UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – PPGEM

LUIS EDUARDO SILVA GÓES

A INTEGRAÇÃO DO JOGO DIGITAL SAGA LINEAR NA SITUAÇÃO-PROBLEMA COM REGRESSÃO LINEAR SOB A ÓTICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA

ILHÉUS – BA

2018

LUIS EDUARDO SILVA GÓES

A INTEGRAÇÃO DO JOGO DIGITAL SAGA LINEAR NA SITUAÇÃO-PROBLEMA COM REGRESSÃO LINEAR SOB A ÓTICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz como exigência para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Silva Palmeira

ILHÉUS – BA

2018

G598 Góes, Luis Eduardo Silva.
A integração do jogo digital saga linear na situação-problema com regressão linear sob a ótica da modelagem matemática / Luis Eduardo Silva Góes. – Ilhéus, BA: UESC, 2018.
94f. : il.

Orientador: Eduardo Silva Palmeira
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.
Inclui referências e apêndices.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Jogos eletrônicos. 3. Modelagem matemática. 4. Software educacional – Jogos para computador. 5. Mínimos quadrados. 6. Estratégias de aprendizagem. I. Título.

CDD 510.7

LUIS EDUARDO SILVA GÓES

A INTEGRAÇÃO DO JOGO DIGITAL SAGA LINEAR NA SITUAÇÃO-PROBLEMA COM REGRESSÃO LINEAR SOB A ÓTICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz como exigência para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática

ILHÉUS, 20 de Julho de 2018.

BANCA EXAMINADORA,

Prof. Dr. Eduardo Silva Palmeira
Universidade Estadual de Santa Cruz
(Orientador)

Profa. Dra. Flaviana dos Santos Silva
Universidade Estadual de Santa Cruz
(Membro Interno)

Prof. Dr. Jaylson Teixeira
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
(Membro Externo)

Àqueles que nunca deixaram de acreditar em mim...

Agradecimentos

Agradeço...

A **Deus** por ter me dado forças e paciência para vencer mais essa árdua batalha em minha vida. Sem Ele, não chegaria aonde cheguei.

A minha Mãe **Sônia Cristina**, por ter me dado todo apoio necessário e suficiente. Por abrir mão de muitas coisas tanto para ela, quanto para minha irmã em busca de me proporcionar o mínimo conformo numa cidade a 300 km do meu lar. Por ter entendido as minhas ausências em muitos momentos do contexto familiar. Enfim, obrigado por ser minhas mãos e pernas sempre. A ti, todo o meu amor.

A minha irmã **Amanda Góes**, por ter entendido as minhas ausências e falhas em muitos momentos da vida. A ti, irmã, todo o meu amor. Que teu caminho seja de luz sempre.

A minha amiga-irmã **Luana Cerqueira**, por ser exemplo em muitas coisas da minha vida, por estar comigo em todos os momentos, por ter me acolhido na chegada a nova cidade, por ler várias vezes esse trabalho. Lu, estarei sempre na torcida por ti.

Ao meu grande amigo-irmão **Jackson**, por todo apoio na caminhada. Por acreditar em mim, quando por vezes, me sobrava a descrença. Por me acompanhar, mesmo que online, nas viradas de noite para conseguir cumprir prazos. Meu caro, torço bastante por você. Que seus sonhos tornem-se realidade.

A minha amiga-mãe **Daiane**, por ter lutado junto comigo para chegarmos no tão sonhado mestrado. Por ter sido minha companheira de estrada nas idas e vindas de Amargosa para Ilhéus. Por toda a proteção comigo. A ti mãezinha, toda a felicidade do mundo. Nós vencemos!

Aos meus vizinho e amigos **Juliane**, **Rosinalva**, **Vírginia** e **Graziele** também por ter me dado força e o ombro amigo para ouvir as lamúrias de todo esse processo.

Aos meus Tios, Tias, Primos e Primas que emanaram energia positiva para que eu conseguisse chegar até aqui.

Ao meu orientador **Prof. Dr. Eduardo Silva Palmeira**, por ter me orientado e acreditado na proposta de pesquisa, me ajudando a construir essa dissertação.

A **Profa. Dra. Flaviana Santos Silva**, pelas contribuições dadas a pesquisa desde o ato de qualificação.

Ao meu amigo e orientador da graduação **Prof. Dr. Jaylson Teixeira**, por ter acompanhado a minha trajetória da graduação, a transição para o mestrado e por todas as contribuições para a pesquisa.

As minhas professoras-amigas **Eurivalda Santana**, **Jurema Botelho**, **Bete Madruga**, **Aida Vita e Verônica Kataoka** por se tornarem para mim exemplos de pessoas e de profissionais. Nos encontraremos em vários outros momentos.

A o tão excelente secretário do PPGEM, **Rafael Bertoldo**, por ser sempre amigo e com o seu jeito conseguir nos alegrar diariamente.

Enfim... **GRATIDÃO!**

.

“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o que ninguém ainda pensou sobre aquilo que todo mundo vê.”

(Arthur Schopenhauer)

RESUMO

A modelagem matemática é uma alternativa metodológica na busca por proporcionar um aprendizado de matemática mais ligado à realidade, dentre outros contextos. Já os jogos digitais, se apresentam como uma ferramenta lúdica para se trabalhar os conteúdos escolares modificando a rotina da sala de aula. Nesse sentido, a presente pesquisa teve como objetivo investigar como o uso de um jogo digital pode contribuir no processo de solução de uma situação-problema, desenvolvida sob a ótica da modelagem matemática, envolvendo regressão linear. Para isso foi realizada uma intervenção com oito estudantes do Ensino Superior. A metodologia foi com base na abordagem qualitativa, para elaborar a atividade de modelagem foi utilizado o Caso 1 de Barbosa e para construir o jogo digital (Saga Linear), uma adaptação do modelo cascata e a plataforma RPG Maker VX. O instrumento de pesquisa foi a atividade de modelagem matemática. Os dados foram discutidos e analisados a partir das respostas apresentadas pelos estudantes a essa atividade. Os resultados mostram que o jogo digital Saga Linear foi eficiente enquanto um suporte a atividade de modelagem, tendo em vista que conseguimos a partir das pílulas do conhecimento inserir o conteúdo matemático necessário, nos possibilitando perceber um avanço nas respostas dadas pelos estudantes depois do contato com essa mídia.

Palavras-chave: Jogos Digitais. Modelagem Matemática. Saga Linear. Mínimos Quadrados. Pílulas do Conhecimento.

ABSTRACT

Mathematical modeling is an alternative methodology that seek to improve the relation between Math, reality and other contexts. On the other hand, Digital games has been used as a playful tool. In this sense, this research aimed to investigate how the use of a digital game can contribute in the process of solving a problem situation, developed from the perspective of math modeling, involving linear regression. For it was held with eight students. The methodology was based on a qualitative approach, to develop the activity of modeling in embasamos in Case 01 of Barbosa and to build the digital game (Saga Linear) used an adaptation of the cascade model and platform RPG Maker VX. The research instrument was the activity of mathematical modeling. The data were discussed and analyzed from the replies submitted by students to this activity. The results shown that the digital Saga Linear game was effective as a support activity modeling, considering that we got from the pills of knowledge to enter the mathematical content necessary in allowing notice a Breakthough in the answers given by the students after contact with this media.

Keywords: Digital Games. Mathematical Modeling. Saga Linear. Least Squares. Knowledge pills.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais

MEC – Ministério da Educação

MMQ – Método dos Mínimos Quadrados

OCEM – Orientações Curriculares para o Ensino Médio

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino de Matemática

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

MOTIVAÇÃO, QUESTÃO DE PESQUISA E OBJETIVOS.

São diversos os trabalhos científicos que versam sobre a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino, basta verificarmos os bancos de teses e dissertações de vários programas de pós-graduação com linha de pesquisa em Educação Matemática para perceber tais produções. Esse campo de pesquisa (a Modelagem Matemática) auxilia o professor a responder uma pergunta muito comum do cotidiano escolar: *Onde vou usar matemática na minha vida?* Já que a Modelagem Matemática busca representar situações reais, ou seja, apresentar aproximações de soluções, podendo ser exatas ou não.

O mesmo se dá para as pesquisas sobre jogos digitais na Educação, é amplo o número de pesquisas que discutem o uso desses artefatos digitais no processo de ensino e aprendizagem não só da matemática, mas também de outras áreas como geografia, história, etc. Na Bahia existe um grupo denominado Centro de Pesquisa e Desenvolvimento de Jogos Digitais – Comunidades Virtuais[1] na Universidade do Estado da Bahia – UNEB que desenvolve pesquisas na área da cultura digital e produz jogos digitais para distintos cenários de aprendizagem que repercutem no cenário nacional e internacional.

Para o desenvolvimento dessa pesquisa, o interesse surgiu durante o período em que ainda cursava Licenciatura em Matemática, na Universidade Federal do Recôncavo da Bahia. Nesse período fui influenciado por algumas atividades que participei na área de jogos digitais[2] como: PLAY – Evento Cultural de Videogame, no ano de 2013, onde se buscou apresentar o videogame como um elemento cultural da atual geração; X Seminário de Jogos Eletrônicos, Educação e Comunicação – X SJEEC, no ano de 2014, onde foram apresentados trabalhos em diversas áreas com objetivo de ensinar utilizando jogos digitais; Curso de programação de animações e videogames com o auxílio do software de programação *Scratch,* também em 2014. Nesse período de graduação, a partir das influências supracitadas, pude

[1] Para maiores informações: http://comunidadesvirtuais.pro.br/cv/
[2] Outras expressões como videojogos, jogos eletrônicos e videogame serão usadas no decorrer desse trabalho para fazer referência aos jogos digitais.

desenvolver como trabalho de conclusão de curso um jogo digital de RPG para o ensino de função afim intitulado Cidade de Primeiro Grau (GÓES, 2016). Nesse trabalho, busquei apresentar algumas situações do cotidiano nas quais aparece a função afim, buscando explorar um conteúdo ou um conceito e criar situações que provavelmente fossem favoráveis à aprendizagem.

Com relação a nossa pesquisa, inicialmente tínhamos como proposta dar continuidade ao trabalho que foi desenvolvido na graduação, ou seja, pretendíamos aplicar o jogo que foi desenvolvido. Mas, em discussões com o orientador decidimos por inserir a modelagem matemática na pesquisa. Nesse sentido, escolhemos uma situação com referência a realidade, nesse caso foi o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB do Estado da Bahia; desenvolvemos uma atividade considerando um determinado modelo matemático e construímos um jogo digital que é suporte a essa atividade, sendo usado para auxiliar os alunos no processo de solução.

Assim sendo, propomo-nos aqui responder a seguinte questão de pesquisa:

Como o uso de um jogo digital pode contribuir no processo de solução de uma situação-problema, desenvolvida sob a ótica da modelagem matemática, envolvendo regressão linear?

E para respondê-la elencamos como objetivo geral:

Investigar a contribuição de um jogo digital no processo de solução de uma situação-problema, desenvolvida sob a ótica da modelagem matemática, envolvendo regressão linear.

E por objetivos específicos temos:

Elaborar uma situação-problema sob a ótica da modelagem matemática envolvendo regressão linear;

Construir um jogo digital na plataforma RPG Maker VX, para auxiliar na busca de pelo menos uma solução do problema, de maneira construtiva e lúdica;

Avaliar como a metodologia adotada no trabalho pôde contribuir na busca de pelo menos uma solução do problema.

ESTADO DA ARTE

Em busca de trabalhos que se aproximassem do nosso, realizamos uma pesquisa no Banco de Teses e Dissertações de dois grandes Programas de Pós-graduação em Educação Matemática do país, a saber, o da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP e da Universidade Estadual Paulista – UNESP, além disso, visitamos também o Banco de Teses e Dissertações da CAPES. Os trabalhos foram avaliados a partir dos seus respectivos títulos e resumos.

No Banco de Teses e Dissertações da PUC-SP, encontramos cinco dissertações de nosso interesse envolvendo a modelagem matemática (PIRES, 2009; GONÇALVEZ FILHO, 2011; SALANDINI, 2011; SOUZA, 2011) e uma relacionada ao uso de jogos digitais para ensinar Matemática (TONÉIS, 2011). Em sua dissertação, PIRES (2009) objetivou realizar um estudo intervencionista para investigar as possibilidades de se introduzir o conceito de função afim no 7º ano do Ensino Fundamental, contrariando o que é posto nos documentos oficiais da educação brasileira. Já Gonçalves Filho (2011) buscou desenvolver a aplicação de algumas atividades da Proposta Curricular da Secretaria de Educação do Estado adequando-as a formação de modelos matemáticos. Salandini (2011) objetivou em sua dissertação, analisar uma situação de aprendizagem e investigar quais as reais possibilidades de se introduzir o conceito de equações a alunos de 7º ano do ensino fundamental, utilizando modelagem matemática como estratégia de aprendizagem. Souza (2011) teve por objetivo, verificar se os professores se apropriam da modelagem matemática como processo de ensino e aprendizagem. Na pesquisa de Tonéis (2011) buscou-se discutir a cerca do uso de jogos digitais como uma ferramenta para construir o raciocínio lógico-matemático.

Sobre os trabalhos que versam sobre o uso da modelagem matemática, Pires (2009) e Gonçalves Filho (2011) discutem o ensino do mesmo objeto matemático, a função afim a partir da modelagem matemática. Entretanto eles não fazem uso de um jogo digital para dar suporte à atividade de modelagem e, além disso, o nosso objeto matemático é o método dos mínimos quadrados, que apesar de precisar do conhecimento de função afim para sua compreensão não teremos nosso olhar voltado a isso, para discuti-lo, nos remetemos a Álgebra Linear. O trabalho de Salandini (2011) apesar de usar a modelagem, diferencia-se em dois aspectos, primeiro o objeto matemático, que no caso dele é equação e segundo, não há indícios do uso de jogos digitais no processo de desenvolvimento da sua pesquisa. Já o trabalho de Souza (2011) diferencia-se do nosso por se tratar de uma pesquisa com professores e o nosso caso será com alunos e também por não fazer uso de jogos digitais nesse processo. A pesquisa de Tonéis (2011) também é próxima da nossa, por fazer uso de jogos digitais, porém esse autor não faz uso da modelagem matemática e está preocupado com a construção do raciocínio lógico-matemático. Na nossa pesquisa a preocupação é investigar a contribuição de um jogo digital no processo de solução de uma situação-problema desenvolvida sob a ótica da modelagem matemática envolvendo regressão linear.

Com relação ao Banco de Dissertações da UNESP, foram encontrados dois trabalhos de nosso interesse (ROSA, 2004; DINIZ, 2007), um sobre jogos digitais e outro sobre modelagem matemática e as Tecnologias da Informação e Comunicação. Em seu trabalho, Rosa (2004) objetivou evidenciar e descrever as contribuições que a construção e a aplicação de RPG's eletrônicos trouxeram ao aprendizado de Matemática, a partir de uma análise frente ao construcionismo. Já o trabalho de Diniz (2007) teve por objetivo compreender o papel das Tecnologias da Informação e Comunicação nos projetos de Modelagem Matemática.

Com relação ao primeiro trabalho, Rosa (2004) propôs que os alunos fossem responsáveis pela criação dos jogos digitais, nesse caso, RPG. Na nossa pesquisa, nós que fomos responsáveis pela construção do jogo, ficando o aluno responsável apenas pela parte de interação, ou seja, "jogar o jogo". Já o trabalho Diniz (2007), segue uma perspectiva muito parecida com a nossa, entretanto a diferença está no fato de que utilizamos uma especificidade das Tecnologias da Informação e Comunicação, a saber, um jogo digital usado como um suporte a uma atividade de modelagem.

No Banco de Teses e Dissertações da CAPES, realizamos uma análise das primeiras dez páginas da plataforma, totalizando 200 trabalhos entre teses e dissertações. Dentre esses trabalhos, destacamos 11 trabalhos do nosso interesse envolvendo Modelagem Matemática e/ou Jogos digitais dos quais oito são dissertações (POETA, 2013; MENEZES, 2016; CARVALHO, 2016; BRAGA, 2013; SOUSA, 2015; ABREU 2012; FEIJÓ, 2014; FONSECA, 2007) e três são teses (FURTADO, 2014; TONÉIS, 2015; MARINHO, 2014). Inicialmente analisando os trabalhos de mestrado temos que, em sua dissertação, Poeta (2013) teve como objetivo investigar quais as concepções metodológicas dos professores de Matemática que atuam do 6º ao 9º ano no Ensino Fundamental, a cerca do uso de jogos digitais, sustentam as ações didático-pedagógicas para o ensino da matemática. Já Menezes (2016) buscou investigar o uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática por alunos da graduação de um curso de Licenciatura em Matemática. Carvalho (2016) objetivou potencializar o ensino de Matemática através do uso de jogos digitais selecionados a partir dos estilos de aprendizagem apresentados pelos alunos de acordo com Felder. Em seu trabalho Braga (2013) analisou as contribuições que o uso integrado de recursos manipulativos digitais e não-digitais podem trazer para o aprendizado de geometria, mais especificamente na compreensão de conceitos sobre polígonos.

Na sua dissertação Sousa (2016) investigou a contribuição dos jogos digitais no processo de aprendizagem dos estudantes do Ensino Fundamental, utilizando como contexto um dos games da plataforma Plinks – O Combus e o conceito de aprendizagem periférica. Já Abreu (2012) buscou compreender as aprendizagens que emergem aos nativos digitais em sua relação com os videogames. Feijó (2014) teve por objetivo analisar a utilização de jogos de RPG como uma ferramenta pedagógica durante sua aplicação em aulas de matemática e quais os conceitos de matemática e ciência que poderão ser explorados durante este processo. Fonseca (2007) analisar a sua ação docente em aulas de matemática, que implicaram a utilização de dois tipos de jogos eletrônicos em ambiente informatizado.

Com relação às dissertações que discutem sobre jogos digitais, o trabalho de Poeta (2013) está com o olhar direcionado ao professor, diferentemente do nosso, pois estamos preocupados com o aluno e a forma como ele irá interagir com o jogo digital. Sobre o trabalho de Carvalho (2016), ele preocupa-se em potencializar o ensino de Matemática com os jogos digitais, na nossa pesquisa fizemos isso em conjunto com uma atividade de Modelagem Matemática, nesse sentido o jogo foi usado enquanto um suporte a atividade. Com relação à diferença entre a nossa pesquisa e a de Braga (2013), temos que a pesquisa dela versou sobre recursos manipulativos digitais e não-digitais na compreensão do conceito de polígonos, já na nossa pesquisa vamos é investigar a contribuição de um jogo digital no processo de solução de uma situação-problema desenvolvida sob a ótica da modelagem matemática envolvendo regressão linear.

Sobre o trabalho de Sousa (2016), esse foi realizado com alunos do ensino fundamental, já o nosso foi com alunos do ensino superior. Na pesquisa de Abreu (2012), ele buscou compreender as aprendizagens emergentes aos nativos digitais, em nosso trabalho estamos focados em investigar como um jogo digital pode contribuir no processo de solução de uma atividade de modelagem matemática. Assim como Feijó (2014), também usaremos um jogo digital de RPG, porém, não objetivamos analisar quais os conceitos de matemática que podem ser explorados, mas buscamos Investigar como o uso de um jogo digital pode contribuir no processo de solução de uma situação-problema desenvolvida sob a ótica da modelagem matemática envolvendo a regressão linear. E por fim, a dissertação de Fonseca (2007), onde ele analisou a sua própria prática e na nossa pesquisa o foco está direcionado ao aluno.

Analisando as três teses de doutorado que versam sobre modelagem matemática ou jogos digitais, temos a pesquisa de Furtado (2014) onde investigou-se a utilização das Tecnologias Digitais quando a Modelagem Matemática é empregada como estratégia de ensino de Matemática, tendo como propósito avaliar a aprendizagem ocorrida neste ambiente. Na sua tese, Tonéis (2015) objetivou elaborar um *game*, identificar e analisar as ações dos jogadores ao jogarem esse *game* e solucionarem *puzzles*. Já o trabalho de Marinho (2014), teve por objetivo estudar os saberes para adoção de uma proposta pedagógica de ensino e aprendizagem de ciências e matemática baseada Desenvolvimento de Jogos Digitais na Educação Básica.

O que diferencia a nossa pesquisa do trabalho realizado por Furtado (2014) é que, no nosso caso, utilizamos um jogo digital como suporte a uma atividade de Modelagem Matemática. Entretanto também estamos preocupados com a possível aprendizagem que pode ocorrer com a união desses ambientes. Sobre o trabalho de Tóneis (2015), o que nos diferencia é que elaboramos um jogo digital que serve como suporte a uma atividade de modelagem matemática e buscamos investigar como o uso de um jogo digital pode contribuir no processo de solução de uma situação-problema desenvolvida sob a ótica da modelagem matemática envolvendo regressão linear. Diferentemente da pesquisa de Marinho (2014) não estudaremos os saberes docentes envolvidos numa proposta pedagógica envolvendo jogos digitais, mas a relação existente entre uma atividade de modelagem matemática e o jogo digital que servirá como suporte a essa atividade.

Dessa forma, não encontramos nos locais pesquisados trabalhos científicos que envolvessem jogos digitais como um suporte a uma atividade de modelagem, mostrando assim a relevância do presente trabalho. Diante disso, buscamos nessa pesquisa unir a modelagem e o jogo contribuir no processo de aprendizagem da matemática. Entretanto, destacamos os trabalhos de Diniz (2007), Menezes (2013), Furtado (2014) e Marinho (2014), por apresentarem resultados que podem contribuir com a nossa pesquisa.

Essa é uma pesquisa de cunho científico, que possui uma temática inovadora e atrativa dentro do campo da Educação Matemática por buscarmos relação entre a Modelagem Matemática e o uso de jogos digitais na Matemática. Portanto, os dados gerados nesse trabalho poderão servir de base para futuros estudos que versem sobre esse tema.

ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Além dos elementos pré-textuais e a introdução. A nossa pesquisa encontra-se dividida em quatro capítulos. O primeiro refere-se ao objeto matemático, no qual é apresentada uma discussão relacionada ao Método dos mínimos quadrados a partir de uma abordagem histórica e um em seguida, matemática, além disso, apresentamos uma seção dedicada aos conceitos preliminares para e compreensão dessa técnica. O segundo capítulo trata-se à fundamentação teórica, onde apresentamos uma discursão acerca da Modelagem matemática e dos jogos digitais na educação. O terceiro capítulo é referente aos procedimentos metodológicos, no qual discutimos a qualidade da nossa pesquisa e apresentamos a maneira a qual pretendemos coletar os dados. O quarto capítulo trata-se da análise de dados, em que detalhamos todos os dados coletados, discutindo-os em consonância com a literatura. Por fim, temos as Considerações finais, Referências, Apêndices e Anexos.

1. OBJETO MATEMÁTICO

O presente capítulo trata de forma especial o objeto matemático discutido nessa pesquisa. Para tal, trazemos inicialmente um contexto histórico que mostra o surgimento e aplicação do Método dos Mínimos Quadrados, comumente usado no processo de regressão linear. Além disso, apresentamos os conceitos matemáticos preliminares importantes para a compreensão desse método: A função afim, matrizes e suas operações e sistemas de equações lineares. Finalizamos o capítulo apresentado o problema dos mínimos quadrados, e aproveitamos esse espaço para mostrar como é utilizado tal método.

1.1. O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS NA HISTÓRIA

A regressão linear é um tipo de equação que possibilita estimar o valor esperado para uma determinada variável y. A palavra regressão surgiu durante o século XIX utilizado por Sir Francis Galton quando estudou a relação entre as alturas de pais e filhos, observando que havia um decréscimo nos valores mensurados entre essas duas gerações (BASSANEZI, 2002). Segundo Bassanezi (2002, p. 54) “regressão é um mecanismos ou artifício que fornece uma relação funcional quando se tem uma relação estatística”. Uma das formas mais comum de se encontrar essa equação é via Método dos Mínimos Quadrados - MMQ. A curva gerada via método dos mínimos quadrados é, geralmente, de um tipo-padrão de função podendo ser linear, um polinômio ou um polinômio trigonométrico (LEON, 2011). Mas afinal, como surgiu o MMQ?

No que se refere ao seu surgimento, há indícios na história de que o primeiro problema surgiu em 1740, como afirma Marinelli (2002, p. 4):

> O primeiro problema de que se tem registro na história foi em 1740, quando Jacques Cassini montou uma listagem de dados astronômicos coletados por inúmeros astrônomos desde 140 a.C. Nessa listagem, os resultados obtidos para um mesmo acontecimento apresentavam divergências significativas. O problema então era o de encontrar a melhor equação ou a melhor curva que satisfizesse tais dados.

A partir do que foi posto pela autora, temos que o Método dos Mínimos Quadrados é uma técnica que serve para apresentar a melhor curva ou a melhor equação que represente o conjunto de dados apresentados. Além disso, a informação sobre as **divergências** ligadas aos dados coletados vai ao encontro com o que é apresentado por Leon (2011) quando diz que os dados podem incluir erros de medidas relacionadas ao experimento. Além disso, esse mesmo autor completa que com o MMQ:

> [...] não queremos que a curva passe por todos os pontos de medida. Em vez disso, queremos que a curva forneça uma aproximação ótima, no sentido de que a soma dos quadrados dos erros entre os valos y dos pontos de medida e os pontos y correspondentes da curva de aproximação sejam minimizados. (LEON, 2011, p. 206).

O MMQ foi desenvolvido independentemente pelos matemáticos: Adrien-Marie Legendre e Carl Friedrich Gauss. A primeira publicação envolvendo o assunto foi feita por Legendre entre 1805 e 1806 (MARINELLI, 2002; LEON, 2011). Entretanto, Segundo Leon (2011) existe evidência que Gauss descobriu como estudante nove anos antes do artigo de Legendre e havia utilizado o método para fazer cálculos astronômicos. Um fato que pode comprovar isso é que:

> Em 1º de Janeiro de 1801, o astrônomo italiano Giuseppe Piazzi descobriu o asteroide Ceres. Ele foi capaz de acompanhar o asteroide por seis semanas, mas ele foi perdido por causa da interferência causada pelo Sol. Vários astrônomos de renome publicaram artigos prevendo a órbita do asteroide. Gauss também publicou uma previsão, mas sua órbita predita diferia consideravelmente das outras. Ceres foi relocalizado por um observador em 7 de dezembro e por outro em 1º de janeiro de 1802. Em ambos os casos, a posição era muito próxima da predita por Gauss. Gauss ganhou fama instantânea nos círculos astronômicos e, por algum tempo, foi mais conhecido como o astrônomo do que como matemático. A chave de seu sucesso foi o uso dos métodos dos mínimos quadrados. (LEON, 2011, p. 206).

Gauss mostrou-se como pioneiro no uso do Método dos Mínimos Quadrados, pois, em 1809 publicou um livro discutindo sobre órbitas planetárias onde pode introduzir o método, citando o seu uso desde 1795. Dado este feito, Laplace e outros matemáticos logo adotaram o método dos mínimos quadrados, tornando-o indispensável para calcular e analisar dados astronômicos. Mas, demorou entorno de um século para que o método fosse adotado por outras áreas do conhecimento como: Biologia e as Ciências Sociais. (MARINELLI, 2011). No campo da Administração, por exemplo, o Método dos Mínimos Quadrados é usado quando se quer relacionar o custo médio por unidade produzida com a quantidade produzida em um dia, já na matemática, é um método usado para encontrar a reta que melhor se ajusta a um conjunto de pontos não colineares.

1.2. CONCEITOS PRELIMINARES

1.2.1. A FUNÇÃO AFIM

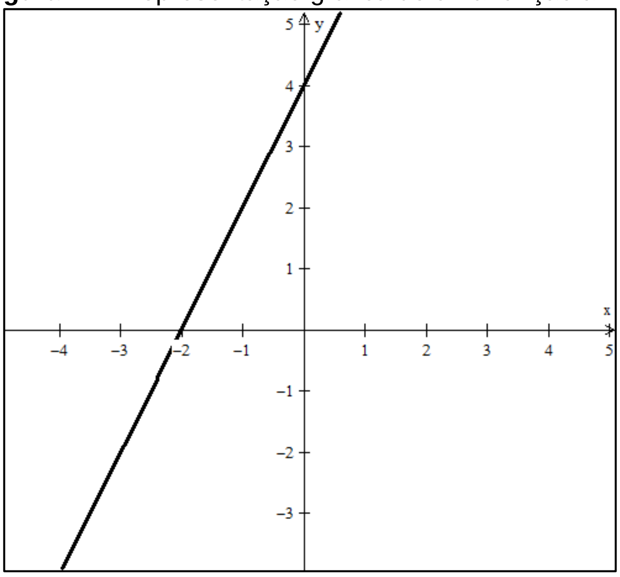
O conceito de função é um dos mais importantes dentro da Matemática, além disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN de Matemática (BRASIL, 1998) fazem referência a esse conteúdo, destacando o objetivo de desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes. Na Educação Básica o estudante toma conhecimento de cinco tipos de funções:

- A função de 1º grau ou função afim;
- A função de 2º grau ou função quadrática;
- Função exponencial;
- Função logarítmica;
- Função Trigonométrica.

Voltamos o nosso olhar especialmente para a função afim. Esse conteúdo é trabalhado de forma superficial nos anos finais do Ensino Fundamental II, especificamente no 9º ano, sem muito aprofundamento por parte do professor, mas é retomado no Ensino Médio.

Dante (2013) define função afim da seguinte forma, "Uma função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se **função afim** quando existem dois números reais a e b tal que$f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$." (DANTE, 2013, p. 74, grifo do autor). A Figura 1.1 a seguir representa graficamente uma função afim.

Figura 1.1: Representação gráfica de uma função afim.



FONTE: O AUTOR.

Para a Educação Básica, os PCN (BRASIL, 1998) apresentam sugestões de atividades que façam com que o estudante crie generalizações, a partir da “transformação de números” em que a regra é inventada pelo professor:

> [...] um aluno fala 3 e o professor responde 8, outro fala 5 e o professor 12, para o 10 o professor responde 22, para o 11, responde 24 etc.; o jogo termina quando concluírem que o número respondido é o dobro do pensado, acrescentado de 2 unidades ou o número respondido é sempre o dobro do consecutivo do pensado — poderão também discutir as representações y = 2x + 2 ou y = 2(x + 1) e a equivalência entre elas. (BRASIL, 1998, p. 118)

Nesse modelo de atividade o estudante é levado a fazer uma relação entre duas variáveis, x e y, a partir da generalização via expressão matemática. Esse modelo de atividade não deve ser abordado apenas no Ensino Fundamental II, Fainguelernt e Nunes (2012) sugerem que no ensino médio o conteúdo de função afim deve ser apresentado a partir de atividades investigativas, ou seja, que levem o estudante a fazer relações e generalizações.

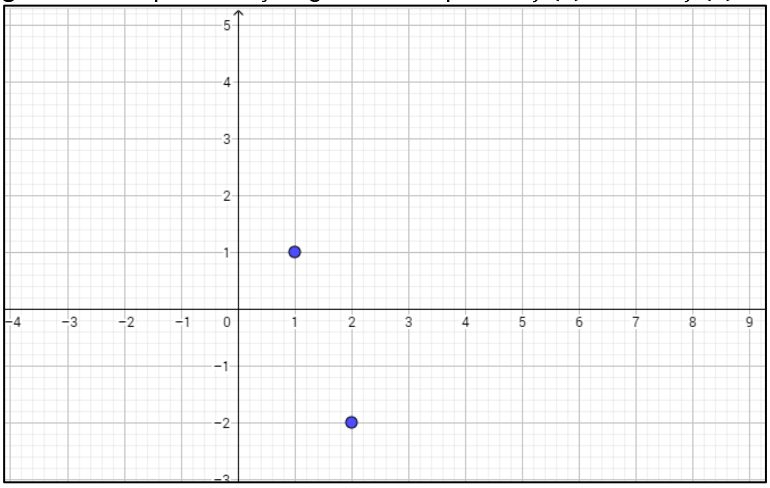
Essa proposta de criar relações entre as variáveis proporcionando ao estudante a generalização faz com que ele descubra a regra que está envolvida naquela situação, ou seja, o estudante acaba por determinar a lei da função. Sobre a determinação de uma função afim, objeto de estudo dessa dissertação, Dante (2013) diz que “Uma função afim $f(x) = ax + b$ fica inteiramente determinada quando conhecemos dois dos seus valores$f(x_1)$ e $f(x_2)$ para quaisquer x_1 e x_2 reais com $x_1 \neq x_2$. Ou seja, com esses dados determinamos os valores de a e de b.” (DANTE, 2013, p.77).

Um exemplo de como determinar uma função afim pode ser pensado da seguinte forma, consideremos que $f(2) = -2$ e $f(1) = 1$. Nesse sentido podemos fazer as seguintes considerações:

- Se $x = 2$, então $f(x) = -2$, substituindo na forma geral da função afim, $f(x) = ax + b$, temos $-2 = 2a + b$;
- Se $x = 1$, então $f(x) = 1$, daí temos, $1 = a + b$.

Graficamente podemos, representar os pontos como indica a Figura 1.2 a seguir:

Figura 1.2: Representação gráfica dos pontos $f(2) = -2$ e $f(1) = 1$.



FONTE: O AUTOR

Dessa forma, podemos determinar os coeficientes a e b resolvendo o seguinte sistema de equações:

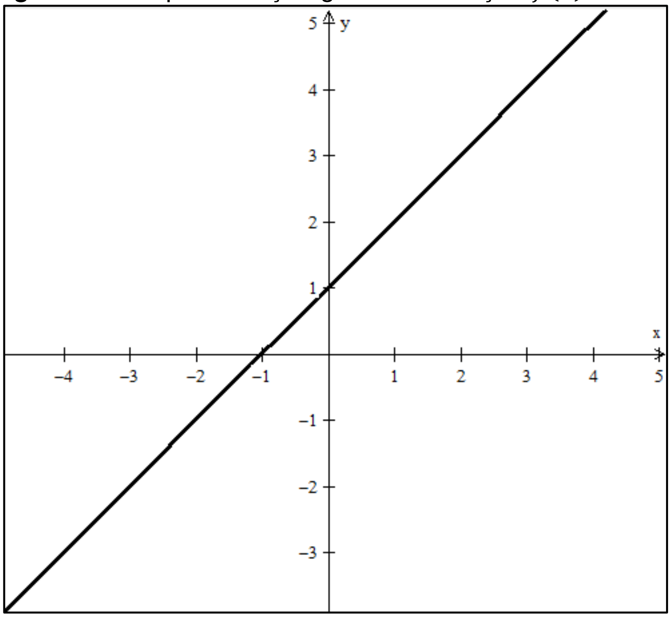
$$\begin{cases} 2a + b = -2 \\ a + b = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a + b = -2 \\ -2a - 2b = -2 \end{cases}$$

A partir do segundo sistema de equações temos que $-b = -4$ ou ainda $b = 4$. Ao substituirmos esse valor em uma das equações, tomemos $a + b = 1$, temos então $a + 4 = 1$ implicando em $a = -3$. A partir daí temos que a função afim que contempla $f(2) = -2$ e $f(1) = 1$ é a função $f(x) = -3x + 4$.

Toda função possui uma representação gráfica, para a função afim $f(x) = ax + b$ não é diferente e o seu gráfico é uma reta e tais gráficos possuem algumas peculiaridades mostradas por Dante (2013):

i. Função crescente, quando o valor de $a > 0$, como vemos na Figura 1.3 a seguir, que representa graficamente a função $f(x) = x + 1$.

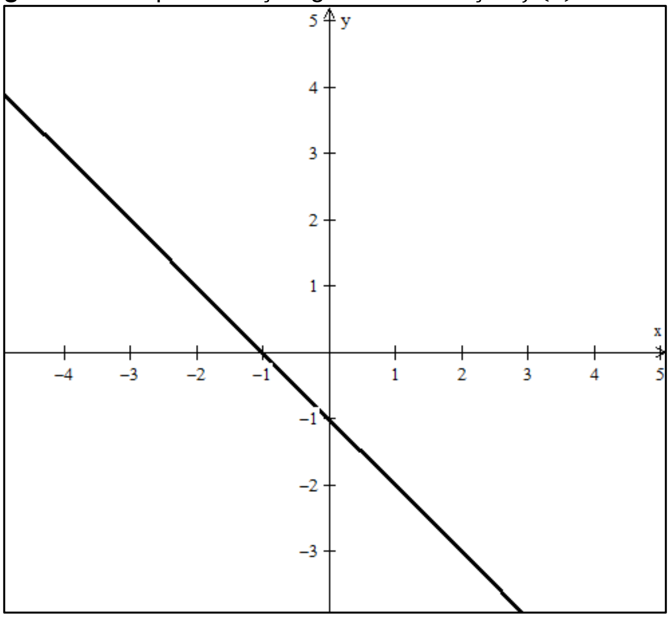
Figura 1.3: Representação gráfica da função $f(x) = x + 1$



FONTE: O AUTOR

ii. Função decrescente: quando o valor de $a < 0$, como vemos na Figura 1.4 a seguir, que representa graficamente a função $f(x) = -x + 1$.

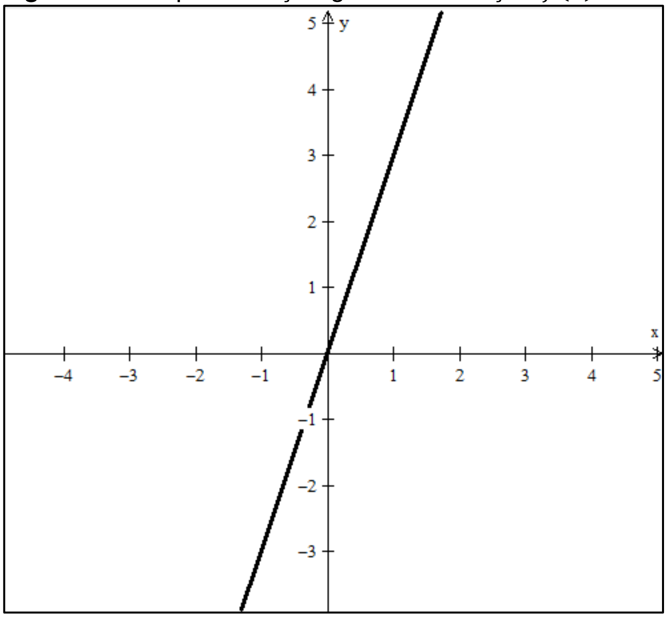
Figura 1.4: Representação gráfica da função $f(x) = -x + 1$



FONTE: O AUTOR

iii. Função linear, quando o coeficiente $b = 0$ temos $f(x) = ax$, o gráfico dessa função é uma reta que passa pela origem (0, 0), A Figura 1.5 a seguir representa graficamente um exemplo dessa função, $f(x) = 3x$.

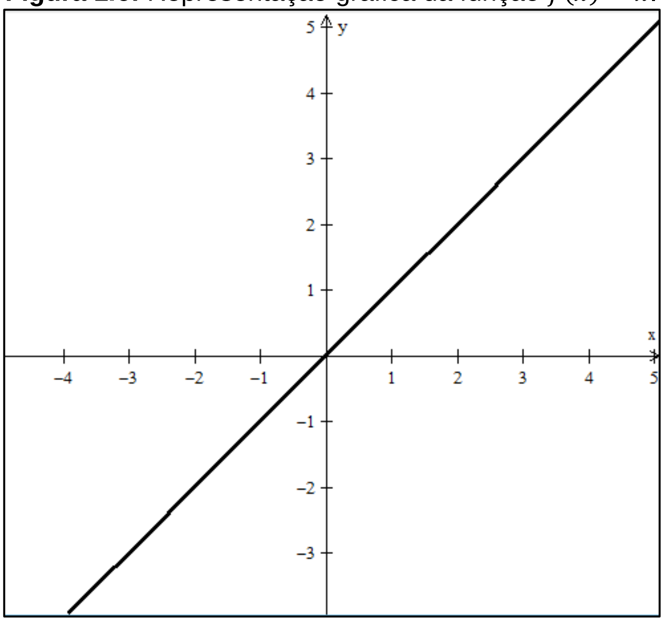
Figura 1.5: Representação gráfica da função $f(x) = 3x$.



FONTE: O AUTOR.

iv. Função identidade, que é um caso particular da função linear para o caso $a = 1$, esse gráfico é a bissetriz do 1º e 3º quadrantes. A Figura 1.6 a baixo representa o seu gráfico.

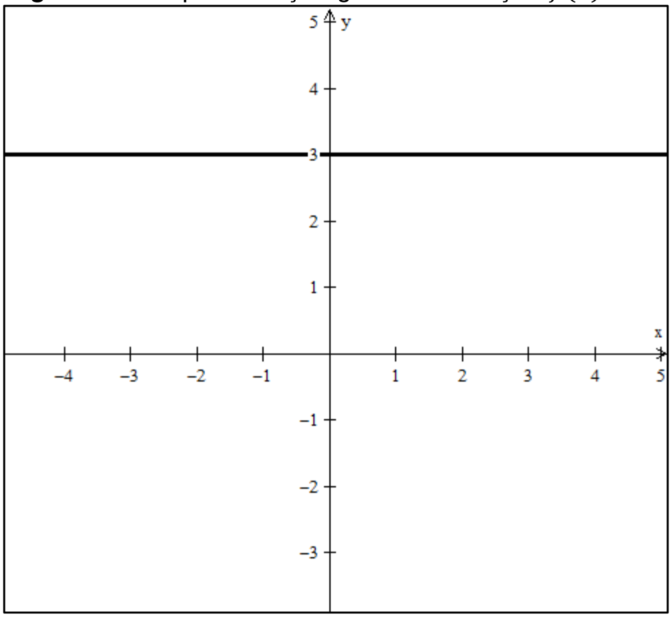
Figura 1.6: Representação gráfica da função $f(x) = x$.



FONTE: O AUTOR.

v. Função constante, quando o coeficiente $a = 0$ temos $f(x) = b$. O gráfico dessa função é uma reta paralela ao eixo x e nesse caso vamos ter $Im(f) = \{b\}$. A Figura 1.7 a seguir representa graficamente essa função para o caso em que $b = 3$.

Figura 1.7: Representação gráfica da função $f(x) = 3$.



FONTE: O AUTOR

Na função afim $f(x) = ax + b$, temos que a é conhecido como declividade ou coeficiente angular, em i e ii, vimos que foi esse coeficiente que determinou se o gráfico da função seria crescente ou decrescente. O b é conhecido como coeficiente linear ou valor inicial, em i, ii e v, vimos que esse coeficiente determinou o ponto em que o gráfico iria interceptar o eixo das ordenadas.

Observemos que nos gráficos representados graficamente pelas Figuras 1.3 e 1.4, que houve uma interceptação no eixo das abscissas. A essa interceptação Dante (2013) chama de zero da função afim e diz que "O valor de x para o qual a função $f(x) = ax + b$ se anula, ou seja, para o qual $f(x) = 0$, denomina-se **zero da função afim.** Para determinar o zero de uma função afim basta resolver a equação $ax + b = 0$." (DANTE, 2013, p.84, grifos do autor).

Um exemplo de como calcular o zero da função afim pode ser visto da seguinte forma, basta considerarmos a função $f(x) = 3x - 12$ e questionarmos para qual valor de x essa função é igual a zero. Dessa forma, basta resolvermos a seguinte equação $3x - 12 = 0$ e fazendo as devidas manipulações que encontramos $x = 4$.

1.2.2. MATRIZES E SUAS OPERAÇÕES

Atualmente em sistemas de criptografia são utilizadas as matrizes para obter um modelo seguro e quase indecifrável, para ter sigilo de informações (DANTE, 2016). De maneira geral, as matrizes são tabelas que relacionam dados numéricos. Segundo Boldrini et al. (1980, p. 1) “chamamos de matriz uma tabela de elementos dispostos em linhas e colunas”. Representamos uma matriz com m linhas e n colunas por:

$$A_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

De acordo a forma como estão dispostas as linhas e as colunas de uma determinada matriz, Boldrini et al. (1980) apresenta a seguinte classificação:

i. Matriz Quadrada: quando o número de linhas é igual ao número de colunas ($m = n$). Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

ii. Matriz Nula: quando todos os seus elementos são iguais à zero. Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

iii. Matriz Coluna: quando possui apenas uma coluna, ou seja, $n = 1$. Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

iv. Matriz Linha: quando possui apenas uma linha, ou seja, $m = 1$. Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

v. Matriz Diagonal: é uma matriz quadrada, em que os elementos que não estão na diagonal são nulos. Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

vi. Matriz Identidade Quadrada: é uma matriz diagonal em que os elementos da diagonal são iguais a 1. Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

vii. Matriz Triangular Superior: quando os elementos abaixo da diagonal são nulos. Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

viii. Matriz Triangular Inferior: quando os elementos acima da diagonal são nulos. Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

ix. Matriz Simétrica: é uma matriz em que a parte superior é uma “reflexão” da inferior, tomando como referência a diagonal:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Durante o trabalho com matrizes surge a necessidade de efetuar algumas operações como, por exemplo, adição e multiplicação. Mas como realizar tais operações com matrizes?

Para a adição, Boldrini et al. (1980, p.6) define que “a soma de matrizes de mesma ordem, $A_{m\times n} = \left[a_{ij}\right]$ e $B_{m\times n} = \left[b_{ij}\right]$ é uma matriz $m \times n$ que denotaremos por $A + B$, cujos elementos são somas dos elementos correspondentes de A e B. Isto é, $A + B = \left[a_{ij} + b_{ij}\right]_{m\times n}$”. Observemos o exemplo a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad e \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 7 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Pela forma como foi definida a adição de matrizes tem as mesmas propriedades que a adição de números reais, que são: “i) $A + B = B + A$ (comutatividade); ii) $A +$

$(B + C) = (A + B) + C$ (associatividade); $A + 0 = A$, (elemento neutro, onde 0 representa a matriz nula)" (BOLDRINI ET AL, 1980, p. 7).

Para a multiplicação temos dois casos: a multiplicação por escalar e a multiplicação de matrizes. Para a primeira, Boldrini et al. (1980, p. 7) considera "Seja $A_{m\times n} = [a_{ij}]$ e k um número, então definimos uma nova matriz: $k \cdot A = [ka_{ij}]_{m\times n}$". Observemos o exemplo que segue:

$$-3 \cdot \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ 9 & -12 \end{bmatrix}$$

Boldrini et al. (1980) apresenta as seguintes propriedades para a multiplicação por escalar, fazendo as seguintes considerações,

> Dadas matrizes A e B de mesma ordem $m \times n$ e números $k, k_1\ e\ k_2$, temos:
>
> i. $k(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}) = k\boldsymbol{A} + k\boldsymbol{B}$;
>
> ii. $(k_1 + k_2)\boldsymbol{A} = k_1\boldsymbol{A} + k_2\boldsymbol{A}$;
>
> iii. $0 \cdot \boldsymbol{A} = \boldsymbol{0}$, isto é, se multiplicarmos o número zero por qualquer matriz $\boldsymbol{A}$, teremos a matriz nula; $k_1(k_2\boldsymbol{A}) = (k_1k_2)\boldsymbol{A}$. (BOLDRINI ET AL, 1980, p. 7).

Com relação à multiplicação de matrizes, consideremos que "Sejam $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ e $B = [b_{rs}]_{n\times p}$. Definimos $AB = [c_{uv}]_{m\times p}$ onde $c_{uv} = \sum_{k=1}^{n} a_{uk}b_{kv+\cdots+}a_{un}b_{nv}$". (BOLDRINI ET AL, 1980, p. 10). Observemos o exemplo abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad e \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 6 \\ 3 \cdot 1 + 4 \cdot 4 & 3 \cdot 2 + 4 \cdot 5 & 3 \cdot 3 + 4 \cdot 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 12 & 15 \\ 19 & 26 & 33 \end{bmatrix}$$

Boldrini et al (1980, p. 10) estabelece algumas propriedade importantes para esse caso de multiplicação:

> i. $AB \neq BA$(podendo mesmo um dos membros está definido e o outro não);
> ii. $AI = IA = A$ (Isto justifica o nome da matriz identidade);
> iii. $A(B + C) = AB + AC$ (distributividade a esquerda da multiplicação, em relação a soma);
> iv. $(A + B)C = AC + BC$ (distributividade a direita da multiplicação, em relação a soma);
> v. $(AB)C = A(BC)$ (associatividade);
> vi. $(AB)^T = B^TA^T$ (observe a ordem!);
> vii. $0 \cdot A = 0\ e\ A \cdot 0 = 0$.

Além da multiplicação e adição entre matrizes, existem também a transposição de matriz. Boldrini et al (1980, p. 7) define da seguinte maneira, "Dada uma matriz

$A = [a_{ij}]_{m\times n}$, podemos obter uma matriz $A^T = [b_{ij}]_{n\times m}$, cujas linhas são as colunas de A, isto é, $b_{ij} = a_{ji}$. A^T é chamada de transposta de A. Observe o exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

1.2.3. SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

Antigas civilizações orientais como a babilônica e a chinesa já trabalhavam com equações lineares, documentos históricos comprovam esse fato. O interesse dos matemáticos ocidentais por esse tema surgiu no século XVII com o matemático alemão, Gottfried W. Leibniz que a partir da publicação de um artigo estabeleceu condições para associar o sistema de equações lineares a um determinante. No século XIX o matemático inglês, Arthur Cayley, notabilizou-se ao representar, na forma matricial, os dados contidos nos sistemas de equações lineares. (DANTE, 2016).

Segundo Dante (2016, p.108, grifo do autor) "o **sistema linear** é formado por equações cujas incógnitas são elevadas ao expoente 1". Mas, antes de definir o que se trata o sistema linear, é importante compreender as suas partes, ou seja, a equação linear. Para Dante (2016, p.109), "denomina-se equação linear, toda equação que pode ser escrita na forma geral: $a_1x_1 + a_2x_{2+}a_3x_3 + \cdots + a_nx_n = b$". Nesse sentido, temos que: $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ são números reais chamados de coeficientes das incógnitas; $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ são as incógnitas; b é o termo independente. Comumente, as incógnitas aparecem como $w, x, y, z, \ldots$ E é importante destacar que pela definição apresentada por Dante (2016), os casos a seguir não se configuram como equações lineares:

- $xy = 8$
- $x^2 + 2y = 6$
- $xy + x^2 - yz = 1$

Ciente do que são as equações lineares, podemos então definir sistema linear. Dessa forma, temos que:

> Denomina-se **sistema linear** $m \times n$ o conjunto com m equações lineares em n incógnitas, que pode ser representado assim:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots. \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

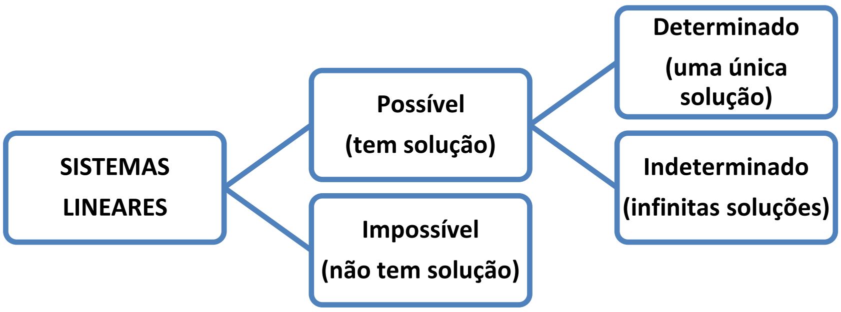
(DANTE, 2016, p.111, grifo do autor).

De acordo com a definição apresentada, os exemplos a seguir se caracterizam como sistemas lineares:

- $\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$ é um sistema linear do tipo 2×2, pois possui duas equações e duas incógnitas;
- $\begin{cases} x + 4y - 2z = 1 \\ 3x - y + z = 6 \end{cases}$ é um sistema linear do tipo 2×3, pois possui duas equações e três incógnitas;

Existem três maneiras de se classificar os sistemas lineares que podem ser compreendidos a partir do esquema apresentado na Figura 1.8:

Figura 1.8: Classificação dos sistemas lineares



FONTE: (DANTE, 2016, p. 113)

Dante (2016, p. 114) afirma que "Qualquer sistema linear $m \times n$ pode ser escrito como um produto de matrizes", como pode ser observado no exemplo a seguir:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases} \leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Podemos resolver, discutir e também classificar sistemas lineares em quaisquer ordens a partir do método do escalonamento ou como é comumente conhecido, forma escada. Mas, quando podemos dizer que um sistema está ou não escalonado?

> "Considerando um sistema genérico $m \times n$, dizemos que ele está escalonado quando a matriz dos coeficientes tiver em cada uma de suas linhas, o primeiro elemento não nulo situado à esquerda do primeiro elemento não nulo da linha seguinte. Além disso, linhas com todos os elementos nulos devem estar abaixo de todas as outras." (DANTE, 2016, p. 115).

Em outras palavras, dizemos que um determinado sistema linear está escalonado quando o número de coeficientes nulos antes do primeiro coeficiente não nulo aumenta de equação para equação, observemos o que segue mostrando um sistema linear 4×4 escalonado:

$$\begin{cases} x + y + z + t = 8 \\ 0x + 2y + z + t = 2 \\ 0x + 0y + 2z + t = 5 \\ 0x + 0y + 0z + 2t = 6 \end{cases}$$

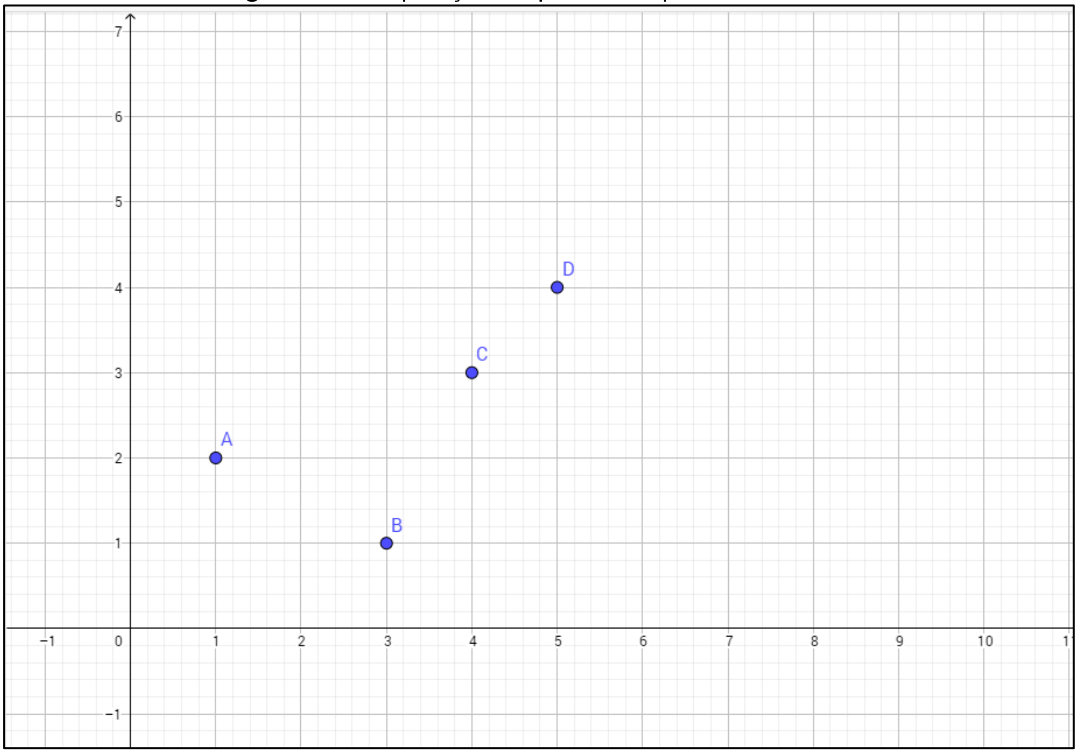
Além da forma de classificar os sistemas lineares, apresentada por Dante (2016), temos o caso especial apresentado por Leon (2011, p.13) quando apresenta o sistema linear que possui mais equações do que incógnitas, segundo esse autor "em geral (mas nem sempre), tais sistemas são sempre impossíveis".

1.3. O PROBLEMA DOS MÍNIMOS QUADRADOS

A principal aplicação do Método dos Mínimos Quadrados é o ajuste de curvas. Durante a realização de um determinado experimento, na maioria das vezes os dados coletados são apresentados a partir de pontos no plano cartesiano, que relacionam duas grandezas existentes no processo. O gráfico desses pontos chama-se de diagrama de dispersão.

Segundo Leon (2011, p.207), "Um problema de mínimos quadrados pode geralmente, ser formulado como um sistema linear sobredeterminado". Um sistema linear sobredeterminado é aquele em que a quantidade de equações é superior a quantidade de incógnitas, não sendo possível a sua resolução via os métodos convencionais, adição e substituição, aos quais estamos habituados. Dessa forma, inicialmente analisemos a seguinte disposição dos pontos A (1,2), B(3,1), C (4,3) e D (5,4) apresentada na Figura 1.9 a seguir.

Figura 1.9: Disposição de pontos no plano cartesiano



FONTE: O AUTOR

Note que se trata de um diagrama de dispersão, uma das primeiras atitudes que podem ser tomadas é pensar numa função linear, $y = ax + b$ que melhor represente essa situação. Note que se procurarmos uma reta que passe por todos esses pontos, temos que pelo menos um desses pontos não será contemplado por tal reta. Substituindo as coordenadas dos pontos apresentados na figura acima na equação $y = cx + d$, temos que:

x	$y = cx + d$
1	$2 = c + d$
3	$1 = 3c + d$
4	$3 = 4c + d$
5	$4 = 5c + d$

Que resultará no seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} c + d = 2 \\ 3c + d = 1 \\ 4c + d = 3 \\ 5c + d = 4 \end{cases}$$

É possível notar que se trata de um sistema sobredeterminado, como propúnhamos no início dessa seção, e com os métodos convencionais não é possível encontrar os coeficientes a e b. Entretanto, podemos buscar uma aproximação linear da solução desse sistema através de uma reta que melhor aproxime todos os pontos apresentados na figura 1.2.1, ou seja, uma reta que forneça uma aproximação ótima.

Da Álgebra Linear, temos que o sistema de equações apresentado pode ser reescrito na forma matricial da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Por convenção chamaremos a matriz 4x2 à esquerda da igualdade de **A**, a matriz coluna 4x1 a direita da igualdade de **b** e desejamos encontrar o vetor **x** = (c, d) de forma a satisfazer a seguinte igualdade $Ax = b$, que se trata de uma equação matricial.

Como se trata de um problema de mínimos quadrados, para resolver a equação usamos o Teorema apresentado por Leon (2011, p.209) que diz, “Se A é uma matriz m x n de posto n, as equações normais $A^T.A\bar{x} = A^T.b$ tem uma única solução $\bar{x} = (A^TA)^{-1}(A^Tb)$ e $\bar{x}$ é a única solução de mínimos quadrados para o sistema $Ax = b$.”

Podemos então resolver o problema apresentado no início dessa seção. Como dito, consideramos:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \; e \; b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Desta forma, substituindo na equação $A^T.A\bar{x} = A^T.b$ temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \bar{x} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Realizando as multiplicações entre matrizes, temos:

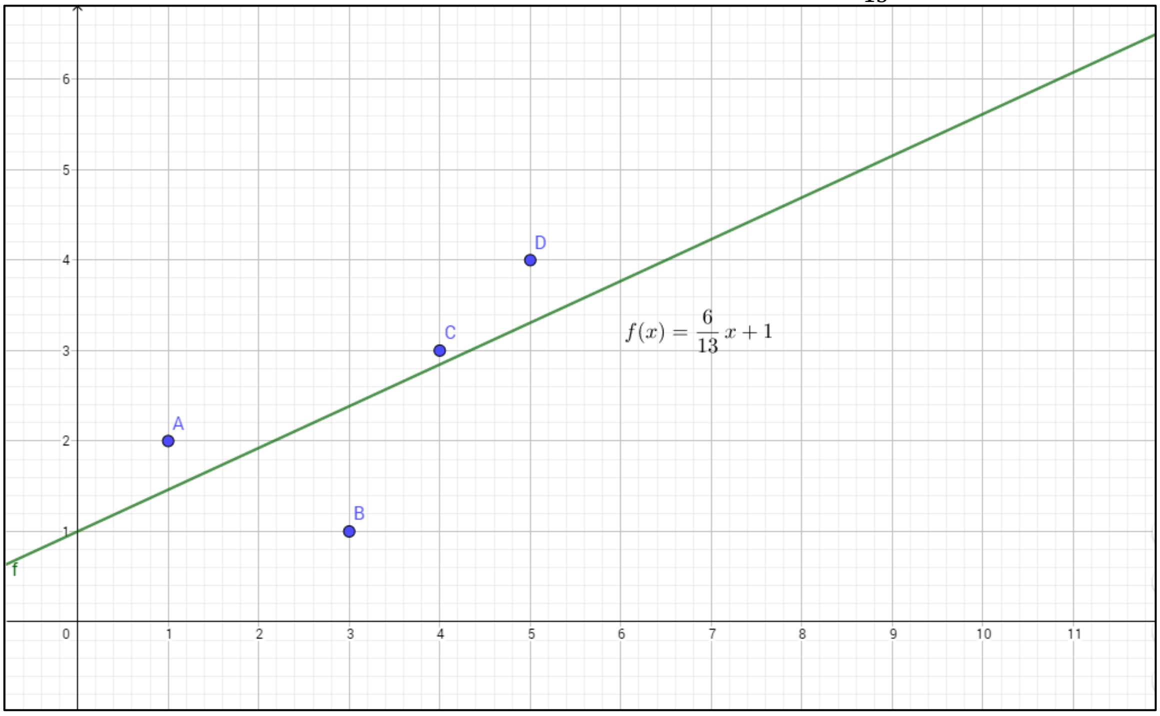
$$\begin{bmatrix} 52 & 13 \\ 13 & 4 \end{bmatrix} \bar{x} = \begin{bmatrix} 37 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Da mesma forma que podemos reescrever um sistema de equações na forma matricial, podemos reescrever uma equação matricial na forma de um sistema de equações. Nesse sentido, sabemos que $\bar{x} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ e temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 52c + 13d = 37 \\ 13c + 4d = 10 \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema encontramos $c = {}^{6}/_{13}$ e $d = 1$. Logo, a função linear que melhor se aproxima dos pontos apresentados no início dessa seção é $y = \frac{6}{13}x + 1$, representada graficamente na Figura 1.10 abaixo.

Figura 1.10: Representação gráfica da função $y = \frac{6}{13}x + 1$



FONTE: O AUTOR

O Método dos Mínimos Quadrados é uma técnica comumente usada nos processos de modelagem matemática (BASSANEZI, 2002; LEON, 2011) e também na estatística, por se tratar de uma técnica-padrão para fornecer um ajuste ótimo para um determinado conjunto de pontos de medida no plano. No próximo capítulo apresentaremos sobre o que se trata a modelagem matemática, além disso, discutiremos também sobre os jogos digitais, ambos são objetos de nossa pesquisa.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, são apresentados os enlaces teóricos que fundamentam a presente pesquisa. Inicialmente apresentamos a Modelagem Matemática, discutindo o que ela é a partir das perspectivas de três grandes pesquisadores dessa área. Evidenciamos também qual a perspectiva adotada na pesquisa e como se configura o ato de modelar nesse contexto. Em seguida, trazemos discussões sobre os jogos digitais, como eles influenciam na cultura, como eles modificam o comportamento dos então chamados nativos digitais, quais os tipos de jogos existem e quais as características são necessárias para jogos digitais com finalidades educacionais. Finalizamos o capítulo apresentando estudos correlatos, que justificam ainda mais a importância de realizar uma pesquisa com o escopo que propomos aqui.

2.1. A MODELAGEM MATEMÁTICA

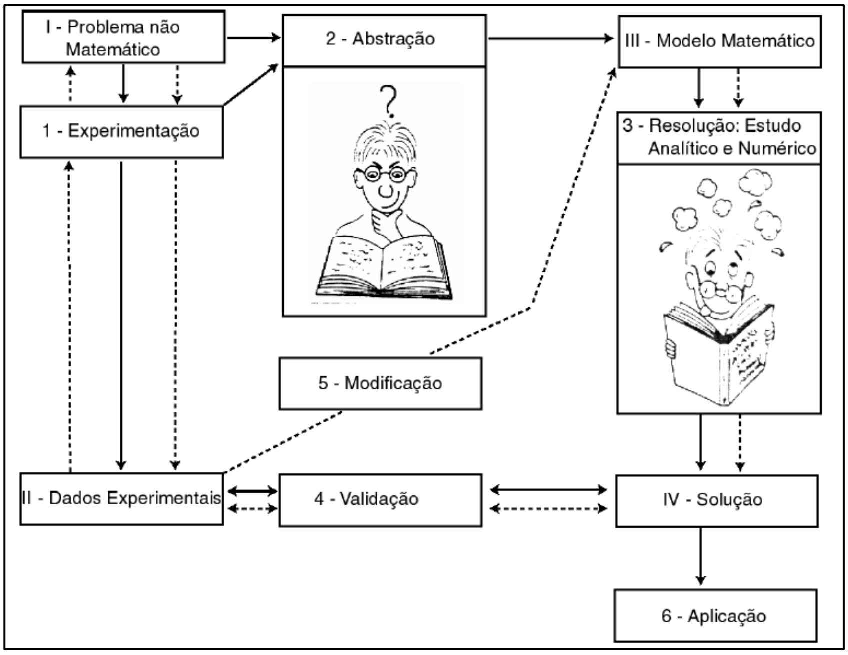
A Modelagem Matemática vem sendo apresentada como uma proposta pedagógica para o ensino de Matemática, inclusive, os documentos oficiais (BRASIL, 1998; BRASIL, 2006) fazem referência a esse modelo de atividade. Os PCN apresentam indícios da importância de se trabalhar com atividades que referenciem a realidade e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM sugerem que atividades desse tipo devem ser trabalhadas na forma de projetos de modelagem.

As concepções a cerca da Modelagem Matemática são diversas, mas afinal, o que é modelagem? Segundo Bassanezi (2002):

> Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2002, p.24).

Para esse autor, a modelação matemática de uma determinada situação real deve seguir alguns passos definidos na Figura 2.1 a seguir:

Figura 2.1: Etapas no processo de Modelagem Matemática



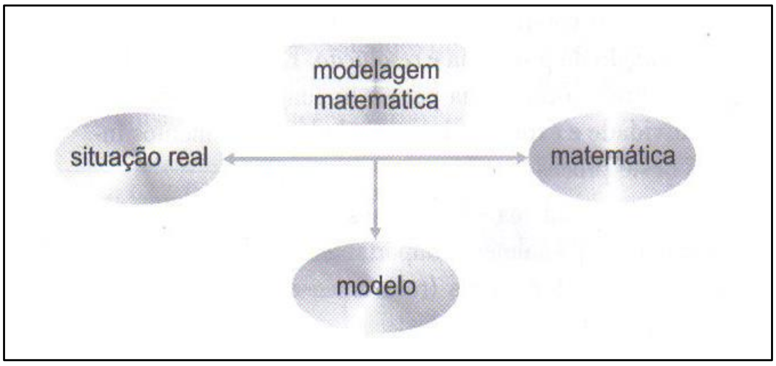
FONTE: (BASSANEZI, 2002, p. 27)

A partir da Figura 2.1 temos que as setas contínuas indicam as primeiras aproximações e a busca por um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado, as setas pontilhadas tornam o processo dinâmico. Com relação a cada passo expresso, Bassanezi (2002, p. 26 – 30) os define da seguinte maneira:

> **1. Experimentação**: É uma atividade essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção de dados; [...] **2. Abstração**: É o procedimento que deve levar à formulação dos Modelos Matemáticos; [...] **3. Resolução**: O modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente – é como num dicionário, a linguagem matemática admite "sinônimos" que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural; [...] **4. Validação**: É o processo de aceitação ou não do modelo proposto. Nesta etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real. O grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para validação; [...] **5. Modificação**: Alguns fatores ligados ao problema original podem provocar a rejeição ou aceitação dos modelos. Quando os modelos são obtidos considerando simplificações e idealizações da realidade, suas soluções geralmente não conduzem às previsões corretas e definitivas, pois o aprofundamento da teoria implica na reformulação dos modelos. Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado, poder-se-ía dizer que um bom modelo é aquele que propicia a formulação de novos modelos, sendo esta reformulação dos modelos uma das partes fundamentais do processo de modelagem.

Uma segunda concepção é a de Biembengut e Hein (2005), na qual eles apresentam o modelo de Modelagem Matemática abaixo, Figura 2.2, no qual matemática e realidade são apresentadas como dois conjuntos disjuntos e a modelagem aparece como uma forma de interação entre os dois.

Figura 2.2: Processo de modelagem matemática proposto por Biembengut e Hein (2005)



FONTE: (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p. 13)

Para Biembengut e Hein (2005), tal processo interativo, que permite representar um determinado fenômeno através de um modelo matemático perpassa por três etapas que se subdividem em outras seis descritas a seguir e ilustradas na Figura 2.3:

a) Interação

- Reconhecimento da situação-problema;
- Familiarização com o assunto a ser modelado ⟶ Referencial teórico.

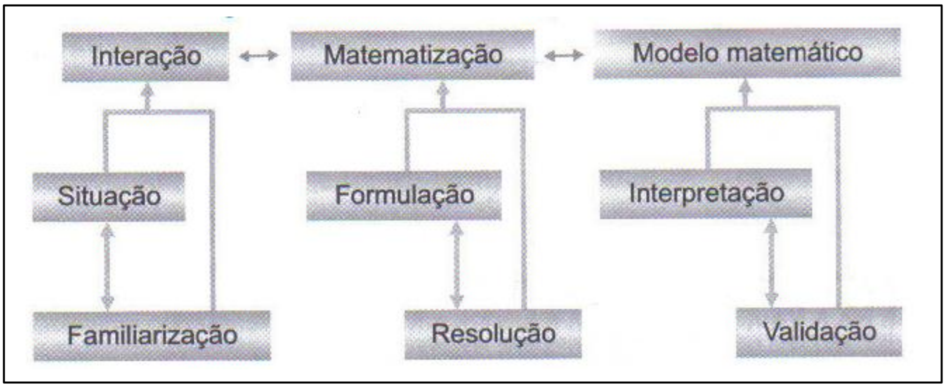
b) Matematização

- Formulação do problema ⟶ Hipóteses;
- Resolução do problema em termos do modelo;

c) Modelo matemático

- Interpretação da solução;
- Validação do modelo ⟶ Avaliação

Figura 2.3: Etapas da Modelação Matemática de Biembengut e Hein



FONTE: (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p. 15)

Caso o modelo matemático encontrado não atenda às necessidades do problema formulado, o processo deve ser retomado na etapa de matematização, onde se podem ajustar as hipóteses, rever as variáveis, repensar sobre o problema formulado e etc. Biembengut e Hein (2005) ainda propõem que é muito importante ao concluir o modelo, a elaboração de um relatório contendo todos os registros ligados ao processo de desenvolvimento, com o objetivo de propiciar o uso adequado.

Outra concepção de Modelagem Matemática é a de Barbosa (2001), em que esse autor a define enquanto um ambiente de aprendizagem[3]. Para esse autor a modelagem pode ser entendida como "um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade" (BARBOSA, 2001, p.3).

Tendo em vista que essa concepção de modelagem discorre sobre como ensinar usando modelagem, esse autor propõe alguns casos que ele numera de 1 a 3 para se trabalhar com atividades dessa natureza, como podemos ver no Quadro 2.1 a seguir:

Quadro 2.1: Tarefas no processo de Modelagem Matemática

	Caso 1	**Caso 2**	**Caso 3**
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Resolução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: (BARBOSA, 2001, p.5)

No caso 1, Barbosa (2001, p.8) diz que "O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução." Nesse primeiro caso, o

[3] SKOVSMOSE (2000) define ambiente de aprendizagem como a combinação entre os três tipos de referência: matemática pura, semi-realidade e realidade, além dos diferentes cenários para investigação.

professor tem maior responsabilidade no desenvolvimento da atividade, sendo papel do aluno apenas resolvê-la.

No caso 2, “O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos à coleta das informações necessárias à sua resolução.” (BARBOSA, 2001, p.9). Para esse caso, o problema abordado não precisa ser necessariamente matemático, mas será resolvido a partir de ferramentas matemáticas.

Para o caso 3, Barbosa (2001, p. 9) afirma que “A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema. É via do trabalho de projetos.” Nesse caso, mesmo os estudantes sendo responsáveis por todo o processo de modelação, ainda existe um apoio por parte do professor. Além disso, esse caso de modelagem vai ao encontro do que é posto nas OCEM (BRASIL, 2006), quando sugere os projetos de modelagem.

Barbosa (2001) indica também que tais casos não são estanques, mas possibilidades. Não existe a pretensão de engessar a prática de se realizar a atividade de modelagem. Além disso, essa classificação chama a atenção para o fato de que professor e aluno podem se envolver de diferentes maneiras ao implementar a modelagem na sala de aula.

Para Barbosa (2001), nem a modelagem nem a matemática são fins, mas meios para questionar a realidade vivida, não implicando ao aluno, desenvolver análises complexas sobre a matemática de determinada situação real, mas que a modelagem possui um potencial de gerar algum nível de crítica sob essas situações.

Ambas as concepções consistem na construção/descoberta de um determinado modelo que represente a situação – real. Com relação a esse modelo, Bassanezi (2002) o difere em dois tipos, a saber:

- Modelo Objeto: representação de um fato concreto, caracterizado predominantemente pela estabilidade e homogeneidade das variáveis. Esse modelo pode ser representado de forma pictórica (Ex: desenhos, esquemas, etc), de forma conceitual (Ex: expressão matemática), ou simbólica;

- Modelo Teórico: representação vinculada a uma teoria geral existente, sempre construída em torno de um modelo objeto com um código de interpretação.

Com relação ao modelo matemático, o entendemos como “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado” (BASSANEZI, 2002, p. 20). Tal modelo pode ser construído de acordo com a situação que é apresentada, podendo ser classificado de acordo a utilização da matemática, como diz Bassanezi (2002):

- Linear ou não-linear de acordo com as características das equações utilizadas;
- Estático quando mostra a forma de um objeto, como a forma geométrica de um triângulo, ou dinâmico quando mostra as variações da forma geométrica “triângulo”;
- Educacional quando é baseado num número simples de suposições, ou aplicativo quando envolve inter-relações entre variáveis;
- Estocástico ou Determinístico, de acordo com o uso ou não de fatores aleatórios nas equações.

Na nossa pesquisa, fizemos uso da concepção de Barbosa (2001) para a elaboração da situação problema, especificamente o Caso 1. A escolha por esse tipo de caso se deu, pelo fato de os alunos serem responsáveis apenas pela resolução da situação problema, cabendo ao professor/pesquisador a responsabilidade pelas etapas anteriores (Elaboração da situação problema; Simplificação; Dados qualitativos e quantitativos.).

2.2. OS JOGOS DIGITAIS

É notório o impacto gerado pelo avanço das tecnologias e esse impacto acabou por afetar os indivíduos nascidos nesse período, a esses é dado o nome de nativos digitais, que para Prensky (2001, p. 2) significa:

> Os Nativos Digitais estão acostumados a receber informações muito rapidamente. Eles gostam de processar mais de uma coisa por vez e realizar múltiplas tarefas. Eles preferem os seus gráficos antes do texto ao invés do oposto. Eles preferem acesso aleatório (como hipertexto). Eles trabalham melhor quando ligados a uma rede de

> contatos. Eles têm sucesso com gratificações instantâneas e recompensas frequentes. Eles preferem jogos a trabalho "sério". (Isto lhe parece familiar?).

Notamos aqui, que os nativos digitais são indivíduos que possuem capacidades de aprendizagem diferenciadas, as quais alguns professores denominados de Imigrantes digitais (PRENSKY, 2001) não conseguem lidar, uma vez que, a linguagem utilizada por esses não é a mesma que aqueles utilizam. Daí surge a necessidade de questionar-se sobre quem são esses imigrantes digitais e porque são chamados assim. Prensky (2001) afirma que os imigrantes digitais são aqueles que não nasceram no mundo digital, mas em alguma época ficaram fascinados e adotaram muitos ou a maioria dos aspectos das novas tecnologias. Como citado por Prensky, os nativos digitais possuem uma preferência por jogos, ou melhor, por jogos digitais, uma vez que fazem parte da sua cultura.

Dessa forma, é importante pensar sobre o que são os jogos digitais, para tal trazemos a ideia de Magnani (2007, p. 113) quando afirma que:

> Jogos digitais, ou videogames, são artefatos culturais, comuns, no cotidiano das camadas mais jovens das sociedades urbanizadas contemporâneas. Tais objetos têm o potencial de argumentar, persuadir e favorecer a construção de sentidos, reproduzindo valores culturais e visões ideológicas de quem os financiou e construiu.

Vemos aqui que os jogos digitais são elementos que causam influência nesses indivíduos, inclusive na aprendizagem desses. Além disso, como o uso dos jogos digitais é particular de cada indivíduo, as formas de interação tendem a ser diferenciadas. Nessa linha, Santos (2015) considera a os jogos digitais enquanto atividade lúdica e livre, composta por regras que contribuem em diversos aspectos culturais e educacionais.

A cultura é um elemento aparentemente forte que está presente ao se falar de jogos digitais. Entretanto, Huizinga (2015) diz que os jogos surgiram antes mesmo que a própria cultura. Dessa forma, concordamos com Góes (2016, p. 21) ao entender os jogos digitais como "elementos que compõe a cultura dos indivíduos e que além de influenciar na construção de sentidos, influencia também na construção de conceitos no processo de aprendizagem".

Complementando a esta ideia, Gee (2010) cita que além de constituírem parte da cultura popular, os jogos digitais são como a literacia e os computadores, uma vez que, são locais onde podemos exercitar a mente humana, permitindo novas maneiras de envolvimento numa aprendizagem profunda. Dessa forma, vemos que a interação jogador – jogo digital permite uma aprendizagem equivalente à proporcionada pelo computador, pois é possível percorrer diferentes caminhos e construir diferentes estratégias. Diante disso, Gee (2010, p.26) diz que “videojogos são espaços para resolução de problemas, o que da origem a uma aprendizagem profunda, melhor do que a proporcionada, hoje em dia, nas nossas escolas.” Confirmando o nosso pressuposto de que, imigrantes e nativos digitais *possuem culturas diferentes.*

Com relação às influencias dos avanços tecnológicos, Magnani (2011) diz que devido a este feito os jogos tradicionais começaram a ganhar novas versões transformando-se em artefatos digitais, ou seja, jogos de computador. Sobre essas novas versões dos jogos, Rabin (2011 apud SANTOS, 2015) apresenta as especificidades relacionadas com cada tipo de jogo digital. Segundo o autor, esses jogos são classificados conforme o Quadro 2.2:

Quadro 2.2: Classificação dos Jogos digitais

Aventura	Jogo onde a ênfase está no enredo e não na parte gráfica ou ação.
Ação	Jogo que desafia a velocidade, o reflexo e raciocínio do jogador através de conflitos estratégicos ou desafios de exploração.
Ação aventura	Jogos similares aos jogos de aventuras, mas trazem aspectos de ação
Plataforma	Jogos onde o personagem corre e pula em um campo de jogo com visão lateral.
Luta	Jogos que envolvem artes marciais ou espadas.
Tiro em primeira pessoa	Jogos onde são utilizadas diversas armas pelo jogador e onde ele possui a visão de "atrás dos olhos" do personagem.
Estratégia em tempo real	Jogos onde é necessário construir exércitos, coletar recursos e controlar unidades.
Role Playing Game (RPG)	Jogos que trazem uma versão digital dos jogos de mesa.
RPG Massivo on line	Jogo em um mundo virtual povoado por centenas de jogadores.
Espionagem	Jogos que apresentam foco no subterfúgio, cuja jogabilidade é deliberada e planejada.
Horror	Jogos que envolvem a exploração de cidades abandonadas povoadas por zumbis.
Simulação	Jogos que se baseiam em simulações de sistemas.
Corrida	Jogos que envolvem competições entre veículos.
Esportes	Jogos que apresentam experiências esportivas.
Ritmo	Jogos que se baseiam na habilidade do jogador em ativar controles no tempo determinado por uma música.
Puzzle	Jogos que trazem elementos de combinação de padrões, lógica e sorte.
Sério	Jogos de treinamento para adultos.

FONTE: Rabin (2011, apud SANTOS, 2015).

Na presente pesquisa, o tipo de jogo digital a ser desenvolvido será um *Role Playing Game* – RPG. No que se refere a aprendizagem baseada a partir de jogos digitais, Alves (2008) afirma que o aprendizado acontece quando se dá sentido e significado aos elementos emergentes da narrativa dos jogos, e isso acontece a partir da parceria entre jogo e jogador. Já na Matemática a aprendizagem depende de algumas ações que permitam a experimentação, interpretação, visualização, indução, abstração, generalização e demonstração e que essas podem ser realizadas a partir da interação dos jogadores com jogos digitais e/ou os objetos de aprendizagem. Dessa forma, no ato da interação com o jogo, o jogador faz o movimento de "redescoberta" dos conceitos matemáticos ali presentes. Além disso, "os jogos digitais usados para fins educacionais devem proporcionar um ambiente crítico, fazendo com que o aluno se mobilize para a apropriação de conteúdos disciplinares e o desenvolvimento de estratégias exigidas para o avanço no jogo (ARRUDA, 2011 apud POETA; GELLER, 2014 p.50).".

Algumas características que devem estar presentes em um jogo digital que favoreça a aprendizagem são apontadas por Sthal (1991) e Bongiolo et al. (1998) (apud POETA; GELLER, 2014), a saber:

- Clareza nos objetivos e instruções;
- Diversidade em efeitos audiovisuais para chamar a atenção dos alunos e também facilitar o alcance do objetivo;
- Desafios em níveis diferentes para solucionar o problema;
- *Feedback* do processo;
- Considerar o erro do aluno para melhorar o desempenho dele no jogo;
- Promover um ambiente de resolução de problemas e permitir ao aluno controle sob sua interação com o jogo permitindo-lhe continuar ou não.

Como apontado acima, vemos que a resolução de problemas se constitui como uma característica importante para o jogo digital, além disso, é necessário também que o ambiente ao qual o jogador irá interagir no jogo digital possibilite a mobilização de conhecimentos para vencer os desafios propostos.

2.2.1. DESENVOLVIMENTO DE JOGOS DIGITAIS

Assim como na elaboração de uma aula, na construção de um jogo digital o planejamento é uma etapa de fundamental importância, mas são necessárias outras etapas como programação e testes. Perucia *et. al* (2007) comenta que a construção de um jogo digital profissional pode ser comparada com uma produção para os cinemas, devido ao número de pessoas presentes na equipe. A mesma autora elenca os cargos necessários para se montar essa equipe, a saber: Programadores, artistas, projetistas de níveis/faces, projetistas de jogos, planejador de *software*, arquiteto-chefe, gerente de projeto, músicos e sonoplastas e testadores. Perucia et.al (2007) destaca ainda a elaboração do *game design document* como a ferramenta chave de construção de um jogo digital.

Além disso, durante o processo de desenvolvimento de um jogo digital é importante pensar sobre o que o jogador poderá ou não fazer quando estiver imerso naquele mundo. Nessa linha, Osterweil e Klopfer (2011) sugerem que no jogo deve ser exercitada a liberdade em quatro eixos diferentes:

- Liberdade para falhar: o jogador é livre para fazer coisas que seriam consideradas falhas em outros contextos;
- Liberdade de experimentar: estritamente ligada com a liberdade para falhar, sugere que dentro do espaço do jogo, o jogador possa inventar novas abordagens para qualquer tarefa que esteja à mão.
- Liberdade para criar identidades: o jogador não está simplesmente examinando a natureza física e social dos mundos, mas também está explorando a sua própria identidade que, geralmente, não é uma coisa fixa, mas algo que está no jogo;
- Liberdade de esforço: o jogador pode alternar seu ritmo de resolução das atividades entre o intenso e o descontraído do jogo.

2.2.2. PÍLULAS DO CONHECIMENTO

Levando em consideração as características elencadas por Sthal (1991) e Bongiolo et al. (1998) (apud POETA; GELLER, 2014) para um jogo digital com finalidades educacionais que favoreça o aprendizado, surge a necessidade de se pensar sobre como apresentar o conteúdo, levando em consideração que o aluno não tenha a impressão de estar lendo um livro didático digital (ALVES, FUENTES E JULIANO, 2015). Acreditamos então, que o conteúdo deve estar disposto em pequenas doses, ou pílulas do conhecimento.

O conceito de pílula do conhecimento vem sendo usado como "uma estratégia de aprendizagem, que tem como objetivo o desenvolvimento de pessoas como estratégia comercial" (LANZA; BARREIRA; MENDES, 2006, p. 1). Os formatos aos quais as pílulas podem ser apresentadas são os mais diversos, inclusive por meio de jogos de aprendizagem, entretanto essa estratégia é utilizada no meio corporativo. O trabalho de Fernandes, Valenciano e Baranauskas (1998), é um exemplo que se configura como um tipo de pílula do conhecimento. Os autores mostram o uso do jogo *A Caça ao Tesouro* para trabalhar conceitos relacionados à produção enxuta.

Como o próprio nome sugere pílula faz referência a algo pequeno, dessa forma pílula do conhecimento são pequenas doses de informação, tais doses geram pequenas aprendizagens ou *microlearnings* como Hug (2006) sugere. A *microlearning* é um formato de aprendizagem online e de curto período, que tem como foco um determinado objetivo específico, busca-se o ensinamento de uma técnica.

Para Hug (2006) Não existe uma definição precisa do que seja a *microlearning* que cubra todos os diferentes conceitos, mas, existem versões que são trazidas por diferentes interpretações e dimensões particulares como:

> **Tempo:** esforço relativamente curto, despesa operacional, consumo de tempo, tempo mensurável, tempo subjetivo, etc. **Conteúdo:** unidades pequenas ou muito pequenas, tópicos estreitos, questões simplex, etc. **Currículo:** parte do cenário curricular, partes dos módulos, elementos de aprendizagem informal, etc. **Forma:** fragmentos, facetas, episódios, "nuggets de conhecimento", elementos de habilidade, etc. **Processo:** atividades separadas, concomitantes ou reais, situadas ou integradas, método iterativo, gerenciamento de atenção, conscientização (entrar ou estar em um processo), etc. **Medialidade:** informação cara-a-cara, mono-mídia vs. multimídia, intermediária, objetos ou objetos de aprendizagem, valor simbólico, capital cultural, etc. **Tipo de aprendizagem:** repetitivo, ativista, reflexivo, pragmático, concepcionista, construtivista, conectivista, behaviorista, aprendendo pelo exemplo, tarefa ou exercício, objetivo ou problema-orientado, "ao longo do caminho", aprendizado de ação, aprendizado em sala de aula, aprendizado corporativo, consciente vs. inconsciente, etc. (HUG, 2006, p. 9, grifo nosso)

Destacando o que Hug (2006) apresenta sobre a dimensão de tipos de aprendizagem proporcionadas pela *microlearning* temos: o construtivismo e o conectivismo, que estão ligados à modelagem matemática e aos jogos digitais, respectivamente, pois, a primeira está relacionada a um processo em que o estudante participe ativamente do seu aprendizado, e o segundo se relaciona ao uso da tecnologia como um processo de distribuição do conhecimento.

Na nossa pesquisa, pensamos a pílula do conhecimento como pequenas doses de conteúdo, que nesse caso é matemático, necessário para a resolução de um determinado problema. Ou seja, as pílulas do conhecimento são partes de uma estratégia para resolver o problema. No próximo capítulo, apresentaremos de maneira mais clara o jogo digital que no propomos a desenvolver, bem como a forma como tais pílulas estão dispostas nessa mídia.

3. METODOLOGIA

No presente capítulo, descrevemos a natureza qualitativa da nossa pesquisa, bem como a forma como daremos encaminhamentos ao processo de coleta de dados. Além disso, apresentamos também a técnica e a plataforma usada para a construção do jogo digital usado no nosso trabalho.

3.1. CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

A nossa pesquisa segue uma abordagem qualitativa uma vez que acreditamos que essa modalidade nos auxiliou a alcançar o nosso objetivo de Investigar como o uso de um jogo digital pode contribuir no processo de solução de uma situação-problema desenvolvida sob a ótica da modelagem matemática envolvendo o método dos mínimos quadrados. Bogdan e Biklen (1994) elencam características que são predominantes na pesquisa qualitativa, a saber:

- Na investigação qualitativa a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
- A investigação qualitativa é descritiva;
- Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
- Os investigadores qualitativos tendem a analisar seus dados de forma indutiva;
- O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

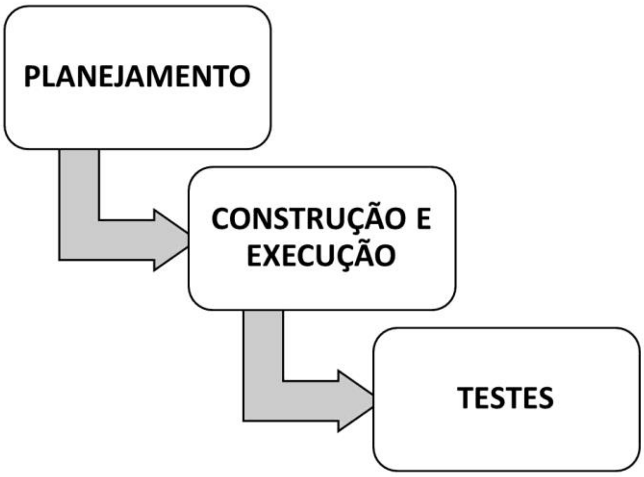
No contexto dessa pesquisa o ambiente natural é o Laboratório de Informática, por acreditarmos que esse é um espaço que possa deixar os estudantes tranquilos durante o momento da pesquisa. Nosso interesse principal foi no processo, ou seja, na interação do jogador/estudante com o jogo digital para resolver a atividade de Modelagem Matemática, não apenas os resultados alcançados pelo jogador/estudante nesses ambientes. Além disso, nosso interesse esteve centrado no significado que os estudantes deram a todo o processo de intervenção, ou seja, ao jogo digital e a atividade de Modelagem Matemática.

Para a construção do jogo digital proposto nessa pesquisa, seguimos uma abordagem baseada no modelo “cascata”, que é tradicional no campo da engenharia de software como afirma Sommerville (2003). Segundo esse autor, esse modelo apresenta as seguintes etapas:

- Análise e definição dos requisitos;
- Projeto de sistemas e de softwares;
- Implementação e testes de unidades;
- Integração e testes do sistema;
- Operação e Manutenção.

No contexto da nossa pesquisa, embasados em Sommerville (2003) e na pesquisa de Góes (2016) adotamos o seguinte modelo cascata para construir o jogo digital, conforme se vê na Figura 3.1 a seguir.

Figura 3.1: Modelo cascata adaptado para a construção do jogo digital



FONTE: O AUTOR

Adaptamos o modelo cascata proposto por Somerville (2013) e o que foi usado por Góes (2016) em sua pesquisa por dois motivos: para o primeiro, o modelo proposto por ele trata para produções de *softwares* de grande porte, que não é o nosso caso, e para o segundo, na fase de testes o autor fez uso do Softmat, que também não é o nosso caso.

Para o planejamento do jogo digital utilizamos uma ferramenta de *game design* chamada de *Short Game Design Document* – SGDD, muito usada para desenvolvimento de jogos de pequeno porte, que é o caso da nossa pesquisa. Sobre o SGDD, Motta e Trigueiro Junior (2013, p. 117):

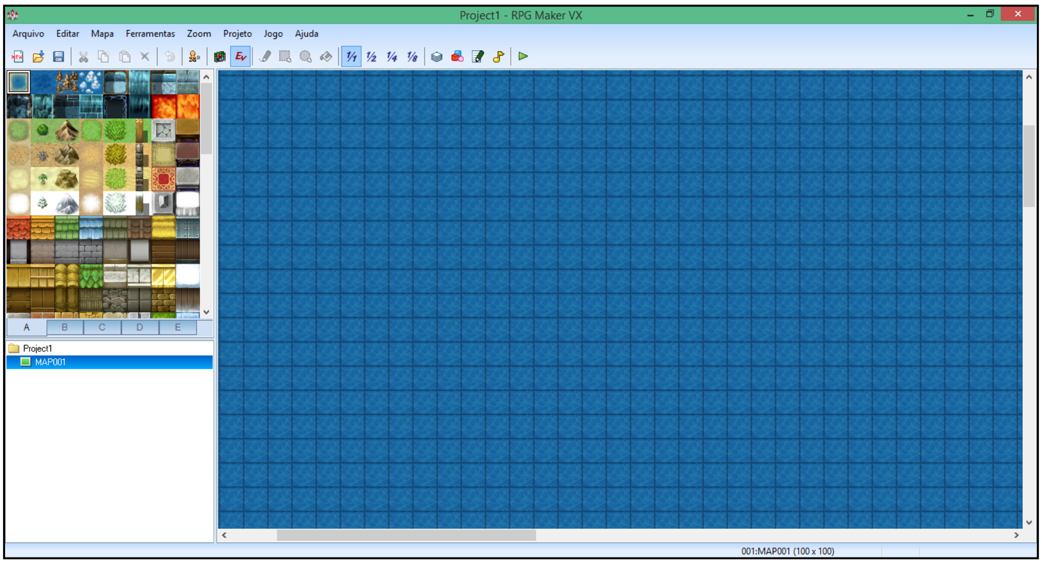
> (...) é uma ferramenta textual que busca descrever o jogo de forma linear, descrevendo todos os elementos que surgem na tela, história, personagens, mecânicas, condições de vitória e derrota num "texto corrido", com o objetivo que o leitor possa fazer este "jogo mental" e visualizar toda a experiência, deixando claro para ele, independente de sua área de atuação, como o jogo funciona.

Esses autores apontam quatro etapas para se criar um SGDD:

- Descrever de forma sintética o enredo do jogo;
- Descrever todo o jogo, do início ao fim, num texto corrido;
- Marcar no texto, com cores, negrito, etc, o conteúdo de arte/interface/música e mecânicas;
- Criar listas contendo os elementos de arte, interface, música e programação;

Entretanto, na etapa de construção e execução utilizamos o software RPG *Maker*, versão VX, cuja interface pode ser vista na Figura 3.2 a seguir.

Figura 3.2: Interface do software RPG Maker VX



FONTE: O AUTOR

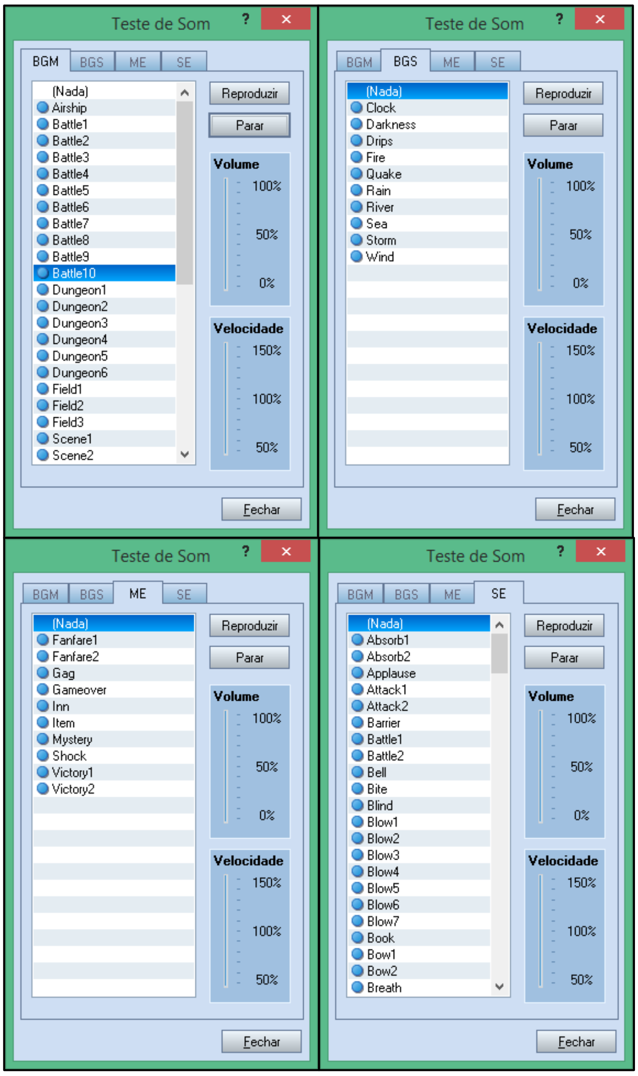
Tendo em vista que o SGDD propõe a criação de uma lista com elementos de arte, interface, música, programação etc., com o uso desse *software* essa atividade já se torna desnecessária, pois contém recursos visuais e sonoros diversos, Figuras 3.3 e 3.4, que nos auxiliou no processo de construção do jogo digital.

Figura 3.3: Recursos visuais presentes na plataforma RPG Maker VX

FONTE: O AUTOR

São diversos os recursos visuais presentes na plataforma, existem elementos para ambiente internos (tapetes, quadros, arranjos, etc.) e externos (grama, árvores, calçamento, etc.). Vale destacar que aparentemente todos esses recursos foram inspirados em objetos do período medieval, mas esse não foi um agente que pudesse influenciar o desenvolvimento do jogo digital.

Figura 3.4: Recursos sonoros presentes na plataforma RPG Maker VX



FONTE: O AUTOR

Pela Figura 3.4 é possível notar que também é vasta a quantidade de sons presentes na plataforma. Tais sons servem para chamar a atenção do jogador, fazendo com que ele fique ainda mais imerso no contexto do jogo digital.

3.2. CONTEXTO DA PESQUISA

Esse estudo foi realizado numa Instituição de Ensino Superior do Recôncavo da Bahia, com um grupo de oito estudantes do primeiro ano de um determinado curso de graduação inserido no campo das ciências exatas.

Inicialmente, entramos em contato com esses estudantes que se dispuseram em participar da pesquisa e assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

(APÊNDICE D) e o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (APÊNDICE C), garantindo assim a participação.

Para conhecer melhor os nossos sujeitos de pesquisa, fizemos uso do questionário para coletar tais dados. Segundo Marconi e Lakatos (2003, p. 201) “Questionário é um instrumento de coleta de dados, constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito e sem a presença do pesquisador”.

Para a construção do nosso questionário fizemos uso da ferramenta Formulários Google, a escolha por essa ferramenta se deu pelo fato dela ser gratuita, proporcionar que os sujeitos da nossa pesquisa o preenchesse de forma rápida e por termos acesso de forma imediata as suas respostas. As questões usadas no questionário podem ser consultadas no Apêndice A dessa pesquisa. Vale destacar que o questionário é composto de perguntas abertas e de múltiplas escolhas e o nosso objetivo é coletar informações ligadas ao uso do computador, do smartphone e de jogos digitais por nossos sujeitos.

Referente às respostas dadas, quando questionados se possuem smartphone e/ou computador e as atividades que eles desenvolvem com esses objetos, notamos que nesse grupo todos os estudantes possuem smartphone e computador. Com relação ao uso do smartphone, além de usá-lo como telefone, eles também utilizam para redes sociais e jogos. Já com relação ao uso do computador, todos destacaram o uso do YouTube.

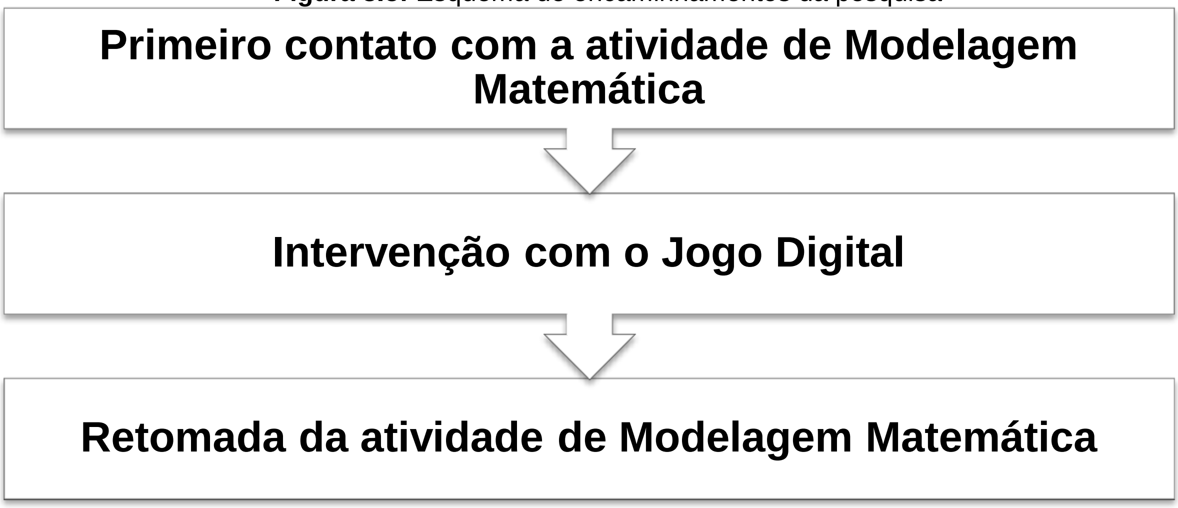
Com o olhar sobre os tipos de jogos digitais preferidos por esse grupo notamos que quatro desses estudantes optam por jogos do tipo ação, aventura, tiro em primeira pessoa e simulação; dois preferem jogos do tipo RPG Massivo online; dois preferem jogos do tipo puzzle e sérios. Notamos que esses estudantes não estão habituados com jogos do tipo RPG, especificamente.

É importante deixar claro que a presente pesquisa possui aprovação do Comitê de Ética e Pesquisa com seres humanos da Universidade Estadual de Santa Cruz via parecer consubstanciado número 2.240.275.

3.3. APRESENTAÇÃO GERAL DO ESTUDO

Em busca de alcançarmos o nosso objetivo, assumimos o seguinte esquema para os encaminhamentos da nossa pesquisa, que pode ser visto na Figura 3.5:

Figura 3.5: Esquema de encaminhamentos da pesquisa



FONTE: O AUTOR

O processo de coleta de dados ocorreu em dois dias, totalizando sete horas. No primeiro dia, três horas, os estudantes tiveram o primeiro contato com a atividade de modelagem, momento em que eles puderam apresentar e discutir as possíveis soluções à situação-problema proposta. No segundo dia, quatro horas, eles interagiram com o jogo digital que propomos como suporte a atividade de modelagem e em seguida retomaram a situação-problema que foi resolvida e discutida.

Durante todo esse processo, fizemos uso da observação não participante como uma forma de coletar os dados, na qual, segundo definido por Marconi e Lakatos (2003, p. 193) como um tipo de observação em que “o pesquisador toma contato com a comunidade, grupo ou realidade estudada, mas sem integrar-se a ela: permanece de fora”. A escolha por esse tipo de estratégia se deu, pois no contexto da nossa pesquisa a observação estava centrada apenas no grupo de alunos participantes, momento algum, enquanto pesquisadores, nos incluímos nesse grupo.

Além disso, após a intervenção buscando compreender melhor a forma como os estudantes resolveram a situação-problema e como o jogo digital ajudou, fizemos uso da entrevista não estruturada. Esse tipo de entrevista possibilitou a nós pesquisadores/entrevistadores “[...] liberdade para desenvolver cada situação em qualquer direção que considere adequada. É uma forma de poder explorar mais amplamente uma questão.” (MARCONI; LAKATOS, 2003, p. 197). Optamos por esse tipo de entrevista devido à flexibilidade que ela oferece, uma vez que conversamos com os estudantes de maneira informal.

3.3.1. A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Com relação à atividade de modelagem matemática proposta nesse trabalho (APÊNDICE B), essa versa sobre o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB. Segundo informações extraídas do site do Ministério da Educação – MEC (http://portal.mec.gov.br) esse índice foi criado em 2007, pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. Foi formulado para mensurar a qualidade do aprendizado nacional e estabelecer metas para a melhoria do ensino. De forma geral, o IDEB agrega ao enfoque pedagógico dos resultados de avaliações em larga escala, como a prova Brasil, a possibilidade de resultados sintéticos, fáceis de assimilar e que permitam traçar metas de qualidade educacional para os sistemas.

Tomando o IDEB do estado da Bahia como o contexto a ser investigado, foi elaborada a seguinte situação-problema: *De acordo com os dados apresentados em que ano o IDEB observado alcançou ou alcançará a Meta projetada pelo governo?* Para tanto, foi realizada uma pesquisa no site do INEP, em que coletamos os dados do IDEB do estado da Bahia. É apresentado aos alunos o que é o IDEB e alguns dados coletados, como se vê na Figura 3.6 que segue:

Figura 3.6: Dados da atividade de modelagem

Observe as tabelas a seguir, apresentando o Ideb observado (2011-2015) e as Metas projetadas pelo MEC (2017-2021) para o estado da Bahia:

IDEB OBSERVADO	
Ano	Nota
11	3,1
13	3,2
15	3,4

METAS PROJETADAS	
Ano	Nota
17	4,1
19	4,3
21	4,6

Fonte: http://ideb.inep.gov.br/

Situação-problema: De acordo com os dados apresentados em que ano o Ideb observado alcançou ou alcançará a Meta projetada pelo governo?

FONTE: O AUTOR

Essa atividade se enquadra no Caso 1 definido por Barbosa (2001), uma vez que, nós quem formulamos a situação-problema, coletamos os dados que foram utilizados e simplificamos, restando para os sujeitos da nossa pesquisa o papel de resolver a situação-problema. O motivo ao qual nos levou a optar por esse caso, foi à possibilidade de desenvolver uma atividade de modelagem matemática em um curto espaço de tempo, tendo que vista que no escopo desse trabalho ainda temos o desenvolvimento de um jogo digital.

3.3.1.1. ANALISE A PRIORI DA ATIVIDADE DE MODELAGEM

Tomando como base o processo de intervenção, inicialmente o estudante terá contato com a atividade de modelagem e terá apenas como suporte para a sua resolução o ambiente papel/lápis.

Nesse sentido, acreditamos que uma das percepções que o estudante terá, é de que ele precise encontrar uma função que represente cada situação: IDEB Observado e metas projetadas. Para encontrar essa função ele poderá recorrer aos métodos habituais, a saber, um sistema de equações de equações lineares.

Para o caso do IDEB observado temos que possivelmente o estudante possa construir a seguinte tabela, mostrando a relação funcional existente entre o ano e a nota tirada no IDEB :

x (Ano)	$y = ax + b$ (IDEB OBSERVADO)
11	$3{,}1 = 11a + b$
13	$3{,}2 = 13a + b$
15	$3{,}4 = 15a + b$

A partir dessa tabela o estudante poderá montar um sistema de equações lineares como o que segue:

$$\begin{cases} 11a + b = 3{,}1 \\ 13a + b = 3{,}2 \\ 15a + b = 3{,}4 \end{cases}$$

A depender do domínio do estudante a cerca das formas de resolução de sistemas de equações, temos que ele poderá deduzir que o sistema é impossível, uma vez que a quantidade de equações é maior que o número de incógnitas. Logo a partir do sistema acima, ele possivelmente construirá uma equação matricial como a que segue:

$$\begin{bmatrix} 11 & 1 \\ 13 & 1 \\ 15 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3{,}1 \\ 3{,}2 \\ 3{,}4 \end{bmatrix}$$

Dessa forma, o estudante provavelmente recorrerá ao Método dos Mínimos Quadrados para tentar resolver a equação matricial a partir da seguinte fórmula:

$$A^T.A\bar{x} = A^T.b$$

Quando o estudante substituir os dados na formula obterá, a seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} 11 & 13 & 15 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 11 & 1 \\ 13 & 1 \\ 15 & 1 \end{bmatrix} \cdot \bar{x} = \begin{bmatrix} 11 & 13 & 15 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3{,}1 \\ 3{,}2 \\ 3{,}4 \end{bmatrix}$$

Resolvendo as operações com matrizes, ele obterá a seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} 515 & 39 \\ 39 & 1 \end{bmatrix} \cdot \bar{x} = \begin{bmatrix} 126{,}7 \\ 9{,}7 \end{bmatrix}$$

Como inicialmente o estudante realizou a conversão de um sistema de equações lineares para uma equação matricial, esse possivelmente agora recorrerá a fazer o inverso, ou seja, transformar uma equação matricial em sistema.

$$\begin{cases} 515a + 39b = 126{,}7 \\ 39a + b = 9{,}7 \end{cases}$$

Ao resolver o sistema serão encontrados os seguintes valores para $a = 0{,}075$ e $b = 2{,}2583$, implicando em $y = 0{,}075x + 2{,}2583$.

Outra possível estratégia que o estudante pode assumir é desconsiderar uma das equações e tentar resolver o sistema. Suponhamos que o estudante resolva por utilizar apenas as duas primeiras equações, tendo o seguinte sistema para resolver:

$$\begin{cases} 11a + b = 3{,}1 \\ 13a + b = 3{,}2 \end{cases}$$

Independente do método escolhido para resolver (substituição, adição e etc.) o estudante chegará a seguinte resolução do sistema em que $a = \frac{1}{20}$ e $b = \frac{51}{20}$. Tendo como a função que “representa” o IDEB Observado $y = \frac{1}{20}x + \frac{51}{20}$. Entretanto esse tipo de estratégia é errônea, pois não acha uma função que represente corretamente o IDEB observado.

De forma análoga, o estudante poderá fazer para encontrar a função que “representa” as Metas projetadas pelo governo. Nesse sentido, caso ele siga o mesmo percurso terá a seguinte tabela:

x (Ano)	$y = ax + b$ (METAS PROJETADAS)
17	$4{,}1 = 17a + b$
19	$4{,}3 = 19a + b$
21	$4{,}6 = 21a + b$

Tal tabela dará origem ao seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} 17a + b = 4{,}1 \\ 19a + b = 4{,}3 \\ 21a + b = 4{,}6 \end{cases}$$

Fazendo uso também do Método dos Mínimos Quadrados, o estudante encontrará os seguintes valores: $a = 0{,}125$ e $b = 1{,}9584$ implicando em $y = 0{,}125x + 1{,}9584$ como a função que melhor representa as Metas Projetadas.

Para responder o problema proposto na atividade: *De acordo com os dados apresentados em que ano o IDEB observado alcançou ou alcançará a Meta projetada pelo governo?* Acreditamos que o estudante calculará o ponto de intersecção igualando as equações, ou seja:

$$0{,}125x + 19584 = 0{,}075x + 2{,}2583$$

$$0{,}05x = 0{,}2999$$

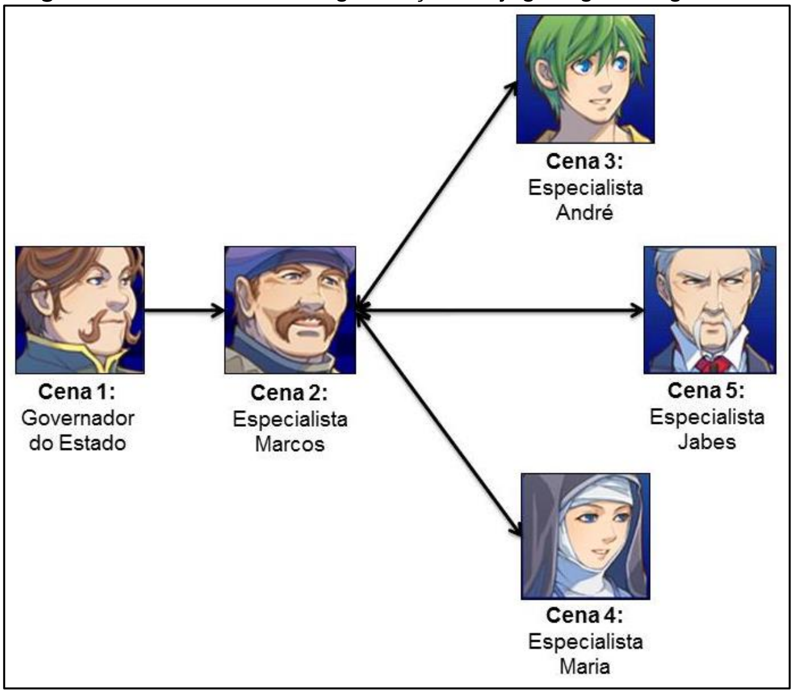
$$x = 5{,}998$$

Como $x = 3$ isso indica que o IDEB observado alcançou as metas projetadas pelo governo desde aproximadamente o ano de 2006.

3.3.2. O JOGO DIGITAL *SAGA LINEAR*

O jogo digital que propomos no nosso trabalho se intitula Saga Linear[4] e foi desenvolvido com o intuito de ser suporte a atividade de modelagem que elaboramos. O jogo Saga Linear está estruturado como podemos perceber na Figura 3.7 a seguir:

Figura 3.7: Estrutura de organização do jogo digital Saga Linear



FONTE: O AUTOR.

[4] Disponível para download em: https://bit.ly/2ERxFo1

Analisando a Figura 3.7 temos setas de “mão única” e setas duplas. A seta de “mão única” está localizada entre a Cena 1 e a Cena 2, mas ela indica que o jogador não retornará a cena onde estava, ou seja, ao sair da Cena 1 o estudante não retornará. As setas duplas indicam que o estudante pode retornar, logo, ele sai da Cena 2, vai para a Cena 3, volta para a Cena 2 e segue até finalizar as missões do jogo e ter subsídios para resolver a atividade de modelagem. Em cada cena é disponibilizada para o aluno uma pílula do conhecimento.

3.3.2.1. *SHORT GAME DESIGN DOCUMENT:* SAGA LINEAR

Cena 1: Inicialmente o jogo se passará no Palácio do Governo do Estado da Bahia (Figura 3.8). Nesse espaço o jogador encontrará o Governador que se mostrará muito preocupado com o IDEB do Estado, pois não sabe se esse vem alcançando as metas projetadas pelo governo, a partir daí levará o jogador para a sala do especialista.

Figura 3.8: Cena 1 – Palácio do Governador

FONTE: O AUTOR

Cena 2: Ao se dirigir ao espaço onde os especialistas se reúnem para discutir as questões ligadas ao IDEB o jogador se encontrará com Marcos (Figura 3.9), um especialista em resolver problemas que falará:

Figura 3.9: Cena 2 – Espaço onde está localizado o especialista Marcos

FONTE: O AUTOR

– Olá me chamo Marcos, sou especialista em resolver problemas! Ouvi dizer que você necessita de ajuda para resolver uma situação proposta pelo Governador da Bahia. Poderia me contar melhor sobre esse problema?

Mensagem automática do jogador aparecerá na tela:

– Vejamos, possuo dados do IDEB dos anos de 2011, 2013 e 2015 e preciso encontrar alguma fórmula matemática que me ajude a prever se o IDEB atingiu ou não as metas projetadas pelo Governo.

Marcos responde:

– Hum... já sei!

– Trata-se de um problema de ajuste linear em que você precisa encontrar uma reta, ou seja, uma função de primeiro grau, cuja distância entre cada ponto que representa o IDEB e a reta seja a menor possível.

– Para lhe ajudar, preciso que você construa junto comigo o raciocínio que levará a solução do problema, com a ajuda de alguns amigos meus que são muito inteligentes! você passará por algumas situações onde poderá aprender um pouco sobre alguns conceitos importantíssimos.

Cena 3: Nessa sala o jogador encontrará com o especialista André (Figura 3.10), um apaixonado pelo plano cartesiano que lhe proporá a seguinte questão:

Figura 3.10: Cena 3 – Especialista André

FONTE: O AUTOR

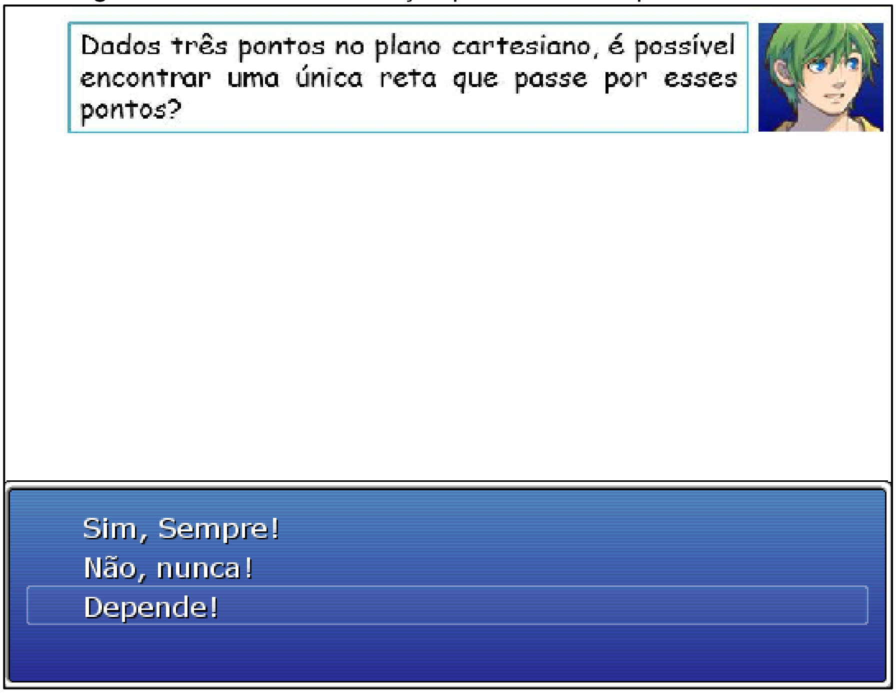
– Bem, para te ajudar com o desafio, me responda!

(Aparecerá uma imagem na tela, Figura 3.11, com a pergunta seguida das alternativas).

– Dados três pontos no plano cartesiano, é possível encontrar uma única reta que passe por esses pontos?

Alternativas: (1) Sim, sempre! (2) Não, nunca! (3) Depende da posição dos pontos!

Figura 3.11: Cena 3 – Situação problema do especialista André



FONTE: O AUTOR

Caso o jogador escolha as opções (1) ou (2) aparecerá a seguinte mensagem numa imagem na tela.

– Ops! Na verdade, dependerá da posição dos pontos. Se eles forem colineares, existirá, observe a imagem 1, mas se não forem colineares, não existirá, uma única reta, observe a imagem 2. Abra o baú azul, lá possui uma informação muito importante para você!

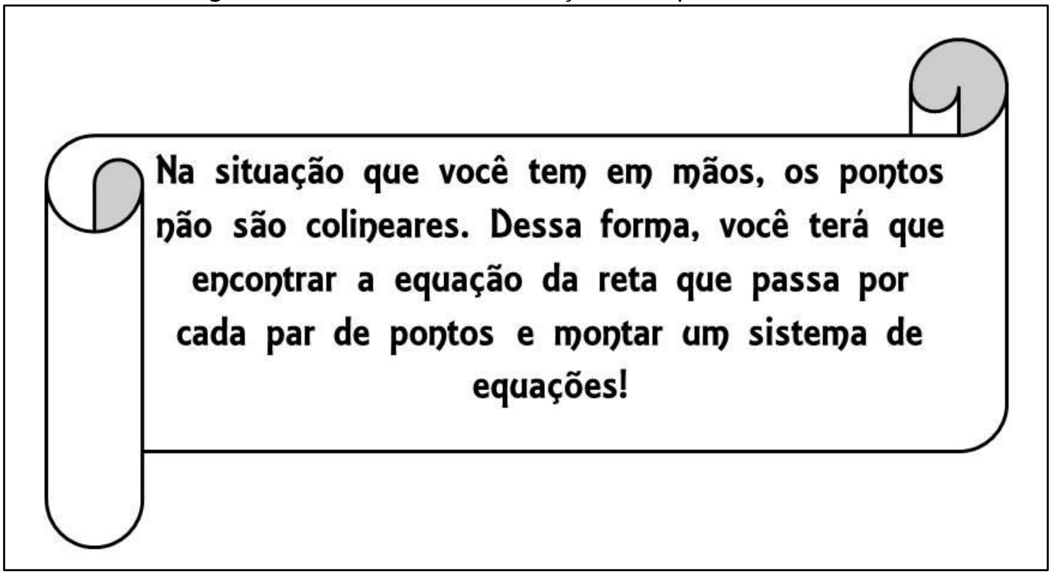
Caso o jogador escolha a opção (3) aparecerá a seguinte mensagem numa imagem na tela.

– Exatamente, vai depender da posição dos pontos! Se eles forem colineares, vai existir uma única reta. Caso contrário não existirá! Abra o baú azul, lá possui uma informação muito importante para você!

Ao interagir com o baú o jogador receberá a seguinte informação:

Na situação que você tem em mãos, os pontos não são colineares. Dessa forma, você terá que encontrar a equação da reta que passa por cada ponto e montar um sistema de equações! (Figura 3.12).

Figura 3.12: Dica dada na situação do especialista André



FONTE: O AUTOR

Ao finalizar essa primeira situação ele retornará para a sala de Marcos (Cena 2), onde Marcos lhe dirá:

– Observo que você captou um dos primeiros conceitos e recebeu uma excelente dica. Continue assim, preste bastante atenção!

Após esse breve diálogo o jogador será transportado para outra sala.

Cena 4: Ao chegar nesse espaço ele encontrará uma especialista chamada Maria (Figura 3.13), que mesmo cheia de fé, adora resolver uma equação, pois às vezes ela precisa ver para crer. Essa personagem proporá a seguinte situação para o jogador:

Figura 3.13: Cena 4 – Especialista Maria

FONTE: O AUTOR

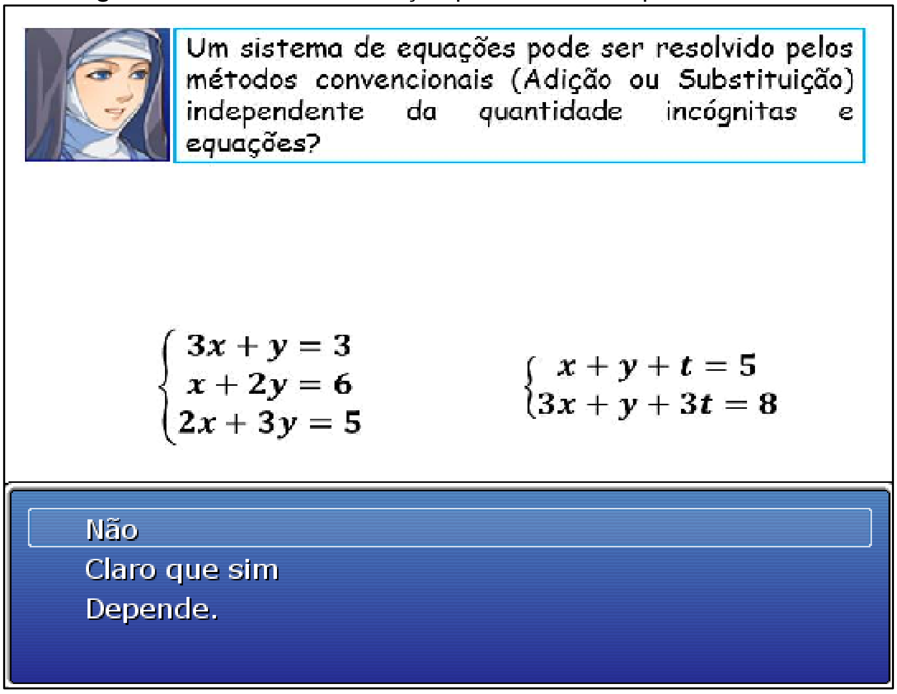
– Vejamos como posso ajudar você a resolver o problema, Diga-me se for capaz...

(Aparecerá uma imagem na tela, Figura 3.14, com a pergunta seguida das alternativas)

– Um sistema de equações pode ser resolvido pelos métodos convencionais (Adição ou Substituição) independente da quantidade incógnitas e equações?

Alternativas: (1) Não (2) Claro que sim (3) Depende.

Figura 3.14: Cena 3 – Situação problema da Especialista Maria



FONTE: O AUTOR

Caso o jogador escolha as alternativas (1) ou (2), aparecerá a seguinte mensagem:

– Xii... Atenção! Isso Depende.

– Depende da quantidade de incógnitas e equações. Se forem iguais, tem solução e usamos os métodos convencionais.

– Caso a quantidade de incógnitas seja maior que a de equações ou vice-versa, a solução seguirá uma maneira particular. Abra aquele baú amarelo, lá tem uma dica para você.

Caso o jogador escolha a opção (3) aparecerá a seguinte mensagem:

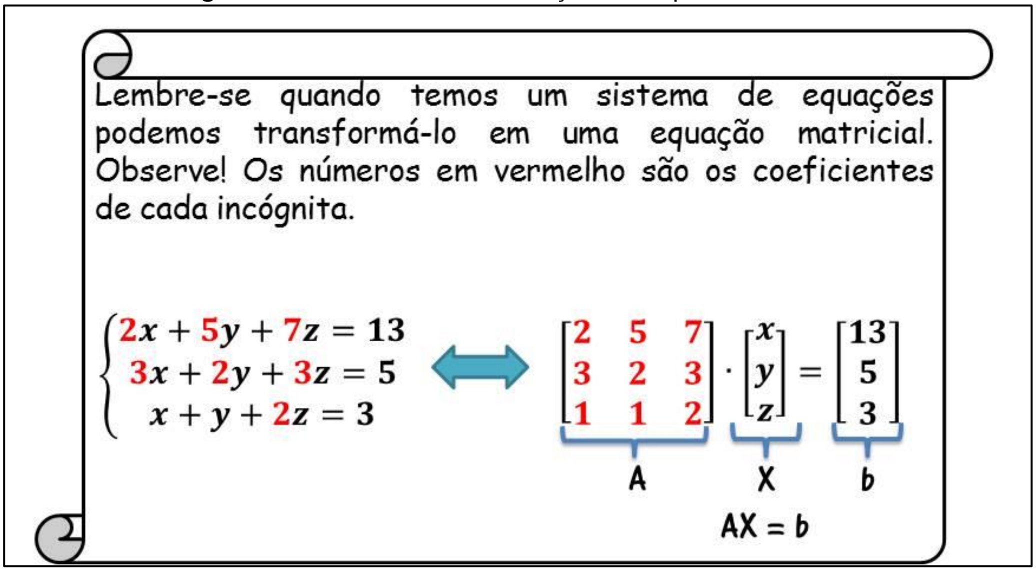
– Corretíssimo! Vai depender da quantidade de Incógnitas e equações. Se forem iguais, resolveremos com o método que acharmos melhor.

– Mas, se forem diferentes existe uma forma particular de resolver. Abra aquele baú amarelo, lá tem uma dica para você.

Ao interagir com o baú amarelo aparecerá a seguinte mensagem numa imagem:

Lembre-se quando temos um sistema de equações podemos transformá-lo em uma equação matricial. Observe! Os números em vermelho são os coeficientes de cada incógnita. (Figura 3.15)

Figura 3.15: Dica dada na situação da Especialista Maria



FONTE: O AUTOR

Ao finalizar essa situação ele retornará a sala do especialista Marcos (Cena 2) que lhe falará:

– Vejo que você está avançando, muito bem! Continue atento a todas as informações.

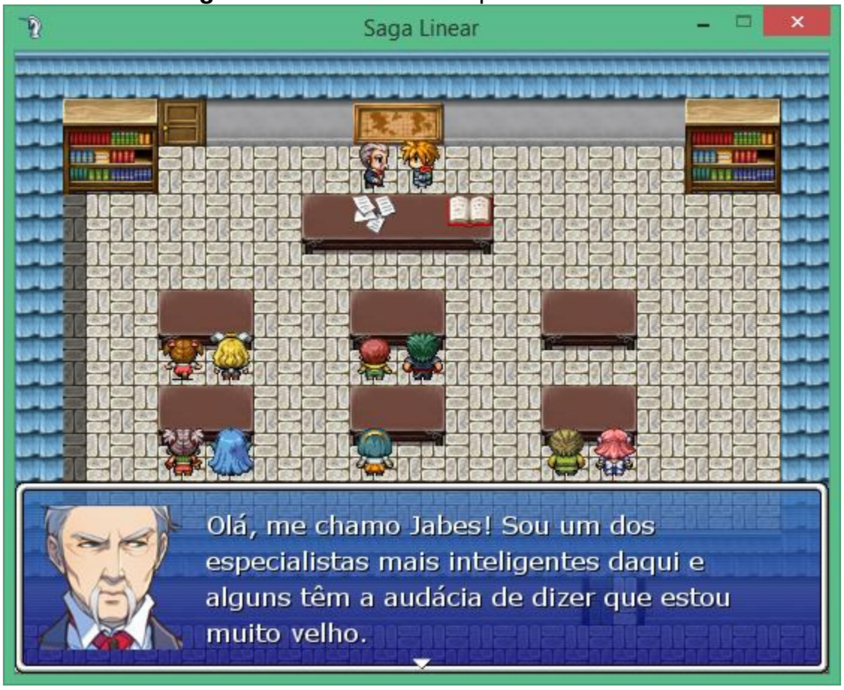
– Agora você encontrará com um dos especialistas mais velhos que temos por aqui. Mais velho e mais sábio!

– Ele lhe dará uma das principais chaves do que você precisa saber para resolver o problema.

Acabando o diálogo o jogador será teletransportado para última situação.

Cena 5: Nessa ultima cena (Figura 3.16), o jogador encontrará com Jabes um dos mais velhos e inteligentes especialistas que existe. Ele consegue resolver um problema matemático em segundos que lhe falará:

Figura 3.16: Cena 5 – Especialista Jabes

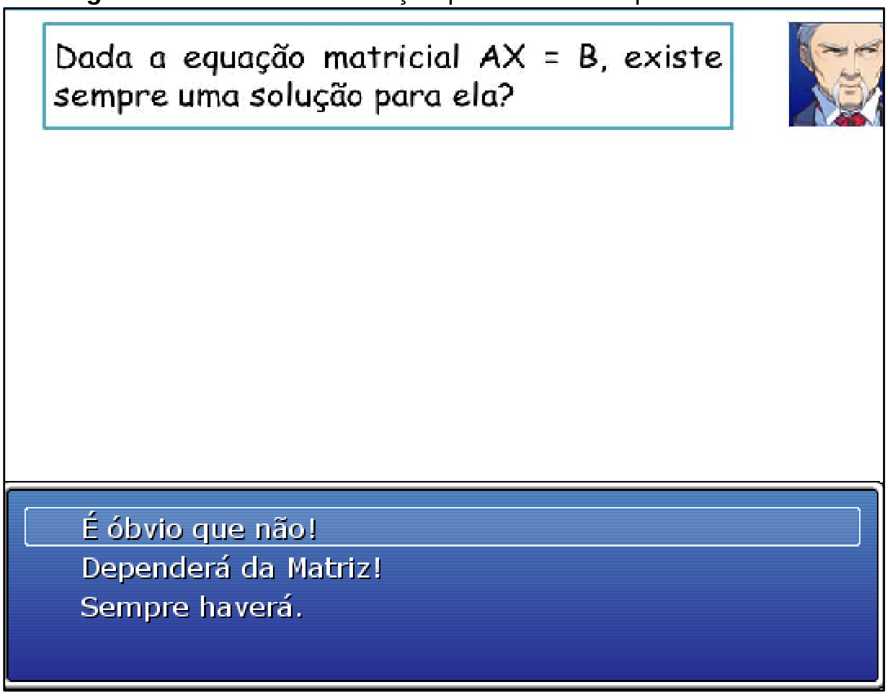


FONTE: O AUTOR

– Fui informado que você visitou alguns colegas meus e aprendeu vários conceitos. Espero que consiga responder a seguinte questão!

(Aparecerá uma imagem na tela, Figura 3.17, com a pergunta seguida das alternativas)

Figura 3.17: Cena 5 – Situação-problema da Especialista Jabes



FONTE: O AUTOR

– Dada a equação matricial Ax = B, existe sempre uma solução para ela?

Alternativas: (1) É obvio que não! (2) Depende da Matriz! (3) Sempre haverá!

Se o jogador escolher (1) ou (3), aparecerá a seguinte mensagem:

– Depende! De algumas características da matriz A. Em especial, precisamos conhecer a matriz transposta da A, normalmente denotada por A^T.

– Abra o baú vermelho tenho uma informação crucial para você!

Se o aluno responder (2), apresentar a seguinte mensagem:

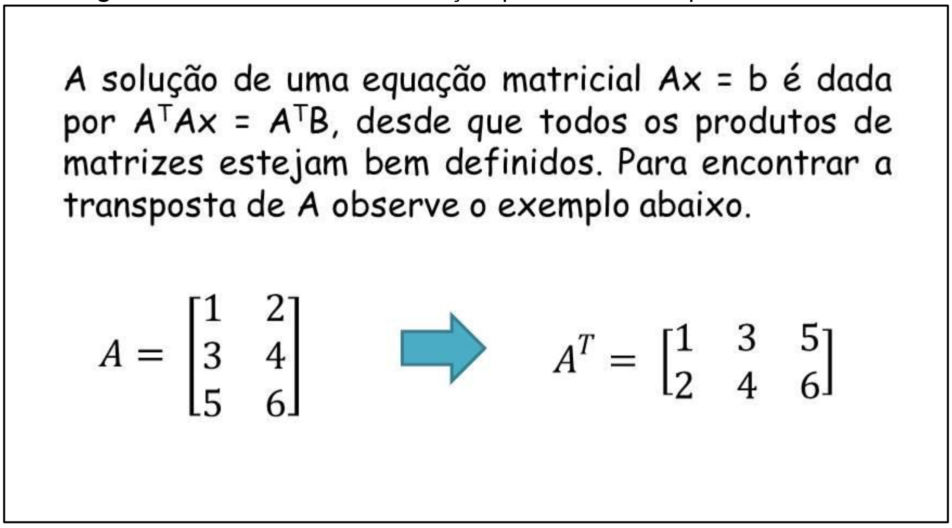
Isso mesmo! Depende de algumas características da matriz A. Em especial, precisamos conhecer a matriz transposta da A, normalmente denotada por A^T.

– Abra o baú vermelho tenho uma informação crucial para você!

Ao interagir com o baú aparecerá a seguinte mensagem numa imagem:

A solução de uma equação matricial Ax = b é dada por $A^T A x = A^T B$, desde que todos os produtos de matrizes estejam bem definidos. Para encontrar a transposta de A, observe abaixo (estará na imagem, o processo para encontrar a transposta), Figura 3.18.

Figura 3.18: Dica dada na situação-problema do Especialista Jabes



FONTE: O AUTOR

Daí o jogador voltará para a sala onde se encontra o Especialista Marcos e haverá o seguinte diálogo:

Mensagem automática do jogador:

– Olá, muito obrigado! Procurei os especialistas e aprendi bastante com os conhecimentos que eles me passaram. Acho que agora estou pronto para resolver o problema do Governador!

Personagem Marcos responde:

– Muito bem... fico feliz de ter ajudado. Tenho ainda uma dica a mais: após encontrar as soluções para o problema das metas observadas e as metas projetadas, compare as equações. Boa Sorte!

Fim de jogo!

3.4. CATEGORIAS DE ANÁLISE DE DADOS

No contexto da nossa pesquisa e refletindo sobre o processo de análise de dados, decidimos por criar categorias com o intuito de apresentar os dados coletados via observação, entrevista e as respostas dadas á atividade de modelagem. Com relação a essas categorias, nos ancoramos à Fiorentini e Lorenzato (2007) que apontam essas categorias como um procedimento de classificação das informações, destacando elementos que devem ser considerados pelo pesquisador. Os autores afirmam que as categorias podem ser definidas em três tipos:

> (1) Definidas a priori, quando o pesquisador vai a campo com categorias previamente estabelecidas, podendo ser ou não provenientes da literatura; (2) emergentes, quando são obtidas, mediante um processo interpretativo, diretamente do material de campo; (3) ou mistas, quando o pesquisador obtém as características a partir de um confronto entre o que diz a literatura e o que encontra nos registros de campo. (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 135)

Optamos por utilizar o segundo tipo apontado por Fiorentini e Lorenzato (2007), categorias emergentes, pois antes do processo de coleta de dados não tínhamos conhecimento sobre o tipo de dado que teríamos em mãos para analisar. Dito isso temos as seguintes categorias de análise apresentadas no Quadro 3.4.1 que segue:

Quadro 3.1: Categorias de Análise de Dados

	CATERGORIAS	CARACTERÍSTICAS
PRÉ- JOGO	Estudantes que buscaram uma solução matemática à situação-problema	Apresentação de um raciocínio que justificando a resposta apresentada
	Estudantes que não buscaram apresentar uma solução matemática a situação-problema	Ausência de raciocínio para justificar a resposta apresentada
PÓS JOGO	Estudantes que utilizaram as pílulas de forma adequada;	Atenção a todas as dicas (pílulas do conhecimento) que permeavam cada situação dentro do jogo: Estabeleceu uma relação funcional entre o ano e a nota do IDEB e montou um sistema de equações; Reconheceu a equação matricial $Ax = B$; Calculou a transposta da matriz A, ou seja, A^T; Para encontrar a reta que melhor se ajusta ao conjunto de pontos dado, ele usou a fórmula $A^T A\bar{x} = A^T B$. Igualou as funções para encontrar o ponto comum as duas.
	Estudantes que utilizaram as pílulas parcialmente	Falta de atenção para as dicas presentes no jogo, porém apresentou uma resposta a situação.
	Estudantes que utilizaram as pílulas de forma inadequada.	Mal uso das dicas que foram dadas no jogo.

FONTE: O AUTOR

No próximo capítulo discutiremos e analisaremos os dados coletados aqui em consonância com as categorias que elencamos acima, buscando responder a nossa questão de pesquisa.

4.ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

O presente capítulo se refere à discussão e análise dos dados que foram coletados durante a pesquisa. Aqui apresentamos as respostas que foram dadas pelos estudantes nos dois momentos que eles tiveram contato com a atividade de modelagem. Além disso, evidenciamos quando possível a forma que o jogo digital ajudou na resolução do problema proposto.

4.1. ANÁLISE DAS RESPOSTAS DADAS A ATIVIDADE DE MODELAGEM ANTES DO CONTATO COM O JOGO DIGITAL (PRÉ-JOGO)

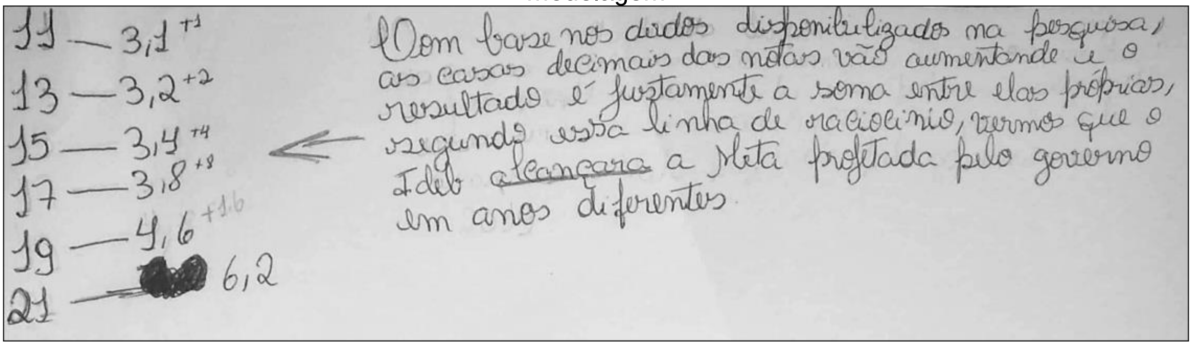
Com base no nosso processo de intervenção, primeiro os estudantes tiveram contato apenas com a atividade de modelagem matemática, elaborada de acordo o Caso 01 de Barbosa (2001), ou seja, nós apresentamos a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, e os alunos apenas se responsabilizaram pelo processo de resolução da atividade, em conformidade com o que esse autor propõe na sua concepção de modelagem.

Inicialmente discutimos com os estudantes sobre o IDEB, tomando como referência o texto-base presente na atividade. Vale destacar que os estudantes expuseram que nunca ouviram falar sobre esse índice, mas destacaram já terem respondido nas escolas avaliações diferentes que provavelmente seriam a Prova Brasil e/ou a Prova do Sistema de Avaliação da Educação Básica – Saeb. A partir daí, eles partiram em busca de uma resposta para o problema apresentado na atividade de modelagem.

Com o olhar voltado para as respostas que foram dadas pelos estudantes pudemos notar que sete dos oito estudantes apresentaram uma possível solução e apenas um, permaneceu com o a folha de respostas em branco. Tendo em vista que participaram dessa pesquisa oito estudantes, esses serão chamados aqui de E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7 e E8.

Na primeira categoria, Estudantes que buscaram uma solução matemática à situação-problema, composta por sete estudantes, é importante destacar que eles tiveram diferentes raciocínios que levaram a diferentes respostas e, além disso, buscaram justificar a solução encontrada, como podemos ver na Figura 4.1 que mostra a resposta apresentada pelo estudante E7. Nenhum deles apresentou algo próximo com o que apresentamos na análise *a priori.*

Figura 4.1: Resposta apresentada pelo estudante E7 a situação-problema da atividade de modelagem



FONTE: Dados da Pesquisa

Observando a resposta dada por E7, notamos que ele percebeu que existe um crescimento nas notas e adotou que o padrão de crescimento está ligado as casas decimais, conforme ele apresentou na sua justificativa:

Com base nos dados disponibilizados na pesquisa, as casas decimais das notas vão aumentando e o resultado é justamente a soma entre elas próprias, seguindo essa linha de raciocínio, vemos que o IDEB alcançará a meta projetada em anos diferentes.

Dessa forma, questionamos o que seria essa "soma com elas próprias" e E7 respondeu:

– Olha aí, em 2011 a nota foi 3,1 e 2013 foi 3,2 então para chegar nesse 3,2 é só fazer 3,1 mais 0,1 que dá 3,2. Acontece igual quando a gente olha de 2013 para 2015.

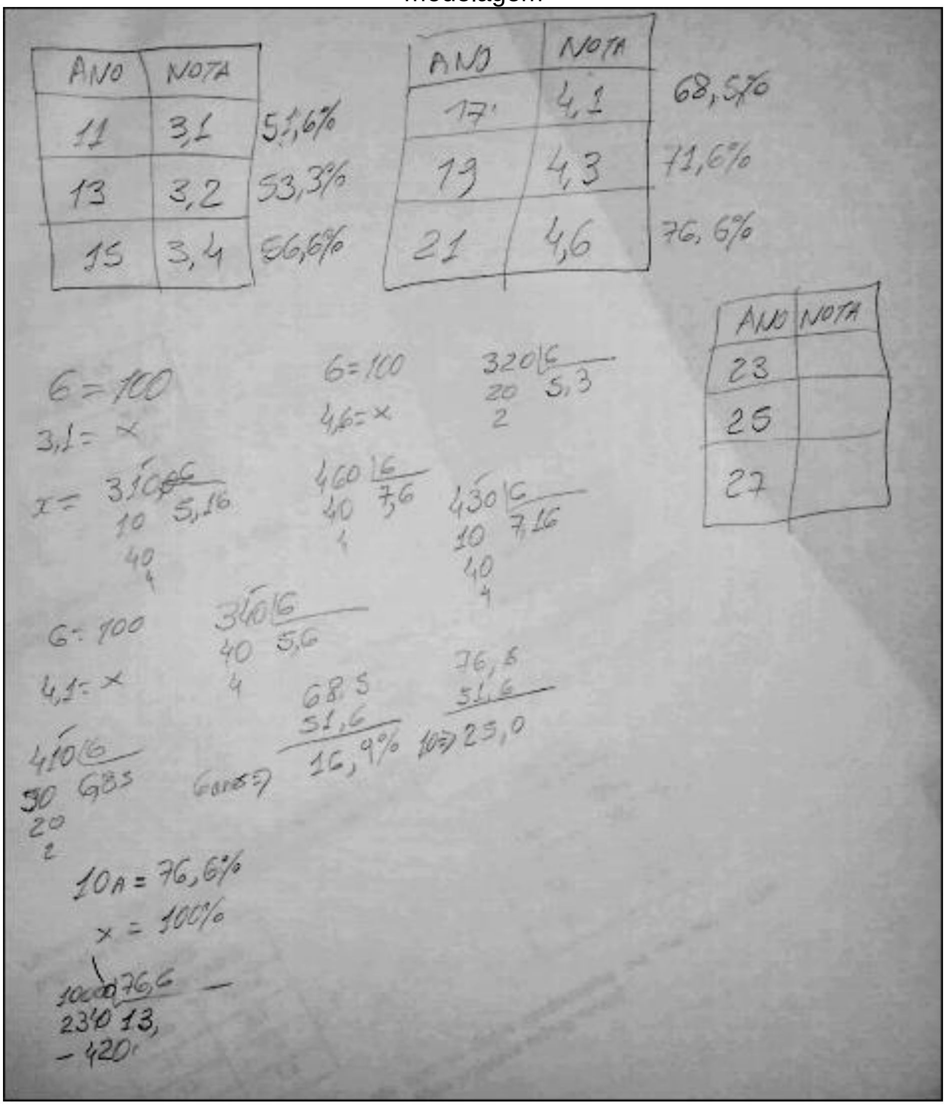
Depois questionamos a E7 o motivo que levou a afirmar que "o IDEB alcançará a meta projetada em anos diferentes" e respondeu:

– Eu pensei em seguir com os valores até ver se chegava às mesmas notas da outra tabela, mas eu vi que em 2017 não vai alcançar por que da 3,8 e na outra tabela está 4,1. Ai eu calculei 2019 e eu vi que dava 4,6 que é a nota de 2021 da outra tabela.

Notamos então que a partir do raciocínio adotado por E7, ele chegou à conclusão de que o ano em que o Ideb observado alcançaria as Metas projetadas pelo governo seria 2019. Vale destacar, que mesmo apresentando uma possível solução a situação-problema, durante o processo de resolução não houve a apresentação uma equação ou formula que representasse um modelo matemático.

Outra resposta interessante foi apresentada pelo estudante E3 que está ilustrada na Figura 4.2 a seguir:

Figura 4.2: Resposta apresentada pelo estudante E3 a situação-problema da atividade de modelagem



FONTE: Dados da Pesquisa

Esse estudante fez uso dos conhecimentos de regra de três e porcentagem para tentar apresentar uma possível solução à situação-problema. Diferente de E7, ele não buscou justificar o seu raciocínio, entretanto, solicitamos que ele explicasse a forma como respondeu:

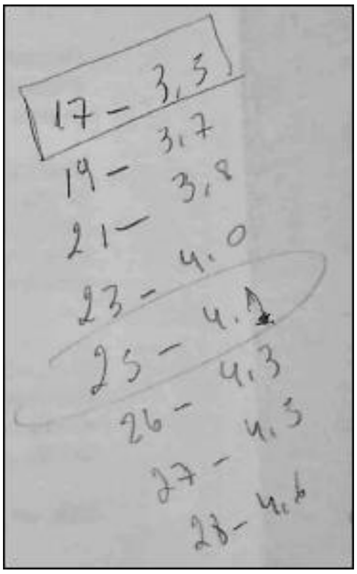
– Pelo texto, o governo quer chegar em 2022 na nota 6,0. Então eu fui ver a porcentagem de cada nota com relação a esse 6,0.

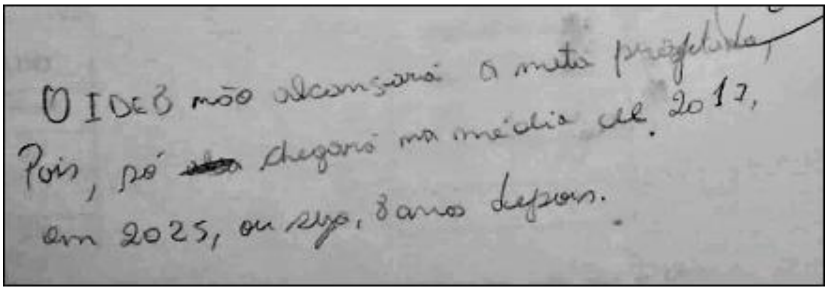
Questionamos então sobre que ano então o Ideb iria alcançar a meta projetada e E3 nos respondeu:

– Com os dados que estão aqui eu calculei que se em 10 anos eles vão chegar a aproximadamente 76,6% da nota 6,0 em quanto tempo eles chegarão ao 6,0. Aí fiz uma regra de três que dá 13 e fração. Então o Ideb só vai conseguir alcançar a meta uns 14 anos depois, em 2025.

Dentre o grupo de estudantes que compõem essa categoria, destacamos também a resposta de E1 que diferentemente dos demais, chegou à conclusão de que o Ideb não alcançaria as Metas do governo, observemos a Figura 4.3 que segue:

Figura 4.3: Resposta apresentada pelo estudante E1 a situação-problema da atividade de modelagem





FONTE: Dados da Pesquisa

Ao questionarmos sobre a forma como pensou com relação a situação-problema, E1 disse:

– Tentei dar continuidade a primeira tabela para ver se alcançava as notas da segunda.

Solicitamos que ele explicasse melhor o seu raciocínio e ele falou:

– Olha... A nota de 2011 para 2013 aumentou 0,1. A nota de 2013 para 2015 aumentou 0,2. Então, é fato de que de 2015 para 2017 a nota pode aumentará 0,1 e foi assim que eu segui.

Dessa forma, E1 chegou à conclusão de que o Ideb não irá alcançar a meta do governo e justificou:

"O Ideb não alcançará a meta projetada, pois, só chegará na média de 2017 em 2025, ou seja, 8 anos depois".

Assim como E7, E3 e E1 também não apresentaram nenhum tipo de equação ou fórmula que representasse um modelo matemático. É importante ressaltar que essa não foi uma característica exclusiva desses três estudantes, mas, de todos os que participaram da nossa pesquisa.

Na segunda categoria, Estudantes que não buscaram apresentar uma solução matemática a situação-problema, composta apenas por um estudantes, se encaixou aquele que deixou a folha de respostas em branco. Porém, durante a socialização e discussão das respostas que os estudantes apresentaram, E8 ao ser questionado se havia pensado sobre a situação-problema respondeu:

– Nunca vai alcançar. Existem várias coisas que estão em jogo já que o Ideb mede a aprendizagem, em um ano as crianças podem aprender mais e no outro menos e isso afetar na nota.

Durante a socialização das respostas, E8 foi o estudante que não concordou com o fato dos seus colegas terem realizados cálculos para responder a situação-problema.

Finalizado o primeiro momento de intervenção, partimos para o segundo momento o qual os estudantes tiveram contato com o jogo digital Saga Linear, apresentado como suporte à atividade de modelagem e retomaram a situação-problema.

4.2. ANÁLISE DAS RESPOSTAS DADAS A ATIVIDADE DE MODELAGEM APÓS O CONTATO COM O JOGO DIGITAL (PÓS-JOGO)

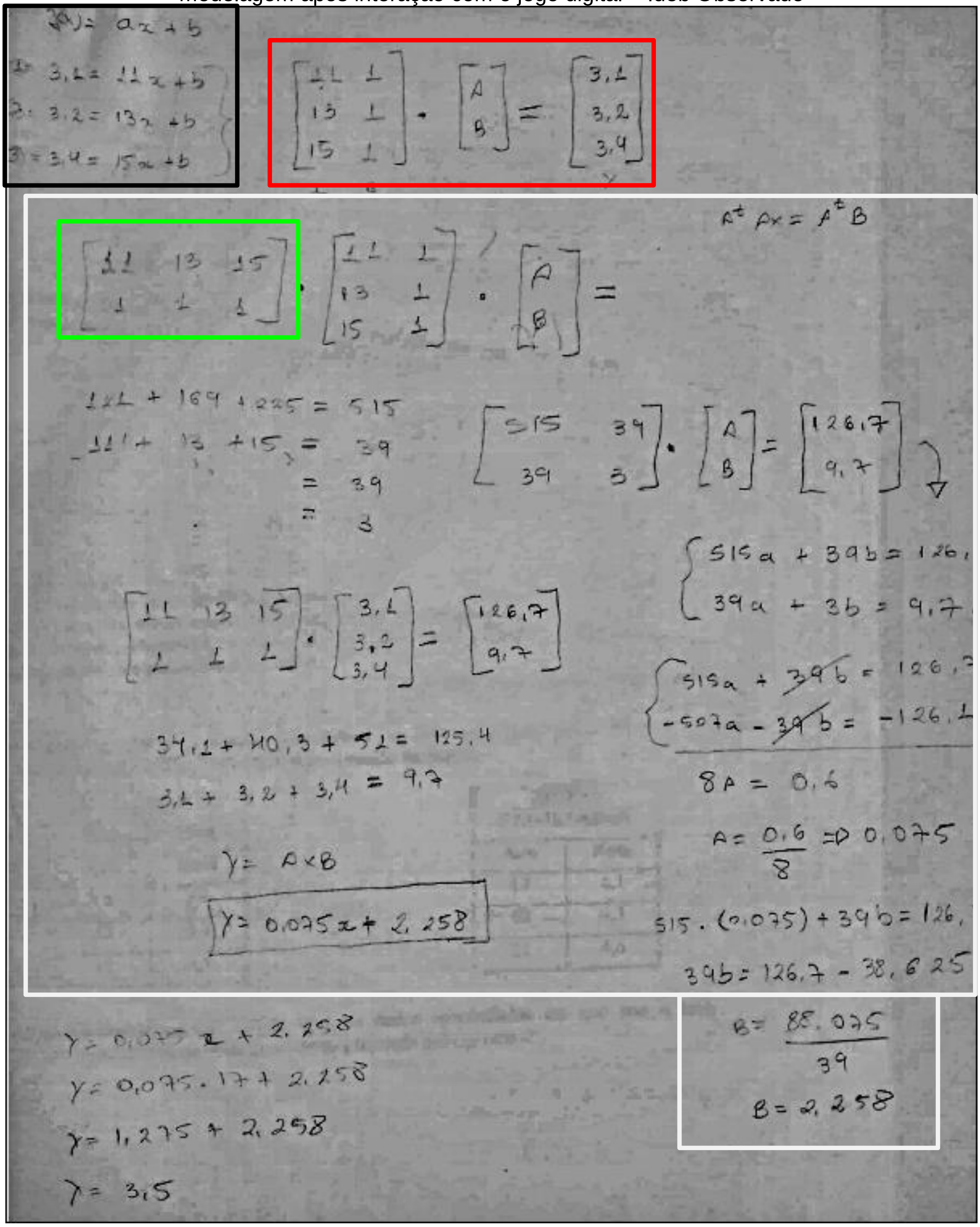
Após o primeiro contato com a atividade de modelagem envolvendo o Ideb da Bahia, no encontro seguinte possibilitamos aos estudantes a interação com o jogo digital

Saga Linear. Nesse momento, foi disponibilizado para cada estudante um computador para que eles pudessem jogar. Além disso, vale destacar que tanto no primeiro momento da pesquisa, quanto neste não proibimos o diálogo entre os indivíduos. Com relação ao tempo de interação com o jogo digital, não estipulamos um tempo mínimo ou máximo, deixamos que os estudantes manipulassem e interagissem no ambiente o tempo que quisessem.

Posterior à interação, entregamos novamente aos estudantes a atividade de modelagem para que eles retomassem a situação-problema e realizassem a resolução. Assim como na análise inicial, permanecemos chamando nossos estudantes de E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7 e E8.

Na primeira categoria, Estudantes que utilizaram as pílulas de forma adequada, composta por cinco indivíduos, têm àqueles que se atentaram a todas as dicas e fizeram uso das pílulas do conhecimento que permeavam cada situação dentro do jogo. A seguir temos na Figura 4.4 a resposta dada pelo estudante E6:

Figura 4.4: Resposta apresentada pelo estudante E6 a situação-problema da atividade de modelagem após interação com o jogo digital – Ideb Observado



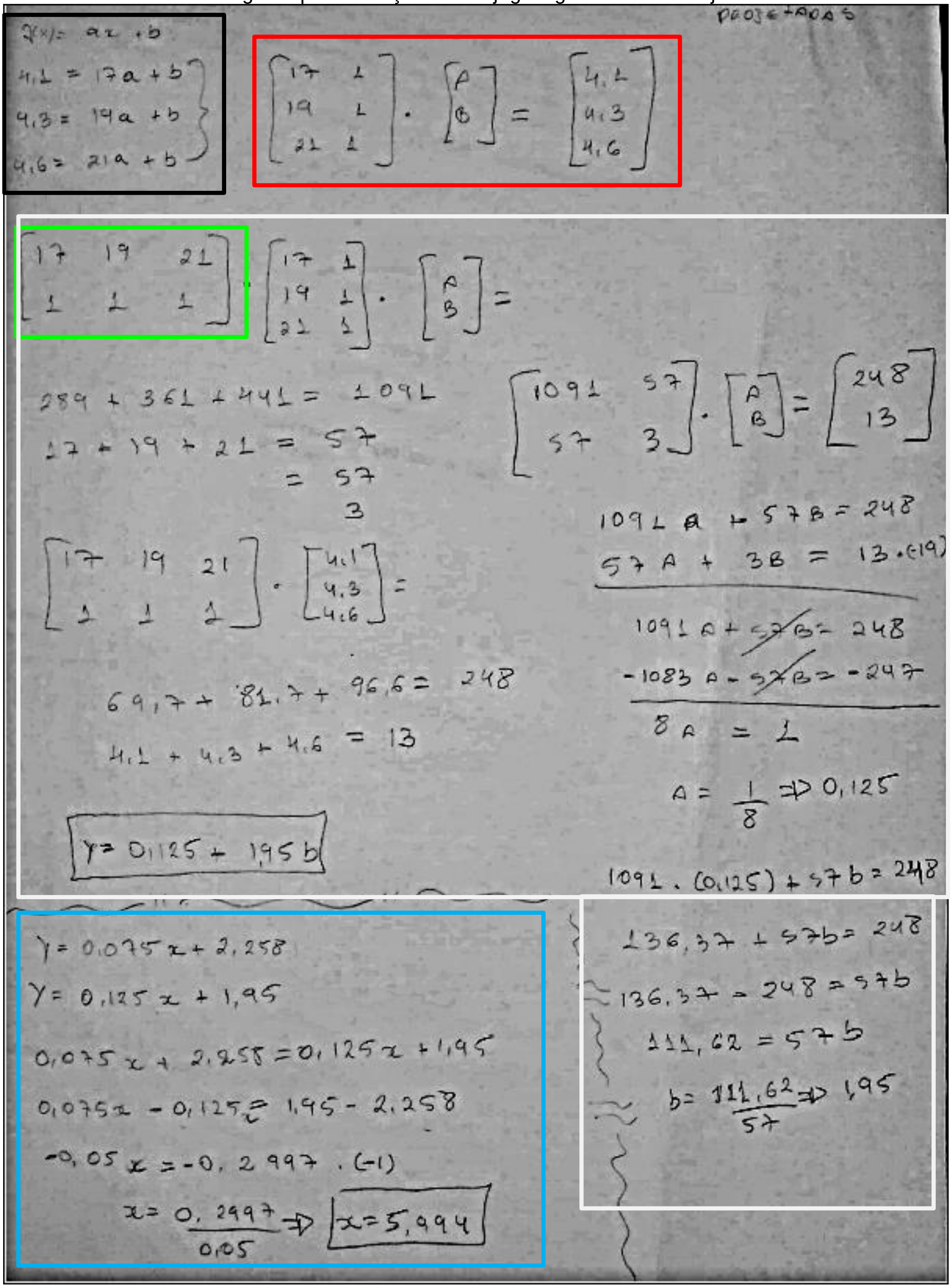
FONTE: Dados da Pesquisa

Podemos observar que inicialmente E6 trabalhou com dados referentes ao Ideb Observado. Notamos que ele seguiu o processo de resolução conforme as dicas apresentadas a partir das pílulas do conhecimento presentes no jogo, e destacado na Figura 4.4, onde o retângulo preto mostra que o estudante estabeleceu uma relação funcional entre o ano e as notas do IDEB; o retângulo vermelho mostra que ele identificou a equação matricial $AX = B$; Calculou a matriz transposta, retângulo verde; e por fim, retângulos brancos, fez uso da equação $A^T A\bar{x} = A^T B$.

Após seguir as dicas dadas no jogo através das pílulas de conhecimento esse estudante chegou apresentou o seguinte modelo matemático, $y = 0{,}075x + 2{,}258$, que melhor representa os dados que foram apresentados com relação ao Ideb Observado.

Analogamente para as Metas Projetadas, E6 seguiu o mesmo raciocínio como podemos ver na Figura 4.5 a baixo:

Figura 4.5: Resposta apresentada pelo estudante E6 a situação-problema da atividade de modelagem após interação com o jogo digital – Metas Projetadas



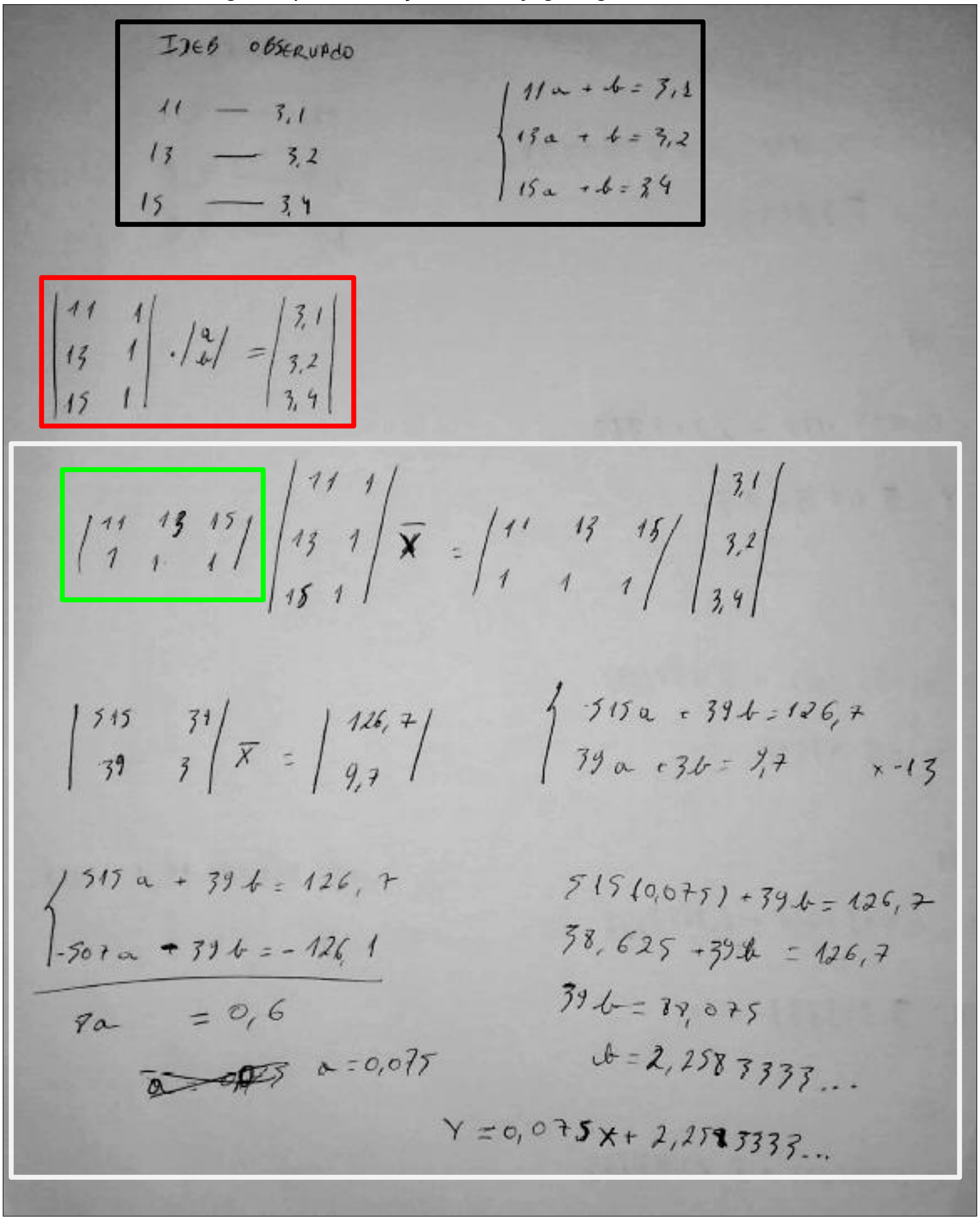
FONTE: Dados da Pesquisa

Da mesma forma que para o IDEB Observado, E6 também apresentou um modelo matemático que melhor representa as Metas projetadas, a saber, $y = 0{,}125x + 1{,}95$, a partir das dicas apresentadas a partir das pílulas do conhecimento, vale ressaltar que as legendas referentes as cores dos retângulos são as mesmas já descritas anterior mesmo. É importante deixar claro, que os modelos matemáticos encontrados por E6 são iguais aos que foram encontrados pelos outros estudantes que compõe essa categoria.

Por fim, a última dica dada no final do jogo dizia que o estudante deveria igualar as equações encontradas. É possível perceber ainda na Figura 4.5 que E6 fez uso dessa dica, destacada pelo retângulo azul, e encontrou como resposta final $x = 5{,}994$.

A segunda categoria, Estudantes que utilizaram as pílulas parcialmente, foi composta por dois estudantes, temos aqueles que não se atentaram a todas as dicas dadas no jogo, mas que propuseram uma resposta à situação-problema. Observemos a Figura 4.6 referente a resposta dada pelo estudante E8:

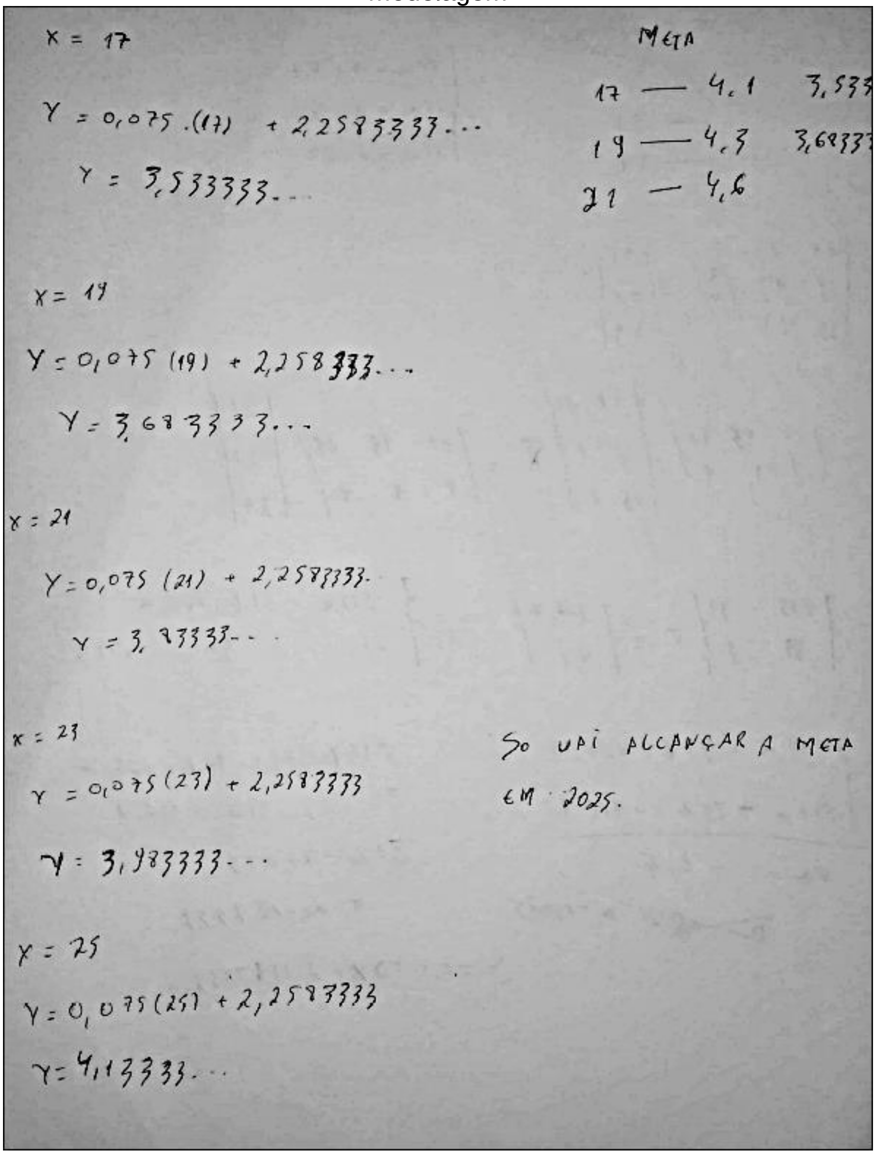
Figura 4.6: Resposta apresentada pelo estudante E8 a situação-problema da atividade de modelagem após interação com o jogo digital – Ideb observado



FONTE: Dados da Pesquisa

Assim como E6, E8 também iniciou sua resolução a partir do Ideb Observado, seguindo as dicas dadas no jogo, já mencionadas anteriormente e destacadas pelos retângulos coloridos. Esse estudante também apresentou o seguinte modelo matemático, $y = 0{,}075x + 2{,}258$, referente ao Ideb Observado. Porém, em busca de apresentar uma solução para a situação-problema esse estudante teve o seguinte raciocínio apresentado na Figura 4.7 a seguir:

Figura 4.7: Raciocínio usado pelo estudante E8 para responder a situação-problema da atividade de modelagem

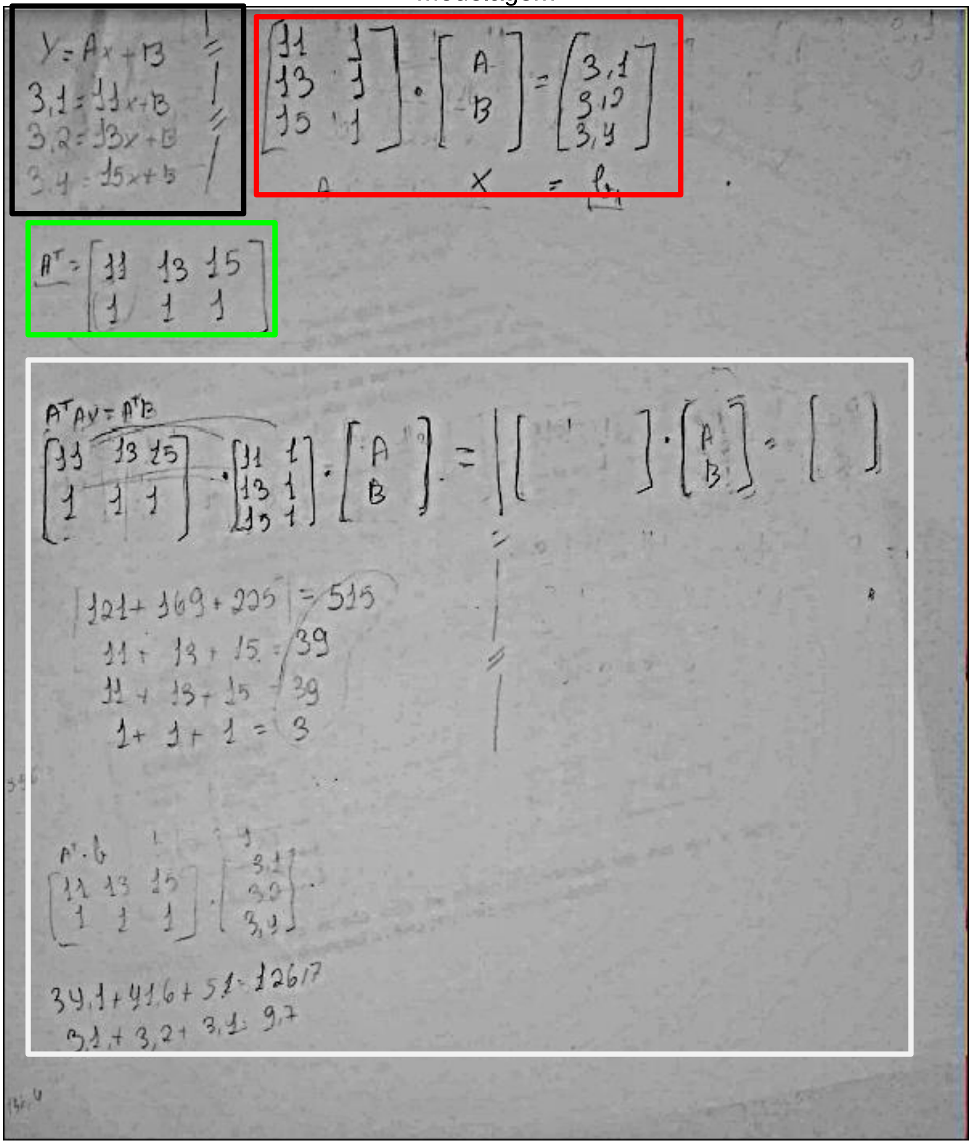


FONTE: Dados da Pesquisa

Esse estudante, ao invés de repetir o procedimento usado para o Ideb Observado, ele ficou supondo valores para x, até que coincidisse com alguma nota da tabela referente às Metas Projetadas. Com isso, ele chegou a conclusão de que o Ideb só vai alcançar a meta em 2025.

Na terceira categoria, Estudantes que utilizaram as pílulas de forma inadequada, temos o caso do estudante E7, que podemos observar na Figura 4.8:

Figura 4.8: Raciocínio usado pelo estudante E2 para responder a situação-problema da atividade de modelagem



FONTE: Dados da Pesquisa

Esse estudante, mesmo fazendo uso das três primeiras dicas:

Não apresentou uma resposta para a situação-problema. Ao ser questionado sobre o porquê disso respondeu que:

– Achei que os cálculos não fazia sentido por isso que eu parei.

Ao iniciarmos a discussão das respostas encontradas pelos estudantes, foi um momento bastante desconfortável, pois, eles achavam que o ano a ser encontrado seria um tanto distante, mas os cálculos mostraram que o ano em que o Ideb Já vinha alcançado a meta em aproximadamente 2006, já que o valor de x encontrado foi $x = 5{,}994$. Daí o estudante E2 disse:

– O ano era para ser pelo menos 2007 porque foi quando começou a medir.

Outros estudantes mostraram concordar com o que foi dito por E2, uma vez que essa foi uma informação presente no texto-base da atividade de modelagem. Então questionamos:

– E vocês sabem qual a meta que se tinha para o ano de 2007? Na atividade foram apresentados os dados de 2011 a 2015 e de 2017 a 2021

– O jeito então é pesquisar – Disse E1.

Demos então liberdade para que eles pudessem pesquisar sobre isso de forma a validar a resposta que foi encontrada por eles. Dessa forma, eles visitaram o site do INEP e perceberam que de fato o valor de x encontrado fazia sentido para a situação-problema, pois o Ideb da Bahia vem sendo alcançado desde o momento em que começou a ser mensurado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como objetivo investigar como o uso de um jogo digital pode contribuir no processo de solução de uma situação-problema, desenvolvida sob a ótica da modelagem matemática, envolvendo regressão linear. Para tanto, desenvolvemos uma atividade de modelagem matemática, abordando regressão linear, usando os dados do Ideb da Bahia e construímos um jogo digital para ser suporte a essa atividade.

Referente à metodologia utilizada para encaminhar todos os processos de pesquisa, acreditamos que foi suficiente, uma vez que, conseguimos alcançar os nossos objetivos. A escolha por seguir a concepção de Barbosa (2001) para desenvolver a atividade de modelagem matemática foi chave na pesquisa, pois nos possibilitou trabalhar com uma situação-problema real, num espaço de tempo curto.

De acordo com os dados coletados durante a investigação, pudemos perceber que o jogo digital Saga Linear mostrou-se eficiente enquanto suporte a atividade de modelagem que usamos nessa pesquisa, pois o avanço nas respostas dadas pelos estudantes após a interação com ele foi notório, mesmo nos casos em que os estudantes não seguiram a contento todas as dicas apresentadas. Além disso, é importante destacar que foi a primeira vez que os estudantes, sujeitos da pesquisa, tiveram contato com um jogo digital objetivando tratar de algum conteúdo disciplinar, que no nosso contexto foi um conteúdo matemático.

De certo, acreditamos que essa proposta de pesquisa abre horizontes para o desenvolvimento de tantas outras. Ao buscar pesquisas que tivessem uma dimensão parecida ou próxima a essa, foi possível perceber a importância de se realizar um trabalho desse porte, principalmente por unir tendências da Educação Matemática que pouco se “misturam” na literatura.

Diante disso, vale destacar da importância desse trabalho não somente para o âmbito científico da Educação Matemática, mas também, no nosso processo de formação, pois, nos propomos a desenvolver uma mídia, jogo digital, que é pouco ou nada utilizado em contextos educativos, mas que tem sido foco de muitos pesquisadores.

Por fim, como propostas de pesquisa, elencamos as seguintes ideias:

- A replicação dessa pesquisa em outros contextos como o terceiro ano do ensino médio;
- A construção de um jogo digital envolvendo modelagem matemática, mas nesse caso, o jogo se apresentando enquanto um modelo;
- Elaboração de outros jogos digitais que possam ser suporte, não a atividades específicas, mas a aula de matemática em sim. Em que o estudante possa interagir com essa mídia, para estudar sobre determinado conteúdo.

REFERÊNCIAS

ABREU, P. H. B. **Games e Educação:** potência de aprendizagem em Nativos Digitais. 2012. 142 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

ALVES, L. Relações entre os jogos digitais e aprendizagem: delineando percurso. **Educação, Formação & Tecnologias**. v. 1, n. 2. Novembro, 2008.

ALVES, L.; FUENTES, L.; JULIANO, M. Avaliação Heurística como método potencial para avaliar a eficiência de um jogo educativo. In: ALVES, L. (Org.). **Games e suas interfaces.** Santo Tirso: Whitebooks, 2015. Cap. 2. p. 31-52.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática:** concepções e experiências de futuros professores. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, UNESP. 250 f. Rio Claro - SP, 2001.

____________. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3 ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Editora Contexto, 2005.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto, Portugal: Porto, 1994.

BOLDRINI, J. L. *et al*. **Álgebra Linear.** 3. ed. São Paulo: editora Harbra, 1980.

BRAGA, A. F. R. R. **O uso integrado de Recursos Manipulativos digitais e não-digitais para o ensino-aprendizagem de geometria.**2013. 114 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

BRASIL. Secretaria do Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**: 5ª a 8ª séries. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_______. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio** - Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias – 1ª a 3ª séries. v. 2. Brasília: MEC/SEB, 2006.

CARVALHO, C. H. S. **Jogos digitais e o ensino de matemática a partir dos estilos de aprendizagem de Felder.** 2016. 98 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de

Pós-graduação em Ciências e Tecnologias da Educação, Instituto Federal Sul-rio-grandense, Pelotas, 2016.

DANTE, L.R. **Matemática:** contexto e aplicações - 1º ano (Ensino Médio). 2 ed. São Paulo: Ática, 2013.

DANTE, L.R. **Matemática:** contexto e aplicações - 2º ano (Ensino Médio). 2 ed. São Paulo: Ática, 2016.

DINIZ, L. N. **O Papel das Tecnologias da Informação e Comunicação nos Projetos de Modelagem Matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, UNESP. 131 f. Rio Claro - SP, 2007.

FAINGUELERNT, E. K; NUNES, K. R. A. **Matemática:** Práticas Pedagógicas. Porto Alegre: Penso, 2012. 158 p.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática.** 2. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2007.

FEIJÓ, R. O. **O uso de Role Playing Games como recurso pedagógico nas aulas de matemática.** 2014. 216 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

FERNANDES, L.D; VALENCIANO R. A; BARANAUSKAS, M.C. C. Jogos Computacionais no Processo de Formação Profissional: o design de A Caça ao Tesouro. In: Congresso RIBIE, 9., 1998, Brasília. **Anais...** Brasília, 1998.

FONSECA, R. C. **Matemática se aprende brincando?:** Jogos eletrônicos como uma possibilidade de Ensino. 2007. 80 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação, Universidade Metodista de São Paulo, São Bernardo do Campo, 2007.

FURTADO, A. B. **Avaliação do Uso de Tecnologias Digitais no apoio ao processo de modelagem matemática.** 2014. 186 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.

GEE, J. P. **Bons Videojogos + Boa Aprendizagem**: Colectânea de Ensaios sobre os Videojogos, a Aprendizagem e a Literacia. Tradução de: Maria de Lemos Teixeira. Portugal: Edições Pedago, 2010.

GÓES, L. E. S. **Cidade de Primeiro Grau:** Um jogo digital de RPG para o ensino de função afim. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, UFRB. 61 f. Amargosa - BA, 2016.

GONÇALVES FILHO, L. **Modelagem Matemática e o ensino de função do primeiro grau**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP. 140 f. São Paulo, 2011.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens**: O jogo como elemento da cultura. Tradução de: João Paulo Monteiro. 8. ed. São Paulo: Perspectiva, 2014.

HUG, T. Microlearning: A New Pedagogical Challenge. In: HUG, T; LINDNER, M; BRUCK, P. A. (Org.). **Microlearning:** Emerging Concepts, Practices and Tecnologies after e-Learning**.** 2006. Cap. 1. p. 7-12.

LANZA, H. H; BARREIRA, I. P. B; MENDES, M. I. P. **Um novo conceito de Pílulas do Conhecimento.** 2006.

LEON, S. J. **Álgebra Linear com aplicação**. Tradução e Revisão: Sergio Roberto Taboada. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

MARCONI, M. A; LAKATOS, E. M. Fundamentos da Metodologia Científica. 5ª ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MAGNANI, L. H. Por dentro do jogo: videogames e formação de sujeitos críticos. **Trabalhos em linguística aplicada**. v. 46, n. 1, 2007.

MARINHO, Fernando Celso Villar. **Saberes docentes para a promoção de aprendizagem em Ciências e Matemática a partir do desenvolvimento de jogos digitais.** 2014. 367 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação em Ciências e Saúde, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

MARINELLI, M. F. **Método dos Mínimos Quadrados.** 2002. 79 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

MENEZES, R. O. **O uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.** 2016. 87 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

MOTTA, R. L.; TRIGUEIRO JUNIOR, J. Short game design document (SGDD): Documento de game design aplicado a jogos de pequeno porte e advergames Um estudo de caso do advergame Rockergirl Bikeway. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE GAMES E ENTRETENIMENTO DIGITAL, 12., 2013, São Paulo. **Anais... .** São Paulo, Sp: Sbgames, 2012. p. 115 - 121.

OSTERWEIL, S; KLOPFER, E. **Are Games All Child's Play?**. 2011. Disponível em: https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/109603. Acesso: 15 de maio de 2018

PERUCIA, A. S. BERTHÊM, A. C. BERTSCHINGER, G. L. MENEZES, R. R. C. Conceitos básicos de jogos. In: PERUCIA, Alexandre Souza et al. **Desenvolvimento de Jogos Eletrônicos**: Teoria e Prática. 2. ed. São Paulo: Novatec, 2007. Cap. 2. p. 25-41

POETA, C. D. **Concepções Metodológicas para o uso de jogos digitais educacionais nas práticas pedagógicas de Matemática no Ensino**

Fundamental. 2013. 88 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2013.

POETA, C. D.; GELLER, M. Jogos digitais educacionais: concepções metodológicas na prática pedagógica de matemática no ensino fundamental. **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA–RS**, [S.l], v. 1, n. 15, 2014.

PIRES, R. F. **O uso da modelação matemática na construção do conceito de função**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP. 167 f. São Paulo, 2009.

PRENSKY, M. **Nativos digitais, imigrantes digitais.** Tradução: Roberta de Moraes Jesus de Souza, 2001.

ROSA, M. **Role Playing Game Eletrônico:** uma tecnologia lúdica para aprender e ensinar Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, UNESP. 184 f. Rio Claro - SP, 2004.

SALANDINI, E. J. A. **A modelagem matemática na introdução do conceito de equação para alunos do sétimo ano do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP. 110 f. São Paulo, 2011.

SANTOS, W. S. **D.O.M.:** um modelo de game para a aprendizagem das Funções quadráticas no ensino médio. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional e Tecnologia industrial). Faculdade de Tecnologia SENAI-CIMATEC. 80 f. Salvador, 2014.

SOMMERVILLE, I. **Engenharia de Software**. Tradução de: André Maurício de Andrade Ribeiro. 6 ed. São Paulo: Person Addison Wesley, 2003.

SOUSA, C. A. B. **O jogo em jogo:** a contribuição dos games no processo de aprendizagem de estudantes no ensino fundamental. 2015. 156 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal do Pernambuco, Recife, 2015.

SOUZA, R. A. **A modelagem matemática como proposta de ensino e aprendizagem do conceito de função**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP. 104f. São Paulo, 2011.

SANTOS, W. S. **D.O.M.:** um modelo de game para a aprendizagem das Funções quadráticas no ensino médio. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional e Tecnologia industrial). Faculdade de Tecnologia SENAI-CIMATEC. 80 f. Salvador, 2014.

TONÉIS, C. N. **A lógica da descoberta nos jogos digitais.** Dissertação (Mestrado em Tecnologias da Inteligência e Design Digital). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP. 210 f. São Paulo, 2011.

___________. **A experiência Matemática no Universo dos Jogos Digitais:** O processo do jogar e o raciocínio lógico e matemático. 2015. 150 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

APÊNDICES

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO DE RECONHECIMENTO

QUESTIONÁRIO DE RECONHECIMENTO

1. NOME: ____.

2. IDADE: ________. **3. SEXO:** ( )M ( )F.

4. VOCÊ POSSUI COMPUTADOR EM CASA?

( ) SIM ( ) NÃO

5. VOCÊ POSSUI CELULAR?

( ) SIM ( ) NÃO

6. QUANTAS HORAS POR DIA VOCÊ USA O COMPUTADOR?

( ) MAIS DE 5 HORAS ( ) POUCO MENOS DE 1 HORA

( ) DE 3 A 5 HORAS ( ) NÃO USO.

( ) DE 1 A 3 HORAS

7. CITE A BAIXO TODAS AS ATIVIDADES QUE VOCÊ FAZ NO COMPUTADOR?

____

____

8. CITE A BAIXO TODAS AS ATIVIDADES QUE VOCÊ FAZ NO SMARTPHONE?

____

____

9. VOCÊ GOSTA DE JOGOS DIGITAIS (VIDEOGAMES)?

( ) SIM ( ) NÃO

10. COM QUE FREQUÊNCIA VOCÊ JOGA?

( ) SEMPRE ( ) RARAMENTE

( ) AS VEZES ( ) NUNCA

11. ONDE VOCÊ MAIS JOGA?

( ) SMARTPHONE ( ) COMPUTADOR ( ) OUTROS

12. CITE OS JOGOS DIGITAIS (VIDEO GAMES) QUE VOCÊ CONHECE E SINALIZE OS QUE VOCÊ MAIS GOSTA?

____

____

____

OBRIGADO!

APÊNDICE B – ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPGEM

Nome:____ **Idade:**________

Data:____/___/_____

Tema: Ideb da Bahia

O que é o Ideb?

Ideb é o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, criado em 2007, pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), formulado para medir a qualidade do aprendizado nacional e estabelecer metas para a melhoria do ensino.

O Ideb funciona como um indicador nacional que possibilita o monitoramento da qualidade da Educação pela população por meio de dados concretos, com o qual a sociedade pode se mobilizar em busca de melhorias. Para tanto, o Ideb é calculado a partir de dois componentes: a taxa de rendimento escolar (aprovação) e as médias de desempenho nos exames aplicados pelo Inep. Os índices de aprovação são obtidos a partir do Censo Escolar, realizado anualmente.

As médias de desempenho utilizadas são as da Prova Brasil, para escolas e municípios, e do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), para os estados e o País, realizados a cada dois anos. As metas estabelecidas pelo Ideb são diferenciadas para cada escola e rede de ensino, com o objetivo único de alcançar 6 pontos até 2022, média correspondente ao sistema educacional dos países desenvolvidos.

(Fonte: http://portal.mec.gov.br/conheca-o-ideb)

Observe as tabelas a seguir, apresentando o Ideb observado (2011-2015) e as Metas projetadas pelo MEC (2017-2021) para o estado da Bahia:

IDEB OBSERVADO	
Ano	**Nota**
11	3,1
13	3,2
15	3,4

METAS PROJETADAS	
Ano	**Nota**
17	4,1
19	4,3
21	4,6

Fonte: http://ideb.inep.gov.br/

Situação-problema: De acordo com os dados apresentados em que ano o Ideb observado alcançou ou alcançará a Meta projetada pelo governo?

APÊNDICE C – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Como pesquisador, eu, Luis Eduardo Silva Góes, aluno do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, cujo orientador é o Profº. Dr. Eduardo Silva Palmeira, venho por meio deste, pedir a sua autorização para que participe como voluntário(a) da nossa pesquisa intitulada "**A INTEGRAÇÃO DO JOGO DIGITAL SAGA LINEAR NA SITUAÇÃO-PROBLEMA COM REGRESSÃO LINEAR SOB A ÓTICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA**". Esta tem por objetivo Investigar como o uso de um jogo digital pode contribuir no processo de solução de uma situação-problema, desenvolvida sob a ótica da modelagem matemática, envolvendo regressão linear. Essa intervenção de ensino terá duração terá duração de 07 aulas de 50 minutos cada, três para uma atividade de modelagem matemática e quatro para a aplicação da atividade de modelagem juntamente com o jogo. Todas essas atividades acontecerão dentro do horário normal de aula e contará com a presença do professor. As atividades diagnósticas feitas por ele(a), assim como as atividades da intervenção serão dados de pesquisa. Assim, esses dados ficarão guardados sigilosamente por mim e serão destruídos após 5 anos. Informamos que não haverá qualquer custo para nenhum dos estudantes participantes da pesquisa, nem remuneração, mas caso venha a ocorrer algum custo por conta da pesquisa, esses serão ressarcidos. Garantimos, ainda o direito a indenização, em caso de danos decorrentes da pesquisa. Quanto aos riscos que podem ocorrer para os alunos, temos o desconforto causado pela presença do pesquisador em sala de aula, que será minimizado pela presença do professor. Em relação aos benefícios, os alunos poderão adquirir mais conhecimentos matemáticos, sendo que estes não serão utilizados como avaliação escolar, ou seja, mesmo que eles errem na realização de alguma atividade, isso não acarretará em nenhum prejuízo no rendimento escolar dos alunos. Além disso, este assunto é trabalhado neste ano escolar e estaremos utilizando uma mídia que faz parte da cultura dos alunos, nesse caso, os jogos digitais. Desse modo, a pesquisa irá contribuir para a formação desses indivíduos e também na solução de problemas diários. É importante informar que o anonimato dele/dela será preservado e que, a qualquer momento, poderá pedir mais esclarecimentos sobre esse projeto nos contatos indicados abaixo. Caso queira desistir, basta me avisar e este termo lhe será devolvido, e todas as informações e materiais coletados serão destruídos. Como responsável por este estudo comprometo-me em arcar com qualquer prejuízo de ordem física ou moral decorrente desta pesquisa. Para quaisquer esclarecimentos e/ou dúvidas, entrar em contato comigo, Luis Eduardo Silva Góes (cel:(75) 99176-0021) ou com o Profº. Dr. Eduardo Silva Palmeira (tel: (73) 99141-1358). Informo que o presente documento tem duas vias (uma para o(a) Senhor(a) e outra para o pesquisador).

____
LUIS EDUARDO SILVA GÓES

____
EDUARDO SILVA PALMEIRA
Professor Orientador de Luis Eduardo Silva Góes

Eu,____, compreendi os objetivos e os procedimentos da pesquisa "A integração do jogo digital saga linear na situação-problema com regressão linear sob a ótica da modelagem matemática" e assino este termo de assentimento, pois estou ciente que eu, estudante dessa escola, participarei, em sala de aula e no horário normal da escola, de atividades de matemática propostas pela pesquisadora em parceria com o professor de matemática da turma, com o objetivo de me ajudar na apropriação de conceitos matemáticos.

____
Assinatura do Estudante

__________________, ___ de ____________ de 2017

Esta pesquisa teve os aspectos relativos à Ética da Pesquisa envolvendo Seres Humanos analisados pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Estadual de Santa Cruz. Em caso de dúvidas sobre a ética desta pesquisa ou denúncias de abuso, procure o CEP, que fica no Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, KM16, Bairro Salobrinho, Torre Administrativa, 3º andar, CEP 45552-900, Ilhéus, Bahia. Fone (73) 3680-5319. Email: cep_uesc@uesc.br. Horário de funcionamento: segunda a sexta-feira, de 8h às 12h e de 13h30 às 16h.

APÊNDICE D – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Como pesquisador, eu, Luis Eduardo Silva Góes, aluno do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, cujo orientador é o Profº. Dr. Eduardo Silva Palmeira, venho por meio deste, pedir a sua autorização para que seu/sua filho(a) participe como voluntário(a) da nossa pesquisa intitulada "**A INTEGRAÇÃO DO JOGO DIGITAL SAGA LINEAR NA SITUAÇÃO-PROBLEMA COM REGRESSÃO LINEAR SOB A ÓTICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA**". Esta tem por objetivo Investigar como o uso de um jogo digital pode contribuir no processo de solução de uma situação-problema, desenvolvida sob a ótica da modelagem matemática, envolvendo regressão linear. Essa intervenção de ensino terá duração terá duração de 07 aulas de 50 minutos cada, três para uma atividade de modelagem matemática e quatro para a aplicação da atividade de modelagem juntamente com o jogo. Todas essas atividades acontecerão dentro do horário normal de aula e contará com a presença do professor. As atividades diagnósticas feitas por ele(a), assim como as atividades da intervenção serão dados de pesquisa. Assim, esses dados ficarão guardados sigilosamente por mim e serão destruídos após 5 anos. Informamos que não haverá qualquer custo para nenhum dos estudantes participantes da pesquisa, nem remuneração, mas caso venha a ocorrer algum custo por conta da pesquisa, esses serão ressarcidos. Garantimos, ainda o direito a indenização, em caso de danos decorrentes da pesquisa. Quanto aos riscos que podem ocorrer para os alunos, temos o desconforto causado pela presença do pesquisador em sala de aula, que será minimizado pela presença do professor. Em relação aos benefícios, os alunos poderão adquirir mais conhecimentos matemáticos, sendo que estes não serão utilizados como avaliação escolar, ou seja, mesmo que eles errem na realização de alguma atividade, isso não acarretará em nenhum prejuízo no rendimento escolar dos alunos. Além disso, este assunto é trabalhado neste ano escolar e estaremos utilizando uma mídia que faz parte da cultura dos alunos, nesse caso, os jogos digitais. Desse modo, a pesquisa irá contribuir para a formação desses indivíduos e também na solução de problemas diários. É importante informar que o anonimato dele/dela será preservado e que, a qualquer momento, poderá pedir mais esclarecimentos sobre esse projeto nos contatos indicados abaixo. Caso queira desistir, basta me avisar e este termo lhe será devolvido, e todas as informações e materiais coletados serão destruídos. Como responsável por este estudo comprometo-me em arcar com qualquer prejuízo de ordem física ou moral decorrente desta pesquisa. Para quaisquer esclarecimentos e/ou dúvidas, entrar em contato comigo, Luis Eduardo Silva Góes (cel:(75) 99176-0021) ou com o Profº. Dr. Eduardo Silva Palmeira (tel: (73) 99141-1358). Informo que o presente documento tem duas vias (uma para o(a) Senhor(a) e outra para o pesquisador).

___________________________________	___________________________________
LUIS EDUARDO SILVA GÓES	EDUARDO SILVA PALMEIRA Professor Orientador de Luis Eduardo Silva Góes

Eu,____, responsável pelo (a) estudante ____, compreendi os objetivos e os procedimentos da pesquisa "A integração do jogo digital saga linear na situação-problema com regressão linear sob a ótica da modelagem matemática" e assino este termo de assentimento, pois estou ciente de que meu/minha filho (a), estudante dessa escola, participará, em sala de aula e no horário normal da escola, de atividades de matemática propostas pela pesquisadora em parceria com o professor de matemática da turma, com o objetivo de ajudar meu/minha filho (a) na apropriação de conceitos matemáticos.

____
Assinatura ou impressão datiloscópica do responsável pelo(a) estudante

Havendo impressão datiloscópica, seguem assinaturas das testemunhas

______________________________________	______________________________________
Nome: Testemunha 2	Nome: Testemunha 1

__________________, ___ de ___________ de 2017

Esta pesquisa teve os aspectos relativos à Ética da Pesquisa envolvendo Seres Humanos analisados pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Estadual de Santa Cruz. Em caso de dúvidas sobre a ética desta pesquisa ou denúncias de abuso, procure o CEP, que fica no Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, KM16, Bairro Salobrinho, Torre Administrativa, 3º andar, CEP 45552-900, Ilhéus, Bahia. Fone (73) 3680-5319. Email: cep_uesc@uesc.br. Horário de funcionamento: segunda a sexta-feira, de 8h às 12h e de 13h30 às 16h.