 194).

Boyer (2010) evidencia que o surgimento da Teoria dos Conjuntos, no século XIX, contribuiu para a generalização do conceito de função, para isso, foi associado a um conjunto de pares ordenados (x,y). Logo, usando a teoria dos conjuntos "Dado um conjunto de pares ordenados (x,y) em que x é um elemento do conjunto A, y é elemento de um conjunto B e para todo $x \in A$ existe um único $y \in B$ tal que $(x,y) \in f$" (BOYER, 2010, p.194).

Já Iezzi (1977, p. 74A-75A) traz a seguinte definição para Função:

> Dados dois conjuntos A e B, não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de aplicação de A em B ou uma função definida em A com imagens em B se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal $(x,y) \in f$.
> f é aplicação de A em B $(\forall x \in A, \exists y \in B / (x,y) \in f)$.

Esse mesmo autor define Função em um livro didático publicado em 2016 como: "Dados dois conjuntos não vazios A e B, uma relação (ou correspondência) que associa a cada elemento de $x \in A$ um único elemento $y \in B$ recebe o nome de função de A em B" (IEZZI, 2016, p. 43).

O autor ainda expressa que se "f é um conjunto de pares ordenados (x,y) que define uma função de A em B, indica-se $f: A \rightarrow B$"(IEZZI, 2016, p. 43).

Já Souza (2010, p.52) atribui a seguinte definição para Função: seja A e B dois conjuntos não vazios e exista uma relação f de A em B, então f é uma função se cada elemento de x, pertencente ao conjunto A, associa-se a um único elemento y, pertencente B. Essa pode ser indicada por:

$$f:A\to B \text{ ou } A\xrightarrow{f}B \text{ (lê-se “função f de A em B)}$$

Essas definições mostram que o conceito de Função está relacionado a um conjunto de pares ordenados,no qual dois conjuntos, A e B, apresentam uma relação entre si, por meio de uma lei (relação) em que um único elemento de um conjunto A se associa a um único elemento no conjunto B, para isso, devem ser verificadas as seguintes condições:

- Todos os elementos x, onde $x\in A$ se associam a pelo menos um par $(x,y) \in f$;
- E cada elemento de $x\in A$ “associa-se” a apenas um único par $(x,y)\in f$;
- No entanto, se um elemento de A “associa-se” a dois elementos em B ou um elemento de A não se “associa” a um em B, então, a relação A em B não é uma função.

Verifica-se, no contexto histórico de Funções, que este foi evoluindo da funcionalidade para representar elementos em tabelas ou representar correspondência, como também para apresentar ou descrever fenômenos (Oresme) e de situações práticas – método experimental (Galileu Galilei). Isso permite inferir que o conceito de funções poderá ser melhor compreendido pelos estudantes se for apresentado por meio de situações que possibilitem compreender a relação entre duas grandezas, por exemplo, uma vez que existe um grande número de fenômenos e situações que poderão ser abordados usando noções de Função.

Nesse caso, pode-se citar velocidade e tempo; preço e quantidade de uma mercadoria; o taxímetro de táxi (valor a pagar e distância); a relação entre distância percorrida por um carro e o consumo de combustível; entre outros. No entanto, verifica-se que, na maioria das vezes, o conceito de Função é apresentado para o estudante de forma abstrata, sem fazer uma relação com situações do dia a dia, ou, por exemplo, na maioria das vezes, é tirado de livros didáticos, cuja abordagem do conceito de Função é feita a partir de exemplo em que os contextos social, cultural e econômico são completamente diferentes da realidade do estudante. Dessa forma, considerando os resultados do mapeamento das pesquisas recentes e a evolução do conceito, podemos inferir que o conceito de Função, ao ser trabalhado na Educação Básica, deve dialogar com elementos da realidade dos estudantes.

### *2.3.1 Domínio e imagem de uma função*

Ao trabalhar com o conceito de Função é necessário definir os conjuntos A e B, ou seja, esses conjuntos vão limitar os elementos que farão parte da relação entre A e B. Neste caso, dada uma Função f de A em B, uma relação binária. Então, segundo Iezzi *et al.* (1977, p. 80-A)

> Toda função f de A em B é uma relação binária então, f tem um domínio e uma imagem, chamamos de domínio de f o conjunto D dos elementos $x \in A$ para os quais existe $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$. Como, pela definição de função, todo elemento de A tem essa propriedade, temos nas funções:
>
> *Domínio= Conjunto de partida*
>
> Isto é, $D=A$

O autor define imagem como um conjunto Im, para cujo elemento $y \in B$ existe $x \in A$ tal que $(x, y) \in f$, portanto, a imagem de uma Função é um subconjunto do contradomínio, isto é, $Im \subset B$.

Ainda sobre o conceito de domínio e contradomínio, Souza (2010, p.52) garante que: sejam A e B conjuntos não vazios e a relação f de A em B for uma Função, então: "o conjunto A é denominado domínio (D(f)) e o conjunto B de contradomínio (CD(f)) da função f. Cada elemento y de B que possui correspondente x em A é chamado imagem de x pela Função f. O conjunto formado por todas as imagens é denominado imagem da Função (Im(f))".

### *2.3.2 Função Afim*

Segundo Souza (2010, p.81), em muitas situações do cotidiano, existe grandezas que se relacionam, como, por exemplo, ao fazer compras, a quantidade de determinado produto e o valor a ser pago; a quantidade de combustível consumido por um carro e a distância percorrida; a quantidade de metros cúbicos de água consumida de uma residência; e o valor a ser pago em uma corrida de táxi, são algumas grandezas em que uma está diretamente relacionada à outra. E essas relações podem ser representadas por meio do conceito de Função. Nesta seção, é apresentado o conceito de função afim; para isso, o domínio e o contradomínio serão definidos nos conjuntos dos números reais. Para isso, apresentaremos a definição de função.

> Definição: Sendo dois conjuntos A e B. Se cada elemento de A associa-se, a um único elemento de B. Dizemos que essa é uma função de A em B, ou seja, f: A B (lê-se: f de A em B) (CHAVANTE, 2015, p. 11).

Souza (2010, p.81) define Função Afim: "Uma função $f: R \to R$, onde todo elemento $x \in R$ associa-se ao número $ax+b$, tal que a e b são números reais, então, f é uma Função afim" (SOUZA, 2010, p.81).

$$x \to ax+b$$

$$f(x) = ax+b \text{ ou } y = ax+b$$

Nesse caso, a e b são coeficientes da Função f.

> Para Chavante (2015, p.11) Função Afim é toda função do tipo f(x) = ax+b, em que a e b são coeficientes reais, com a≠0. Onde a é termo dependente e b o termo independente da função.

Segundo Souza (2010) se:

- Uma Função Afim f(x) = ax+b com b=0 é chamada de Função linear e, f(x) = ax ou y = ax;
- Uma Função Afim f(x) = ax+b com a=1 e b=0, é chamada de função identidade e, f(x) = x ou y = x;
- Uma Função Afim de f(x) = ax+b com a = 0, é chamada função constante e f(x) = b ou y = b.

Uma Função Afim poderá ser classificada em função crescente ou decrescente. Seja f(x) = ax+b e $x_1$ e $x_2 \in R$ com $x_1 < x_2$, temos que se $f(x_1)<f(x_2)$ então f(x) é uma função afim crescente, mas, se $f(x_1)>f(x_2)$ então f(x) é uma função afim decrescente.

**CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO**

No capítulo, foi apresentado o aporte teórico que fundamenta esta pesquisa, a saber: a Modelagem Matemática e Modelagem na Educação; a Etnomatemática; e a Etnomodelagem. Os autores das pesquisas sugerem o uso dessas abordagens no ensino. Em relação à Etnomodelagem, utiliza-se como aporte a Modelagem e a Etnomatemática, e poderá ser usada como ação pedagógica alternativa, para trabalhar conhecimentos matemáticos, conciliando os conceitos teóricos estudados em sala de aula com situações do cotidiano dos estudantes.

E as pesquisas recentes de Reges (2013), Sonego (2009), Cortes (2017), Soares (2018) e Altenburg (2017), que fundamentaram nessas teorias como metodologias pedagógicas, demonstram que os estudantes tiveram aprendizagem com significado, em relação aos objetos matemáticos abordados, em que os estudantes passaram a ter uma postura de agentes ativos, adquirindo várias competências no processo de ensino e aprendizagem, como compreensão e resolução de problemas; fazer conexão do conteúdo estudando a realidade deles; cooperação de informação durante o desenvolvimento das atividades, entre outras. Além disso, nas referidas pesquisas, o professor tornou-se mediador entre o conhecimento e o aluno. Esses pesquisadores concluíram suas pesquisas recomendando o uso dessas metodologias pedagógicas exitosas para o ensino de Matemática na Educação Básica.

Além disso, o capítulo apresentou um recorte histórico da construção do conceito de Função, apresentando o conceito de Função Afim, domínio e imagem de Função.

# CAPÍTULO III

# MAPA DE CAMPO

## APRESENTAÇÃO DO CAPÍTULO

Segundo Biembengut (2008), o Mapa de Campo deve detalhar as etapas da coleta dos dados a serem usadas durante a análise. Segundo a autora, os dados deverão ser organizados e classificados com a finalidade de auxiliar e facilitar a análise.

O capítulo está organizado em três tópicos:

3.1 *Procedimentos iniciais:* Apresenta os procedimentos para a pesquisa, o contexto da pesquisa, público atendido e procedimento de coleta de dados;

3.2 *Aula de campo e visita à fábrica:* Apresenta as ações na aula de campo e os procedimentos usados para dados produzidos pelos estudantes por meio de questionário semiestruturado;

3.3 *O contexto da sala de aula:* Apresenta os procedimentos realizados na sala de aula durante o desenvolvimento da proposta de ensino.

Detalha todos os procedimentos adotados durante a coleta de dados, desde as ações desenvolvidas, que auxiliaram na construção da proposta de ensino, e detalha a forma como os dados foram coletados.

Também estão descritos os acontecimentos e procedimentos realizados nos encontros com os estudantes em aula de campo e na visita à fábrica, assim como em sala de aula, durante a realização da proposta de ensino.

## 3.1 PROCEDIMENTOS INICIAIS

Esta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética de Pesquisa (CEP) com seres humanos da UESC, no dia 5 de setembro de 2018, sob o número de protocolo Caae 94626218.3.0000.5526, intitulado *Produção Artesanal de Chocolate & Modelagem Matemática: compreensão do conceito de função por estudantes do ensino fundamental*[19], sob a responsabilidade de Jonas dos Santos.

A pesquisa foi realizada em uma escola municipal do sul da Bahia, em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, com 28 estudantes, na faixa etária entre 13 e 18 anos. Total de estudantes, 15 moram na zona urbana, oito em fazendas e cinco em associações ou povoados, sendo que 17afirmaram que alguém de sua família trabalha ou vive da agricultura familiar. Foram realizados dez encontros, sendo que o primeiro teve duração de três horas-aulas e nove encontros com duas horas-aulas cada (cada hora-aula corresponde a 50 minutos), entre os dias 4 de outubro de 2018 e 6 de dezembro de 2018. As atividades desenvolvidas estão nos Mapas 17a 25, o mapa 26 demonstra um questionário para os participantes avaliarem todas as atividades desenvolvidas nos encontros. Nesta pesquisa o professor-pesquisador era o professor regente da turma na qual a pesquisa foi realizada.

A coleta de dados foi feita por meio de áudio gravações, diário de campo, proposta de ensino, questionários semiestruturados e a pesquisa foi organizada em quatro etapas.

A princípio, foi feito um mapeamento em apoios bibliográficos acerca da Modelagem Matemática, Etnomatemática e Etnomodelagem, assim como suas aplicações na Educação Básica, com o objetivo de construir a revisão de literatura que, com a fundamentação teórica, sustentasse o desenvolvimento da pesquisa. Essa etapa ocorreu nas dependências da UESC (orientação e pesquisa) e em outros espaços, como bibliotecas, *sites* de universidades, revistas e biblioteca eletrônica.

A segunda etapa foi dividida em três momentos. No primeiro, que ocorreu no dia 6 de setembro de 2018, o pesquisador expôs a pesquisa para a coordenação pedagógica da escola, a qual sugeriu elementos para a construção da proposta, como ser construída obedecendo ao calendário normal de aula; as atividades escolares dos alunos; os projetos e a proposta pedagógica da instituição.

Nesse encontro, foi definida a data de 12 de setembro de 2018, da reunião com os pais, para apresentar a pesquisa e seus objetivos e o Termo de Consentimento Livre e esclarecido (TCLE) (Apêndice A), que foi assinado por todos os pais ou representantes legais dos

---

[19] Título posteriormente modificado para conciliar com a abordagem teórica e o contexto da pesquisa.

estudantes. Nessa mesma data, o professor-pesquisador fez uma reunião coma turma, com a presença da coordenadora pedagógica da instituição, quando foram expostos, para os estudantes, os objetivos da pesquisa e feito o convite para participarem como voluntários da pesquisa.

O convite foi prontamente aceito por todos os alunos da turma, no total de 28. Após esclarecer todas as dúvidas, os estudantes foram convidados a assinar o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (Tale) (Apêndice B).

A proposta de ensino foi então construída, fundamentada na Modelagem na Educação, Etnomatemática e Etnomodelagem. O uso da Modelagem na Educação tem como objetivo "promover conhecimento ao estudante em qualquer período de escolaridade, e ensiná-lo a fazer pesquisa" (BIEMBENGUT, 2016, p. 175); o uso da Etnomatemática e da Etnomodelagem justifica-se, uma vez que a proposta de ensino era ajudar os estudantes a reconstruírem o conceito de função, por meio de conhecimento matemático utilizado em uma fábrica artesanal de chocolate, de uma comunidade de pequenos produtores que vivem em regime de agricultura familiar.

No uso da Modelagem na Educação, Biembengut (2016) propõe um modelo de ensino e pesquisa no qual o conteúdo é apresentado em sala de aula alicerçado em um tema/assunto, ou o conteúdo é construído por meio de tema/assunto sugerido e proposto pelos alunos, pelo professor, ou como resultado do diálogo professor/aluno. A partir do tema/assunto, o professor precisou orientar os estudantes, encorajando-os a fazerem questionamentos que os nortearam na construção do conhecimento esperado pelo professor. A proposta de ensino da pesquisa teve como tema a *produção de chocolate* e foi proposta pelo pesquisador.

A construção da proposta de ensino obedeceu aos critérios sugeridos por Biembengut (2016) para trabalhar Modelagem na Educação, para que os estudantes pudessem apre(e)nder o conceito de Função. O processo com a Modelagem na Educação, proposto pela autora, é orientado para que os trabalhos desenvolvidos estejam estruturados em três etapas: Percepção e Apreensão; Compreensão e Explicitação; e Significação e Expressão.

No contato com a turma, para trabalhar a proposta de ensino, o professor-pesquisador explicitou o projeto de pesquisa, as etapas e a visita que seria feita a uma fábrica de chocolate localizada em um assentamento de produtores rurais. A partir do contato inicial com esses estudantes, foi construído um questionário pelo professor-pesquisador, para que os estudantes pudessem coletar os dados a serem trabalhados em sala de aula. A seguir, passa-se ao detalhamento dos encontros e atividades desenvolvidas no decorrer da pesquisa.

## 3.2 AULA DE CAMPO E VISITA À FÁBRICA

No primeiro encontro do desenvolvimento da proposta de ensino, o professor-pesquisador convidou os estudantes para uma visita em um assentamento (fazenda) do Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra (MST), composto de pequenos produtores rurais que trabalham em regime de agricultura familiar.

O assentamento teve iniciou em 1992, com a ocupação das terras por 360 famílias integrantes do MST, que sofreram cinco ordens de despejos, mas, em 1994, o assentamento foi oficialmente criado, a terra foi desapropriada pelo Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária (Incra) e cedida para o movimento. O Mapa 9 apresenta as imagens do assentamento nos anos 2000 e 2018.

**Mapa 9 -** Visão do assentamento nos anos 2000 (imagem a) e 2018 (imagem b)

a b

Fonte: Acervo do Assentamento

A fazenda possui 913 hectares (ha) de terras e fica localizada às margens da BR 101, em município localizado no sul da Bahia. Apresenta 40% de sua área totalmente preservada e o cacau é cultivado em 300 ha, em sistema cabruca. Desde o ano 2000, o assentamento optou pelo manejo sustentável dos recursos naturais e vem passando pelo processo de transição para o sistema agroecológico. Seguindo as orientações de preservação ambiental, já recuperou 92% da mata ciliar [20] e todas as nascentes da localidade. Atualmente, no assentamento, vivem 55 famílias, que priorizam a produção de alimentos orgânicos, de cacau 100% orgânico e chocolate.

[20] Mata ciliar é a vegetação que se forma nas margens dos rios, córregos, lagos, represas e nascentes.

Na área, há viveiros que produzem mudas de diversos tipos de plantas da região; 15 tanques destinados à criação de peixes; currais e pastos para criação de vacas leiteiras; cultivo de frutas e hortaliças; também são produzidas polpas de frutas; cultivados cravo, pimenta-do-reino, entre outros. O Mapa 10 apresenta horta da comunidade para a produção de hortaliças.

**Mapa 10** - Produção de hortaliças

Fonte: O autor (2020).

Os moradores locais acreditam que, por meio da educação, seus filhos poderão se tornar doutores, por isso, segundo o coordenador do local, desde o início do assentamento eles lutam para que seus filhos tenham acesso à educação de qualidade no próprio assentamento, sem a necessidade de se deslocar até a cidade para estudar, e, hoje, na localidade há duas escolas.

Uma das escolas (imagem 2 do Mapa 11) oferece o Ensino Fundamental (anos iniciais e finais) e a outra (imagem 3 do Mapa 11) oferece o Ensino Médio na modalidade profissionalizante. Nessa escola já foram oferecidos cursos de nível superior de Agronomia em parceria com universidades da região. Os cursos técnicos oferecidos atendem aos alunos filhos de assentados e da comunidade em geral das cidades de Arataca, Camacan, Santa Luzia, Mascote, Jussari, São José da Vitória, entre outras.

**Mapa 11** - Escolas do assentamento a imagem 1 em 1994 e as imagens 2 e 3 atualmente

1 2 3

Fonte: Arquivo do Assentamento (2020).

Na comunidade, é possível encontrar filhos de assentados que são agrônomos, médicos, advogados, professores, técnicos em agroecologia, entre outros. O sonho deles é que todos os seus filhos se tornem ‘doutores’. O termo doutor foi usado várias vezes pelo coordenador local como sinônimo de curso superior. O Mapa 11 apresenta dois momentos da história educacional no assentamento; a imagem 1 apresenta a primeira turma de alunos do assentamento, cujas aulas eram realizadas em barracos de lonas, e as imagens 2 e 3 são duas escolas atuais localizadas no assentamento. Periodicamente, ocorre o encontro de agroecologia no assentamento.

A produção de chocolate, por sua vez, iniciou-se no ano de 2006, com a produção de cacauada e chocolates artesanais, por meio de pilão e processadores de alimentos. Posteriormente, o assentamento adquiriu uma caldeira com o objetivo de aprimorar e melhorar o chocolate produzido. O Mapa 12 apresenta a caldeira antiga por eles utilizada.

**Mapa 12 -** Antiga caldeira para produção de chocolate

Fonte: O autor (2020).

Em 2013, a produção começou a ser realizada em escala maior; tratava-se de um produto totalmente orgânico e fabricado com cacau fino. Durante o processo de produção de chocolate, as amêndoas do cacau orgânico passam por um período de cinco a oito dias fermentando; em seguida, são expostas ao sol, por um período de 10 a 13 dias, sendo que o horário de exposição das amêndoas de cacau a o sol é das 07h00min às 10h30min e 15h00min às 17h00min. Na ocasião da pesquisa, eram produzidos, no assentamento, chocolates com 56% e 70% de cacau.

No final de 2018, o Governo do Estado inaugurou uma nova fábrica de chocolate na localidade, que deveria funcionar sob a coordenação da Escola Estadual de Nível Médio técnico da localidade, que passou a ser chamada de Fábrica Escola do Chocolate Litoral Sul, com capacidade para processar 800 quilogramas de chocolate no mês. O Mapa 13 mostra a chegada dos estudantes, com o professor-pesquisador, ao assentamento.

**Mapa 13 -** Chegada ao local

Fonte: O autor (2020).

Na chegada, os estudantes foram recebidos pelo coordenador do local, um engenheiro ambiental (professor da escola do assentamento), um estudante de Biologia (professor de uma da escola do assentamento) e os funcionários da fábrica, que os levaram para uma escola da comunidade.

Nessa escola, os visitantes foram convidados a assistir a uma palestra ministrada pelo coordenador, pelo engenheiro e pelos funcionários da fábrica, para apresentar parte da história do lugar; o plano adotado para a recuperação da lavoura cacaueira (optando pela produção orgânica de cacau e outros produtos) e das matas ciliares da fazenda; e os dados numéricos com a produção de cacau por hectare antigamente e atualmente. Os estudantes indagaram sobre quais produtos são usados na lavoura, como adubos, entre outros, e os representantes do local informaram que não usam produtos químicos na produção.

A palestra foi finalizada com a história dos primeiros chocolates produzidos no local, de forma rudimentar, em pilão, processadores de alimento e caldeira. Hoje, o assentamento possui uma fábrica que produz chocolates a partir de cacau produzido no local; no entanto, a fábrica não funciona em tempo integral, por falta de matéria-prima, uma vez que a maioria dos assentados prefere vender as amêndoas. O Mapa 14 mostra imagens da palestra realizada no assentamento.

**Mapa 14 -** Palestra sobre a história do assentamento

Fonte: O autor (2020).

O engenheiro ambiental pontuou que a produção de chocolate surgiu com o objetivo de valorizar o cultivo de cacau, uma vez que, por ser produto orgânico, na maioria das vezes não era valorizado pelos compradores de cacau local ou das cidades circunvizinhas, assim, os produtores, na maioria das vezes, vendiam a produção orgânica como produto comum. Como meio de coleta de dados, alguns alunos usaram o celular com gravador de voz e outros fizeram anotações em cadernos e/ou folhas de papel sulfite, sempre com autorização de todos os colaboradores.

A produção de chocolate tem como objetivo agregar valor ao produto local e melhorar a renda *per capita* dos assentados, pois, segundo o coordenador do assentamento, no período de cinco a dez anos, pretende-se, com a produção de chocolate, proporcionar uma renda de três ou mais salários mínimos para cada família assentada. Para isso, existe um esforço para a valorização, popularização e aumento das vendas de chocolate. O Mapa 15 exibe embalagens do chocolate produzido no assentamento.

**Mapa 15 -** Embalagem de chocolate produzido no local


Fonte: O autor (2020).

Após a palestra, o engenheiro ambiental convidou os participantes para assistirem a uma aula de campo (Mapa 16), na qual foi exposta a história do cacau na região, a crise devido à infestação por vassoura-de-bruxa, além disso, foram realizadas visita a um viveiro, uma horta comunitária e áreas de reflorestamento. Por último, os estudantes foram convidados a conhecer a fábrica de chocolate e sua dinâmica. Nessa etapa, foram coletados os dados sobre a produção de chocolate para uma determinada quantidade de ingredientes para serem trabalhados em sala de aula.

**Mapa 16 -** Aula de campo

Fonte: O autor (2018).

Os estudantes mantiveram, *in loco*, contato com diferentes elementos da fábrica, como matéria-prima, instrumento de medidas, máquina para triturar as amêndoas. Ocasião em que fizeram alguns questionamentos aos funcionários, seguindo as perguntas do Questionário 1, explicitado no Mapa 17.

**Mapa 17 -** Questionário elaborado pelos estudantes para os representantes da fábrica.

**Questionário 1**

Questionário para a aula de campo e visita à fábrica

1. Quantas pessoas trabalham na fábrica?
2. As pessoas que trabalham na fábrica são voluntárias ou assalariadas?
3. Qual o destino da produção de chocolate da fábrica?
4. Qual o nível de escolaridade dos funcionários da fábrica?
5. Quantas variedades de chocolate são produzidas aqui na fábrica?
6. Quais ingredientes são usados em cada variedade?
7. Qual o valor que vocês pagam pelo valor unitária de cada ingrediente?
8. O cacau usado para a produção de chocolate é comprado ou são as produções dos assentados?
9. Qual a finalidade da produção de chocolate da fábrica?
10. Vocês têm alguma despesa com embalagem? Quanto custa cada embalagem?
11. Com um 1Kg de cacau, a fábrica consegue produzir quantas unidades de chocolate?
12. Quantas gramas de cacau cada unidade de chocolate contém?
13. Os chocolates que vocês fabricam aqui na fábrica tem quantos gramas cada unidade?
14. Quantos gramas dos outros ingredientes cada unidade de chocolate tem?
15. Qual a capacidade de produção de chocolate da fábrica?
16. Qual a produção mensal atual de chocolate da fábrica?
17. Qual a importância do conhecimento matemático nas atividades realizadas por vocês aqui na fábrica?
18. Vocês fazem cálculos para saber a quantidade de ingredientes que cada chocolate vai conter? Por quê?
19. Como vocês fazem para saber quantidade ingredientes usados?
20. Quais conteúdos matemáticos vocês usam nas atividades da fábrica?

Fonte: O autor (2018).

Durante a entrevista, a questão 7 precisou ser reformulada, pois os funcionários trabalham com unidades padronizadas de ingredientes, visto que, segundo eles, a máquina processa 30 quilos de cacau de uma vez e os ingredientes são medidos em quantidades preestabelecidas para cada tipo de chocolate, e que o total das despesas corresponde ao beneficiamento desses 30 kg de cacau; as questões 11, 12 e 14 foram excluídas, pois eles não tinham esses valores sistematizados (tabelados);outras questões precisaram ser formuladas pelo professor-pesquisador, como: "Qual o valor das despesas para vocês processarem 30 kg de cacau?"; " Com 30 kg de cacau, é possível produzir quantas unidades de chocolate?"; "Quanto é possível lucrar com a produção de chocolate a partir de30 kg de cacau?". A visita foi finalizada com a distribuição de chocolate.

Aqui, o tema foi apresentado em um "[...] momento de motivá-los a expressar suas concepções sobre o tema e as diferentes linguagens inseridas" (BIEMBENGUT, 2016, p.192), para que o conteúdo e as linguagens utilizados no processo fizessem sentido para o estudante e, ao mesmo tempo, ocorresse o levantamento dos dados. Nesse encontro, percebeu a fase da Modelagem na Educação de *Percepção* e *Apreensão.*

## 3.3 O CONTEXTO DE SALA DE AULA

Esta seção apresenta a descrição das atividades realizadas do segundo ao décimo encontro, com pormenores do que foi realizado durante cada aula.

No segundo encontro, em sala de aula, o professor-pesquisador começou falando a respeito da aula de campo, questionando se os estudantes tinham gostado da aula e da visita à fábrica; qual momento da visita havia mais chamado a atenção deles; e qual os pontos positivos e negativos da ida ao assentamento. Após esse momento inicial, o professor-pesquisador distribuiu a atividade I [21] (Mapa 18), e solicitou que os estudantes a respondessem individualmente, a partir das experiências vivenciadas na aula de campo e na visita à fábrica. Durante o desenvolvimento da atividade, o professor procurou orientar e dirimir dúvidas de alguns estudantes sobre o que era solicitado.

**Mapa 18 –** Atividade I

**Análise da aula de campo e da visita à fábrica e as atividades desenvolvidas em sala**

Solicitamos que você nos conte sua experiência sobre a aula de campo e sobre a visita à fábrica de chocolate.

Faça um resumo da aula de campo respondendo aos seguintes questionamentos:

- Qual a contribuição que a aula de campo e a visita proporcionaram a você?
- Aula de campo e a visita à fábrica lhe foram úteis? Em quais aspectos?
- O que a aula de campo e a visita à fábrica têm a ver com as aulas de Matemática?

Fonte: O autor (2019).

Após o término da atividade I e do seu recolhimento, o professor-pesquisador fez vários questionamentos aos estudantes sobre a produção de chocolate; a relação entre produção de chocolate e os conteúdos de Matemática; sobre a forma como os funcionários da fábrica deduzem a quantidade de chocolate produzido e os possíveis lucros com a produção.

Posteriormente, o professor sugeriu que fossem criadas hipóteses sobre a produção de chocolate, se seria mais viável vender as amêndoas de cacau, ou produzir chocolate,

[21] No final de cada encontro, o professor pesquisador recolhia as atividades feitas pelos estudantes.

aconselhando, também, que fossem organizados os dados coletados em categorias, ou de uma forma que facilitasse a sua análise nas atividades seguintes.

O professor finalizou o encontro solicitando que os estudantes, caso fosse possível, se informassem sobre o preço que os compradores de cacau pagavam pela arroba do cacau na cidade. Etapa da Modelagem na Educação envolvendo *Compreensão*.

No <u>terceiro encontro</u>, o professor-pesquisador iniciou breve discussão sobre o preço da arroba do cacau, pois foram apresentados três valores diferentes; nesse caso, as sugestões dos estudantes foram que adotassem o maior valor, uma vez que, ao vender seu produto, caso o produtor não possua nenhum vínculo com o comprador, procurará vender para aquele que lhe oferecer o maior preço.

No segundo momento, o professor solicitou aos estudantes que desenvolvessem a atividade II, conforme Mapa 19. Para desenvolver essa atividade os estudantes fizeram uma pesquisa no comércio local com o objetivo de verificar qual era o valor que uma arroba de cacau era comercializada na cidade.

**Mapa 19 –** Atividade II

**Visita à fábrica e aula de Campo**

Solicitamos que você colete alguns dados na aula de campo e na visita à fábrica que nos ajudarão nas próximas atividades.

**Quadro 1:** Colheita (produção de cacau) por hectare.

| Produção por hectare | | | |
|---|---|---|---|
| Quantidade de hectare | Produção de cacau em kg | Preço do kg de cacau | Valor do Lucro com a venda de cacau por hectare |
| | | | |
| Espaço | | | |
| Estudante(s):________________________________ ________________________________ Data da pesquisa:________/____/________ | | | |

**Quadro 2 -**Produção de chocolate

| Valor em Reais das despesas para a produção de chocolate |
|---|

| Tipo de chocolate | Ingrediente/ Quantidade | Valor do ingrediente | Quantidade de chocolate produzido | Valor de venda da unidade do chocolate | Possível lucro | Espaço para cálculo das despesas da produção do chocolate |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| Outras despesas | | | | | | |
| Estudante(s):____________________________________ Data da pesquisa:______/___/______ | | | | | | |

Fonte: O autor (2018).

Na primeira parte da atividade, os participantes completaram o Quadro 1 com os dados sobre a produção de cacau por hectare e os possíveis lucros. Durante a palestra, foi sinalizado que os agricultores não tinham despesas para o cultivo do cacau, uma vez que eram os próprios assentados que faziam a manutenção de suas roças. Para completar o Quadro 1, o professor-pesquisador orientou que a atividade fosse feita individualmente, com os dados da aula de campo e do preço de cacau. Nesse caso, o professor-pesquisador os auxiliou esclarecendo dúvidas sobre o preenchimento do quadro.

O Quadro 1 objetivou apresentar o lucro com o cultivo do cacau, caso o produtor preferisse vender as amêndoas. Ao preencher o quadro, esperava-se que os estudantes observassem uma relação de dependência entre as grandezas relacionadas com áreas cultivadas *versus* quantidade de cacau produzido e quantidade de cacau *versus* lucros.

Na segunda parte da atividade, foi solicitado que os alunos que completassem o Quadro 2 (Mapa 19) com os dados sobre a produção de chocolate; nesse caso, o professor-pesquisador sugeriu que os estudantes desconsiderassem a segunda e a terceira colunas do quadro, uma vez que os dados fornecidos na fábrica não continham essa informação. Segundo os funcionários, processavam 30 kg de cacau de uma vez, e a quantidade de ingrediente para cada tipo de chocolate já era padronizada, por isso as despesas eram calculadas para tais quantidades de cacau.

Para preencher o Quadro 2, o professor sugeriu que os participantes usassem as informações das embalagens dos chocolates produzidos no assentamento, que são os chocolates com 56% e 70% de cacau, com embalagens de 30 g e de 90 g para cada tipo, uma vez que a fábrica não tinha esses valores tabelados. No preenchimento do quadro, os participantes tiveram dificuldades em realizar os cálculos, porque deveriam usar conhecimentos matemáticos de porcentagens e regra de três, e, segundo eles, não haviam estudado esses conteúdos em anos anteriores. Para auxiliá-los, o professor-pesquisador fez uma abordagem de porcentagem e regra de três para que assim conseguissem concluir a atividade. Esses conteúdos foram explicados para que os estudantes fizessem os cálculos das quantidades de chocolates produzidos, a partir das informações coletadas. O encontro foi finalizado, e parte do Quadro 2 (Mapa 19) ficou de ser retomada no encontro seguinte.

No quarto encontro, o professor-pesquisador solicitou que concluíssem a Atividade II. Ao finalizá-la, o professor promoveu breve discussão, com questionamentos como: Qual parte da atividade eles (alunos) tiveram facilidade; qual tiveram mais dificuldades; e a opinião dos estudantes sobre quais seriam as vantagens e desvantagens de organizar os dados em um quadro.

O professor-pesquisador deu prosseguimento ao encontro com a atividade III (Mapa 20), cujo objetivo foi organizar as despesas (Quadro 3) e a quantidade de chocolate produzido com determinada quantia de cacau (Quadro 4).

**Mapa 20**– Atividade III

**Atividade – organização dos dados**

Solicitamos que você organize no quadro 3 os dados para auxiliar nas próximas atividades.

**Quadro 3:** Cálculo com gastos anual.

| Valor em Reais das despesas para o cultivo do cacau e produção de chocolate | |
|---|---|
| **Tipos de despesas** | **Valor (R$)** |
| Despesas com o cultivo do cacau | |
| Despesas com os ingredientes | |
| Despesas com mão obra na produção do chocolate | |

| | |
|---|---|
| | |
| Total das despesas | |
| Espaço para fazer os cálculos | |
| Estudante(s): ______________________________ Data da pesquisa:__________/____/_________ | |

**Quadro 4 -**produção de chocolate.

| Quantidade de chocolate produzido por quantidade de cacau | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tipo de chocolate | 1 kg | 10 kg | 20 kg | 30 kg | 40 kg | 50 kg | 60 kg | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| Estudante(s):______________________________ ______________________________ Data____________________/____/_________ | | | | | | | | |

Fonte: O autor (2018).

Para completar essa atividade, o professor-pesquisador sugeriu que os estudantes usassem dados já trabalhados em sala. O encontro foi finalizado com a conclusão da atividade.

No quinto e no sexto encontros, foi trabalhada a Atividade IV (Mapa 21). O quinto encontro iniciou-se com uma revisão sobre as atividades anteriores e as dificuldades que os estudantes tiveram para realizar a Atividade III. Dando prosseguimento à aula, foram feitos vários questionamentos com o objetivo de proporcionar uma reflexão com os estudantes sobre a organização das informações; em seguida, foi solicitado que eles respondessem à Atividade IV (Mapa 21).

**Mapa 21** – Atividade IV

| **Atividade IV**<br>**Construindo o conceito de função** |
|---|

Solicitamos que você, baseado nas informações das atividades anteriores, responda às questões a seguir.

Sobre a relação entre a quantidade de cacau e a produção de chocolate responda o que se pede:

a) O que você pode dizer sobre a quantidade de cacau e produção de chocolate?

Respostas
________________________________________________________________________
________________________________________________________________________

b) Existe alguma relação entre esses dois elementos? Se existe, explique.

Respostas
________________________________________________________________________
________________________________________________________________________

c) Como podemos relacionar a quantidade de cacau e a produção de chocolate?

Respostas
________________________________________________________________________
________________________________________________________________________

d) Você consegue ver alguma relação parecida nos outros quadros, qual ou quais?

R:______________________________________________________________________
________________________________________________________________________

Estudante(s):
________________________________________________________________________
__________________

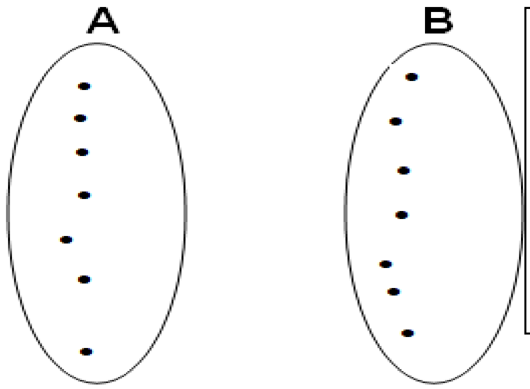
Data _____/____/_______

No Quadro 4, selecione um tipo de chocolate para preencher o Quadro 5, a seguir, com a quantidade de chocolate produzido por quantidade de cacau.

**Quadro 5 -** Quantidade de cacau x quantidade de chocolate produzido

| | Quantidade de chocolate produzida x quantidade de cacau | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantidade de cacau | 1 kg cacau | 10 kg cacau | 20 kg cacau | 30 kg cacau | 40 kg cacau | 50 kg cacau | |
| Quantidade de chocolate | | | | | | | |

Observe que, para uma determinada quantidade de cacau, é produzida uma determinada quantidade chocolate. Para facilitar nossa compreensão, vamos associar cada pontinho do conjunto ‘A’ a uma quantidade em quilograma de cacau e, no conjunto B, cada pontinho a uma quantidade de chocolate. Vamos associar cada pontinho no conjunto A (quantidade de cacau) à sua respectiva quantidade de chocolate produzido no conjunto B. Após colocar os valores nos conjuntos A e B, ligue com uma seta os valores correspondentes.




Definição: Sendo dois conjuntos A (quantidade de cacau) e B (quantidade de chocolate produzido). Cada seta associa um elemento de A, a um único elemento de B. Dizemos que essa é uma função de A em B, ou seja, f: $A \rightarrow B$ (lê-se: f de A em B).

Adaptado do livro didático: CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. **Convergências**: matemática, 9º Ano: anos finais do ensino fundamental. São Paulo: Edições SM, 2015, p. 111.

1. Considerando o conceito de função. Os dados do quadro 5 constituem uma função? Por quê?

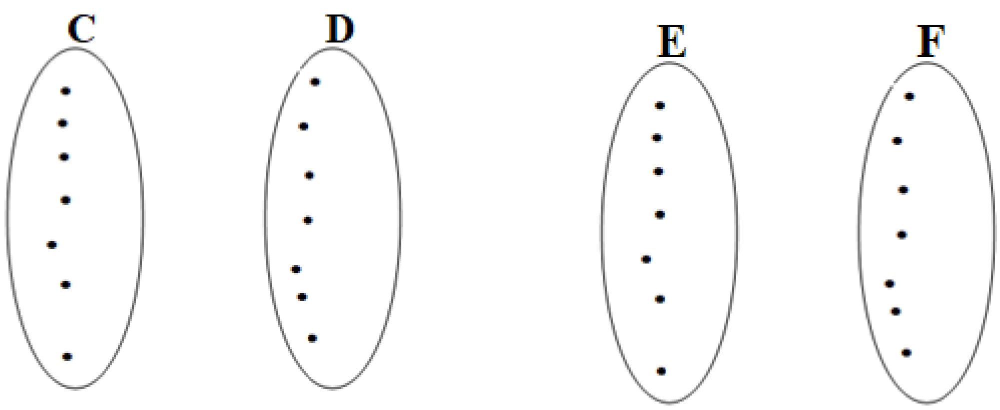
R:________________________________________________

Agora vamos calcular as despesas em reais (R$) para produzir uma determinada quantidade de chocolate, a partir dos dados fornecidos pela fábrica, para isso escolha um tipo de chocolate para fazer os cálculos.

**Quadro 6 -**Despesa em reais para produzir uma determinada quantidade de chocolate

| | Despesa e Lucro em R$ para produzir determinada quantidade de chocolate | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantidade de chocolate | ______ | ______ | ______ | ______ | ______ | ______ | ______ |
| Despesas R$ | | | | | | | |
| Possível Lucro R$ | | | | | | | |

Agora, siga o mesmo procedimento feito com os conjuntos A e B e repita usando os dados do Quadro 6 para os conjuntos C e D para colocar os dados das despesas e os conjuntos E e F para colocar os dados dos possíveis lucros. Considere o valor negativo para as despesas e positivos para o lucro.




2. Considerando o conceito de função, pode-se afirmar que os dados dos conjuntos C e D e dos conjuntos E e F representam uma função? Por quê?

R:________________________________________________

3. Volte aos conjuntos A e B, tente descrever uma maneira de relacionar cada elemento do conjunto A (quantidade de cacau) a cada elemento de B, ou seja, você tem um elemento do conjunto A, como você faz para encontrar um elemento em B?

   R:______________________________________________________________________________

   Observação: Essa forma que você descreveu para relacionar os elementos de A aos elementos de B é chamado lei da Função.

4. Agora descreva a lei da Função para os conjuntos C e D, e E e F.
   R:______________________________________________________________________________

Observe os conceitos a seguir:

> Definição: Função Afim é toda função do tipo f(x)= ax+b, em que a e b são coeficientes reais, com a≠0. Onde a é termo dependente e b o termo independente da função.
>
> Observação: A função afim é chamada de função linear com a real e a≠0 escrita na forma f(x)=ax.
>
> Adaptado do livro didático: CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. **Convergências**: matemática, 9ºano: anos finais do ensino fundamental. São Paulo: Edições SM, 2015, p. 111.

Agora, analise os dados dos conjuntos A e B, observe que temos uma função f: A ⟶ B. Vamos chamar de **x** a quantidade de cacau, a, a quantidade chocolate produzida com 1 kg de cacau.

Agora escrever a função f usando o conceito de função, para isso complete a função com o valor de **a.**

f(x)=_____. X .

5. Usando a função que você acabou de escrever, calcule a quantidade de chocolate que poderá ser produzido com 40 kg de cacau e verifique se o valor encontrado é o mesmo que você usou na tabela.
   R:______________________________________________________________________________
6. Usando a função f(x) calcule a quantidade de chocolate que poderá ser produzido com 120 Kg de cacau e para 850 Kg de cacau.
   R:______________________________________________________________________________

Observe que a função escrita dessa maneira nos permite calcular a quantidade de chocolate produzido para qualquer quantidade de cacau de forma rápida.

7. Agora gostaríamos que você escrevesse as funções g: C ⟶ D e h: E ⟶ F fazendo o mesmo procedimento anterior. Para isso escreva o que representa o valor de a e x.

g: C ⟶ D: **a** representa __________________ e seu valor é _____________ e, x representa ________________

g(x):____________________

h: E ⟶ F: a representa __________________ e seu valor é _____________ e, x representa ________________ h(x):___________________________

Observe as definições:

De modo geral, uma função afim dada por f(x)= ax+b, com a≠ 0 é:

- Crescente quando o coeficiente a é positivo (a > 0)
- Crescente quando o coeficiente a é negativo (a < 0)

Adaptado do livro didático: CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. **Convergências**: matemática, 9º Ano: anos finais do ensino fundamental. São Paulo: Edições SM, 2015, p. 111.

8. A partir da definição anterior, classifique as funções f, g e h como função crescente ou função decrescente.

R:_______________________________________________________________________________

Fonte: O autor (2018).

Essa atividade teve como objetivo reconstruir o conceito de função por meio das informações organizadas anteriormente. As questões do Quadro 5 tinham como objetivo estimular os alunos a perceberem a relação de dependência entre as grandezas envolvidas. Já o Quadro 6 objetivou organizar as quantidades de cacau com as quantidades de chocolate produzidos para cada uma. Nesse caso, o professor-pesquisador auxiliou os estudantes nas duas etapas da atividade.

Com o Quadro 6 completo, os participantes foram convidados a usar esses valores para preencher os conjuntos A e B, mostrando a relação dependência entre as grandezas (ligando elementos por meio de uma seta) e refletirem sobre o conceito de função contido na atividade. Os participantes repetiram a ação para o Quadro 6 da atividade, e responderam o que lhes foi solicitado. Durante a realização dessa etapa da atividade, sugiram alguns questionamentos sobre função, que foi debatida entre todos e, posteriormente, esclarecida pelo professor-pesquisador.

O sexto encontro iniciou-se a partir da Questão 5 da Atividade IV. Durante o desenvolvimento das questões, surgiram dúvidas que foram discutidas de forma coletiva com mediação do professor-pesquisador, cuja finalidade era que os estudantes se ajudassem mutuamente, ou seja, o objetivo era tornar o ambiente um espaço de aprendizagem coletiva.

No sétimo encontro, o professor-pesquisador consolidou os conceitos de função, a partir das respostas dadas pelos estudantes na Atividade IV (Mapa 21). Nesse caso, o professor-pesquisador desenvolveu uma aula por meio de questionamento, procurando consolidar os conceitos de função, conceito de função afim, função linear, função crescente e decrescente, e lei formação de uma função.

Durante a consolidação do conteúdo, o professor-pesquisador, com o auxílio de um *notebook* e um data *show*, projetou na lousa o Quadro 5 da atividade IV, e os conjuntos A e B. Nesse momento, o professor-pesquisador foi fazendo questionamentos aos estudantes, que foram contribuindo com informações para preencher o quadro e os conjuntos. Foi explicada a relação de dependência existente entre a quantidade de cacau e a quantidade de chocolate produzida; nesse caso, foram usados tanto os conjuntos A e B como as informações do Quadro 5.

A ação anterior foi repetida para o Quadro 6 e os conjuntos C e D e, E e F. O professor-pesquisador também projetou cada questão da Atividade IV.

No <u>oitavo encontro</u>, os estudantes foram convidados a resolver questões sobre função afim; para isso, o professor-pesquisador distribuiu a Atividade V (Mapa 22), e pediu para responderem individualmente. Durante a resolução da atividade, surgiram alguns questionamentos e algumas dificuldades encontradas foram auxiliadas pelo professor-pesquisador. A Atividade V (Mapa 22) tinha como objetivo verificar se os estudantes tinham aprendido os principais conceitos funções estudados.

**Mapa 22–** Atividade V

**Atividade V**

No assentamento, além da produção do chocolate, as famílias produzem doce de banana em pote e tem plantação de hortaliças. Respondam as situações problemas abaixo:

1. Marcos faz doce de banana para revender. Para produzir 200 potinhos de doce com 150 gramas cada, ele usa 25kg de banana e 5kg de açúcar. Para fazer os doces e o custo com as embalagens geram uma despesa de R$ 80,00. Cada potinho de doce é vendido por R$ 2,50. O lucro de Marcos é calculado pela expressão C(x) = 2,50.x – 80. Usando essas informações responda às questões:

a) Observe que C(x) é uma função afim. Neste caso, o valor de **a=** _______ , o valor de **b** = ____________

b) Se Marcos vender 60 potinhos de doce, ele terá condições de pagar as despesas para produções do doce? Por quê?

R________________________________________________________________________________

c) Qual a quantidade de potinho de doce Marcos deverá vender para pagar as despesas da produção?

R________________________________________________________________________________

d) Caso Marcos venda 120 potinhos de doce, qual deverá ser o lucro?

R________________________________________________________________________________

e) Caso Marcos deseje aumentar a produção de doce para 300 potinhos, neste caso, as despesas aumentam proporcionalmente e o potinho de doce será vendido pelo mesmo valor. Escreva a nova expressão para calcular o lucro de Marcos

R________________________________________________________________________________

2. Ana planta alface e gasta por leira R$ 5,00 com sementes; R$ 15,00 com adubação e R$ 6,00 no processo de irrigação. Sabe que cada leira produz 300 pés de alfaces. Para vender as alfaces, Ana faz molhos (com cinco pés de alface) e os vende a R$ 2,00 cada um. Em uma semana, ela colheu três leiras de alface. Baseado nessas informações responda o que se pede.

a) Qual a despesa de Ana para cultivar uma leira? E as três leiras juntas?

R________________________________________________________________________________

b) Escreva uma expressão para calcular o lucro de Ana considerando as despesas e a venda por unidade de feixes de couve vendido.

R________________________________________________________________________________

c) Se Ana vender todos os molhos de alfaces, qual deverá ser seu lucro?

R________________________________________________________________________________

| |
|---|
| d) Qual deve ser a quantidade de molhos de alfaces que Ana precisará vender para poder quitar as despesas com o plantio? |
| R__________________________________________________________________________________________ |
| As questões 1 e 2 usam os conceitos de Funções para calcular os lucros de Marcos e Ana. Em sua opinião, quais as vantagens e desvantagens do uso do conceito de Função nesses casos? |
| R:__________________________________________________________________________ |

Fonte: O autor (2018).

No <u>nono encontro</u> os estudantes foram divididos em dois grupos e construíram um banco de dados contendo informações para cada tipo de chocolate produzido na fábrica, como: valor de venda de cada unidade; quantidade de chocolate produzido para determinada quantidade de cacau; despesa geral para determinada quantidade de cacau; despesas para certa quantidade de chocolate produzido; despesas e lucro por unidade produzida de chocolate; e lucro para determinada quantidade de cacau.

Antes da construção dos bancos de dados, o professor-pesquisador propôs um diálogo com a turma para que sugerissem quais elementos deveriam constar no documento para que esses bancos de dados pudessem ser confeccionados e, posteriormente, apresentados aos funcionários da fábrica, uma vez que na visita ficou evidente que eles não possuíam essas informações dispostas em tabelas.

Para isso, foram construídos quatro bancos de dados (Mapa 23), a saber: dois para chocolate com 56% de cacau, sendo um para embalagem com 30g de chocolate e outro para embalagem com 90g de chocolate; e dois para o chocolate com 70% de cacau, sendo que um para embalagem com 30g de chocolate e outro para embalagem com 90g de chocolate. A ideia desse banco de dados surgiu a partir dos diálogos com a turma, que sugeriu a construção de uma tabela para levar posteriormente à fábrica.

**Mapa 23 -** Construção dos bancos de dados


Fonte: O autor (2018).

Durante a construção dos bancos de dados, o professor-pesquisador sugeriu à classe que usasse calculadoras, e também providenciou papel madeira, pincel atômico e réguas para auxiliar. Ao finalizar os bancos de dados, o professor-pesquisador sugeriu que os grupos fizessem uma apresentação para a turma, sugestão que foi aceita (Mapa 24).

**Mapa 24 -** Apresentação de um dos bancos de dados

Fonte: O autor (2018).

No décimo encontro, o professor-pesquisador solicitou que os estudantes desenvolvessem a Atividade VI (Mapa 25), e surgiram alguns questionamentos sobre como criar o modelo.Para sanar as dúvidas, o professor-pesquisador explicou o significado de modelo e nomeou alguns.

**Mapa 25 –** Atividade VI

**Atividade VI**

Observação: Uma função poderá modelar uma determinada situação como a produção de chocolate, produção de coentro, entre outros. Nestes casos, é chamada de modelo matemático. Assim como uma função, um modelo pode ser um gráfico, uma tabela, uma expressão matemática, um produto, etc. Por exemplo, função C(x) = 1,25.x – 80 da questão 1 da atividade V modela o lucro de Marcos sobre a venda de potinhos de doce de banana.

Você poderá modelar a produção de chocolate; possíveis lucros; possíveis despesas; ou outro elemento que você julgar importante sobre a produção de chocolate da fábrica, por meio de uma tabela, uma função, imagens, entre outros. Neste caso, solicitamos que você crie um modelo para a produção de chocolate. Para isso, escolha as informações que o ajudarão a construir o seu modelo.

| Espaço para resposta e para os cálculos |
|---|
| |

1. As partir de suas conclusões, é mais lucrativo vender a amêndoa do cacau, ou produzir o chocolate para vender? Por quê?
   R:____________________________________________________________

2. Se você fosse um pequeno agricultor, você investiria na produção de chocolate ou preferiria vender as amêndoas do cacau? Por quê?
   R:____________________________________________________________

3. Cite um ou dois fatores que poderá(ão) fazer com que um pequeno produtor de chocolate não consiga obter lucro com a produção e venda de chocolates?
   R:____________________________________________________________

Fonte: O autor (2018).

Para auxiliar na construção do modelo, o professor-pesquisador expôs os bancos de dados na sala para que os alunos tivessem acesso aos dados que foram construídos coletivamente. Foi explicado como poderiam criar modelos para representar o lucro, a produção, as despesas, entre outros, e que ficassem à vontade sobre o tipo de modelo que deveriam escolher.

Nessa etapa, o professor-pesquisador precisou auxiliar nove estudantes, que tiveram dificuldades em decidir qual modelo construir e como construir. Ao terminar de construir os modelos, o professor-pesquisador solicitou que respondessem às três questões presentes na atividade. Após finalizar a atividade, o professor-pesquisador as recolheu e fomentou um diálogo sobre a produção de chocolate; as vantagens e desvantagens sobre a produção de chocolate; em quais situações iriam proporcionar lucros; e quais fatores poderiam fazer com que os produtores tivessem prejuízo.

Para finalizar o encontro, o professor-pesquisador pediu à classe que avaliasse as atividades feitas durante os encontros; nesse caso, foi distribuído o Questionário 2 (Mapa 26).

**Mapa 26 –** Questionário 2

**Questionário 2**

**Análise da aula de campo, da visita à fábrica e das atividades desenvolvidas em sala de aula**

Solicitamos que você avalie o processo de aprendizagem durante os nossos encontros, incluindo aula de campo, a visita à fábrica e as atividades feitas em sala de aula. Sua resposta será essencial para podermos analisar como esse tipo aula poderá contribuir para a melhoria das aulas de matemática.

**1.** Onde você reside com sua família?

a) Na cidade ( )

b) Em Fazenda ( )

c) Em Assentamento ou Associação ( )

d) Distrito ou povoado ( )

**2.** Existe alguém da sua família que trabalha ou vive da agricultura familiar?

a) Sim ( )

a) Não ( )

**3.** Qual sua idade?

R:________________________

**4.** Você sempre gostou de Matemática?

a) Nunca gostei de Matemática.( )

b) Gosto de Matemática porque aprendo o conteúdo ensinado.( )

c) Não gosto de Matemática porque não consigo compreender o que é ensinado.( )

d) Gosto de Matemática, pois tenho facilidade de apreender os conteúdos. ( )

**5.** Durante a aula de campo e a visita à fábrica, você conseguiu ver a utilidade da Matemática naquelas atividades? Explique,

R: ____________________________________________________________________________________________________

**6.** Como você vê a importância da Matemática no processo de fabricação do chocolate? Por quê?

R: ____________________________________________________________________________________________________

| |
|---|
| **7.** O quanto você acredita que a aula de campo e a visita à fábrica ajudaram você a se interessar mais pelo conteúdo de Matemática?<br>a) Motivou-me bastante. ( )<br>b) Motivou-me pouco. ( )<br>c) Não me motivou. ( )<br><br>**8.** Como você avalia as atividades que vocês desenvolveram?<br>a) Ruim ( )<br>b) Regular ( )<br>c) Bom ( )<br>d) Muito bom ( )<br>e) Ótimo ( )<br><br>**9.** Sobre os enunciados das atividades, como você as avalia?<br>a) Os enunciados estavam claros e consegui compreender o que era solicitado. ( )<br>b) Os enunciados estavam confusos, mas consegui compreender o que era solicitado. ( )<br>c) Os enunciados estavam confusos, e não consegui compreender o que era solicitado. ( )<br><br>**10.** Essas atividades ajudaram você a aprender o conceito de Função?<br>a) Sim, eu aprendi todos os conceitos trabalhados.( )<br>b) Sim, mas aprendi apenas parte dos conceitos.( )<br>c) Não. Continuo sem saber o que é Função. ( ) |

Fonte: O autor (2018).

O Mapa 27 apresenta, de forma sintetizada, as atividades desenvolvidas em cada encontro e os principais objetivos.

**Mapa 27 -** Síntese dos encontros

| Encontro/ Mapas | Atividade | Data | Local | Objetivos |
|---|---|---|---|---|
| 1º Mapa 17 | Aula de campo e da visita à fábrica | 04/10/18 | Assentamento de Produtores | -Familiarizar com o tema<br>- Coletar informações sobre o tema para trabalhar em sala de aula |
| 2º Mapa 18 | Atividade I | 11/10/18 | Sala de Aula | - Analisar a aula de campo e da visita à fábrica e as atividades desenvolvidas em sala<br>- Organizar os dados |
| 3º Mapa 19 | Atividade II | 18/10/18 | Sala de Aula | - Relacionar grandezas<br>- Observar a relação de dependência entre duas grandezas |
| 4º Mapas 19 e 20 | Atividade II<br>Atividade III | 25/10/18 | Sala de Aula | - Organizar as despesas da produção de chocolate<br>- Organizar a quantidade de chocolate produzido pela quantidade de cacau usado na fabricação |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5º e 6º<br>Mapa 21 | Atividade IV | 01/11/18<br><br>08/11/18 | Sala de Aula | - Reconstruir o conceito de Função através das informações anteriormente organizadas<br>- Fomentar uma discussão para contribuição coletiva para a construção do conceito de Função |
| 7º<br>Mapa 21 | Atividade IV | 15/11/18 | Sala de Aula | - Consolidar o conceito de Função<br>- Fomentar discussões coletivas |
| 8º<br>Mapa 22 | Atividade V | 22/11/18 | Sala de Aula | - Resolver problemas envolvendo o conceito de Função<br>- Aplicar os conceitos de Função |
| 9º<br>Mapas 23 e 24 | Construção de bancos de dados | 29/11/18 | Sala de Aula | - Organizar de informações |
| 10º<br>Mapas 25 e 26 | | 06/12/18 | Sala de Aula | - Construir os modelos (etnomodelos)<br>- Avaliar as atividades desenvolvidas. |

Fonte: O autor (2020).

Não foi possível retornar à fábrica, porque a Secretaria Municipal de Educação do município antecipou o final do ano letivo, mas o professor-pesquisador comprometeu-se com a turma a organizar uma ida à fábrica para apresentar o trabalho finalizado.

## CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

Nesse capítulo, foram apresentados os procedimentos e as ações desenvolvidas para coletar os dados da pesquisa que foi realizada com uma turma de 28 alunos do Ensino Fundamental; apresentou-se a escola onde foi realizada a pesquisa; o seu contexto sociocultural, nesse caso, são os conhecimentos da produção artesanal de chocolate de uma fábrica localizada em um assentamento de produtores e, detalhado, também, como os dados foram coletados.

Durante a pesquisa, foi feita a construção da fundamentação teórica, usando a Etnomatemática, a Modelagem Matemática e a Etnomodelagem, para subsidiar uma proposta de ensino destinada a trabalhar o conceito de Função. Durante os procedimentos iniciais, foi realizada uma reunião com a coordenação pedagógica da escola, uma reunião com os pais, e outra com os estudantes, para apresentação da pesquisa e assinatura do TCLE e Tale.

O capítulo descreve, ainda, o desenvolvimento da proposta de ensino com os participantes em dez encontros. No primeiro encontro, foi realizada uma aula de campo e visita a uma fábrica de produção de chocolate. No local, a classe apreendeu um pouco da realidade local e manteve contato com conhecimentos utilizados na produção de chocolate daquela comunidade.

Também estão detalhadas as ações realizadas durante os encontros em sala de aula e como os dados coletados foram organizados pelos estudantes para que ocorresse a aprendizagem do conceito de Função a partir dos conhecimentos coletados.

Os dados coletados nessa etapa serão utilizados na análise da pesquisa, etapa que será apresentada com a conclusão do capítulo IV (Mapa de Análise).

# CAPÍTULO IV

# MAPA DE ANÁLISE

## APRESENTAÇÃO DO CAPÍTULO

Segundo Biembengut (2008), durante a análise, o pesquisador deverá examinar os dados por meio de uma “ferramenta”, ou seja, a teoria. Para a autora, os dados do Mapa de Campo precisam de uma compreensão detalhada dos elementos envolvidos, para identificaras estruturas, os traços e combinar informações, fundamentados na teoria.

No processo de análise da pesquisa, foram criadas categorias para selecionar e organizar os elementos que emergiram após a identificação das semelhanças e diferenças entre eles, fundamentando-as nas teorias que compõem o Mapa Teórico.

Para o processo de análise, foram utilizadas as bases da Análise de Conteúdo, conforme Bardin (2016), e feito um diálogo dos resultados dos dados dessa pesquisa com os resultados das pesquisas correlatas, identificando diferenças e semelhanças. Para isso, foram criadas categorias, *emergentes*, com o objetivo de identificar estruturas e traços semelhantes entre esses elementos.

Este capítulo está dividido da seguinte maneira:

4.1 *Sobre a análise de conteúdo:* Apresenta as fases do desenvolvimento da análise, assim como a constituição do *corpus* da pesquisa, a unitarização do material e o processo de categorização, que emergiu do *corpus* da pesquisa.

4.2 *Conectando duas realidades:* Nessa categoria, procurou-se investigar a importância da aula de Matemática contextualizada com situações que fazem parte da realidade do estudante.

4.3 *Formalizando conceitos e elaborando modelos:* Apresenta a análise da construção do conceito de Função a partir do desenvolvimento da proposta de ensino e os etnomodelos construídos pelos estudantes, com as informações trabalhadas em sala de aula.

4.4 *Compreendendo conceitos*: Nessa categoria, analisa-se a unidade de registro usada pelos estudantes para resolver situações-problema a partir do conceito e do algoritmo da Função afim e a avaliação dos estudantes sobre o desenvolvimento da proposta de ensino.

4.5 *Para além do conceito de função*: Nessa categoria, procura-se compreender como os estudantes abordaram informações sobre a forma como os integrantes do assentamento são vistos dentro do contexto cultural do estudante e como eles os enxergaram durante o desenvolvimento da proposta de ensino e como esses educandos compreenderam a “gestão” de produção de chocolate.

Além disso, o capítulo apresenta as limitações da pesquisa, as implicações pedagógicas e perspectiva de continuidade.

## 4.1 SOBRE A ANÁLISE DE CONTEÚDO

Neste capítulo, apresentam-se os resultados da pesquisa que teve como objetivo analisar o desenvolvimento de uma proposta de ensino, fundamentada na Etnomodelagem, para a construção de um modelo para a produção de chocolate, por meio do conceito de Função e compreender como os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental modelam a produção artesanal de chocolate em uma fábrica.

Os dados dessa análise foram construídos com uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola localizada em uma cidade da região cacaueira, cujas etapas do desenvolvimento da proposta estão descritas no Mapa de Campo (capítulo III). Durante todo o procedimento de exploração das informações, foi necessário ler várias vezes o aporte teórico (Modelagem na Educação, Etnomatemática e Etnomodelagem) para auxiliar na construção das categorias e de todo o processo de análise. Logo, optou-se por trabalhar com categorias emergentes, com base em Bardin (2016), que trata da Análise de Conteúdo (AC).

Logo, o processo de análise foi baseado na AC fundamentada em Bardin (2016) e Moraes (1999) e a compreensão das categorias foi feita pelos métodos descritivo e interpretativo (BIEMBENGUT, 2008; BARDIN, 2016; MORAES, 1999).

Na próxima seção, serão explicados os processos adotados para a construção das categorias.

### *4.1.1 Metodologia de análise*

Depois de coletadas, as informações passaram por vários processos, até serem categorizadas. Sua análise baseia-se na AC, por se aproximar da sugestão proposta por Biembengut (2008) para mapeamento na pesquisa educacional, respaldado pelo fato de que o processo de análise poderá ser desenvolvido por uma das ações: descritiva, interpretativa ou preditiva. No caso desta pesquisa, foram usadas as ações descritiva e interpretativa da AC, propostas por Bardin (2016) e Moraes (1999).

Bardin (2016, p. 48) conceitua AC como:

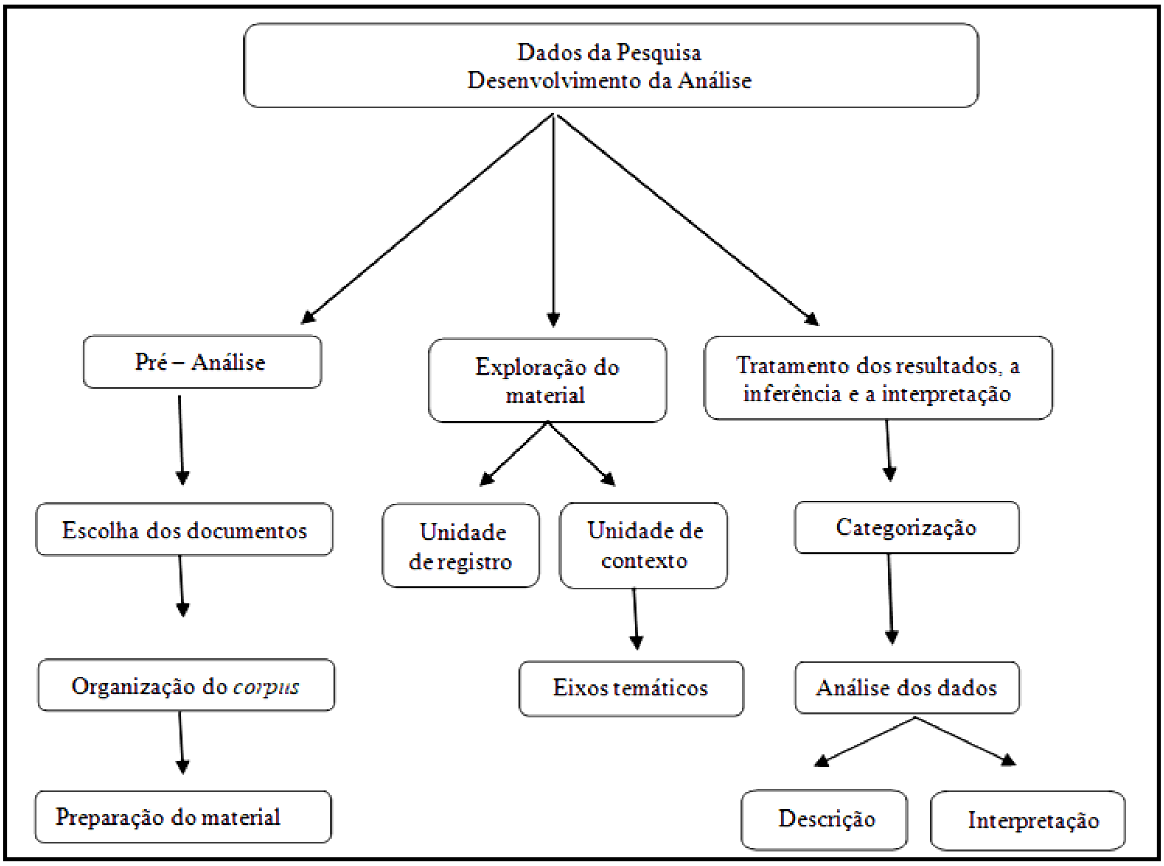
> Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens.

Moraes (1999) menciona que AC é uma metodologia que poderá ser usada tanto para descrever quanto para interpretar as informações contidas em todo tipo de documento, texto, narrativas, entrevistas, entre outros, em pesquisas qualitativa e quantitativa, pois "ajuda a reinterpretar as mensagens e a atingir uma compreensão de seus significados" (MORAES, 1999, p. 2), que vai além de uma percepção comum das mensagens.

Para Bardin (2016, p. 36), "a análise de conteúdo (seria melhor falar em análise do conteúdo) é um método muito empírico" pois, "não existe coisa pronta em análise de conteúdo, mas somente regras de base" que auxiliam o pesquisador durante o processo de análise. A autora admite que as técnicas usadas na AC devem se harmonizar aos objetivos do pesquisador e "tem que ser reinventada a cada momento" e as únicas exceções são casos simples ou casos que já foram generalizados.

A AC está organizada em torno de três fases: 1) a pré-análise; 2) a exploração do material; e 3) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. O Mapa 28 apresenta essas fases e as etapas desenvolvidas em cada uma delas.

**Mapa 28 -** Desenvolvimento da análise




Fonte: O autor, baseado em Bardin (2016, p. 132).

Os dados foram coletados por meio de diário de campo do professor-pesquisador, de audiogravação e da proposta de ensino. Moraes (1999, p. 3) reitera que "os dados advindos dessas diversificadas fontes chegam ao investigador em estado bruto, necessitando, então ser processados para, dessa maneira, facilitar o trabalho de compreensão, interpretação e inferência a que aspira a análise de conteúdo". Nas etapas seguintes, será detalhado o tipo de processamento que os dados passaram.

### *4.1.2 Pré-análise: Estabelecendo o* **corpus** *da pesquisa*

Moraes (1999) propõe que, depois de produzidas, as informações que serão analisadas deverão passar por um preparo. Segundo Bardin (2016), esse é um momento em que as informações são estruturadas com o objetivo de apurar quais elementos são relevantes e estão em conformidade com o que é investigado pelo pesquisador.

Pré-análise é uma fase de organização dos dados como objetivo de constituir o *corpus* da pesquisa. "O *corpus* é o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos" (BARDIN, 2019, p. 126).

A composição do *corpus* da pesquisa foi um pouco complexa, uma vez que o material para análise era composto por diferentes formas de representação: audiogravação, informações dos diários de campo e a proposta de ensino, a qual possuía vários tipos de registros, como tabelas, textos e cálculos, entre outros. Para a formação do *corpus* dessa pesquisa, foi necessário fazer as transcrições das gravações, assim, foram adensadas às informações nove páginas do diário de campo do professor-pesquisador e 252 páginas de propostas desenvolvidas pelos estudantes.

De posse das informações, foi feita a leitura flutuante do material com o "objetivo de verificar quais delas efetivamente estavam de acordo com os objetivos da pesquisa" (MORAES, 1999, p. 7). Logo após essa leitura, prosseguiu-se com uma leitura do objetivo da pesquisa, da questão de pesquisa e do referencial teórico (Modelagem na Educação/Matemática, Etnomatemática e Etnomodelagem) para a escolha do documento (informações) que iria compor o *corpus* da pesquisa (BARDIN, 2016).

Durante a pré-análise, foram seguidas também as regras sugeridas por Bardin (2016):

a) **Regra da exaustividade**: Após constituído o *corpus* da pesquisa, é necessário considerar todo os elementos que o compõe, neste caso, "não se pode deixar de fora qualquer um dos elementos" (BARDIN, 2016, p. 127), seja por dificuldade de acesso, ou de analisá-los.

Bardin (2016, p. 127) também argumenta que "esta regra é completada pela *não seletividade",* ou seja, o pesquisador não pode selecionar o que vai ou não analisar; todo o material deve ser considerado durante a análise e a exclusão deve ocorrer quando for justificável, ou que não se enquadre com o objetivo do trabalho. Logo, durante a leitura flutuante, foram excluídas as conversas paralelas que surgiram durante o desenvolvimento da proposta de ensino e que não tinham relação com a pesquisa.

b) **Regra da representatividade**: Dependendo da natureza do material, a análise poderá ser realizada por amostragem. Em vista disso, "amostragem diz-se rigorosa, se a amostra for uma parte representativa do universo inicial" (BARDIN, 2016, p. 127), e os resultados encontrados precisam ser generalizados. Esta pesquisa não ocorreu por amostragem, isso porque a quantidade de estudante foi pequena (28) e o *corpus* da pesquisa resultante possibilitou sua análise na íntegra.

c) **Regra da Homogeneidade**: Bardin (2016, p. 128) menciona que os documentos do *corpus* da pesquisa precisam ser homogêneos, "obedecendo a critérios precisos de escolha e não apresentar demasiada singularidade fora desses critérios". Nessa situação, esta pesquisa seguiu essa regra, uma vez que todos os participantes tiveram acesso a todas as etapas (aula de campo, visita à fábrica, diálogos em sala de aula e desenvolvimento da proposta) do desenvolvimento dos dados, não havendo nenhum tipo de seleção e a participação dos estudantes era voluntária, para que todos tivessem a oportunidade de participar. Todos tiveram tratamento igualitário.

d) **Regra da pertinência**: Os documentos precisam "ser adequados enquanto fonte de informações" (BARDIN, 2016, p. 128), de maneira que se harmonize com o objetivo que proporcionou a análise. O *corpus* desta pesquisa foi composto com informações adequadas ao objetivo e problema de investigação desse estudo.

Para Bardin (2016), o trabalho com AC ocorre de forma cíclica, já que o pesquisador "volta" várias vezes ao material, à questão de pesquisa e ao objetivo, durante todas as etapas dessa metodologia de análise. Até aqui (preparação do material), essas informações ainda são “não inteiramente dados, mas necessitam ser preparados adequadamente para tal” (MORAES, 1999, p.7).

Para finalizar essa etapa, foi realizado o processo de codificação do material, no qual se estabeleceu um código que possibilitasse a “identificar rapidamente cada elemento da amostra dos documentos a serem analisados” (MORAES, 1999, p. 7). Com o objetivo de manter a identidade dos colaboradores anônimos, foi atribuído um código de A1 a A28 para os estudantes; CO para coordenador do assentamento do MST local; de F1 a F4 para os funcionários da fábrica; EA para o engenheiro ambiental; e PP para o professor-pesquisador. Para os materiais de coleta de dados os seguintes códigos ROPAC para registro oral da palestra sobre a história do assentamento e aula de campo sobre o cultivo do cacau; ROEF para registro oral da entrevista feita pelos estudantes na fábrica; ROS para os registros orais em sala de aula; RE para os registros escritos e; para os dados coletados no diário de campo. O Mapa 29 apresenta os instrumentos e os códigos usados para identificá-los.

**Mapa 29 -** Instrumentos do *corpus* da pesquisa e o código atribuído

| **Instrumentos** | **Código[22]** | **Descrição** |
|---|---|---|
| Registro oral: Palestra sobre a história do assentamento e aula de campo sobre o cultivo do cacau | ROPAC<br>CO, EA, F1 a F4 | Dados obtidos por meio da transcrição das gravações da palestra sobre a história do assentamento e aula de campo sobre o cultivo do cacau |
| Registro oral: Entrevista na fábrica | ROEF<br>A1 a A28, F1 a F4, PP | Dados obtidos por meio das transcrições da gravação do diálogo (entrevista) realizada pelos alunos e professor-pesquisador na fábrica. Atribuiu-se o código ROEF para a entrevista e de A1 a A28 para cada estudante e F1 a F4 para cada funcionário da fábrica |
| Registro oral: Sala de aula | ROS<br>A1 a A28, PP | Dados obtidos por meio das transcrições das gravações da discussão em sala de aula fomentada pelo professor-pesquisador. Atribuiu-se o código ROS para a discussão realizada em sala de aula com os estudantes A1 a A28 |
| Registros escritos | RE<br>A1 a A28 | Recolhido a partir da proposta de ensino desenvolvida pelos estudantes |
| Diário de campo | DC<br>PP | Anotações feitas pelo professor-pesquisador em seu diário de campo |

Fonte: O autor (2020).

Após a construção do *corpus* da pesquisa na pré-análise, passou-se para a segunda fase da análise: a Exploração de Material.

[22] Os códigos foram criados usando as letras iniciais de cada participante ou dos tipos de registros. Eles foram criados para facilitar na organização, na identificação e na análise dos dados coletados.

### *4.1.3 Exploração do material: transformação das informações em unidades*

Nessa fase, as informações do *corpus* da pesquisa foram relidas cuidadosamente e confrontadas com o aporte teórico. Desta vez, o objetivo era ter uma compreensão mais detalhada para a determinação das unidades de registro e contexto. Primeiro ocorreu a unitarização e, durante esse processo, foi necessário estabelecer as unidades de análise (MORAES, 1999), que foram frases, expressões e representações (diagramas, cálculos, tabelas) da proposta de ensino e diálogos.

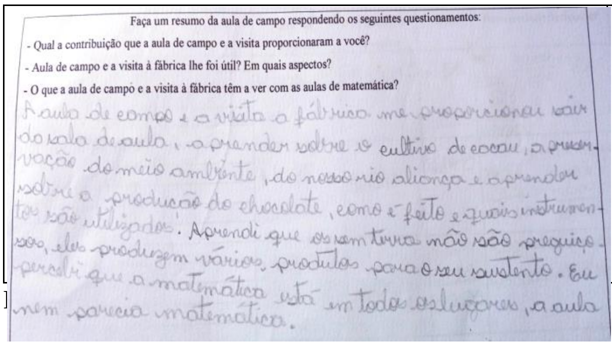
Nessa fase, ocorreram as "operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente formuladas" (BARDIN, 2016, p.131). O material foi recortado em unidades de registros, agregados e enumerados, possibilitando "uma descrição exata das características pertinentes do conteúdo" (BARDIN, 2016, p. 133); esse processo é chamado de codificação.

Desse modo, as informações do *corpus* da pesquisa foram recortadas em unidades de registros, que "é a unidade de significado codificada e correspondendo ao segmento de conteúdo considerado unidade base, visando à categorização e à contagem de frequência" (BARDIN, 2016, p. 134). Bardin sugere que as unidades de registros poderão ser recortadas do material a partir de níveis semânticos que poderão ser: palavras, temas, objetos, ou relativos aos personagens, acontecimentos ou documentos.

Foram escolhidos, como nível semântico para essa pesquisa, temas que emergiram das informações, pois "tema é uma unidade de significação que se liberta naturalmente" do material, "segundo certos critérios relativos à teoria que serve de guia à leitura" (BARDIN, 2016, p. 135). Logo, os critérios adotados eram que os temas deveriam emergir do material analisado durante os recortes e que estivessem em consonância com a ME/MM, Etnomatemática e Etnomodelagem, de forma que essas unidades fossem significativas com o objetivo e a questão de pesquisa deste estudo. E, para auxiliar, durante a unitarização e formação dos temas, foi usado o *software* Word 2007, que auxiliou nos agrupamentos das unidades por tema.

A seguir, exemplifica-se como foi realizada a unitarização e depois o agrupamento em temas. O Mapa 30 apresenta a resposta escrita da atividade I do aluno A9.

**Mapa 30-**Resposta do aluno A9 para a atividade I


Faça um resumo da aula de campo respondendo os seguintes questionamentos:
- Qual a contribuição que a aula de campo e a visita proporcionaram a você?
- Aula de campo e a visita à fábrica lhe foi útil? Em quais aspectos?
- O que a aula de campo e a visita à fábrica têm a ver com as aulas de matemática?

A aula de campo e a visita a fábrica me proporcionou sair da sala de aula, a prender sobre o cultivo de cacau, a preservação do meio ambiente, do nosso rio aliança e aprender sobre a produção do chocolate, como é feito e quais instrumentos são utilizados. Aprendi que os sem terra não são preguiçosos, eles produzem vários produtos para o seu sustento. Eu percebi que a matemática está em todos os lugares, a aula nem parecia matemática.

*A aula de campo e a visita à fábrica me proporcionou sair da sala de aula, aprender sobre o cultivo de cacau, a preservação do meio ambiental, do nosso rio aliança e aprender sobre a produção de chocolate, como é feito e quais instrumentos são utilizados. Aprendi que os sem-terra não são preguiçosos, eles produzem vários produtos para o seu sustento. Eu percebi que a matemática está em todos os lugares, a aula nem parecia matemática.*

Essa resposta foi recortada considerando as informações contidas e agrupadas de acordo com o tema. A seguir, são mostrados dois exemplos de unidades de registro extraídas da resposta do aluno A9: "*Aprendi que os sem-terra não são preguiçosos"* possui uma mensagem sobre um tipo de estereótipo que esse aluno nutria por esse grupo de produtores, e que foi desmitificado durante a visita ao assentamento. Ao todo, 16 estudantes fizeram algum tipo de afirmação sobre esse tema, por exemplo: "*Me proporcionou sair da sala de aula"* (A9), essa unidade, mesmo sendo uma afirmação simples, apareceu de forma semelhante nos registros escritos e orais de vários estudantes. Nesse caso, essa lógica de unitarização foi seguida tanto para os registros escritos (proposta de ensino) como para os registros orais (momentos de discussões em sala de aula).

As unidades de análise (temas) foram isoladas, reorganizadas e reescritas "de modo que **pudessem** ser compreendidas fora do contexto original em que se encontrava" (MORAES, 1999, p. 8, grifos nossos), pois Moraes (1999) aponta que, ao transformar dados brutos em unidades de análise, o pesquisador deve considerar que cada conjunto de informações precisa ser constituído de "significados completos", não necessitando de informações adicionais para ser compreendido. Isso precisa ser considerado porque "as unidades serão trabalhadas fora do contexto da mensagem original".

No Mapa 31, são apresentados os 18 temas iniciais que emergiram durante o processo de unitarização.

**Mapa 31-** Temas iniciais que emergiram do *corpus* da pesquisa

| Temas iniciais | Considerações sobre os Temas Iniciais |
|---|---|
| História do assentamento e do cacau: "antropologia cultural" | Neste tema, foram agrupadas expressões sobre as histórias do assentamento, do cultivo da cacau e produção de chocolate |
| Matemática formal | Esse tema agrupatodas as unidades de registro dos estudantes sobre Matemática e ensino de Matemática |

| Temas iniciais | Considerações sobre os Temas Iniciais |
|---|---|
| Matemática na fábrica | Aqui foram agrupadas as unidades de registro sobre a fábrica |
| Consciência ambiental | Ideias sobre a preservação dos recursos naturais e a produção agrícola sem o uso de agrotóxicos |
| Aula "diferente" | Nesse tema,foram agrupadas todas as unidades de registro nas quais os estudantes consideraram as aulas como "prazerosas", divertidas e diferentes das "aulas tradicionais" |
| Conceituando função | Aqui foram agrupados todos os registros (escritos ou orais) nos quais os estudantes demonstraram ideias que se relacionam com o conceito de função |
| Resolução de problemas: Uma aplicação do conceito | Nesse tema, foram inseridas as unidades de registros com ideias, questionamentos e conhecimentos matemáticos usados pelos estudantes para a resolução dos problemas propostos nas atividades |
| Gestão da produção de chocolate artesanal | Esse tema agrupa respostas dos funcionários da fábrica sobre a produção de chocolate |
| Ideias divergentes | Aqui foram colocados os posicionamentos dos estudantes sobre a forma como os funcionários lidam com as etapas de produção |
| Aprender a fazer | Aqui estão os relatos sobre fabricação de chocolate caseiro que os estudantes deduziram ter aprendido |
| Valorização do produto regional | Relatos sobre a importância de conhecer os produtos locais e do reconhecimento da qualidade desses produtos |
| Protagonismo dos estudantes | Neste tema, estão agrupados os posicionamentos dos estudantes sobre suas participações durante a visita à fábrica, suas participações nas entrevistas dos funcionários e do desenvolvimento da proposta de ensino |
| Eliminação de um estereótipo social | Esse tema contém as unidades de registros (oral e/ou escrita) dos estudantes e do grupo dos produtores rurais e outros tipos de profissões |
| Corrigindo defasagem curricular | Aqui foram inseridas as unidades de registros sobre os conteúdos que os estudantes precisariam saber para desenvolver as atividades propostas, mas que foi necessário que o professor-pesquisador abordasse em sala de aula. |
| Etnomodelos | Nesse tema, foram colocadas as unidades de registros que faziam referências aos modelos |
| Demonstração | Esse tema foi formado a partir das unidades de registros sobre as discussões das atividades que não se adéquam a outros temas mencionados pelos estudantes na apresentação da solução |
| Além da sala de aula | Esse tema foi formado com as unidades de registros que extrapolaram o tema sobrea produção artesanal de chocolate |
| Zona de conflito:Propocionando um diálogo para o aprendizado | Nesse tema, estão inseridas as unidades de contexto sobre as inquietações dos estudantes diante de obstáculos (dificuldades) para solucionar uma tarefa |

**Fonte:** O autor (2020).

Na medida em que o material passava pelo processo de fragmentação, suas unidades, tomadas separadamente, iam perdendo parte de seu significado original, e tornaram necessária a criação das unidades de contexto que “é uma unidade, de modo geral mais ampla do que a de análise, que serve de referência a esta, fixando limites contextuais para interpretá-las” (MORAES, 1999, p. 9).

Bardin (2016) evidencia que, durante a formação das unidades de contexto, é necessário fazer uma releitura mais vasta da matéria, considerando cada aspecto de sua construção, em especial o meio. Essa unidade deve auxiliar o pesquisador durante o processo de categorização, pois este poderá “periodicamente retomar ao contexto donde cada unidade de análise provém” (MORAES, 1999, p. 9), tendo uma compreensão mais completa das unidades de registros. Logo, foram criadas a partir dos temas do Mapa 31 as seguintes unidades de contexto: Conhecendo a história; Fábrica de chocolate; Proposta escrita; Considerações orais em sala de aula; e Avaliação da proposta.

Definidas as unidades de contexto, foi feita uma leitura dos temas iniciais, procurando as ideias que cada participante queria expressar, para que fosse possível verificar repetições de informações. Durante essa análise, constatou-se que os temas *Gestão da produção de chocolate artesanal* e *Ideias divergentes*, correspondem ao mesmo assunto, nesse caso, o primeiro tema foi desconsiderado e suas unidades de registros foram inseridas no segundo tema (*Ideias divergentes*).

Planejando definir as categorias de análise, os temas iniciais foram agrupados em eixos temáticos, considerando as semelhanças e diferenças entre eles. No Mapa 32, apresentam-se os dez eixos temáticos e a frequência[23] nos instrumentos de coleta.

**Mapa 32** - Eixos temáticos

| Temas Iniciais | Eixos Temáticos | Instrumentos | Frequência |
|---|---|---|---|
| A matemática formal | Construindo conceitos | ROPAC | 0 |
| Conceituando Função | | ROS | 40,27% |
| Demonstração | | RE | 59,73% |
| Ampliandos conhecimentos: Além da sala de aula | O contexto: Um estímulo para estudo da Matemática | ROA | 42,91% |
| Matemática na fábrica | | | |
| Aula diferente | | ROS | 38,70% |
| Aprender a fazer | | RE | 18,39% |
| Valorização da produção regional | | | |

[23] A frequência foi calculada considerando o número de alunos e quantos citaram explicitando o eixo temático e cada instrumento de coleta e as respostas dos funcionários da fábrica.

| | | | |
|---|---|---|---|
| História do assentamento e do cacau: Antropologia cultural | | | |
| Zona de conflitos: Proporcionando diálogos para a aprendizagem | Zona de conflitos: Proporcionando diálogos para a aprendizagem | ROA | 0 |
| | | ROS | 73,82 |
| | | RE | 26,18 |
| Corrigindo defasagem curricular | Corrigindo defasagem curricular | ROA | 0 |
| | | ROS | 97,59 |
| | | RE | 2,41 |
| Ideias divergentes | Ideias divergentes | ROA | 8,74 |
| | | ROS | 78,64 |
| | | RE | 12,62 |
| Eliminação de um estereótipo social | Eliminação de um estereótipo social | ROA | 6,10 |
| | | ROS | 59,76 |
| | | RE | 34,14 |
| Etnomodelos | Etnomodelos | ROA | 5,26 |
| | | ROS | 23,69 |
| | | RE | 71,05 |
| Protagonismo dos estudantes | Protagonismo dos estudantes | ROA | 51,02 |
| | | ROS | 27,89 |
| | | RE | 21,09 |
| Consciência ambiental | Temas transversais | ROA | 51,02 |
| | | ROS | 27,89 |
| Além da Matemática | | RE | 21,09 |
| Resolução de problemas: Uma aplicação do conceito | Resolução de problemas: Uma aplicação do conceito | ROA | 0 |
| | | ROS | 57,53 |
| | | RE | 42,47 |

Fonte: O autor (2020).

O Mapa 33 mostra que os estudantes mencionaram, pelo menos uma vez, cada eixo temático, em algum dos registros de coleta de dados.

**Mapa 33 -** Os estudantes e os eixos temáticos

| **Participantes** | **EIXOS TEMÁTICOS** | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Construindo conceitos | O contexto: Um estimulo para o estudo da Matemática | Zona de conflitos: Proporcionando um diálogo para o | Corrigindo defasagem curricular | Ideias divergentes | Eliminação de um estereotipo social | Temas tranversais | Etnomodelos | Protagonismo dos estudantes |
| A1 | X | X | X | X | | X | X | X | X |
| A2 | X | X | | X | X | | X | X | X |
| A3 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| A4 | X | X | | X | X | X | X | X | |
| A5 | X | X | | X | X | X | X | X | X |
| A6 | X | X | | X | X | X | X | X | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A7 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| A8 | X | X | | X | X | | X | X | X |
| A9 | X | X | X | X | | X | X | | X |
| A10 | X | X | | X | | | X | | X |
| A11 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| A13 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| A15 | X | X | | X | | X | X | X | X |
| A16 | X | X | | X | | X | X | | X |
| A17 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| A18 | X | X | X | X | | | X | X | |
| A19 | X | X | | X | | | X | X | |
| A20 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| A21 | X | X | X | X | X | | X | X | |
| A22 | X | X | X | X | X | | X | X | X |
| A23 | X | X | | X | X | X | X | X | X |
| A24 | X | X | | X | | | X | X | X |
| A25 | X | X | | X | X | | X | X | X |
| A26 | X | X | | X | | | X | | |
| A27 | X | X | | X | | X | | | |
| A28 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |

Fonte: O autor (2020).

Na próxima seção, são descritas as categorias utilizadas na análise da pesquisa.

### *4.1.4 Categorização: tratamento das informações*

Após criação dos eixos temáticos, foram criadas as categorias de análise. Segundo Bardin (2016), as categorias de análise da pesquisa emergem dos resultados de classificações, diferenciações e reagrupamentos dos elementos de um conjunto. Nessa etapa, foram feitas várias leituras do material, da fundamentação teórica e objetivo da pesquisa, com a finalidade de verificar uma conexão entre os dados e a teoria.

O processo de "categorização é uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto por diferenciação e, em seguida, por reagrupamento segundo (analogia) com os critérios previamente definidos" (BARDIN, 2016, p. 147).

Moraes (1999, p. 10) declara que esse é um "processo de redução de dados", logo as categorias são uma síntese na qual se destacam os elementos mais importante de uma mensagem, no entanto precisa estar fundamentada "numa definição precisa do problema, dos objetivos e dos elementos usados na análise de conteúdo". O autor considera a categorização como o estágio "mais criativo" da AC. Ao estabelecer as categorias, elas precisam ser válidas, exaustivas, homogêneas, exclusivas e objetivas.

Para a construção das categorias, seguiram-se os princípios propostos em AC, que são:

- **Válidas**: As categorias precisam ser "pertinentes ao objetivo da análise, a natureza do material que está sendo analisado e as questões de pesquisa que se pretende responder" (MORAES, 1999, p. 11);
- **Exaustividade:** Essa regra propõe que as categorias definidas devem abranger todas as unidades de análise definidas anteriormente e "não deve ficar nenhum dado significativo que não possa ser classificado" (MORAES, 1999, p. 11);
- **Homogeneidade**: Esse princípio propõe: "Dizer que um conjunto de categorias é homogêneo significa poder afirmar que todo o conjunto é estruturado em uma única dimensão de análise" (MORAES, 1999, p. 12);
- **Exclusão mútua**: Essa regra garante que "cada elemento possa ser classificado em apenas uma categoria" (MORAES, 1999, p. 12);
- **Objetividade:** Propõe que as categorias sejam objetivas e claras, para que outros pesquisadores, ao utilizar os mesmos princípios metodológicos, encontrem resultados equivalentes.

Segundo Moraes (1999, p. 13), os dados poderão ser organizados e agrupados em vários níveis de categorização, no entanto,

> As categorias resultantes do primeiro esforço de classificação, geralmente mais numerosas, homogêneas e precisas, podem ser denominadas de categorias iniciais. As que provêm do reagrupamento progressivo, com uma homogeneidade mais fraca, em menor número e mais amplas, poderão ser denominadas de categorias intermediárias e finais.

Vale salientar que, nesta pesquisa, os temas iniciais correspondem ao primeiro esforço de categorização, o que culminou em 18 temas ou categorias iniciais; os eixos temáticos ou categorias intermediárias culminaram em nove eixos temáticos, depois reduzidos para quatro categorias de análise, ou categorias finais. O Mapa 34 apresenta as categorias de análise da pesquisa.

**Mapa 34 -** Categorias de análise

| Categorias de Análise | Eixos Temáticos |
|---|---|
| Conectando duas realidades | O contexto: um estímulo para o estudo da Matemática |
| | Protagonismo dos estudantes |
| | Temas transversais |
| | Construindo conceito |

| | |
|---|---|
| Formalizando conceitos e elaborando etnomodelos | Corrigindo a defasagem curricular |
| | Zona de conflitos: Proporcionando diálogos para a aprendizagem |
| | Etnomodelos |
| Compreendendo conceitos | Resolução de problemas |
| Para além do conceito de funções | Eliminação de um estereótipo social |
| | Ideias divergentes |

Fonte: O autor (2020).

Depois de formar as categorias, foi necessário explicitar os resultados de cada uma delas. Em AC, isso ocorre em duas etapas, e foi seguida nessa pesquisa: A descrição e a interpretação ou inferência.

a) **A descrição**: Na pesquisa qualitativa, são apresentadas, na descrição, as categorias; para estas, são computadas as frequências de cada uma e as representações ocorrem principalmente em tabelas. Já na pesquisa qualitativa, para cada categoria, deve ser "produzido um texto síntese em que se expresse o conjunto de significados presentes nas diversas unidades de análise incluída em cada uma delas" (MORAES, 1999, p. 12);

Moraes (1999, p. 12) recomenda o uso de "citações diretas dos dados originais" durante esse processo, e devem ser expressos os significados observados e captados das mensagens sem interpretá-los; o pesquisador vai descrever o que observou em cada categoria.

b) **A interpretação**: Moraes (1999, p. 12) compartilha da ideia em AC de que a análise não pode "limitar-se à descrição". Ele sugere que o pesquisador vá além, para "atingir uma compreensão mais profunda do conteúdo das mensagens por meio da inferência/interpretação".

Moraes (1999, p. 13) propõe que a inferência seja mais usada para pesquisa quantitativa, pois o "termo interpretação está mais associado à pesquisa qualitativa". O autor pontua que, na pesquisa qualitativa, durante a interpretação, o estudo precisa "relacionar-se com uma fundamentação teórica claramente explicitada *a priori*", ou "construída nos dados".

Logo, essa pesquisa tem natureza qualitativa, por isso as categorias construídas serão analisadas seguindo as sugestões da AC. Na próxima seção, são apresentadas as análises descritiva e interpretativa.

#### *4.1.5 Análise dos dados: descrição e interpretação das categorias*[24]

Nesta seção, serão apresentados os resultados da análise dos dados construídos durante o desenvolvimento da proposta de ensino com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Nesse caso, procurou-se dar significados aos argumentos proferidos pelos estudantes usando os pressupostos da AC. Para isso, foram feitas várias operações, como: unitarização, comparação, diferenciação, semelhança e reagrupamento, unidades de registro. Essas foram agrupadas em 18 temas iniciais, que foram reagrupados em dez eixos temáticos, e que foram sintetizados em quatro categorias de análise, que emergiram das informações.

Logo, ao longo da construção das categorias, se foi considerando o objetivo, a questão de pesquisa e a fundamentação teórica do estudo. Ao longo desse processo, foram feitas várias leituras do material, em busca de elementos importantes que ajudassem durante a análise.

Desse modo, essa seção está organizada em duas etapas: A primeira é a descrição e, a segunda, a interpretação das seguintes categorias: *Conectando duas realidades; Formalizando conceitos e elaborando etnomodelos; Compreendendo conceitos; e Para além do conceito de função.* O Mapa 35 apresenta as categorias de análise.

**Mapa 35 -** Categorias de análise

| **Categorias de Análise** |
|---|
| Conectando duas realidades |
| Formalizando conceitos e elaborando etnomodelos |
| Compreendendo conceitos |
| Para além do conceito de Função |

Fonte: O autor (2020).

Depois de formadas, as categorias foram analisadas de forma a compreendê-las a partir de suas unidades de registro e contextos. A análise interpretativa foi fundamentada na Etnomodelagem, considerando elementos da Modelagem na Educação e da

[24] Durante o processo de unitarização, as respostas atribuídas pelos estudantes para as atividades e questões discursivas foram digitadas, para facilitar o recorte de unidades de registro das respostas; as exceções foram as tabelas, os diagramas e algoritmos.

Etnomatemática, verificando como estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental *modelam a produção artesanal de chocolate em uma fábrica por meio do estudo de funções*.

A seguir, apresentam-se a análise descritiva e a interpretativa para cada categoria. Na análise descritiva, as informações das unidades de registro foram apresentadas, considerando a particularidade e as limitações do material nas situações. Na análise interpretativa, as informações foram compreendidas a partir do aporte teórico e, quando possível, dialogando com as pesquisas correlatas (pesquisas recentes).

Nas seções seguintes apresentam-se a descrição e interpretação de cada categoria.

## 4.2 Conectando duas realidades: Análise descritiva

As informações inseridas nessa categoria investigam a importância, para os estudantes, que participaram das aulas de Matemática contextualizar situações que fazem parte da realidade deles. Primeiramente, fez-se uma análise de como uma visita (aula de campo) a um assentamento de produtores rurais contribuiu para criar uma conexão entre os estudantes e o conteúdo de função. A importância do pesquisador em ouvir os estudantes, suas inquietações, suas dúvidas e conceitos que os mesmos formularam durante esse período foi fator de grande relevância para que o desenvolvimento das atividades fosse feito com êxitos. Após essa análise descritiva, foi feita a análise interpretativa, na qual procurou-se fazer o diálogo entre as informações dessa categoria com as teorias e os estudos correlatos (quando possível).

O nome conectando duas realidades surgiu a partir do agrupamento de unidades de análise que evidenciaram que os estudantes almejam que a sala de aula se conecte com o "mundo real", proporcionando situações que contribuam para um aprendizado participativo e dinâmico, tornando-os agentes ativos no processo de ensino e aprendizagem. Ela foi criada com as unidades de registros que emergiram principalmente nos dois primeiros encontros e com as questões 5 e 6 do questionário 2 (Mapa 26).

O conjunto de informações reunidas nessa categoria permitiu compreender o ambiente inicial e o contexto para o desenvolvimento da proposta de ensino em sala de aula; os estudantes como personagens principais do processo de ensino e aprendizagens; e discussões sobre temas que surgiram durante o percurso.

As informações do primeiro encontro proporcionaram aos estudantes uma nova visão da Matemática, compreendendo-a como um campo do saber no qual as atividades cotidianas estão imbuídas; observando também que certas profissões, em especial a do trabalhador rural, não são valorizadas pela sociedade.

Durante a análise das mensagens, ficou evidente que a dinâmica da proposta de ensino contribui para “quebrar a barreira” entre a Matemática e os estudantes, mostrando uma Matemática mais “agradável”, na visão deles. Eles afirmaram que “*A aula nem parecia Matemática"* (A9)[25]; *“[...] parecia Ciência”* (A2);*“[...]fiquei ansiosa esperando pela aula de Matemática, para nós ir pro assentamento”* (A4);*“A2 tem razão, fiquei imaginando que era aula de Ciência, só me dei conta hoje que é Matemática”* (A18); e *“[...] se nas aulas de Matemática tivesse sempre essas visitas acho que eu ia gostar de Matemática”* (A21).

Essas afirmações evidenciam que a aula de campo[26] foi bastante aceita por eles, pois a ida ao assentamento os fez saírem da “rotina” comum das aulas de Matemática, rotina comum se refere às aulas de matemática no qual o professor explicar o conteúdo, responde alguns exemplos e em seguida os estudantes responderam questões semelhantes. É possível observar, no Mapa 33, que todos os estudantes argumentaram sobre essa temática.

No *corpus* da pesquisa, nota-se que a história das pessoas do assentamento, suas ideologias e lutas, impressionaram os participantes, levando-os a se lembrarem de alguns detalhes em sala. No diálogo, os participantes apresentam alguns detalhes:

> *A1: Professor, eu achei interessante a história deles, eles escolheu o nosso dia[27] para ocupar as terras, eles lutaram muito, dormiram debaixo de barraca de lona, eles foi ameaçado, foi luta, luta mesmo, foi por isso que muitos desistiu.*
>
> *A5: A história deles é boa, foi uma vitória e tanto conquistar aquelas terras, eles conseguiram e valorizou a terra.*
>
> *A6: Eles lutaram também para que os seus filhos pudessem estudar lá, a justiça colocou para fora cinco vezes, a primeira escola foi debaixo da lona e hoje tem duas escolas lá.*
>
> *A19: O que me chamou a atenção foi que, quando eles chegaram, as terras produziam bem pouco cacau e eles renovaram as roças e hoje ela produz muito cacau.*
>
> *A9: [...] e orgânico.*
>
> *A22: Professor, é verdade o que A19 falou, assim, meu pai fala que quando os sem-terras chegaram para ali, as terras não estavam produzindo nada e ontem a gente viu que eles recuperaram tudo.*
>
> *A8: O que eu achei interessante que eles produziam chocolate no pilão.*

---

[25] Neste estudo, as falas dos participantes foram transcritas e preservadas a maneira como cada um se expressou.
[26] Na análise, todas as vezes em que aparece a expressão **aula de campo,** sem nenhuma outra especificação, está se referindo a todas as etapas da visita ao assentamento, incluídos a aula de campo, o seminário e a visita à fábrica.
[27] O dia em questão é 8 de março, dia internacional da mulher.

*A24: Minha vó tem um pilão para fazer café, ela torra o café e pisa até fica só o pó, igual eles faziam com chocolate.*

*A19: E aquela caldeira velha, vocês viram, agora eles têm uma fábrica.*

A aula de campo[28] permitiu que os participantes conhecessem e compreendessem um pouco da história dos assentados. Pode-se perceber que foi um momento marcante, que trouxe à tona várias questões sobre a cultura e a história daquele povo. Principalmente para A24, cuja realidade da sua avó se assemelha com a história daquele grupo de produtores, pois elementos culturais, como o uso do pilão, permitiu que A24 percebesse uma similaridade entre a produção de café e a produção de chocolate. Outros participantes ressaltaram as lutas, a restauração da lavoura cacaueira, a consolidação dos sonhos daquele grupo de produtores, em relação à produção de chocolate e escolarização dos filhos.

Ou seja, os estudantes tiveram a oportunidade de compreender a história dos assentados, do ponto de vista desses; as dificuldades que vivenciaram e suas metas sobre a fabricação de chocolate e não apenas a Matemática dessa atividade. Os registros revelaram que a história do chocolate, naquela localidade, se mistura com a própria história dos assentados.

Em consonância com isso, na visita à fábrica, os estudantes observaram as etapas de fabricação de chocolate e os instrumentos usados na rotina, como balança, recipientes graduados, formas, a máquina em que as sementes são processadas, entre outros. Os funcionários explicitaram todas as etapas da produção de chocolate, no próprio local, e nesse cenário os estudantes os entrevistaram, com a ajuda do professor-pesquisador. A entrevista foi orientada pelas questões do questionário I (Mapa 17). A seguir explicita-se parte dessa entrevista.

*PP: [...] neste momento, os estudantes querem fazer algumas perguntas sobre vocês sobre a rotina da fábrica, os tipos de ingredientes que vocês usam, os instrumentos de medidas entre outros. Pode ser?*

*F2: Claro, à vontade.*

*PP: Então, aos alunos irão começar a fazer as perguntas.*

*A14: Bom dia, quantos pessoas trabalham aqui?*

*F2: Que trabalha aqui na fábrica são quatro funcionários, F2, F3, eu e um adolescente (F4) de 16 anos que não pode estar aqui hoje. Nós três temos curso técnico em agroecologia, cursado aqui no assentamento. F4 está cursando o Ensino*

[28] Quando se refere apenas a aula de campo. São as ações que aconteceram no assentamento, como palestra, aula de campo e visita à fábrica.

> *Médio. E, por incrível que pareça ele é o mais experiente, a família dele foi uma das primeiras a começar a produzir chocolate aqui.*
>
> *A8: No caso, vocês que trabalham aqui, vocês são voluntários ou assalariados?*
>
> *F1: Nós ganhamos por produção.*
>
> *PP: Por quantidade de chocolate produzido?*
>
> *F1: Não. É por quantidade de cacau processado. Aqui processamos 30kg de cacau de vez. E para processar esses 30 kg de cacau o assentado nos pagam R$ 400,00 que é dividido entre nós quatro,se estivermos os quatro aqui ou entre aqueles que estiverem trabalhando no dia.*
>
> *A1: Bom dia, quais são as variedades de chocolates produzidos aqui na fábrica?*
>
> *F1: Bom dia, nós produzimos os chocolates com 56% de cacau e com 70% de cacau.*
>
> *A4: Para produzir esses chocolates, quais são os ingredientes que vocês usam?*
>
> *F1: Os principais ingredientes são cacau orgânico, manteiga de cacau, açúcar orgânico, leite e azeite de oliva puro.*
>
> *A1: Você poderia nos dizer quanto custam o quilograma de cada ingrediente?*
>
> *F2: Nós não temos a noção de quanto custam o quilo de cada ingrediente, mas sabemos que para processar 30 kg de cacau, o assentamento irá ter uma despesa total de mil reais, com embalagens e ingredientes e mão de obra, contribuição com energia.*
>
> *PP: Então, nesse caso, nesse valor, já está incluso o valor do cacau ou o cacau é fora desse valor?*
>
> *F3- Sim, nesse caso, 30 kg de cacau custam em varia em torno de 250 a 300 reais. Se ele traz esse cacau para ser processado na fábrica, ele irá investir mais uns setecentos reais a setecentos e cinquenta reais que com o cacau será mil, e terá de retorno de dois a três mil reais com o chocolate já pronto e embalado.*
>
> *A6: Com um quilo de cacau, é possível produzir quantas unidades de chocolate?*
>
> *F3: Não sabemos, aliás não temos esses valores tabelados, mas o chocolate com 90g devemos produzir de 250 a 350 unidades e o de 30g de 800 a mil unidades.*
> *[...]*[29]

Os principais objetivos da entrevista eram possibilitar que os estudantes observassem que, durante a rotina da fábrica, é mobilizado conhecimento matemático; compreender o mecanismo de produção; coletar informações que os ajudassem reconstruir o conceito de função em sala de aula, fazendo uma ‘ponte’ entre o universo escolar e as realidades em que estão inseridos.

Na entrevista, ficou evidente que, durante a fabricação de chocolate, os funcionários processam 30 kg de cacau por vez e que as despesas ficam em torno de R$ 1.000. Desse

[29] As partes suprimidas da entrevista foram perguntas de natureza diferente da planejada, feita pelos estudantes para sanar curiosidades.

valor, R$ 400 correspondem à mão de obra; e R$ 600 aos ingredientes e demais despesas. A partir dessas informações e com os dados contidos nas embalagens do produto, o professor-pesquisador conseguiu trabalhar conceitos de Função, em sala de aula.

No contexto da sala de aula, argumentando sobre a entrevista na fábrica, as unidades de registro revelaram que os educandos, mesmo de forma superficial, conseguiram compreender a importância dos saberes matemáticos, ao notarem que esses saberes estão na fábrica, em diversos instrumentos e ações, como:

> *A6: Na fábrica de chocolate, a Matemática está na balança, nos instrumentos que mede.*
>
> *A5: Na hora deles calcular o lucro.*
>
> *A9: Eles usam a Matemática para pesar o cacau.*
>
> *A8: Para medir os ingredientes, nas despesas.*
>
> *A6: O quanto eles irão receber.*
>
> *A23: A Matemática está em todos os lugares e profissões.*
>
> *A3: Podemos usar a Matemática na nossa profissão.*

Nestes casos, pode-se inferir que os estudantes conseguiram perceber que o conhecimento matemático está presente em diferentes contextos social, ao assimilarem que a mesma abrange não só a rotina da fábrica, mas também diversos "lugares e profissões" e que poderão usá-la ao se formar em determinada profissão. Essa compreensão poderá contribuir para que estudantes possam ter uma concepção da Matemática como uma área do saber que está presente em quase todas as atividades humanas, e ajudá-los a se interessar por seu emprego.

Essa nova percepção da Matemática como uma ciência que permeia os diferentes campos do saber pode ser mais bem compreendida pelos estudantes quando conseguem perceber esse conhecimento em situações contextualizadas. Nota-se que a contextualização da aula de campo desta pesquisa contribui de alguma forma para "humanizar" a disciplina, tornando mais "desejada" uma vez que quebrou o estereótipo que os mesmos tinham com a disciplina do ponto de vista dos participantes, e isso pode ser notado nos registros a seguir:

> *A9: Nem parecia Matemática. [...] assim fica mais fácil apreender.*
>
> *A2: Parecia Ciências.*
>
> *A21: Só me dei conta hoje que é Matemática. [...] foi muito divertido, saímos da escola.*
>
> *A18: Foi diferente, gostei,*

*A15: Saímos da sala de aula.*

As unidades de registro "*saímos da escola*" ou "*saímos da sala de aula"* foram mencionadas por 19 estudantes, em registro oral ou escrito; algumas vezes com palavras diferentes. O mesmo aconteceu com os termos "*nem parecia Matemática"* e *"parecia Ciências"* foram usados por 21 estudantes, e *"foi diferente"* por 14 participantes. Assim, compreende-se que a aula de campo foi uma fase importante para aproximar o estudante da Matemática ou motivá-lo a estudar. *"Saímos da sala de aula"* traz uma conotação de que o estudante sente necessidade de se "movimentar" durante a permanência dele na escola.

No entanto, vale salientar que a aula de campo é apenas uma das etapas, e, por si só, poderá motivar o estudante no momento inicial, no entanto, quando regressar para a sala de aula, poderá perder a motivação ou o interesse nas demais etapas do ensino.

Os estudantes pontuaram, também, a importância de conhecer a produção de chocolate da localidade, uma vez que 11 deles afirmaram que não tinham conhecimento de que, no município, era produzido esse tipo de produto. Essa informação está contida na fala de A3, ao afirmar: *"Eles produzem chocolate e não sabia disso*".

Essa dinâmica contribuiu para que a participação dos educandos na entrevista, com auxílio do professor-pesquisador, os ajudasse a ganhar confiança. Foi um momento muito significativo para eles, pois, ao relatar sobre o episódio, nota-se a superação do nervosismo.

*A14: Fizemos perguntas às pessoas.*

*A8: Fiquei nervosa, quase que a voz não saía.*

*A14: Eu também fiquei.*

*A8: Quando A14 fez a primeira pergunta, tomei coragem e conseguir conversar com eles,*

*A4: Foi muito bom.*

*A8: Eu me senti uma repórter.*

.

*A1: Me envolvi perguntando e tirando dúvidas.*

.

Ao afirmar: *"Eu me senti uma repórter*", A8 revela um protagonismo construído na superação do seu nervosismo.

A seguir as unidades de registros estão reorganizadas em forma de metatexto, a partir dos originais tirados do *corpus* da pesquisa. No entanto, para a construção do metatexto foi feita a adequação de alguns termos, grifados em *itálico;* e a inclusão de palavras, ou expressões, grifadas em **negritos**, de maneira a garantir a continuidade de sentido da unidade. No entanto, quando uma unidade de contexto era inserida, outra com o mesmo significado, mas com grafia semelhante, foi desconsiderada, para evitar redundância ou repetições.

> **Na visita ao assentamento,** pude perceber um pouco da história dos sem-terras, achei interessante a história deles. Eles escolheram o **dia internacional da mulher** para ocupar as terras. **Para conquistá-la,** eles lutaram muito, dormiram embaixo de barraca de lona, eles foram ameaçados, foi luta **e** isso **levou** muitos *a* desistirem; no início eram 360 famílias e só restaram 56 hoje. Foi uma vitória e tanta conquistar aquelas terras **e depois que** conseguiram, *passaram* a *valorizá-la*. Vendo as fotos, percebemos que eles tiveram muita coragem, **pois, no início,** foi muito sofrimento, criança pequena, mulheres grávidas e até bebê passaram por aquilo, a justiça *os* colocou para fora cinco vezes. **E** a primeira escola **que era** debaixo da lona e hoje tem duas escolas **naquela localidade. Pois foi uma** *luta* para que os filhos pudessem estudar. **Outra coisa,** que me chamou a atenção, foi que, quando eles chegaram, as terras produziam pouco cacau, eles renovaram as roças e hoje produzem muito cacau e orgânico. Meu pai **costuma** *falar* que quando os sem-terras chegaram as terras não estavam produzindo nada e ontem a gente viu que eles recuperaram aquele local. **E a produção de chocolate,** achei interessante que eles produziam no pilão; pois minha avó tem um pilão para fazer o café, ela torra o café e pisa, **justamente** como eles faziam chocolate e aquela caldeira velha, vocês viram. **Mas,** agora, eles têm uma fábrica.
> **Para irmos para aquele lugar,** saímos da sala de aula, saímos da escola, fiquei ansiosa esperando pela aula de Matemática, para nós irmos *para* assentamento, foi muito divertido, foi diferente, gostei. Nem parecia Matemática, parecia Ciência, assim fica mais fácil apreender, só mim dei conta hoje que é Matemática. **Pois lá, percebemos que** a Matemática está em todos os lugares e profissões **e** *poderemos utilizá-las* em nossa futura profissão. Na fábrica de chocolate **o conhecimento matemático** está na balança, nos instrumentos de medidas, na hora de calcular o lucro, na contagem da produção. **Os Funcionários** usam a Matemática para pesar o cacau, para medir os ingredientes, nas despesas *e* **também,** quanto *cada um* irá receber. Fizemos perguntas às pessoas; fiquei nervosa, quase que a voz não saía **mas**, *quando eu vir* A14 fazer a primeira pergunta, *criei coragem*, conseguir conversar com eles, foi muito bom. Eu me senti uma repórter, me envolvi perguntando e tirando dúvidas. Se nas aulas de Matemática tivesse sempre essas visitas acho que iria gostar de matemática.
> *Durante a aula* perceber a importância da preservação da natureza, do rio aliança, eles plantaram árvores na beira do rio toda. *Produzem* alimentos sem agrotóxicos, **isso,** ajuda cuidar do planeta. Eles criam peixes, produzem açaí, cravo, banana. Eu não sabia *os tipos de produtos* que eram produzidos ali, nem que eles produziam chocolate, o chocolate deles é muito gostoso. **Sabem**, meu pai tem um sítio que produz cacau, antes pensava que o cacau só servia para chupar e vender os caroços. **Mas**, é fácil produzir chocolate em casa. **Nessa visita** aprendi como o chocolate é produzido, agora vou poder comer muito chocolate todo dia. (Dados da pesquisa).

**Em suma...**

Essa categoria descreve os relatos dos estudantes sobre a história dos assentados na fazenda onde foi realizada a aula de campo. Durante a entrevista com os funcionários da fábrica, os estudantes familiarizaram-se com o tema que seria trabalhado em sala de aula, e foi possível ver a Matemática naquele local e nas diferentes atividades, ajudando-os a perceber que não está restrita à sala de aula, mas inserida em diversas atividades humanas.

Contribuiu, assim, para que os participantes tivessem uma visão de uma Matemática dinâmica e imersa nos “afazeres” do dia a dia das pessoas, nesse caso, a aula de Matemática passou a ser desejada por eles, acredita-se, pela euforia da saída da sala de aula.

Por último, verificou-se que os estudantes adquiriram autonomia, principalmente durante a entrevista, superando o medo de interagir com os funcionários da fábrica. Na aula de campo, puderam observar o plano de recuperação da lavoura cacaueira no local e o esforço dos assentados para conciliar a produção local com a preservação da natureza.

Nesse caso, observou-se que a aula de campo proporcionou diferentes tipos de conhecimentos, entres eles, a história dos assentados; da produção de chocolate e recuperação da lavoura cacaueira local; da preservação das matas ciliares; entre outros.

### *4.2.2* **Conectando duas realidades - com o Aporte Teórico**

Segundo D’Ambrosio (2001, p. 76), a “contextualização da matemática é essencial para todos” isso porque certos conceitos matemáticos não podem ser compreendidos com clareza se não forem contextualizados com o panorama cultural de onde é produzido.

Isso é verificado nos estudos de Reges (2013), Sonego (2009), Cortês (2017), Soares (2018) e Altenburg (2017). Os autores trabalharam o objeto matemático contextualizado com elementos culturais em visitas e entrevistas na fábrica de doce, fábrica de implementos agrícolas e cooperativa de beneficiamento de arroz; excursão à feira e ouvindo a história de um feirante; a transformação de brincadeiras em prática esportiva; e o trabalho da arquitetura pomerana, respectivamente.

Dessa forma, como o conceito de Função foi construído a partir de situações “reais”, ou seja, de informações tiradas dos cotidianos e organizadas em tabelas, a proposta de ensino procurou contextualizar o ensino de Função com dados culturais extraídos de elementos da produção artesanal de chocolate.

E para familiarizar os participantes com o tema, os estudantes, com o professor-pesquisador, visitaram um assentamento de produtores rurais, e conheceram um pouco da história dos locais e o processo de fabricação de chocolate. Os estudantes puderam perceber que, durante a atividade na fábrica, são mobilizados conhecimentos matemáticos. Ficou evidente, na aula de campo, que a história da fabricação do chocolate se “mistura” com a história dos assentados.

Coletar as informações sobre a produção de chocolate e não considerar o fundo histórico de sua origem é negar a existência desse povo (D’AMBROSIO, 2001). Para o autor, esse tipo de conhecimento resulta de manifestações emergentes da cultura popular que "embora seja viva e praticada, a cultura popular é muitas vezes ignorada, menosprezada, rejeitada" (D'AMBROSIO, 2001, p. 72) tanto na Matemática, como em outra ciência, no entanto ela é viva dentro da comunidade que o produziu, pois contribui para que os seus integrantes solucionem diferentes problemas enfrentados no cotidiano.

Logo, nas unidades de registro, é possível perceber que a história e cultura dos assentados ficariam vivas nas mentes dos estudantes, uma vez que animados, eufóricos e impressionados ao relatar essas informações, o que podemos verificar nessas unidades de contexto "*eles lutaram muito, dormiram embaixo de barracas de lona, eles foram ameaçados [...], foi por isso que muitos desistiram*" (A1). Segundo Rosa e Orey (2003, p. 2), o programa "Etnomatemática propicia o fortalecimento das raízes culturais" desse grupo de produtores rurais, ao contar e recontar suas lutas, dificuldades e seus sonhos.

Todo esse processo ocorreu para que os estudantes começassem a familiarizar-se com o tema Produção Artesanal de Chocolate. Segundo Biembengut (2016), na ME, esse processo é chamado de *Percepção e Apreensão*. Segundo a autora, durante a familiarização, o estudante baseia-se em "dados e informações diversas sobre o assunto". Logo, na Percepção e Apreensão, ocorre a *escolha do tema* que, nesse caso, foi proposto pelo professor-pesquisador. A *familiarização com o tema* aconteceu na aula de campo e na discussão da aula de campo no segundo encontro e o *levantamento de dados* aconteceu na aula de campo. Logo, os dados foram coletados com o objetivo de os estudantes modelarem a produção de chocolate

Segundo Rosa e Orey (2003, p. 3), a MM, neste caso, a ME, "proporciona a contextualização da Matemática acadêmica, fornecendo condições de igualdade que os indivíduos possam atuar no mundo globalizado". Os etnomodelos produzidos pelos estudantes, que serão apresentados na categoria **formalizando conceitos e elaborando etnomodelos**, poderão contribuir para que esses produtores possam melhorar a produção de chocolate por meio da sistematização da quantidade de chocolate na fábrica e projetando possíveis lucros, pois os funcionários da fábrica afirmaram ter uma noção aproximada da quantidade do produto fabricado e dos lucros. Do ponto vista pedagógico, podemos inferir que a construção dos etnomodelos contribui para os estudantes apreendessem os conceitos de função trabalhados nos encontros, pelo processo dinâmico proporcionado pela ME no qual eles coletaram dados e manipularam os mesmos, construíram hipóteses, sistematizaram os produção de chocolate calculando a quantidade de chocolates produzidos com determinada quantidade de cacau, calcularam também os possíveis lucros e as despesas que a fábrica poderá ter com a produção de chocolate sistematizados por eles. Além no momento da construção dos etnomodelos, os participantes tiveram que analisar as informações dadas pelos funcionários da fábrica e tomar decisões durante o processo de modelações, como por exemplo, se consideravam ou não o cacau como despesas, isso porque o cacau é o único ingrediente que não é comprado e sim produzido pelos assentados.

Com isso, é possível concluir que, conectar duas realidades corresponde à primeira fase de ME proposta por Biembengut (2008): a Percepção e Apreensão.

No processo de familiarização, os estudantes conseguiram observar que o cotidiano da fábrica está impregnado de saberes matemáticos, observados nas ações de medição e pesagem de "ingredientes", entre outros. O que podemos verificar nas seguintes unidades de registro: "*a fábrica de chocolate, a Matemática está na balança, nos instrumentos que mede"* (A6)*, "para medir os ingredientes, nas despesas"* (A8) *e "a matemática está na balança, no lucro, na venda, nas despesas"* (A22). Neste, podemos inferir que os estudantes conseguiram ver a matemática além da sala de aula e sua aplicação em instrumentos e ações da rotina da fábrica. Sobre isso, D'Ambrosio (2001, p. 72) afirma:

> O cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura.

Logo, nessa contextualização por meio dos saberes da fábrica e da aula de campo, os estudantes afirmaram: *"nem parecia matemática"* (A9). Dessa forma, observa-se que a Percepção e Apreensão é uma fase crucial na ME, pois ajuda a motivar e encorajar o estudante: *"tomei coragem e consegui conversar com eles"* (A8);*"Eu me sentir uma repórter"* (A8) e *"me envolvi perguntando e tirando dúvidas"* (A1), e aproxima o estudante do ensino de Matemática, além de criar a possibilidade do conhecer a realidade de um grupo cultural diferente no qual ele está imerso.

Segundo Rosa e Orey (2003, p. 10), as situações do cotidiano precisam ser vistas com "olhos antropológicos e matemáticos, numa perspectiva Etnomatemática, para que se possa re-situar a capacidade de analisar, refletir e julgar dentro dos contextos histórico, social, político e econômico num mundo complexamente globalizado".

Por isso, quando a ME é trabalhada fundamentada em um contexto cultural, a etapa de Percepção e Apreensão pode ser considerada o elo que começa a unir as três áreas do conhecimento: Antropologia cultural, Etnomatemática e Modelagem na Educação, permitindo o surgimento da Etnomodelagem. Segundo Rosa e Orey (2003, p. 9), a "Modelagem

Matemática, a Etnomatemática e a Matemática Acadêmica se misturam e se confundem", surgindo a Etnomodelagem.

Durante a Percepção e Apreensão, os estudantes conseguiram:

- Perceber a Matemática produzida na fábrica: *"tomei coragem e consegui conversar com eles"* (A8); *"Eu me senti uma repórter"* (A8) e *"me envolvi perguntando e tirando dúvidas"* (A1);
- Compreender a história do grupo social que produz o chocolate: *" eles lutaram muito, dormiram debaixo de barraca de lona, eles foi ameaçado, foi luta, luta mesmo, foi por isso que muitos desistiu"* (A1); "*eles lutaram também para que os seus filhos pudessem estudar lá, a justiça colocou para fora cinco vezes, a primeira escola foi debaixo da lona e hoje tem duas escolas lá"* (A6);
- A história da produção do chocolate: "*O que eu achei interessante que eles produziam chocolate no pilão."* (A8);
- Coletar informações (dados) pra a construção dos Modelos: *mas sabemos que para processar 30 kg de cacau, o assentamento irá ter uma despesa total de mil reais, com embalagens e ingredientes e mão de obra, contribuição com energia* (F3).

Segundo esse raciocínio, podemos inferi que, quando a ME é trabalhada dentro do contexto de um grupo cultural, durante a Percepção e Apreensão, essas áreas começam a "se misturar", possibilitando o surgimento do campo de estudo Etnomodelagem.

### 4.3 Formalizando conceitos e elaborando etnomodelos: análise descritiva

Nessa categoria, o objetivo foi compreender como os participantes elaboraram os modelos para representar a produção de chocolate usando conceitos de Função, que foram sendo construídos durante o desenvolvimento das atividades II, III, IV e os etnomodelos foram construídos na atividade VI. Nesse caso, é feita a análise descritiva das unidades de registros dessa categoria considerando o objetivo e a questão-problema elaborados para este estudo, e, na análise interpretativa, procurou-se compreender as unidades de registros à luz do aporte teórico.

As atividades foram desenvolvidas com o objetivo de orientar os estudantes na organização e no tratamento dos dados pertinentes à fabricação de chocolate coletados na fábrica, para usá-los como suporte, ou seja, ao desenvolver as atividades, os participantes foram captando as ideias de Função em cada etapa dessas atividades.

Ao longo dessa trajetória, surgiram dúvidas e obstáculos, entre os estudantes. No entanto, foi possível contorná-los, em virtude dos constantes diálogos entre os próprios estudantes e entre o professor-pesquisador e os estudantes. Esses diálogos, durante a atividade II, ajudaram o professor-pesquisador a ter ciência de que os alunos não sabiam calcular porcentagem e fazer operações usando regra de três, conteúdos que eram pré-requisito para a elaboração das repostas da atividade. Vale salientar que esses conteúdos começam a ser formalizados no 6º ano do Ensino Fundamental, mas esses estudantes, no 9º ano, relataram que não tinham estudado ainda.

Logo, na sequência, é apresentada a descrição das unidades de registros das atividades II, III, IV e IV. Parte delas foi recortada da proposta de ensino e parte dos diálogos que surgiram durante o desenvolvimento. A análise da atividade V será apresentada em uma próxima categoria.

### *4. 3.1 Atividade II: Organizando a produção de cacau e de chocolate*

A atividade II (Mapa 19) objetivou a organização dos dados sobre a produção de cacau e chocolate coletados na aula de campo. No Quadro 1 (Mapa 36) da atividade II, os estudantes organizaram as informações sobre a quantidade de cacau a ser colhida por área e o valor arrecadado com a venda do produto, por área de cultivo. A meta desse quadro era que os estudantes fossem percebendo as relações existentes entre a área de cultivo e a quantidade de cacau produzido, assim como a relação entre a área cultivada e o lucro, ou seja, verificar que há uma relação de dependência entre esses elementos e que o tamanho da área de influência na quantidade de cacau produzido e no lucro do proprietário.

Assim, seria possível observar o surgimento das ideias intuitivas de Função nas relações área/quantidade de cacau e área/lucro. No Quadro 2 (Mapa 37), a finalidade era que os estudantes encontrassem a quantidade de chocolate produzido para determinada quantidade de cacau e o lucro que o assentado poderia obter com a fabricação do produto.

Ao concluir a atividade I, os estudantes foram convidados a argumentar sobre a produção de chocolate, posicionando-se sobre a viabilidade ou não da fabricação do produto (formulação de hipóteses). As hipóteses apresentadas foram todas relacionadas com lucros ou prejuízos derivados da produção de chocolate. A seguir são apresentadas três hipóteses sugeridas pelos participantes.

> *A1: Produzir chocolate é mais lucrativo, pois com trinta quilos de cacau uma pessoa poderá lucrar até R$ 3mil.*
>
> *A9: Para ter lucro, tem que vender o chocolate todo, se não vai ter prejuízo.*

*A25: Vender o chocolate é mais vantajoso, mas ao vender o cacau o produtor não irá ter despesas.*

Apesar de ser simples, o processo de elaboração das hipóteses levou os estudantes a refletirem sobre a viabilidade de produzir o chocolate e as condições em que é possível obter lucro com a fabricação de chocolate. O participante A25 afirma que produzir chocolate é vantajoso, mas, na sua compreensão, se optar pela venda do cacau, o produtor não terá despesas extras. Aqui, foi se iniciando uma reflexão sobre o tema.

Para preencher o Quadro 1 (Mapa 36) da atividade II, os estudantes fizeram uma pesquisa no comércio local sobre o preço do cacau e encontraram três valores que os comerciantes estavam pagando pela arroba do cacau. Esses valores foram indicados pelos alunos A5, A9 e A7.

*A5: Professor, no armazém do Pedro a arroba é R$ 120.*

*A7: E no Marcos é R$ 110.*

*A9: O José está comprando por R$ 116.*

A pesquisa sobre o preço do cacau no comércio local foi uma forma de aguçar o interesse e a curiosidade dos estudantes para o tema, conectando-o com "valores reais" e direcioná-los para resolver o que era solicitado para completar o Quadro 1 (Mapa 36). Após escrever os valores no quadro, o professor-pesquisador questionou:

*PP: Observando esses valores, em qual loja o produtor deverá vender a produção? E por quê?*

*A11: Na de Pedro, lá, o valor é maior.*

*PP: Será que tem gente que irá preferir vender, no armazém de Marcos? Serão quais as razões para uma pessoa vender nesse armazém?*

*A6: Se a pessoa não pesquisar, vai vender barato,*

*A9: Professor, eles são esperto.*

*PP: Como assim A9?*

*A9: Eles emprestam dinheiro para os meeiros, e quando os meeiros vão vender o cacau, eles compram a um preço mais baixo.*

*A13: Verdade, pois meu tio pega dinheiro com eles.*

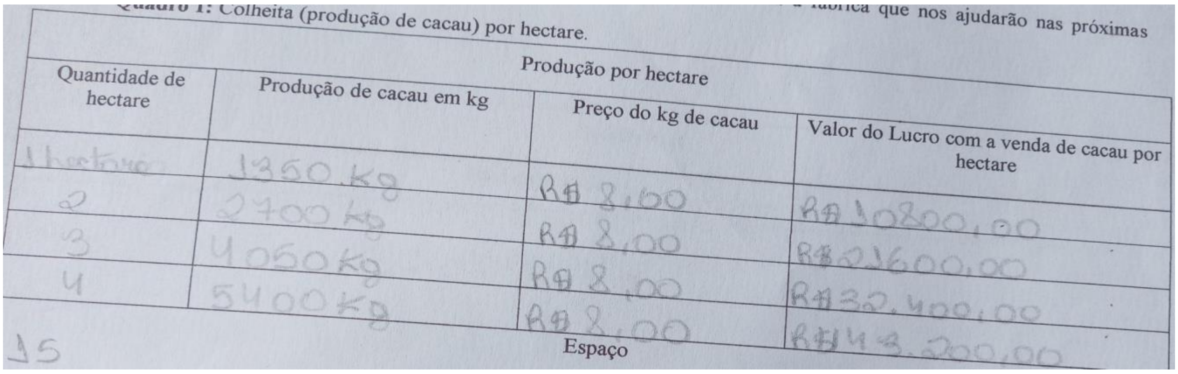
Nessas unidades de registro, fica evidente que alguns estudantes têm conhecimento da realidade local sobre a compra e venda do cacau. As unidades de registro evidenciam que esses participantes estão dentro de um contexto social no qual têm acesso a situações próprias do cultivo de cacau, ao se referirem à relação entre compradores e meeiros.

Durante o preenchimento do Quadro 1 (Mapa 36), os diálogos com o professor-pesquisador contribuíram para que os estudantes relembrassem a conversão das unidades de medidas de massa, ou seja, como converte gramas para quilogramas e vice e versa.

> *A1: Professor, na tabela tem que usar o quilo?*
>
> *PP: Isso. Na palestra, foi dito que, em um hectare, são produzidas quantas arrobas de cacau?*
>
> *A9: 90, professor.*
>
> *A1: É noventa arroba e está pedindo quilo.*
>
> *PP: Quantos quilogramas de cacau tem uma arroba?*
>
> *A1: 15.*
>
> *A2: Então, é só multiplicar por 15.*
>
> *A17: Professor, já calculei a quantidade de cacau e o lucro da venda do cacau. Para duas hectares vou multiplicar por dois, né?*
>
> *PP: Isso mesmo.*
>
> *A9: Então, para as outras hectares, é só multiplicar por 3 e por 4.*

O Mapa 36 mostra a organização de A11 sobre a produção de cacau por hectare e a relação entre o lucro do produtor por área.

**Mapa 36 -** Organização dos dados por hectare elaborado pelo aluno A11



Quadro 1: Colheita (produção de cacau) por hectare. ... fábrica que nos ajudarão nas próximas

| Quantidade de hectare | Produção por hectare | | |
|---|---|---|---|
| | Produção de cacau em kg | Preço do kg de cacau | Valor do Lucro com a venda de cacau por hectare |
| 1 hectare | 1350 kg | R$ 8,00 | R$ 10800,00 |
| 2 | 2700 kg | R$ 8,00 | R$ 21600,00 |
| 3 | 4050 kg | R$ 8,00 | R$ 32.400,00 |
| 4 | 5400 kg | R$ 8,00 | R$ 43.200,00 |

15

Espaço

**Fonte:** Dados da pesquisa (2020).

Nas unidades de registros: “*para duas hectares vou multiplicar por dois*” (A17) e “*os outros hectares é só multiplicar por 3 e por 4*” (A9), constata-se que começaram a surgir, nas falas dos alunos, as primeiras noções de relação. Mesmo que noções simplórias, essas ideias são essenciais para a compreensão da relação entre duas grandezas. Nelas estão subentendidas as relações hectare (área)/quantidade de cacau e hectare/lucro; a multiplicação é citada como a operação que possibilita os vínculos entre esses dados. E a quantidade de cacau produzido em um hectare e o lucro para essa área são os elementos multiplicados pelos valores que estão variando, que é o tamanho da área, ou seja, duas vezes 1.350, três vezes 1.350; quatro vezes 1.350. Nas afirmações dos estudantes, é possível observar as ideias implícitas do termo dependente e da variável da Função afim.

No Quadro 2 (Mapa 37) dessa atividade, os estudantes organizaram os dados sobre a produção de chocolate. A ideia principal era organizar os dados por ingredientes e considerando os valores para cada um deles. No entanto, os funcionários não tinham essas informações sistematizadas. Então, o professor-pesquisador, em diálogo com os estudantes, sugeriu outra estratégia para preenchê-los.

> *PP: Vocês têm ideia de como começar a preencher o quadro?*
>
> *A17: Professor, não tem como fazer, porque eles não têm a quantidade certa de cada chocolate.*
>
> *PP: Mas eles nos deram informações e elas nos ajudarão nessa tarefa.*
>
> *A9: Já sei, o valor aproximado.*
>
> *PP: Poderia ser, é uma boa opção, mas tem duas informações que nos ajudarão a encontra um valor mais próximo da real produção.*
>
> *A12: Quais?*
>
> *PP: Quantos quilogramas de cacau eles processam de uma vez?*
>
> *A1: Trinta.*
>
> *PP: Essa é uma das informações, a outra está nos tipos de chocolate produzidos. Quem lembra os tipos de chocolates?*
>
> *A12: 56% e 70%.*
>
> *A9: Com 30 e 90 gramas.*
>
> *PP: - Quais dessas informações, nós poderemos usar?*
>
> *A17: Eu acredito que é 30 e 90.*
>
> *PP: Todo mundo concorda com A17?*
>
> *A9: É só dividir trinta quilos por 30g e 90g.*

Esse momento foi bastante produtivo, pois proporcionou momento de dúvidas, de questionamento, e a defesa de posicionamentos por parte dos participantes. A1 lembrou que 30kg correspondia a 30.000g. O professor-pesquisador os induziu a questionar suas afirmações, pois uma parte da turma acreditava que era só a quantidade de cacau processado pela quantidade de chocolate de cada unidade (30g ou 90g); a outra parcela ficou receosa em proferir um ponto de vista.

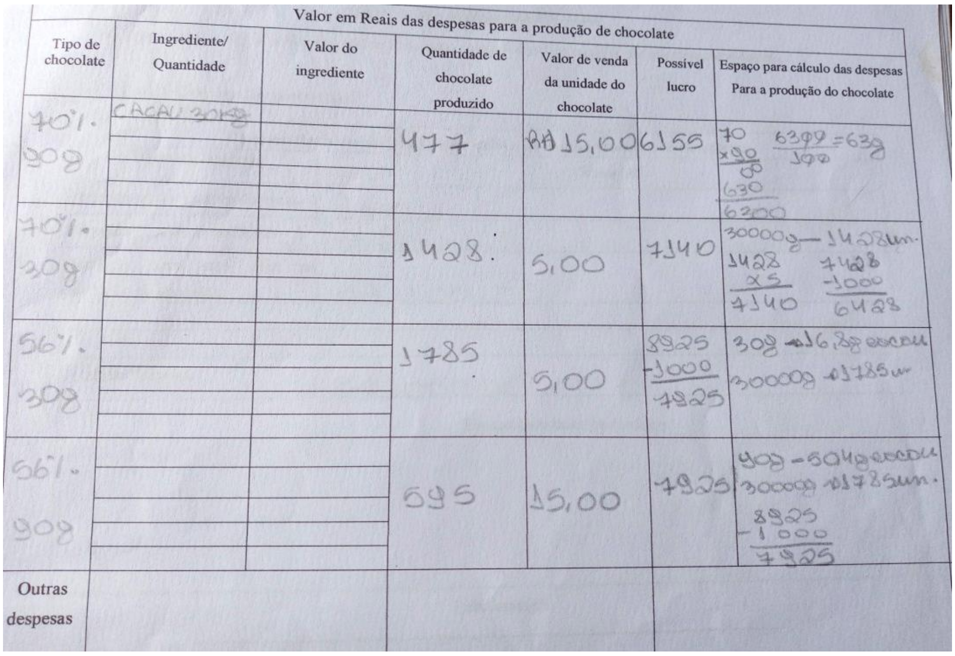
> *PP: O Chocolate 56% é feito só de cacau?*
>
> *A3: Não.*
>
> *PP: Uma unidade de chocolate[30]de 56% com 30g significa que dos 30g, os 56% são de cacau e os restantes são dos outros ingredientes, considerando as porcentagens de cada um.*

O professor-pesquisador informou que os estudantes deveriam usar porcentagens e regra de três para completar a atividades.  Os estudantes informaram que não tinham estudado esses dois conteúdos, que não sabiam calcular porcentagem; por isso, foi necessário que o professor-pesquisador explicasse as noções de porcentagem e de regra de três. Para auxiliar nos cálculos, foi permitido o uso de calculadora, pelos estudantes, durante a operação.

Primeiramente, os participantes encontraram a quantidade de cacau em cada tipo de chocolate; esses valores foram: 63g; 21g; 16,8g; e 50,4g, respectivamente, para os tipos A, B, C e D. A partir desses valores, eles encontraram a quantidade de unidades de chocolate que é possível produzir, com 30 kg de cacau. Calcularam também os valores que o produtor poderia arrecadar com a venda de chocolate e o possível lucro para cada tipo de chocolate. Esses dados compõem o Mapa 37.

**Mapa 37 -** Organização sobre o lucro da produção de chocolate do aluno A9

[30] Para facilitar a leitura, usamos as denominações: A – para chocolate com 70% de cacau com embalagem de 90g; B – para chocolate com 70% de cacau, com embalagem de 30g; C – para chocolate com 56% de cacau, com embalagem de 30g; e D – para chocolate com 56% de cacau, com embalagem de 90g.



| Valor em Reais das despesas para a produção de chocolate | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Tipo de chocolate | Ingrediente/ Quantidade | Valor do ingrediente | Quantidade de chocolate produzido | Valor de venda da unidade do chocolate | Possível lucro | Espaço para cálculo das despesas Para a produção do chocolate |
| 70% 90g | CACAU 30Kg | | 477 | R$ 15,00 | 6155 | 70 ×90 630 6300; 6300/100 = 63g |
| 70% 30g | | | 1428. | 5,00 | 7140 | 30000g — 1428un. 1428 ×5 7140; 7428 -1000 6428 |
| 56% 30g | | | 1785 | 5,00 | 8925 -1000 7925 | 30g → 16,8g cacau 30000g → 1785un |
| 56% 90g | | | 595 | 15,00 | 7925 | 90g – 50,4g cacau 30000g → 1785un. 8925 -1000 7925 |
| Outras despesas | | | | | | |

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

A partir das informações coletadas, A9 concluiu que, com 30kg de cacau, é possível produzir 477 unidades de chocolates A; cada unidade é vendida, pelos assentados, por R$ 15; na hipótese de o produtor vender todas as unidades de chocolate, obteria um lucro de R$ 6.155. O valor de R$ 6.155 é o resultado do valor bruto (R$ 7.155) adquirido com as vendas, subtraindo a quantia de R$ 1.000, referente às despesas de produção. Para os chocolates B, C e D, o lucro seria, respectivamente, de R$ 7.140; R$ 7.925 e R$ 7.925. Para o chocolate B, o valor do lucro deverá ser R$ 6.140 e não R$ 7.140; isso porque o estudante não amortizou as despesas da produção.

No caso, o estudante incluiu nas despesas o valor do cacau, considerando o raciocínio dos funcionários da fábrica. Caso esse valor fosse desconsiderado, uma vez que o assentado não pagará pelo produto, as despesas giravam em torno dos R$ 760. Logo, haveria o acréscimo de R$ 240 nos lucros supracitados; alguns estudantes tiveram esse raciocínio. A hipótese para considerar o cacau com parte das despesas, está nas ideias levantadas pelos estudantes, ou seja, caso o produto não seja vendido, o assentado acumula o prejuízo investido para a produção de chocolate, mais o prejuízo do cacau investido.

Durante a resolução dessa atividade, os estudantes apresentaram muitas dificuldades, ao preencher o Quadro 2 (Mapa 37), geradas principalmente pelos cálculos com porcentagem. Mas o diálogo constante entre professor/estudantes e estudantes/estudantes foi elemento indispensável para que todos os 28 participantes a resolvessem. Esse vínculo possibilitou que os participantes mantivessem o foco e o interesse. Logo, na medida em que as dificuldades eram dirimidas, foram criadas “pontes”, que permitiram a compreensão do solicitado.

Após concluir a atividade II, o professor-pesquisador fomentou uma discussão sobre o que fazer com os resultados, investigando se os participantes viam alguma utilidade naqueles dados. Interessante que, nesses diálogos, surgiu a primeira ideia de modelo.

> *PP: Vocês calcularam o lucro para a produção de chocolate. O que podemos fazer com esse resultado? Vocês têm alguma ideia?*
>
> *A1: Poderíamos mostrar para eles.*
>
> *PP: Eles quem?*
>
> *A1: Os funcionários?*
>
> *A19: Para eles verem que poderão lucrar muito mais.*
>
> *PP: De que forma poderíamos mostrar esses resultados na fábrica?*
>
> *A8: Poderia ser os cálculos.*
>
> *PP: Teriam alguma forma de mostrarmos esses cálculos?*
>
> *A14: Essa tabela que nós preenchemos, com esses valores.*
>
> *A9: Poderia ser um cartaz.*
>
> *A14: Em uma cartolina ou papel madeira bem grande.*

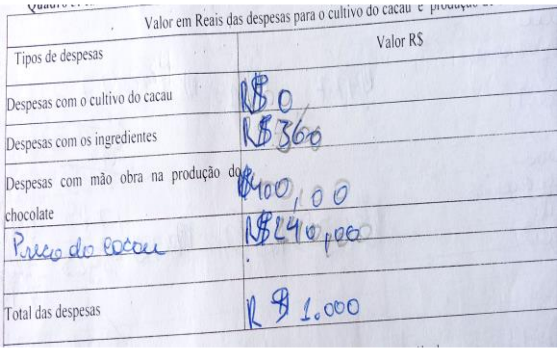
Nesses diálogos aparecem as primeiras ideias de instrumentos, sugerido pelos estudantes para expor os resultados na fábrica. A ideia de cartaz sugere ser o tipo de instrumento conhecido por eles para expor informações. O professor-pesquisador salientou que, posteriormente, os estudantes iriam confeccionar esse material em papel madeira ou cartolina. Esse instrumento foi construído no nono encontro, nomeado como Banco de Dados.

### *4.3.2 Análise descritiva da atividade III*

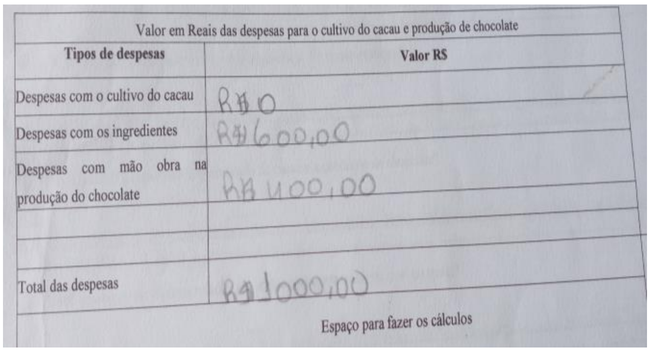
A atividade III (Mapa 20) foi dividida em duas etapas. Na primeira, os participantes deveriam discriminar as despesas do cultivo de cacau e da produção de chocolate, no Quadro 3, e, na segunda etapa, os estudantes calculariam a quantidade de chocolate que poderia ser fabricada com diferentes quantidades de cacau.

Para resolver o que era solicitado, os estudantes precisaram recorrer às informações obtidas anteriormente. Nas unidades de registros, notou-se que o Quadro 4 (Mapa 38) foi preenchido seguindo duas lógicas. Na primeira, o participante considerou a despesa de R$ 600 para os ingredientes, incluindo o cacau e, na outra, os participantes consideraram o valor do cacau separado dos outros ingredientes. Essas lógicas estão apresentadas no Mapa 38.

**Mapa 38 -** Organização das despesas dos alunos A1 e A18



| Valor em Reais das despesas para o cultivo do cacau e produção de chocolate | |
|---|---|
| Tipos de despesas | Valor R$ |
| Despesas com o cultivo do cacau | R$ 0 |
| Despesas com os ingredientes | R$ 360 |
| Despesas com mão obra na produção do chocolate | R$ 400,00 |
| Preço do cacau | R$ 240,00 |
| Total das despesas | R$ 1.000 |



| Valor em Reais das despesas para o cultivo do cacau e produção de chocolate | |
|---|---|
| **Tipos de despesas** | **Valor R$** |
| Despesas com o cultivo do cacau | R$ 0 |
| Despesas com os ingredientes | R$ 600,00 |
| Despesas com mão obra na produção do chocolate | R$ 400,00 |
| | |
| Total das despesas | R$ 1000,00 |

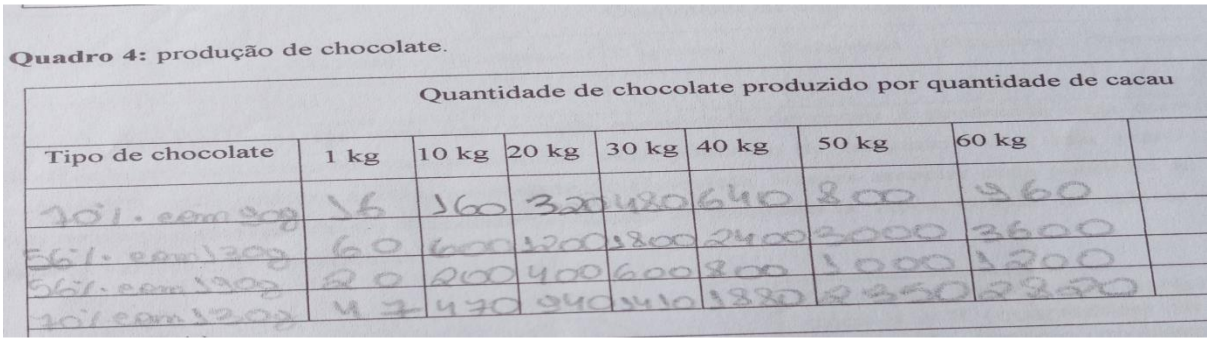
Espaço para fazer os cálculos

A1 A18

**Fonte:** Dados da pesquisa (2020).

Já no Quadro 5 (Mapa 39) dessa atividade, os estudantes organizaram dados sobre a quantidade de unidades de chocolate para as quantidades de cacau. Tal expressão é apresentada no Mapa 39.

**Mapa 39 -** Atividade desenvolvida pelo aluno A11



**Quadro 4:** produção de chocolate.

| | Quantidade de chocolate produzido por quantidade de cacau | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tipo de chocolate | 1 kg | 10 kg | 20 kg | 30 kg | 40 kg | 50 kg | 60 kg |
| 70% com 90g | 16 | 160 | 320 | 480 | 640 | 800 | 960 |
| 56% com 130g | 60 | 600 | 1200 | 1800 | 2400 | 3000 | 3600 |
| 56% com 130g | 20 | 200 | 400 | 600 | 800 | 1000 | 1200 |
| 70% com 130g | 47 | 470 | 940 | 1410 | 1880 | 2350 | 2820 |

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

### *4.3.3 Análise descritiva da atividade IV*

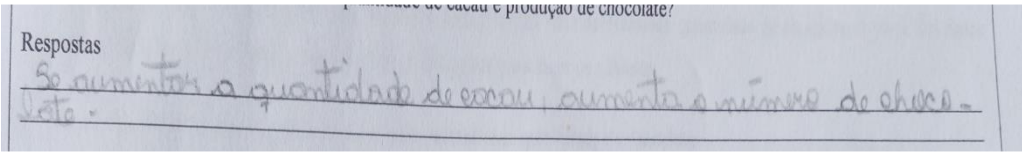
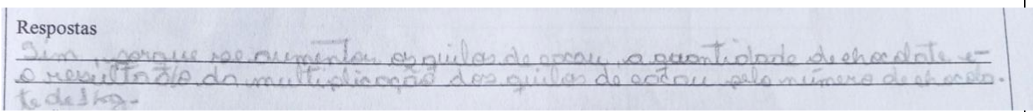
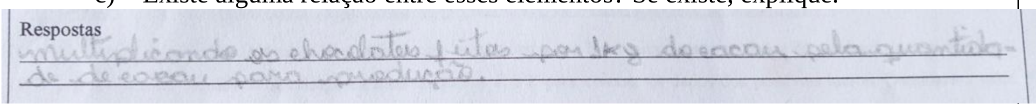
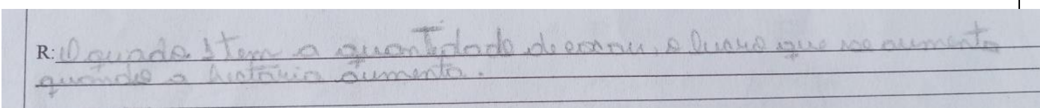
A atividade IV foi dividida em três etapas: Na primeira etapa, procurou-se averiguar se os estudantes conseguiram compreender ou observar algum tipo de relação com as atividades anteriores e, em especial, no Quadro 4 (Mapa 38) da atividade III. A compreensão desse conceito é um dos primeiros passos para a formalização do conceito de Função. Na segunda parte, o conceito de Função foi apresentado aos estudantes. Tal conceito foi adaptado do livro usado na escola[31]. E, na terceira etapa, foram apresentadas as definições

[31] CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. **Convergências**: matemática, 9º ano: anos finais do ensino fundamental. São Paulo: Edições SM, 2015.

de Função afim, linear; Função crescente e decrescente, retiradas também do livro didático usado pelos estudantes.

As unidades de registro revelaram o modo de desenvolver as atividades, cujos dados são organizados em quadros, que relacionaram dois elementos, por exemplo, quantidade de cacau e quantidade de chocolate fabricado (Mapa 39); nelas, os estudantes conseguiram perceber uma relação de dependência entre esses elementos; essas ideias estão explicitadas no Mapa 40, a partir dos questionamentos feitos na atividade IV.

**Mapa 40 -** Resposta dos estudantes A9, A16, A14 e A6 os itens da atividade IV.

| Respostas | Estudantes |
|---|---|
| a) O que você pode dizer sobre a quantidade de cacau e produção de chocolate.  Respostas Se aumentar a quantidade de cacau, aumenta o número de chocolate. *R: Se aumentar a quantidade de cacau, aumenta o número de chocolate* | A9 |
| b) Existe alguma relação entre esses elementos? Se existe, explique?  Respostas *R: Sim, porque se aumentar os quilos de cacau, a quantidade de chocolate é o resultado da multiplicação dos quilos de cacau pelo número de chocolate de 1 kg.* | A16 |
| c) Existe alguma relação entre esses elementos? Se existe, explique.  Respostas *R: Multiplicando os chocolates feitos por 1 kg de cacau pela quantidade de cacau para a produção.* | A14 |
| d) Você conseguiu ver alguma relação parecida nos outros quadros, qual ou quais?  R: *R: O quadro 1 tem a quantidade de cacau, o lucro que se aumenta quando a "hectaria" aumenta.* | A6 |

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Para os itens **a** e **b,** os estudantes usaram a palavra "*aumentar*", para explicar a relação entre a quantidade de cacau e a produção de chocolate. Nas respostas de A9 e de

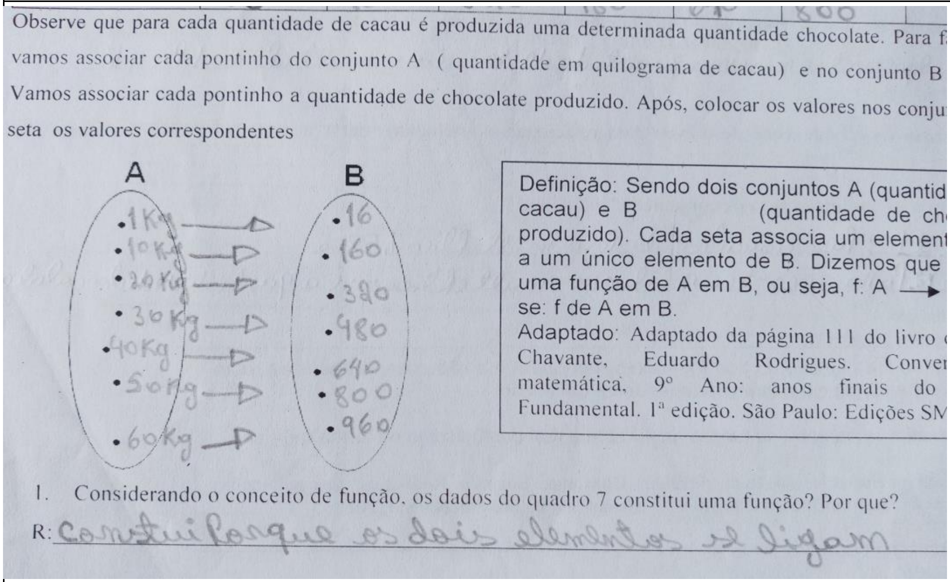
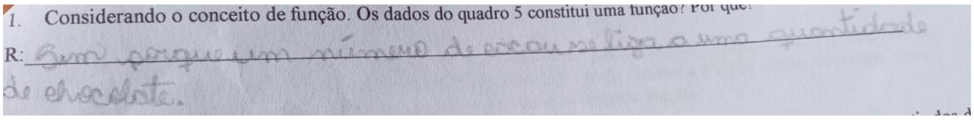
A16, a palavra aumentar foi empregada no sentido de proporcionalidade entre esses elementos; aqui, percebe-se uma ideia simplificada do conceito de relação, uma vez que, quando duas grandezas estão relacionadas, na medida que uma delas aumenta ou diminui as outras aumentam ou diminuem na mesma proporção. Para tentar explicar essa relação, A14 afirma que: *"multiplicando os chocolates feitos por 1kg de cacau pela quantidade de cacau para a produção"* (A14).

Fica evidente, nessa unidade de registro, que o estudante procurou explicar a relação entre esses elementos por meio da multiplicação, e que a relação começou a surgir com a quantidade de chocolate fabricada com 1kg de cacau e, para encontrar outras quantidades de chocolate, devia multiplicar essa quantidade de chocolate pela quantidade de cacau usada na fabricação. Esse mesmo pensamento foi usado por outros estudantes. A noção de relação foi observada pelos participantes no Quadro 1 (Mapa 36) e no Quadro 4 (Mapa 39).

A noção de relação parece ter se "perdido", para os alunos, quando foi inserido o conceito de Função, usando a relação entre conjunto com o diagrama de Venn[32], o que se observa nos Mapas 41

**Mapa 41 - Respostas dos estudantes A13 e A6 para a questão 1 da atividade IV**

[32] Diagrama de Venn ou diagrama de Venn-Euler é uma forma de representação gráfica de um conjunto, por meio de uma linha fechada que não possui auto-intersecção e onde é representado os elementos do conjunto no interior dessa linha. O diagrama Venn é usado para facilitar o entendimento das operações básicas de conjuntos.

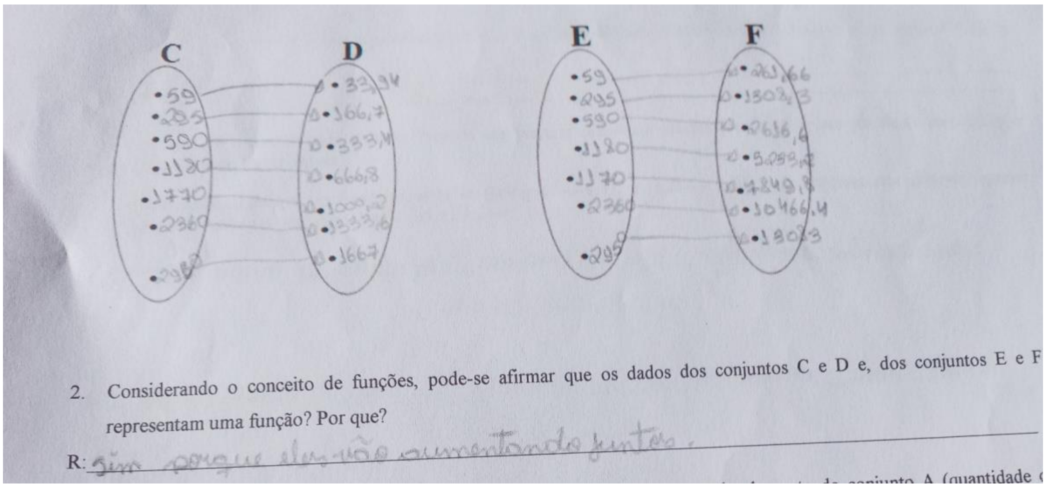
| Resposta | Aluno |
|---|---|
| <br>Observe que para cada quantidade de cacau é produzida uma determinada quantidade chocolate. Para f<br>vamos associar cada pontinho do conjunto A ( quantidade em quilograma de cacau) e no conjunto B<br>Vamos associar cada pontinho a quantidade de chocolate produzido. Após, colocar os valores nos conju<br>seta os valores correspondentes<br>A: 1Kg, 10Kg, 20Kg, 30Kg, 40Kg, 50Kg, 60Kg<br>B: 16, 160, 320, 480, 640, 800, 960<br>Definição: Sendo dois conjuntos A (quantid cacau) e B (quantidade de ch produzido). Cada seta associa um element a um único elemento de B. Dizemos que uma função de A em B, ou seja, f: A ⟶ se: f de A em B.<br>Adaptado: Adaptado da página 111 do livro Chavante, Eduardo Rodrigues. Conver matemática, 9º Ano: anos finais do Fundamental. 1ª edição. São Paulo: Edições SM<br>1. Considerando o conceito de função, os dados do quadro 7 constitui uma função? Por que?<br>R: Constui Porque os dois elementos se ligam<br><br>*R: Constui porque os dois elementos se ligam.* | A13 |
| <br>1. Considerando o conceito de função. Os dados do quadro 5 constitui uma função? Por que?<br>R: Sim porque um número de cacau se liga a uma quantidade de chocolate.<br><br>*R: Sim porque um número de cacau se liga a uma quantidade de chocolate.* | A6 |

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Alguns estudantes passaram a usar a palavra “ligar” para se referir à relação entre os mesmos elementos que, anteriormente, usaram as palavras aumentar e multiplicar. Talvez, o termo “ligar” tenha surgido devido às setas utilizadas para mostrar a associação dos elementos no diagrama.

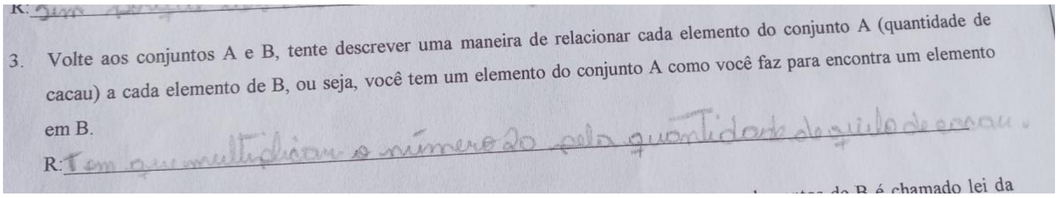
No entanto, esses termos ressurgiram nas questões 2, 3, 4, nas quais os participantes voltaram a usar as palavras multiplicar e aumentar, para explicar a relação entre elementos dos conjuntos A e B; C e D; e E e F. Então, pode-se inferir que a palavra ligar foi usada pelo aluno na tentativa de explicar o que estava representado no diagrama de forma visual, talvez por não compreender de imediato o tipo de correspondência que as setas indicavam, ou qual o seu significado. A seguir, nos Mapas 42, 43 e 44, são explicitadas as respostas às questões 2, 3, 4.

**Mapa 42 -** Resposta do estudante A9 para a questão 2.




O aluno A9 usa a expressão *"eles vão aumentando juntos"*, para explicar a proporcionalidade entre os elementos do conjunto C e D; e E e F.

**Mapa 43 -** Resposta do estudante A4 para a questão 3

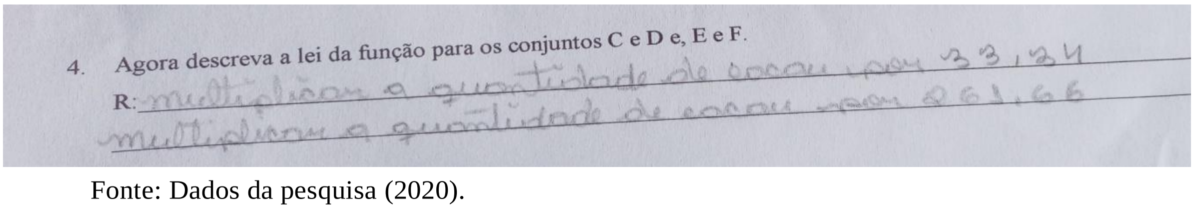



*R: Tem que multiplicar o número de 20 pela quantidade de quilos de cacau.*

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

O participante explicou que a relação entre o conjunto A e B ocorre por meio da multiplicação e essa associação acontece ao multiplicar o número 20 pela quantidade de cacau, ou seja, o estudante percebeu que esse número é a "constante" e a quantidade de cacau é o item que varia, permitindo a relação entre os conjuntos A e B, representando a lei da Função.

**Mapa 44 -** Resposta do estudante A9 para a questão 4

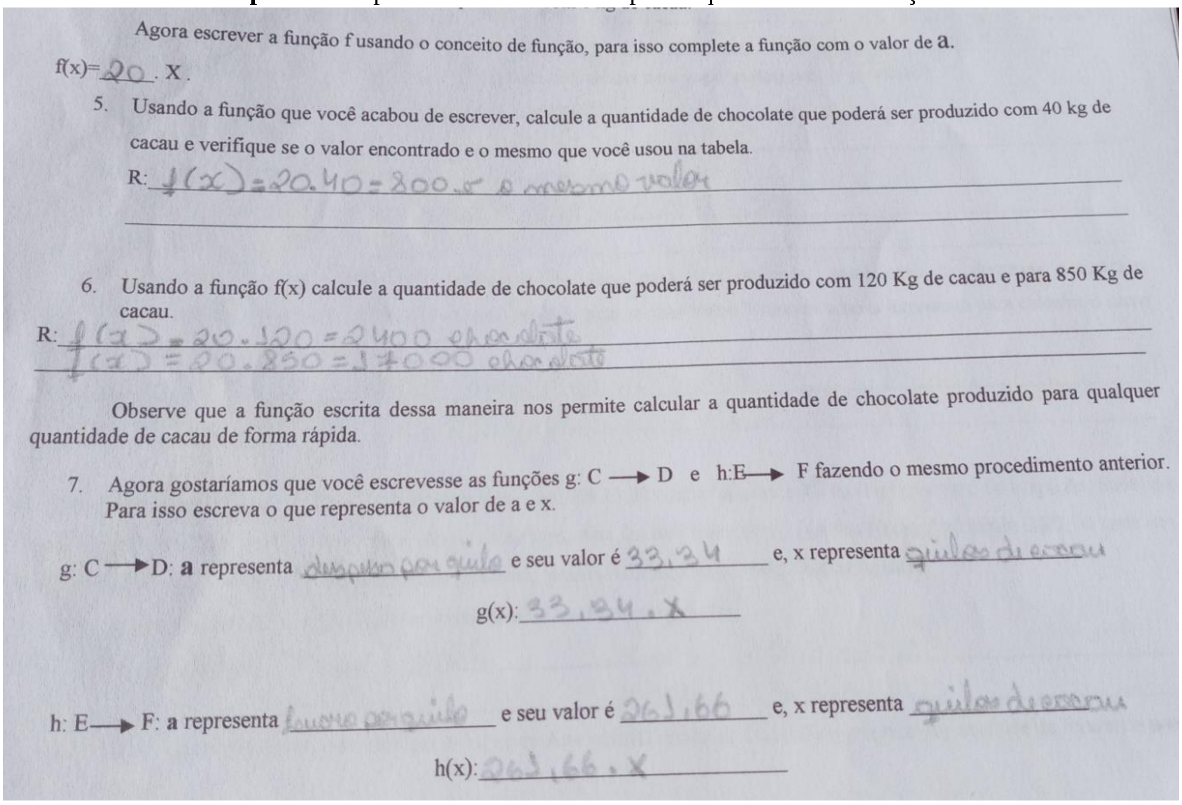



Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Assim como na questão anterior, o estudante A9 escreveu a lei das Funções C e D e E e F, respectivamente, em linguagem natural, como multiplicando chocolate por 33,34 e 261,66. Nesse caso, R$ 33,34 representa a despesa para fabricar 59 unidades de chocolate do B; para R$ 261,66, o estudante aproximou a quantidade de chocolate para 60.

Na terceira parte da atividade IV, foi introduzido o conceito de Função afim e as questões propostas direcionaram os estudantes para a compreensão e o uso do seu algoritmo na forma linear, ou seja, f(x)=ax, ou Função linear. O uso da Função linear, nesta fase da proposta de ensino, serviu para facilitar a introdução do conceito Função afim, a partir das associações que os estudantes observaram entre os conjuntos A e B; C e D; e E e F. O Mapa 45 mostra as respostas do participante A11 para essa etapa.

**Mapa 45 -** Resposta do estudante A11 para a questão usando função afim


Agora escrever a função f usando o conceito de função, para isso complete a função com o valor de a.

f(x)= 20 . x .

5. Usando a função que você acabou de escrever, calcule a quantidade de chocolate que poderá ser produzido com 40 kg de cacau e verifique se o valor encontrado e o mesmo que você usou na tabela.

R: f(x) = 20.40 = 800.o o mesmo valor

6. Usando a função f(x) calcule a quantidade de chocolate que poderá ser produzido com 120 Kg de cacau e para 850 Kg de cacau.

R: f(x) = 20.120 = 2400 chocolate
f(x) = 20.850 = 17000 chocolate

Observe que a função escrita dessa maneira nos permite calcular a quantidade de chocolate produzido para qualquer quantidade de cacau de forma rápida.

7. Agora gostaríamos que você escrevesse as funções g: C ⟶ D e h:E⟶ F fazendo o mesmo procedimento anterior. Para isso escreva o que representa o valor de a e x.

g: C ⟶ D: a representa despesa por quilo e seu valor é 33,34 e, x representa quilos de cacau

g(x): 33,34 . x

h: E ⟶ F: a representa lucro por quilo e seu valor é 261,66 e, x representa quilos de cacau

h(x): 261,66 . x

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

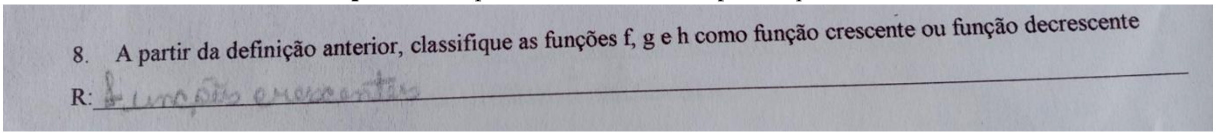
No Mapa 45, o estudante A11 expressa a função f(x)= 20x, onde x representa a quantidade de cacau usada na fabricação de chocolate e f(x) a quantidade de chocolate produzido. No Mapa 45, ainda se verifica que A11 calcula as quantidades de chocolates que poderiam ser fabricadas para as quantidades de cacau: 40kg (questão 5) e 120kg e 850kg (questão 6), encontrando os valores de 800, 2.400 e 17.000, respectivamente.

Vale salientar que, ao calcular esses valores, o estudante não usou os termos f (40), f (120), f (850). No entanto, todos foram orientados pelo professor-pesquisador que o ideal seria usá-los pois, ao expressar a respostas, fica evidente o valor usado em cada caso.

A questão 7 foi completada com os dados dos diagramas C e D; e E e F, respectivamente, encontrando os algoritmos g(x)=33,34x e h(x) = 261,66x. A expressão g(x)=33,34x representa a despesa em função da quantidade de cacau, sendo g(x) o valor das despesas e x a quantidade de cacau usado; e h(x) = 261,66x representa o lucro por quantidade de cacau em quilograma, onde h(x) representa o lucro e x a quantidade de cacau.

Finalizando, a atividade apresentava as definições de Função crescente e Função decrescente, e os estudantes conseguiram perceber que os casos de Função eram crescentes, conforme demonstra o Mapa 46.

**Mapa 46 -** Resposta do estudante A1 para a questão 8.


8. A partir da definição anterior, classifique as funções f, g e h como função crescente ou função decrescente

R: funções crescentes

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Observa-se, ainda, que, por meio das atividades desenvolvidas, os participantes conseguiram notar as relações de dependência dos elementos organizados nos quadros e para explicá-las usaram palavras como aumentar, multiplicar, ligar. Durante o desenvolvimento, os participantes foram construindo o conceito de Função afim e definição de Função afim.

### *4.3.4 Consolidando o conceito de função*

Após concluída a atividade IV, as unidades de registros revelam que os estudantes conseguiram assimilar as ideias que poderiam contribuir a apreender a definição de Função, entre a noção de relação tanto nos quadros apresentados quanto nos diagramas; nesse último caso, trabalhando a correspondência dos elementos de dois conjuntos. As noções de relação surgiram por meio de dialetos, com os verbos aumentar, multiplicar e ligar. Além disso, conseguiram usar o algoritmo da Função para fazer cálculos, aqui, por exemplo, para f(40), todos os estudantes usaram f(x) =20.40. Por isso, a consolidação do conteúdo foi uma das etapas indispensáveis para que o professor-pesquisador convertesse os dialetos em linguagem matemática formal, ampliando, assim, os conceitos apreendidos; além disso, expressasse as grafias corretas do algoritmo ao calcular o valor de f(x) para um determinado valor de x.

A consolidação das definições foi feita com o auxílio das questões abordadas na atividade IV, projetadas no quadro por meio de um data *show*. As definições trabalhadas foram às seguintes:

- As relações de dependência entre duas grandezas, a partir dos conjuntos trabalhados na atividade;
- A definição de Função;
- A lei de uma Função e como encontrá-la a partir de diagramas (a relação entre dois conjuntos);
- A definição de Função afim e Função linear [f(x)=ax];
- A nomenclatura e a explicação dos termos: dependente, independente, e da variável da Função;
- As definições de Função crescente e decrescente;
- O zero da Função afim ou f(x)=0.

Para abordar esse último conceito, o professor-pesquisador usou as Funções a seguir indicadas. O uso dessas funções teve como objetivo, ajudar os estudantes a compreender melhor como encontrar o zero de uma Função Afim.

$$f(x)= 6x + 42;$$

$$g(x)= 5x – 20;$$

$$h(x)= 4x + 60.$$

### *4.3.5 Etnomodelos*

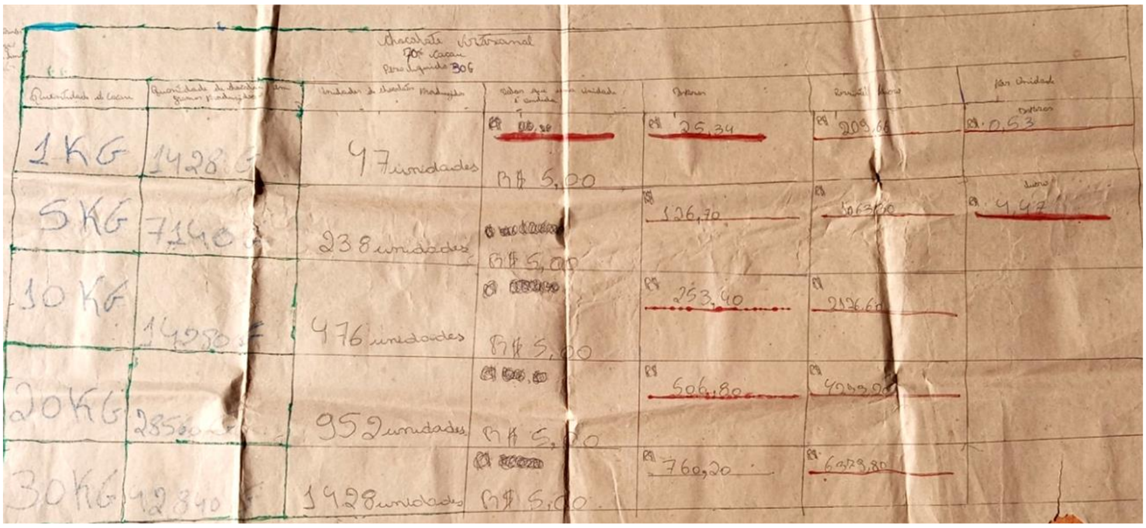
Esse eixo temático reuniu as unidades sobre a construção dos etnomodelos, procurando compreender como os estudantes do Ensino Fundamental modelaram a produção de chocolate artesanal em uma fábrica. Para a construção dos etnomodelos, os estudantes consideraram informações relevantes, como o valor de cada unidade de chocolate, o valor das despesas, e possíveis lucros.

No entanto, acredita-se que a primeira ideia de etnomodelo surgiu após a conclusão da atividade II, quando foram indagados pelo professor-pesquisador sobre o que fazer com os dados que foram encontrados naquele momento.

Essas ideias estão presentes nas expressões: *“poderia ser os cálculos”* (A8); *“essa tabela*” (A14); e *“poderia ser em cartaz”* (A9). Observa-se que as primeiras noções de etnomodelo emergiram da tentativa do estudante em encontrar uma maneira de apresentar os resultados para a produção de chocolate, enquanto o cartaz foi o instrumento eleito pelos estudantes como o mais adequado para conter as informações.

Para manter essa ideia inicial, o professor-pesquisador sugeriu a confecção de um cartaz com dados sobre a fabricação de chocolate, que foi concretizado no nono encontro. O professor-pesquisador sugeriu que os estudantes formassem dois grupos para a confecção do cartaz, que recebeu no nome de banco de dados, sugerido pelo professor-pesquisador. Os Mapas 46 e 47 apresentam os resultados desses etnomodelos.

**Mapa 45 -** Etnomodelo construído pelo grupo 1



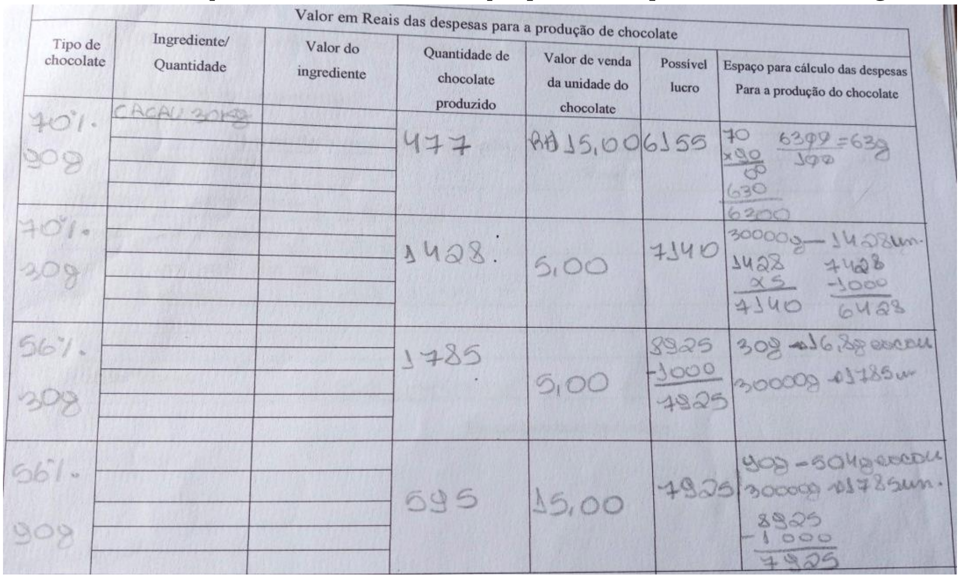

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

**Mapa 46 -** Etnomodelo construído pelo grupo 2


Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Analisando as unidades de registro, foi observado que dos 28 etnomodelos apresentados, 17 foram expressos usando o algoritmo da Função afim e 11 expressos em quadro. Durante a construção, os estudantes ficaram livres para escolher o tipo de modelo; alguns alunos apresentaram dificuldades em decidir sobre o modelo e o professor-pesquisador os orientou explicitando os tipos, apresentados como: cartaz com ilustrativo, informando os dados, como foi sugerido no início; tabela; pictogramas ou o algoritmo da Função afim; ou em diagramas. Eles deveriam escolher um dos tipos de chocolate e construir o etnomodelo. O primeiro etnomodelo construído pelos participantes foi o preenchimento do quadro 2 da atividade II (Mapa 37), uma vez que os mesmos organizam as possíveis quantidades de chocolate que poderá ser produzido com 30 kg de cacau. Todos os 28 estudantes conseguiram construir esse etnomodelo ao preencher o quadro da atividade encontrado os valores solicitados. O Mapa 48 mostra o etnomodelo do participante A9.

**Mapa 47 –** Etnomodelo: quantidade de chocolate que poderá ser produzido com 30 kg de cacau (A9)

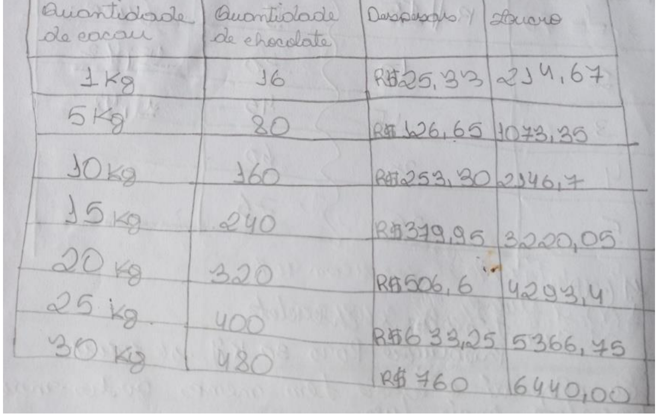


| Valor em Reais das despesas para a produção de chocolate | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Tipo de chocolate | Ingrediente/ Quantidade | Valor do ingrediente | Quantidade de chocolate produzido | Valor de venda da unidade do chocolate | Possível lucro | Espaço para cálculo das despesas Para a produção do chocolate |
| 70% 90g | CACAU 30kg | | 477 | R$ 15,00 | 6155 | 70 x90 630 6300; 6300/100 = 63g |
| 70% 30g | | | 1428 | 5,00 | 7140 | 30000g — 1428un. 1428 x5 7140; 7428 -1000 6428 |
| 56% 30g | | | 1785 | 5,00 | 8925 -1000 7925 | 30g → 16,8g cacau; 30000g → 1785un |
| 56% 90g | | | 595 | 15,00 | 7925 | 90g – 50,4g cacau; 30000g → 1785un. 8925 -1000 7925 |

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Nos etnomodelos cujas informações foram apresentadas em quadros, os estudantes apresentaram informações como lucro, despesas, quantidades de cacau e quantidades de chocolates. O Mapa 49 apresenta o etnomodelo do participante A22.

**Mapa 48 -** Etnomodelo construído pelo estudante A22.



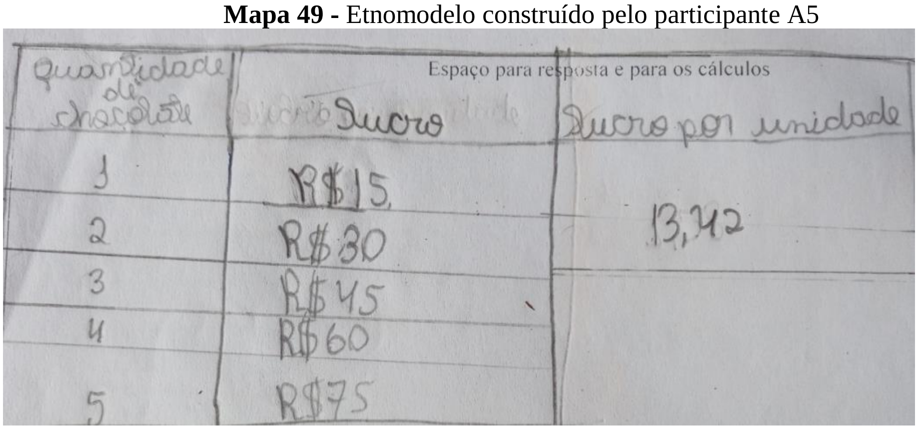
| Quantidade de cacau | Quantidade de chocolate | Despesas | Lucro |
|---|---|---|---|
| 1kg | 16 | R$25,33 | 214,67 |
| 5kg | 80 | R$126,65 | 1073,35 |
| 10kg | 160 | R$253,30 | 2146,7 |
| 15kg | 240 | R$379,95 | 3220,05 |
| 20kg | 320 | R$506,6 | 4293,4 |
| 25kg | 400 | R$633,25 | 5366,75 |
| 30kg | 480 | R$760 | 6440,00 |

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

No etnomodelo do participante A22, observa-se que com 1kg de cacau é possível fabricar 16 unidades de 90g de chocolate com 56% de cacau. Para produzir essa quantidade de chocolate, a fábrica terá uma despesa de R$ 25,33, com um lucro de R$ 214,67; oito participantes fizeram esse etnomodelo.

Em um etnomodelo mais simples, o participante expressou a quantidade de chocolate, o valor arrecadado com a venda e o lucro por unidade. Esse tipo de etnomodelo está representado no Mapa 50. No caso, o participante considerou como lucro o valor arrecadado com as vendas; no entanto para obter o valor do lucro líquido, o participante deveria subtrair o valor das despesas. Três participantes fizeram esse tipo de etnomodelo. O valor do lucro por unidade foi calculado, após as despesas é de R$ 13,42.

**Mapa 49 -** Etnomodelo construído pelo participante A5

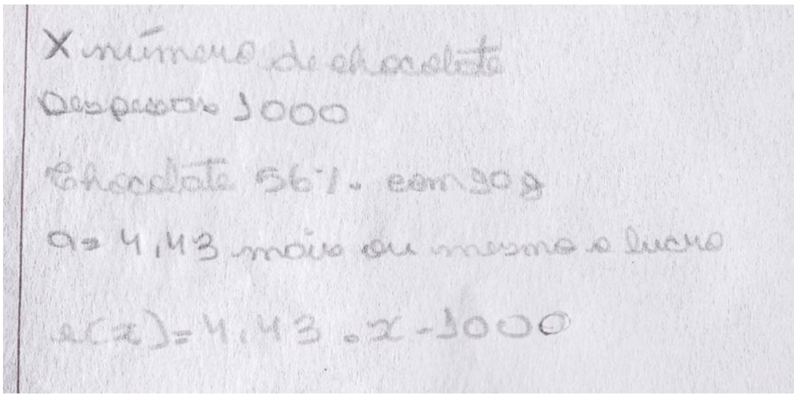

Espaço para resposta e para os cálculos

| Quantidade de chocolate | Lucro | Lucro por unidade |
|---|---|---|
| 1 | R$15 | 13,42 |
| 2 | R$30 | |
| 3 | R$45 | |
| 4 | R$60 | |
| 5 | R$75 | |

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Nos etnomodelos algébricos, foram encontrados quatro tipos de expressões para calcular o lucro, em função da quantidade de chocolate. Dois tipos para o chocolate C e um tipo para os chocolates A e B. A seguir, nos Mapas 51, 52, 53 e 54, são apresentadas as expressões usadas pelos participantes para representar o lucro para a quantidade de chocolate produzido com 30kg de cacau.

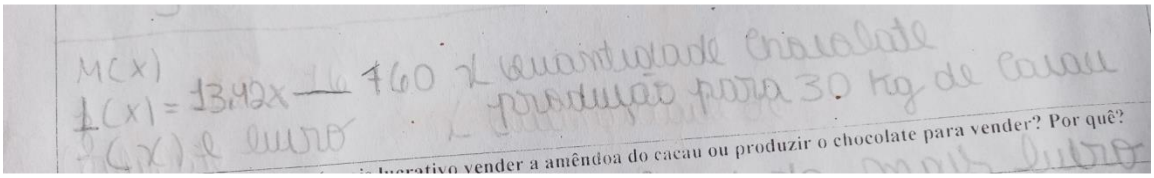
**Mapa 50 -** Etnomodelo construído pelo participante A9.


X número de chocolate
Despesa 1000
Chocolate 56% com 90g
a= 4,43 mais ou menos o lucro
L(x)=4,43 .x-1000

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Para construir seu etnomodelo, o participante considerou o valor das despesas informadas pela fábrica como o termo independente (R$ 1.000) da Função e o valor de R$ 4,43 como o valor do termo dependente e a quantidade de chocolate vendido como a variável x. O valor do termo dependente representa o lucro por unidade do chocolate C vendido. Logo, o etnomodelo apresentado pelo participante foi e (x)= 4,43x – 1.000. Nove participantes apresentaram esse etnomodelo para modelar a produção, diferenciando apenas a letra para representá-lo.

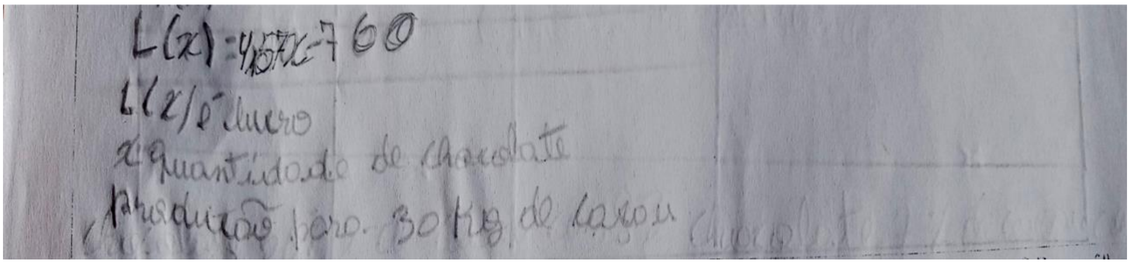
**Mapa 51 -** Etnomodelo construído pelo participante A18




Fonte: Dados da pesquisa (2020).

O estudante A18 apresentou um etnomodelo para o lucro que poderia ser obtido com a fabricação do chocolate A. Neste caso, o participante considerou o valor das despesas como R$ 760 (termo dependente), mas não incluiu o cacau nas despesas, uma vez que os assentados não pagam pelo produto, e o valor de R$ 13,42 como o lucro por unidade vendida do produto. Logo, o estudante A18 apresentou o etnomodelo f (x) = 13,42x – 760 para modelar o lucro para o processamento de 30kg de cacau. Esse etnomodelo foi apresentado por seis participantes.

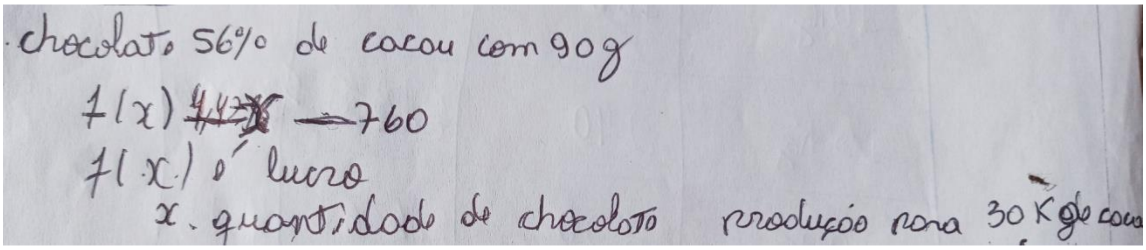
**Mapa 52 -** Etnomodelo construído pelo participante A15.



Fonte: Dados da pesquisa (2020).

A15 escolheu o etnomodelo L(x) = 4,57x – 760 para representar o possível lucro que poderá ser obtido com a fabricação e venda do chocolate C. Nesse caso, o participante considerou o valor das despesas como sendo R$ 760 (termo dependente), mas não incluiu o cacau nas despesas, uma vez que os assentados não pagam pelo produto; e o valor de R$ 4,57 como lucro por unidade vendida do produto.

**Mapa 53 -** Etnomodelo construído pelo participante A10


·chocolato 56% de cacau com 90g
f(x) ~~4,47x~~ — 760
f(x) o lucro
x. quantidade de chocolato produção para 30 Kg de cacau

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

O estudante A10 apresentou o etnomodelo f(x) = 4, 47x – 760 para representar o possível lucro que poderá ser obtido com a fabricação e venda do chocolate B. Nesse caso, o participante considerou o valor das despesas como R$ 760 (termo dependente), mas não incluiu o cacau nas despesas; e considerou o valor de R$ 4,47 como lucro por unidade vendida do produto.

Outra ideia de etnomodelos surgiu durante a entrevista que os estudantes fizeram com os funcionários da fábrica. Esses etnomodelos representar a forma como os funcionários fazem deduções sobre a produção de chocolate, as despesas e os possíveis lucros gerados na fabricação de chocolates. Essas ideias estão apresentadas nos Mapas 55 e 56.

**Mapa 54:** Etnomodelo de F3 para as despesas e dedução do possível lucro na fabricação de chocolate.

| |
|---|
| *Ele irá investir mais uns R$ 700 a R$ 750 que com o cacau será mil [...] terá de retorno de dois a três mil reais com o chocolate já pronto e embalado* |

Fonte: Dados da pesquisa (2020)

**Mapa 55:** Etnomodelo de F3 para as possíveis quantidades de chocolates produzidos com 30 kg de cacau.

| |
|---|
| *O chocolate com 90g devemos produzir de 250 a 350 unidades e o de 30g de 800 a 1000 unidades* |

Fonte: Dados da pesquisa (2020)

Nos etnomodelos apresentados nos Mapas 46, 47, 48, 49 os participantes sistematizaram a produção de chocolate para 30 Kg de cacau, calculando a quantidade que poderia ser possível de ser produzido, e seus possíveis lucros e despesas, sendo que dessa forma, esses etnomodelos poderiam contribuir para os funcionários melhorem a gestão da produção de chocolate na fábrica. Isso porque na época da visita na unidade de produção, foi dito pelos funcionários que esses modelos não existiam, e esses valores não haviam sido sistematizados. No entanto, no etnomodelo do Mapa 48 foi possível perceber que os assentados poderiam fabricar de 477 até

1785 unidades com 30 Kg de cacau e ter um lucro variando entre R$ 6 155,00 e R$ 7 925,00. Esses valores poderiam servir de base para que tenham um controle da produção, e usar estratégias para ampliá-la. Já os modelos algébricos dos Mapas 51, 52, 53, 54 poderiam ajudar os assentados a terem uma visão mais rápida do lucro (e ou prejuízo), a partir da quantidade de chocolate vendido.

### *4.3.6 Formalizando conceitos e elaborando etnomodelos: análise interpretativa*

Após a coleta dos dados, os estudantes foram convidados a organizá-los e manipulá-los por meio das atividades II, III, IV e VI. Nessas atividades, a organização dos dados era feita em tabelas, para que delas extraíssem informações sobre a fabricação de chocolate.

Pois, segundo Biembengut (2016, p. 197), após a familiarização com o tema e coleta (*Percepção e Apreensão*) os professores precisam levar "os estudantes a identificar alguns elementos do tema/assunto nos sentidos quantitativo e qualitativo", possibilitando que esses elementos dialoguem com o conhecimento que eles já possuíam e ensinando-os "a inteira-se do que ainda desconhecem" do conteúdo que está sendo trabalhado.

Nessa etapa, os estudantes foram instigados a formular hipóteses, para que eles não a "vejam como um conjunto de regras sem sentido" (BIEMBENGUT, 2016, p. 197). Logo, a formulação das hipóteses pelos estudantes contribui para uma reflexão inicial sobre o tema. Isso pode ser visto na hipótese de A1, A9 e A25 que afirmaram respectivamente que *"produzir chocolate é mais lucrativo, pois com trinta quilos de cacau uma pessoa poderá lucrar até R$ 3mil, para ter lucro", "tem que vender o chocolate todo, se não vai ter prejuízo", "vender o chocolate é mais vantajoso, mas ao vender o cacau o produtor não irá ter despesas."*, ou seja, na opinião dos estudantes a produção de chocolate é mais vantajoso, no entanto, é necessário que os chocolates sejam vendidos, caso contrário o assentado poderá ter prejuízo. Nesse caso, os estudantes puderam refletir sobre o conhecimento dos funcionários da fábrica (conhecimento êmico) e confrontá-los com os conhecimentos já interiorizados por eles (conhecimento ético).

Durante a manipulação dos dados, os estudantes passaram a organizá-los nas atividades II e III, como uma forma de expressar os dados (BIEMBENGUT, 2016). Durante a manipulação, começaram a emergir as primeiras ideias de relação, como "*duas hectares vou multiplicar por dois*" (A14), "*para as outros hectares, é só multiplicar por 3 e por 4*" (A9) o que possibilitou a assimilação do conceito de Função pelos estudantes.

Já na atividade IV, começou a ser formalizado o conceito de função por meio das relações trabalhadas nas atividades anteriores. Nesse processo, os estudantes desenvolveram dialeto[33]; como por exemplos “eles vão aumentando juntos” (A9), “número de cacau se liga a uma quantidade de chocolate” (A6) e “se aumentar a quantidade de cacau, aumenta o número de chocolate” (A9) para explicar o conteúdo matemático que estavam observando; essas expressões são maneiras de o estudante tentar explicar em linguagem natural aquilo que ainda não foi formalizado (BIEMBENGUT, 2016). Segundo Biembengut (2016), na medida em que os estudantes vão expressando os dados, as noções dos conceitos começam a emergir como padrões, relações, entre outros.

Após a expressão dos dados, o professor-pesquisador formulou o conceito de função e algumas definições que permeiam esse objeto matemático. Segundo Biembengut (2016, p. 199) a “apresentação do conteúdo da disciplina” ou objeto matemático deve ser um momento no qual o professor-pesquisador não poderá se afastar muito da temática que foi trabalhada; caso isso ocorra, poderá levar os estudantes a perderem o interesse pelo conteúdo a ser formalizado. Isso foi verificado durante a formalização do conceito de Função, definição de Função e outras definições trabalhadas; a consolidação do conteúdo ocorreu a partir das informações trabalhadas com os estudantes, e isso possibilitou diálogos constantes, durante esse processo, em que os estudantes participaram sugerindo, questionando e tirando dúvidas sobre o que era exposto pelo professor-pesquisador

Já na atividade VI, ocorreu a formulação dos etnomodelos sobre a produção artesanal de chocolate. Segundo Biembengut (2016), para a formulação de modelo (neste caso, etnomodelo), o estudante poderá expressá-los de duas maneiras, que são os modelos de escala, ou de analogia. Os modelos de escala abrangem maquetes, réplicas, protótipos, entre outros e modelos analógicos compreendem tabelas, curvas de níveis, diagramas, expressões, ou fórmulas, entre outros.

Dessa forma, pode-se observar que as primeiras noções de etnomodelos fomentadas pelos estudantes foram de representação gráfica.

Logo, os etnomodelos apresentados pelos estudantes foram todos do tipo analógico de representação gráfica, ou de representação algébrica. No caso dos etnomodelos de representação gráfica, estão desenhos e gravuras, gráficos, curvas de níveis, quadro, entre outros.

[33] Segundo comentários de Milton Rosa durante a defesa da dissertação: “o dialeto está relacionado com os jargões locais... que devem ser respeitados, mas também utilizados na linguagem formalizada... que também é importante, pois o próprio D'Ambrosio comenta sobre a importância da matemática escolar para a formação dos alunos, mas sempre respeitando as práticas e os jargões matemáticos locais”.

Observa-se, nas unidades de registro, que as primeiras noções de etnomodelos apresentadas pelos estudantes foram representações gráficas, pois, ao sugerir *"mostrar os cálculos"; "tabelas";* e *"cartazes"*, eles tinham em mente uma espécie de instrumento no qual os dados fossem apresentados na fábrica. Acredita-se que essa ideias de etnomodelos começaram a emergir, mesmo que de forma limitada, porque os estudantes poderiam não estar familiarizados com outros métodos de exposição de dados.

Esses modelos podem ser observados nas unidades de registros dos bancos de dados (cartaz) representadas nos Mapas 46 e 47. E todos os etnomodelos individuais foram feitos de forma semelhante aos dos participantes A9, A22, A5 (Mapas 48, 49 e 50 respectivamente).

Segundo Biembengut (2016), os modelos de representação algébrica podem ser equações, funções, leis, algoritmos, entre outros. Nesse caso, os participantes formularam seus etnomodelos na representação algébrica. Dessa forma, podemos inferir que foram representados na descrição dessa categoria nos Mapas 51, 52, 53 e 54.

De acordo com a natureza, os etnomodelos construídos pelos estudantes foram dos tipos ético e dialógico, para construir esse etnomodelos os estudantes se fundamentaram nos modelos êmicos propostos pelos funcionários da fábrica. Segundo Rosa e Orey (2017, p. 46-53), "etnomodelos êmicos estão baseados nas características que são importantes para o sistema retirados do cotidiano daqueles que estão sendo modelados", éticos são elaborados a partir das interpretações que o observador "externo aos sistemas retirado do cotidiano que está sendo modelado" e no etnomodelo dialógico observa que "a compreensão da complexidade dos fenômenos matemáticos somente é verificado no contexto do grupo cultural no qual esses fenômenos foram desenvolvidos" (ROSA; OREY, 2017, p. 62).

Na pesquisa, pode-se inferir que os etnomodelos usados pelos funcionários da fábrica correspondem a etnomodelos êmicos uma vez que, representa a maneira que eles olham para a produção de chocolate fazendo deduções da quantidade de chocolate produzido e dos possíveis lucros. Esses etnomodelos serviram como base para os estudantes modelassem a produção de chocolate da fábrica. Esses etnomodelos êmicos foram apresentados por F3 e demonstrados nos Mapas 55 e 56.

A pesquisa apontou que, durante a formalização dos etnomodelos, em alguns casos, os estudantes consideraram apenas os valores das despesas "reais", ou seja, aquelas que os assentados precisam pagar. O valor do ingrediente cacau, portanto, foi desconsiderado pelos estudantes, uma vez que eles não concordaram com os funcionários da fábrica, em considerá-los como parte das despesas. Os etnomodelos foram, assim, formulados a partir da perspectiva dos estudantes, e são denominados etnomodelos éticos. Os etnomodelos éticos construídos são os bancos de dados representados nos Mapas 47 e 48 e todos os etnomodelos semelhantes aos dos participantes A22 (Mapa 49), A18 (Mapa 52), A5 (Mapa 50), A15 (Mapa 53) e A10 (Mapa 54).

Nos modelos dialógicos, os estudantes observaram os argumentos oferecidos pelos funcionários da fábrica, considerando todas as despesas no valor de R$ 1.000, pois os estudantes concluiram que se o assentado não vender os chocolates fabricados, ficará no prejuízo, uma vez que, se tivesse vendido as amêndoas, teria o lucro de R$ 240. Todos os etnomodelos dialógicos apresentados pelos participantes foram feitos do tipo analógico de representação algébrica e semelhantes ao do estudante A9 (Mapa 51), no entanto o quadro 2 da atividade II (Mapa 19) correspode uma entomodelo de dialógico analógico de representação grafica, este etnomodelo está representado no mapa 48 (A9), vale salientar que todos os participantes concluiram o preenchimento da ativiade II.

Analisando as unidades de registros, observa-se que, durante a construção dos etnomodelos, são considerados três aspectos. O primerio é que os estudantes usaram os elementos trabalhados na construção do conceito de Função, para elaborarem seus etnomodelos.Talvez por influência da dinâmica adotada em todos as etapas para a construção do conceito, foi possível perceber que 17 participantes os fizeram por representações algébricas, ou seja, usando a expressão da Função afim para construir seus modelos; a segunda é que os estudantes construíram seus etnomodelos tendo que confrontar as informações dos funcionários da fábrica com o seu nível de compreensão da realidade; nesse caso, obtiveram modelos éticos e dialógicos; e o terceiro corresponde à complexidade dos modelos para representar o lucros sobre a fabricação de chocolate, observando que todos os modelos procuraram representar o lucro, e quealguns etnomodelos são ideais para representar o lucro por meio da produção.

Logo, a partir dos dados desta pesquisa, conclui-se que, ao modelar a produção de chocolate por meio do conceito de Função, os estudantes usam elementos como tabelas e a expressão da Função, a fim de representar os valores da produção, que, nesse caso, foi o lucro em função da quantidade de chocolate produzido e que os etnomodelos são capazes de sistematizar os dados que poderão construir para os funcionários da fábrica calcularem os possiveis lucros. Dessa forma podemos inferir que os estudantes conseguiram modelar a produção da fábrica de chocolate por meio de etnomodelos gráficos e algébricos dos tipos éticos e dialógicos, para isso eles usaram os etnomodelos êmicos fornecidos para sistematizar as informações sobre a produção e construir os etnomodelos. Dessa forma, podemos inferir que os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental modelaram a produção artesanal de chocolate em uma fábrica usando as informações fornecidas pelos funcionários da fábrica, sistematizando a produção em quadro e usando a fórmula algébrica da função.

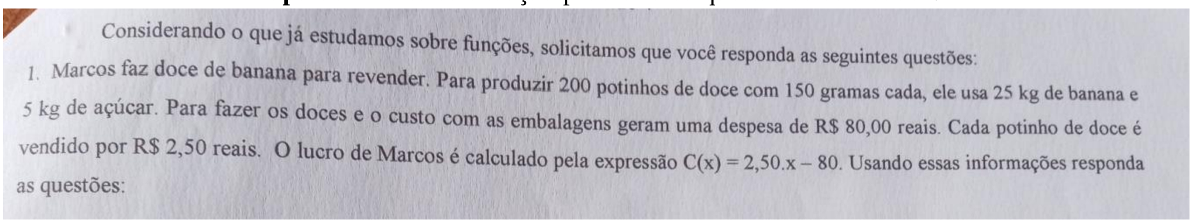
Nessas atividades, os estudantes formularam hipóteses; expressaram dados; familiarizaram-se com o conceito; ajudaram a formular o objeto matemático; e construíram o modelo. Com isso, conclui-se que essa categoria representa a fase da Modelagem na Educação *Compreensão e Explicitação* proposta por Biembengut (2016).

## 4.4 Compreendendo Conceitos

Esta categoria foi instituída com as unidades de registros empregadas pelos estudantes na resolução de situações-problema, usando o conceito de função e avaliação da proposta de ensino.

Durante a unitarização, foram agregados, nessa categoria, os registros da atividade escrita e dos diálogos, considerando as informações e expressões usadas na resolução da atividade V e dos argumentos dos participantes a respeito dos etnomodelos. Primeiramente são analisadas as unidades de registro usadas durante a compreensão do conceito de Função. Nos extratos do corpo da pesquisa, foi possível notar que, em algumas situações, os estudantes não utilizaram os conceitos trabalhados, mas uma "rota de escape", as quatro operações, esvaziando a necessidade da compreensão do conceito em certos casos. O Mapa 57 apresenta a situação-problema da primeira questão da atividade V.

**Mapa 56 -** Texto da situação-problema da questão da atividade V



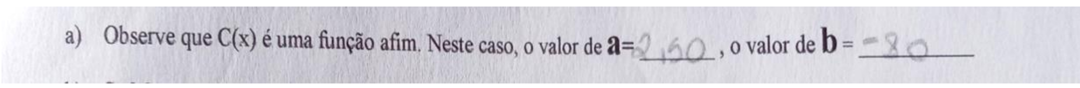
Considerando o que já estudamos sobre funções, solicitamos que você responda as seguintes questões:

1. Marcos faz doce de banana para revender. Para produzir 200 potinhos de doce com 150 gramas cada, ele usa 25 kg de banana e 5 kg de açúcar. Para fazer os doces e o custo com as embalagens geram uma despesa de R$ 80,00 reais. Cada potinho de doce é vendido por R$ 2,50 reais. O lucro de Marcos é calculado pela expressão C(x) = 2,50.x – 80. Usando essas informações responda as questões:

Fonte: dados da pesquisa (2020).

A questão era constituída de cinco itens, que investigavam se os estudantes tinham compreendido o conceito trabalhado e se era assimilado na resolução de problemas.

**Mapa 57 -** Resposta do participante A26 para o item a) da questão I da atividade V



a) Observe que C(x) é uma função afim. Neste caso, o valor de **a**= 2,50 , o valor de **b** = -80

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

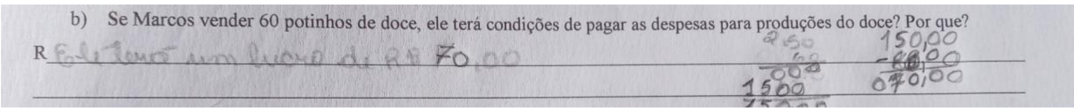
O Mapa 58 expõe a resposta do participante A26 para o item a) da questão 1. Durante a resolução do item, os estudantes usaram algumas expressões para nomear os termos dependentes (**a**) e independentes (**b**) da fórmula algébrica da Função afim. O aluno A2 questionou: "*professor, **a** é o número que multiplica o **x** e o **b** é o que soma, neste caso diminui né ?*"; o estudante A9 disse: "***a** é o número que multiplica por **x** e o **b** é o que fica sozinho*"; já o participante A8 afirmou: "*b é as despesas*". Nota-se que os participantes usaram termos como multiplicar, e multiplica por x, para se referir aos termos dependentes da Função afim; e soma, diminui, e **b** fica sozinho, para referir-se ao termo independente.

Vocábulos semelhantes foram usados também por outros estudantes ao se referirem aos termos da Função afim. Fica evidente que esses vocábulos foram usados como uma forma para assimilar o significado dos termos da expressão algébrica; essa foi a maneira que usaram para expressar o que viram. Nesses casos, eles usaram uma linguagem, talvez, presente em suas bagagens de conhecimento, que mais se adequasse ao novo conteúdo estudado; isso pode ter acontecido por não terem se apropriado do significado ou da nomenclatura de cada termo da Função afim.

Ao usar esses vocábulos, o estudante apropria-se de uma *adequação provisória de linguagem,* para tentar compreender o conceito estudado. Essa apropriação acorre quando o professor ensina o objeto matemático, como aconteceu nesta pesquisa, mas os estudantes não se apropriam das nomenclaturas corretas ou de parte dos significados do que foi estudado. Então, a adequação provisória de linguagem é usada quando o estudante não consegue explicar em linguagem formal da matemática os conceitos estudados ou quando não tem uma apropriação clara dos conceitos trabalhados. Logo, representa uma compreensão parcial dos conceitos, mas não atrapalha a conclusão do que é solicitado. Essa adequação provisória de linguagem foi usada também na questão 2, com palavras semelhantes. Concluímos que a nomenclatura correta é: O valor do termo dependente (a) é 2,50 e o valor do termo independente (b) é – 80.

Os Mapas 59, 60 e 61 apresentam as respostas dos estudantes A8, A9, A14, para o item **b** da questão 1 da atividade V.

**Mapa 58 -** Resposta do estudante A9 para o item b) da atividade V


b) Se Marcos vender 60 potinhos de doce, ele terá condições de pagar as despesas para produções do doce? Por que?

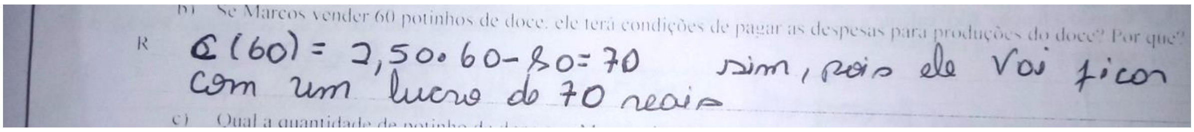
R Ele terá um lucro de R$ 70,00

2,50 × 60 = 000 + 1500 = 150,00

150,00 − 80,00 = 070,00

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

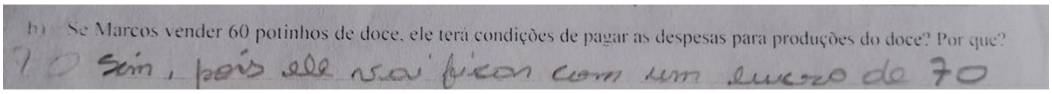
**Mapa 59** - Resposta do estudante A8 para o item b) da atividade V


b) Se Marcos vender 60 potinhos de doce, ele terá condições de pagar as despesas para produções do doce? Por que?

R C(60) = 2,50·60-80=70 sim, pois ele vai ficar com um lucro de 70 reais

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

**Mapa 60 -** Resposta do estudante A14 para o item b) da questão 1 da atividade V


b) Se Marcos vender 60 potinhos de doce, ele terá condições de pagar as despesas para produções do doce? Por que?

70 Sim, pois ele vai ficar com um lucro de 70

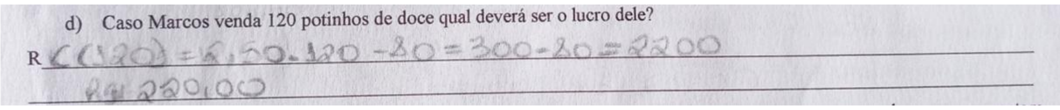
Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Ao analisar as unidades de registro do item **b** da questão 1 da atividade IV, percebe-se que todos os estudantes apresentaram a resposta correta, cujo lucro de Marcos é R$ 70. É possível notar tipos de respostas mostradas nos Mapas 57, 58 e 59. Pode-se observar nos registros três tipos de soluções: Na primeira, os estudantes apresentaram as respostas acompanhadas com operações de multiplicação e subtração (A9) para explicar os passos usados na solução; na segunda, foi usada a expressão algébrica durante o desenvolvimento do item; e, no terceiro, os estudantes apresentaram apenas o valor do lucro de Marcos (A14) sem explicar como chegaram àquela conclusão.

Analisando o primeiro tipo de solução, se entende que, mesmo não usando a expressão algébrica, os estudantes conseguiram compreendê-la e interpretá-la. Isso porque os estudantes usaram a multiplicação e encontraram o produto (valor da venda dos potinhos) entre o termo dependente (valor unitário de cada potinho de doce) e a variável (quantidade de potinhos) e, em seguida, fizeram a subtração do produto pelas despesas. Ficando implícita a expressão, ou seja, o estudante A8 atribuiu a quantidade de 60 potinhos para a variável x e multiplicou pelo termo dependente da função (2,50) e depois subtraiu do produto o valor da despesa, que era R$ 80. Nesse caso, o estudante usou a lógica do algoritmo dado para fazer o cálculo.

Apesar do raciocínio do estudante estar correto, faz-se necessário conscientizá-lo da importância do uso da expressão com o objetivo de se familiarizar com os termos da Função afim. Os registros revelaram que no item **d** da questão 1, cuja a resolução é semelhante ao do item **a**, quase todos os estudantes usaram a expressão, com exceção de dois participantes, que usaram a multiplicação e subtração, e um que colocou o valor do lucro. Para o item **d**, o lucro de Marcos é R$ 220. O estudante A9, mesmo não usando a expressão, no primeiro caso, usou-a para este último, o que é comprovado no Mapa 62.

**Mapa 61** - Resposta do estudante A9 para o item d) da questão 1 da atividade V



d) Caso Marcos venda 120 potinhos de doce qual deverá ser o lucro dele?

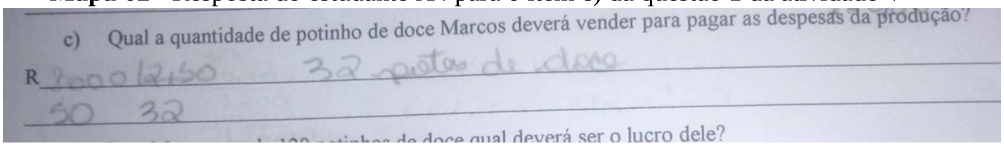
R C(120) = 2,50.120 - 80 = 300 - 80 = 2200

R$ 220,00

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

No item **c** da questão 1, a finalidade era direcionar os estudantes para calcular o zero da função, ou seja, C(x) = 0.  O Mapa 63 apresenta a resposta do aluno A4 para esse item.

**Mapa 62** - Resposta do estudante A4 para o item c) da questão 1 da atividade V



c) Qual a quantidade de potinho de doce Marcos deverá vender para pagar as despesas da produção?

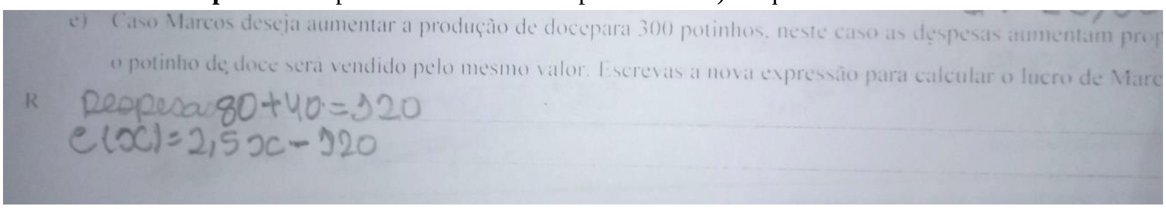
R 8000 | 2,50 32 potes de doce

50 32

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Nos registros, ficou evidente que todos os estudantes apresentaram a resposta correta para o item c), ou seja, Marcos deverá vender 32 potinhos de doce para pagar as despesas e usaram o método de resolução semelhante ao do estudante A4. Nesses cenários, nenhum participante usou a expressão C(x) = 2,50x – 80. No Mapa 61, fica visível que a resolução foi obtida, por A4, dividindo o valor das despesas (R$ 80) pelo valor unitário de cada potinho (R$ 2,50).  Observada a resolução, infere-se que os estudantes compreenderam o que foi solicitado no item c), no entanto, não usaram o algoritmo.

**Mapa 63** - Resposta do estudante A8 para o item e) da questão 1 da atividade V



e) Caso Marcos deseja aumentar a produção de docepara 300 potinhos, neste caso as despesas aumentam pro
o potinho de doce será vendido pelo mesmo valor. Escrevas a nova expressão para calcular o lucro de Marc

R despesa 80+40=120

C(x)=2,5x-120

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

No item e), da questão 1 da atividade V, procurou-se verificar se os participantes eram capazes de modificar a expressão C(x)= 2,50x – 80. Os registros evidenciam que todos os estudantes conseguiram encontrar a nova expressão para a venda de doces, que era C(x) = 2,5x -120, caso Marcos aumente a produção em cem unidades. A lógica usada pelo aluno A8, para a resolução, é apresentada no mapa 62. Primeiramente, o participante calculou as despesas e depois a substituiu na expressão para calcular o lucro de Marcos. O diálogo a seguir apresenta o compartilhamento de informações entre os estudantes durante a resolução do item **e**.

*A9: Se Marcos aumentar a produção para 300 potinhos, aumenta 100 potinhos.*

*A1: 100 é metade de 200.*

*A11: Então, o valor que aumenta é metade de 80.*

*A9: Verdade, A11, as despesas de Marcos que vai aumentar é metade de 80.*

*A8: É isso mesmo, A11, metade de 80 é 40, vai ser R$ 120.*

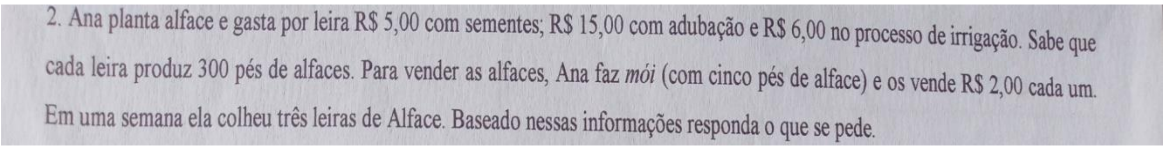
*A4: Isso, as despesas é R$ 120.*

Nesse diálogo, o compartilhamento de informações contribuiu para a manutenção de um raciocínio entre os participantes, para que chegassem ao valor das despesas, na hipótese do aumento da produção em cem potinhos de doce. Essa dinâmica de compartilhamento de informações, para resolução da situação, oral e coletivamente, contribui para exercitar o aprimoramento da habilidade de fazer cálculos mentais, em que um estudante vai contribuindo com a informação do colega e daí surgem as ideias como "*aumenta 100 potinhos*" *(A9)*, "*100 é metade de 200*" *(A1)*, "*então, o valor que aumenta é metade de 80*" *(A9)* e "*metade de 80 é 40*" *(A8)*. Analisando os diálogos dos estudantes e as respostas da atividade, foi possível observar que os estudantes que colocaram apenas a resposta dos itens, participaram de discussões coletivas na formulação de estratégias para encontrar as respostas dos itens.

### *4.4.1 Análise dos itens da questão 2 da atividade V*

A questão 2 da atividade V procurou investigar a possibilidade de os educandos compreenderem as informações fornecidas em uma situação hipotética, para expressá-las no algoritmo da Função afim. No espaço de tempo do desenvolvimento dessa questão, os estudantes compartilharam informações entre si, buscando meios para solucionar o que era solicitado em cada item, e as unidades de registro dessa questão foram usadas para criar um texto síntese no final desta seção. O Mapa 65 apresenta o texto da questão 2.

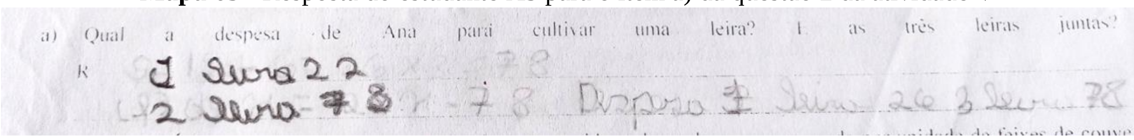
**Mapa 64** - Texto da situação-problema da questão 2 da atividade V


2. Ana planta alface e gasta por leira R$ 5,00 com sementes; R$ 15,00 com adubação e R$ 6,00 no processo de irrigação. Sabe que cada leira produz 300 pés de alfaces. Para vender as alfaces, Ana faz *mói* (com cinco pés de alface) e os vende R$ 2,00 cada um. Em uma semana ela colheu três leiras de Alface. Baseado nessas informações responda o que se pede.

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

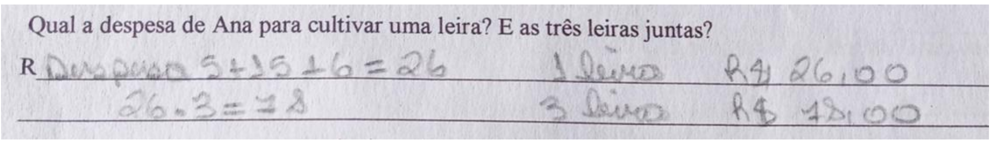
O item a) da questão solicitava que os estudantes calculassem as despesas para Ana cultivar 1 e 3 leiras de alface. Como resposta para o item a), foi encontrado que os estudantes registraram apenas os valores das despesas de Ana e, em outros registros, os estudantes usaram o seguinte esquema: Somaram os valores individuais das despesas encontrando as despesas para o cultivo de uma leira de alface, depois multiplicaram o total da soma anterior por três, encontrando as despesas para o cultivo de  três leiras (Mapas 66 e 67).

**Mapa 65** - Resposta do estudante A5 para o item a) da questão 2 da atividade V




Fonte: Dados da pesquisa (2020).

**Mapa 66** - Resposta do estudante A9 para o item a) da questão 2 da atividade V


Qual a despesa de Ana para cultivar uma leira? E as três leiras juntas?

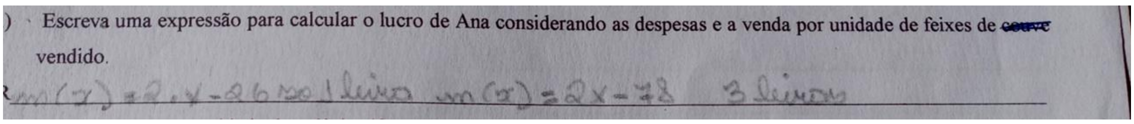
R Despesa 5+15+6=26 1 leira R$ 26,00

26.3=78 3 leiras R$ 78,00

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

A resolução do item a) era pré-requisito para responder ao item b). No item b), foram encontrados dois tipos de respostas; nas unidades de registros, alguns estudantes escreveram apenas uma expressão, para calcular o lucro de Ana ou no cultivo de uma leira ou de três leiras, e outros escreveram as duas expressões, uma para cada caso solicitado. Os Mapas 68 e 69 apresentam as respostas dos estudantes A9 e A15, respectivamente.

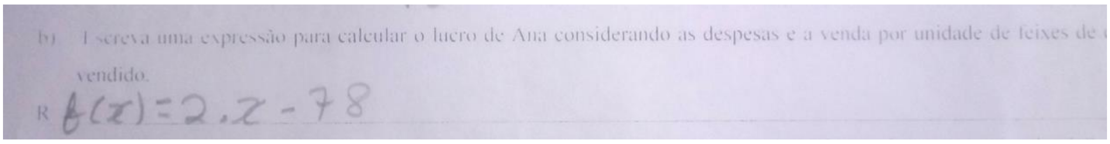
**Mapa 67** - Resposta do estudante A9 para o item b) da questão 2 da atividade V


Escreva uma expressão para calcular o lucro de Ana considerando as despesas e a venda por unidade de feixes de ~~couve~~ vendido.

m(x)=2.x-26 1 leira m(x)=2x-78 3 leiras

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

**Mapa 68** - Resposta do estudante A15 para o item b) da questão 2 da atividade V

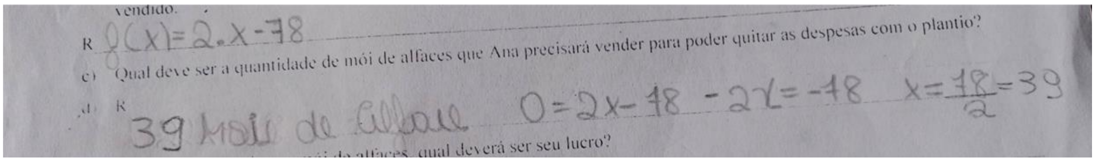



Fonte: Dados da pesquisa (2020).

O estudante A9 usou a mesma letra **m** para representar as funções diferentes m(x)=2.x - 26 e m(x)=2.x - 78 para calcular o lucro de Ana no cultivo de uma ou três leiras, respectivamente. O ideal seria que cada função fosse representada por letras diferentes; no caso, o estudante A15 usou a representação f(x)=2x - 78 para o lucro de Ana no cultivo de três leiras. Essas unidades de registro evidenciam que eles conseguiram compreender as informações da situação-problema e as expressaram na fórmula algébrica de Função afim, conseguindo distinguir e extrair cada elemento dela.

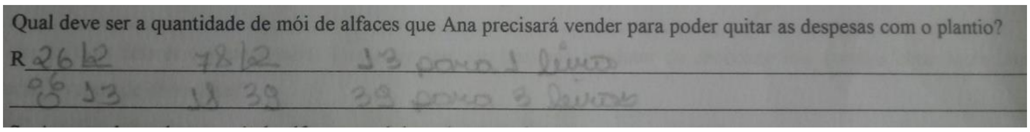
Alguns resultados do item c) dessa questão apresenta semelhança com as unidades de registro do item c) da questão 1, ou seja, 12 estudantes não usaram as expressões m(x)=2.x - 26 e f(x)=2x - 78 para encontrar o valor de x, que corresponde ao zero da função, mais uma vez, as respostas foram encontradas dividindo as despesas pelo valor unitário de cada molho (mói) de alface; encontrando as respostas de 13 e 39 molhos de alfaces que Ana precisará vender no cultivo de uma e três leiras respectivamente; no entanto, 16 estudantes usaram uma das expressões para calcular o zero da função, ou seja, a quantidade de molho de alface que Ana precisará vender para pagar as despesas.

**Mapa 69** - Resposta do estudante A15 para o item c) da questão 2 da atividade V




Fonte: Dados da pesquisa (2020).

**Mapa 70** - Resposta do estudante A9 para o item c) da questão 2 da atividade V




Fonte: Dados da pesquisa (2020).

No Mapa 70, o participante usou o algoritmo para calcular a quantidade de molho de alface que Ana deverá vender para quitar as despesas para cultivar 3 leiras de alface. Observa-se que ele expressou 0=2x -78 e, em seguida, escreveu -2x = -78; nesse caso, não ficou evidente como ele chegou a essa conclusão. Se foi somando o simétrico -2x em ambos os membros da equação, ou usou um atalho muito popular na resolução da equação, que é “passa para o segundo membro com sinal trocado” (adequação provisória de linguagem). Depois, o participante apresenta x = $\frac{78}{2} = 39$, e mais uma vez também foi apresentado como ele chegou a essa conclusão.

A etapa para a resolução deveria ser a seguinte:

0=2x – 78 somando o simétrico de – 2x, em ambos os lados, tem-se 0 + (-2x) = 2x – 78 + (-2x), obtendo-se - 2x = -78, agora, como o primeiro membro está negativo, multiplica-se tudo por – 1 e, obtendo-se 2x = 78. Para finalizar, divide-se ambos os membros por $\frac{2x}{2} = \frac{78}{2}$, logo x = 39

**Resumidament**e

0=2x – 78

0 + (-2x) = 2x – 78 + (-2x)

- 2x = -78 . ( – 1)

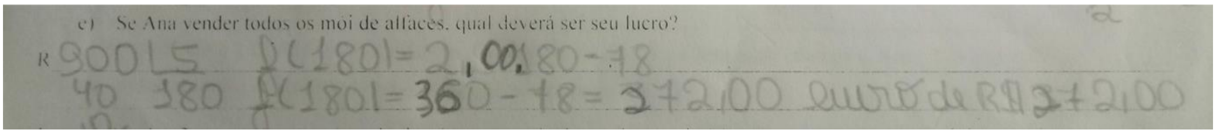
$\frac{2x}{2} = \frac{78}{2}$,

x = 39

Nas unidades de registros, verificou-se que outros estudantes resolveram a questão de modo semelhante à do Mapa 71. Para esse item, pode-se observar que, mesmo os estudantes não usando todos os passos (aparentemente) para resolver uma equação do 1º para encontrar o zero da Função afim, foi possível notar que eles compreenderam como calcular o zero da função, fazendo a substituição de f(x) = 0 e resolver usando o algoritmo.

Para o item d), os registros mostram que todos os estudantes usaram uma das expressões, as estratégias m(x)=2.x - 26 e f(x)=2x – 78[34]. Esse resultado consta no Mapa 72.

**Mapa 71** - Resposta do estudante A15 para o item a) da questão 2 da atividade V

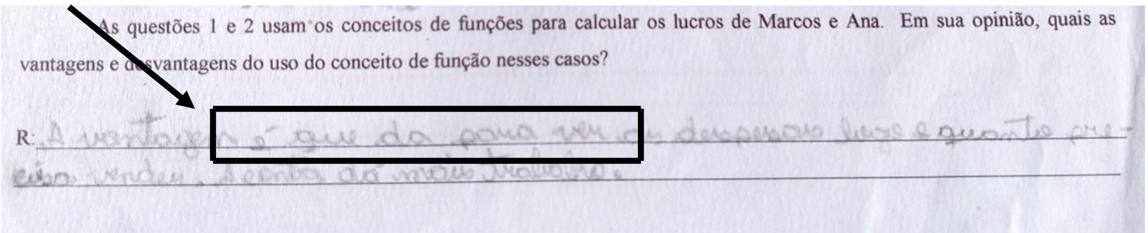



Fonte: Dados da pesquisa (2020).

[34] Foram usadas outras letras, além de m e f, para representar a expressão.

Quando se compara as unidades de registros da questão 1, com as unidades de registros da questão 2, percebe-se uma evolução gradativa no uso da fórmula algébrica da Função afim f(x) = ax – b pelos participantes, sugerindo que, na medida em que eles estavam resolvendo situações, iam se sentindo mais seguros para usá-la. Isso pode ser deduzido a partir da avaliação que fizeram da atividade V, ao falar das vantagens e desvantagens no uso da fórmula algébrica, alguns consideraram o "*uso da fórmula algébrica é difícil*" (A4), "*a conta fica muito grande*" (A15) e "*a conta dá mais trabalho*" (A9). A afirmação de A9 está representada no Mapa 73.

**Mapa 72** - Resposta do estudante A15 para o item a) da questão 2 da atividade V


As questões 1 e 2 usam os conceitos de funções para calcular os lucros de Marcos e Ana. Em sua opinião, quais as vantagens e desvantagens do uso do conceito de função nesses casos?

R: A vantagem é que dá para ver as despesas logo e quanto precisa vender. A conta dá mais trabalho.

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

O texto a seguir agrupa as principais unidades de registros, cujas informações permitiram sua elaboração. Nesse caso, os termos semelhantes foram considerados apenas uma vez. Durante a construção do texto, preferiu-se manter as unidades de registros da mesma maneira que foram encontradas no *corpus* da pesquisa, No entanto, optou-se por fazer apenas adequações dos verbos (em *itálico*) e a introdução de palavras ou expressões (em **negrito**) para dar sentido à união das unidades de registros e fluência na leitura do texto.

> O valor de a é o **número** que está com x, é o que está multiplicando, é o primeiro número, é o valor do preço do doce **e** do mói de coentro, **já o valor, o termo independente b** é o número que diminui, é o número que está sozinho, é o valor da despesa de Marcos **e** das despesas de Ana. *No caso de Marcos*, se ele vender 60 potinhos de doce, terá um lucro de R$ 70, **mas**, *ele* precisará vender 32 potinhos de doce para pagar as despesas, **neste caso**, ele não terá lucro *e* nem prejuízo. **Caso,** Marcos venda 120 potinhos de doce, terá um lucro de R$ 120. **Na hipótese dele aumentar a produção** para 300 potinhos, **temos que** cem é metade de 200, então, o valor que vai aumentar é metade de 80, **ou seja**, que é R$ 40, e as despesas serão de R$ 120. **Logo,** a *nova expressão para calcular* o lucro de Marcos é C (x) = 2,50x – 120.
> **Já no caso de Ana**, ela gasta R$ 5 com sementes; R$ 15 com adubo **e** R$ 6 para molhar as alfaces. **Por isso**, em uma leira, ela gasta R$ 26. *Para Três leiras, eu* multiplico por três as despesas para *cultivar* uma leira, **ou** eu posso somar este valor três vezes, que o resultado é R$ 78. **Logo**, *as expressões para calcular o lucro dela em* uma leira é f(x)= 2x – 26 **e** para três leiras m(x)=2x – 78. *Se* ela vender 32 móis de alface, ela não ganha nem perde, só perde o tempo dela. **Mas,** *se ela* vender 900 pés de alfaces, *dividido* por 5 pés por mói, dá 180 mói; **neste caso**, multiplica 180 por 2 e diminui 78 *(que é despesa)* do produto. Ela terá um lucro de R$ 282; **mas**, *para* uma leira, 300 pés de alface dar 60 móis, multiplica 60 por 2 e diminui **do produto** 26 e o

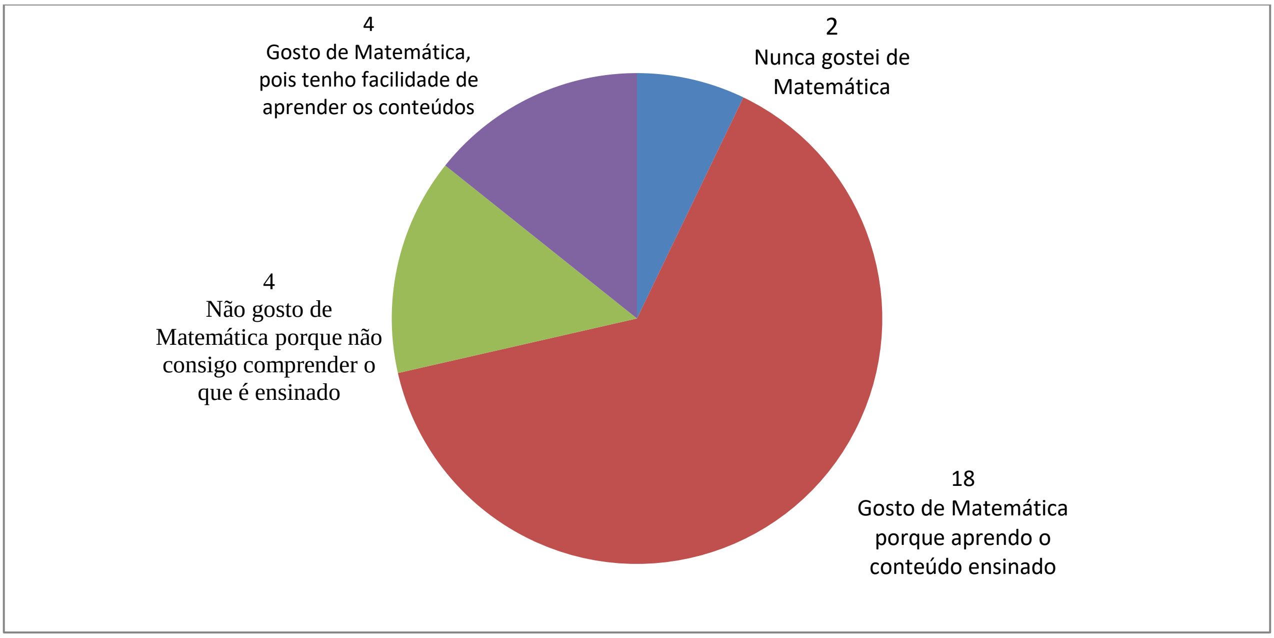
> lucro dela será de R$ 94,00. **Logo,** *o lucro para* uma leira *é* R$ 94 **e para** três leiras *o lucro é* de R$ 282.
> **A vantagem do uso de Função** *está em* prever logo as despesas de Marcos **e** Ana, dá pra ver o valor dos potinhos e o valor dos móis. *Mas dá pra fazer sem ela*, sem usar Função, **a Função** deixa a conta mais difícil, a conta fica muito grande e a conta dá mais trabalho **porque** a gente erra mais.

### *4.4.2 Avaliando o processo*

Nesta seção, apresentam-se os registros que os estudantes fizeram sobre a proposta de ensino. Essa avaliação foi feita por meio das questões 7, 8, 9 e 10 do questionário 2 (Mapa 26). As questões procuraram investigar a relação dos participantes com a Matemática, o grau de motivação dos estudantes ao participarem da aula de campo; a avaliação deles sobre as atividades propostas; dos enunciados das questões; e sobre o aprendizado do objeto matemático.

Na questão 4 do questionário 2 procurou-se verificar a relação do estudante com a Matemática. Nesse sentido, foi feito o seguinte questionamento: Você gosta de Matemática? Como alternativa, foram oferecidas as seguintes opções: Nunca gostei de Matemática; Gosto de Matemática porque aprendo o conteúdo ensinado; Não gosto de Matemática por não consigo compreender o que é ensinado; e Gosto de Matemática, pois tenho facilidade para aprender o conteúdo. Os dados dessa questão estão no Mapa 74.

**Mapa 73** – Relação do estudante com a matemática

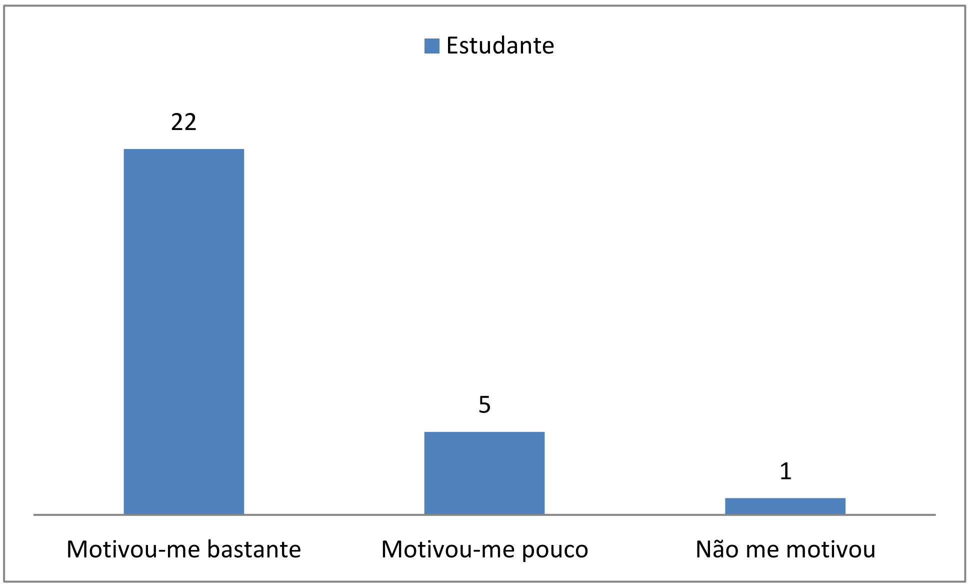



Fonte: Dados da pesquisa (2020).

No Mapa 74, nota-se que seis participantes não gostam de Matemática; quatro deles por não compreender o que é ensinado em sala de aula, deixando evidente que, quando os estudantes compreendem o que é ensinado, eles passam a gostar da disciplina. Esse argumento parece ser válido, porque, dos 22 estudantes que gostam da disciplina, 18 afirmaram que o motivo de gostar está no fato de aprender o conteúdo e quatro por ter facilidade de compreender o que é ensinado. Aqui, observa-se que aprender ou ter facilidade de aprender o conteúdo são fatores que os participantes usaram para afirmar que gostam da disciplina ou não; nesse caso, pode-se inferir que se os estudantes conseguem compreender o que é ensinado, poderá levá-los a se interessar mais pela disciplina de Matemática. Aqui, não é possível fazer uma generalização para esse fator, porque a quantidade de participantes é pequena.

Na questão 7 do questionário 2 (Mapa 26) procurou-se saber dos participantes quanto a aula de campo e a visita à fábrica os motivou a se interessarem pelo conteúdo de Matemática. Para isso, foram sugeridas as seguintes opções: motivou-me bastante, motivou-me pouco e não me motivou. Os dados estão expressos no Mapa 75.

**Mapa 74**– Motivação dos estudantes em relação à aula de campo e visita à fábrica



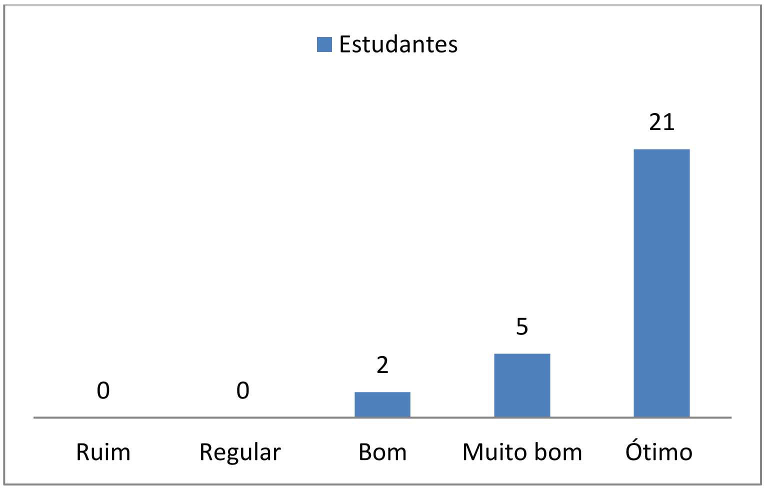

Fonte: Dados da pesquisa (2020)

Dos 28 participantes, quando questionados sobre a motivação da aula de campo e da visita à fábrica, 27 escolheram a opção motivou-me (22 participantes) bastante ou motivou-me pouco (cinco participantes) e um participante declarou que não se sentiu motivado pelo modelo de aula proposto no primeiro encontro. O que chamou a atenção foi o aluno A9, um dos mais participativos, durante as atividades, contribuindo, argumentando, questionando e ajudando os colegas durante todo o processo.

Quando analisados os dados desse estudante para a questão 4, ele afirma gostar de Matemática por ter facilidade em compreender os conteúdos trabalhados na disciplina; e para os itens que serão avaliados a seguir, considerou a atividade como ótima, os enunciados como claros e que aprendeu o conceito de Função. Acredita-se que faltou uma entrevista com o participante para compreender o(s) motivo(s) que não se sentiram motivado.

A questão 8 solicitava que os estudantes avaliassem as atividades desenvolvidas em ruim, regular, bom, muito bom e ótimo. Os dados dessa avaliação estão no Mapa 76.

**Mapa 75**– Avaliação dos estudantes sobre as atividades desenvolvidas

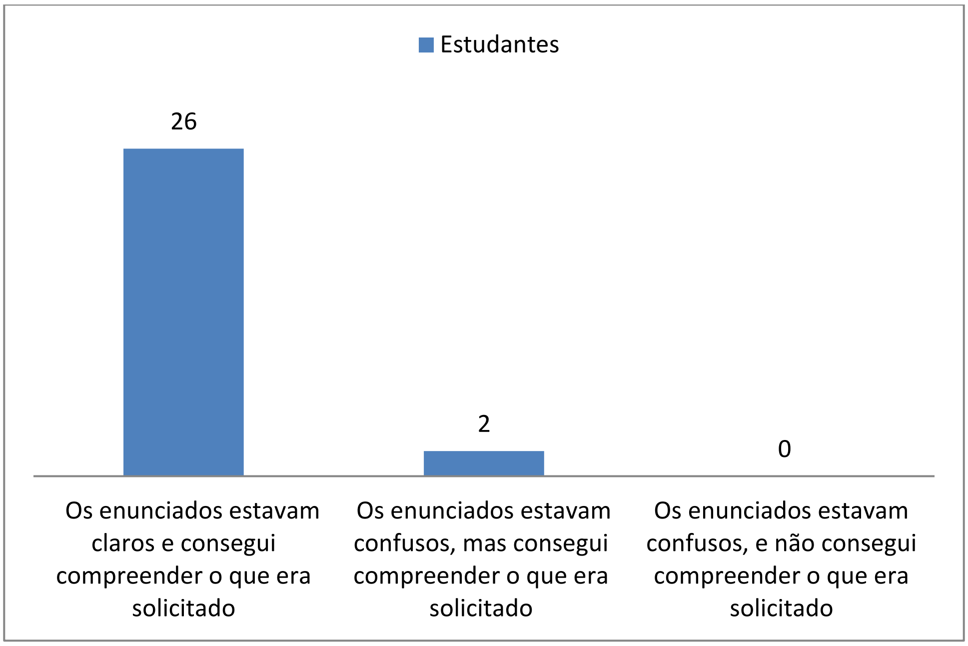



Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Sobre a avaliação das atividades, o Mapa 28 explicita que 28 participantes classificaram as atividades como: ótimo, muito bom e bom, sendo que 21 participantes as consideraram como ótimas. Isso leva a inferir que os estudantes se sentiram motivados para responder o que era solicitado.

O Mapa 77 apresenta os dados da questão 9, na qual foi solicitado para o estudante avaliar os enunciados das atividades.

**Mapa 76 –** Avaliação dos estudantes sobre os enunciados das questões das atividades

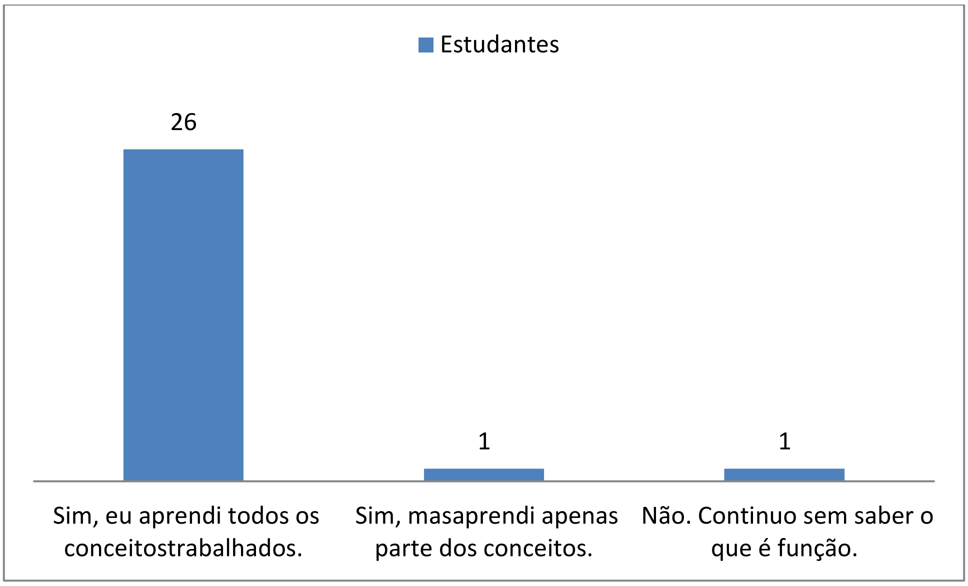



Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Sobre os enunciados das questões, 26 participantes os consideram claros e conseguiram compreendê-los e dois participantes os consideraram confusos, no entanto conseguiram compreendê-los. Aqui, faltou também uma entrevista com esses participantes para verificar quais partes dos enunciados eram confusos, para torná-los mais claros.

A questão 10 procurou verificar se o estudante compreendeu o objeto matemático estudado: Essas atividades ajudaram você a aprender o conceito de função? E foram oferecidas as seguintes opções: Sim, eu aprendi todos os conceitos trabalhados; sim, mas aprendi apenas parte dos conceitos; e não, continuo sem saber o que é função. No Mapa 78, estão os dados dessa avaliação.

**Mapa 77 –** Opinião dos estudantes sobre o auxílio das atividades na compreensão do conceito de função




Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Sobre o objeto matemático, 26 participantes afirmaram que as atividades ajudaram a compreender o conceito de função trabalhado; um compreendeu apenas parte do conceito; e um afirma que as atividades não o auxiliaram a compreender os conceitos. Ao analisar as opções anteriores, esse participante sentiu-se muito motivado; é um dos que nunca gostou de Matemática; e avaliou as atividades como muito boas.

## 4.5 Para Além do Conceito de Função

Para além do conceito de Função, emergiram das unidades de registros que os participantes tentaram compreender o sistema de gestão sobre produção de chocolate da fábrica e as ideias que eles nutriam sobre o grupo de produtores rurais. Os registros tanto orais quanto escritos explicitaram duas formas de compreender a atividade da fábrica alicerçadas nos argumentos dos participantes.

Percebeu-se, pelos registros, que os funcionários da fábrica, pela experiência, deduzem os possíveis lucros da produção fazendo estimativas, como se pode verificar nas unidades de registros da primeira categoria analisada – conectando duas realidades. A partir das informações contidas nas falas dos funcionários, os estudantes observaram que aqueles não dão os dados da produção sistematizados, porém, deduziram a produção e afirmaram que sempre vão obter lucros com a produção e venda de chocolate.

Essas informações serviram de suporte para analisar o modo dos funcionários da fábrica trabalharem.

Nesse caso, nas unidades de registro, constata-se que os estudantes A2, A3, A4, A9, A10, A11, A12, A13, A19, A24 e A27 tiveram dificuldade em compreender a maneira como os funcionários lidam com a produção. Os registros a seguir apresentam essas dificuldades.

> A2: *Eles falam que têm lucro, sem ter noção de quanto produzem, acho arriscado.*
>
> A9: *Eles deviam controlar a produção, contando todos os chocolates.*

Nessas unidades de registro, nota-se que alguns estudantes não concordam com a forma como os funcionários controlam a produção. Esses estudantes analisaram a produção de chocolate com um olhar de desconfiança, de que o resultado nem sempre poderá ser o esperado pelos produtores. Talvez os estudantes estivessem considerando as “metodologias” de gestão de produção diferentes das usadas pelos funcionários. Essa metodologia, talvez já interiorizada pelos estudantes, discordava do sistema usado pelos funcionários.

Nesses registros, os estudantes denotaram preocupação com o método adotado na fábrica, mesmo não explicando o porquê dessa preocupação; mas compreendem que a forma como os funcionários gerenciam a produção é “arriscada” e deveriam manter o controle da quantidade de unidades de chocolate produzido com 30kg de cacau.

Já A12 justificou que *“investir R$ 1,000 sem ter noção do verdadeiro lucro, não é bom”*; aqui, percebe-se o estudante não concorda em investir o R$ 1.000,00 sem ter certeza que o investimento na produção de chocolate irá produzir lucro;  pensamento semelhante teve A1 ao afirmar: *“Eles podem ir à falência”*. Em ambos os casos, pode-se deduzir que os estudantes compreenderam que o valor empregado na fabricação do chocolate é alto; investir sem garantia é *“[...] colocar esse dinheiro no fogo [...]”* (A12). Neste caso, entende-se que ao citar o termo fogo, o participante se refere que esse tipo de investimento poderá gerar prejuízo para o assentado.

Nas unidades de registros dessa categoria, nota-se que os estudantes usaram um tipo de conhecimento adquirido em sua trajetória escolar, ou de vida, para discordarem do tipo de gerenciamento da fábrica. Nesses casos, as únicas justificativas apresentada eram para evitar prejuízos.

No entanto, outros estudantes exploraram as informações tentando compreendê-las alicerçados nos princípios usados pelos funcionários, ao explicarem as vantagens da produção de chocolate. Para isso, consideraram a experiência como fator suficiente e decisivo para fazer inferências sobre a produção. Os estudantes A8, A15 e A20 afirmaram, respectivamente, que: *"eles estão por dentro do que estão dizendo, pois já têm uma noção sobre a produção"*; *"gente, eles sabem o que estão dizendo, pois eles trabalham nisso"* e *"pessoal, as pessoas que trabalham nisso, sabem mais ou menos quanto produzem"*. Os alunos procuraram explicar, assim, as vantagens da produção de chocolate do ponto vista daqueles funcionários.

Logo, as reflexões e inferências que os estudantes fomentaram sobre o sistema de gerenciamento da fábrica revelam que procuraram compreender a situação apresentada sobre o lucro da produção de chocolate usando suas visões de mundo, o senso crítico e percepções da realidade, a fim de argumentar e proferir opiniões.

Outro ponto que vai além dos conceitos estudados foi a aquisição de valores sociais pautada no respeito às ideologias, nos costumes e na história de vida das pessoas envolvidas no processo.

As unidades de registros revelaram que os estudantes nutriam algum tipo de preconceito a respeito das pessoas que integram o MST. As informações revelaram que o contato dos estudantes com esse grupo de produtores rurais contribuiu para desmitificar algumas ideias preconcebidas que nutriam a respeito das pessoas. Dessa forma, um ensino de Matemática contextualizado poderá proporcionar uma aprendizagem fundamentada no respeito, na valorização cultural, na valorização do outro.

Nota-se que os estudantes A8 e A9 acreditavam que as pessoas que moram no assentamento do MST eram preguiçosas e não tinham um sistema de produção naquele local; A16 concluiu que essas pessoas não eram vândalas. Essas ideias estão contidas nas unidades de registros a seguir.

> *A8: Pensei que eles não produziam nada.*
>
> *A9: Percebemos que os sem-terras não são preguiçosos.*
>
> *A16: Eles não são vândalos.*

O estudante A10 afirmou que tinha assistido a um vídeo no *YouTube* que classificava todos os integrantes do MST como baderneiros, vagabundos e violentos, mas *"não foi isso que vi lá"*. No caso, fica evidente que, durante o desenvolvimento da proposta de ensino, o estudante concluiu que a informação propagada no vídeo não procedia, naquela localidade, e que o estudante tinha uma compreensão do grupo baseada em material divulgado na internet.

Analisando as unidades de registro, notou-se que 19 estudantes, ou em registro oral, ou escrito, usaram expressão com sentido de que as pessoas do assentamento não eram preguiçosas ou vândalas.

A seguir, as mensagens estão reorganizadas sob forma de texto.

> Achei muito bacana, tudo que vi lá. **Essa visita** nos ajudou a conhecer melhor os sem-terras. No assentamento, percebemos que eles não são preguiçosos, não são vândalos e nem baderneiros. Pensava que eles não produziam nada, **uma vez que** tem vídeos um YouTube que *afirma* que os sem-terras são baderneiros, vândalos e violentos. Não foi isso que vi lá. Eles são trabalhadores.
> *A única coisa que achei* estranha, foi a forma que *eles gerenciavam* a produção de chocolate. **Pois** eles afirmam que têm lucro, sem ter noção do quanto produzem. Acho isso arriscado. Acredito que eles deveriam controlar a produção contando todos os chocolates. **Pois** investir R$ 1.000 sem ter noção do quanto vai lucrar, não é bom, poderá *levá-los* à falência **e** colocar seu dinheiro no fogo. **Mas meus colegas concordam** *com eles e justificam que* as pessoas que trabalham na fábrica estão por dentro. E sabem o que estão dizendo; eles têm uma noção sobre a produção; eles trabalham nisso, sabem mais ou menos quanto é produzido, eles são experientes nesses pontos.

**Em suma...**

Nessa categoria, procurou-se compreender como os estudantes abordaram informações sobre a forma como os integrantes do assentamento são vistos dentro do contexto cultural do estudante e como eles os enxergaram, durante o desenvolvimento da proposta de ensino, e como esses educandos compreenderam a “gestão” de produção do chocolate.

As unidades de registros evidenciaram que alguns estudantes nutriam ideias preconcebidas sobre os integrantes do assentamento de produtores do MST daquela localidade. Eram estereótipos, como baderneiros, vândalos e preguiçosos.

O professor-pesquisador não fomentou discussão com os estudantes para tentar compreender, por exemplo, porque eles acreditavam que os integrantes do MST não são baderneiros, o que os levar a pensar que eles eram baderneiros e o que os fizeram mudar de opinião, uma vez que esse não era o objetivo da pesquisa, mas elementos que surgiram durante processo, mas não foram objeto de análise.

Outros elementos interessantes foram a avaliação que os estudantes fizeram sobre a “gestão de produção da fábrica”. Nesse cenário, conseguiram formular argumentos válidos para justificar seu ponto de vista ao concordar ou discordar dos funcionários da fábrica, por estes não terem uma sistematização da produção, ou seja, não terem a quantidade de chocolates produzida para certa quantidade de cacau.

Esse tipo de análise, feita pelos estudantes a respeito da fabricação de chocolate, auxiliou a desenvolverem uma percepção crítica sobre aquela realidade, pois fizeram inferências, comparações e exploraram possibilidades da produção gerar lucro ou prejuízo.

Essas afirmações, tanto sobre a compreensão de um novo estereótipo do grupo e análise de sua gestão na produção de chocolate, ajudam a compreender esse tipo de atividade e contribui para que, por meio da Matemática, os estudantes possam entender, concordar ou não, com as informações provenientes de grupos sociais, oferecendo possibilidades aos estudantes de compreendê-las do ponto de vista dos integrantes daquele grupo, como aconteceu nesta pesquisa.

### *4.5.1 Para além do conceito de função: Análise interpretativa*

Nessa categoria sobre a produção de chocolate, observaram-se **pontos de vistas diferentes**, sobre as abordagens êmica e éticas da Etnomodelagem (ROSA; OREY, 2017). Foi possível observar dois modos diferente de olhar a produção de chocolate. Os funcionários da fábrica, pela experiência, deduzem os possíveis lucros da produção fazendo estimativas, como se verifica nas seguintes unidades de registros: *"ele irá investir mais uns R$ 700 a R$ 750 que com o cacau será mil"* (F3); *"terá de retorno de dois a três mil reais com o chocolate já pronto e embalado"* (F3) e *"Não sabemos; mas o chocolate com 90g devemos produzir de 250 a 350 unidades e o de 30g de 800 a mil unidades"* (F3). Esses registros mostram que os funcionários não têm os números da produção sistematizados, porém, pela experiência, deduzem a produção e afirmam que sempre obterão lucro.

Olhar a produção de chocolate do ponto de vista dos funcionários, é compreendê-la do ponto vista êmico (ROSA; OREY, 2017). Nesse caso, constatou-se que alguns estudantes tiveram dificuldade de compreender essa maneira de lidar com a produção, do ponto vista dos locais, o que pode ser verificado nos seguintes registros: *"eles dizem que têm lucro sem ter noção de quanto produzem, acho estranho eles afirmarem isso"*(A8); *"eles deve utilizar mais a Matemática para verificar quantos chocolates produz e controlar a venda"* (A14); e *"eles devem usar a Matemática para fazer controle da quantidade de produtos produzidos"*(A5).Os estudantes tentaram compreender com um olhar externo, analisando a produção de chocolate em uma perspectiva ética, por isso, não concordaram com a forma como os funcionários controlam a produção. Neste caso, esses estudantes consideraram outros modelos de gestão de produção, talvez já interiorizados por eles, para discordar da metodologia adotada pelos funcionários.

No entanto, outros estudantes conseguiram compreender os princípios aplicados na produção; para isso, consideraram a experiência como fator suficiente para fazer inferências sobre a produção; isso pode ser notado nas seguintes unidades de registro: *"eles dizem que têm* *lucros, sem ter um controle, se estivessem tendo prejuízo já teriam entrado em falência"*; *"eles estão por dentro do que estão fazendo, pois já tem uma noção sobre a produção"* (A7)*;* e *"gente, eles sabem o que estão dizendo, pois eles trabalham nisso"*(A18). Nesses casos, os alunos procuraram o processo de produção do ponto de vista específico daquela localidade, baseando-se nas experiências. Isso ocorre porque, segundo D'Ambrosio (2001, p. 80), "a matemática contextualizada se mostra como mais um recurso de solucionar problemas novos que, tendo se originado da outra cultura, chegam exigindo os instrumentos intelectuais dessa nova cultura", ou seja, a inquietação dos estudantes sobre a forma como os funcionários da fábrica lindam com a produção de chocolate caracteriza um "problema novo" para eles, que tentam compreendê-lo a partir da bagagem cultural que acumularam.

A aula de campo proporcionou uma **mudança de opinião** dos estudantes, uma vez que, ao conhecer a história dos assentados, foram desmitificadas algumas ideias preconcebidas que os participantes nutriam a respeito daquele grupo de pessoas. Dessa forma, deduziu-se que o ensino, por meio da Etnomodelagem, proporcionou uma aprendizagem fundamentada no respeito e na valorização cultural. Isso porque, segundo D'Ambrosio (2001, p. 82) Matemática contextualizada é uma estratégia desenvolvida pelos seres humanos "para explicar, para entender, para manejar e conviver com situações sensíveis, perceptíveis e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural".

**CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO**

Neste capítulo, foi apresentada a análise dos resultados da pesquisa, procurando compreender como os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental modelam a produção artesanal do chocolate de uma fábrica. Assim como os resultados do desenvolvimento da proposta de ensino, fundamentada na Etnomodelagem, para a construção de um modelo para a produção de chocolate por meio do conceito de Função, procurando compreender como os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental modelaram a produção artesanal de chocolate em uma fábrica.

A metodologia de análise foi baseada na análise de conteúdo e a compreensão das categorias foi feita pelo método descritivo e interpretativo (BIEMBENGUT, 2008; BARDIN, 2016; MORAES, 1999). Durante a pré-análise, foi feita a organização e a constituição dos documentos que formaram o *corpus* da pesquisa. Nesse espaço de tempo, foram feitas várias leituras do material.

Após a constituição do *corpus* da pesquisa, o material foi recortado em unidades de registros, e agrupadas em 18 temas, que foram sintetizados em 11 eixos temáticos.
Esses eixos temáticos foram reduzidos em categorias de análise. Essas categorias emergiram dos temas e eixos temáticos, considerando o aporte teórico, o objetivo da pesquisa e a questão da pesquisa. Logo, foram construídas as seguintes categorias: *Conectando duas realidades*; *Formalizando conceitos e elaborando etnomodelos*; *Compreendendo conceitos;* e *Para além do conceito de Função*.

A categoria *Conectando Duas Realidades* corresponde à fase da percepção e apreensão da modelagem na Educação proposta por Biembengut (2016). Nela, foi possível observar que os estudantes se familiarizaram com a produção artesanal de chocolate e tiveram a possibilidade de perceber a Matemática nos instrumentos usados para medir os ingredientes e conheceram um pouco da história dos assentados.

Na categoria *Formalizando Conceitos e Elaborando Etnomodelos,* foi descrita e analisada a construção do conceito de função, em especial, Função afim, por meio das atividades propostas; além disso, os estudantes construíram etnomodelos analógicos, do tipo algébricos, e gráficos para representar a produção de chocolate a partir dos dados fornecidos pelos funcionários da fábrica e das informações encontradas nas embalagens dos chocolates produzidos naquela localidade e a natureza dos etnomodelos foi ética e dialógica.

Na categoria *Compreendendo Conceitos,* analisou-se a forma como os estudantes usaram a definição e o algoritmo da Função, afim de resolver problemas. Percebeu-se que, à medida que os estudantes resolviam problemas, desenvolviam habilidades sobre a aplicação dos conceitos estudados.

E por último, *Para Além do Conceito da Função*, analisou-se a compreensão dos estudantes sobre o grupo cultural visitado nas aulas de campo, ao confrontarem suas convicções com a realidade encontrada durante a visita.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa teve como objetivo geral analisar o desenvolvimento de uma proposta de ensino fundamentada na Etnomodelagem, para a construção de um etnomodelo para a produção artesanal de chocolate, por meio do conceito de Funções. A pesquisa conseguiu atingir esse objetivo na medida em que, durante o desenvolvimento da proposta de ensino, os estudantes conseguiram construir etnomodelos para representar a produção de chocolate por meio dos elementos trabalhados para a construção do conceito de Função com quadros e algoritmos da função afim.

O trabalho foi estruturado em quatro capítulos, denominados Mapas. No Mapa de Identificação, foi apresentada uma síntese da história da região cacaueira e do crescimento da agricultura familiar na Bahia; as orientações oficiais sobre o ensino de função; a contextualização da pesquisa, os objetivos e os procedimentos metodológicos.

O Mapa Teórico dissertou sobre o porte teórico, que está fundamentado na Modelagem Matemática/Modelagem na Educação, Etnomatemática e Etnomodelagem. Durante o mapeamento das pesquisas recentes, foram encontradas cinco pesquisas que usam a Etnomodelagem como estratégia de ensino, nas quais os autores utilizam um contexto sociocultural para o ensino de conceitos matemáticos. Durante o mapeamento, ficou evidente que a Etnomodelagem é um campo de pesquisa em expansão. Foi também abordada a história do conceito de Função ao longo da história.

Na perspectiva de Kaiser e Sriraman (2006) essa pesquisa tem característica *realística* uma vez que os estudantes tiveram a oportunidade sistematizar e modelar uma situação real de uma fábrica de chocolate; *epistemológica* uma vez que toda a proposta de ensino foi estruturada com o objetivo de desenvolver o conceito de função; *educacional*, pois a proposta de ensino continha situações-problema autênticas para o desenvolvimento da teoria matemática; s*ociocrítica* uma vez que as situações trabalhadas nos encontro possibilitaram ao participante refletirem sobre a importância da matemática e dos modelos matemáticos dentro do contexto social trabalhado nos encontros.

Sobre o desenvolvimento da pesquisa seguiu os princípios do Mapeamento da Pesquisa Educacional sugerido por Biembengut (2008). A pesquisa possui natureza qualitativa e a metodologia de análise foi baseada na Análise de Conteúdo proposta por Bardin (2016), e foram criadas quatro categorias emergentes. Os dados de cada categoria foram focos de análises descritiva e interpretativa.

As unidades de registros revelaram que a aula de campo contribuiu, por meio do contato com os assentados, para que os estudantes eliminassem estereótipos depreciativos que nutriam por esse grupo de produtores rurais. Além disso, a aula de campo contribuiu para aproximar os estudantes das discussões em sala de aula, uma vez que os estudantes vivenciaram as etapas de coleta e construção dos dados, tornando o ensino de Matemática mais "agradável", na compreensão dos estudantes. Durante a visita ao assentamento os estudantes puderam verificar como os assentados gerenciavam a produção de chocolate da fábrica, por meio de tipo de conhecimento os alunos puderam criar hipóteses e construir etnomodelos, para isso eles usam visões êmica ou ética possibilitando uma visão crítica da situação que estavam modelando.

Logo, nesses estudo os estudantes compreenderam que o assentamento de produtores rurais, no qual foi feito a visita, é construído de uma História rica em elementos sociocultural que marcam a trajetória de vida e lutas desses produtores rurais.

Também foi possível observar que, durante a familiarização do tema, as áreas de conhecimento Modelagem na Educação, Etnomatemática e Antropologia Cultural começam a "misturar" na percepção e apreensão dando origem ao campo de estudo Etnomodelagem.

Foi observado também que, durante a organização e manipulação dos dados, os estudantes observaram a noção de relação, usando palavra como "multiplicar", para explicar a relação entre os elementos que apareciam nas atividades. Essa é uma forma de o estudante tentar explicar o que estavam observando, com a necessária formalização e a introdução das nomenclaturas corretas pelo professor. No entanto, mesmo após a explicação dos conceitos trabalhados pelo professor-pesquisador, o estudante passou a usar *adequação provisória de linguagem*, ou seja, por não ter se apropriado dos conceitos trabalhados, o aluno usou essa adequação para tornar os conceitos mais compreensíveis para ele, por isso é necessário que o professor trabalhe as nomenclaturas. E quando esse tipo de adequação foi detectado, ele deve trabalhar com os estudantes para que este aprenda a usar a definições corretas de cada conceito.

Para nortear esta pesquisa, foi feito o seguinte questionamento: *Como os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental modelam a produção artesanal de chocolate em uma fábrica, por meio do estudo de Funções?* Os registros mostraram que os estudantes modelaram a produção de chocolate usando tanto a abordagem dialógica, em que as informações dos assentados foram consideradas durante a construção de etnomodelos, quanto a abordagem ética, com os estudantes modelando a produção do ponto de vista deles. Neste caso, os etnomodelos elaborados pelos estudantes foram dialógicos, tanto de representação gráfica quanto de representação algébrica.

Para modelar a produção, os estudantes usaram elementos trabalhados durante a construção do conceito de Função, como tabelas e a fórmula algébrica da Função afim. Foi possível observar que os modelos conseguiram representar os possíveis lucros que os assentados poderiam obter com a venda de chocolate. Logo, observa-se, nos etnomodelos, que eles poderiam contribuir com os funcionários da fábrica, uma vez que os estudantes sistematizaram a produção.

Neste estudo, foi perceptível que o uso contextualizado do objeto matemático com o aspecto cultural contribuiu para que os estudantes se envolvessem no processo de ensino e aprendizagem; na construção de autonomia e superação de dificuldades de interagir com diferentes tipos de pessoas; contribuiu para que avaliassem pontos de vista, fazendo questionamento e contribuindo com os colegas e o professor-pesquisador durante os diálogos fomentados em sala de aula.

## REFERÊNCIAS


ARRUDA, S. M. *et al*. Da aprendizagem significativa à aprendizagem satisfatória na educação em ciências.**Cad. Bras. Ens. Fís.**, v. 21, p. 194-223, ago. 2004. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/6432/5948. Acesso em:jan.2020.

BARTON, B. Dando sentido à etnomatemática: etnomatemática fazendo sentido. *In*: RIBEIRO, José Pedro Machado *et al*. (Orgs.). **Etnomatemática**: papel, valor e significado. 2. ed. Porto Alegre: Zouk, 2006.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. 3. ed., 2. reimpr. São Paulo: Contexto, 2010.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação.** Porto: Porto Editora, 2010.

BIEMBENGUT, M.S. **Mapeamento na pesquisa educacional.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática na educação e na ciência**. São Paulo: Editora da Física, 2016.

BOYER, C. B. **História da matemática.** Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, Ed. da universidade de São Paulo, 1974.

BOYER, C. B. **História da matemática.** 3. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Base nacional comum curricular**. 3. versão. Brasília: MEC, 2017.

CARMINATI, N. L. **Modelagem matemática**: uma proposta de ensino possível na escola pública. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campina Grande do Sul, 2008.

CHIELLE, S. M. T; CARVALHO, M. A. B. Facilitando a aprendizagem da matemática através de jogos. **O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense**. V interativos, v. 1, Cascavel, 2012.

CORTES, D. P. O. **Re-significando os conceitos de função**: um estudo misto para entender as contribuições da abordagem dialógica da etnomodelagem. 2017. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017.

CRECWELL, J. W. **Projeto de pesquisa**: método qualitativo, quantitativo e misto. Tradução Magda Lopes; Porto Alegre: Artmed, 2010.

DARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. 70.ed. São Paulo:Almedina Brasil, 2016.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática** – o elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**, SBEM, Ano II, n. 2, Brasília, 1989, p. 15-19.

GERDES, P. **Sobre o conceito de etnomatemática**. Tradução da primeira parte da introdução à tese Ethnomathematische Studien [Estudos Etnomatemáticos], Maputo, 3 v., 1989.Disponível em: http://www.etnomatematica.org/BOOKS_Gerdes/etnomatem%C3%A1tica___cultura__matem%C3%A1tica__educa%C3%A7%C3%A3o___colect%C3%A2nea_de_textos_1979_1991___ebook_.pdf.Acesso em: 25 fev. 2019.

IEZZI, G.; MURAKEMI, C.; HAZZAN, S.; DOLCE, O. **Fundamentos de matemática elementar 1**: Conjuntos e Funções.São Paulo: Atual, 1977.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática**:ciência e aplicação: ensino médio, v. 1, 9 ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B.A global surveyof international perspectives onmodelling in mathematics education. **Zentralblatt FürDidaktik der Mathematik,** v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KISHIMOTO, T. M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo: Cortês, 1994.

KNIJNIK, G. **Exclusão e resistência**: educação matemática e legitimidade cultural. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

MADRUGA, E. F.A perspectiva ‘etnomodelagem’ presente nos fazeres de um coreógrafo. **RECC**, Canoas, v. 22, n. 2, p. 57-69, jul. 2017. Disponível em:TTPS://www.revistas.unilasalle.edu.br/index.php/Educacao/article/view/3787/pdf. Acesso em: 20 maio 2019.

MADRUGA, Z.; BREDA, A. Mapeamento de produções recentes sobre modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.**REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, v. 3, n. 1, p. 67-81, 22 jul. 2017.

MADRUGA, E. F.; BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem & Aleg(o)rias**: um enredo entre cultura e educação. Curitiba: Appris, 2016.

MERCADO DO CACAU. **Em Paris, líder de assentamento mostra resultados do cabruca**. Disponível em:http://mercadodocacau.com/artigo/em-paris-lider-de-assentamento-mostra-resultados-do-cabruca.Acesso em: 18 jun. 2018.

MICHAELIS. **Dicionário brasileiro da língua portuguesa**. Editora Melhoramento Ltda. Disponível em:<http://michaelis.uol.com.br/>. Acesso em: 20 mar. 2018.

MIARKA, R. **Etnomatemática**: do ôntico ao ontológico.2011. Tese(Doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2011.

MORAES, R. Análise de conteúdo. **Revista Educação**,Porto Alegre, v. 22, n. 37, 1999.

OLIVEIRA, D. P. A. **Um estudo misto para entender as contribuições de atividades baseadas nos fundos de conhecimento e ancoradas na perspectiva sociocultural da história da matemática para a aprendizagem de funções por meio da pedagogia culturalmente relevante**. 2012. Dissertação (Mestrado)-Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

OLIVEIRA, J. D. **Mapeamento de pesquisas que utilizam a modelagem matemática para o ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral**: uma análise a partir da construção de um banco de dados. 2018. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2018.

OLIVEIRA, N. **Conceito de função**: uma abordagem do processo de ensino-aprendizagem. 1997. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

PIRES, R. F. **O uso da modelação matemática na construção do conceito de função**. 2009. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

REGES, A. M. M. **O ensino da geometria com enfoque na etnomodelagem.**2013. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2013.

ROCHA, L. B. **A região cacaueira da Bahia– dos coronéis à vassoura-de-bruxa**: saga, percepção, representação. Ilhéus: Editus, 2014.

ROSA, M.; OREY, D. C**. O campo de pesquisa em etnomodelagem**: as abordagens êmica, ética e dialética. **Educ. Pesquisa**. São Paulo, v. 38, n. 04, p. 865-879, out./dez. 2012.

ROSA, M.; OREY, D. C. **Etnomodelagem**: arte de traduzir prática matemática locais. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

SILVEIRA, D. T.; CÓRDOVA, F. P. A pesquisa científica. *In*: GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. (Orgs.). **Métodos de pesquisa.**Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil (UAB)/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da Sead/UFRGS. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

SOARES, R. B. **Modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem para o desenvolvimento das competências em modelagem matemática de um grupo de estudantes ao transformar uma brincadeira em uma prática esportiva.** 2018. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto,Ouro Preto, 2018.

SONEGO, G. V. **As contribuições da etnomodelagem matemática no estudo da geometria**. 2009. Dissertação (Mestrado) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2009.

# APÊNDICES

## Apêndice A

## TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Como pesquisador, eu Jonas dos Santos, mestrando no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPGEM da Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, sob a orientação da Profª. Dra. Zulma Elizabete de Freitas Madruga, estamos convidando você para participar, como voluntário (a), na pesquisa intitulada **"PRODUÇÃO ARTESANAL DE CHOCOLATE & MODELAGEM MATEMÁTICA: COMPREENSÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL",** que tem por objetivo investigar as contribuições que a Modelagem Matemática proporciona à aprendizagem dos conceitos de funções contextualizada com a produção artesanal de chocolate da sua comunidade. Gostaríamos de pedir que você colete alguns dados sobre a produção artesanal de chocolate para construir um modelo matemático que modele a produção de chocolate de uma fábrica artesanal de chocolate de sua cidade, a construção desse modelo ocorrerá em 10 encontroscomduraçãode2aulasde50minutoscada.Essa proposta de ensino tomará como referencial as três etapas do trabalho com Modelagem Matemática em sala de aula, sugeridas por Biembengut (2016): percepção e apreensão, compreensão e explicitação, significação e expressão. Ressaltamos que a coleta de dados se dará mediante áudio-gravações, diário de campo e as atividades que serão realizados durante a pesquisa e que, essas atividades não substituirão as avaliações organizadas pelo professor- pesquisador. Todas as atividades acontecerão no horário normal de aula em que o pesquisador é professor regente da turma. A realização das atividades da pesquisa será registrada em forma de um portfólio organizado por você durante a pesquisa. Esses dados ficarão sigilosamente guardados por mim e que após um período de cinco anos será incinerado e destruído por mim. Tendo compreendido os objetivos da pesquisa, e caso aceite participar, como voluntário da mesma, solicitamos que assine este termo de assentimento. Acreditamos que durante a realização das atividades você poderá sentir se constrangido por saber que poderão ser filmados, fotografados ou ter sua voz gravada, constrangido por saber que suas atividades irão fazer parte de uma pesquisa, constrangido por ter que fazer exposição oral em sala de aula das atividades desenvolvidas em grupo ou individual e, sentir incomodando por ter algumas atividades extras (da pesquisa) para fazer. No entanto, salientamos que no caso de ser filmado, fotografado ou terem sua voz gravada, garantimos que em nenhuma hipótese as fotos, vozes ou imagens e vídeos serão expostas em redes sociais, compartilhadas com outras pessoas e, que todo material coletada será analisado preservando o anonimato de cada um e que após cinco anos, como mencionado acima, todo o material será destruído pelo professor-pesquisador; sobre as atividades, que serão objeto de estudo pelo professor-pesquisador, informamos que a análise da pesquisa será feita pelo pesquisador de forma anônima, ou seja, de maneira nenhuma seu nome será divulgado, caso você venha cometer algum equívoco, isto não será objeto de julgamento, críticas e você não será exposto por causa das suas respostas ou contribuições; no caso de você ter que fazer exposição oral das atividades em sala de aula, isso não causará constrangimento uma vez que o público para o qual fará a exposição será seus colegas de classe e, que durantes as apresentações, caso você se sentir desconfortável, poderá optar por não fazer tais apresentações, ou fazer em um outro momento caso desejar, além disso, essas apresentações poderão contribuirão para que você ganhe autonomia para futuras apresentações na sua vida escolar e profissional e; em relação as atividades extras que você terá que fazer para a pesquisa, elas serão realizada em horário normal de aula, caso se sinta cansado ao realizar uma tarefa, você poderá optar por terminá-la em um próximo encontro, ao realizá-las elas poderão contribuir para que você adquiram mais conhecimento e autonomia, uma vez que, o conteúdo será aprendido de forma mais dinâmica. Mas, desde já, deixamos claro que você poderá desistir a qualquer momento de participar dessa pesquisa, pois você está sendo convidado para participar como voluntário e não tem obrigação alguma de participar até o final. Caso fique até o término da pesquisa, gostaríamos de avisar que suas resoluções não serão discutidas em sala de aula e nem seu nome será citado, mantendo sua identidade em sigilo. Caso decida não participar da pesquisa, você participará normalmente das aulas acerca do mesmo conteúdo, Noções de Funções, desenvolvido durante a pesquisa, sem nenhum prejuízo na disciplina quanto às aulas, conteúdos e avaliação escolar tanto para os que participar em quanto para os que decidir em não participar. Essa pesquisa poderá trazer benefícios em relação aos conhecimentos de conceitos matemáticos adquiridos, sendo que esses não serão utilizados como avaliação escolar, ou seja, mesmo que você cometa equívocos na realização das atividades, isso não acarretará em uma nota insuficiente na escola. Além disso, os conceitos relativos a Funções estão presentes no ano escolar em que vocês e encontra e tais conceitos são utilizados no seu cotidiano e também em estudos posteriores. Desse modo, a pesquisa poderá contribuir para a sua aprendizagem. Outro possível benefício a destacar é que você não sentirá desconforto com a presença do pesquisador em sala de aula haja vista que o mesmo também é seu professor regente. Desse modo, a pesquisa poderá contribuir significativamente para a sua aprendizagem e não prejudicará suas notas nessa disciplina. Informamos que não haverá qualquer custo para você e caso venha a ocorrer algum custo por conta da pesquisa, esse será ressarcido. Sendo garantido também, o direito de indenização em caso de danos decorrentes da pesquisa. Caso seja necessário, você poderá pedir mais esclarecimentos, como também desistir de participar desta pesquisa a qualquer momento. O que poderá ser feito entrando em contato comigo, Jonas dos Santos (cel: (73)981751920 ou e-mail: jonasfisica@bol.com.br) ou com a Profª. Dra. Zulma Elizabete de Freitas Madruga (cel: (51) 999323466 ou e-mail:zefmadruga@uesc.br). Este documento foi impresso em duas vias, sendo uma para você e outra para o pesquisador.

Nossos sinceros agradecimentos pela sua colaboração.

______________________________ __________________________

Jonas dos Santos
Pesquisador Responsável

Zulma Elizabete de Freitas Madruga
Orientadora

Eu,_________________________________________, aluno(a), aceito participar das atividades da pesquisa: "**PRODUÇÃO ARTESANAL DE CHOCOLATE & MODELAGEM MATEMÁTICA: COMPREENSÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL"**. Foi-me garantido que posso retirar o assentimento a qualquer momento, sem que isso leve a qualquer penalidade para mim, e que os dados de identificação e outros pessoais não relacionados à pesquisa serão tratados confidencialmente.

___________________________________________

Assinatura do aluno(a)

Arataca,________________de______________de2018.

# Apêndice B

## TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Como pesquisador, eu Jonas dos Santos, mestrando no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPGEM da Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, sob a orientação da Profª. Dra. Zulma Elizabete de Freitas Madruga, venho por meio deste, solicitar a autorização para que seu(sua) filho(a), aluno(a) do 9º Ano do Ensino Fundamental do Instituto Municipal de Educação de Arataca – IMEA, participe como voluntário(a) da nossa pesquisa intitulada **"PRODUÇÃO ARTESANAL DE CHOCOLATE & MODELAGEM MATEMÁTICA: COMPREENSÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL",** que tem por objetivo investigar as contribuições que a Modelagem Matemática proporciona à aprendizagem dos conceitos de funções contextualizada com a produção artesanal de chocolate local. Com esta pesquisa pretendemos contribuir para o melhoramento do processo de aprendizagem de função nas aulas de Matemática. Para isso, estamos propondo um modelo de aula fundamentado na Modelagem Matemática no qual o conteúdo será ensinado a partir de um tema/assunto (a produção artesanal de chocolate), a proposta de ensino será desenvolvida em 10 encontroscomduraçãode2aulasde50minutoscada. Para isso, faremos uma vista a uma fábrica artesanal de chocolate para coletar os dados que nortearão as discussões em sala de aula. Para o desenvolvimento da proposta, tomaremos como referencial as três etapas para o encaminhamento do trabalho com Modelagem Matemática em sala de aula, sugeridas por Biembengut (2016): percepção e apreensão, compreensão e explicitação, significação e expressão. A coleta de dados ocorrerá após a aprovação do projeto de pesquisa no Comitê de Ética. Ressaltamos que a coleta de dados se dará mediante áudio-gravações, diário de campo e as atividades que serão realizados durante a pesquisa e que, esse último, não substituirá as avaliações organizadas pelo professor-pesquisador. Todas as atividades acontecerão no horário normal da aula em que o pesquisador é o professor regente da turma. A realização das atividades da pesquisa será registrada em forma de um portfólio organizado pelos alunos durante a intervenção de ensino. Esses dados ficarão sigilosamente guardados por mim e que após um período de cinco anos será incinerado e destruído por mim. Informamos que não haverá qualquer custo para o(a) seu(sua) filho(a) participante da pesquisa e caso venha a ocorrer algum custo por conta da pesquisa, esse será ressarcido. Sendo garantido também, o direito de indenização em caso de danos decorrentes da pesquisa. Quanto aos riscos que seu(sua) filho(a) poderia ter, constrangimento por saber que poderão ser filmados, fotografados ou ter sua voz gravada, constrangido por saber que suas atividades irão fazer parte de uma pesquisa, constrangimento por ter que fazer exposição oral em sala de aula das atividades desenvolvidas em grupo ou individual e, sentir incomodando por ter algumas atividades extras (da pesquisa) para fazer. No entanto, salientamos que no caso dos materiais coletados por meio de gravação, garantimos que em nenhuma hipótese serão objeto de exposição em redes sociais, compartilhadas com outras pessoas e, que todo material coletada será analisado preservando o anonimato de cada um e que após cinco anos, como mencionado acima, todo o material será destruído pelo professor-pesquisador; sobre as atividades, que serão objeto de estudo pelo professor-pesquisador, informamos que a análise da pesquisa será feita pelo pesquisador de forma anônima, ou seja, de maneira nenhuma nome de seu filho(a) será divulgado, caso ele venha cometer algum equívoco, isto não será objeto de julgamento, críticas e ele não será exposto por causa das suas respostas ou contribuições; no caso de seu(sua) filho(a) ter que fazer exposição oral atividades em sala, isso não causará constrangimento uma vez que o público para o qual ele(a)fará a exposição será para os colegas de classe caso, durantes as apresentações, caso ele(a) se senta desconfortável, poderão optar por não fazer tais apresentações, ou fazer em um outro momento caso desejar e que essas apresentações poderão contribuir para que o(a) mesmo(a) ganhe autonomia para futuras apresentações na sua vida escolar e profissional e; em relação as atividades extras que seu(sua) filho(a) terá que fazer para a pesquisa, elas serão realizada em horário normal de aula, caso ele(a) se sinta cansado ao realizar uma tarefa, poderá optar por terminá-la em um próximo encontro, além disso, essas atividades poderão contribuir para que seu(ua) filho(a) adquiram mais conhecimento e autonomia onde o conteúdo será aprendido de forma mais dinâmica. O pesquisador explicará aos estudantes que a participação deles é voluntária, podendo desistir a qualquer momento. Durante o desenvolvimento da pesquisa seu(sua) filho(a) poderá adquirir mais conhecimentos de conceitos matemáticos durante o desenvolvimento da proposta de ensino, sendo que essas não serão utilizados como avaliação escolar, ou seja, mesmo que seu(sua) filho(a) cometa equívocos na realização das atividades, isso não acarretará em uma nota insuficiente na escola. Além disso, os conceitos relativos a Funções estão presentes no ano escolar em que ele se encontra e tais conceitos são utilizados no cotidiano do seu(sua) filho(a) e também em estudos posteriores. Desse modo,apesquisapoderácontribuirparaaaprendizagemdeseu(sua)filho(a). Salientamos também que seu(sua)filho(filha)nãosentirádesconfortocomapresençadopesquisadoremsala de aula haja vista que o mesmo também é o professor regente da turma. Desse modo, a pesquisa poderá contribuir significativamente para a aprendizagem de seu(sua) filho(a) e não prejudicará suas notas nessa disciplina. Caso o(a) Senhor(a) não autorize a participação de seu(sua) filho(a) ou se ele não quiser participar da pesquisa, ele não será prejudicado na disciplina e estará participando normalmente das aulas acerca do conteúdo Funções desenvolvidas durante a pesquisa, semnenhumprejuízoquantoàsaulas,conteúdosenasuaavaliaçãoescolartantoparaosparticipantes quantoparaosquenãoparticiparem.Éimportanteressaltarqueoanonimatodeseu(sua)filho(a)será preservado, o que implicará no sigilo de suas respostas, e que, a qualquer momento, o(a) Senhor(a) poderá pedir mais esclarecimentos sobre esse projeto nos contatos indicados abaixo. Caso seu(sua) filho(a) queira desistir, basta nos avisar e este termo será devolvido, e todas as informações e materiais coletados serão incinerados e destruídos. Como responsáveis por este estudo, comprometemo-nos em arcar com qualquer prejuízo de ordem física ou moral decorrente desta pesquisa. Para quaisquer esclarecimentos e/ou dúvidas, podem entrar em contato comigo, Jonas dos Santos (cel: (73)981751920 ou e-mail: jonasfisica@bol.com.br) ou com a Profª. Dra. Zulma Elizabete de Freitas Madruga (cel: (51) 999323466 ou e-mail:zefmadruga@uesc.br). Este documento foi impresso em duas vias, sendo uma para você e outra para o pesquisador.

Nossos sinceros agradecimentos pela colaboração.

______________________________
Jonas dos Santos
Pesquisador Responsável

______________________________
Zulma Elizabete de Freitas Madruga
Orientadora

Eu,____________________________________________, responsável pelo(a) aluno(a) ____________________________________________, compreendi os objetivos da pesquisa: "**PRODUÇÃO ARTESANAL DE CHOCOLATE & MODELAGEM MATEMÁTICA: COMPREENSÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL"** e assino este termo de consentimento, pois estou ciente de que meu(minha) filho(a), aluno(a) dessa escola, participará, em sala de aula e no horário normal da escola, de atividades de matemática propostas pelo pesquisador, com o objetivo de ajudá-lo(a) na apropriação de conceitos matemáticos.

____________________________________________________________

Assinatura ou impressão datiloscópica do(a) responsável pelo(a) aluno(a)

Havendo, seguem assinaturas ou impressão datiloscópica das testemunhas

| | |
|---|---|
| ____________________________________ | ____________________________________ |
| Nome:<br>Testemunha1 | Nome:<br>Testemunha 2 |

Arataca,________________de_____________de2018.