UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – PPGEM

VÍVIAN CAROLINE DA SILVA DE SÁ

# RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA: promovendo a aprendizagem significativa do conceito de volume de sólidos geométricos

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Bahia - 2019

**VÍVIAN CAROLINE DA SILVA DE SÁ**

# RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA: promovendo a aprendizagem significativa do conceito de volume de sólidos geométricos

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora**:** Prof.ª Dr.ª Larissa Pinca Sarro Gomes

**Bahia - 2019**

S111 Sá, Vívian Caroline da Silva de.

Resolução de problemas nas aulas de matemática: promovendo a aprendizagem significativa do conceito de volume de sólidos geométricos / Vívian Caroline da Silva de Sá. – Ilhéus, BA: UESC, 2019.

125f. : il.

Orientadora: Larissa Pinca Sarro Gomes.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.

Inclui referências e apêndices.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Solução de problemas. 3. Aprendizagem por atividades. 4. Sólidos. 5. Educação básica. I. Título.

CDD 510.7

# AGRADECIMENTOS

A DEUS, por me abençoar e me amparar em todos os momentos de fraqueza.

Aos meus pais, JUCIENE e VALTER (*in memorian*) por me mostrarem a importância da educação.

Ao meu namorido, LEANDRO, pelo amor, carinho e paciência, sempre me apoiando e incentivando.

À minha querida orientadora, Dra. LARISSA PINCA SARRO GOMES, que em todos os momentos me acalmou e me incentivou, atuando sempre de forma segura, sincera e parceira.

À minha turma de adoção, ALESSANDRA, ANDIARA, CAIO, DAIANE, DUDU, FERNANDO, MÁRCIO, SALVADOR, MARCOS, THAMIRES, JADSON, que me acolheram tão bem.

À minha amiga DÉBORA CABRAL que sempre me incentivou.

À minha turma de formação, os 75% que sempre me apoiaram, me compreenderam e estiveram ao meu lado, FABIANO, JOABY e LÍGIA.

Aos meus professores, SANDRA MAGINA, IRENE CAZORLA, LARISSA GOMES, JUREMA PEIXOTO, BETE MAGRUGA, MARIA ELISABETE, FLAVIANA SILVA, AFONSO HENRIQUES, EURIVALDA SANTANA, GILSON GOMES, VERA MERLINI, que sempre buscaram nos incentivar.

Às professoras NORMA ALLEVATO e JUREMA PEIXOTO pelas generosas contribuições para este trabalho.

Aos colegas dos grupos de pesquisa RePARE e GEPMDiC pelas maravilhosas sugestões dispensadas.

Ao querido secretário do mestrado, RAFAEL BERTOLDO, pela prontidão e simpatia no atendimento às solicitações.

À minha diretora, LEILA EMÍLIA, que sempre se mostrou disposta à utilização de novas metodologias para a melhoria da aprendizagem dos alunos.

Aos meus alunos, que desde o começo me apoiaram e que, nesse processo, me motivaram a descobrir novas formas de ensinar.

## RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo principal compreender como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, pode contribuir para a aprendizagem do conceito de volume de sólidos geométricos. Especificamente, almejou-se analisar as contribuições que surgiram ao trabalhar com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental que estudam em uma escola estadual localizada no sul da Bahia. Para alcançar tal objetivo, o estudo adotou uma abordagem qualitativa e, por meio da pesquisa participante, considerou as etapas da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas e os aportes teóricos de autores que discutem a aprendizagem significativa. Através da parceria entre a instituição de Ensino Superior e a instituição de Educação Básica foram organizados quatro encontros, realizados em períodos de aula normal dos alunos, com a definição prévia dos horários definidos junto com a direção da unidade escolar. Os dados produzidos pelos alunos para a resolução dos problemas propostos foram utilizados durante a etapa de análise. Também foram analisados os registros das interações entre os alunos, gravados em áudio, vídeo, fotografias e nas anotações realizadas pela pesquisadora no diário de campo. Após análise das produções, alguns alunos que apresentaram respostas diferenciadas para os problemas propostos foram convidados a participar de uma entrevista semiestruturada, visando melhor compreender suas estratégias de resolução. Com os resultados foi possível perceber que os alunos participaram ativamente do processo de resolução dos problemas, com poucas exceções, e se dedicaram para apresentar argumentos para suas respostas. A utilização da metodologia da Resolução de Problemas proporcionou aos alunos atuarem como sujeitos ativos de sua aprendizagem, possibilitando o intercâmbio de ideias a partir de atividades colaborativas, bem como, proporcionou à professora a oportunidade de observar e analisar os conhecimentos produzidos pelos alunos. Também foi possível identificar alguns indícios de ocorrência da Aprendizagem Significativa durante a resolução dos problemas, nos momentos em que os alunos analisaram, discutiram, refletiram e refutaram suas hipóteses com os colegas estabelecendo uma relação entre seus conhecimentos prévios e os novos conceitos de volumes de sólidos geométricos.

**Palavras-chave**: Resolução de Problemas. Aprendizagem Significativa. Volume de Sólidos. Educação Básica.

## ABSTRACT

The present work had as main objective to understand how the Teaching-Learning-Assessment Methodology of Mathematics through Problem Solving, can contribute to the learning of the concept of volume of geometric solids. Specifically, it was sought to analyze the contributions that emerged when working with students of the 9th grade of elementary school who study in a state school located in the south of Bahia. To achieve this goal, the study adopted a qualitative approach and, through participant research, considered the teaching-learning-assessment methodology stages through Problem Solving and the theoretical contributions of authors who discuss meaningful learning. Through the partnership between the Institution of Higher Education and the Institution of Basic Education, four meetings were organized, held during periods of normal class of students, with the previous definition of the schedules defined together with the direction of the school unit. The data produced by the students to solve the proposed problems were used during the analysis phase. We also analyzed the records of student interactions in audio, video, photographs and the notes made by the researcher in the field diary. After analysis of the productions, some students who presented differentiated answers to the proposed problems were invited to participate in a semistructured interview, aiming to better understand their strategies of resolution. With the results it was possible to notice that the students participated actively in the problem solving process, with few exceptions, and dedicated themselves to presenting arguments for their answers. The use of the Problem Solving methodology allowed the students to act as active subjects of their learning, allowing the exchange of ideas from collaborative activities, as well as, provided the teacher the opportunity to observe and analyze the knowledge produced by the students. It was also possible to identify some signs of Significant Learning occurrence during problem solving, when students analyzed, discussed, refuted and refuted their hypotheses with their colleagues, establishing a relation between their previous knowledge and the new concepts of volumes of solids geometric.



**Keywords:** Problem Solving, Significant Learning, Volume of Solids, Basic Education.

## LISTA DE QUADROS

## LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE SIGLAS

| | |
|---|---|
| **BNCC** | Base Nacional Comum Curricular |
| **CAPES** | Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior |
| **CEP** | Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos |
| **GESTAR** | Programa de Gestão de Aprendizagem Escolar na Escola |
| **MEC** | Ministério da Educação |
| **MMM** | Movimento da Matemática Moderna |
| **NCTM** | National Council of Teachers of Mathematics |
| **OBMEP** | Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas |
| **PCN** | Parâmetros Curriculares Nacionais |
| **PST** | Prestação de Serviço Temporário |
| **REDA** | Regime Especial de Direito Administrativo |
| **REPARE** | Reflexão-Planejamento-Ação-Reflexão |
| **RPP** | Regime de Progressão Parcial |
| **SEC** | Secretaria de Educação do Estado da Bahia |
| **TAS** | Teoria da Aprendizagem Significativa |
| **UESC** | Universidade Estadual de Santa Cruz |
| **UNESP** | Universidade Estadual Paulista |
| **UNICAMP** | Universidade Estadual de Campinas |
| **USP** | Universidade de São Paulo |

# Sumário

# INTRODUÇÃO

## A TRAJETÓRIA ATÉ AQUI

Esta pesquisa possui como tema "Resolução de Problemas e a aprendizagem do conceito de volume de sólidos geométricos". Inicialmente, para justificar essa escolha, faço um breve relato da minha formação acadêmica e profissional que converge para a aproximação com esse tema.

Para melhor compreensão do leitor, utilizo a narrativa em primeira pessoa do singular nesta seção introdutória, uma vez que relato situações vivenciadas exclusivamente por mim, tais como a minha formação acadêmica e alguns aspectos da experiência profissional. Contudo, a primeira pessoa do plural é retomada a partir do primeiro capítulo, pois toda a construção desse trabalho e as considerações realizadas durante todo o seu desenvolvimento foram compartilhadas com a orientadora desta pesquisa.

Inicialmente é importante ressaltar que o meu interesse pela Matemática aconteceu naturalmente, no decorrer da Educação Básica. Enquanto estudante do Ensino Fundamental comecei a notar que possuía facilidade na compreensão e desenvolvimento do raciocínio matemático. Dessa forma, passei a auxiliar meus colegas nas atividades relacionadas a essa disciplina.

Durante a graduação, participei do projeto *Caminhão com Ciência*[1] que proporcionou a minha primeira experiência, sob o ponto de vista docente, com alunos da Educação Básica. A proposta desse projeto demandava que as apresentações fossem dinâmicas e atrativas. Então, percebi que os alunos participavam e questionavam quando estavam interessados e motivados em resolver determinados problemas e experimentos que envolviam conceitos matemáticos.

A partir de minha experiência como professora da rede pública estadual da Bahia, desde o ano de 2007, lecionando para o Ensino Fundamental e Ensino Médio, pude notar a dificuldade dos estudantes em questões

[1]Projeto de Extensão da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), que tem como objetivo proporcionar aos alunos da Educação Básica atividades de experimentação, com apresentação de perguntas que estimulem a investigação, a formulação de conjecturas e estratégias para que os envolvidos formulem respostas, utilizando uma sequência lógica de argumentos válidos, que possam ser testados e validados.

envolvendo o cálculo de volume de sólidos geométricos. Dentre essas dificuldades foi possível observar a confusão dos estudantes na identificação de figuras geométricas, bem como a falta de significado e incerteza no cálculo de áreas e, em especial, de volume de sólidos.

Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) afirmam que o trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, estimulando o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, dentre outros. Um outro fator decisivo é a presença das formas geométricas em tudo o que nos cerca, sendo então de grande importância a habilidade de identificar os contornos geométricos e suas características.

Contudo, o fato de a Geometria estar presente em todos os lugares não a torna totalmente compreensível. Muitos alunos não dominam os conceitos básicos relacionados a perímetro e área de figuras planas. Para Santos (2014), é necessário que o professor tenha domínio dos conceitos de superfície, área e medida da área, bem como o de medidas, para auxiliar os alunos a formular os conceitos de perímetro e área. Assim, é notável que, uma vez que os alunos não dominam bem os conceitos relacionados a área de figuras planas, consequentemente não obterão êxito ao realizar o cálculo de volumes de sólidos.

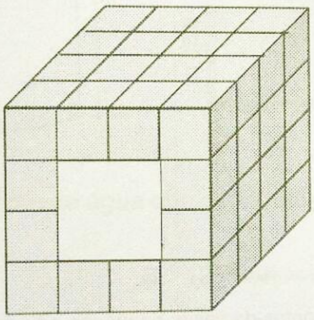
Nesse sentido, visando avaliar o rendimento dos alunos da Educação Básica estadual, o Programa de Gestão de Aprendizagem Escolar (GESTAR) na Escola[2] objetiva proporcionar ações colaborativas em prol da elevação do desempenho dos educandos. No ano de 2014, a Secretaria de Educação do Estado da Bahia (SEC) promoveu a realização das Avaliações Bimestrais do Gestar na maioria das escolas estaduais. Cada avaliação era composta por vinte questões de Língua Portuguesa e vinte questões de Matemática.

Um exemplo das questões de Matemática da Avaliação Bimestral do Gestar visa avaliar, entre os alunos da 8ª série (atual 9º ano), a habilidade de resolver problemas que envolvam o volume de sólidos geométricos, conforme sugere o conteúdo da Figura 1.

[2] O Programa GESTAR foi desenvolvido inicialmente pelo Ministério da Educação (MEC) objetivando promover a formação continuada para professores de Língua Portuguesa e Matemática visando o fortalecimento do ensino e aprendizagem dessas disciplinas nos Ensinos Fundamental I e II.

Figura 1 - Avaliação Bimestral do GESTAR no ano de 2014

**Questão 30** Pedro montou um cubo com 64 cubinhos iguais de 1 cm de lado, ele quer fazer uma colagem e deixar o centro do cubo vazio, como mostra a figura:



Qual o volume retirado do cubo maior sabendo que todos os cubinhos do centro foram retirados de um lado a outro da figura?

A. 16 $cm^3$ B. 12 $cm^3$ C. 8 $cm^3$ D. 4 $cm^3$

Fonte: Avaliação Bimestral Gestar 8ª série - III Unidade (2014)

A partir da análise desse problema e considerando as alternativas que foram expostas, é possível inferir que há um motivo para cada valor apresentado nas alternativas, isto é, cada opção representa um pensamento lógico que pode vir a ser desenvolvido pelo estudante para o cálculo do volume, que pode estar correto ou não, conforme apresentado no Quadro 1.

Quadro 1 - Análise das alternativas da Questão 30 - Avaliação Bimestral Gestar 8ª série - III Unidade (2014)

| **A**. 16 $cm^3$ | **B**. 12 $cm^3$ | **C**. 8 $cm^3$ | **D**. 4 $cm^3$ |
|---|---|---|---|
| Resposta correta, pois o aluno deve calcular a área da base (04 cubinhos) e multiplicar pela altura (04) que resulta em 16 cubinhos. | O aluno pode encontrar essa resposta caso conte apenas os cubinhos resultantes na face frontal do cubo maior. | O aluno pode encontrar esse resultado caso considere apenas os cubinhos retirados da face frontal e da face posterior do cubo maior. | O aluno pode chegar nesse resultado levando em consideração apenas os cubinhos que foram retirados na face frontal do cubo maior. |

Fonte: Elaborado pelas autoras

A questão em análise faz parte de uma avaliação do terceiro bimestre do programa GESTAR na Escola. Nessa avaliação foram trabalhados os descritores presentes no Quadro 2. Neste quadro consta o tratamento dos resultados obtidos por uma turma de 8ª série (atual 9º ano), composta por 30 alunos, de uma escola estadual da região central de Ilhéus, referente a cada descritor.

Quadro 2 - Descritores presentes na Avaliação Bimestral Gestar 8ª série - III Unidade (2014)

| DESCRITOR | % de acertos |
|---|---|
| D 06 - Classificar quadriláteros por meio de suas propriedades. | 47 |
| D 20 - Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, com ou sem malhas. | 11 |
| **D 21 – Resolver problemas envolvendo noções de volume.** | **26** |
| D 41 - Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas. | 34 |
| D 45 – Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema. | 29 |
| D 46 – Resolver um sistema de equações do 1º grau | 20 |
| D 49 - Resolver situações envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos. | 13 |

Fonte: http://fundacaocefetbahia.org.br/iat2014_3B/iat2014_3B.aspx

A partir da análise do Quadro 2, é possível destacar como os descritores ressaltam a Resolução de Problemas. Tal relevância se deve ao fato de tratar-se de um tema estrutural nas prescrições curriculares atuais. No presente estudo, analisaremos o conteúdo referente ao descritor 21, que consiste na resolução de problemas envolvendo noções de volume. Dessa forma, a partir do quadro anterior, é possível notar que o percentual de aprovação (26%) da questão relativo ao cálculo de volumes de sólidos é preocupante.

A Secretaria de Educação do Estado da Bahia (SEC), em sua Proposta Curricular, propõe que o trabalho com sólidos geométricos ocorra a partir da utilização de materiais manipulativos, objetivando estimular a criatividade do estudante a partir de sua observação e manipulação (SEC, 2013). Corroborando com essa proposta, os PCN (BRASIL, 1998) defendem que a resolução de problemas pode apresentar uma solução para essa separação entre teoria e prática.

> Em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução. (BRASIL, 1998, p. 39-40)

Ainda que os conceitos relacionados a volume de sólidos estejam presentes na nossa vida, a maioria dos alunos analisados (74%) não domina as habilidades para resolver problemas que envolvem o cálculo de volume de tais sólidos. Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2017) sugere que "estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos". (BRASIL, 2017, p. 269)

A partir dessas constatações e considerando as novas metodologias com que tive contato no período em que participei das atividades de ensino, pesquisa e extensão do Mestrado em Educação Matemática, foi possível identificar que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, proposta por Allevato e Onuchic (2014), poderia contribuir para o trabalho com os alunos nas aulas de Matemática.

As autoras ressaltam a importância de os alunos transferirem o que aprenderam num contexto (em geral, puramente matemático) para problemas em outros contextos. Corroborando com essa proposta, os PCN (BRASIL, 1998) defendem que um dos objetivos gerais para o ensino da Matemática é levar o aluno a:

> [...] resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis (BRASIL, 1998, p. 48).

Dessa forma, a resolução de problemas pode ser vista como um processo que permite aos alunos compreender os conceitos, os processos e as técnicas operatórias relacionadas ao conteúdo estudado. Reafirmando tal proposta, a BNCC (2017) sugere que o ensino da Geometria "não pode ficar reduzido a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas" (BRASIL, 2017, p. 270).

De acordo com Vieira e Allevato (2012), o processo de resolução de problemas, por exigir do educando uma postura ativa, leva-o a ampliar sua compreensão inicial, procurando argumentos que lhe permitam defender um ponto de vista e expressar uma forma de raciocínio.

Da mesma forma, Van de Walle (2009) afirma que quando os alunos realizam atividades pautadas na resolução de problemas, e se concentram nas estratégias envolvidas na resolução, o resultado são novas compreensões da Matemática envolvida na atividade.

Para compreender a aprendizagem dos alunos e suas estratégias para a Resolução de Problemas que envolvem conceitos[3] para o cálculo de volume de sólidos geométricos, consideraremos a teoria da Aprendizagem Significativa. Proposta por David Ausubel, ela pode ser definida pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, de modo que os novos conceitos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva (MOREIRA, 2012).

A BNCC defende que a aprendizagem está intimamente atrelada à compreensão, desde que haja integração entre as situações e os recursos didáticos, possibilitando a reflexão e a formalização. Dessa forma, os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. (BRASIL, 2017)

Nesse sentido, de acordo com os pressupostos da Aprendizagem Significativa, ensinar sem considerar o que a criança já sabe é um trabalho inútil pois o novo conhecimento não tem onde se ancorar.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, tendo em vista o que foi apresentado até aqui, elaboramos o seguinte objetivo geral: *compreender como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para a aprendizagem significativa do conceito de volume de sólidos geométricos.*

Assim, buscamos responder à seguinte questão de pesquisa: *Como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, através da Resolução de Problemas, pode contribuir para a aprendizagem significativa do conceito de volume de sólidos geométricos?*

---

[3] Compreendemos com Ausubel, Novak e Hanesian, que os atributos importantes para a formação do conceito devem ser adquiridos por meio de experiências e por meio de estágios sucessivos de formulação de hipóteses, teste ou generalização (AUSUBEL, NOVAK, HANESIAN, 1980, p.47).

Para responder a tal questionamento, desenvolvemos o trabalho conforme a disposição a seguir.

## Estrutura da Dissertação

Na introdução apresentamos a trajetória acadêmica até a idealização dessa pesquisa. O primeiro capítulo está dividido em três seções: na primeira seção, abordamos a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas que utilizamos para nortear o trabalho realizado em sala de aula com os alunos. Na segunda seção analisamos os pressupostos da Aprendizagem Significativa que foram importantes para a elaboração dos problemas e para conduzir a análise do material produzido; e na última seção, finalizamos com a discussão de trabalhos que possuem pontos de similaridade e outros que se distanciam desta pesquisa.

O segundo capítulo está dividido em cinco seções. Neste capítulo apresentamos o caminhar metodológico utilizado para o desenvolvimento desse estudo. Na primeira seção discutimos a natureza da pesquisa qualitativa e a caracterização da pesquisa participante. Na seção seguinte detalhamos o espaço escolar e os sujeitos da pesquisa. Na terceira seção, apresentamos os procedimentos para a organização da pesquisa. Na penúltima seção apresentamos os instrumentos de produção e coleta dos dados utilizados neste trabalho. E, na última seção, discutimos como será realizada a análise das construções, estratégias e respostas apresentadas tanto nos registros escritos pelos alunos, quanto no diário de campo da pesquisadora e na entrevista.

No terceiro capítulo, destinado à análise dos dados, discutimos as resoluções apresentadas pelos alunos individual e coletivamente, analisamos as estratégias apresentadas sob à ótica da Resolução de Problemas e da Teoria da Aprendizagem Significativa.

Nas Considerações Finais, respondemos à nossa questão de pesquisa sob à ótica da metodologia de Resolução de Problemas e os pressupostos de autores que discutem a Aprendizagem Significativa com base nos dados produzidos e coletados com os instrumentos que selecionamos. E apresentamos as possibilidades de pesquisas futuras a partir desse trabalho.

# CAPÍTULO 1

# RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Neste capítulo abordaremos alguns aspectos do percurso histórico do trabalho realizado por professores de matemática e pesquisadores com a Resolução de Problemas. Discutiremos as concepções do que vem a ser um problema matemático sob à ótica de diferentes autores, como utilizar a resolução de problemas e a perspectiva da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Na sequência discutiremos a Teoria da Aprendizagem Significativa proposta inicialmente por David Paul Ausubel (1918-2008), apresentando os diferentes tipos de aprendizagem bem como os conceitos inerentes a essa teoria, como os de subsunçores, organizadores prévios e material potencialmente significativo.

Posteriormente, apresentaremos os trabalhos que dialogam com a nossa pesquisa no que se refere à Resolução de Problemas e destacaremos os pontos de convergência e divergência entre os trabalhos selecionados e o presente relatório de pesquisa.

## 1.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas matemáticos é um tema que pode ser pesquisado a partir de diversas fontes como programas de ensino, legislação, revistas de ensino, livros e manuais didáticos, dentre outras. Em particular, os manuais didáticos do final do século XIX, escritos para o professor, apresentavam problemas de matemática para serem utilizados na escola, como mostrou a pesquisa de Bertini (2018).

Com uma análise mais detalhada desses problemas é possível compreender as mudanças e permanências relacionadas à concepção de como se deve trabalhar com problemas e de como eles eram formulados. Essa compreensão é possível a partir de uma análise nos livros e outros materiais a que os professores tinham acesso para preparar suas aulas.

Em particular, na historiografia apresentada por Morais e Onuchic (2014), relacionada ao ensino da resolução de problemas matemáticos, as autoras apontaram as contribuições do livro de autoria de Thorndike. No livro deste autor, publicado em 1936 – *A nova metodologia da aritmética* – fica explícito que não se deve ensinar aritmética pela aritmética, mas que os alunos tenham oportunidade de "raciocinar e aplicar conhecimentos de aritmética" e que devem "raciocinar sobre aritmética em situações reais e aplicá-la em condições semelhantes às da vida [...]" (THORNDIKE, 1936, p. 14). Neste livro o autor apresentou orientações metodológicas para a resolução de problemas.

Thorndike (1936) ressaltou três elementos importantes na solução de um problema: "(1) a compreensão exata da questão, (2) o conhecimento dos fatos que se devem utilizar para solucioná-la, (3) o uso desses fatos em corretas relações aritméticas" (p. 154). O autor defendeu que as situações propostas aos alunos sejam questões passíveis de ocorrer em seu cotidiano. Dessa forma, a correta compreensão do problema não seria um entrave e os demais elementos são consequência da interação dos alunos com a situação.

O matemático George Polya também trouxe importantes contribuições para a resolução de problemas. A partir da publicação, em 1945, de seu livro *How to Solve It* (*A Arte de Resolver Problemas)*, a resolução de problemas obteve um efetivo delineamento. Na edição deste livro que tivemos acesso[4], o autor defende que a resolução de problemas é uma habilitação prática, pois é adquirida por meio de imitação e prática (POLYA, 2006). O professor que deseja desenvolver essa habilidade nos estudantes necessita despertar nos mesmos o interesse pelos problemas e dar-lhes a chance de imitar e praticar.

Polya (2006) afirmou que o aluno é capaz de apresentar boas ideias a partir de experiências passadas e conhecimentos adquiridos, contudo, cabe ao professor realizar indagações intencionais que levem o aluno a estabelecer relações entre a situação já vivida e o problema que lhe é apresentado.

O professor deveria estar atento, durante todo o processo, às colocações dos alunos, pois de acordo com as ideias apresentadas pelos mesmos é que o professor realizará suas indagações. Polya definiu quatro fases para resolver um problema: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e examinar a solução obtida (POLYA, 2006).

[4] A tradução em Português da obra original do autor intitulada **How to Solve It** foi publicada em 1975.

O autor apresentou as fases da seguinte forma: na 1ª fase, Compreensão do Problema, propõe que o professor procure ter certeza de que os alunos compreenderam o problema realizando questionamentos que comprovem a correta interpretação do que é solicitado. Na 2ª fase, Estabelecimento de um Plano, sugere que o professor provoque os alunos a encontrarem uma relação entre os dados apresentados e a incógnita. Na penúltima fase, Execução do Plano, o autor recomenda que o professor questione os alunos acerca da validade de cada passo para a correta resolução. E na 4ª fase, propõe que o professor indague aos alunos sobre a possibilidade de verificação do resultado.

No final da década de 1950 surgiram outras propostas para o ensino de matemática em um movimento que ficou conhecido como Movimento da Matemática Moderna (MMM). Conforme a cronologia apresentada por Schoenfeld (1992), cientistas e matemáticos participaram ativamente da criação de novos materiais educativos. No Brasil, devido ao MMM formaram-se vários grupos em todo o país com a única finalidade de preparar professores para atuarem de acordo com as novas diretrizes. Para Gomes (2012), esse movimento tinha como objetivo unificar as áreas da aritmética, da álgebra e da geometria no ensino, a partir da inclusão da linguagem de conjuntos, estruturas algébricas e ênfase nas noções lógicas e estruturais da matemática.

Após toda a transformação do ensino promovida em prol do MMM, esperava-se que as escolas refletissem uma Matemática menos intuitiva e com fundamentações lógicas. Contudo, diversos fatores contribuíram para o fracasso do MMM. Em meados da década de 60, nos Estados Unidos, segundo Schoenfeld (1992), constatou-se que os alunos além de não compreenderem ideias abstratas divulgadas pelos idealizadores do MMM, também não eram capazes de apreender habilidades básicas que gerações anteriores entendiam visivelmente. Além de “apresentarem baixo rendimento em resolução de problemas matemáticos, se comparadas a, por exemplo, crianças do Oriente, cujo currículo matemático era orientado por outros modelos” (MORAIS; ONUCHIC, 2014, p. 27).

Após os intensos debates que envolveram professores e matemáticos em diversos países, o ensino da Matemática carecia de uma abordagem que abrangesse de maneira equilibrada a Aritmética, a Álgebra e a Geometria e não focasse apenas em estratégias mecânicas e abstratas de resolução. Assim, ávidos por uma abordagem de ensino que contemplasse a aprendizagem, o *National Council of Teachers of Mathematics* (Conselho Nacional de Professores de Matemática - NCTM), publicou a Agenda para Ação que tinha como tema para a década que a resolução de problemas deveria ser o foco da matemática escolar (SCHOENFELD, 1992).

Mesmo após a divulgação pelo NCTM do documento *Uma Agenda para Ação – Recomendações para a Matemática Escolar para a década de 1980*, muitos professores ainda estavam confusos sobre como seria possível trabalhar com essa abordagem (MORAIS; ONUCHIC, 2014). Aproveitando-se disso, as editoras de livros passaram a publicar edições com a chamada de "resolução de problemas", fazendo uma breve citação à teoria de Polya, entretanto os conteúdos e a abordagem continuavam tradicionais (SCHOENFELD, 2007). Dessa forma, para os americanos da década de 1980, a efetivação da resolução de problemas não obteve êxito e resultou em uma simples resolução de exercícios com enunciados. (MORAIS; ONUCHIC, 2014)

Durante as décadas de 1980 e 1990, o foco das publicações acerca da resolução de problemas versavam sobre como trabalhar com essa nova abordagem de modo a possibilitar ao aluno a compreensão do pensamento matemático. A ausência de recomendações no documento publicado pelo NCTM sobre como o professor poderia fazer da resolução de problemas o foco principal da matemática escolar, pode ter representado o motivo dessa confusão. Schoenfeld (1992) afirmou que o termo "resolução de problemas" por muito tempo foi utilizado erroneamente como sinônimo de rotina mecânica de exercícios.

No final da década de 1980, o NCTM publicou um livro intitulado Novas Direções para a Matemática da Escola Elementar, no qual propõe novos procedimentos para a abordagem da resolução de problemas no contexto escolar (MORAIS; ONUCHIC, 2014). Contudo, toda a produção intelectual acerca de tal conteúdo não foi suficiente para alcançar os objetivos pretendidos.

Influenciados pela adoção da nova metodologia seguida por diferentes países da América, o Brasil publica os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para terceiro e quarto ciclos, documento no qual afirma que

> A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (BRASIL,1998, p. 40)

Contudo, esse mesmo documento alerta para a correta utilização da Resolução de Problemas, pois ainda que esteja se mostrando “como um bom caminho para trabalhar conceitos e procedimentos matemáticos” (BRASIL, 1998, p. 23) passou por julgamentos duvidosos; visto que, sob a ótica de algumas abordagens, ainda é compreendida como uma resolução mecânica de exercícios após o ensino do conteúdo (BRASIL, 1998).

Morais e Onuchic (2014) afirmam que após vinte anos de intenso trabalho para efetivar a abordagem da Resolução de Problemas, a publicação do Standards 2000 foi resultado do trabalho desenvolvido pelo NCTM no decorrer de duas décadas, “além de uma importante fundamentação teórica construída desde a década de 1970, uma série de orientações para o professor de Matemática de sala de aula” (MORAIS; ONUCHIC, 2014, p. 31).

Assim, embasados nas discussões apresentadas por Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2014) e Nunes (2010), comentamos três diferentes abordagens referentes à Resolução de Problemas. A partir dessas abordagens é possível compreender o motivo da confusão apresentada pelos professores ao buscarem trabalhar com a resolução de problemas. São elas:

1. Ensinar *sobre* a Resolução de Problemas: sob essa perspectiva, é entendida como um novo conteúdo. Essa é a idealização proposta por seguidores de Polya, na qual o professor atua adotando a resolução de problemas como um conteúdo a ser ensinado, ensinando estratégias e métodos, seguindo os quatro passos apresentados por Polya para resolver os problemas. Contudo, Allevato (2005) chama a atenção para o fato de que a repetição de uma técnica ou procedimento não demonstra que houve a compreensão do conceito envolvido. Bizinoto (2016) afirma que nessa vertente o aluno passa a ser um bom resolvedor de problemas, contudo nem sempre aprende Matemática.
2. Ensinar Matemática *para* Resolver Problemas: com base nesse entendimento, o professor atua sobre os procedimentos pelos quais a

Matemática ensinada pode vir a ser praticada visando a resolução de problemas, espera-se que os alunos consigam migrar de um contexto matemático para problemas em outras circunstâncias, sejam eles habituais ou não. Nessa perspectiva, a finalidade maior é o ensino da matemática para, posteriormente, ocorrer a resolução de problemas.

3. Ensinar Matemática *via* Resolução de Problemas: nessa concepção os problemas são propostos não apenas com a finalidade de ensinar matemática, mas também com o objetivo de desenvolver no aluno o pensamento matemático. Dessa forma, a relação de ensino-aprendizagem tem início com um problema que remete a conceitos matemáticos já adquiridos e que, após a análise e discussão com os colegas e mediação do professor, o aluno é capaz de apresentar uma resolução que atenda às necessidades do problema apresentado e, com isso, aprender novos conceitos e conteúdos matemáticos.

Envoltos nesse contexto, passamos a um questionamento que torna-se bastante pertinente neste momento do nosso trabalho – a compreensão do que vem a ser um problema.

### 1.1.1 Afinal, o que é um problema?

Diversos estudiosos da área de Educação Matemática passaram a adotar a abordagem da Resolução de Problemas. O que levou diferentes autores a adotarem diversas definições sobre o que é um problema? Entendimentos diferentes que se tem sobre o que é um problema acarretarão em abordagens diferentes para o ensino.

Bertini (2018) em seu artigo “Problemas” apresenta problemas de diferentes períodos históricos e afirma que, ao compará-los, quando é omitida a data ou qualquer informação que permita inferi-la, a maioria dos problemas matemáticos são semelhantes. Diversos autores ligados à área da Matemática apresentam diferentes entendimentos do que é um problema.

Para Polya (2006, p. 5), um problema “deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante (…) o aluno precisa compreender o problema, mas não só isso: deve desejar resolvê-lo”. Na visão de Pozo e Postigo (1993 apud ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 16) “um problema é, de certa forma, uma situação nova ou diferente do que já foi aprendido, que requer a utilização estratégica de técnicas já conhecidas". Tais autores divergem em parte da definição apresentada por Polya (2006) pois não defendem a importância do problema ser algo interessante para o aluno.

O problema precisa ser muito bem selecionado e num nível médio de dificuldade, deve ser atual e envolvente e o professor deve caprichar na apresentação do mesmo de modo a despertar o interesse dos alunos (POLYA, 2006). O aluno deve ser capaz de compreender o que é solicitado no problema, mas além de tudo deve desejar resolver o problema, atuando como co-autor de sua aprendizagem.

Para os PCN (BRASIL, 1998, p. 41), um problema "é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la". Na definição proposta por Vieira e Allevato (2012, p. 42), um problema é "qualquer tarefa para a qual haja a intenção de se realizá-la sem que existam procedimentos preestabelecidos (ou conhecidos) de resolução". Essa definição proposta por Vieira e Allevato (2012) vai ao encontro da definição apresentada pelos PCN (BRASIL, 1998), contudo assim como Polya (2006), tais autores destacam o interesse do aluno como fator para a caracterização do problema.

Para Onuchic e Allevato (2012, p. 240), um problema "é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer". Nessa proposta, é possível perceber que, assim como Polya (2006) e Vieira e Allevato (2012), o interesse do estudante é levado em consideração na proposição do problema.

No âmbito da Educação Matemática é de fácil percepção que todas essas propostas convergem para a ideia de maior participação dos alunos no processo de resolução dos problemas, onde o estudante atua como co-autor do processo de ensino e aprendizagem. Contudo, é a mediação do professor que terá papel decisivo no papel desempenhado pelo aluno. Desse modo, o conhecimento de métodos distintos permite uma melhor adequação ao encadeamento do ensino.

Nesse sentido, Van de Walle (2009) defende que:

> Em outras palavras, os estudantes devem resolver problemas não para aplicar matemática, mas para aprender nova matemática. Quando os alunos se ocupam de tarefas bem escolhidas baseadas na resolução de problemas e se concentram nos métodos de resolução, o que resulta são novas compreensões da matemática embutida na tarefa. (VAN DE WALLE, 2009, p. 57)

Concordando com tal pensamento, Onuchic e Allevato (2011) afirmam que o problema é o ponto de partida para a constituição de novos conceitos, de modo que os alunos são coparticipantes da construção do seu próprio conhecimento e os professores encarregados de reger esse processo.

Considerando essa caracterização de problema e embasados na definição apresentada por Onuchic e Allevato (2012), entendemos que um problema matemático é uma situação apresentada pelo professor aos alunos, de modo a despertar nestes a vontade de resolvê-lo, utilizando os conhecimentos prévios e os recursos de que dispõem para tentar resolver o problema, sendo que o professor não especifica regras ou métodos de resolução para os alunos.

Para conduzir o trabalho em sala de aula com foco na Resolução de Problemas consideramos a metodologia proposta por Allevato e Onuchic (2014) que será detalhada na próxima seção.

### 1.1.2 O Ensino – Aprendizagem – Avaliação de Matemática *através* da Resolução de Problemas

Morais e Onuchic (2014, p. 31) afirmam que, a partir das publicações do NCTM, principalmente o *Standards* 2000 (Padrões 2000), abordando a importância do trabalho utilizando a Resolução de Problemas, "educadores matemáticos passaram a pensar numa metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas".

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática *através* da Resolução de Problemas é defendida por Onuchic e Allevato (2011) pois estas autoras compreendem que essa perspectiva engloba as três vertentes anteriores (ensinar sobre, ensinar para, ensinar via), permitindo aos alunos a compreensão dos conceitos, processos e técnicas a partir dos problemas geradores selecionados.

Nunes e Santana (2017, p. 8) defendem que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é compreendida como uma modalidade de pesquisa pedagógica, desenvolvida em sala de aula, na qual o professor tem como principal função “criar um ambiente matemático motivador e estimulante em que o aluno é colocado no centro do processo de ensino-aprendizagem, estabelecendo assim uma relação dialética na sala de aula, entre os alunos e o professor”, de modo que o aluno também se sinta à vontade cognitivamente de desenvolver conhecimento matemático.

Por Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, Allevato e Onuchic (2014) adotam a ideia de que ensino, aprendizagem e avaliação devem acontecer paralelamente no decorrer da construção do conhecimento pelo aluno, a partir da mediação do professor. Partindo dessa concepção, entendemos que a avaliação acontece no processo de resolução de problemas, no transcorrer das assertivas levantadas pelo aluno.

Nunes e Onuchic (2010) afirmam que a partir desse processo de exploração do problema, a resolução de problemas atua significativamente ao desenvolver nos alunos a capacidade de pensar matematicamente e estabelecer relações lógicas com a matemática. Onuchic (1999) defende que o principal interesse em trabalhar o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas está na ideia de que o mais relevante para esse tipo de abordagem é auxiliar o aluno na compreensão dos conceitos, procedimentos e técnicas operatórias.

Na tentativa de relacionar essas ideias com a proposta da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, Allevato e Onuchic (2014) defendem a estruturação e desenvolvimento em dez etapas:

i) **Proposição do problema** – nessa etapa inicial, o professor é orientado a propor um problema (problema gerador) aos alunos, um problema interessante que desperte o interesse dos alunos. É de fundamental importância que os alunos se sintam motivados a descobrir a solução do problema.

ii) **Leitura individual** – cada aluno recebe uma cópia impressa do problema para realizar a leitura e analisar o problema em discussão. A correta compreensão do problema influenciará nas hipóteses apresentadas pelo aluno.

iii) **Leitura em conjunto** – após a leitura prévia realizada individualmente, o professor solicita aos alunos que formem pequenos grupos para análise e discussão das primeiras ideias nascidas na leitura individual. Caso algum aluno tenha compreendido o problema de maneira equivocada, é nesse momento em que as dúvidas são sanadas e todo o grupo adequa o seu pensamento para a resolução do problema em questão.

iv) **Resolução do problema** – é nessa fase que os alunos, em grupo, discutem as ideias apresentadas pelos demais integrantes do grupo além de desenvolver a linguagem e os argumentos necessários na validação. Para a resolução do problema necessitam usar a linguagem matemática, escrevendo no papel a resolução do grupo. Nesse momento, utilizam seus conhecimentos prévios e os recursos de que dispõem para tentar resolver o problema.

v) **Observação e incentivo** – o professor é orientado a atuar observando, incentivando e provocando as discussões nos grupos, sem responder diretamente às dúvidas que forem surgindo, precisa questionar e incentivar os alunos a utilizarem os conhecimentos já consolidados para tentar resolver o problema e justificar ou refutar as ideias apresentadas pelos colegas.

vi) **Registro das resoluções na lousa** – cada grupo registra a sua resolução na lousa, independente de a resolução estar correta ou não. Os grupos expõem as suas resoluções e defendem as ideias apresentadas. É nessa fase que todos os grupos terão acesso ao pensamento dos demais colegas.

vii) **Plenária** – diante das diversas soluções, o professor orienta os alunos para que analisem as resoluções apresentadas por cada grupo.

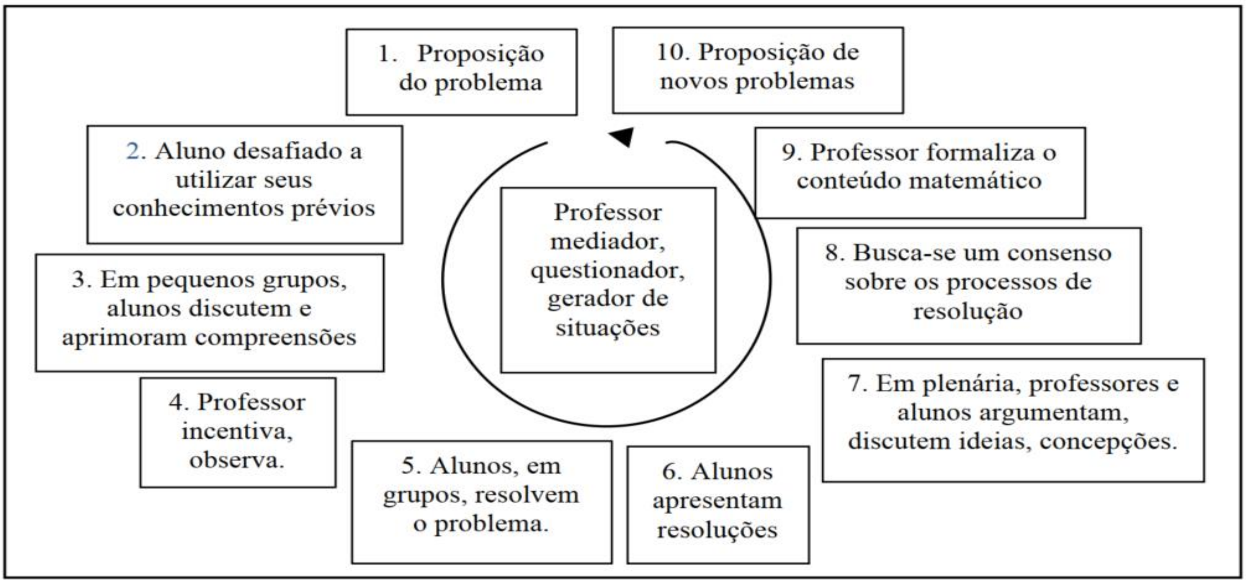
viii) **Busca do consenso** – nessa etapa, o professor incentiva os alunos a defenderem seus pontos de vista e raciocínio utilizado, promovendo assim a comparação entre as respostas, análise das diferentes soluções e permitindo aos próprios alunos identificarem seus próprios equívocos. Nesse momento, ocorre o aprimoramento do conhecimento envolvendo o conteúdo em construção, bem como da leitura e da escrita matemática.

ix) **Formalização do conteúdo** – o professor registra na lousa uma fundamentação sistematizada e organizada dos conceitos e procedimentos aprendidos durante a resolução do problema assim como as definições e propriedades do conteúdo que planejou abordar a partir do problema.

x) **Proposição e resolução de novos problemas** – essa etapa permite ao professor analisar se foram compreendidos os conceitos trabalhados durante a resolução do problema. Ao final das etapas, quando o professor ou os alunos propõem novos problemas todo o ciclo pode ser reiniciado.

Visando relacionar essas ideias com a proposta da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, Allevato e Onuchic (2014) defendem a estruturação e desenvolvimento em dez passos, sistematizados por Gonçalves e Allevato (2016), conforme ilustrado na Figura 2.

Figura 2 - Passos da Metodologia da Resolução de Problemas




Fonte: (ALLEVATO, 2014)

É possível notar que cada etapa permite ao professor uma postura diferente da habitual. Nesta investigação observaremos o papel do aluno, analisando o seu protagonismo frente a novos problemas e sua postura perante a um grupo. A proposta apresentada por Allevato e Onuchic (2014) vai ao encontro das ideias defendidas por Lamonato e Passos (2011) pois estas autoras entendem que “o foco da construção do conhecimento é o processo, que pode ser não linear e incerto, com importância dada ao erro, e não exclusivamente ao caminho mais curto e direto” (p. 54). Complementando essa concepção, Schoenfeld (1996) já afirmava que o objetivo da resolução de problemas não é apenas ensinar os alunos a resolver problemas, mas auxiliá-los a pensar matematicamente.

No decorrer do processo de pensar matematicamente, a partir da mediação do professor, entendemos que há a consolidação da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação. Segundo Allevato e Onuchic (2009) tal palavra composta expressa “uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p. 139).

A relação ensino e aprendizagem passa a ser válida devido à atuação do aluno como coautor de seu próprio conhecimento. A avaliação passa ter caráter contínuo e integra-se ao processo de ensino e aprendizagem. Nessa metodologia, conceitos e habilidades matemáticas são compreendidas no cerne da resolução de problemas.

## 1.2 TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Nesta seção discutiremos um tópico da Psicologia Educacional, mais especificamente, abordaremos os pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa – TAS, proposta inicialmente por David Paul Ausubel (1918 – 2008), discutida e ampliada por vários pesquisadores. Dentre esses, consideraremos as contribuições do pesquisador brasileiro Marco Antônio Moreira, que considerou os pressupostos da TAS proposta por David Ausubel. Analisaremos como suas sugestões podem trazer contribuições no contexto do ensino e da aprendizagem da Matemática, visando relacionar as implicações para esta dissertação.

Em particular, abordamos alguns fundamentos da Aprendizagem Significativa, tais como o conceito de subsunçor e organizador prévio. A partir das ideias de Ausubel e Moreira procuramos compreender o que qualifica um material como potencialmente significativo e quais elementos possibilitam a ocorrência da Aprendizagem Significativa.

### 1.2.1 Aprendizagem Significativa

O especialista em Psicologia Educacional, David Paul Ausubel, buscando compreender questões inerentes ao processo cognitivo, defendeu que o conhecimento prévio do aluno é o ponto de partida para a aprendizagem significativa. Essa proposta foi enfatizada pelo autor no livro escrito em parceria com Joseph Novak e Helen Hanesian[5]:

> Se tivéssemos que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diríamos: o fator singular mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra isto e ensine-o de acordo. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 137)

Para tais autores, aprendizagem significa organização e integração de novos conceitos na estrutura cognitiva do aprendiz. Outros pesquisadores como Moreira e Masini (2016) ratificam essa concepção ao afirmarem que:

> Quando se fala em aprendizagem segundo o construto cognitivista, está se encarando a aprendizagem como um processo de armazenamento de informação, condensação em classes mais genéricas de conhecimentos, que são incorporados a uma estrutura na mente do indivíduo, de modo que esta possa ser manipulada e utilizada no futuro. É a habilidade de organização das informações que deve ser desenvolvida. (MOREIRA; MASINI, 2016, p. 13)

Dessa forma, a aprendizagem significativa representa o processo de interação, de modificação e organização existente entre o conhecimento e a aquisição de novas informações. Nessa perspectiva, Ausubel, Novak e Hanesian definem que “a essência do processo de aprendizagem significativa é que as ideias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno através de uma relação não arbitrária e substantiva (não literal)” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 34).

Os autores explicam que “uma relação não arbitrária e substantiva significa que as ideias são relacionadas a algum *aspecto relevante existente* na estrutura cognitiva do aluno, como, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 34).

Essas ideias são discutidas por Moreira (2012) que explica a não arbitrariedade como uma ligação não aleatória, de modo que o novo conhecimento não vai interagir com qualquer conhecimento prévio, mas com um

[5]A tradução em Português da obra original dos autores intitulada *Educational Psychology* foi publicada em 1980.

conhecimento relevante e que já existe na estrutura cognitiva de quem aprende. Assim, a relação entre os dois conhecimentos leva em consideração a organização cognitiva do aprendiz.

Com relação à substantividade, Moreira (2012) ressalta que a informação intrínseca ao novo conhecimento é internalizada pela estrutura cognitiva de modo não-literal, não ao pé-da-letra. Uma vez que determinado conceito é aprendido, o indivíduo será capaz de explicá-lo com suas próprias palavras.

Nesse sentido, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) afirmam que o surgimento de novos significados na estrutura cognitiva do aprendiz representa o complemento do processo de aprendizagem significativa. Moreira (2012) afirma que, nessa etapa o sujeito passa a atribuir significado aos novos conhecimentos e os conhecimentos prévios são modificados, sendo acrescidos de novos significados ou uma maior estabilidade cognitiva. Para Moreira e Masini (2016), "neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel define como conceito subsunçor ou, simplesmente, subsunçor, existente na estrutura cognitiva do indivíduo" (MOREIRA; MASINI, 2016, p. 17). De acordo com Moreira:

> [...] subsunçor é o nome que se dá a um conhecimento específico, existente na estrutura de conhecimentos do indivíduo, que permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto. Tanto por recepção como por descobrimento, a atribuição de significados a novos conhecimentos depende da existência de conhecimentos prévios especificamente relevantes e da interação com eles (MOREIRA; 2012, p.2).

Ausubel, Novak e Hanesian (1980), definem a estrutura cognitiva, como um corpo de conhecimento claro, estável e organizado adquirido pelo aprendiz, capaz de se relacionar a longo prazo com novos conhecimentos. Nesse sentido, a estrutura cognitiva pode ser entendida como uma estrutura hierárquica de subsunçores, que se modifica/organiza de acordo com a existência de conhecimentos relevantes relacionados a conceitos e proposições mais gerais (MOREIRA; MASINI, 2016).

Com relação à organização da estrutura cognitiva, Ausubel, Novak e Hanesian afirmam que:

> Se a estrutura cognitiva for clara, estável e adequadamente organizada, significados precisos e não ambíguos emergem, tendendo a reter sua força de dissociação ou disponibilidade. Se, por outro lado, a estrutura cognitiva for instável, ambígua e desorganizada, tenderá a inibir a aprendizagem significativa e a retenção. Assim, ao fortalecerem os aspectos relevantes da estrutura cognitiva, a nova aprendizagem e a consequente retenção podem ser facilitadas. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 138)

Dessa forma, a aprendizagem significativa acontece quando uma informação nova ancora-se em subsunçores pertinentes já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Conforme afirmam Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 142), “a aprendizagem e a permanência na memória do novo material significativo são funções da estabilidade e da clareza dos subsunçores”.

Contudo, pode ocorrer de os subsunçores serem deficientes ou inexistentes, impossibilitando a conexão entre conhecimentos novos e conhecimentos prévios. Nestes casos, quando o aprendiz não possui em sua estrutura cognitiva subsunçores adequados que lhe possibilitem atribuir significado aos novos conhecimentos, o problema pode ser solucionado com organizadores prévios.

Além disso, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) defendem que os organizadores prévios auxiliam o aprendiz a reconhecer quais elementos dos novos conhecimentos podem ser significativamente aprendidos associando-os aos conhecimentos relevantes já existentes na estrutura cognitiva.

Para tais autores, “os organizadores são apresentados num nível de abstração mais elevado, maior generalidade e inclusividade, do que o novo material a ser aprendido” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 143). Com pensamento similar aos autores anteriores, Moreira (2011) compreende organizador prévio como:

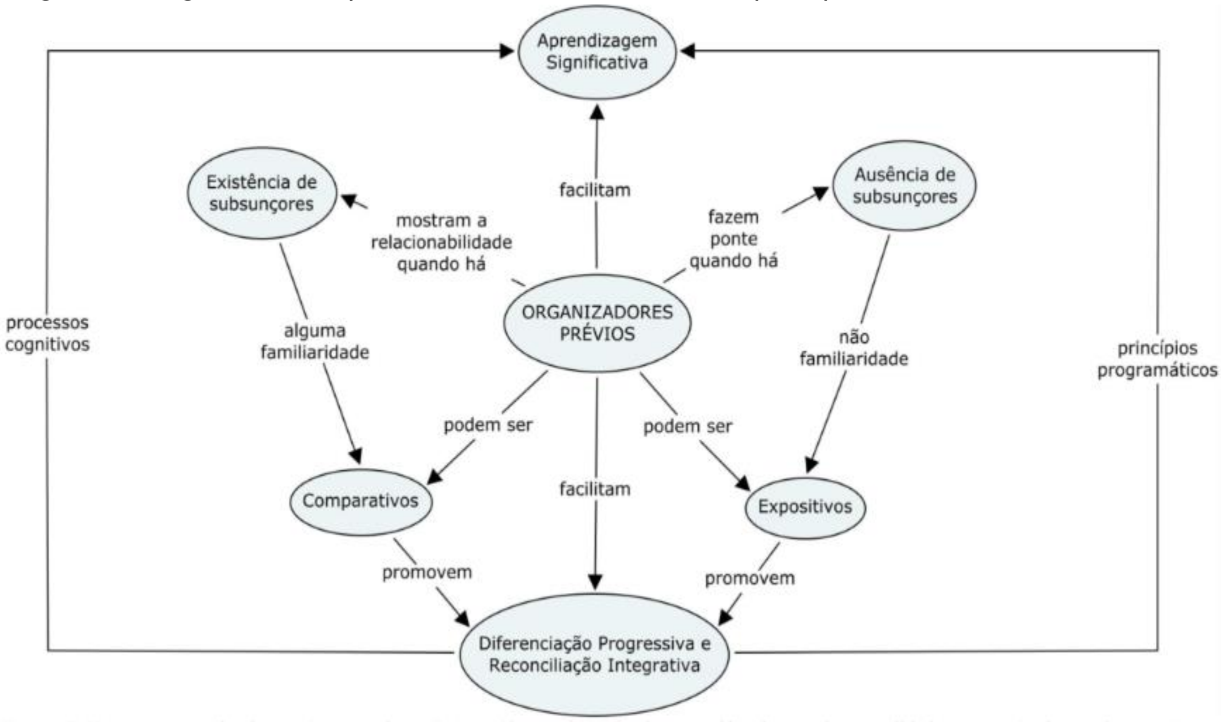
> Um recurso instrucional apresentado em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade em relação ao material de aprendizagem. Pode ser um enunciado, uma pergunta, uma situação-problema, uma demonstração, um filme, uma leitura introdutória, uma simulação. As possibilidades são muitas, mas a condição é que preceda a apresentação do material de aprendizagem e que seja mais abrangente, mais geral e inclusivo do que este. (MOREIRA, 2011, p. 30)

Mais especificamente, “a principal função do organizador está em preencher o hiato entre aquilo que o aprendiz já conhece e o que precisa conhecer antes de poder aprender significativamente a tarefa com que se defronta" (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 144). Os organizadores prévios devem servir como ponte entre o conhecimento do aprendiz e o novo conhecimento, de forma que o conteúdo a ser aprendido aconteça de forma significativa. Um organizador prévio pode ser um enunciado, uma pergunta, uma situação-problema, um filme dentre outros. De acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980), há dois tipos de organizadores prévios:

- **Organizadores expositivos** – nesse caso, o material de aprendizagem não é familiar ao aprendiz e este não possui subsunçores relevantes. Dessa forma, o organizador atua como uma ponte entre o que o aprendiz sabe e o que deveria saber para que o material seja potencialmente significativo.
- **Organizadores comparativos** – contrapondo-se ao item anterior, estes organizadores são utilizados quando o novo material é relativamente familiar ao aprendiz, permitindo integrar novos conhecimentos à estrutura cognitiva e, simultaneamente, diferenciá-los dos demais conhecimentos já existentes nessa organização cognitiva.

Nesse sentido, os organizadores prévios são usados para minimizar a deficiência de subsunçores ou, ainda, para mostrar a conexão ou vínculo entre os novos conhecimentos e os conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva. Moreira (2011, p. 31) defende que "se o aluno não tem subsunçores relevantes à aprendizagem de novos conhecimentos, o melhor é facilitar, promover a sua construção antes de prosseguir". Os organizadores prévios ajudam o aprendiz a vincular as novas ideias apresentadas aos subsunçores existentes em sua organização cognitiva. Moreira (2013) apresenta um mapa conceitual que esquematiza a atuação dos organizadores prévios, conforme a Figura 3 a seguir.

Figura 3 - Organizadores prévios sob à ótica de Moreira (2013)




Fonte: (MOREIRA, 2013, p. 17)

Dessa forma, é possível inferir que, ainda que hajam subsunçores, os organizadores prévios atuam relacionados a estes e, na falta dos mesmos, os organizadores servem como uma ponte. Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), a aquisição de significado é resultado da aprendizagem significativa. Dessa forma, quando o aprendiz consegue transferir de forma clara e precisa o novo conhecimento, então existe a legitimação dessa aprendizagem. Moreira e Masini (2016) salientam que é aconselhável que os alunos conheçam um conjunto oportuno de conceitos que possibilite relacionar a estrutura cognitiva à ocorrência da aprendizagem significativa.

### 1.2.2 Alguns tipos de Aprendizagem

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) definem alguns tipos de aprendizagem que se relacionam entre si, duas a duas; são elas: *aprendizagem significativa e mecânica,* e *aprendizagem receptiva e por descoberta.* Tais autores compreendem a aprendizagem mecânica - também conhecida como automática - como a aprendizagem de informações novas com pouca (ou nenhuma) interação com a estrutura cognitiva existente.

Na aprendizagem mecânica, a nova informação é armazenada de maneira arbitrária e literal, não interagindo com as informações existentes na estrutura cognitiva, contrapondo-se à aprendizagem significativa (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Moreira e Masini (2016) afirmam que "o conhecimento assim adquirido fica arbitrariamente distribuído na estrutura cognitiva sem relacionar-se a conceitos subsunçores específicos" (MOREIRA; MASINI, 2016, p. 19).

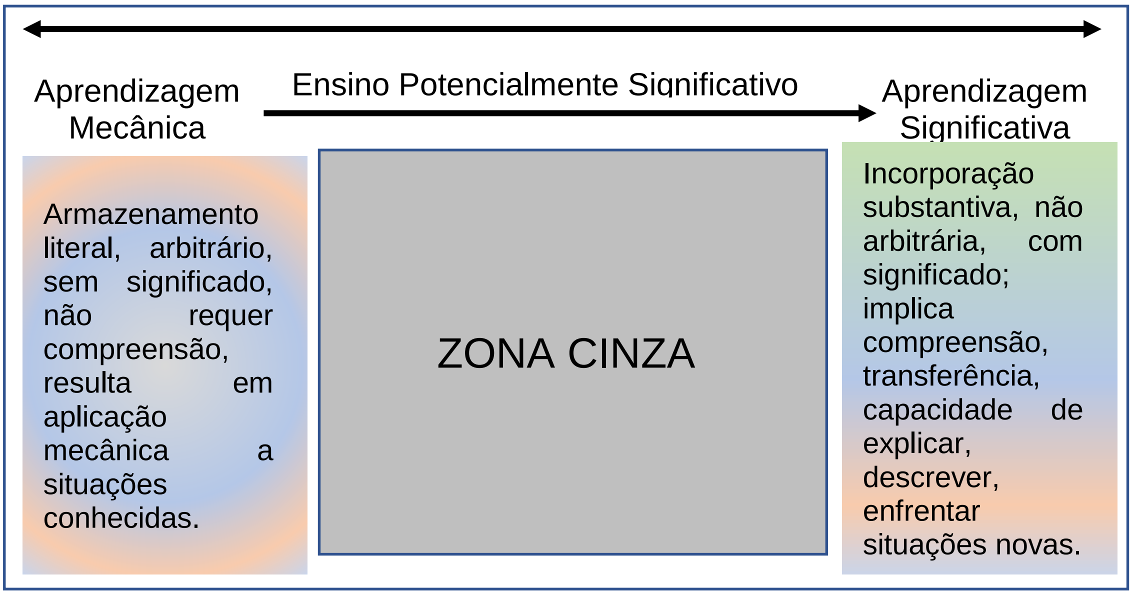
Dessa forma, quando a área de conhecimento é nova para o aprendiz, ocorre a aprendizagem mecânica até que se estabeleça uma estrutura cognitiva que permita a aprendizagem significativa.

Ao relacionarem aprendizagem significativa e mecânica, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) afirmam que há um *continuum* entre esses dois pólos da aprendizagem. Moreira e Masini (2016) convergem para essa ideia ao afirmarem que não há uma dicotomia entre essas aprendizagens, mas sim como "um *continuum*" (p. 19). Contudo, apesar dessa ideia de ininterrupção, afirmam que a aprendizagem que mais ocorre na escola é a mecânica, "praticamente sem significado, puramente memorística, que serve para as provas e é esquecida, apagada, logo após" (MOREIRA, 2012, p. 12).

Visando esclarecer a relação entre esses dois tipos de aprendizagem, Moreira (2011) apresenta um esquema com essa caracterização, conforme a Figura 4 a seguir. O conteúdo da figura sugere que grande parte da aprendizagem significativa ocorre na zona cinza[6], "onde o erro é normal e deve ser aproveitado para a aprendizagem" (MOREIRA, 2013, p. 34). Durante a passagem pela zona cinza, um ensino potencialmente significativo pode oportunizar a aprendizagem significativa.

[6]Região em que ocorre grande parte do processo de ensino-aprendizagem, zona de progressividade, da aprendizagem pelo erro, da captação de significados.

Figura 4 - Visão esquemática da Aprendizagem Mecânica à Aprendizagem Significativa




Fonte: (MOREIRA, 2011, p. 32)

Moreira (2011) afirma que a transição da aprendizagem mecânica para a aprendizagem significativa não é natural ou automática. Para que essa transição aconteça é necessário disposição por parte do aprendiz para relacionar os novos conhecimentos aos conhecimentos já existentes.

Na aprendizagem receptiva, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) definem que “todo o conteúdo daquilo que vai ser aprendido é apresentado ao aluno sob a forma final. A tarefa de aprendizagem não envolve qualquer descoberta independente por parte do estudante” (p. 20). Contudo, não significa que o aluno não tenha que desenvolver nenhuma atividade cognitiva, que a aprendizagem ocorra de forma passiva ou que esteja atrelada ao ensino tradicional. Para Moreira (2011), a aprendizagem receptiva exige bastante atividade cognitiva para “relacionar, interativamente, os novos conhecimentos com aqueles já existentes na estrutura cognitiva, envolvendo processos de captação de significados, ancoragem, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa” (p. 33-34).

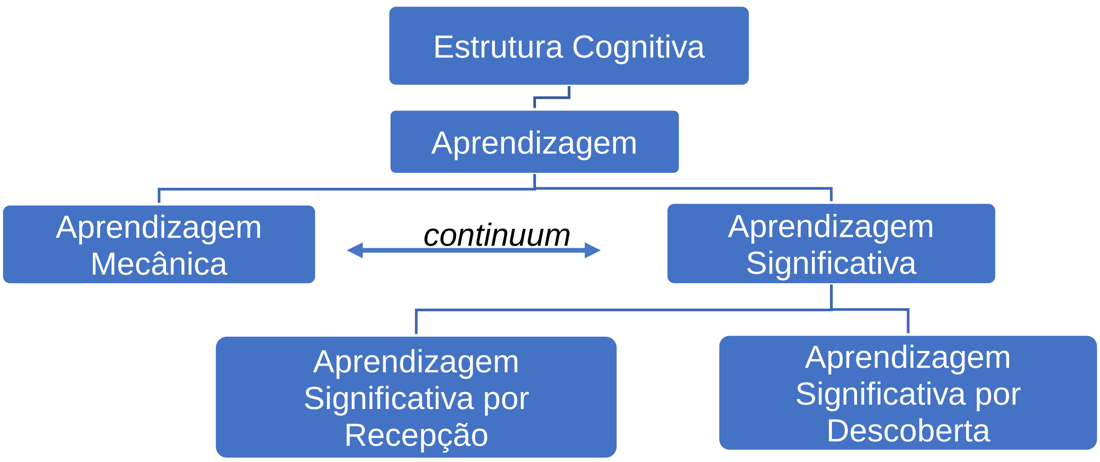
Ao passo que a característica principal da aprendizagem por descoberta, sob à ótica de Ausubel, Novak e Hanesian (1980), “é que o conteúdo principal daquilo que vai ser aprendido não é dado, mas deve ser descoberto pelo aluno antes que possa ser significativamente incorporado à sua estrutura cognitiva” (p. 20). Desse modo, essa aprendizagem deve ser valorizada e trabalhada em sala de aula, pois permite ao aluno descobrir o conteúdo a ser trabalhado antes de incorporá-lo à sua estrutura cognitiva. Ausubel, Novak e Hanesian (1980) afirmam que durante esse processo de descoberta:

> O aluno deve reagrupar informações, integrá-las à estrutura cognitiva existente e reorganizar e transformar a combinação integrada, de tal forma que dê origem ao produto final desejado ou à descoberta de uma relação perdida entre meios e fins. Concluída a aprendizagem por descoberta, o conteúdo descoberto torna-se significativo da mesma forma que o conteúdo apresentado torna-se significativo na aprendizagem receptiva. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 21)

Dessa forma, uma vez que o conhecimento foi descoberto, as condições são as mesmas; independente se por recepção ou por descoberta, a aprendizagem é significativa se o novo conhecimento ancora-se em subsunçores relevantes na estrutura cognitiva. Contudo, Moreira (2011) salienta que “a aprendizagem por descoberta não leva necessariamente à aprendizagem significativa e a aprendizagem receptiva não é o mesmo que a aprendizagem mecânica” (p. 35). É necessário ter cuidado ao realizar certas associações, desfazer as dicotomias e trabalhar corretamente na “zona cinza”.

Inspirados nas ideias defendidas por Ausubel, Novak e Hanesian (1980), Pivatto e Schuhmacher (2013) esquematizaram, conforme Figura 5, essas aprendizagens anteriormente descritas.

Figura 5 - Representação esquemática de alguns tipos de aprendizagem




Fonte: Pivatto e Schuhmacher, 2013.

Com essa figura é possível compreender melhor as relações propostas por Ausubel, Novak e Hanesian entre o *continuum* que se estabelece entre a aprendizagem mecânica e a significativa, como também assimilar a possibilidade de ocorrência da aprendizagem por recepção ou por descoberta. Tais autores também definiram dois processos que podem acontecer durante a aprendizagem significativa, os quais apresentaremos na seção a seguir.

### 1.2.3 Diferenciação Progressiva e Reconciliação Integrativa

Moreira e Masini (2016) afirmam que durante o processo de aprendizagem significativa, o aprendiz desenvolve conceitos a partir de diversas interações. Ausubel, Novak e Hanesian (1980) afirmam que esse processo é facilitado quando "as ideias mais gerais e mais inclusivas da disciplina são apresentadas em primeiro lugar" (p. 159). Posteriormente, serão diferenciadas progressivamente de acordo com determinadas particularidades e características em comum. De acordo com esse entendimento, Moreira e Masini (2016) concluem que:

> Diferenciação progressiva é o princípio pelo qual o assunto deve ser programado de forma que as ideias mais gerais e inclusivas da disciplina sejam apresentadas antes e, progressivamente diferenciadas, introduzindo os detalhes específicos necessários. Essa ordem de apresentação corresponde à sequência natural da consciência, quando um ser humano é espontaneamente exposto a um campo inteiramente novo de conhecimento. (MOREIRA; MASINI, 2016, p. 30)

Moreira (2005, p. 15) defende que "não se trata de um enfoque dedutivo, mas sim de uma abordagem na qual o que é mais relevante deve ser introduzido desde o início e, logo em seguida, trabalhado através de situações e exemplos". Ao propor essa ideia, Ausubel, Novak e Hanesian baseiam-se em duas hipóteses:

> i) É menos difícil para os seres humanos compreender os aspectos diferenciados de um todo previamente aprendido, mais inclusivo, do que formular o todo inclusivo a partir das suas partes diferenciadas previamente aprendidas.
> ii) Num indivíduo, a organização do conteúdo de uma disciplina particular consiste de uma estrutura hierárquica na sua própria mente. As ideias mais inclusivas ocupam uma posição no topo desta estrutura e abrangem proposições, conceitos e dados factuais progressivamente menos inclusivos e mais diferenciados. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 159)

A partir dessas hipóteses Ausubel reafirma a importância da organização da estrutura cognitiva para a efetiva aprendizagem significativa. Moreira (2012) ressalta que a diferenciação progressiva pode ser entendida como um processo de atribuição de significado a um determinado subsunçor decorrente da reiterada utilização deste para dar significado a novos conhecimentos.

Esse autor afirma ainda que ao longo de diversas interações um determinado subsunçor adquire novos significados, tornando-se mais rico, mais refinado, mais específico e capaz de servir de ancoradouro para novas aprendizagens significativas.

Com relação à reconciliação integrativa, Moreira (2005) defende que consiste na exploração explícita de relações entre conceitos e proposições, enfatizando diferenças e semelhanças e buscando reconciliar incongruências reais e aparentes. Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), o princípio da reconciliação integrativa vai de encontro à prática usual dos escritores de compartimentalizar e isolar ideias ou tópicos específicos dentro de subcapítulos ou capítulos.

O processo de reconciliação integrativa é simultâneo ao processo de diferenciação progressiva, pois “consiste em eliminar diferenças aparentes, resolver inconsistências, integrar significados, fazer superordenações” (MOREIRA, 2012, p. 6). Através desses processos o aprendiz organiza, hierarquicamente, a sua estrutura cognitiva relacionada a determinado conhecimento. Moreira e Masini (2016), afirmam que

> Hierarquicamente significa que alguns subsunçores são mais gerais, mais inclusivos do que outros, mas essa hierarquia não é permanente; à medida que ocorrem os processos de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, a estrutura cognitiva vai mudando. (MOREIRA; MASINI, 2016, p. 42-43)

Nessa concepção, os dois processos são simultâneos e interdependentes tanto na dinâmica da estrutura cognitiva quanto no ensino.

### 1.2.4 Condições para a Aprendizagem Significativa

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) afirmam que a efetivação da aprendizagem significativa requer a predisposição do aluno para a aquisição de novos significados. Nesse sentido, conforme ressaltamos anteriormente, os autores destacam que

> A aprendizagem significativa pressupõe que o aluno manifeste uma disposição para a aprendizagem significativa – ou seja, uma disposição para relacionar, de forma não arbitrária e substantiva, o

> novo material à sua estrutura cognitiva – e que o material aprendido seja potencialmente significativo – principalmente incorporável à sua estrutura de conhecimento através de uma relação não arbitrária e não literal. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 34)

Partindo dessa concepção, Ausubel, Novak e Hanesian defendem que para que haja a ocorrência da aprendizagem significativa é necessária a utilização de material potencialmente significativo aliado à disposição para a aprendizagem significativa. Tais autores salientam ainda que, para a ocorrência da aprendizagem significativa, é necessário que:

i) A tarefa de aprendizagem seja potencialmente significativa para o aprendiz, isto é, seja possível de se relacionar com a sua estrutura cognitiva de forma não-arbitrária e substantiva;
ii) O aprendiz demonstre disposição de relacionar o novo conhecimento de modo substantivo e não-arbitrário à sua estrutura cognitiva;

Com relação à natureza do assunto a ser aprendido, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) afirmam que:

> Esta deve ser suficientemente não arbitrária e não aleatória, de modo a permitir o estabelecimento de uma relação não arbitrária e substantiva com ideias correspondentemente relevantes localizadas no domínio da capacidade intelectual humana (ideia correspondentemente relevante que pelo menos *alguns* seres humanos são capazes de aprender se a eles é dada a oportunidade para que tal ocorra). (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 36, grifo do autor)

E com relação à estrutura cognitiva de cada aluno, Moreira e Masini (2016), afirmam que na estrutura cognitiva do aprendiz devem estar disponíveis os subsunçores não-arbitrários com os quais o novo conhecimento irá interagir.

O segundo item é descrito por Ausubel, Novak e Hanesian (1980) ao enfatizarem que independentemente do grau de determinado material ser potencialmente significativo "se a intenção do aluno é memorizá-la arbitrária e literalmente, tanto o processo de aprendizagem como o produto da aprendizagem serão automáticos" (p. 34). Analogamente, de nada adianta o aluno apresentar disposição para a aprendizagem significativa se a tarefa da aprendizagem não for potencialmente significativa, nem o processo e nem o produto da aprendizagem serão significativos.

Considerando os apontamentos de Moreira (2012), ressaltamos algumas questões que devem ser consideradas para a elaboração e uso de material potencialmente significativo:

- os conteúdos gerais e específicos devem ser trabalhados em uma perspectiva de diferenciação progressiva e reconciliação integradora;
- a matéria de ensino deve ser organizada em tópicos sequenciados em termos de dependências hierárquicas naturais;
- materiais introdutórios devem ser apresentados aos alunos para que estes possam relacionar os seus conhecimentos aos novos conhecimentos;
- deve-se ter cuidado com a linguagem, uma vez que a aprendizagem significativa envolve um intercâmbio e depende da negociação de significados;
- o aprendiz deve externalizar os significados que está captando, deve explicar com suas palavras, justificar suas respostas;
- promoção de atividades colaborativas em pequenos grupos porque viabilizam o intercâmbio, a negociação de significados e colocam o professor na posição de mediador.

Todas essas questões foram consideradas durante a seleção, formulação e aplicação de problemas que envolvem conceitos de volumes de sólidos geométricos e serão discutidos com mais detalhes na seção 2.4.1.

## 1.3 SÓLIDOS GEOMÉTRICOS E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Nessa seção apresentaremos o resultado de um levantamento realizado em bancos de dados de trabalhos acadêmicos, no âmbito nacional, de teses e dissertações que abordam temas relacionados ao ensino, à aprendizagem ou ainda, ao ensino e aprendizagem de sólidos geométricos.

Inicialmente buscamos em bancos de teses e dissertações da CAPES, biblioteca digital da USP, da UNICAMP, repositório da UNESP, dentre outros. Com a localização de muitos trabalhos, refinamos a nossa busca considerando aqueles publicados a partir do ano de 2010 e relacionados à resolução de problemas geométricos, utilizando as palavras chave: resolução de problemas, aprendizagem significativa, matemática, geometria. O Quadro 4 apresenta alguns dos trabalhos a que tivemos acesso em alguns dos repositórios citados anteriormente. Detalhamos neste quadro alguns trabalhos que dialogam com a nossa pesquisa.

Quadro 3 - Produções dos Programas de Pós-Graduação da UNESP que dialogam com a nossa pesquisa

| Ano | Autor | Título do trabalho |
|---|---|---|
| 2010 | Célia Barros Nunes | O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática |
| 2014 | Aline Alves Costa | Estratégias adotadas na Resolução de Problemas geométricos: o caso dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental da rede municipal de Aracaju-SE |
| 2016 | José Henrique Bizinoto | Resolução de Problemas de Geometria Métrica Espacial com utilização da Tecnologia da Informação e Comunicação |
| 2016 | Maria Patrícia Félix | Resolução de Problemas sobre conceitos geométricos: Estratégias dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental |
| 2016 | Ricardo Gonçalves | Resolução de Problemas: uma proposta para a aprendizagem significativa das funções por várias sentenças |
| 2016 | Rosangela dos Santos Belo | Aprendendo por meio de experiências com situações problema |
| 2018 | Lilian Esquinelato da Silva | Ensino Intradisciplinar de Matemática através da Resolução de Problemas: o caso do Algeblocks |

Fonte: As autoras

Na sua tese de doutorado, Nunes (2010) teve como objetivo analisar a as potencialidades didático-matemáticas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avalição de Matemática através da Resolução de Problemas nos processos de ensinar e aprender Geometria.

Nunes (2010) afirma que sempre se preocupou com o ensino da geometria e, nesse trabalho, alia a sua preocupação à formação de futuros professores de Matemática. Dessa forma, desenvolve e aplica dois projetos de ensino nas disciplinas de Didática da Matemática e Laboratório de Ensino da Matemática II, em um curso de licenciatura em Matemática. Em cada projeto foram realizados quinze encontros, os problemas trabalhados em cada disciplina foram selecionados de modo a construir conceitos e conteúdos novos a partir de conhecimentos prévios.

Na conclusão de sua tese, Nunes (2010) afirma que a metodologia adotada levou os alunos a assumirem a postura de investigadores e de professores reflexivos, atitudes com que não estavam acostumados, visto que o habitual era resolver uma lista enorme de exercícios repetitivos, ao passo que no desenvolvimento da pesquisa passaram a pensar, comunicar e justificar suas ideias.

O trabalho de Costa (2014) analisa as estratégias adotadas por estudantes do 7º ao 9º ano do Ensino Fundamental de quatro escolas municipais na resolução de problemas geométricos retirados da coleção A Conquista da Matemática. Após exame das soluções obtidas, alguns alunos que apresentaram estratégias diferenciadas foram selecionados para uma participar de uma entrevista semiestruturada. Os pressupostos teóricos adotados para a análise das resoluções foram os defendidos por Polya (2006) em seu livro A Arte de Resolver Problemas.

Como resultados, a autora destacou que os alunos apresentaram respostas por meio de figuras e, posteriormente, utilizaram estratégia aritmética. Os registros e estratégias algébricas foram utilizados timidamente pelos alunos do 8º ano, muito explorados pelos alunos do 9º ano e não foram utilizados pelos alunos do 7º ano. A autora verificou que a utilização de figuras é um importante recurso para o desenvolvimento da criatividade dos alunos.

O trabalho de Bizinoto (2016) apresenta uma proposta de atividade voltada a alunos do 2º ano do curso técnico em Agropecuária integrado ao Ensino Médio, com o objetivo de trabalhar conceitos de áreas e volumes de sólidos geométricos com o auxílio do software Geogebra. Como aporte teórico baseou-se na Resolução de Problemas e em orientações para o uso da Tecnologia da Informação e Comunicação. Os problemas propostos aos alunos versavam sobre sólidos geométricos como o cone, cilindro, esfera, pirâmide e prisma.

O instrumento aplicado foi composto por quatro problemas trabalhados individualmente em encontros distintos. O autor analisou a resolução dos problemas desenvolvidos pelos alunos com o registro no papel, com a utilização do Geogebra e, em alguns casos, a construção de sólidos geométricos utilizando cartolina, dentre outros materiais. Os resultados apontados mostram que os alunos demonstraram maior participação nas atividades e as resoluções apresentadas eram, em grande parte, justificadas utilizando conceitos e propriedades da Matemática, o que o autor acredita ser devido à utilização da metodologia de Resolução de Problemas associada às potencialidades do software.

O próximo trabalho que apresenta a temática da resolução de problemas atrelada a conceitos geométricos é o de Félix (2016), no qual realiza uma investigação com alunos de três escolas públicas alagoanas, matriculados em turmas de 9º ano do Ensino Fundamental. A autora realiza um teste inicial analisando 192 soluções a partir de duas questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), analisa as estratégias apresentadas pelos alunos e, posteriormente, aplica um segundo teste com os alunos, dessa vez com questões subjetivas. Analisa as soluções apresentadas sob a ótica da resolução de problemas de autores como Polya (2006) dentre outros, considerando o erro como fonte de informação no processo de ensino e aprendizagem.

Na conclusão, a autora destaca que um número expressivo de alunos não apresentou suas estratégias de resolução nas questões objetivas, o que leva a crer que eles possivelmente não têm o hábito de resolver problemas, logo não desenvolvem o conhecimento matemático. Também foi constatado que os alunos utilizaram estratégias sem fazer uso de fórmulas prontas. A autora conclui que a prática de resolver problemas é necessária para explorar conceitos matemáticos frente às diferentes metodologias de ensino.

Assim como Nunes (2010), Costa (2014), Bizinoto (2016) e Félix (2016), em nosso trabalho adotamos como aporte teórico a Resolução de Problemas, contudo trabalharemos com uma vertente distinta da adotada por estes autores. Um outro ponto de distanciamento entre nossos trabalhos está no público-alvo dos trabalhos, a pesquisa de Nunes (2010) trabalha com o ensino superior, mais especificamente futuros professores de Matemática; Costa (2014) trabalha com turmas de 7º ao 9º ano e Bizinoto (2016) desenvolve um trabalho com o

Geogebra com alunos do ensino médio, enquanto analisaremos apenas as produções de alunos do 9º ano sem o auxílio de qualquer software. Com relação ao trabalho de Félix (2016), os nossos problemas são subjetivos e não foram aplicados em etapas.

Em sua dissertação de mestrado, Belo (2016) adotou como objeto matemático o cálculo de perímetro e área de figuras planas e trabalhou com alunos da primeira série do ensino médio. Nessa investigação, a autora trabalha com a Metodologia de Resolução de Problemas adotada por Dante e nos pressupostos defendidos por Polya. Os problemas foram selecionados a partir do Banco de Questões da OBMEP.

Belo (2016) afirma que a abordagem metodológica adotada contribuiu para uma maior participação dos alunos, contudo essa abordagem desvinculada da atuação do professor não garante o sucesso da metodologia. Afirma que a Resolução de Problemas não é um tema, mas sim um processo que direciona todo o trabalho, melhorando significativamente a postura dos alunos e a sua aprendizagem.

A pesquisa de Silva (2018) propõe uma forma de se ensinar fazendo conexões entre diferentes ramos da Matemática, utilizando o material manipulativo *Algeblocks*[7]. O público-alvo dessa pesquisa foram alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental.

Para a aplicação do instrumento de pesquisa, a autora utilizou doze encontros com os alunos utilizando a metodologia pedagógica do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Em cada encontro a autora selecionou, a partir do livro *Algeblocks*, um problema gerador para fundamentar a discussão. Como o trabalho apresenta a proposta de um ensino intradisciplinar de Matemática, Silva (2018) afirma que com os problemas selecionados foi possível construir, dentre outros, conceitos básicos de Aritmética, Álgebra e Geometria a partir da utilização do material manipulativo *Algeblocks*. Também assegura que percebeu os alunos motivados

[7]Conjunto de blocos manipulativos para os estudantes desenvolverem conceitos matemáticos, a partir da visualização de exemplos com a apresentação concreta de conceitos abstratos.

e participativos no processo de resolução dos problemas, atuando como construtores de seu conhecimento.

O trabalho de Gonçalves (2016) visa analisar e verificar quais contribuições para a aprendizagem significativa a resolução de problemas pode promover ao utilizar problemas envolvendo funções de várias sentenças. Nessa pesquisa, o autor trabalhou com 15 alunos do 2º ano do Ensino Médio e percebeu que a resolução de problemas favoreceu a aprendizagem significativa e intensificou a investigação matemática e o trabalho colaborativo.

Assim como nas pesquisas de Belo (2016), Gonçalves (2016) e Silva (2018), também trabalharemos com público-alvo da Educação Básica. Contudo, a metodologia por nós adotada converge para a praticada por Silva (2018), mais especificamente para os pressupostos utilizados por Gonçalves (2016) e difere da que foi trabalhada por Belo (2016), que seguiu os quatro passos defendidos por Polya (2006).

# CAPÍTULO 2
# PERCURSO METODOLÓGICO

Neste capítulo apresentamos o percurso metodológico desta pesquisa e, para isto, estruturamos o capítulo em cinco seções. Na primeira seção, reapresentamos nossa questão de pesquisa com uma discussão a respeito da pesquisa qualitativa e participante. A segunda seção, é dedicada à apresentação do espaço escolar e dos participantes dessa pesquisa. Na terceira seção serão apresentados os procedimentos para a organização da pesquisa. A seção seguinte descreve os instrumentos e métodos para produção dos dados e por fim, na quinta seção, discutimos sobre a sistematização dos dados para estruturar a análise.

## 2.1 PESQUISA QUALITATIVA E PESQUISA PARTICIPANTE

A natureza da abordagem desta pesquisa é qualitativa pois, segundo Bogdan e Biklen (1994, p.47), uma das características importantes é que “a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal”. Em particular, neste trabalho, a pesquisadora estará em contato com os estudantes que participarão da pesquisa, possibilitando compreender seus comportamentos, ações e interações, considerando o local e os momentos em que se manifestam, interessando-se mais “pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 50).

Para Ludke e André (1986), na realização de uma pesquisa

> [...]é preciso promover o confronto entre os dados, as evidências, as informações coletadas sobre determinado assunto e o conhecimento teórico acumulado a respeito dele. Em geral isso se faz a partir do estudo de um problema, que ao mesmo tempo desperta o interesse do pesquisador e limita sua atividade de pesquisa a uma determinada porção do saber, a qual ele se compromete a construir naquele momento. Trata-se, assim, de uma ocasião privilegiada, reunindo o pensamento e a ação de uma pessoa, ou de um grupo, no esforço de elaborar o conhecimento de aspectos da realidade que deverão servir para a composição de soluções propostas aos seus problemas. Esse conhecimento é, portanto, fruto da curiosidade, da inquietação, da inteligência e da atividade investigativa dos indivíduos, a partir e em continuação do que já foi elaborado e sistematizado pelos que trabalharam o assunto anteriormente. Tanto pode ser confirmado como negado pela pesquisa o que se acumulou a respeito desse assunto, mas o que não pode é ser ignorado. (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p.2)

Complementando as ideias desses autores, Lakatos e Marconi (2003, p. 155) afirmam que a pesquisa "é um procedimento formal, com método de pensamento reflexivo, que requer um tratamento científico e se constitui no caminho para conhecer a realidade ou para descobrir as verdades parciais". Estas verdades parciais dizem respeito às respostas que podem ser formuladas a um determinado problema. Para isto, Gil (2002) ressalta que as respostas aos problemas devem ser elaboradas como resultados de procedimentos formais e sistemáticos definidos para tal finalidade.

A partir desses entendimentos é que procuramos definir os procedimentos necessários para a organização e produção dos dados desta pesquisa que tem como questão norteadora:

*Como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para a aprendizagem significativa do conceito de volume de sólidos geométricos?*

Segundo Lakatos e Marconi, a pesquisa participante "consiste na participação real do pesquisador no grupo, incorporando-se ao grupo a ponto de confundir-se com ele; fica tão próximo quanto um membro do grupo que participa das atividades normais deste" (2010, p. 177). Para responder a esta questão de pesquisa adotamos a pesquisa participante como método para organização e produção dos dados.

A escolha pela pesquisa participante ocorreu porque a professora-pesquisadora participou observando e também atuando junto aos alunos que participaram da pesquisa. A pesquisa foi realizada em uma escola pública de porte médio do município de Ilhéus, com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental II. Na próxima seção apresentamos com mais detalhes esse espaço escolar, os alunos do 9º. ano e o motivo da escolha desta escola para essa pesquisa.

## 2.2 O ESPAÇO ESCOLAR

A pesquisa foi realizada em uma escola estadual do município de Ilhéus, localizada em um bairro próximo ao centro da cidade, com um público advindo do próprio bairro.

A unidade escolar foi criada no ano de 1968. O público alvo a que esta escola se destinava era constituído de alunos da comunidade de Ensino Fundamental I. Com o passar dos anos e com o desenvolvimento e expansão do bairro, houve um aumento do número de moradores e a necessidade de ampliar o público alvo da unidade escolar.

Assim, as obras de recuperação e revitalização da unidade escolar foram iniciadas com o intuito de admitir alunos para o Ensino Fundamental II. A conclusão das obras ocorreu no ano de 1995 e a unidade escolar passou a ofertar cursos de Ensino Fundamental I e II.

A unidade escolar é a única escola pública do estado no bairro. Dessa forma, vários alunos ao concluírem o Ensino Fundamental não queriam mudar de escola e, devido à intensa procura por cursos de Ensino Médio, no ano de 2005 a unidade escolar passou a ofertar, além de cursos de Ensino Fundamental I e II, o Ensino Médio.

Contudo, mesmo após tantas alterações nos cursos oferecidos pela unidade, o corpo docente permaneceu quase inalterado. Alguns professores buscaram realizar especializações, ou até mesmo graduações para aqueles que possuíam apenas o magistério.

A professora-pesquisadora deste trabalho passou a trabalhar nessa unidade escolar a partir do ano de 2007, atuando como Prestadora de Serviço Temporário, também conhecido como PST. Posteriormente participou de processo seletivo de Regime Especial de Direito Administrativo (REDA) e, coincidentemente, ao final desse período, houve a seleção para professor efetivo do estado da Bahia. O êxito obtido nesse concurso proporcionou a permanência nesta unidade escolar.

A vivência neste ambiente escolar proporcionou uma maior aproximação com os alunos permitindo conhecer suas dificuldades e necessidades, o que contribuiu para minha formação profissional. Esses foram os principais motivos que influenciaram a escolha por esta unidade escolar, além da receptividade do corpo diretivo para a realização da pesquisa. Os alunos que participaram dessa pesquisa estudam numa turma de nono ano do Ensino Fundamental II, no turno matutino, conforme relatamos anteriormente.

A professora-pesquisadora desenvolve atividades de ensino com esses alunos desde o 6º. ano do Ensino Fundamental. A turma é composta por vinte e um alunos, sendo sete meninas e catorze meninos, com uma faixa etária de treze a dezessete anos. Dentre esses alunos, sete estão cursando o nono ano pela segunda vez e quatro cursam o Regime de Progressão Parcial (RPP)[8] em Matemática no oitavo ano, no turno vespertino. Os diversos estágios de níveis de aprendizagem dos alunos desta turma permitem a realização de atividades variadas, principalmente quando a professora-pesquisadora propõe atividades em duplas ou grupos, em que os alunos dialogam analisando a melhor solução para a resolução da atividade.

A turma é bastante participativa e dedicada em suas atividades. Uma característica comum a essa faixa etária é o fascínio por tecnologia; a participação e o interesse dos alunos é inegável quando eles utilizam algum objeto tecnológico atrelado ao conteúdo escolar. Outro fator que desperta a atenção dos alunos é a utilização de materiais manipulativos, permitindo que façam as próprias constatações e construam as suas conclusões.

Devido ao acompanhamento da professora-pesquisadora à maioria dos alunos, por vários anos, foi possível construir uma relação de afetividade e respeito com os mesmos, de modo que não há problemas de indisciplina ou desrespeito entre os alunos ou entre alunos e professor. Essa sintonia entre professor e aluno permite à professora-pesquisadora diversificar as metodologias nas aulas.

No que tange à Geometria, os alunos reconhecem as faces dos sólidos geométricos, calculam o perímetro e a área de regiões planas com segurança e apresentam, em sua maioria, pensamento geométrico condizente com uma argumentação reflexiva sobre as características dos sólidos geométricos. Com

[8]Situação em que o aluno é aprovado para o ano escolar subsequente e cursa simultaneamente, em turno oposto ao que estuda, a(s) disciplina(s) em que foi reprovado no ano anterior, sendo permitido ao aluno estar matriculado em, no máximo, de três disciplinas.

relação ao rendimento escolar, no geral, a turma é dedicada e apresenta um bom rendimento.

O corpo diretivo da escola é composto por uma diretora, uma vice-diretora e uma secretária. Ao serem questionadas sobre a possibilidade de realização da pesquisa na unidade escolar em que atuam elas mostraram-se bastante receptivas e adeptas a novas propostas de ensino. Com relação à nossa pesquisa, informamos à diretora que todos os encontros ocorreriam no horário normal de aula dos alunos e que os mesmos não teriam nenhum gasto ou prejuízo, seja de ordem financeira ou pedagógica ao participarem da pesquisa. Após análise e explicação da proposta à direção da escola, obtivemos a autorização por escrito, conforme carta de anuência (Apêndice A), e a direção não apresentou nenhuma oposição à realização da pesquisa com seus discentes.

Destacamos à direção que mesmo com a autorização da unidade escolar, era necessário a autorização dos alunos e de seus responsáveis para a efetivação do trabalho em sala de aula. Esclarecemos que, ainda que algum aluno ou seu responsável não autorizasse a participação na pesquisa, este aluno não seria prejudicado de forma alguma, ele participaria dos encontros, contudo as suas contribuições e estratégias não seriam utilizadas durante a fase de análise.

## 2.3 PROCEDIMENTOS PARA ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA

Após a elaboração do projeto de pesquisa e dos documentos pertinentes (Apêndices A, B, C e D) para a realização da mesma, submetemos nossa proposta ao Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Estadual de Santa Cruz. Conseguimos a aprovação[9] após a segunda submissão ao CEP. Após a autorização da instituição de ensino superior iniciamos as atividades na instituição de ensino básico.

Para a realização da pesquisa foram organizados quatro encontros, cada um com duração de cem minutos (duas aulas de cinquenta minutos), que aconteceram no horário normal das aulas de Matemática, na própria escola. Em

[9]Parecer consubstanciado do CEP-UESC, CAAE: 79846717.2.0000.5526. Número do Parecer: 2.433.142

cada encontro foi apresentado um problema que envolve conceitos de volume de sólidos geométricos. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, através da Resolução de Problemas, proposta por Allevato e Onuchic (2014), foi utilizada considerando os dez passos sugeridos pelas autoras.

A coleta de dados aconteceu no decorrer do horário normal de aulas dos alunos e todos os alunos da turma concordaram em participar da pesquisa e tiveram autorização dos pais. Utilizando-se dos instrumentos de pesquisa, presentes no Apêndice E, a pesquisadora iniciou os trabalhos informando aos alunos que as atividades relacionadas à pesquisa teriam início a partir da entrega do primeiro problema e que todos os alunos estavam livres para deixar de participar a qualquer momento.

## 2.4 INSTRUMENTOS E MÉTODOS PARA PRODUÇÃO DOS DADOS

Para compor essa seção, nos baseamos nas orientações de Rudio (1978) que define o que compreende a coleta de dados:

> Chama-se de “coleta de dados” à fase do método de pesquisa, cujo objetivo é *obter informações* da realidade. A fase seguinte, em continuação a esta, é o processo de *analisar e interpretar* as informações obtidas e denomina-se “análise e interpretação de dados”. (RUDIO, 1978, p. 111, grifo do autor)

Partindo dessa orientação, buscamos elaborar instrumentos de pesquisa que nos permitissem analisar as estratégias apresentadas pelos alunos ao resolver problemas que envolvem conceitos de volume de sólidos geométricos. Nessa etapa, retomamos o que é indicado na BNCC (2017) para o ensino de Geometria:

> Assim, a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. (BRASIL, 2017, p. 270)

Com essa orientação e considerando os pressupostos teóricos e metodológicos adotados neste trabalho, que foram discutidos no capítulo anterior, pesquisamos em diversas fontes como livros didáticos, orientações educacionais, propostas didáticas apresentadas em capítulos de livros e trabalhos de mestrado já concluídos, para a elaboração de problemas com o propósito de serem apresentados aos participantes da pesquisa. A partir dessa pesquisa, elaboramos um instrumento composto por quatro problemas geradores que envolvem conceitos de volume de sólidos geométricos.

Além do uso dos registros da resolução dos problemas também adotamos a entrevista semiestruturada, videogravações e diário de campo da pesquisadora, que serão apresentados detalhadamente procurando descrever suas potencialidades e fragilidades durante o processo de produção dos dados.

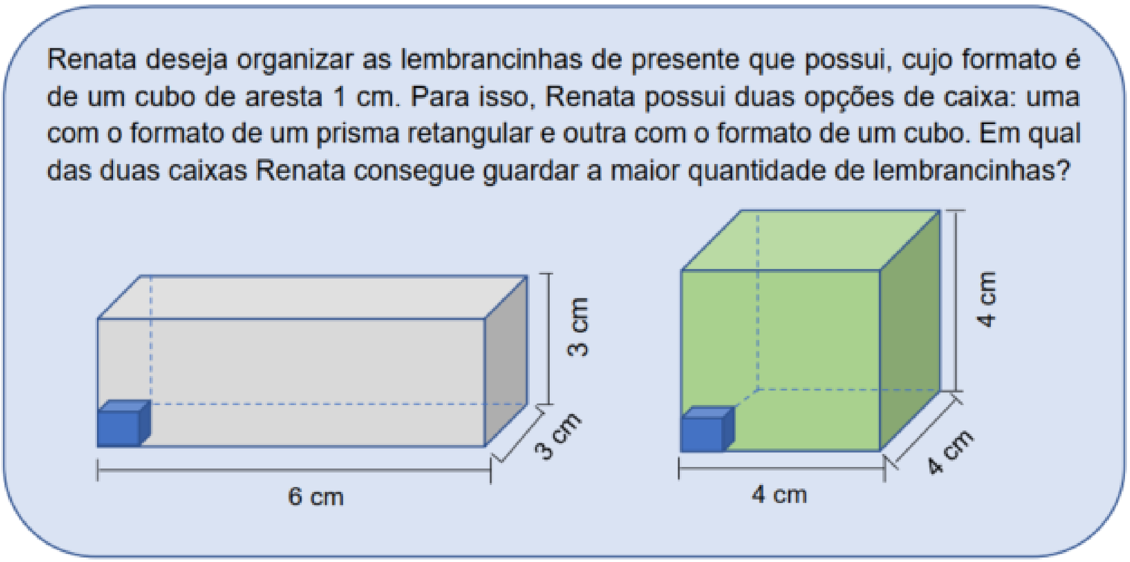
### 2.4.1 Os problemas

Para a seleção/elaboração dos problemas, consideramos as orientações de Onuchic e Allevato (2012), e também, as considerações propostas por Ausubel, Novak e Hanesian (1980) que ressaltam a importância do uso de problemas que se aproximem ao máximo da realidade dos alunos e que sejam considerados seus conhecimentos prévios. Alguns problemas foram por nós elaborados a partir de inspirações de diversas fontes de leitura e outros problemas foram apenas adaptados, sempre buscando problemas que estivessem relacionados ao objeto matemático escolhido para esta pesquisa.

Os problemas foram organizados por encontro e a cada encontro utilizamos um problema gerador. Na organização do instrumento a ser aplicado em cada encontro, estruturamos o problema em uma folha de ofício (A4) e destacamos uma área nessa mesma folha para que o aluno registrasse o seu pensamento do que entendia ser a resolução de cada problema (Apêndice E). A seguir descrevemos individualmente os problemas que foram apresentados aos alunos.

O primeiro problema (Figura 6) explora a comparação entre o volume de um prisma retangular e o volume de um cubo.

Figura 6 - Problema 1 do instrumento proposto aos alunos




Fonte: Elaborado pelas autoras

Para a resolução desse problema o aluno mobilizaria algumas habilidades presentes na BNCC (2017); uma delas, referente à percepção espacial, afirma que o estudante deve ser capaz de “quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial”. (BRASIL, 2017, p. 301)

Dessa forma, esperávamos que os alunos investigassem os sólidos e, a partir dos conhecimentos prévios sobre *Área de Superfícies Planas* e utilizando o cubo de aresta um centímetro como unidade de medida, chegassem à conclusão de que o volume de um prisma retangular ou de um cubo é obtido a partir do produto de suas dimensões.

Nesse sentido, os PCN propõem que

> Para medir o comprimento de um objeto o aluno precisa saber quantas vezes é necessário aplicar uma unidade previamente escolhida nesse objeto, ou seja, executar duas operações: uma geométrica (aplicação da unidade no comprimento a ser medido) e outra aritmética (contagem de quantas unidades couberam). Os mesmos procedimentos são utilizados para obter áreas e volumes. Evidentemente, essa constatação somente será percebida em situações em que as medidas são acessíveis a essas comparações e contagens. (BRASIL, 1998, 129)

A escolha pela utilização do material manipulativo foi feita em virtude de permitir aos estudantes comparar duas grandezas. Tal propósito baseou-se em recomendações dos PCN (BRASIL, 1998) que orientam que um estudante do terceiro ciclo (atualmente 6º ano e 7º ano) seja capaz de “indicar o volume de um recipiente em forma de paralelepípedo retângulo pela contagem de cubos utilizados para preencher seu interior” (BRASIL, 1998, p. 74).

Esse problema vai ao encontro das orientações desse documento pois propõe explorar “situações de aprendizagem que levem o aluno a obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (prismas retos e composições desses prismas)” (BRASIL, 1998, p. 82).

Em particular, com relação ao cubo, esperávamos que eles concluíssem que o volume do cubo é obtido a partir da medida de uma de suas arestas elevada à terceira potência.

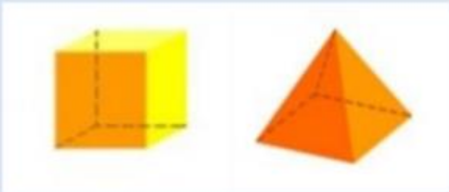
Ao concluir esse problema, o aluno demonstraria possuir a habilidade proposta pela BNCC (2017) de “resolver problemas que envolvam o cálculo de volume de recipientes cujo formato é o de um bloco retangular” (BRASIL, 2017, p. 313). Bem como seria capaz de:

> Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 2017, p. 301)

No segundo problema (Figura 7), a partir das habilidades trabalhadas no encontro anterior, buscamos comparar o volume de um cubo com o volume de uma pirâmide de base quadrada, considerando que ambos possuem a mesma base quadrada e mesma altura.

Figura 7 - Problema 2 do instrumento proposto aos alunos

Dona Olga produz velas artesanais em formato cúbico, contudo após alguns problemas financeiros, decidiu diminuir a quantidade de velas produzidas fazendo assim com que alguns clientes ficassem sem as velas. Fernanda, sua neta, afirma que ela pode diminuir a quantidade de material e continuar com a mesma quantidade de velas fabricadas, mudando o formato de cubo para pirâmide, mantendo a base quadrada. Dona Olga não entende o pensamento da neta e pede para que ela explique melhor. Como Fernanda pode explicar melhor a sua avó?



Fonte: http://www.imagui.com/a/figuras-de-los-solidos-geometricos-TA6GApzyz

Fonte: Elaborado pelas autoras

No esboço desse projeto havíamos pensado em propor aos alunos que construíssem esses sólidos. De acordo com os PCN (BRASIL, 1998),

> Quando os alunos têm de representar um objeto geométrico por meio de um desenho, buscam uma relação entre a representação do objeto e suas propriedades e organizam o conjunto do desenho de uma maneira compatível com a imagem mental global que têm do objeto. (BRASIL, 1998, p. 125)

Após algumas análises, percebemos que o foco não está na construção dos sólidos, mas sim no estabelecimento da relação entre os volumes de tais sólidos. Assim, optamos por fornecer os sólidos para os alunos para não desviarmos do objetivo do problema.

Desse modo, construímos oito duplas de sólidos com uma abertura em uma de suas faces, utilizando papel cartaz e cola para serem entregues aos alunos. Uma dificuldade que surgiu com a construção desses sólidos foi a imprecisão das medidas, pois como a construção aconteceu de forma manual, algumas medidas não foram precisas, como deveria ser. Outra questão que contribuiu com a margem de erro foi o material utilizado que, por ser um pouco rígido dificultou no momento da construção.

No decorrer da resolução desse problema esperávamos que o aluno investigasse os sólidos e buscávamos desenvolver “a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno" (BRASIL, 1998, p. 122).

Com esse problema, pretendíamos que os alunos encontrassem a relação entre o volume do cubo (trabalhado no problema anterior) e o volume da pirâmide. Utilizando arroz para preencher os sólidos em toda a sua capacidade, esperávamos que os alunos identificassem que o volume da pirâmide corresponde a um terço do volume do cubo.

O terceiro problema (Figura 8) foi adaptado de um problema presente em um livro cujo capítulo é de autoria de Célia Nunes, Fabiane Nogutti e Norma Allevato (2014). Com esse problema, esperávamos que os alunos investigassem as características e dimensões de cada um dos sólidos, identificando o cilindro com maior capacidade e justificando com argumentos matemáticos que, ainda que os cilindros tivessem sido construídos a partir da mesma folha de ofício, possuíam capacidades diferentes, uma vez que o volume do cilindro é influenciado pela sua área da base, mais especificamente pela medida do raio que é elevada à segunda potência.

Figura 8 - Problema 3 do instrumento proposto aos alunos

Agora é sua vez! A partir de uma folha de papel ofício (210mm x 297 mm), utilizando a área máxima do papel e sem sobreposição, com o auxílio de uma fita adesiva, represente a superfície lateral de um cilindro.

O que você pode perceber? A sua representação é igual à de seus colegas? A capacidade de cada cilindro é a mesma?

Fonte: Adaptado de Onuchic e Allevato (2014, p. 119)

Fonte: Adaptado de Onuchic e Allevato (2014, p. 119)

Optamos por solicitar aos alunos a justificativa com argumentos matemáticos, pois concordamos com os PCN (BRASIL, 1998) ao afirmarem que

> Apesar da força de convencimento para os alunos que possam ter esses experimentos com material concreto ou com a medição de um desenho, eles não se constituem provas matemáticas. Ainda que essas experiências possam ser aceitas como "provas" no terceiro ciclo, é necessário, no quarto ciclo, que as observações do material concreto sejam elementos desencadeadores de conjecturas e

> processos que levem às justificativas mais formais. (BRASIL, 1998, p. 127)

Ao propor esse problema esperávamos contribuir no desenvolvimento da habilidade proposta pela BNCC (2017) quando recomenda que o aluno seja capaz de “resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas” (BRASIL, 2017, p. 317).

No quarto problema (Figura 9), assim como no segundo problema, compreendemos que a construção dos sólidos não é de fato o foco da nossa pesquisa. Dessa forma, para que os alunos não se sentissem cansados e desanimados por não conseguirem construir os sólidos com a característica solicitada no problema, decidimos disponibilizar os sólidos (cilindro e cone) para os alunos poderem estabelecer as relações.

Figura 9 - Problema 4 do instrumento proposto aos alunos

> Vamos pensar um pouco? Inicialmente você vai representar a superfície lateral de um cilindro e de um cone utilizando papel cartão e fita adesiva, contudo ambos devem ter a mesma área de base. Após essa construção, vamos analisar se as construções possuem a mesma capacidade? Para isso, disponibilizamos grãos de arroz para você poder realizar essa comparação.

Fonte: Elaborado pelas autoras

Assim como relatamos no Problema 2, na execução desse problema surgiu a dificuldade na construção dos sólidos com, exatamente, as mesmas medidas de área de base e altura devido ao material utilizado e por tratar-se de uma construção manual que pode apresentar margem de erro.

Com esse problema e a partir das habilidades trabalhadas com os problemas anteriores, objetivávamos que os alunos realizassem investigações utilizando grãos de arroz para estabelecer uma comparação e chegar à conclusão de que o volume do cone corresponde a um terço do volume do cilindro, da mesma maneira como procederam ao comparar o volume do cubo e da pirâmide de mesma área da base e mesma altura.

Ao propor esse problema esperávamos contribuir no desenvolvimento da habilidade proposta pelos PCN (BRASIL, 1998) quando recomenda que o aluno seja capaz de “obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos” (BRASIL, 1998, p. 82).

### 2.4.2 Registros videogravados

Conforme destacam Fiorentini e Lorenzato, “o uso de equipamentos como gravador, câmera fotográfica e filmadora é valioso – eles permitem registrar, com mais acuidade, eventos importantes que farão parte do material de análise da pesquisa.” (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 201).

Dessa forma, um dos recursos que utilizamos visando enriquecer a nossa análise e nos possibilitar um exame mais detalhado da situação foi o recurso de videogravação das aulas. Antes de iniciar as gravações, a professora-pesquisadora conversou com os alunos questionando se eles se sentiriam à vontade sendo gravados. Explicou a riqueza de detalhes que poderia investigar com a disponibilização das gravações e garantiu que, assim como as identidades serão mantidas em sigilo, todos os registros gravados serviriam apenas para análise deste trabalho e não seriam disponibilizados em qualquer meio eletrônico para acesso de terceiros.

Com o aceite de toda a turma, sem exceção, todos os encontros foram videogravados visando manter essa memória artificial a qual poderemos recorrer a todo instante para elucidar quaisquer dúvidas que possam surgir durante o processo de análise dos dados.

### 2.4.3 Diário de campo

Visando registrar ao máximo as interações ocorridas durante o processo de resolução de problemas, selecionamos também como instrumento de pesquisa o diário de campo da pesquisadora. Neste diário de campo registramos as falas e reações que observamos dos alunos no momento da aplicação do problema no decorrer de cada encontro.

Ludke e André (1986) afirmam que o registro escrito das observações deve ser feito o quanto antes, pois garante-se assim maior acuidade. Assim, ao final de cada encontro a pesquisadora realizou as anotações no seu diário de campo, registrando todas as observações que entendeu serem pertinentes ao processo de aprendizagem dos alunos.

### 2.4.4 Entrevista semiestruturada

Após análise preliminar das respostas dos problemas, selecionamos alguns alunos que apresentaram respostas mais estruturadas, onde era possível compreender o raciocínio utilizado, ainda que o resultado não fosse o correto. Lakatos e Marconi (2003) afirmam que:

> A entrevista é um encontro entre duas pessoas, a fim de que uma delas obtenha informações a respeito de determinado assunto, mediante uma conversação de natureza profissional. É um procedimento utilizado na investigação social, para a coleta de dados ou para ajudar no diagnóstico ou no tratamento de um problema social. (LAKATOS; MARCONI, 2003, p. 195)

Segundo Gil (2002), a entrevista semiestruturada “é guiada por relação de pontos de interesse que o entrevistador vai explorando ao longo de seu curso” (GIL, 2002, p.117). Optamos por esse tipo de entrevista por ela nos proporcionar um momento informal, no qual podemos analisar com o aluno as respostas por ele apresentadas e elucidar as dúvidas.

A entrevista contou com a gravação apenas em áudio, visando deixar o aluno confortável ao responder às questões, ainda que represente uma perda nos dados a serem analisados, pois como afirmam Ludke e André (1986):

> O entrevistador precisa estar atento não apenas (e não rigidamente, sobretudo) ao roteiro preestabelecido e às respostas verbais que vai obtendo ao longo da interação. Há toda uma gama de gestos, expressões, entonações, sinais não-verbais, hesitações, alterações de ritmo, enfim, toda uma comunicação não verbal cuja captação é muito importante para a compreensão e a validação do que foi efetivamente dito. (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 36)

Contudo, visando garantir o bem-estar e não gerar desconforto dos alunos na apresentação de suas respostas, optamos por não realizar videogravações durante a entrevista, sendo registrado apenas o áudio, com a autorização dos entrevistados.

Algumas das questões norteadoras que utilizamos na entrevista:

1. *Você conseguiu compreender os problemas ao fazer a leitura individual?*
2. *A leitura em grupo ajudou na compreensão dos problemas?*
3. *Qual estratégia discutida em sala você compreendeu melhor? Por quê?*
4. *Tem alguma estratégia apresentada que você não compreendeu? Em qual aspecto?*
5. *Você consegue formular um problema semelhante aos que foram resolvidos em sala? Como seria esse problema?*
6. *Você participou das discussões em grupo para a resolução do problema?*
7. *Como você avalia a experiência que tiveram para a resolução dos problemas?*

Utilizamos essas questões como um roteiro, mas de acordo com as respostas apresentadas pelos alunos fazíamos outras indagações relacionadas à aplicação do instrumento.

### 2.4.5 Alunos Entrevistados

Durante a aplicação dos problemas observamos as colocações e as ideias apresentadas por todos os alunos, anotando-as no diário de campo, registrando-as em áudio e vídeo, além de analisar os registros das resoluções apresentados pelos mesmos. Conforme já explicitado na seção anterior, a partir da análise do comportamento dos alunos em sala de aula e de suas respostas aos problemas, convidamos alguns deles para participarem de uma entrevista, visando melhor compreender o raciocínio adotado na resolução de cada problema.

Por questões éticas, adotamos nomes fictícios para nos referirmos a eles nesta pesquisa. Os alunos serão identificados como: Daniel, Flávia, Lara, Lucas, Marcos, Pedro, Miguel e Rízia.

Daniel possui 14 anos e é o seu segundo ano como aluno da professora-pesquisadora. Ele apresenta um bom desempenho na disciplina de Matemática e sua capacidade de raciocínio lógico, por várias vezes, já surpreendeu a professora. Como muitos jovens da sua idade, gosta muito de jogos de celular.

Em alguns momentos já foi necessário solicitar que guardasse o celular e se concentrasse na aula.

A aluna Flávia também possui 14 anos e, assim como Daniel, é o seu segundo ano como aluna da professora-pesquisadora. Apresenta um bom desempenho na disciplina de Matemática, ainda que possua algumas dificuldades. É bastante extrovertida e participativa, sempre questiona e realiza indagações durante as aulas. No ano anterior frequentou a recuperação de Matemática porque apresentava dificuldade no conteúdo de *Função do 1º Grau*. Contudo, tal situação a deixou tão triste que se dedicou aos estudos tirando a maior nota da recuperação. Durante esse ano letivo, apresentou um desempenho tão bom que ao iniciar a última unidade ela já estava com o total de pontos necessários para ser aprovada. A aluna apresenta um bom desempenho cognitivo com relação à Matemática e, frequentemente, elucida dúvidas dos colegas.

Lara, assim como os dois anteriores, também possui 14 anos e é o seu primeiro ano como aluna da professora-pesquisadora. Apesar do pouco tempo de convívio, já foi possível perceber que ela possui grande dificuldade em Matemática e em vários momentos é difícil auxiliá-la na compreensão pois ela evita realizar as atividades propostas.

Lucas, possui 14 anos e é o seu terceiro ano como aluno da professora-pesquisadora. Durante os anos anteriores, ele apresentava uma postura mais participativa e questionadora. É um bom aluno; contudo, no decorrer desse ano letivo vem apresentando indícios de desinteresse. A participação de Lucas no decorrer das atividades e durante a entrevista proporcionou à professora-pesquisadora conversar sobre tal comportamento. Durante a aplicação dos problemas ele mostrou-se bastante participativo e questionador com relação às ideias apresentadas pelos colegas nos momentos em grupo.

Marcos possui 15 anos e é seu primeiro ano como aluno da professora-pesquisadora. Apesar de apresentar bastante interesse e disposição, possui deficiência em conhecimentos básicos da Matemática.

Miguel possui 17 anos e é o segundo ano em que é aluno da professora-pesquisadora. Desde o ano anterior já foi possível identificar que ele apresenta muitas dificuldades em Matemática, chegando a ser a disciplina com que ele menos se identifica. Amante das Artes e das Ciências Humanas, Miguel se dedica e se esforça bastante na tentativa de minimizar a sua dificuldade em Matemática. No decorrer da aplicação dos problemas a professora-pesquisadora pode descobrir um novo Miguel, participativo, elaborando hipóteses, questionador com os colegas, enfim mostrou-se um novo aluno. A utilização da metodologia de Resolução de Problemas foi importante para ele perceber que possui potencial.

O aluno Pedro possui16 anos e está cursando o nono ano pela segunda vez, sendo o terceiro ano em que é aluno da professora-pesquisadora. Nos dois primeiros anos apresentou desinteresse e falta de compromisso em todas as disciplinas, ocasionando assim a sua reprovação ou aprovação em regime de progressão parcial. No início desse ano letivo, a postura dele já havia mudado, passou a responder as atividades no caderno e na lousa e fazer questionamentos. Foi possível perceber uma melhora significativa em sua participação e comportamento em sala de aula. No decorrer da aplicação dos problemas foi o aluno que mais surpreendeu a professora pois mostrou-se ativo em todos os momentos, tanto individual ou coletivamente. Ele sempre respondia os problemas e ajudava os colegas, explicando o que estava sendo solicitado no problema. Ao final do ano letivo foi aprovado com êxito em todas as disciplinas.

Rízia possui 15 anos e é o quarto ano letivo com a professora-pesquisadora. É uma aluna participativa, extrovertida e questionadora. Apresenta um bom desempenho na maioria das disciplinas, bem como em Matemática. Durante a aplicação dos problemas teve papel fundamental nos grupos em que participou pois atuou ativamente auxiliando os colegas. O fato de apresentar um bom raciocínio com relação à Matemática e manter uma boa relação com seus colegas a coloca em uma posição de auxiliar os colegas com frequência.

As entrevistas com Flávia, Lucas e Pedro foram realizadas uma semana após a aplicação dos problemas. Com a proximidade das férias juninas, os demais alunos só puderam ser entrevistados após o período de recesso, que foi o caso de Daniel, Miguel e Rízia.

## 2.5 SISTEMATIZAÇÃO PARA ANÁLISE DOS DADOS

Nesta etapa serão apresentados os procedimentos para análise dos dados produzidos descrevendo o que revelam as interações dos alunos e suas estratégias para a resolução dos problemas propostos.

Durante a fase de análise serão consideradas as singularidades que foram reveladas ou identificadas mediante o processo de produção dos dados. Nesse sentido, nossa análise será descritiva e interpretativa, considerando os registros produzidos pelos alunos, os registros videogravados, a entrevista semiestruturada e os pressupostos teóricos que consideramos neste trabalho com o propósito de responder à questão de pesquisa formulada.

Ludke e André (1986) destacam que o primeiro passo no processo de análise é estabelecer categorias. Para Fiorentini e Lorenzato, “a categorização significa um processo de classificação ou de organização de informações em categorias, isto é, em classes ou conjuntos que contenham elementos ou características comuns” (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 134).

Contudo, Ludke e André (1986) destacam que apenas a categorização não esgota a análise.

> É preciso que o pesquisador vá além, ultrapasse a mera descrição, buscando realmente acrescentar algo à discussão já existente sobre o assunto focalizado. Para isso ele terá que fazer um esforço de abstração, ultrapassando os dados, tentando estabelecer conexões e relações que possibilitem a proposição de novas explicações e interpretações. (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 49)

Nesse sentido, salientam que é necessário acrescentar algo ao que já é conhecido, de modo que represente uma nova perspectiva teórica ou ainda o surgimento de novas questões que precisarão ser estudadas em trabalhos futuros.

Os materiais que utilizamos no processo de categorização são resultado da seleção dos instrumentos para a coleta dos dados. No nosso caso, dispomos das resoluções dos problemas pelos alunos, registros videogravados, entrevista e diário de campo da pesquisadora.

Ludke e André (1986) destacam que o pesquisador pode utilizar uma forma de codificação dos dados após realizar sucessivas leituras do material produzido nas observações. Salientam ainda que a codificação pode variar de acordo com o pesquisador, contudo asseguram que

> Esse trabalho deverá resultar num conjunto inicial de categorias que provavelmente serão reexaminadas e modificadas num momento subsequente. É quando, por exemplo, categorias relacionadas são combinadas para formar conceitos mais abrangentes ou ideias muito amplas são subdivididas em componentes menores para facilitar a composição e apresentação dos dados. (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 49)

Partindo dessa compreensão, estabelecemos algumas categorias, visando compor o capítulo de análise dos dados, as quais foram elaboradas a partir do objetivo deste trabalho e de uma análise preliminar das resoluções apresentadas pelos alunos. São elas: 1) Estratégias apresentadas pelos alunos para a aprendizagem do conceito de volumes de sólidos geométricos; 2) Contribuições da Metodologia da Resolução de Problemas para a aprendizagem do conceito de volumes de sólidos geométricos.

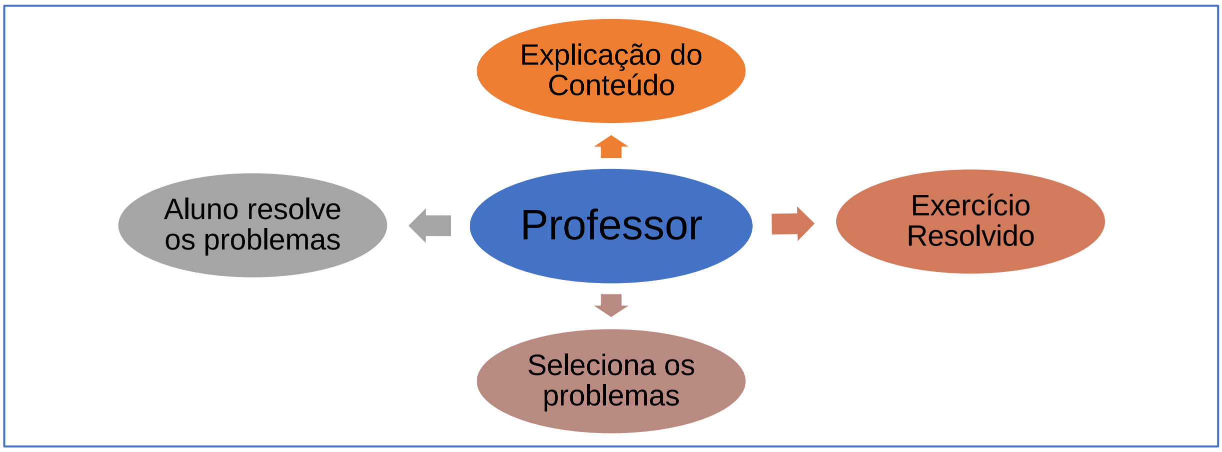
Na primeira categoria procuramos compreender como os alunos relacionaram os seus conhecimentos aos novos conhecimentos, analisando como externalizaram significados em suas respostas aos problemas. A segunda categoria será dedicada a trazer evidências, das contribuições que pudemos identificar, do uso da Metodologia de Resolução de Problemas para a aprendizagem do conceito volumes de sólidos geométricos. Essas categorias serão discutidas em cada um dos quatro encontros que foram realizados com os alunos.

### 2.5.1 Ensino Tradicional de Matemática *versus* Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas

O ensino de Matemática tradicional expandiu-se a partir da compreensão de que os alunos só iriam aprender os conteúdos a partir de uma explicação inicial e a resolução de um exercício para servir como modelo. Já a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas propõe que inicialmente o aluno seja desafiado a resolver um problema concernente aos seus conhecimentos prévios e, a partir da resolução, terá contato com o novo conteúdo.

Na figura 10 esquematizamos essa comparação entre os dois tipos de ensino.

Figura 10 - Esquema do Ensino Tradicional




Fonte: As autoras

No ensino tradicional o professor é o principal sujeito do processo de ensino, pois atua explicando o conteúdo, resolvendo o exercício e seleciona os problemas a serem trabalhados em sala de aula. Ao aluno cabe apenas resolver o que lhe sugerido nesse método de aprendizagem mecânica.

Na figura 11 temos o esquema do ensino de Matemática através da Resolução de Problemas.

Figura 11 - Esquema Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas


Fonte: As autoras

Contrariamente ao que ocorre no ensino tradicional, no ensino de Matemática através da Resolução de Problemas o aluno é o principal sujeito do processo de aprendizagem. Cabe ao aluno resolver o problema proposto utilizando-se de seus conhecimentos prévios e do auxílio dos colegas. Também é facultado ao aluno a proposição de novos problemas, ao passo que o professor atua mediando esse processo de aprendizagem por descoberta.

No capítulo seguinte, apresentaremos a análise dos dados desta pesquisa, discutindo os resultados encontrados a partir dos dados coletados e produzidos durante a aplicação dos problemas.

# CAPÍTULO 3

# DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo apresentamos a análise dos dados que foram produzidos para esta pesquisa, fazendo uma articulação com os aportes teóricos já explicitados. Evidenciaremos as situações em que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação mostrou-se eficaz para a aprendizagem do conceito de volume de sólidos geométricos analisando alguns indícios de ocorrência da aprendizagem significativa, considerando os pressupostos de Ausubel, Novak e Hanesian (1980).

Além do aporte teórico da Resolução de Problemas e da Teoria da Aprendizagem Significativa, também estabeleceremos uma relação entre as considerações apresentadas e as orientações/recomendações dos PCN (BRASIL,1998) e da BNCC (BRASIL, 2017).

## 3.1 O CAMINHAR COM A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Nesta seção, inicialmente descrevemos as nossas percepções ao trabalhar com a Resolução de Problemas e, posteriormente, procuramos compreender e analisar as estratégias utilizadas pelos estudantes para a resolução dos problemas. Durante o trabalho realizado em sala de aula consideramos as dez etapas propostas por Allevato e Onuchic (2014), buscando relacionar as resoluções apresentadas pelos estudantes no desenvolvimento dessa metodologia e estabelecer uma correspondência com as ideias da Aprendizagem Significativa, proposta por Ausubel, Novak e Hanesian (1980).

Inicialmente entregamos para cada estudante uma folha com um problema a ser trabalhado e estabelecemos cerca de quinze minutos para que, individualmente, pudessem pensar a respeito da resolução. A professora-pesquisadora atuou apenas como observadora, sem realizar qualquer interferência com a turma. Alguns estudantes mostraram-se bastante duvidosos sobre a resolução a ser apresentada.

No momento da leitura e resolução em grupo foi possível perceber que os estudantes discutiam sobre as diferentes possibilidades de resposta, apresentando verificações e contra-exemplos. Nessa etapa foi possível observar que os estudantes mostravam-se mais seguros em defender o seu pensamento quando havia outros colegas que possuíam o mesmo pensamento.

O trabalho em conjunto permitiu que os estudantes atuassem elucidando dúvidas de colegas do grupo e/ou defendendo a sua resolução, baseando-se em seus conhecimentos prévios.

Após essa fase, solicitamos um representante de cada grupo para apresentar a resolução na lousa, contudo, alguns estudantes não estavam confortáveis para exibir tal registro, fato que respeitamos e obtivemos as resoluções apenas dos grupos que forneceram espontaneamente seus representantes. Durante esse momento, antes mesmo da realização da plenária, alguns grupos perceberam que a sua resolução não estava correta.

Durante as plenárias, quando haviam respostas divergentes entre si, a maioria dos estudantes participava ativamente, comentando e apresentando contraexemplos para a resolução que destoava da sua. Assim, chegar em um consenso não foi complicado para a professora-pesquisadora. Dessa forma, a formalização do conteúdo aconteceu de forma consequente e justificada, pois os estudantes haviam acabado de "descobrir" esse novo conhecimento.

### 3.1.1 Encontro I - Problema 01

No primeiro encontro comunicamos aos estudantes que estávamos iniciando as nossas atividades com a metodologia da Resolução de Problemas. Não houve nenhuma surpresa ou indagação por parte dos estudantes, pois a professora-pesquisadora, em momentos anteriores, já havia explicado como funcionaria esse momento.

Iniciamos essa etapa entregando aos estudantes o primeiro problema, conforme descrevemos na seção anterior. Seguindo os passos propostos por Allevato e Onuchic (2014), cada aluno recebeu uma folha individual contendo o problema a ser discutido (Apêndice E). Nessa etapa, de proposição do problema e leitura individual, os estudantes demonstraram empolgação e curiosidade com o início das atividades. Solicitamos que, individualmente, buscassem resolver o problema, sem considerar a opinião do colega, procurando definir suas próprias estratégias. Para isso, orientamos que apresentassem o registro de sua resposta na folha do problema, com o máximo de informações possíveis.

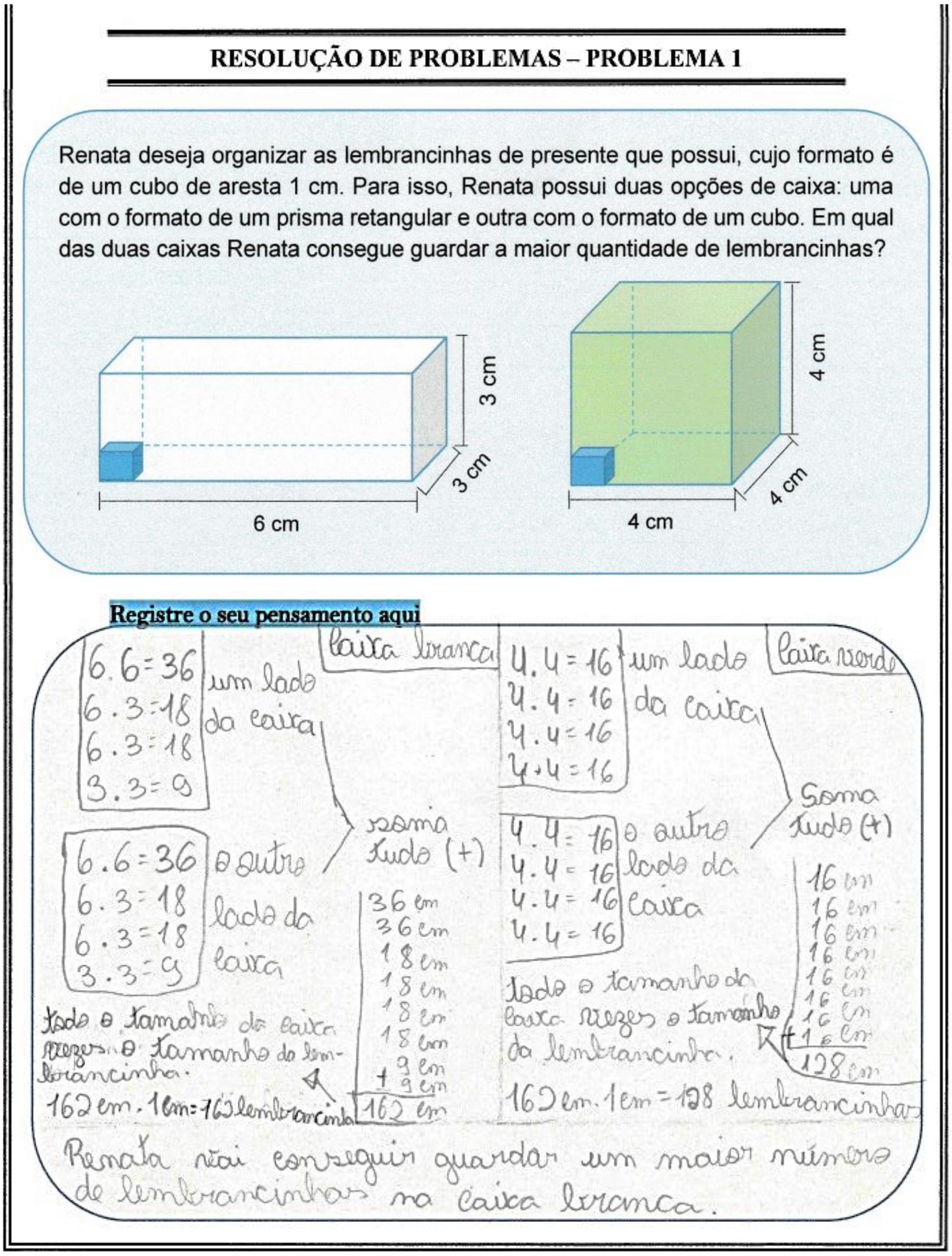
Durante essa etapa, os alunos consultaram a professora se poderiam fazer uma consulta ao caderno, visto que anteriormente já haviam trabalhado com problemas relacionados ao cálculo de área de regiões planas. A professora permitiu a consulta aos cadernos pois, apoiada nas ideias de Moreira (2012), entendeu que o conteúdo *Volume de Sólidos* possui uma dependência hierárquica natural com o conteúdo *Área de Regiões Planas.*

Nesse momento, também foi possível compreender as ideias defendidas por Onuchic e Allevato (2012) ao afirmarem que um problema matemático é uma situação apresentada pelo professor aos estudantes, de modo a despertar nestes a vontade de resolvê-lo, utilizando os conhecimentos já adquiridos, sendo que o professor não especifica regras ou métodos de resolução para os estudantes.

Da mesma forma, também associamos esta solicitação dos alunos às propostas de Ausubel, Novak e Hanesian (1980) ao defenderem que o conhecimento prévio do aprendiz é o ponto de partida para a aprendizagem significativa.

Para a finalização dessa etapa, os estudantes utilizaram, em média, quinze minutos e seus registros foram importantes para compreendermos as estratégias de resolução e suas hipóteses individuais. Dentre os 20 alunos que participaram da resolução deste problema, apenas três alunos não apresentaram nenhum registro na folha de respostas. Dentre aqueles que responderam o problema, consideramos as diferentes estratégias utilizadas pelos alunos e selecionamos algumas respostas para discutir nesta seção. Na Figura 12 apresentamos a resolução proposta por Flávia para o primeiro problema.

Figura 12 - Resolução da aluna Flávia para o Problema 1




Fonte: Dados da Pesquisa

Com a análise dessa resolução percebemos que a resposta apresentada não condiz com o esperado. Ao tentarmos compreender o raciocínio desenvolvido foi possível verificar que a estudante calculou a área das superfícies laterais da caixa com formato de bloco retangular, como observamos nos cálculos ($6 \cdot 3 = 18\, e\, 3 \cdot 3 = 9$), que chamou de "caixa branca". Contudo, calculou a área de uma face que não existe ($6 \cdot 6 = 36$) e indicou que cada caixa possui oito faces, quando na verdade são seis faces.

Apesar de nosso objetivo com este problema não estar relacionado com a discussão do total de faces do cubo, a partir dessas confusões identificadas na resolução do primeiro problema, é possível inferir que Flávia não possui uma das habilidades importantes apresentada na BNCC de "quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial" (BRASIL, 2017, p. 301).

Outro ponto que evidencia a dificuldade apresentada pela estudante encontra-se no fato de constar no enunciado da questão o nome dos sólidos utilizados, contudo em sua resposta sentiu-se mais confortável em identificar o prisma retangular como *caixa branca* e o cubo como *caixa verde*, fazendo uma referência às cores das faces de cada sólido.

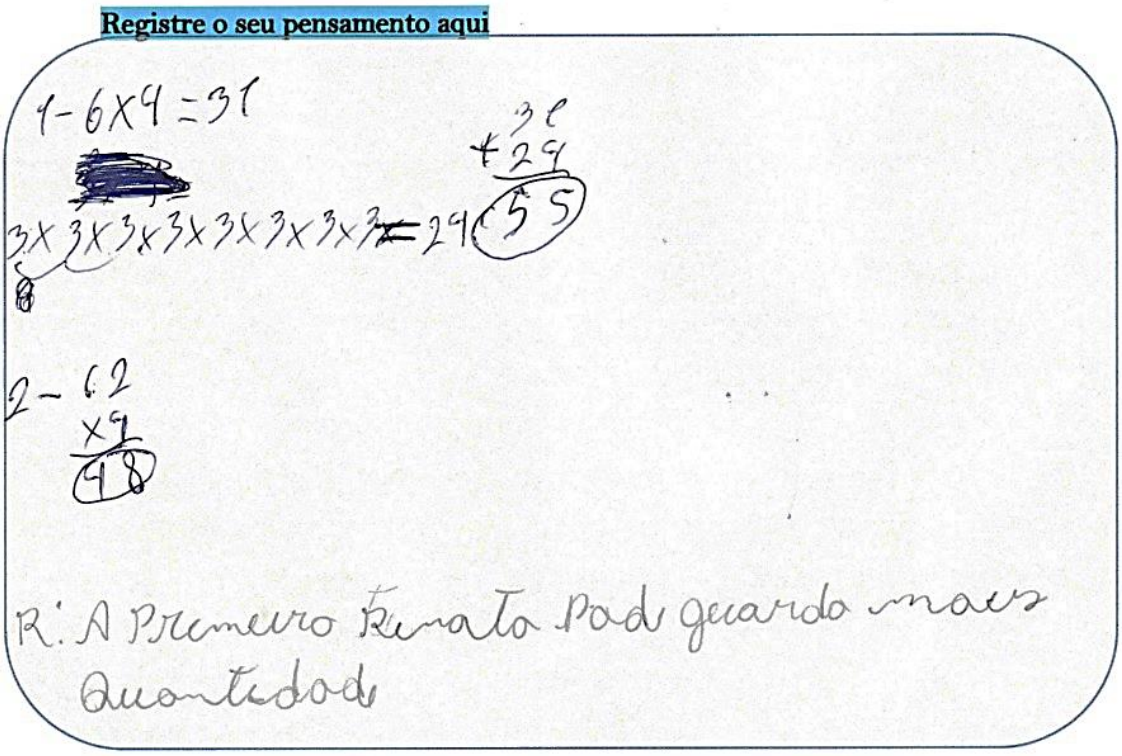
A dificuldade de Flávia para a resolução do problema também pode ser constatada no momento da entrevista, conforme trecho a seguir:

> **Professora-Pesquisadora:** Você conseguiu compreender o problema 1 ao fazer a leitura individual?
>
> **Flávia:** Não. O problema 1 foi muito difícil. Eu não entendi porque foi complicado pra mim. Estava imaginando que seria como uma outra atividade que a gente já tinha feito.
>
> **Professora-Pesquisadora:** No momento em que você discutiu com a sua colega, qual foi a interpretação que vocês fizeram desse problema?
>
> **Flávia:** Ela também estava pensando da mesma forma que eu. Aí a gente fez como pensou que estava certo.

Nesse trecho, Flávia faz referência a uma atividade trabalhada em sala de aula ao estudar área de regiões planas. Contudo, foi possível perceber que houve uma confusão ao relacionar os conhecimentos utilizados para resolver problemas de áreas de superfícies planas com o problema que envolve o cálculo de volume. A estudante pôde compreender o erro cometido ao resolver o problema no quadro e observar as respostas apresentadas pelos outros colegas.

A resolução[10] apresentada por outro estudante, aqui denominado Marcos, também demonstra incoerências no raciocínio apresentado, bem como cálculos incorretos, conforme apresentado na Figura 13.

Figura 13 - Resolução do aluno Marcos para o Problema 1




Fonte: Dados da Pesquisa

Podemos perceber que Marcos utilizou dados incorretos para o cálculo do volume do prisma retangular ao realizar a multiplicação entre os fatores 6 e 4, sendo que o 4 não representa nenhuma das dimensões do prisma. Contudo, em uma tentativa de compreensão do raciocínio apresentado, conjecturamos que o número quatro corresponde à quantidade total de arestas do prisma que medem 6 centímetros.

Também se equivocou ao apresentar o produto resultante das multiplicações, ao operar $6 \times 4$ e indicar que o produto é igual a 31. Analogamente, ao realizar a multiplicação entre oito fatores do número 3 e indicar que o produto é igual a 24, quando esse valor corresponde a adição do número 3 que ele representou oito vezes, sendo que o número oito indica a quantidade de arestas do prisma retangular que têm medida igual a 3 cm. Por

[10] O enunciado do problema continua sendo o mesmo, por este motivo, será apresentada apenas a resolução de cada estudante.

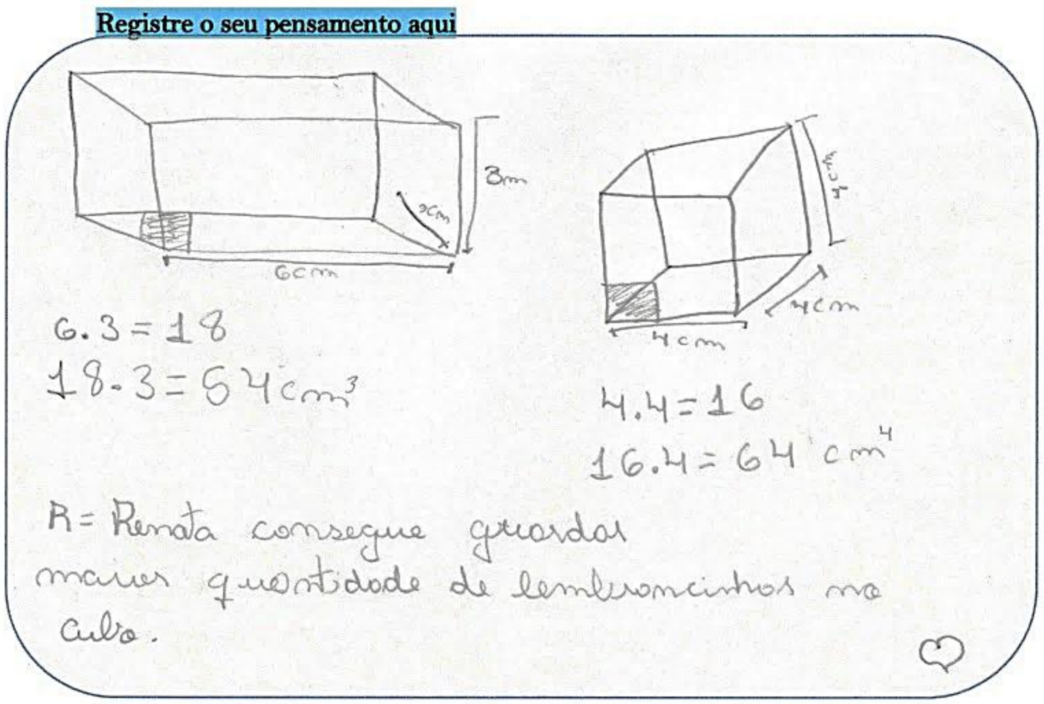
fim, adicionou os dois produtos encontrando que a quantidade de caixinhas que cabem no prisma é igual a 55 unidades.

Com relação ao cálculo do volume do cubo, Marcos também apresentou pensamento semelhante ao realizar a multiplicação entre os fatores 12 e 4. Numa tentativa de compreensão do raciocínio adotado por esse estudante, verificamos que ele contou o número de arestas presentes no cubo encontrando um total de 12 arestas e procedeu com o mesmo raciocínio desenvolvido para o prisma retangular, encontrando assim, que o volume do cubo é igual a 48 unidades. Dessa forma, ao comparar os dados que ele obteve, referentes ao volume do prisma (55) e o volume do cubo (48), Marcos concluiu que no prisma é possível guardar uma maior quantidade de caixinhas.

Analisando as dificuldades encontradas por Marcos e os erros cometidos, até mesmo ao realizar a operação de multiplicação, podemos nos valer de um trecho dos PCN (BRASIL, 1998) que faz referência à quantidade de obstáculos relacionados ao ensino da Matemática que é refletida no desempenho insatisfatório dos estudantes: “pode-se concluir que em relação ao ensino de Matemática há problemas antigos e novos a serem enfrentados e resolvidos” (BRASIL, 1998, p. 24).

Dentre os alunos que chegaram ao resultado correto, selecionamos a resposta apresentada por Rízia, conforme exibido na Figura 14.

Figura 14 - Resolução da aluna Rízia para o Problema 1




Fonte: Dados da pesquisa

A partir do conteúdo dessa imagem, verificamos que a estudante conseguiu calcular inicialmente a área da base de cada caixa ($6 \cdot 3 = 18$ para o prisma retangular e $4 \cdot 4 = 16$ para o cubo) e, posteriormente, considerou a altura ($18 \cdot 3 = 54$ para o prisma retangular e $16 \cdot 4 = 64$ para o cubo), embasando a escolha daquela que consegue guardar a maior quantidade de lembrancinhas.

Assim, é possível afirmar que essa estudante possui a habilidade apresentada nos PCN (BRASIL, 1998) de “obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (prismas retos e composições desses prismas)” (BRASIL, 1998, p. 82). Contudo, a estudante apresentou a unidade de medida de volume do prisma retangular corretamente ($cm^3$), mas confundiu-se ao exibir a unidade de medida do volume do cubo ($cm^4$).

Outro aspecto importante a ser destacado é o fato de Rízia utilizar figuras para replicar as imagens dos sólidos como forma de consolidar a compreensão do problema. Conforme trecho da entrevista, ao ser questionada sobre o motivo de ter realizado o desenho, Rízia ressaltou: *“eu fiz o desenho porque pra mim fica mais fácil de entender e pensar na resposta”*.

Essa fala da estudante ratifica as ideias defendidas por Ausubel, Novak e Hanesian (1980), pois estes autores afirmam que questões de dissertação proporcionam ao aluno a capacidade de organizar ideias e estruturá-las de modo a obter argumentos coerentes. Assim como no trabalho desenvolvido por Costa (2014), observamos que os estudantes fizeram uso das figuras como forma de “apresentar suas ideias e organizar seu pensamento matemático” (COSTA, 2014, p. 101).

Após a resolução individual do problema, solicitamos aos estudantes que formassem duplas ou trios e, coletivamente, discutissem sobre sua resolução. Firmamos um acordo com os estudantes estabelecendo que eles poderiam ficar com sua folha de resposta para discutir com o grupo o raciocínio que desenvolveu individualmente, contudo, não poderiam, de forma alguma, durante ou após a discussão no grupo, alterar a resposta apresentada na folha individual.

No decorrer dessa etapa, disponibilizamos aos grupos caixinhas de madeira, de diferentes tamanhos e formatos, juntamente com o material dourado para que os grupos testassem suas hipóteses e validassem suas respostas (Figura 15). Nessa fase, consideramos as ideias de Moreira (2012) ao propor que materiais introdutórios sejam apresentados aos alunos para que estes possam relacionar os seus conhecimentos aos novos conhecimentos.

Figura 15 - Momento da resolução em grupo do Problema 1

Fonte: Dados da Pesquisa

O objetivo de se utilizar esse material foi o de proporcionar aos estudantes a possibilidade de medir o volume das caixinhas de madeira utilizando os cubinhos do material dourado, de 1 $cm^3$, como uma unidade de medida. Nesse sentido, os PCN propõem que

> Para medir o comprimento de um objeto o aluno precisa saber quantas vezes é necessário aplicar uma unidade previamente escolhida nesse objeto, ou seja, executar duas operações: uma geométrica (aplicação da unidade no comprimento a ser medido) e outra aritmética (contagem de quantas unidades couberam). Os mesmos procedimentos são utilizados para obter áreas e volumes. Evidentemente, essa constatação somente será percebida em situações em que as medidas são acessíveis a essas comparações e contagens. (BRASIL, 1998, 129)

A escolha pela utilização do material manipulativo foi feita em virtude de permitir aos estudantes comparar duas grandezas. Tal propósito baseou-se em recomendações dos PCN (BRASIL, 1998) que orientam que um estudante do terceiro ciclo (atualmente 6º ano e 7º ano) seja capaz de "indicar o volume de um recipiente em forma de paralelepípedo retângulo pela contagem de cubos utilizados para preencher seu interior" (BRASIL, 1998, p. 74).

Para o cálculo de áreas, a professora já havia trabalhado com os estudantes a unidade de medida de área, neste caso considerando um quadrado de lado 1 cm ou um quadrado de lado 1m, dependendo da superfície a ser medida. Além das grandezas comprimento e largura, discutidas durante o cálculo da área, os estudantes deveriam perceber que a grandeza altura também deveria ser considerada para o cálculo do volume.

Assim, para o cálculo da área da base de um prisma, utilizaram um quadrado de lado 1 cm como unidade de medida da área. Analogamente, para o cálculo do volume de uma caixinha, deveriam utilizar o cubo de aresta 1 cm para encontrar seu volume.

Com essa experimentação, os estudantes que ainda não tinham percebido a importância de considerar a altura da caixa para o cálculo de seu volume, poderiam perceber tal relação ao trabalhar com o material manipulativo e com as discussões realizadas no grupo.

Todos os estudantes entrevistados afirmaram que o momento da resolução em grupo auxiliou bastante no processo de compreensão do problema, conforme trecho a seguir: "*a leitura em grupo me ajudou a entender o que o problema estava pedindo, porque só com a leitura que eu fiz, eu não entendi",* afirmou Pedro. Outro estudante disse que "*a leitura em grupo me ajudou nesses [problemas] que eu não tinha entendido logo, aí meus colegas falaram como estavam pensando e entendi o que estava sendo pedido no problema*."

Assim como na pesquisa de Gonçalves (2016), também observamos que os estudantes mostraram mais confiança em suas resoluções no momento em que trabalhavam em duplas ou trios, devido ao momento de reflexão proporcionado pelo trabalho em conjunto.

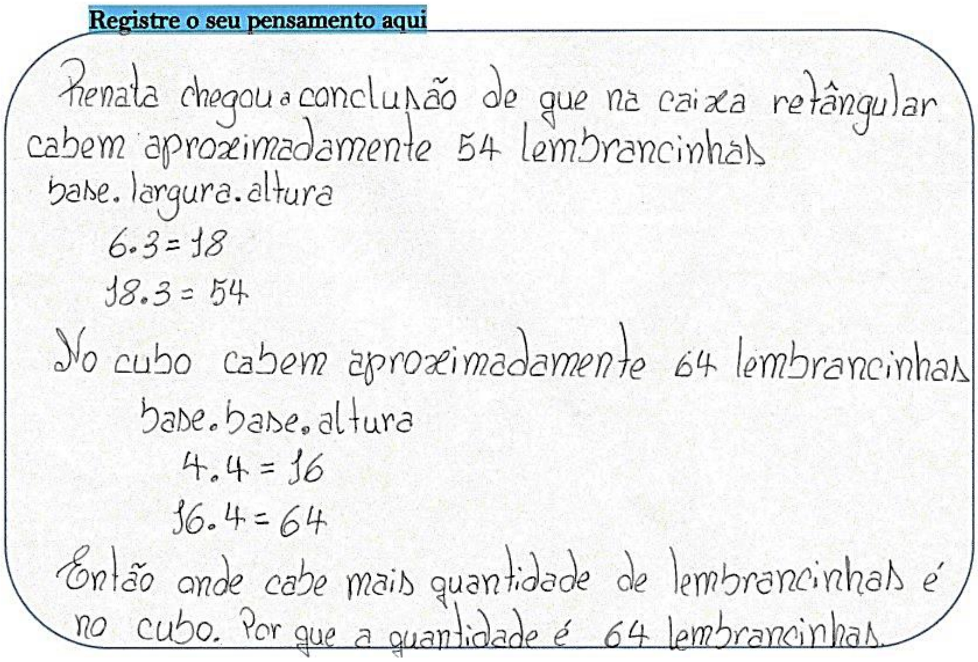
Posteriormente, deveriam formular uma resposta em grupo para o problema. Nesse sentido, retomamos uma das ideias defendidas por Moreira (2012), apresentada na seção 1.2 desse trabalho, ao afirmar que atividades colaborativas em pequenos grupos viabilizam o intercâmbio, a negociação de significados e colocam o professor na posição de mediador. Na Figura 16 é possível vislumbrar esse momento.

Figura 16 - Momento de discussão em grupo do Problema 1

Fonte: Dados da pesquisa

Após essa fase de "experimentações" e discussões em grupo, os estudantes registraram na folha a resposta do grupo para o primeiro problema apresentado. Na Figura 17 apresentamos a resolução do grupo de Miguel. Para a resolução desse problema os estudantes retomaram conceitos referentes a reconhecimento de figuras geométricas e área de regiões planas e, a partir desse conceito, consideraram que para encontrar o volume da caixa seria necessário conhecer sua altura.

Figura 17 – Resolução do grupo de Miguel para o Problema 1



**Registre o seu pensamento aqui**

Renata chegou a conclusão de que na caixa retângular
cabem aproximadamente 54 lembrancinhas
base. largura. altura
6.3 = 18
18.3 = 54
No cubo cabem aproximadamente 64 lembrancinhas
base. base. altura
4.4 = 16
16.4 = 64
Então onde cabe mais quantidade de lembrancinhas é
no cubo. Por que a quantidade é 64 lembrancinhas.

Fonte: Dados da pesquisa

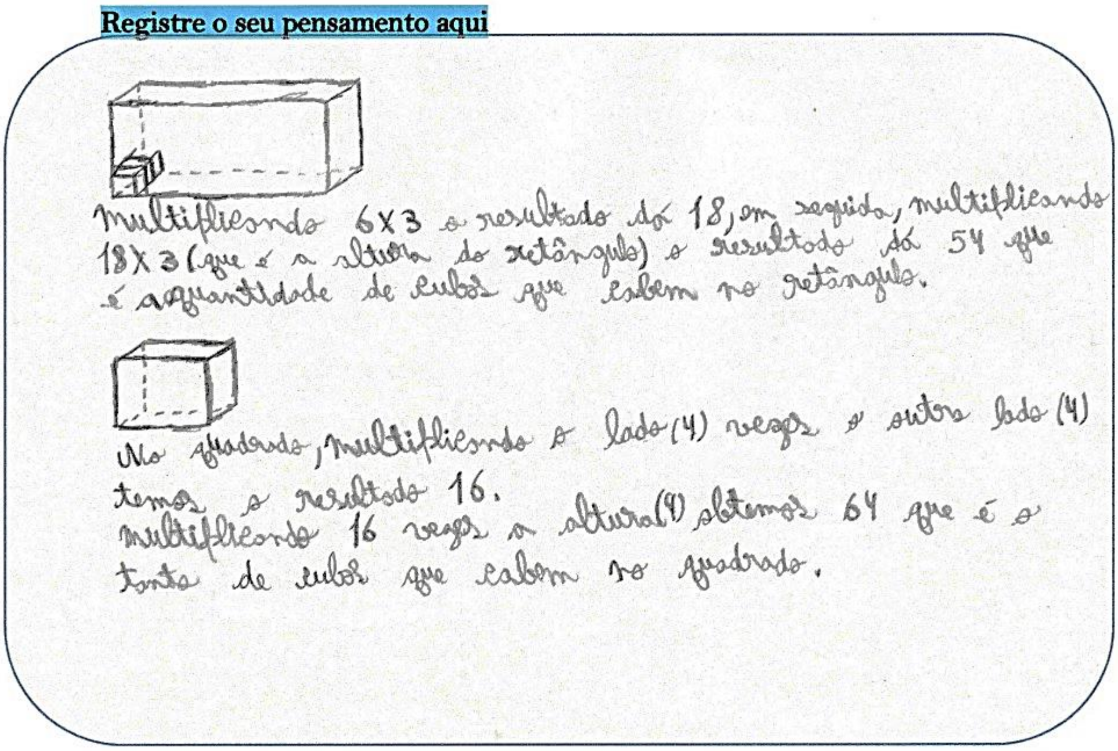
Apesar das unidades de medidas da caixa serem apresentadas no enunciado do problema, o grupo não as considerou em suas respostas.

Analisando as respostas formuladas pelos outros grupos, avaliamos que o material apresentado para manipulação foi potencialmente significativo pois possibilitou novos questionamentos e a mobilização de conhecimentos prévios importantes, como a maneira de calcular a área de regiões planas utilizando a noção intuitiva de “quantos cabem”. Também observamos uma predisposição dos alunos para compreenderem o enunciado do problema e buscarem explicações com os colegas que tinham apresentado uma resposta.

Observamos que a organização dos estudantes em grupos aumentou o estímulo para resolução do problema e, consequentemente, obtenção de uma resposta válida. Retomando Allevato e Onuchic (2014), é nesse momento em que há a análise e discussão das primeiras ideias que surgiram com a leitura individual e cada um do grupo apresenta o seu pensamento para a resolução do problema em questão.

O grupo de Lucas apresentou a resolução exibida na Figura 18.

Figura 18 - Resolução do grupo de Lucas para o Problema 1

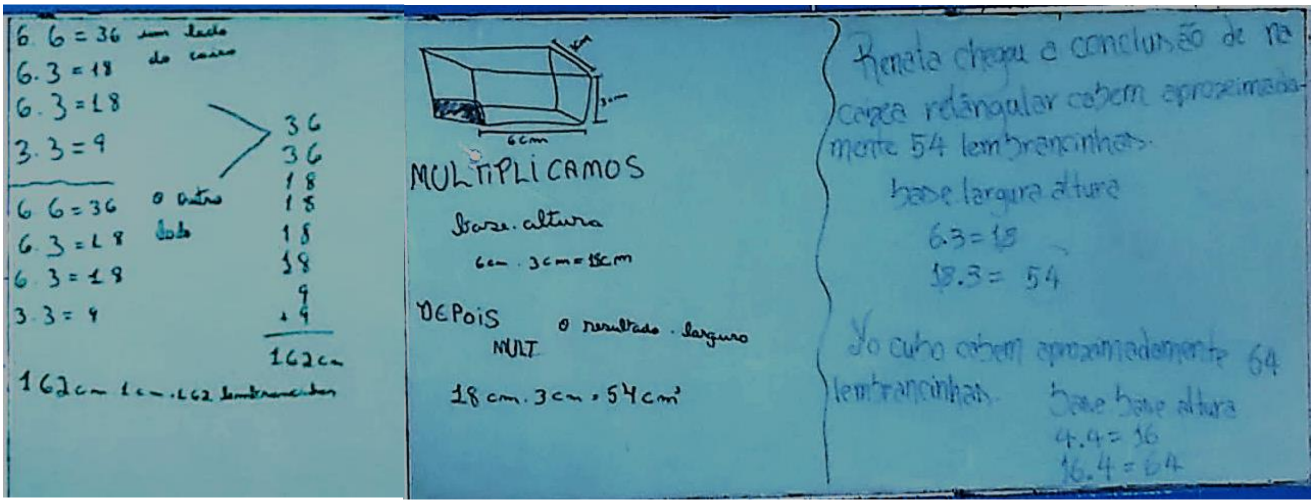



Fonte: Dados da pesquisa

Nessa resolução, o grupo apresenta raciocínio correto para o cálculo de volume de sólidos. Contudo, esses estudantes possuem dificuldade na identificação de sólidos geométricos (prisma e cubo), confundindo-os com figuras planas (quadrado e retângulo), respectivamente, ainda que já tenham trabalhado com essas habilidades em anos anteriores. O trabalho em grupo também é defendido por Moreira (2012) ao afirmar que atividades colaborativas em pequenos grupos viabilizam o intercâmbio e a negociação de significados. Contudo, de um total de oito grupos formados, três não apresentaram estratégias corretas para o problema.

A partir da diversidade de respostas elaboradas pelos grupos iniciamos uma discussão coletiva após organizar os estudantes em um grande círculo. Alguns grupos não se sentiram confortáveis para ir à lousa apresentar a resposta registrada em conjunto. Conforme exibido na Figura 19, tivemos o registro de três grupos e, a partir desses registros pudemos analisar o pensamento presente em cada resolução.

Figura 19 - Registro das resoluções do Problema 1 na lousa




Fonte: Dados da pesquisa

O primeiro grupo (integrado pela aluna Flávia) apresentou raciocínio semelhante ao que já analisamos aqui anteriormente, na resposta individual apresentada por Flávia. Os estudantes calcularam, equivocadamente, a área da superfície lateral da caixa ($6 \cdot 3 = 18; 3 \cdot 3 = 9$), entretanto, indicam que a caixa possui oito faces, quando na verdade são seis faces, calculando assim a área de uma face que não existe ($6 \cdot 6 = 36$).

Os grupos de Rízia e de Miguel, respectivamente segundo grupo e terceiro grupo, apresentaram um raciocínio correto para a resolução do problema, demonstrando possuir a habilidade sugerida pela BNCC (2017) de “resolver problemas que envolvam o cálculo de volume de recipientes cujo formato é o de um bloco retangular” (BRASIL, 2017, p. 313).

A partir das resoluções desses dois grupos e do consenso dessas resoluções com os demais grupos, podemos afirmar que identificamos indícios de aprendizagem significativa, uma vez que os estudantes utilizaram-se de subsunçores - cálculo da área de regiões planas – possibilitando assim a ancoragem do novo conhecimento – volume de sólidos – na sua estrutura cognitiva.

Durante a plenária, a professora-pesquisadora convidou os alunos a analisarem as soluções apresentadas. Nesse momento, os estudantes externalizaram as suas ideias e, com a mediação da professora, os estudantes foram capazes de identificar o erro na resolução apresentada pelo primeiro grupo e concordaram que os raciocínios apresentados pelo segundo e terceiro grupos estavam corretos, chegando a um consenso.

Após a discussão e resolução do problema, a professora realizou a formalização do conteúdo trabalhado durante o encontro. A partir das medidas disponíveis no problema e com o auxílio dos estudantes, a professora formalizou o conteúdo de *Volume do Prisma Retangular* e *Volume do Cubo*.

$$V_{Prisma} = comprimento \times largura \ \times altura$$

$$V_{Prisma} = área\ da\ base \ \times altura$$

$$V_{Cubo} = lado \times lado \times lado \Rightarrow V_{Cubo} = lado^3$$

Moreira (2012) ressalta que é importante ter o cuidado com a linguagem, uma vez que a aprendizagem significativa envolve um intercâmbio e depende da negociação de significados, ratificando assim a importância dessa etapa. De acordo com a proposta da Resolução de Problemas defendida por Allevato e Onuchic (2014), após o momento de formalização do conteúdo há a proposição de novos problemas. Na nossa pesquisa optamos por realizar esse passo com a proposição de um novo problema no encontro subsequente.

### 3.1.2 Encontro II - Problema 02

A aplicação do segundo problema ocorreu com mais tranquilidade porque os estudantes já conheciam a dinâmica a ser adotada. Entregamos individualmente a folha contendo o problema para que pudessem realizar a leitura individual. Neste caso, as discussões tratadas no problema anterior deveriam ser retomadas para que pudéssemos ampliar o conjunto de sólidos que eles pudessem calcular o volume.

Essa organização acabou sendo proposital, pois visamos assim facilitar a diferenciação progressiva pois, segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 159), “quando os assuntos são programados de acordo com os princípios da diferenciação progressiva, as ideias mais gerais e mais inclusivas da disciplina são apresentadas em primeiro lugar”.

Neste problema, nossa proposta era que os estudantes pudessem comparar e estimar a quantidade de material utilizada para fabricação de uma vela em formato de um cubo e de uma vela em formato de pirâmide, considerando que tivessem mesma área da base e mesma altura. Dessa forma, com esse problema gerador, seguimos as orientações de Ausubel, Novak e Hanesian (1980) quando propõem que o professor, na organização do ensino, apresente aos alunos materiais com ideias mais gerais e que, gradativamente, possibilite aos mesmos explorar a generalidade e a inclusividade dos conceitos.

Nessa etapa, disponibilizamos quinze minutos para a apresentação da resolução individual. Os cubos e pirâmides, construídos pela professora-pesquisadora, estavam sobre sua mesa e alguns estudantes pediram os modelos para que pudessem observar.

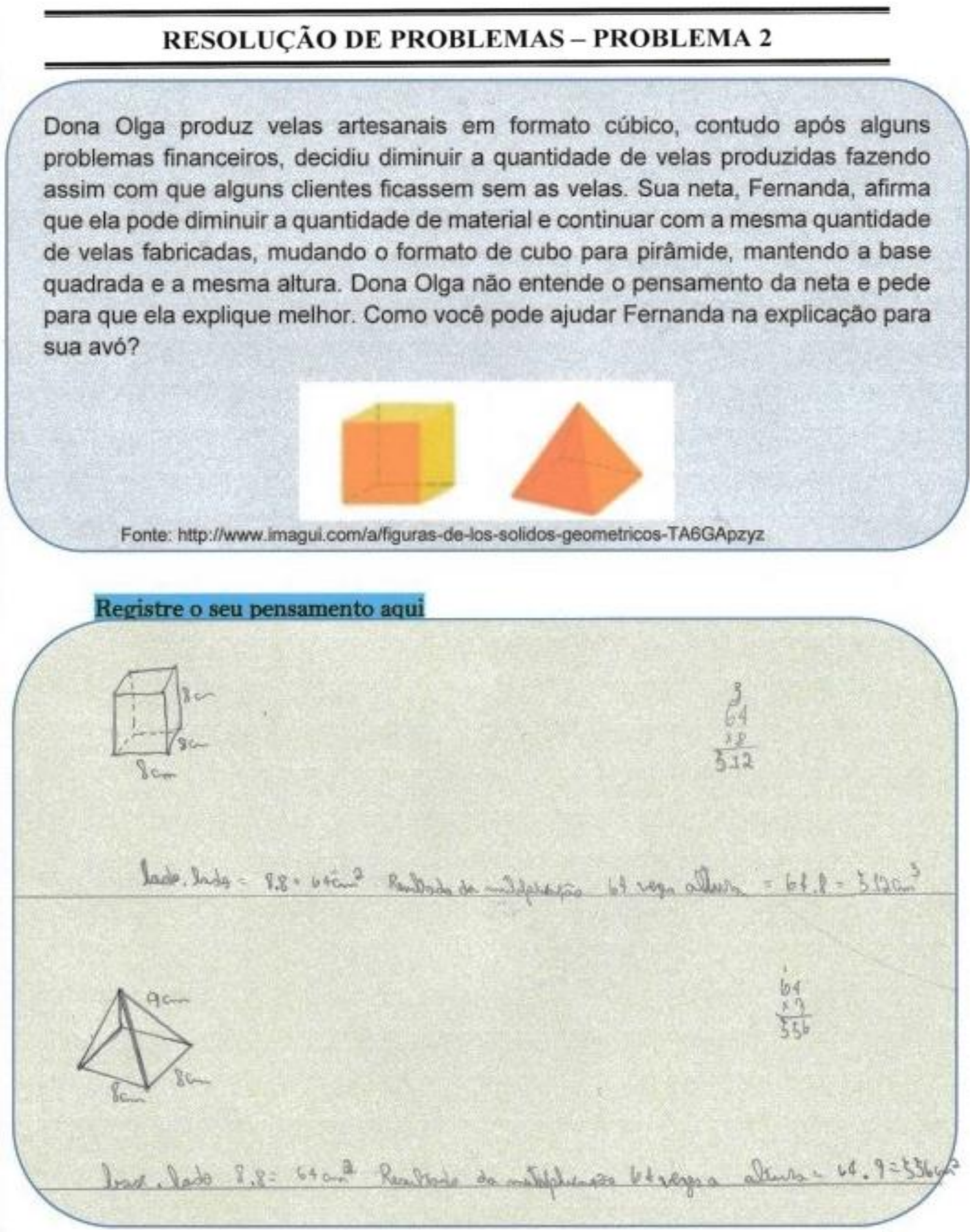
Durante a entrega aos estudantes de um cubo e uma pirâmide, uma das estudantes, aqui chamada de Rízia, comentou: “*Agora estou entendendo!*”. Com essa fala, podemos afirmar que foi nesse momento que a estudante conseguiu “desenvolver a sua própria compreensão do problema proposto”, conforme Allevato e Onuchic (2014).

A estudante Rízia comentou que os dois sólidos possuíam capacidades diferentes apesar de possuírem área da base e altura iguais. Argumentou que a diferença de volume se devia ao fato de o cubo possuir todos *“os lados de mesma medida”*, mas na pirâmide *“à medida que aumenta a altura, a área da base diminui”*.

Ao refletir a respeito dessa colocação analisamos que Rízia poderia ter imaginado o cubo formado por várias folhas de papel de mesmo formato quadrado e empilhadas. Já para a pirâmide, os quadrados a serem empilhados iriam diminuindo a medida de seus lados de forma inversamente proporcional ao aumento da altura.

A partir dessa reflexão e retomando um trecho dos PCN (BRASIL, 1998), podemos afirmar que essa estudante já desenvolveu “a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno" (BRASIL, 1998, p. 122). O estudante Daniel apresentou a resolução conforme a Figura 20.

Figura 20 - Resolução do aluno Daniel para o Problema 2




Fonte: Dados da pesquisa

Assim como Daniel, outros alunos utilizaram a medida dos modelos de sólidos entregues pela professora-pesquisadora para justificar suas respostas. Novamente, o fato de Daniel ter recorrido ao desenho do sólido para apresentar a sua resposta, mesmo sem a obrigatoriedade dessa representação para a validação da resposta, ratifica as ideias defendidas por Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 518), ao afirmarem que as questões de dissertação "oferecem maior escopo para um pensamento original e independente, e dão um certo discernimento dos estilos cognitivos, sensibilidades a problemas e estratégias de solução de problemas dos alunos".

Analisando a resolução de Daniel é possível perceber que ele calculou corretamente o volume do cubo, trabalhado no problema do encontro anterior, apresentando como resposta 512 $cm^3$.

Contudo, tentou calcular o volume da pirâmide de modo análogo ao do cubo, e acabou se confundindo ao adotar 9 cm para a altura da pirâmide, quando na verdade, essa medida corresponde à medida da aresta lateral da pirâmide. Dessa forma, ao realizar o produto entre a área da base da pirâmide (64 $cm^2$) e a aresta lateral (9 cm), se confundiu e obteve como resultado 556, quando o correto para essa multiplicação é 576. Assim, encontrou que o volume da pirâmide é maior que o volume do cubo, o que não é verdade.

Com relação à unidade de medida, percebemos que Daniel diferenciou habilmente a unidade de medida da área ao calcular a área da base quadrada do cubo ($8 \cdot 8 = 64\ cm^2$). Da mesma forma, ao continuar o cálculo e encontrar o volume do cubo ($64 \cdot 8 = 512\ cm^3$). Para encontrar a área da base da pirâmide também utilizou corretamente a unidade de medida da área ($8 \cdot 8 = 64\ cm^2$). Porém, ao calcular o volume da pirâmide equivocou-se e apresentou o volume em $\mathrm{cm}^2$, quando deveria ser em $\mathrm{cm}^3$.

A construção dos sólidos foi realizada pela professora-pesquisadora procurando deixar as medidas com o máximo de exatidão possível, de modo que a altura e a base quadrada tivessem mesma medida em ambos. Além dos sólidos, disponibilizamos aos grupos grãos de arroz para que pudessem realizar a comparação entre os volumes de cada um dos sólidos, conforme Figura 21.

Figura 21 - Momento de discussão em grupo do Problema 2

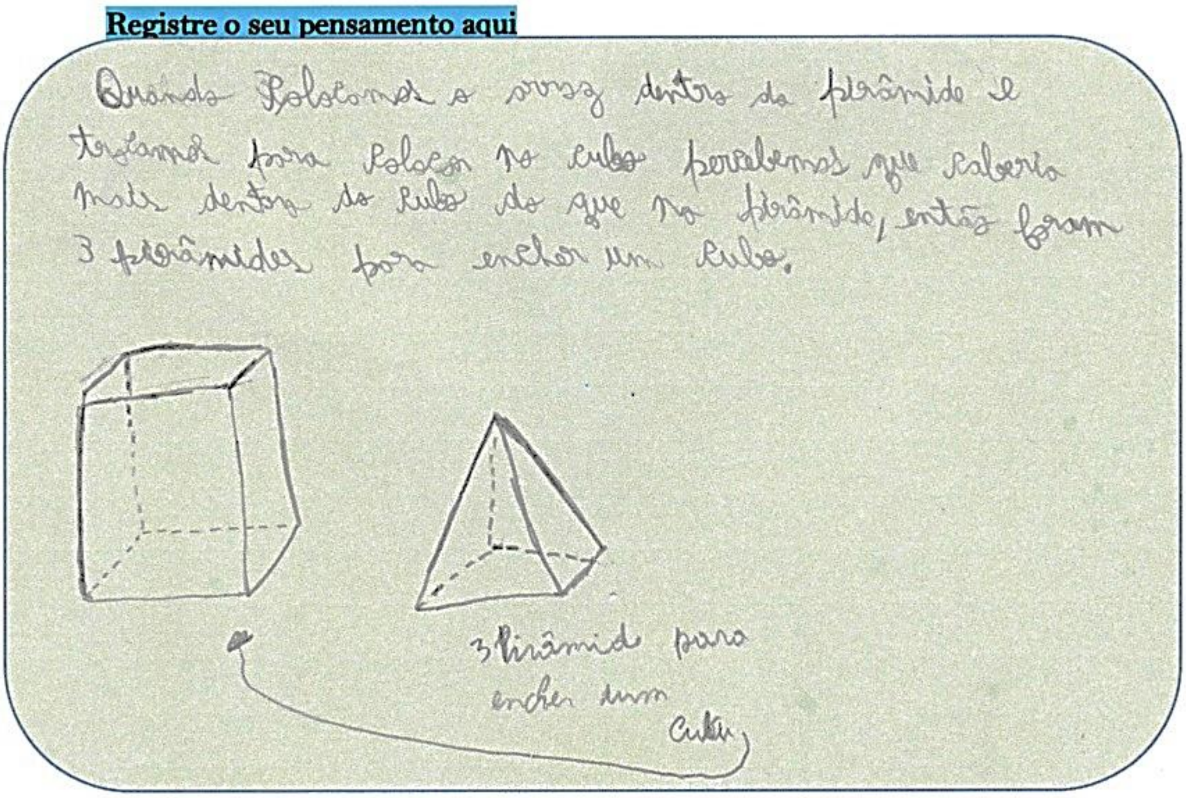
Fonte: Dados da pesquisa

Para Daniel, foi nesse momento de experimentação em grupo e comparação do volume dos sólidos que ele compreendeu que seu pensamento estava incorreto: "*foi só quando a gente colocou o arroz e comparou que eu entendi o que Fernanda estava querendo dizer*". Esse momento descrito por Daniel é ratificado por Moreira (2012), ao afirmar que materiais introdutórios devem ser apresentados aos alunos para que estes possam relacionar os seus conhecimentos aos novos conhecimentos.

Nessa fase, a professora-pesquisadora atuou auxiliando os grupos com dúvidas relacionadas à compreensão do problema e observando as ideias discutidas em cada grupo, conforme indicam Allevato e Onuchic (2014).

Após essa etapa de experimentação, os alunos reformularam suas respostas em grupo. Dentre essas destacamos a resolução do grupo de Lucas, apresentada na Figura 22.

Figura 22 - Resolução do grupo de Lucas do Problema 2




Fonte: Dados da pesquisa

É possível perceber que o grupo compreendeu corretamente o pensamento de Fernanda e chegou à conclusão de que o volume do cubo corresponde a três vezes o volume da pirâmide. Nesse momento a partir da representação figural por parte dos alunos, é possível retomar as ideias de Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 518), ao afirmarem que questões de dissertação “testam a capacidade do aluno para organizar ideias e apresentar evidência, para construir argumentos coerentes, para avaliar as ideias criticamente, e para se expressar de modo claro e convincente”.

A partir da análise dessa resolução e dos demais grupos, retomamos as ideias de Allevato e Onuchic (2014), ao afirmarem que:

> Com essa metodologia, conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto da resolução de problemas; promove-se o desenvolvimento de processos sofisticados de pensamento matemático, e o trabalho de ensino de Matemática acontece em um ambiente de investigação orientada em resolução de problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 48).

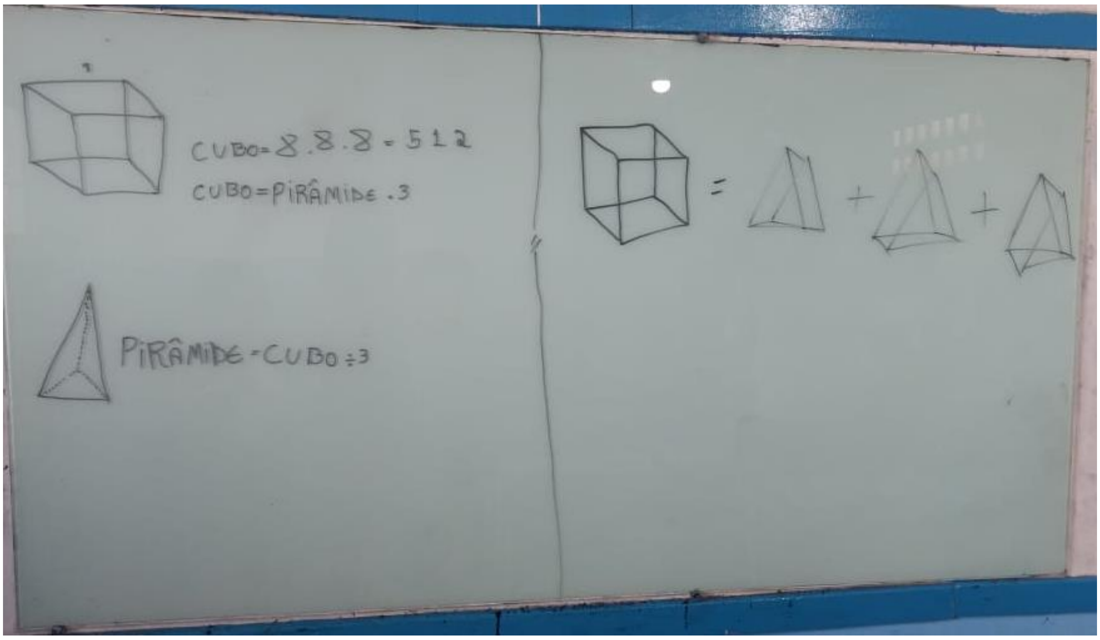
No momento da entrevista, Lucas, participante desse grupo, afirmou que inicialmente ele não havia entendido o que Fernanda estava propondo à sua avó, conforme trecho da entrevista:

> **Professora-Pesquisadora:** Você conseguiu compreender os problemas ao fazer a leitura individual?
>
> **Lucas:** Sim. O [problema] 2, o de Fernanda, eu fiquei com dúvida, porque eu não entendi a lógica dela, isso de diminuir a quantidade de material e continuar com a mesma quantidade de vela. Mas depois eu entendi quando vi os sólidos.

Nesse trecho da entrevista de Lucas é possível, mais uma vez, vislumbrar a ideia defendida por Moreira (2012), ao afirmar que materiais introdutórios devem ser apresentados aos alunos para que estes possam relacionar os seus conhecimentos aos novos conhecimentos.

No momento do registro das resoluções na lousa, a professora-pesquisadora solicitou aos grupos que, aqueles que se sentissem à vontade, registrassem a sua resolução na lousa, obtendo os registros conforme Figura 23.

Figura 23 - Registro na lousa da resolução do Problema 2




Fonte: Dados da pesquisa

Ambos os grupos recorreram ao registro figural para a apresentação da resolução, evidenciando a importância das questões de dissertação defendida por Ausubel, Novak e Hanesian (1980) ao afirmarem que essas questões “testam a capacidade do aluno para organizar ideias e apresentar evidência, para construir argumentos coerentes, para avaliar as ideias criticamente, e para se expressar de modo claro e convincente”. Analisando a resolução da esquerda, da equipe de Ríza, é possível compreender que o grupo utilizou o conhecimento adquirido com o problema 1 que havia sido trabalhado anteriormente, e utilizaram as medidas do modelo do cubo para calcular seu volume. A partir da experimentação, preenchendo os sólidos com os grãos de arroz, o grupo concluiu que o volume do cubo corresponde a três vezes o volume da pirâmide. Assim como o volume da pirâmide corresponde à terça parte do volume do cubo. O grupo compreendeu o problema, contudo representou a pirâmide de forma incorreta.

Já o segundo grupo, a equipe de Marcos, que apresentou a resolução da direita, optou por representar apenas o registro das figuras, em que é possível compreender que o volume de um cubo corresponde ao de três pirâmides. Assim como aconteceu com o primeiro grupo, a representação da pirâmide está incorreta; segundo os PCN (BRASIL, 1998), tal fato ocorre pois,

> Quando os alunos têm de representar um objeto geométrico por meio de um desenho, buscam uma relação entre a representação do objeto e suas propriedades e organizam o conjunto do desenho de uma maneira compatível com a imagem mental global que têm do objeto. (BRASIL, 1998, p. 125)

No momento da plenária, a professora-pesquisadora questionou à turma se algum grupo havia obtido uma solução diferente, porém todos afirmaram que chegaram à mesma conclusão. Dessa forma, todos os grupos obtiveram êxito na resolução desse problema. Concordamos com Gonçalves (2016, p. 71) ao afirmar que “a plenária favorece um ambiente para a aprendizagem significativa, pois as investigações e as reflexões são potencializadas nesse momento”.

No momento da formalização do conteúdo, toda a turma já havia compreendido o conteúdo, porém de forma prática, então a professora-pesquisadora formalizou o conteúdo.

$$Volume_{cubo} = base \times largura \times altura$$

$$Volume_{pirâmide} = \frac{Volume_{cubo}}{3}$$

$$Volume_{pirâmide} = \frac{base \times largura \times altura}{3}$$

Após essa fase, optamos por apresentar novos problemas aos estudantes no encontro seguinte.

### 3.1.3 Encontro III - Problema 03

Antes de iniciar a resolução do terceiro problema, a professora-pesquisadora retomou com os estudantes conceitos importantes relacionados ao comprimento da circunferência e cálculo da área de um círculo, que tinham sido trabalhados em aulas anteriores ao início da aplicação dos problemas que envolvem conceitos de volume de sólidos geométricos.

Conforme afirmam Ausubel, Novak e Hanesian (1980), com o passar do tempo, o estudante pode esquecer alguns conceitos e definições importantes, ainda que a aprendizagem tenha sido significativa. Nesses casos, sugerem o uso de organizadores prévios para que o aprendiz estabeleça uma relação entre o seu conhecimento e o novo conhecimento, servindo de subsídio para a promoção, ampliação e reorganização de conceitos que estão presentes em sua estrutura cognitiva.

Um organizador prévio, de acordo com Moreira (2011), pode ser um recurso instrucional como uma pergunta, um texto, dentre outros, que é apresentado ao aluno antes do material que foi organizado para que o ensino seja potencialmente significativo. Dessa forma, a professora-pesquisadora iniciou a aula com algumas perguntas aos estudantes buscando discutir com eles como poderiam proceder para calcular a área de um círculo. Esse conceito seria importante para a resolução do terceiro problema.

Após essa discussão inicial foi entregue a cada um dos estudantes uma folha com o problema impresso, folhas de papel A4 (sulfite) para a representação da superfície lateral do cilindro e fita adesiva.

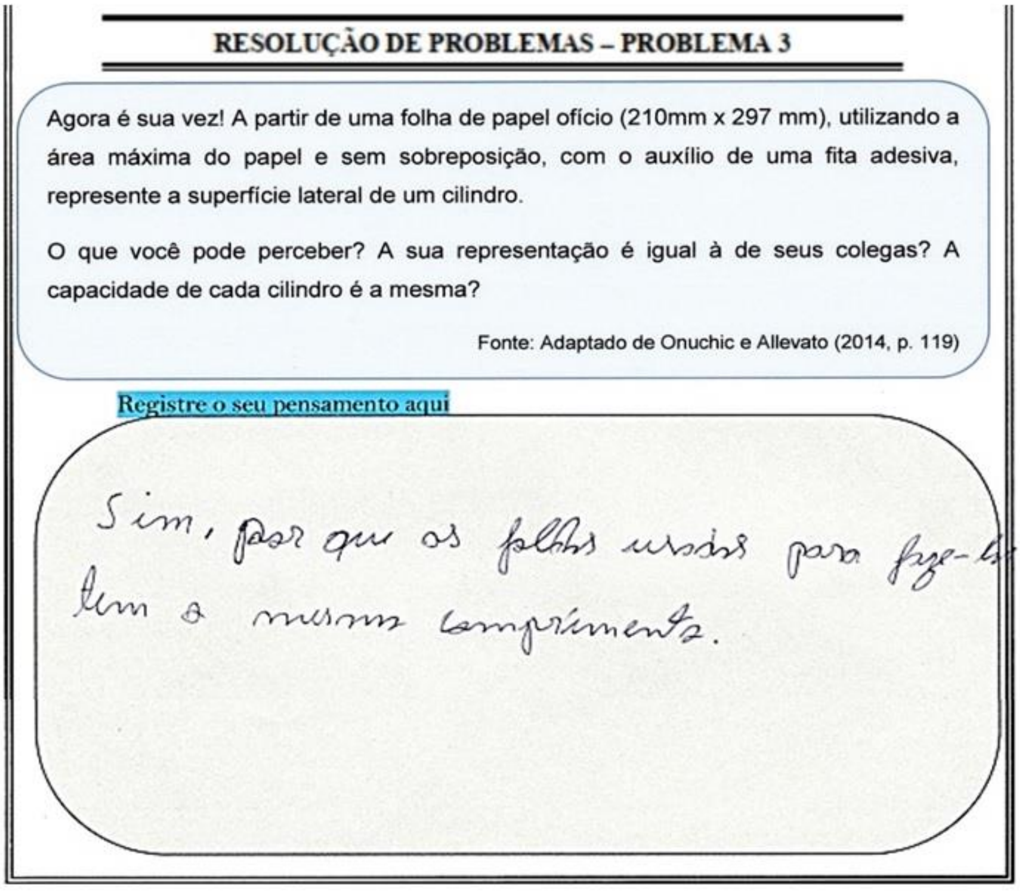
Conforme os estudantes foram construindo os cilindros (Figura 24) e observando aqueles construídos pelo colega, perceberam que com a mesma folha de papel, dois cilindros de alturas diferentes poderiam ser representados. Após essa etapa, solicitamos aos estudantes que realizassem o registro da sua resposta no espaço reservado.

Figura 24 - Momento individual do Problema 3

Fonte: Dados da pesquisa

Como já era esperado, os estudantes ficaram divididos com relação à capacidade de cada cilindro. O fato de ambos terem sido construídos com folhas de papel sulfite com as mesmas dimensões foi uma das justificativas apresentadas, conforme podemos observar na resposta do estudante Marcos (Figura 25).

Figura 25 - Resolução do aluno Marcos para o Problema 3



**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS – PROBLEMA 3**

Agora é sua vez! A partir de uma folha de papel ofício (210mm x 297 mm), utilizando a área máxima do papel e sem sobreposição, com o auxílio de uma fita adesiva, represente a superfície lateral de um cilindro.

O que você pode perceber? A sua representação é igual à de seus colegas? A capacidade de cada cilindro é a mesma?

Fonte: Adaptado de Onuchic e Allevato (2014, p. 119)

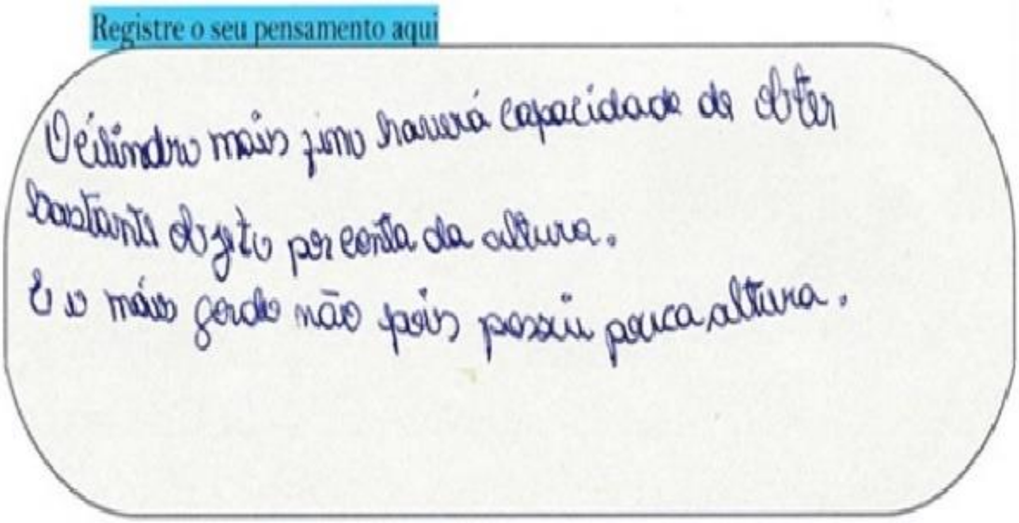
Registre o seu pensamento aqui

Sim, por que as folhas usadas para faze-lo tem o mesmo comprimento.

Fonte: Dados da pesquisa

Marcos afirmou que os dois cilindros possuem a mesma capacidade pois foram construídos a partir de duas folhas que possuíam o mesmo comprimento; faltou completar que também possuíam mesma largura. Alguns estudantes apresentaram o mesmo raciocínio demonstrado por Marcos. Outros, por sua vez, como é o caso da estudante Lara, acreditaram que os cilindros possuem capacidades distintas, conforme Figura 26.

Figura 26 - Resolução da aluna Lara para o Problema 3



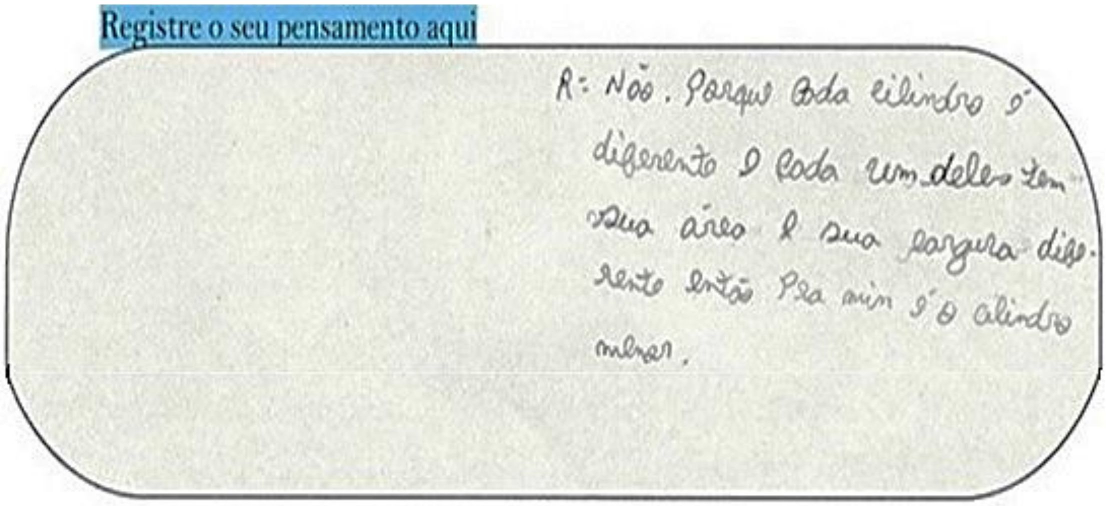

Fonte: Dados da pesquisa

A estudante afirmou que a condição para a maior ou menor capacidade do cilindro está diretamente relacionada à sua altura. Dessa forma, Lara respondeu que o cilindro que possui maior altura será aquele que possui maior capacidade. Nesse caso, a professora-pesquisadora afirma que se surpreendeu com a resposta apresentada por Lara, visto que em outras atividades a mesma não justificava suas respostas. Nesse momento, é possível vislumbrar as ideias de Allevato e Onuchic (2014) quando afirmam que

> A avaliação se realiza integrada ao ensino e à aprendizagem, pois nessa metodologia o professor tem a oportunidade de perceber constantemente as condições e conhecimentos que os alunos possuem, ajudando-os durante o processo, bem como os próprios alunos se percebem e se ajudam, sendo eliminado o caráter sancionador das avaliações somativas (ditas tradicionais). (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 47)

Tal situação demonstra que Lara se sentiu motivada com o problema gerador apresentado e proporcionou à professora vislumbrar um pouco do seu potencial “escondido”. Por outro lado, o estudante Pedro apresentou argumentos diferentes de sua colega Lara, conforme pode ser observado na Figura 27.

Figura 27 - Resolução do aluno Pedro para o Problema 3




Fonte: Dados da pesquisa

Ao analisar apenas a resposta escrita por Pedro ficamos em dúvida sobre a qual dos dois cilindros ele estava se referindo, então no momento da entrevista a pesquisadora o questionou sobre essa resposta.

**Professora-Pesquisadora:** Pedro, a qual dos dois cilindros você se referiu na sua resposta do problema 3? (A pesquisadora apresenta ao estudante a sua resposta e os cilindros construídos)

**Pedro:** Aqui eu disse que o cilindro com maior capacidade é o menor, o baixinho e gordinho.

**Professora-Pesquisadora:** E que área é essa que você está se referindo?

**Pedro:** Esse círculo aqui embaixo (apontando para a área da base do cilindro).

**Professora-Pesquisadora:** Certo, e essa largura que você menciona, o que seria? O círculo não tem largura, essa medida que você está se referindo tem outro nome.

**Pedro:** Ah é isso mesmo. No círculo é diâmetro!

Mais uma vez a professora-pesquisadora se surpreendeu com a resposta apresentada por Pedro, pois, como já citamos anteriormente, este aluno não apresentava disposição para resolver nenhuma atividade proposta durante as aulas. Assim, a partir da aplicação desses problemas a professora-pesquisadora teve a oportunidade de “perceber” esse potencial em seu aluno, pois conforme afirmam Lamonato e Passos (2011), o trabalho com a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

> possibilita ao professor momentos de partilha de informações e melhor conhecimento do processo de aprendizagem de seus alunos, com consequências para suas crenças e concepções a respeito do ensino, da aprendizagem da Matemática e das aulas propriamente ditas. (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 70)

Analisando a resposta completa de Pedro foi possível perceber que ele compreende que, ainda que os cilindros tenham sido construídos a partir de uma mesma folha de sulfite, eles apresentam área da base e diâmetros diferentes, o que vai implicar em capacidades diferentes.

Durante o momento da resolução em grupo, percebemos que os estudantes buscavam formas de justificar aos demais colegas do grupo a sua resposta. Ratificando as ideias de Allevato e Onuchic (2014, p. 45), quando afirmam que os alunos “nessa fase, exercitam a expressão de ideias, para o que necessitarão utilizar e aprimorar a linguagem, a fim de expressar-se com clareza e coerência e fazer-se entender”. Entregamos a cada grupo um pouco de arroz para que pudessem verificar em qual dos dois cilindros havia maior capacidade, conforme Figura 28.

Figura 28 - Momento de discussão em grupo do Problema 3

Fonte: Dados da pesquisa

Durante o momento da experimentação com os cilindros e o arroz, a professora-pesquisadora atuou observando e auxiliando os grupos nessa fase. Após discutir com os estudantes como poderiam proceder para fazer a experimentação, eles concordaram que o cilindro mais alto poderia ser colocado dentro do cilindro mais largo, conforme sugerem Nunes, Nogutti e Allevato

(2014), ao elaborarem o problema que utilizamos como inspiração para formulação deste terceiro problema,

Dessa forma, os estudantes colocavam o cilindro de maior altura dentro do cilindro de menor altura, enchiam de arroz o cilindro mais alto e discutiam se ao tirar o cilindro mais comprido, o arroz que estava em seu interior seria exatamente suficiente para encher o cilindro mais baixo, não seria suficiente ou seria mais que o suficiente.

Após a experimentação, todos os grupos chegaram à conclusão que o cilindro de menor altura e maior diâmetro, possuía maior capacidade. De acordo com os PCN (BRASIL, 1998),

> Apesar da força de convencimento para os alunos que possam ter esses experimentos com material concreto ou com a medição de um desenho, eles não se constituem provas matemáticas. Ainda que essas experiências possam ser aceitas como “provas” no terceiro ciclo, é necessário, no quarto ciclo, que as observações do material concreto sejam elementos desencadeadores de conjecturas e processos que levem às justificativas mais formais. (BRASIL, 1998, p. 127)

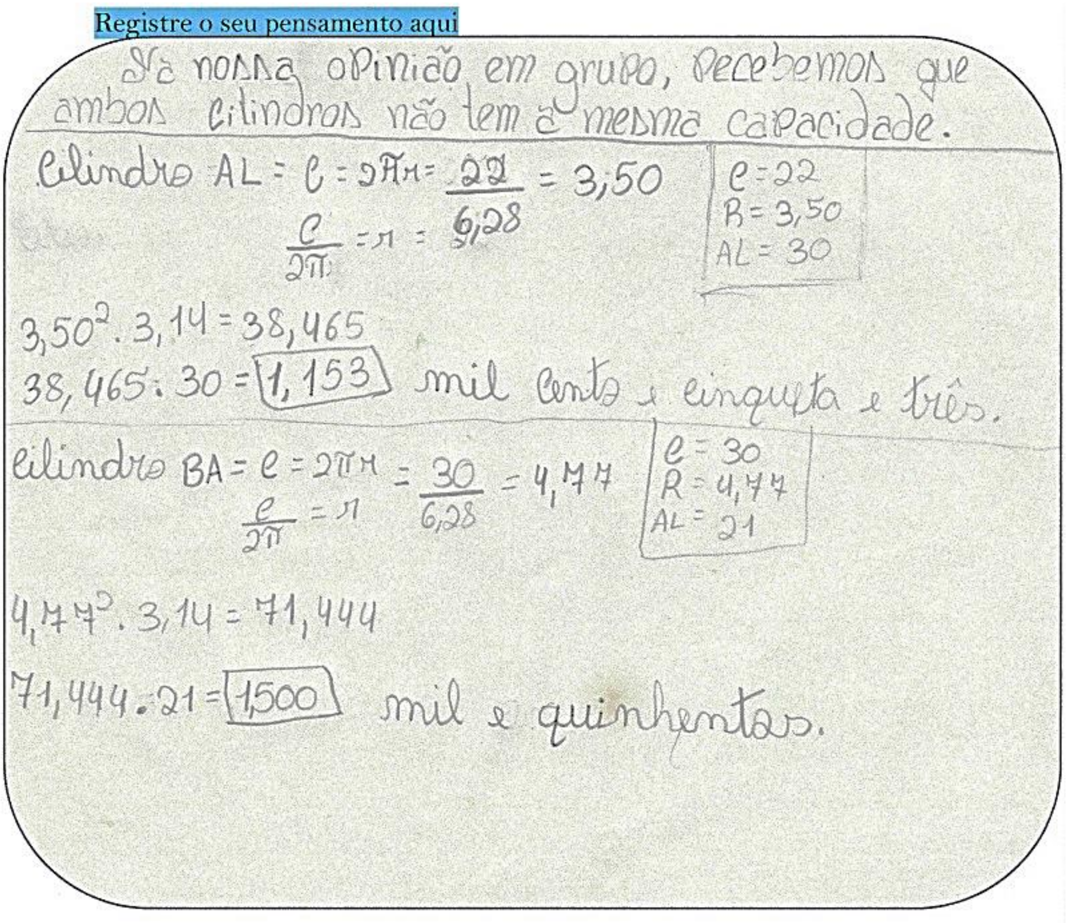
Então a professora-pesquisadora solicitou que na folha de papel justificassem a conclusão do grupo. Apesar do problema não solicitar a capacidade de cada um dos cilindros, todas as equipes começaram a anotar as medidas dos dois cilindros para justificarem suas respostas. A professora entregou réguas e calculadoras para ajudar os alunos nos cálculos do volume. Contudo, no momento de medir o comprimento da circunferência os estudantes apresentaram dificuldade e não encontraram uma maneira apropriada para registrar esta medida.

Como a construção dos modelos dos cilindros e experimentação demorou mais tempo do que o previsto, a professora-pesquisadora combinou com os alunos de finalizarem a resolução deste problema na aula seguinte. Dessa forma, entregamos cordão aos grupos a fim de que pudessem medir o comprimento da circunferência e determinar o raio considerando que $C = 2\pi r$ e que o raio poderia ser obtido por $r = \frac{C}{2\pi}$.

No encontro seguinte, os grupos solicitaram à professora-pesquisadora se poderiam consultar os cadernos com suas anotações de aulas anteriores, onde constava o conteúdo referente a comprimento de uma circunferência e área do círculo. A professora-pesquisadora autorizou, pois compreendeu que, de acordo com as ideias de Moreira (2012), o conhecimento a ser utilizado na resolução desse problema possuía uma dependência hierárquica com o conteúdo estudado anteriormente. Bem como afirmam Allevato e Onuchic (2014), que os alunos utilizam seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas no momento da resolução de problemas.

Na resolução apresentada pelo grupo de Miguel foi possível perceber que eles chegaram à conclusão de que os dois cilindros não possuem a mesma capacidade e buscaram justificar matematicamente sua resposta, conforme Figura 29.

Figura 29 - Resolução do grupo de Miguel para o Problema 3




Fonte: Dados da pesquisa

A partir da análise da resolução, podemos inferir que o grupo identificou o “cilindro AL” referindo-se ao cilindro alto (diâmetro menor) e “cilindro BA” fazendo referência ao cilindro baixo (diâmetro maior). Inicialmente, a partir da fórmula do comprimento da circunferência, utilizando os dados das medições

($C = 22$) e adotando $\pi = 3{,}14$, a equipe encontrou a medida do raio do cilindro de menor diâmetro ($r = 3{,}50$).

Com essa medida do raio, o grupo utilizou a fórmula da área de uma circunferência ($A = \pi r^2$) e encontrou o valor de 38,465. Posteriormente, com base nos problemas anteriores, multiplica a área da base pela altura e, desprezando as casas decimais após a vírgula obtendo como resultado 1.153.

Para o cálculo do volume do cilindro baixo (maior diâmetro), o grupo procede de modo análogo, realiza as medições no cilindro ($C = 30$) e, utilizando-se da fórmula do comprimento da circunferência e adotando $\pi = 3{,}14$, a equipe encontrou que o raio do cilindro de diâmetro maior correspondia a $r = 4{,}77$. Nesse momento, o grupo realizou uma aproximação incorreta, pois desprezou a terceira casa decimal sem considerar o fato de ser um valor maior que cinco. Logo após, o grupo calculou o valor da área de uma circunferência ($A = \pi r^2$) e encontrou o valor de 71,444. Por fim, o grupo realizou o produto entre a área da base do cilindro e sua altura ($h = 21$) e encontrou o valor de 1.500.

Apesar de reconhecer que os cilindros possuem capacidades diferentes e encontrar medidas de volume diferentes, faltou ao grupo apenas explicitar que o cilindro que possui maior capacidade é o cilindro de maior diâmetro, e consequentemente, maior raio.

Os demais grupos apresentaram respostas com alguma variação no valor obtido para o raio devido às medidas tomadas de maneira experimental, a partir dos cilindros construídos pelos grupos. Observamos que os alunos apresentaram dificuldades para trabalhar com a calculadora, principalmente para calcular $r^2$.

Quando solicitamos aos grupos para registarem na lousa as suas resoluções eles ficaram resistentes, muitos deles porque não estavam confiantes dos resultados que encontraram ao calcularem o volume dos dois sólidos. Os alunos compararam as suas respostas com as de outros grupos e perceberam que os valores obtidos eram diferentes. Notando a timidez e resistência dos estudantes, optamos por não forçar a ida à lousa.

A professora-pesquisadora retomou o problema com os estudantes e os questionou sobre como eles justificaram matematicamente. Perguntou aos estudantes como eles procederam para calcular o raio e a partir de suas repostas, escreveu na lousa as fórmulas relacionadas ao comprimento da circunferência.

Neste momento, discutiu com os alunos que a diferença encontrada na medida do comprimento da circunferência era devido à maneira como construíram as superfícies laterais dos cilindros. Dando continuidade e realizando alguns questionamentos aos estudantes, a professora registrou a fórmula para o cálculo da área do círculo, que os alunos consultaram no caderno, e formalizou o conteúdo com a turma.

Quadro 4 - Formalização do conteúdo do Problema 3

| Cilindro Diâmetro Menor | Cilindro Diâmetro Maior |
|---|---|
| $C = 2\pi r$<br>$21 = 2 \times 3{,}14 \times r$<br>$21 = 6{,}28 \times r$<br>$\frac{21}{6{,}28} = r$<br>$r \cong 3{,}34\ cm$<br><br>$A_{base\ cilindro} = \pi r^2$<br>$A_{base\ cilindro} = 3{,}14 \times 3{,}34^2$<br>$A_{base\ cilindro} \cong 35{,}03\ cm^2$<br><br>$V_{cilindro} = A_{base\ cilindro} \times altura$<br>$V_{cilindro} = 35{,}03 \times 29{,}7$<br>$V_{cilindro} = 1040{,}39\ cm^3$ | $C = 2\pi r$<br>$29{,}7 = 2 \times 3{,}14 \times r$<br>$29{,}7 = 6{,}28 \times r$<br>$\frac{29{,}7}{6{,}28} = r$<br>$r \cong 4{,}73\ cm$<br><br>$A_{Base\ Cilindro} = \pi r^2$<br>$A_{Base\ Cilindro} = 3{,}14 \times 4{,}73^2$<br>$A_{Base\ Cilindro} \cong 70{,}25\ cm^2$<br><br>$V_{Cilindro} = A_{Base\ Cilindro} \times altura$<br>$V_{Cilindro} = 70{,}25 \times 21$<br>$V_{Cilindro} = 1475{,}25\ cm^3$ |

Fonte: Dados da pesquisa

Nesse problema percebemos que a maioria dos estudantes não compreendeu a estratégia utilizada para justificar matematicamente o que eles experimentaram na prática. Acreditamos que essa incompreensão se deve ao fato de a aprendizagem do conteúdo de comprimento da circunferência e área do círculo ter ocorrido de modo automático.

Tal fato vai de encontro às ideias de Ausubel, Novak e Hanesian (1980), ao afirmarem que para que a nova informação seja significativa é necessário que o aluno crie interações específicas entre a sua estrutura cognitiva e o novo material significativo, de modo que as novas ideias façam sentido. Durante a entrevista, alguns estudantes foram questionados sobre a resolução desse problema. A aluna Rízia avaliou a resolução desse problema.

**Professora-Pesquisadora:** O que você achou do problema 3?

**Rízia:** Eu gostei, mas quando chegou naquela parte de trabalhar com o “pi” eu não gostei não.

**Professora-Pesquisadora:** Mas então o que foi que você achou interessante nesse problema?

**Rízia:** Aquela parte de comparar em qual dos dois cilindros cabia mais arroz, porque eu achava que era no mais gordinho e outros colegas do meu grupo achavam que era no mais alto.

**Professora-Pesquisadora:** Então você não gostou da justificativa matemática, é isso?

**Rízia:** É, porque eu não entendo muito quando tem “pi”. Aí eu nem me esforcei para fazer.

Nesse trecho podemos perceber que o problema deixou de ser interessante para a estudante porque ela não compreende o significado da letra grega $\pi$ (pi), utilizada para determinar o raio e para calcular a área do círculo. Com o desinteresse, o princípio básico da Resolução de Problemas proposto por Allevato e Onuchic (2014) ficou comprometido, prejudicando assim a resolução do problema. Após essa entrevista, compreendemos a importância dos subsunçores citados pelos autores que consideramos neste trabalho.

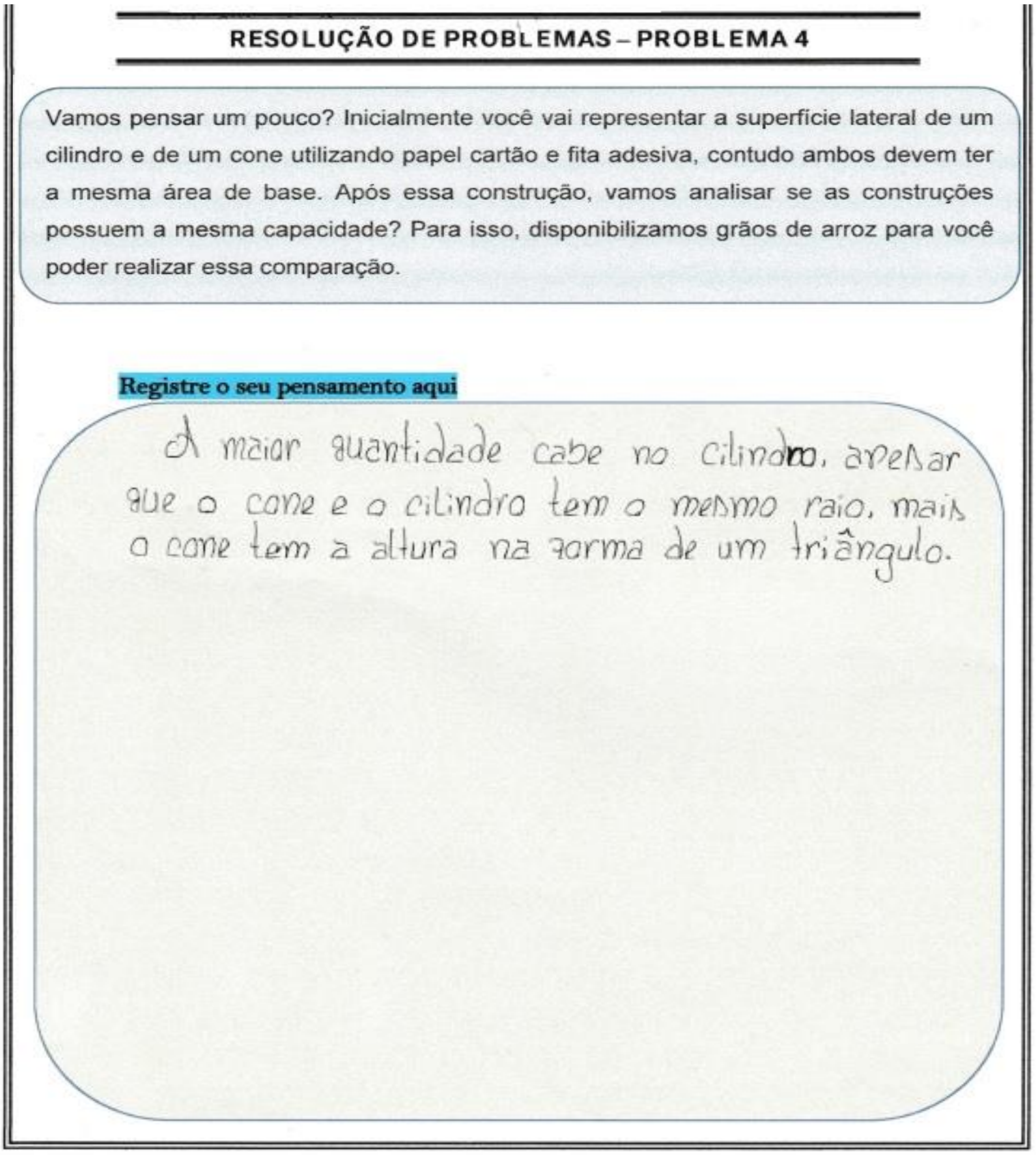
Caso a aluna tivesse feito esse comentário no momento da aplicação do problema, seria o momento da professora-pesquisadora retomar o conteúdo de *Área do Círculo* visando uma melhor compreensão por parte da turma. Em particular, Moreira (2012) explicou que nem sempre há subsunçores para estabelecer conexão entre conhecimentos novos, que neste caso está relacionado ao cálculo do volume do cilindro, com conhecimentos prévios, que diz respeito ao cálculo da área do círculo.

### 3.1.4 Encontro IV - Problema 04

Ao iniciarmos o nosso quarto encontro, assim como nos demais, entregamos a cada estudante uma folha com o problema a ser trabalhado. A partir da experiência do encontro anterior, optamos por construir os sólidos e entregar aos alunos os sólidos já construídos visando a otimização do tempo. Durante a leitura e registro individual, os sólidos ficaram expostos na mesa da professora-pesquisadora mas os alunos não puderam manuseá-los.

O estudante Miguel apresentou a resolução, conforme Figura 30.

Figura 30 - Resolução do aluno Miguel para o Problema 4



**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS – PROBLEMA 4**

Vamos pensar um pouco? Inicialmente você vai representar a superfície lateral de um cilindro e de um cone utilizando papel cartão e fita adesiva, contudo ambos devem ter a mesma área de base. Após essa construção, vamos analisar se as construções possuem a mesma capacidade? Para isso, disponibilizamos grãos de arroz para você poder realizar essa comparação.

**Registre o seu pensamento aqui**

A maior quantidade cabe no cilindro. apesar que o cone e o cilindro tem o mesmo raio. mais o cone tem a altura na forma de um triângulo.

Fonte: Dados da pesquisa

Analisando a resposta apresentada por Miguel, é possível perceber que ele compreende que os dois sólidos possuem a mesma área da base. Durante a entrevista ele afirmou que nesse momento, ao ler o problema, percebeu a semelhança com o problema dois, que havia sido trabalhado no segundo encontro e que envolvia a comparação entre o volume de um cubo e de uma pirâmide.

Com base nessa resposta de Miguel, podemos afirmar que esse conteúdo atuou como um conhecimento prévio no momento da resolução do problema quatro, auxiliando o aprendiz a ancorar os novos conceitos aos subsunçores existentes em sua estrutura cognitiva. Esse estudante também foi capaz de diferenciar progressivamente os conhecimentos abordados no problema dois e reconciliá-los de forma integrativa aos novos conhecimentos.

Analisando essa fala de Miguel podemos também afirmar que trata-se de um material potencialmente significativo, de acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980), pois estabeleceu relações com a estrutura cognitiva do aluno de forma não arbitrária e substantiva, atuando como ancoradouro para dar sentido ao novo conhecimento. Outros estudantes também realizaram uma comparação entre este problema e o trabalhado durante o segundo encontro.

A partir da relação estabelecida, Miguel justificou que os volumes do cone e do cilindro não são iguais mas não soube apresentar uma justificativa correta, afirmando apenas que “o cone tem a altura na forma de um triângulo”. Talvez o estudante estivesse fazendo uma relação entre o triângulo formado pelo diâmetro da base do cone, sua altura e a geratriz formada pelo segmento que une o vértice do cone a um ponto qualquer da circunferência da base. Podemos identificar que o estudante não é capaz de realizar uma boa leitura das figuras e sólidos geométricos.

No momento da formação dos grupos para a leitura e resolução em conjunto, entregamos para cada grupo um cone e um cilindro visando enriquecer a discussão (Figura 31). Posteriormente, disponibilizamos aos grupos grãos de arroz para que pudessem realizar as comparações entre os volumes dos dois sólidos.

Figura 31 - Momento em grupo do Problema 4

Fonte: Dados da pesquisa

Assim que entregamos os sólidos aos estudantes, esses se mostraram entusiasmados e buscaram conferir as medidas de cada um, altura, diâmetro, área da base e encaixando um dentro do outro, conforme Figura 32.

Figura 32 - Momento em grupo do Problema 4

Fonte: Dados da pesquisa

No momento da entrevista, o estudante Daniel revelou que esse problema foi um dos mais fáceis de resolver, conforme trecho a seguir.

**Professora-Pesquisadora:** Qual problema você compreendeu melhor?

**Daniel:** O quatro.

**Professora-Pesquisadora:** Por quê?

**Daniel:** Porque quando eu vi os sólidos (cone e cilindro) eu achei bem parecido com o problema de Fernanda (referindo-se ao problema dois).

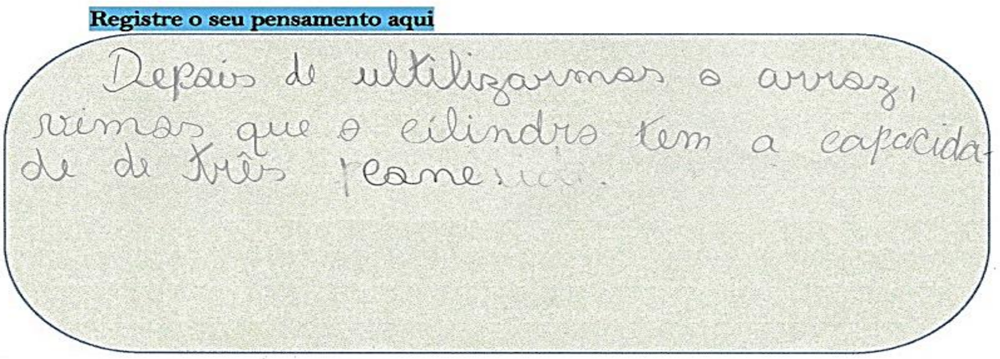
**Professora-Pesquisadora:** Mas no problema dois, trabalhamos com cubo e pirâmide e no problema quatro trabalhamos com cone e cilindro. Qual foi a relação que você estabeleceu?

**Daniel:** Porque quando a gente resolveu o problema do cubo e da pirâmide, eles tinham a mesma base e a mesma altura, porém a base da pirâmide ia afunilando quando a altura aumentava e, nesse problema, com o cone e o cilindro, eu consegui perceber a mesma coisa.

Novamente é possível afirmar que o problema dois atuou como conhecimento prévio para a resolução do problema quatro. Uma vez que ao perceberem a semelhança na relação entre os sólidos dos dois problemas desenvolveram um raciocínio semelhante ao aplicado no problema dois. A distinção entre os dois problemas encontra-se no fato de no problema dois trabalharmos com poliedros e no problema quatro trabalhamos com corpos redondos.

Durante a resolução em grupo, fazendo uso do arroz para comparar o volume dos sólidos, observamos que, das sete equipes que participaram do encontro, apenas um grupo não apresentou a resposta correta. A resolução do grupo de Flávia pode ser vista conforme Figura 33.

Figura 33 - Resolução do grupo de Flávia para o Problema 4

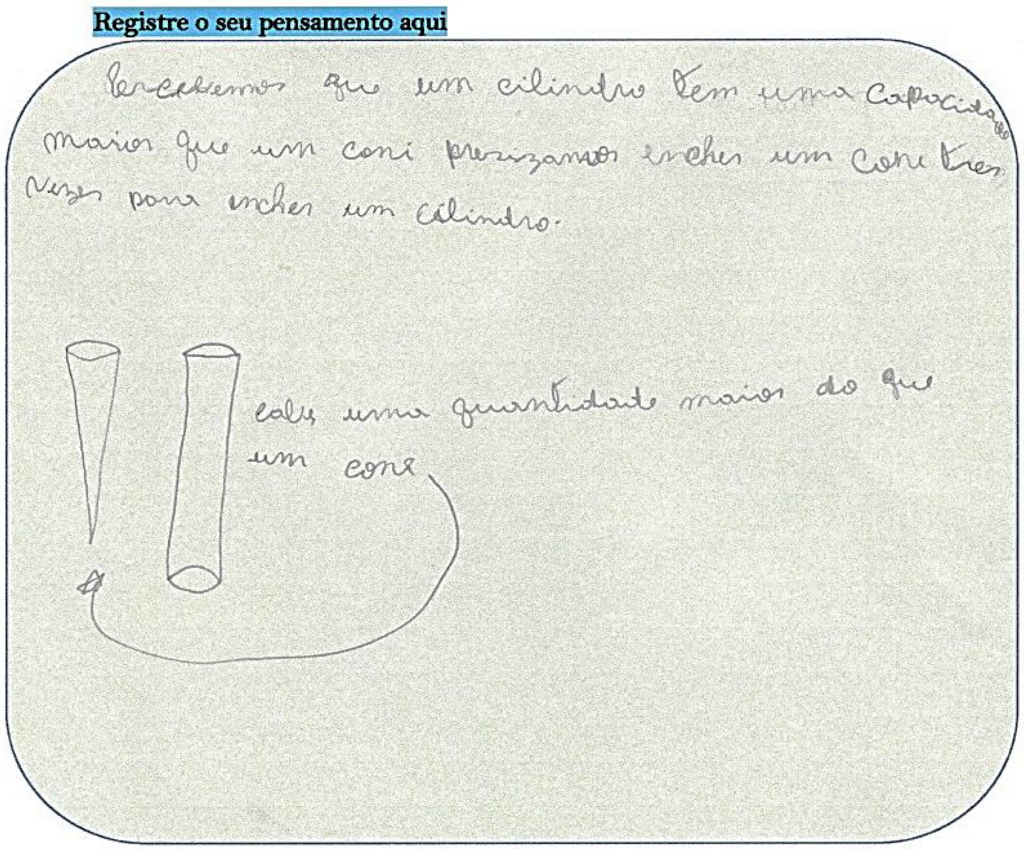

Registre o seu pensamento aqui

Depois de ultilizarmos o arroz, vimos que o cilindro tem a capacida-
de de três cones.

Fonte: Dados da pesquisa

Com a resposta desse grupo, fica claro que a utilização dos sólidos e do arroz para a comparação dos volumes foi fundamental para obtenção da resposta correta. O grupo de Daniel e Marcos apresentou a seguinte resolução, conforme Figura 34.

Figura 34 - Resolução do grupo de Daniel e Marcos para o Problema 4



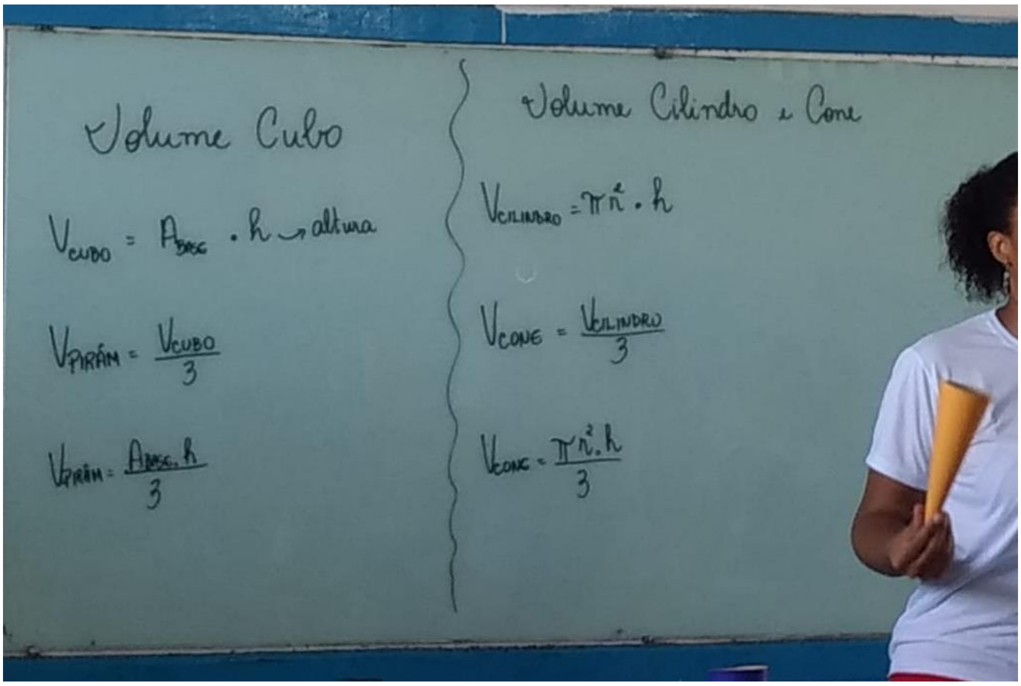

Fonte: Dados da pesquisa

O grupo em questão também afirmou que a utilização dos grãos de arroz permitiu concluir que o volume de um cilindro corresponde ao volume de três cones. Novamente, há a presença da representação figural por parte dos estudantes, reafirmando a importância das questões de dissertação, conforme afirmam Ausubel, Novak e Hanesian (1980), permitindo aos estudantes uma maior liberdade para organizar suas ideias e apresentar um pensamento original e independente.

No momento da plenária, todos os grupos apresentaram o mesmo raciocínio, inclusive o grupo que estava com a resposta incorreta, visto que a maioria dos estudantes estabeleceram uma relação com o problema dois trabalhado anteriormente. Concordamos com Gonçalves (2016, p. 71) quando afirma que essa metodologia “promove uma aprendizagem significativa, pois é possível reativar os conceitos ou proposições que estão presentes na estrutura cognitiva dos alunos e que servirão para dar significado ao novo conteúdo presente no problema".

Dessa forma, não foi complicado para a professora-pesquisadora chegar a um consenso com os estudantes e formalizar o conteúdo, conforme Figura 35
.

Figura 35 - Formalização do conteúdo do Problema 4




Fonte: Dados da pesquisa

A professora-pesquisadora optou por retomar o conteúdo *Volume do Cubo* e *Volume da Pirâmide* pois essa foi a estratégia adotada pelos estudantes na elaboração da resolução. Nesse sentido, o *Volume do Cubo e da Pirâmide* atuou como conhecimento prévio, servindo de suporte para a resposta final.

# CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentaremos suscintamente o percurso percorrido para chegarmos ao final desta pesquisa que teve como proposta responder a seguinte questão de pesquisa: *como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, pode contribuir para a aprendizagem significativa do conceito de volume de sólidos geométricos?*

Inicialmente, as experiências que vivenciei, atuando como professora de Matemática do Ensino Fundamental de uma escola pública, deixaram-me com algumas inquietações relacionadas às dificuldades apresentadas pelos alunos em problemas de observação, comparação e cálculo da capacidade de sólidos geométricos. O ingresso no mestrado permitiu o contato com diferentes metodologias e a possibilidade de adotar uma delas para a realização dessa pesquisa.

Dentre as várias alternativas para o desenvolvimento do trabalho em sala de aula, escolhemos a Resolução de Problemas como metodologia de ensino e passamos a analisar o objeto matemático a ser trabalhado. Após algumas ponderações, selecionamos o conteúdo *Volume de Sólidos Geométricos* e, dessa forma, também ficou definido que nosso público-alvo seriam alunos do 9º ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Para respondermos nossa questão de pesquisa desenvolvemos uma investigação de natureza qualitativa, visando de maneira particular analisar as estratégias apresentadas pelos alunos ao resolvem problemas matemáticos. Adotamos a observação participante para uma melhor compreensão dessas estratégias e realizamos a coleta de informações utilizando o diário de campo, registros videogravados, fotos, as resoluções escritas dos alunos e, por fim, as entrevistas, realizadas para esclarecer algumas estratégias apresentadas pelos alunos durante a resolução dos problemas.

A organização, adaptação e elaboração dos problemas utilizados nessa pesquisa foram realizadas a partir de leituras dos PCN (BRASIL, 1998), da BNCC (BRASIL, 2018), de trabalhos já publicados relacionados a esse objeto matemático, das ideias propostas por Allevato e Onuchic (2014), Ausubel, Novak e Hanesian (1980).

Para a condução do trabalho com os alunos, utilizamos a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas como nossa principal metodologia de ensino. Atrelada a ela, adotamos os aportes teóricos da Aprendizagem Significativa, em particular, consideramos as orientações de Ausubel, Novak e Hanesian. Esses autores defendem que, para que haja a ocorrência da aprendizagem significativa é necessário a utilização de material potencialmente significativo aliado à disposição para a aprendizagem significativa.

Em muitos momentos foi possível vislumbrar indícios da Aprendizagem Significativa durante as discussões dos problemas. A utilização Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas permitiu aos alunos atuarem com protagonismo no decorrer do seu processo de aprendizagem, bem como permitiu à professora-pesquisadora observar que alguns alunos que, até então, devido às práticas tradicionais, não haviam demonstrado interesse ou não haviam compreendido o conteúdo.

Percebemos que durante a etapa da resolução individual, os alunos apresentavam mais dúvidas e questionamentos acerca do que estava sendo solicitado no problema. Contudo, quando os grupos se formavam e passávamos a seguir os passos propostos por Allevato e Onuchic (2014) era perceptível a segurança e evolução que demonstravam.

A atuação da professora como mediadora foi de fundamental importância para garantir ao aluno a responsabilidade sobre a sua aprendizagem de modo articulado e reflexivo. À professora, coube orientar e observar, sendo que nessas observações, alguns alunos a surpreenderam ao demonstrar interesse e um bom desempenho no processo de resolução dos problemas. Tal situação vai ao encontro do que propõe Allevato e Onuchic (2014), pois tais alunos apresentaram a resolução para um problema que os motivou.

A utilização da metodologia da Resolução de Problemas proporcionou aos alunos atuarem como sujeitos ativos de sua aprendizagem. Possibilitou o intercâmbio de ideias a partir das atividades colaborativas, bem como, proporcionou à professora a oportunidade de observar e analisar os conhecimentos externalizados pelos alunos.

Notamos que durante a resolução dos problemas os alunos analisam, discutem, refletem e refutam suas hipóteses com os colegas. Nessa etapa, há uma relação entre seus conhecimentos prévios e o conteúdo trabalhado nos problemas, convergindo para a compreensão do conteúdo.

Quanto às ideias da Aprendizagem Significativa, as condições para a sua ocorrência foram de extrema importância para identificar as características concernentes a esse processo no decorrer do estudo. Tais resultados apontam para alguns indícios de ocorrência da Aprendizagem Significativa ao trabalhar com problemas que despertem o interesse do aluno na busca pela resposta correta, reafirmando as ideias de Allevato e Onuchic (2014) e, paralelamente, Ausubel, Novak e Hanesian (1980), ao defenderem que a vontade do aluno em resolver o problema é um ponto crucial para a obtenção da resposta.

A utilização de materiais manipulativos mostrou-se de grande importância para a visualização geométrica e compreensão do problema, garantindo o protagonismo dos alunos frente a novos problemas e sua postura perante a um grupo. Os materiais manipulativos, por diversas vezes, atuaram como organizadores prévios, possibilitando aos alunos a compreensão do problema ou até mesmo auxiliando na visão espacial da figura.

A utilização conjunta dos problemas e dos materiais (caixinhas, sólidos, arroz) proporcionou identificarmos indícios de uma aprendizagem significativa, uma vez que a utilização dos materiais por várias vezes demonstrou se tratar de um material potencialmente significativo para a aprendizagem dos alunos. O vaivém dos conceitos gerais e específicos foi de suma importância para a promoção da diferenciação progressiva e, consequentemente, a reconciliação integrativa.

Além das dificuldades para a compreensão dos problemas também ficou evidente, em alguns alunos, dificuldades para operar com as quatro operações básicas da Matemática, o que ocasionou inconsistências em suas respostas. Porém, a análise dos registros indicou que a colaboração e a discussão nos grupos foram essenciais para promover a Aprendizagem Significativa.

No decorrer da pesquisa aconteceram alguns entraves, tais como a necessidade de utilização de mais tempo que o previsto na aplicação do Problema 3, a inexatidão nas medidas dos sólidos geométricos, devido à confecção manual ou ainda, o desgaste apresentado pelos alunos já no final da aplicação do último problema, mostrando a importância de se utilizar diferentes métodos de ensino nas aulas de Matemática. Contudo, mesmo identificando esses entraves, percebemos a partir do comportamento dos alunos e da entrevista realizada que eles gostaram bastante dessa metodologia e alguns até passaram a se dedicar mais à disciplina.

Pessoalmente, compreendo que a realização dessa pesquisa me proporcionou experiências e vivências únicas relacionadas à aquisição de conhecimentos referente à Resolução de Problemas e à Aprendizagem Significativa. A possibilidade de poder aplicar esses problemas com uma turma na qual lecionava foi maravilhoso, pois já possuía uma boa relação com os alunos, o que me deixava mais à vontade.

Após essa experiência, toda a dinâmica das minhas aulas se transformou. Ainda que a Resolução de Problemas seja uma metodologia que requer uma postura diferente do professor, e que, muitas vezes, pode ser cansativa por causa da maneira diferente de conduzir os alunos em busca de respostas para os problemas, é muito mais gratificante quando percebemos que é possível promover uma aprendizagem significativa para nossos alunos.

Considerando que nossas compreensões ocorreram a partir da atuação de determinados contextos e sujeitos, entendemos ser conveniente para pesquisas futuras a aplicação deste instrumento com base em outras vertentes da Resolução de Problemas. Ainda há a possibilidade de analisar as contribuições dessa metodologia para a aprendizagem significativa de outros conteúdos matemáticos. Outra possibilidade de continuidade deste estudo consiste na replicação do mesmo com um público alvo diferente.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Associando o computador à resolução de problemas fechados:** análise de uma experiência. 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro.

______. Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas? In: SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, 3. **Apresentação em mesa redonda**. 2014, Rio Claro.

______; ONUCHIC, L. R.. Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas. In: Lourdes de la Rosa Onuchic; Norma Suely Gomes Allevato; Fabiane Cristina Höpner Noguti; Andresa Maria Justulin. (Org.). **Resolução de Problemas**: teoria e prática. 1ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, v. 1, p. 35-52.

______. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**. Rio de Janeiro, n. 55, p. 1-19, 2009.

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph D.; HANESIAN, Helen. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BELO, Rosangela dos Santos. **Aprendendo por meio de experiências com situações problema**. 2016. 50f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional) – UNESP, Presidente Prudente.

BERTINI, Luciane de Fatima. Problemas. In: VALENTE, Wagner Rodrigues (Org.). **Cadernos de Trabalho II**. Vol 8. São Paulo: LF Editorial, 2018.

BIZINOTO, José Henrique. **Resolução de Problemas de Geometria Métrica Espacial com utilização da Tecnologia da Informação e Comunicação**. 2016. 89 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2016.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2017. 472 p.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental – Matemática. Brasília, DF, 1998. 148 p.

COSTA, Aline Alves. **Estratégias adotadas para a resolução de problemas geométricos:** o caso dos alunos dos anos finais do ensino fundamental da rede municipal de Aracaju. 2014. 125 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2014.

ECHEVERRÍA; Maria del Puy Pérez; POZO, Juan Ignacio. Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender. In: POZO, Juan Ignacio. **A Solução de problemas**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

FÉLIX, Maria Patrícia. **Resolução de problemas sobre conceitos geométricos:** estratégias dos alunos do 9º ano do ensino fundamental. 2016. 80f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação) – Universidade Federal de Alagoas, UFAL, 2016.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

GESTAR. **Descritores Avalição Bimestral 2014**. Instituto Anísio Teixeira. 2014. Disponível em: < Fonte: http://fundacaocefetbahia.org.br/iat2014_3B/iat2014_3B.aspx>. Acesso em: 25 abr. 2017.

GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GOMES, Maria Laura Magalhães. **História do Ensino da Matemática**: uma introdução. Minas Gerais: CAED – UFMG, 2012.

GONÇALVES, Ricardo. **Resolução de Problemas**: uma proposta para a aprendizagem significativa das funções definidas por várias sentenças. 2016. 125f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, 2016.

______; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Resolução de problemas: uma metodologia para aprendizagem significativa das funções definidas por várias sentenças. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. XII, 2016, São Paulo. **Anais**. São Paulo: SBEM, 2016.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de Metodologia Científica.** 7. ed. - São Paulo: Atlas, 2010.

LAMONATO, Maiza; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. **Zetetiké**, Unicamp, v. 19, n. 36, p. 51-74, jul./dez. 2011.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. E. D. A. **Pesquisa em Educação**: abordagem qualitativa. Editora Pedagógica e Universitária Ltda, São Paulo, 1986.

MORAIS, Rosilda dos Santos; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Uma Abordagem Histórica da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de

La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTULIN, Andressa Maria (Orgs.). **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem Significativa Crítica**. Porto Alegre: 2005.

______. **Aprendizagem Significativa**: a teoria e textos complementares. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

______. O que é afinal aprendizagem significativa? **Revista Qurriculum**. Espanha: Universidade de La Laguna, v. 25, p. 29-56, março. 2012.

______. Aprendizagem Significativa em Mapas Conceituais. **Aprendizagem Significativa em Revista**, v. 3, n. 2, p. 35-76, 2013.

______; MASINI, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem Significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 2016.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

NUNES, Célia Barros. **O processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas**: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática. 2010. Tese (Doutorado) – UNESP, Rio Claro.

______; SANTANA, E. R. S. Resolução de Problemas: um caminho para fazer e aprender matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 19, n. 1, p. 2-19, jan./fev. 2017.

______; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; ALLEVATO, Norma Suely. Espaço e forma. In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTULIN, Andressa Maria (Org.). **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

______; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. O Ensino-aprendizagem da geometria das transformações através da resolução de problemas. In: ANAIS DO X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, X, 2010, Salvador. **Anais**. Salvador: SBEM, 2010.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

______; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro: UNESP, v. 25. n. 41, dezembro, 2011, p. 73-98.

______. Novas reflexões sobre o ensino aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

PIVATTO, Wanderley Brum; SCHUHMACHER, Elcio. Conceitos de teoria da aprendizagem significativa sob à ótica dos mapas conceituais a partir do ensino de Geometria. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 8, n. 2, p. 194-221, Florianópolis: REVEMAT, 2013.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

RUDIO, Franz Victor. **Introdução ao Projeto de Pesquisa Científica**. Petrópolis: Vozes, 1978.

SANTOS, Jamile A. S. dos. Problemas de ensino e de aprendizagem em perímetro e área de figuras planas. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis: 2014.

SCHOENFELD, Alan H. Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. In Douglas A. Grouws (ed.) **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. A project of the National Council of Teachers of Mathematics. Macmillan Publishing Company, New York, 1992. p.355-358.

______. Porquê toda essa agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. da. **Investigar para aprender Matemática** (textos selecionados). Lisboa: Associação dos Professores de Matemática, 1996. p. 61-71.

______. Problem solving in the United States, 1970-2008: Research and theory, practice and politics. In: **ZDM**: the international journal on mathematics education. 2007. Disponível em: < https://www.researchgate.net/publication/225643988_Problem_solving_in_the_United_States_1970-2008_Research_and_theory_practice_and_politics>. Acesso em 17 abr 2018.

Secretaria de Educação do Estado da Bahia. Orientações Curriculares e Subsídios didáticos para a organização do trabalho pedagógico no ensino fundamental de nove anos. Salvador: Secretaria da Educação, 2013, 198 p.

SILVA, Lilian Esquinelato da. **Ensino intradisciplinar de matemática através da resolução de problemas:** o caso do Algeblocks. 2018. 218 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro, 2018.

THORNDIKE, Edward Lee. **A Nova Metodologia da Aritmética**. Porto Alegre: Livraria do Globo, 1936.

VAN DE WALLE, Jhon A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIEIRA, Gilberto; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Tecendo relações entre resolução de problemas e investigações matemáticas nos anos finais do Ensino Fundamental. **Ensino de Ciências e Matemática**: a produção discente na pós-graduação. São Paulo: Terracota, 2012. p. 29 – 42.

## APÊNDICE A – CARTA DE ANUÊNCIA

Ilhéus, 24 de outubro de 2017.

Ao:
Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos
Universidade Estadual de Santa Cruz

Senhor(a) Coordenador(a) do CEP-UESC

Eu, Adriana Moraes Souza[11], responsável pela/o Colégio do Estado de Ilhéus, conheço o Protocolo de Pesquisa intitulado “RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA: construindo relações utilizando medidas de volume”, desenvolvido pelo(a) pesquisador(a) Vívian Caroline da Silva de Sá, e concordo com sua realização após a apresentação do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido devidamente preenchido e assinado pelas partes.

O início desta pesquisa neste Serviço só poderá ocorrer, a partir da apresentação da carta de aprovação do Sistema CEP/CONEP.

Atenciosamente,

____________________________________________

Adriana Moraes Souza

Carimbo com o nome do responsável institucional

[11]Evidenciamos que os nomes da Diretora e da Unidade de Ensino são fictícios para preservação da identidade e garantia do anonimato

## APÊNDICE B – DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE

# *DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE*

Declaro que a pesquisa intitulada "**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA: construindo relações utilizando medidas de volume**" sob minha responsabilidade, apenas terá início à coleta de dados após a aprovação do Sistema CEP/CONEP.

Ilhéus, 24 de outubro de 2017.

____________________________________________

**Pesquisador Responsável**

**VÍVIAN CAROLINE DA SILVA DE SÁ**

**Matrícula: 201710175/PPGEM-UESC**

## APÊNDICE C – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu sou Vívian Caroline da Silva de Sá, aluna do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, sob orientação da Profa. Dra Larissa Pinca Sarro Gomes, estou te convidando a participar da pesquisa que estou realizando, intitulada "RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA: construindo relações utilizando medidas de volume". O objetivo desta pesquisa é analisar quais as estratégias que você utiliza ao resolver problemas relacionados ao volume de sólidos geométricos.

Assim, perguntamos se você tem disponibilidade para me ajudar nesta pesquisa. Para tanto, você precisa concordar em resolver problemas relacionados ao volume de sólidos. Esses problemas serão trabalhados dentro do seu horário normal de aula e contará com a presença de seu/sua professor(a). O que queremos saber é quais estratégias você utiliza quando resolve problemas de volume. Informo ainda que alguns dos problemas você já pode ter aprendido na escola. Isso acontece porque não estou interessada em saber sobre os conteúdos que você já aprendeu, mas sim sobre como você pensa.

Dessa forma, as estratégias que você apresentar na resolução dos problemas serão analisadas como dados da pesquisa. Esses dados ficarão guardados sigilosamente por mim e serão destruídos após cinco anos. Garanto que não haverá qualquer custo para nenhum dos alunos participantes da pesquisa, nem remuneração, mas caso venha a ocorrer algum custo, por conta da pesquisa, você será ressarcido. Sua participação nessa pesquisa é voluntária e a qualquer momento você pode desistir e, neste caso, seus dados não serão utilizados na amostra e sua decisão não trará nenhum prejuízo para você na escola. Salientamos que os resultados desse estudo serão utilizados apenas nesta pesquisa e divulgados em eventos e/ou revistas científicas.

Garanto, ainda, o direito à indenização em caso de danos decorrentes da pesquisa. Quanto aos riscos que você poderia ter seriam: (a) ) o constrangimento perante aos seus colegas por um eventual erro cometido ou ansiedade por não conseguir acompanhar as relações estabelecidas por eles, contudo, serão remediados pela minha atuação, como professora da turma, ressaltando a importância do erro para a produção de novos conhecimentos; (b) cansaço durante a resolução dos problemas, situação que será amenizada pela organização em encontros de cinquenta minutos, o tempo normal de uma aula na escola. Com relação aos benefícios, esse teste poderá lhe trazer mais conhecimentos matemáticos, mesmo que você erre na resolução dos problemas, pois para resolvê-los você certamente lançará mão dos raciocínios matemáticos que você já tem, com isso esperamos que você tenha oportunidade de desenvolver habilidades de raciocínio lógico e construir conhecimentos de cálculo de volumes de maneira contextualizada.

Caso você tenha dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos pode me procurar: Vívian Caroline da Silva de Sá (professora da turma e pesquisadora responsável), a qualquer momento na escola, no endereço: XXXXXX ou pelo telefone (73) 9 9166-3089 ou ainda pelo e-mail viviancsa@hotmail.com. Os dados serão coletados apenas após aprovação deste projeto pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UESC. Este documento tem duas vias iguais, uma que será entregue a você e a outra que ficará comigo, a pesquisadora, ambas devidamente assinadas.

| ______________________________ | ______________________________ |
|---|---|
| Vívian Caroline da Silva de Sá | Profa. Dra. Larissa Pinca Sarro Gomes |
| (Pesquisadora Responsável) - | (Orientadora) |
| Email: viviancsa@hotmail.com | Email: lpsgomes@uesc.br |

Eu, ________________________________________, estudante da escola ________________________________________, compreendi os objetivos e os procedimentos da pesquisa " RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA: construindo relações utilizando medidas de volume" da qual vou fazer parte e assino este termo de assentimento, pois estou ciente que participarei da pesquisa proposta pela pesquisadora em minha sala de aula e no horário normal da escola, com a presença de minha professora da turma, com o objetivo de ajudar a melhoria do ensino da Matemática nas escolas.

________________________________________________

Assinatura do Aluno Ilhéus, _____/______/______

## APÊNDICE D – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) Senhor(a),

Como pesquisadora, eu, Vívian Caroline da Silva de Sá, aluna do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, sob orientação da Profa. Dra. Larissa Pinca Sarro Gomes, venho convidar seu (sua) filho (a) para participar como voluntário(a) da nossa pesquisa intitulada "RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA: construindo relações utilizando medidas de volume". O objetivo desta pesquisa é compreender como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, através da Resolução de Problemas, pode contribuir para a construção do conceito de volumes de sólidos geométricos.

Para a realização da pesquisa foram planejados quatro encontros cada um com duração de cem minutos (duas aulas de cinquenta minutos), que acontecerão no horário normal das aulas de Matemática, na própria escola. Cabe ressaltar que este conteúdo está previsto no planejamento da disciplina. Durante essas aulas serão entregues aos alunos problemas referentes ao cálculo de volumes de sólidos e eu registrarei por escrito as discussões realizadas pelos alunos para resolver os problemas propostos. Após análise das estratégias desenvolvidas pelos alunos, convidaremos quatro deles, que apresentaram resoluções diferenciadas, para realizar uma entrevista visando melhor compreender o raciocínio utilizado.

Caso o(a) seu(sua) filho(a) seja convidado(a) para a entrevista, marcaremos um horário na escola, conforme a disponibilidade dele(a), no turno oposto ao que está matriculado(a), de modo que não prejudique os seus horários de aula. Seu filho(a) responderá questões sobre os problemas realizados em sala de aula, relacionados com a compreensão, estratégia utilizada, formulação de um novo problema e avaliação da metodologia de Resolução de Problemas. A entrevista será gravada em áudio. Após a transcrição da entrevista apagarei os áudios e entregarei ao seu filho (a) e ao senhor (a) uma cópia do texto escrito para verificação. Asseguramos que esses dados serão sigilosos e permanecerão de posse da pesquisadora que fará o arquivamento em local apropriado na instituição de ensino superior a qual está vinculada. Serão destruídos após o período de cinco anos, com a incineração dos dados coletados.

Esclarecemos que não haverá custos e remuneração para nenhum dos envolvidos na pesquisa, no entanto, caso venha a ocorrer serão prontamente ressarcidos. Será garantido ao estudante o direito a indenização em caso de danos decorrente de sua participação nesta pesquisa. Com relação aos riscos que poderiam surgir durante o processo de investigação, esses seriam: (a) o constrangimento perante os colegas por um eventual erro cometido ou ansiedade por não conseguir acompanhar as relações estabelecidas pelos colegas, contudo, serão remediados pela minha atuação, como professora da turma, ressaltando a importância do erro para a produção de novos conhecimentos; (b) cansaço durante a resolução dos problemas, situação que será amenizada pela organização em encontros de cinquenta minutos, o tempo normal de uma aula na escola.

Em relação aos benefícios, esperamos que os estudantes tenham oportunidade de desenvolver habilidades de raciocínio lógico e construir conhecimentos de cálculo de volumes de maneira contextualizada. Ressaltamos que os estudantes serão identificados por nomes fictícios e todos os dados confidenciais de sua identificação serão mantidos em sigilo. Lembramos também que a participação do estudante na pesquisa é voluntária e a qualquer momento ele pode desistir e, neste caso, seus dados não serão utilizados na amostra e sua decisão não trará nenhum prejuízo para ele na escola. Salientamos que os resultados desse estudo serão utilizados apenas nesta pesquisa e divulgados em eventos e/ou revistas científicas.

Caso você tenha dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos pode procurar a **professora da turma e pesquisadora responsável:** Vívian Caroline da Silva de Sá, a qualquer momento na escola, no endereço: XXXX ou pelo telefone (73) 9 9166-3089 ou ainda pelo e-mail viviancsa@hotmail.com. Os dados serão coletados apenas após aprovação deste projeto pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UESC. Este documento tem duas vias iguais, uma que será entregue a você e a outra que ficará comigo, a pesquisadora, ambas devidamente assinadas.

________________________________
Vívian Caroline da Silva de Sá
(Pesquisadora Responsável) -
Email: viviancsa@hotmail.com

________________________________
Profa. Dra. Larissa Pinca Sarro Gomes
(Orientadora)
Email: lpsgomes@uesc.br

Eu, ______________________________________________________, portador(a) do RG de nº. ____________________, aceito que meu filho(a) participe da pesquisa "RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA: construindo relações utilizando medidas de volume”. Fui claramente informado(a) do objetivo desta pesquisa na qual meu filho(a) será observado(a) durante a resolução de problemas nas aulas de Matemática da escola na qual está matriculado. Foi-me garantido que ele(a) poderá desistir da pesquisa a qualquer momento que desejar, sem que isto leve a quaisquer prejuízos para suas atividades escolares e que suas informações confidenciais serão mantidas em sigilo. Dessa forma, manifesto meu livre consentimento para meu filho participar desta pesquisa estando ciente de que não há nenhum valor econômico a receber ou a pagar.

________________________________________________

Assinatura do Pai/Mãe/Responsável Legal

Ilhéus, _____/______/______

## APÊNDICE E - PROBLEMAS (INSTRUMENTO DE COLETA)

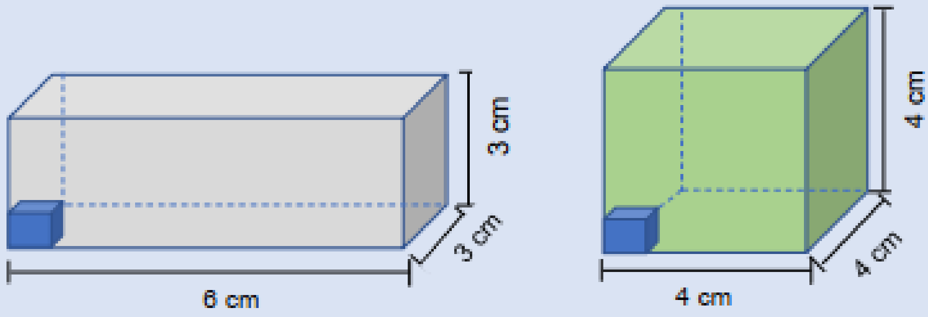
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – PPGEM

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS – PROBLEMA 1**

Renata deseja organizar as lembrancinhas de presente que possui, cujo formato é de um cubo de aresta 1 cm. Para isso, Renata possui duas opções de caixa: uma com o formato de um prisma retangular e outra com o formato de um cubo. Em qual das duas caixas Renata consegue guardar a maior quantidade de lembrancinhas?

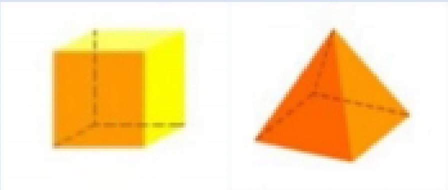



**Registre o seu pensamento aqui**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – PPGEM

## RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS – PROBLEMA 2

Dona Olga produz velas artesanais em formato cúbico, contudo após alguns problemas financeiros, decidiu diminuir a quantidade de velas produzidas fazendo assim com que alguns clientes ficassem sem as velas. Fernanda, sua neta, afirma que ela pode diminuir a quantidade de material e continuar com a mesma quantidade de velas fabricadas, mudando o formato de cubo para pirâmide, mantendo a base quadrada. Dona Olga não entende o pensamento da neta e pede para que ela explique melhor. Como Fernanda pode explicar melhor a sua avó?



Fonte: http://www.imagui.com/a/figuras-de-los-solidos-geometricos-TA6GApzyz

**Registre o seu pensamento aqui**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – PPGEM

## RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS – PROBLEMA 3

Agora é sua vez! A partir de uma folha de papel ofício (210mm x 297 mm), utilizando a área máxima do papel e sem sobreposição, com o auxílio de uma fita adesiva, represente a superfície lateral de um cilindro.

O que você pode perceber? A sua representação é igual à de seus colegas? A capacidade de cada cilindro é a mesma?

Fonte: Adaptado de Onuchic e Allevato (2014, p. 119)

**Registre o seu pensamento aqui**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – PPGEM

## RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS – PROBLEMA 4

Vamos pensar um pouco? Inicialmente você vai representar a superfície lateral de um cilindro e de um cone utilizando papel cartão e fita adesiva, contudo ambos devem ter a mesma área de base. Após essa construção, vamos analisar se as construções possuem a mesma capacidade? Para isso, disponibilizamos grãos de arroz para você poder realizar essa comparação.

**Registre o seu pensamento aqui**