UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

JADSON DE SOUZA CONCEIÇÃO

A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE ÁREA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: uma formação continuada

ILHÉUS – BAHIA
2018

JADSON DE SOUZA CONCEIÇÃO

A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE ÁREA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: uma formação continuada

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Vera Lucia Merlini

ILHÉUS – BAHIA

2018

JADSON DE SOUZA CONCEIÇÃO

A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE ÁREA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: uma formação continuada

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Ilhéus, 23 de fevereiro de 2018.

____
Profa. Dra. Vera Lucia Merlini
Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
(Orientadora)

____
Prof. Dr. Gilson Bispo de Jesus
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia – UFRB
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPGEM/UESC
(Examinador Interno)

____
Profa. Dra. Maria Célia Lemes da Silva
Universidade Federal de São Paulo – UNIFESP
(Examinadora Externa)

C744 Conceição, Jadson de Souza.

A construção do conceito de área nos anos iniciais do ensino fundamental: uma formação continuada / Jadson de Souza Conceição. – Ilhéus, BA: UESC, 2018.

202 f. : il.

Orientadora: Vera Lúcia Merlini.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática.

Inclui referências e apêndices.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação permanente. 3. Ensino fundamental. I. Título.

CDD 510.7

Agradecimentos

Aos Deuses, santos e orixás, por fornecerem forças para que eu pudesse trilhar esse caminho;

Aos meus pais, Zé e Neide, por todo apoio e carinho. Faço um agradecimento especial à minha mãe, aquela que é e sempre será meu exemplo de vida e pessoa;

A Marcus Vinícius e a Tamiles Oliveira, que foram mais que amigos, tornaram-se meus irmãos e estiveram ao meu lado durante todo esse tempo, apoiando-me e fazendo com que eu acreditasse mais em mim. Meu muito obrigado;

A Paulo Roberto, que esteve do meu lado durante o desenvolvimento dessa pesquisa, me apoiando e proporcionando momentos de alegria, quando achei que não seria capaz de concluir esse trabalho. Por seu amor dedicado e, por ter suportando minhas crises de ansiedade e ausência;

À Profa. Dra. Vera Merlini, minha orientadora, pelas orientações e valiosas contribuições para a realização desse trabalho. Além disso, pelas palavras tranquilas nos meus momentos de ansiedade e desespero, jamais esquecerei dessa frase: calma Jadson, vai dar tempo (rs);

Ao Prof. Dr. Gilson Bispo de Jesus e à Profa. Dra. Maria Célia Leme da Silva, pela disponibilidade em contribuir para meu crescimento acadêmico, por seus ensinamentos que contribuíram para o desenvolvimento desta investigação e pela disponibilidade de estares presentes num momento tão importante.

À Vanessa Santos, minha irmã, amiga e parceira que me acolheu em sua casa durante os três meses que fiquei em Amargosa para realizar a pesquisa. Além disso, por todos os conselhos e ensinamentos na construção desse trabalho;

À escola que realizei a pesquisa, ao grupo de professoras que participaram do processo formativo e a toda equipe gestora da Secretaria Municipal de Educação de Amargosa, em nome do professor Joaquim, que foi meu parceiro durante o desenvolvimento dessa pesquisa e um exemplo de luta e resistência;

Aos amigos de alma, Alielton Almeida, Clébio Reis, Cleide Araújo, Deives Muniz, Elias Fernandes, Hildo Leonardo, Ivan Almeida, Paulo César, Pedro Pimentel, Renato Gonçalves e Rodrigo Santos, que mesmo distantes, outros, nem tanto, se fizeram presentes em minha vida, proporcionando-me momentos de felicidade, meus sinceros agradecimentos;

A toda a turma VII, Marcus, Tami, Jan, Sil, Rozi, Roque, Vital e Dodô, aos amigos do PPGEM e aos amigos da UESC, por esses dois anos de troca de experiências e conhecimentos;

A toda a equipe do PPGEM, professores e professoras, Rafael, Gabriel e Cíntia, pela gentileza e educação em todas as manhãs e tardes que pude frequentar o PPGEM;

À CAPES, por financiar o desenvolvimento dessa pesquisa e a minha formação.

À minha mãe, Neide, mulher, mãe solteira e guerreira, que sempre fez de tudo para que eu pudesse estudar.

Resumo

A finalidade deste estudo foi analisar as implicações que uma formação continuada, acerca da construção do conceito de área, têm no fazer pedagógico de um professor que ensina Matemática. O referencial teórico da investigação envolve a formação Matemática, em especial a geométrica, de professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental e os estudos de Schön, no que tange ao conceito de reflexão. Para tanto, foi realizado um estudo de cunho qualitativo que envolveu o acompanhamento de um professor do 5º ano do Ensino Fundamental em três etapas distintas: (i) na formação, (ii) na análise da proposta de intervenção e confecção dos recursos a serem utilizados na aula e, (iii) em sala de aula. Os dados coletados foram analisados sob dois tópicos: (a) a relação entre o conceito de cálculo de área e os professores; e (b) cenário para reflexão. Os resultados apontam as contribuições e limitações sob dois pontos de vista: didático – as possibilidades de realização do cálculo de área por meio da utilização de malha quadriculada, mas a indução à manipulação de fórmulas é latente. A concepção de que os jogos e materiais manipuláveis não têm um fim em si próprio, é preciso que se tenha um objetivo para seu uso. De modo semelhante, que o livro didático quase nunca tem as respostas que os professores precisam, tornando-se necessário pesquisar e estudar sempre; conceitual – o desenvolvimento da capacidade de ensinar propriedades geométricas e não somente os nomes das formas, em contraponto é importante destacar que o cálculo de área do triângulo foi conceituado de modo equivocado. Esses resultados nos induzem a concluir que os conhecimentos geométricos por parte do professor, especialmente os do cálculo de área, foram ampliados. Todavia é provável que o limitador maior tenha sido o tempo do processo formativo, que fora restrito.

Palavras-chave: Cálculo de Área. Formação Continuada. Anos Inicias do Ensino Fundamental.

Abstract

The purpose of this study was to analyze the implications continued education has, in relation to the construction of the concept of area, on the pedagogical approach of a math teacher. The theoretical reference of this investigation involves education in math, in particular geometry, of teachers working in the initial years of Elementary School, and Schön's work with respect to the concept of reflection. For such, a qualitative study was carried out, which involved following a teacher of the 5th grade of Elementary School during three different steps: (i) during school education, (ii) analyzing the proposal for intervention and generation of resources to be used in class and, (iii) in the classroom. The data captured was analyzed under two topics: (a) The relation between the concept of area calculation and the teachers; and (b) Scenery for reflection. The results point towards the contributions and limitations under two points of view: didactic - the possibility of calculating the area by using a checkered mesh; however, the tendency to want to manipulate formulas is latent. The concept that games and manipulative materials do not have an end in themselves, implies that we must have a purpose for their use. Similarly, the textbooks almost never have the answers teachers need; making it, therefore, necessary, to always research and study; conceptual - the development of the ability to teach geometric properties, and not only the names of the shapes, in counterpoint we must highlight that the calculation of the triangle area was incorrectly conceptualized. These results induce us to conclude that the teacher's geometric knowledge, especially those for area calculation, have been expanded. However, the main limiting factor was probably the time used in the educational process, which was restricted.

Keywords: Area Calculation. Continued Education. Initial Years of the Elementary School.

Lista de Quadros

Lista de Tabelas

Lista de Figuras

Lista de Siglas

BNCC – Base Nacional Curricular Comum.

GPEMEC – Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e Ciências.

IES – Instituições de Ensino Superior da Bahia.

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais.

UEFS – Universidade Estadual de Feira de Santana.

UEs – Universidades Estaduais.

UESB – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia.

UESC – Universidade Estadual de Santa Cruz.

UFBA – Universidade Federal da Bahia.

UFRB – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia.

UFs – Universidades Federais.

UNEB – Universidade Estadual da Bahia.

UNILAB – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira.

Sumário

Introdução

Rotineiramente nos deparamos com diversos informativos, placas e instrumentos de alertas os quais nos orientam como podemos observar no informativo que segue:

Ao analisar o conteúdo desse informativo, identificamos que este objetiva informar que o local posterior a ele é restrito e, mais que isso, autorizado somente para algumas pessoas. Diante disso, nos valemos desse informativo para dar início a uma discussão a respeito da construção do conceito de área em uma formação continuada para professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essa formação, na qual fizemos parte como formadores, foi idealizada juntamente com o GPEMEC[1] e ministrada em três escolas públicas municipais do Sul da Bahia.

O conteúdo trabalhado nessa formação continuada não era a respeito do cálculo de área, mas sobre o ensino de geometria. No entanto, no grupo de professoras que ministramos a formação, partimos do informativo acima para fomentar a discussão a partir da construção do conceito de área. Nós as questionamos sobre a mensagem que esse informativo estaria transmitindo, de modo que a maioria respondeu:

– É um lugar que não podemos entrar.

– Perigo!

Solicitamos que elas explicassem melhor o que seria esse lugar, seu significado.

---

[1] Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e Ciências – GPEMEC.

– É um lugar, Jadson. Por exemplo, um quarto, uma sala e entre outros, um lugar que não podemos entrar.

Continuamos a insistir. Esse lugar que não podemos entrar significa o quê? Está relacionado com o quê? E a resposta foi incisiva:

– Com seleção, ou seja, seletividade de pessoas.

Notamos que a discussão não estava seguindo um rumo para o qual pudéssemos problematizar a respeito do conceito de área, assim reformulamos os questionamentos, sendo mais objetivos: E essa palavra área? Tem alguma relação com essa seletividade? E uma das professoras respondeu:

– Tem a ver com o espaço. Aquele espaço é restrito para pessoas selecionadas.

Insistimos na busca de alguma relação com a Matemática, pois esse era o objetivo da discussão, e questionamos: Qual a relação desse espaço seleto com a Matemática? Essa palavra área tem alguma relação com a Matemática? E uma professora respondeu:

– Ahh... Acho que sim! Pode ser que só pode entrar "x" pessoas nesse espaço.

A partir da resposta dada pela professora, nós a questionamos: Então, o número está relacionando à quantidade de pessoas que podem entrar num determinado espaço e não ao espaço? Certa de seu posicionamento, de modo enfático ela respondeu:

– Isso! A quantidade de pessoas que pode entrar no espaço e não ao espaço.

A partir da colocação feita pela professora, passamos a discutir o conceito de área. Durante esse episódio, pudemos perceber que para aquelas profissionais, área significava um espaço, um lugar, e não fizeram uma ligação com uma medida de superfície. Elas não estão erradas, pois muitas vezes a palavra área aparece vinculada a diversas expressões, como a mencionada, representando um espaço. Porém, os significados e sentidos atribuídos a esse conceito quase nunca têm relação com seu significado geométrico. Na Matemática, a "<u>área</u> de uma superfície limitada é um <u>número</u> real positivo associado à superfície" (DOLCE e POMPEO, 2001, p. 312, grifos do autor). Esse mesmo conceito no cotidiano significa a própria superfície, como pudemos perceber no episódio retratado.

A palavra área está constantemente presente em nossas ações rotineiras, como por exemplo, a expressão "área verde", que representa um determinado local reservado para o plantio de árvores. Na Matemática, essa expressão seria a medida, em uma determinada unidade, da superfície, ou seja, associada a um número. Faz-se necessário levá-la em consideração quando formos trabalhar com os alunos o conceito de área, uma vez que, essa variabilidade de significados e interpretações precisa ser justificada matematicamente, para que não se constitua em algumas dificuldades durante o processo de ensino e aprendizagem.

Percebemos ao longo dessa formação que as professoras apresentavam muitas dúvidas a respeito dos conceitos geométricos básicos, por exemplo: uma pirâmide ser confundida com um triângulo; ao representar na lousa um quadrado, em que nenhum de seus lados se encontrava paralelo ao plano que o contém; este passa a ser confundido com um losango e deixar de ser quadrado, e, por fim, muitas não sabiam calcular a área de figuras planas.

Isso de certa maneira nos intrigou e nos chamou atenção. Assim, após essa formação continuada de conceitos geométricos e reflexões a respeito da discussão gerada a partir da problematização do informativo, percebemos que a temática de cálculo de área de figuras planas poderia ser propícia para a realização de nossa pesquisa.

Além disso, chamou a nossa atenção porque as dúvidas não eram pontuais, ou seja, uma ou outra professora, mas todas apresentavam dúvidas e má formação em conceitos geométricos. Assim, resolvemos de maneira informal, nos intervalos da formação, questionar as professoras a respeito do que elas se recordam de Geometria durante o tempo de sua própria graduação.

Sendo assim, foi feita a seguinte pergunta: “como eram as discussões acerca da Geometria na disciplina destinada ao trabalho com a Matemática no curso de Pedagogia que vocês fizeram?”

> – Eu não vi nada de Geometria, era só leitura de texto. (**Professora A**).
> – Na disciplina, a professora ensinava como ensinar, e aprendi pouca coisa. De Geometria eu não recordo de quase nada. (**Professora B**).
> – A disciplina destinada à Matemática foi fraca em termos de conteúdo, a gente aprendia como ensinar as quatro operações e reconhecer algumas formas geométricas, só por nome mesmo (**Professora C**).

Diante de tal evidência, debruçamo-nos em realizar uma busca a respeito da formação matemática que é oferecida aos professores polivalentes em sua formação inicial nos cursos de Pedagogia. Assim, examinamos a distribuição da carga horária da disciplina de ensino de Matemática nos cursos de pedagogia, modalidade presencial, e como ela se organiza. Analisamos a ementa dos cursos de Pedagogia de oito universidades[2] públicas da Bahia, estaduais e federais, com objetivo de identificar os conteúdos previstos para o trabalho com a Matemática, em especial com aqueles direcionados à Geometria.

Desse modo, organizamos nos quadros 1, 2 e 2.1 as informações examinadas. No quadro 1, apresentamos os dados referentes às Universidades Federais. No quadro 2, as informações das Universidades Estaduais, exceto a UNEB. No quadro 2.1, os dados referentes à UNEB. A exclusão dessa Universidade Estadual do quadro 2 ocorreu devido à grande quantidade de *campi* que a compõe, o que poderia atrapalhar a compreensão das informações dispostas no quadro 2, devido à sua extensão.

A seguir, descrevemos as informações dos cursos de Pedagogia, modalidade presencial, das Instituições de Ensino Superior da Bahia – IES. No quadro 1, apresentamos os dados referentes às Universidades Federais – UFs.

Quadro 1 – A Matemática nos cursos de Pedagogia das UFs

UF	Campus	Disciplina	Carga Horária
UFBA	Sede	Matemática para o Ensino Fundamental	68 h
		Metodologia do Ensino da Matemática	
UFRB	CFP	Ensino e Aprendizagem da Matemática	85 h
UNILAB	Malês	Ensino de Etnomatemática	30 h

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Dentre as UFs que oferecem o curso de pedagogia, a UFBA possui duas disciplinas direcionadas ao trabalho com a Matemática, e a UFRB oferece apenas uma disciplina de 85 horas. Ao analisarmos as ementas, notamos que as disciplinas Matemática para o Ensino Fundamental e Ensino e aprendizagem de Matemática, dos cursos de Pedagogia da UFBA e UFRB, respectivamente, propõe o trabalho com cálculo de área de forma explícita, bem como o trabalho com outros conceitos geométricos.

Já a segunda disciplina, Metodologia do Ensino da Matemática, ofertada pela UFBA, propõe um trabalho mais teórico, na busca por metodologias de ensino e aprendizagem de matemática, sem direcionar-se especificamente para o trabalho com

[2] Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira – UNILAB, Universidade Estadual da Bahia – UNEB, Universidade Estadual de Feira de Santana – UEFS, Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, Universidade Federal da Bahia – UFBA e a Universidade Federal do Recôncavo da Bahia – UFRB.

a Geometria. Com relação ao curso da UNILAB, a carga horária destinada à Matemática é de 30 horas. Sua ementa centra-se na matemática das culturas, propondo um trabalho com esse fim. E no que se refere ao trabalho com conceitos geométricos, propõe a Geometria fractal em territórios africanos e a geometrização na arte africana.

Na sequência, discutiremos os dados referentes às Universidades Estaduais – UEs. No quadro 2, apresentamos as informações a respeito do curso de pedagogia da UESB, UEFS e UESC.

Quadro 2 – A Matemática nos cursos de Pedagogia das UEs

UE	Campus	Disciplina	Carga Horária
UESB	Jequié	Conteúdo e Metodologia do Ensino da Matemática	68 h
	Vitória da Conquista		68 h
	Itapetinga	Metodologia do Ensino da Matemática	68 h
UEFS	Sede	Fundamentos e Ensino da Matemática para a Educ. Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental	75 h
UESC	Sede	Ensino de Matemática: conteúdo e metodologia	75 h

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Inicialmente, o que chama atenção é a carga horária das disciplinas nas UEs. A UESC e a UEFS oferecem uma disciplina com a mesma carga horária, 75 horas; contudo, as ementas são diferentes. No caso da UESC, a disciplina centra seus esforços em análise de documentos oficiais e livros didáticos de Matemática, dos anos iniciais e educação infantil. Já na UEFS, a disciplina é organizada em torno de vários focos, a história da Matemática e da Educação Matemática, os pressupostos epistemológicos do conhecimento matemático, dos conteúdos de iniciação à Matemática e, por fim, a metodologia da matemática na educação infantil, nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com relação à disciplina de matemática da UESB, apesar de nomes diferentes para dois dos três *campi*, a ementa e a carga horária são iguais em ambos. O foco da disciplina é discutir sobre o processo de ensino e aprendizagem da matemática, no que tange à Geometria e Aritmética. Com relação à Geometria, o trabalho está voltado para medidas e formas. Assim, podemos inferir que é provável que haja discussões referentes ao cálculo de área, mas não podemos afirmar que tais discussões são contempladas.

A seguir, no Quadro 2.1, apresentamos as informações referentes ao curso de pedagogia da UNEB.

Quadro 2.1 – A Matemática nos cursos de Pedagogia da UNEB

UE	Campus	Disciplina	Carga Horária
UNEB	Salvador	Referenciais teórico-metodológicos do ensino da Matemática	60 h
		Referenciais teórico-metodológicos da matemática na educação infantil	60 h
		Referenciais teórico-metodológicos da matemática no Ensino Fundamental	60 h
	Juazeiro	Ensino da Matemática	60 h
		Alfabetização Matemática	60 h
	Barreiras	Fundamentos Teóricos Metodológicos do Ensino da Matemática	60 h
	Senhor do Bonfim		
	Paulo Afonso		
	Teixeira de Freitas		
	Guanambi		
	Itaberaba		
	Valença		
	Irecê		
	Serrinha	Matemática	60 h
		Metodologia e Prática do Ensino de Matemática no Ensino Fundamental	60 h
	Bom Jesus da Lapa	Metodologia do Ensino da Matemática	60 h

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Inicialmente, o que nos chama atenção no curso de pedagogia da UNEB é a diferença nítida no currículo do curso de uma mesma instituição. O curso de pedagogia em Salvador tem a maior carga horária (180 horas organizadas em três disciplinas) de todos os cursos analisados da própria UNEB e o das outras IES, para o trabalho com matemática. As ementas destas disciplinas explicitam o processo de ensino e aprendizagem da matemática e seus aspectos conceituais, organizados em quatro blocos, como proposto pelo PCN (BRASIL,1997).

Em oito *campi* da UNEB, é ofertada a disciplina Fundamentos Teóricos Metodológicos do Ensino da Matemática. Em todos os *campi* a disciplina tem carga horária igual a 60 horas e segue a mesma ementa, exceto no *campus* de Irecê, que além do processo de ensino e aprendizagem da matemática, como acontece nos outros *campi*, propõe um trabalho com ensino de matemática na educação infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo como eixos articuladores: números, medidas e Geometria.

A proposta e a carga horária (60 horas) das ementas dos *campi* de Irecê e de Bom Jesus da Lapa são as mesmas, contudo os nomes atribuídos à disciplina são diferentes. Nos *campi* de Juazeiro e de Serrinha são ofertadas duas disciplinas de 60 horas cada, para o trabalho com a matemática. Com relação às disciplinas de Juazeiro, a primeira delas não explicita qualquer conteúdo, mas descreve que serão trabalhados conteúdos matemáticos referentes aos anos iniciais do Ensino Fundamental. Já a segunda disciplina propõe em sua ementa metodologias e tendências da educação matemática para que o futuro professor possa realizar a alfabetização Matemática.

No *campus* de Serrinha, a ementa da primeira disciplina centra-se nos aspectos algébricos e aritméticos da matemática. Já a ementa da disciplina Metodologia e Prática do Ensino de Matemática no Ensino Fundamental, diz respeito ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Notamos que nas ementas dos campi de Juazeiro e Serrinha, não é mencionado o termo Geometria.

Assim, diante dessa análise podemos inferir que o curso de pedagogia da UNEB, campus Salvador, é, documentalmente, o que oferece uma formação matemática consistente, em termos de conteúdos e metodologias, para os futuros professores. Ademais, em termos de carga horária, a formação matemática oferecida nos cursos da UNEB nos *campi* Serrinha e Juazeiro, e UFBA, nessa ordem, é também documentalmente satisfatória em relação aos cursos das outras instituições.

Entretanto, apesar de oferecer uma carga horária acima da média entre os cursos de Pedagogia, a UNEB, *campus* de Salvador, não evidencia como é o trabalho com a Geometria. Diferentemente, UFBA e UFRB que explicitam em suas ementas o trabalho com os conteúdos geométricos, mais especificamente e de nosso interesse, o cálculo de área. Outro ponto de destaque nessa análise é o curso de Pedagogia da UNILAB, o qual oferece uma formação matemática não satisfatória no que se refere aos conteúdos matemáticos explicitados pela ementa e carga horária.

Diante desse cenário, pudemos observar que de fato a formação do professor dos anos iniciais, no que diz respeito à Matemática, é frágil se levarmos em consideração dois pontos cruciais: (a) a carga horária e (b) os aspectos conceituais e procedimentais contemplados nas ementas. Com relação à carga horária, temos que no curso de Pedagogia, que possui em média 3.600 horas, o curso que apresenta maior duração (180 horas) reservada para a Matemática não ultrapassa o patamar de 5% desse total.

Ao nosso ver, a carga disponível é extremamente pequena se pensarmos em todos os conteúdos matemáticos que o futuro professor terá que abordar em sua sala de aula. Embora isso não seja um dado científico, é razoável supor que as dificuldades relatadas pelas professoras participantes do processo formativo promovido pelo GPEMEC encontram respaldo nessa formação inicial oferecida por essas universidades. Cabe ressaltar novamente que isso é tão somente uma inferência, o que nos incitou a buscar pesquisas que tratam a respeito dessa problemática, qual seja, a Geometria, e em especial o cálculo de área de figuras planas.

A partir de então, buscamos por estudos referentes a essa temática. Nessa primeira etapa, buscamos por pesquisas que dissessem respeito tanto ao processo de ensino quanto de aprendizagem de cálculo de área. Identificamos que existem muitas pesquisas cujos resultados apontam certas fragilidades, tanto dos professores quanto dos alunos, no que tange ao cálculo de área.

Das pesquisas encontradas, o objeto matemático de nosso interesse, cálculo de área, aparece, na maioria das vezes, atrelado a outro, como por exemplo, o conceito de perímetro. Pudemos constatar isso nos estudos realizados por Perrota (2001), Melo (2003), Barros (2006), Magina (2006), D’Amore e Fandiño (2007), Melo e Bellemain (2008), Ferreira (2010) e Silva (2016). O trabalho realizado por Bellemain (2004) faz referência também ao conceito de comprimento, e nesse sentido, a pesquisa apresentada por Silva (2011) se apresenta atrelada ao conceito de perímetro e comprimento.

Por outro lado, estudos como de Chiummo (1998), Gomes (2000), Duarte (2002), Facco (2003), Santos (2005), Santana (2006), Santos e Bellemain (2007), Secco (2007), Teles (2007), Pessoa (2010) e Garcia Silva, Galvão e Campos (2013), apresentam exclusivamente o conceito de área como objeto matemático.

Destas pesquisas, destacamos os estudos de Gomes (2000); Santos (2005); Secco (2007) e Pessoa (2010), que realizaram diagnósticos com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, e Teles (2007), com alunos do Ensino Médio. Já os estudos de Duarte (2002) e Facco (2003) trabalharam também com alunos e professores, mas com outra perspectiva, visto que elas elaboraram e experimentaram sequências didáticas em turmas de anos finais do Ensino Fundamental.

Há ainda pesquisas, como as de Santana (2006) e Santos e Bellemain (2007), que focaram no tema analisando livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental. Outras focaram seus estudos na formação de professores, conforme podemos observar nos trabalhos realizados por Chiummo (1998) e Garcia Silva, Galvão e Campos (2013).

Diante dessas pesquisas elencadas e de nossa experiência no âmbito da formação, percebemos que poderíamos dar uma contribuição maior se ao invés de trabalhar com estudantes, trabalhássemos com professores. Pensando em uma escala, ao trabalharmos com estudantes, ficaríamos restritos a uma, duas turmas, ao passo que ao trabalhar com a formação de professores, esse universo seria potencializado, pois cada um deles tem pelo menos uma turma por ano. Desse modo, já tínhamos a temática definida, e agora com o foco na formação continuada de professores.

Com isso, passamos a analisar as duas pesquisas que diziam respeito à formação de professores. Nessa análise, percebemos que, apesar de estarem relacionadas à temática da formação de professores, estas não realizaram uma formação continuada com seus professores. Então, vendo que essas pesquisas foram direcionadas apenas para a temática “formação de professores” e, somado a isso, as dificuldades já elencadas por nós, dos professores dos anos iniciais, resolvemos que a nossa contribuição seria maior se fizéssemos a formação continuada com professores dos anos iniciais, contemplando o conceito de área de figuras planas.

O objeto de estudo que nos interessa dá continuidade a essas pesquisas, mas apresenta suas particularidades e diferenças em vários pontos. A pesquisa de Chiummo (1998) objetivou elaborar uma sequência didática para ajudar os professores em sala de aula quando fossem abordar o conceito de área e perímetro. Já o estudo desenvolvido por Garcia Silva, Galvão e Campos (2013) teve por objetivo investigar as estratégias utilizadas por professores que lecionam para os anos iniciais, quando calculam áreas de polígonos em malha quadriculada.

Notamos que os estudos de Chiummo (1998) e Garcia Silva, Galvão e Campos (2013) descrevem a formação do professor, seja ela inicial ou continuada, como ponto crucial para a construção do conceito de área. Além disso, os estudos de Silva (2016) e Garcia Silva, Galvão e Campos (2013) apontam dificuldades de professores experientes em relação à temática, sobretudo quanto ao repertório restrito de conhecimentos.

Diante desse cenário, o objetivo que propomos alcançar nesse estudo é **analisar as implicações que uma formação continuada, acerca da construção do conceito de área, tem no fazer pedagógico de um professor que ensina Matemática**.

Pretendemos com esse objetivo responder à seguinte questão de pesquisa:

> **Quais as implicações que uma formação continuada, acerca da construção do conceito de área, tem no fazer pedagógico de um professor que ensina Matemática**?

Sendo assim, buscando por subsídios que nos norteassem para a elucidação da questão de pesquisa, delineamos uma trajetória que foi distribuída em capítulos, cujos resumos de cada um deles serão colocados a seguir. Na presente introdução trouxemos a motivação de nosso trabalho, assim como a problemática, o objetivo que norteia esse estudo e a questão de pesquisa que buscamos responder.

No Capítulo 1, intitulado Formação de professores, discorremos a respeito da formação Matemática do professor polivalente e, com mais afinco, sua relação com alguns conceitos geométricos. Além disso, o conceito de reflexão sob a ótica da formação de professores também é pano de fundo desta sessão.

No Capítulo 2, Cálculo de área: algumas perspectivas, enfatizamos três perspectivas desse conceito: na Matemática, na Educação Básica e na Educação Matemática, as quais sustentaram o estudo, do ponto de vista conceitual.

No Capítulo 3, Aspectos metodológicos, elencamos os pressupostos teórico-metodológicos que guiaram o desenvolvimento e a natureza da presente pesquisa.

No Capítulo 4, Resultados e Discussões, apresentamos e analisamos os dados coletados e produzidos. Neste capítulo, apresentamos dois tópicos de análise: (i) a relação entre o conceito do cálculo de área e os professores e (ii) cenário para reflexão.

Finalmente, em Considerações Finais, explicitamos a resposta à questão de pesquisa, refletimos a respeito aspectos que julgamos importantes e sugerimos outras questões para pesquisas futuras.

Não menos importante, em Para Além da Pesquisa, apresentamos contribuições que este estudo proporcionou à escola e à turma em que ela foi realizada.

1 Formação de Professores

Neste capítulo, tecemos considerações a respeito do aporte teórico que visa discutir a formação de professores sob dois aspectos: o primeiro deles diz respeito à formação do professor polivalente que ensina Matemática, em particular os conceitos geométricos; e o segundo, a importância do professor reflexivo.

1.1. A formação matemática do professor polivalente

A formação do professor polivalente[3] tem sido pauta de discussão há anos nos sistemas educacionais, nas licenciaturas e nas iniciativas individuais (CURI, 2012). Mesmo assim, ainda é possível perceber grande desconforto e insegurança em diversos profissionais, em especial no que se refere ao ensino de Matemática, seja qual for o conteúdo a ser apresentado, como pode ser observado nos estudos de Curi (2004) e Nacarato, Mengali e Passos (2017).

No entanto, para entendê-la é preciso olhar retrospectivamente, isto é, a formação desses profissionais de um modo mais amplo. Podemos demarcar a formação do professor polivalente em dois momentos, antes e depois da publicação da Lei 9.394/96, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (BRASIL, 1996). A formação dos professores para atuarem nos anos iniciais do Ensino Fundamental se consolidou nas primeiras décadas do século XX, nas escolas normais de nível médio (GATTI e BARRETO, 2009). Após longos anos, com a publicação da Lei nº 5.692, de 1971, que reformou a Educação Básica no Brasil, as escolas normais foram extintas e a formação por elas oferecidas passa a ser realizada em uma habilitação do ensino de segundo grau, identificada como Magistério.

Gatti e Barreto (2009) apontam que, com a extinção das escolas normais, a formação de professores passa a ser realizada em uma habilitação do segundo grau, denominada por Magistério. Essa alteração traz alguns inconvenientes à formação na medida em que há perda de algumas de suas especificidades, uma vez que foi ajustado ao currículo geral do ensino de segundo grau, atualmente conhecido como Ensino Médio. Isso acarretou que a formação dos professores da 1ª a 4ª séries (atualmente anos iniciais do Ensino Fundamental), acabou sendo feita por um currículo disperso, tendo a parte de formação específica ficado muito reduzida, devido à nova estrutura curricular desse nível escolar.

---

[3] O termo “professor polivalente” utilizado nessa pesquisa identificará o profissional que atua com as diversas áreas de conhecimento do currículo nacional, ministrando aula na educação infantil e/ou anos iniciais do Ensino Fundamental, ou seja, um profissional que teve sua formação em Pedagogia.

Identificadas lacunas na formação dos professores com habilitação em Magistério, o Governo Federal, a partir da década de 1982, juntamente com alguns estados brasileiros, criam os Centros Específicos de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério (CEFAMS), "criados em busca de garantir uma melhoria na formação de docentes para os anos iniciais de escolarização" (GATTI e BARRETO, 2009, p. 39). Estes centros forneciam formação de nível médio e acabaram sendo fechados no ano de 1996, com a criação da Lei 9.394/96, que instituía a nova LDB (BRASIL, 1996), a qual transferiu a formação desses profissionais para o nível superior, nos Institutos Superiores de Educação – ISEs, Escola Normal Superior – ENS e Universidades, no curso de Licenciatura em Pedagogia.

Após a promulgação da LDB/96, Gatti e Barreto (2009, p. 48) apontam que se firmou uma "disputa acirrada entre grupos favoráveis aos ISEs e ENS e os defensores da formação de professores para os anos iniciais do Ensino Fundamental e Educação Infantil nos cursos de Pedagogia", algo que não era previsto pela LDB. Diante disso, após amplo debate, o Conselho Nacional de Educação – CNE, aprovou a Resolução nº 1, de 15 de maio de 2006 (BRASIL, 2006), que institui as diretrizes curriculares nacionais para os cursos de Pedagogia, no âmbito da Licenciatura.

Nesta resolução, atribui-se que os professores com licenciatura em Pedagogia passam a atuar, também, na educação infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, bem como no ensino Médio, na modalidade regular e para a Educação de Jovens e Adultos – EJA, além da formação de gestores. Como consta no artigo 4º da resolução nº 1/06 (BRASIL, 2006, p. 3):

> O curso de Licenciatura em Pedagogia destina-se à formação de professores para exercer funções de magistério na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos cursos de Ensino Médio, na modalidade Normal, de Educação Profissional na área de serviços e apoio escolar e em outras áreas nas quais sejam previstos conhecimentos pedagógicos (BRASIL, 2006, p. 3).

Notamos que a formação do pedagogo é complexa e muito ampla, o que pode acabar comprometendo-a. Não há um consenso acerca de qual profissional se quer formar, um professor ou um gestor, de modo que isso pode ser observado nos 16 incisos do artigo 5º, desta mesma resolução.

Vale lembrar que não é nosso objetivo apresentar todos esses incisos, mas destacamos o inciso 5º, que diz respeito ao ensino. Desta forma, o licenciado em Pedagogia deve estar apto a "V – ensinar Língua Portuguesa, <u>Matemática</u>, Ciências, História, Geografia, Artes, Educação Física, de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano" (BRASIL, 2006, p. 2, grifo nosso).

Tomando por base o texto legal, o professor dos anos iniciais, ao concluir o curso de Pedagogia, deve estar apto a ensinar nas diferentes áreas de conhecimento, inclusive a Matemática. Assim, propomos o seguinte questionamento: Como é a formação Matemática do pedagogo? Quais as condições oferecidas no curso de Pedagogia, que está organizado em torno de 3.200 horas, para o trabalho com a Matemática?

Nacarato, Mengali e Passos (2017, p. 18) destacam que se "os cursos de habilitação ao Magistério pouco contribuíram com a formação Matemática das futuras professoras, os cursos de pedagogia, na maioria das instituições superiores, mostravam-se ainda mais deficientes". Tal evidência é ratificada por Curi (2004), ao afirmar que na grade curricular dos cursos de Pedagogia raramente se encontram disciplinas que dizem respeito à formação Matemática específica desses professores.

Gatti e Nunes (2008) trazem apontamentos importantes no âmbito do projeto de pesquisa "Formação de professores para o ensino fundamental: instituições formadoras e seus currículos[4]", em que analisaram 71 instituições de Ensino Superior de todo território nacional, as quais oferecem o curso de licenciatura em Pedagogia, modalidade presencial. No relatório final, realizado com base nessas análises, elas assinalam que, a quantidade de horas destinadas às disciplinas que fazem referência à formação profissional específica nesses cursos, é de apenas 30%, dentre os quais 20,5% corresponde à didática e metodologia, e práticas de ensino, isto é, o como ensinar e 9,5%, refere-se aos conteúdos que compõem o currículo da Educação Básica, ou seja, o que ensinar.

Notamos, a partir desses dados, que os conteúdos a serem trabalhados em sala de aula não são prioridade na formação do professor polivalente, sendo que tal evidência independe se a instituição de ensino é pública ou privada. A esse respeito, Curi (2004) afirma que a falta de destaque nos conteúdos é histórica (CURI, 2004). Os dados do relatório da pesquisa de Gatti e Nunes (2008) ainda evidenciam que Matemática e Língua Portuguesa são os cernes dos cursos de Pedagogia, isso porque

---

[4] Projeto da Fundação Carlos Chagas (FCC) que teve por objetivo analisar o que se propõe como disciplinas formadoras nas instituições de ensino superior dos cursos presenciais de Pedagogia e das licenciaturas de Língua Portuguesa, Matemática e Ciências Biológicas. Tal pesquisa foi solicitada pela Nova Escola.

ambas são vistas como essenciais para as demais áreas, isto em qualquer nível da Educação Básica.

Diante disso, cabe um questionamento: se essas duas áreas de conhecimento são tidas como essenciais e imprescindíveis na formação do professor polivalente, será que com essa quantidade de horas elas são desenvolvidas de modo a oportunizar aos futuros professores condições de trabalhar com Matemática e Língua Portuguesa de modo satisfatório? Isso sem contar a importância das outras áreas de conhecimento, como a Geografia, História, Ciências, Artes e Educação Física, visto que a formação desse profissional é polivalente, ou seja, ele precisa articular, de forma interdisciplinar, as diferentes áreas do conhecimento.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para Formação de Professores – DCNFP (BRASIL, 2001) destacam que:

> [...] nenhum professor consegue criar, planejar, realizar, gerir e avaliar situações didáticas eficazes para a aprendizagem e para o desenvolvimento dos alunos se ele não compreender, com razoável profundidade e com a necessária adequação a situação escolar, os conteúdos das áreas do conhecimento que serão objeto de sua atuação didática (BRASIL, 2001, p. 21).

Diante disso, parece-nos pouco provável que alguém possa ensinar de maneira eficaz aquilo que não aprendeu de forma satisfatória. Para Shulman (1986), o bom ensino depende de um professor que conheça tanto sobre a prática pedagógica quanto do conteúdo de ensino, pois quanto maior o conhecimento a respeito do conteúdo, maiores são as chances de representação deste. Portanto, a formação do professor polivalente não deve centrar-se apenas nos aspectos metodológicos do "[...] 'como fazer' mais do que – e quase nada – do 'porquê' ou a gênese ou 'de onde veio': conceitos, teorias, enfim" (SILVA; ALVES; MIRANDA, 2013, p. 271).

A esse respeito, Gatti (2009) ratifica que nos cursos de Pedagogia, na maioria das vezes o foco é centrado nos processos de ensino, dando pouca atenção ao conteúdo. Resultados semelhantes são expressos por Curi (2004), no que diz respeito à disciplina de Matemática neste curso. Segundo a autora, 90% dos cursos de Pedagogia espalhados pelo Brasil primam as questões metodológicas como sendo essenciais à formação do professor polivalente, contudo as disciplinas destinadas para esse trabalho têm uma carga horária extremamente curta.

Nessa direção, Nacarato, Mengali e Passos (2017), destacam que:

> [...] as professoras polivalentes, em geral, foram e são formadas em contextos com pouca ênfase em abordagens que privilegiem as atuais tendências presentes nos documentos curriculares de matemática. Ainda prevalece a crença utilitarista ou a crença platônica da matemática, centrada nos cálculos e procedimentos. Têm tido poucas oportunidades para uma formação matemática que possa fazer frente às atuais exigências da sociedade e, quando ela ocorre na formação inicial, vem se pautando nos aspectos metodológicos (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2017, p. 22).

Inicialmente, cabe destacar que o termo "professoras" é utilizado pelas autoras, pois estas são maioria nos anos iniciais do Ensino Fundamental (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2017). Reduzir o ensino de Matemática a uma visão utilitarista ou platônica é não compreender que as competências de cálculo não são suficientes, pois não atendem às exigências do mundo contemporâneo. Concordamos com as autoras quando elas afirmam que a formação do professor polivalente não tem dado tanta ênfase nos documentos curriculares de Matemática, ou ainda em conteúdos específicos para o trabalho nos anos inicias, pois a formação deste profissional está direcionada aos aspectos metodológicos e não conceituais. Conforme apresentado na introdução de nosso estudo, os cursos de Pedagogia das universidades públicas da Bahia têm seguido essa vertente, qual seja uma ênfase no "como fazer" e quase nunca no "como surgiu" um determinado conceito e quais as suas propriedades.

A esse respeito, as DCNFP (BRASIL, 2001, p. 21) destacam que "os cursos de formação de professores para atuação multidisciplinar, geralmente, caracterizam-se por tratar superficialmente (ou mesmo não tratar) os conhecimentos" que serão objeto de ensino dos futuros professores. O egresso do curso de Pedagogia deve estar apto a ensinar de modo interdisciplinar e adequado às diversas fases do desenvolvimento humano, mais especificamente das crianças, Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Artes e Educação Física (BRASIL, 2001), como já fora mencionado.

Partindo desse pressuposto, o futuro professor, formado em Pedagogia, deve considerar, dentro de seu repertório, conhecimentos matemáticos que abordem a Aritmética, a Álgebra e a Geometria. Munido desses conhecimentos, ele poderá ser capaz de levar seus alunos a compreender, descrever e representar o mundo em que está inserido, desse modo, estabelecendo conexões internas à Matemática e outras áreas de conhecimento (BRASIL, 1997).

Assim, para que o professor possa alcançar esse objetivo para o ensino de Geometria, proposto pelos PCN (BRASIL, 1997), é necessário a articulação de dois fatores: (i) conhecimento a respeito do objeto de ensino e (ii) conhecimento a respeito de metodologias adequadas para o objeto de ensino. É importante observar, no entanto, que ambos fatores dependem em grande parte da formação inicial que este professor teve.

Entretanto, Curi (2004) sublinha que dos blocos de conteúdos matemáticos propostos pelos PCN (BRASIL, 1997) para o ensino de alunos da 1ª à 4ª série do Ensino Fundamental (anos iniciais), Grandezas e Medidas, Espaço e Forma, e Tratamento da Informação são os que aparecem com menor frequência nas ementas dos cursos de Pedagogia, sendo que os dois primeiros estão intrinsecamente relacionados ao ensino de Geometria. Mais de uma década depois, identificamos um panorama semelhante ao fazer o levantamento de alguns cursos de Pedagogia do estado da Bahia, referente às horas destinadas às disciplinas de Matemática, apresentado na introdução desse trabalho.

Paralelo a isso, é preciso levar em consideração que muitas das dificuldades dos professores polivalentes são decorrentes de suas concepções a respeito do processo de ensino e aprendizagem de Matemática em suas experiências enquanto alunos da Educação Básica ou no curso de formação inicial. Essas experiências podem influenciar diretamente, seja de forma positiva ou negativa, no fazer pedagógico desses profissionais, como ressaltam Nacarato, Mengali e Passos (2017):

> [...] a formação matemática dessas alunas está distante das atuais tendências curriculares; por outro lado, elas também trazem marcas profundas de sentimentos negativos em relação a essa disciplina, as quais, muitas vezes, bloqueios para aprender e para ensinar (NACARATO; MENGALI e PASSOS, 2017, p. 23).

É preciso tentar reverter esse quadro, esses sentimentos negativos na formação do professor polivalente. Isso implica em criar estratégias de formação que venham construir os saberes ou reconstruir aqueles que esses professores trazem consigo. Assim, os formadores de professores desempenham papel fundamental nesta etapa, pois a eles é incumbida a missão não só de ensinar metodologias do como fazer e/ou ensinar, mas também, os conteúdos de sua disciplina, proporcionando ao futuro professor vislumbrar múltiplas possibilidades de organizar sua aula.

Concordamos com Nacarato, Mengali e Passos (2017) quando as autoras destacam que nos seus primeiros anos de trabalho, os professores polivalentes dão preferência à reprodução de práticas que vivenciaram enquanto alunos da Educação Básica e por conteúdos que tenham maior familiarização, provavelmente aqueles destacados na formação inicial. Dentro desse contexto, podemos inferir que a falta de discussões mais efetivas a respeito do ensino de Geometria nos cursos de formação inicial de professores polivalentes, em cursos de Pedagogia, poderá conduzir ao seu abandono na sala de aula por estes professores, visto que é pouco provável que o professor possa ensinar aquilo que não domina.

Diante disso, Nacarato, Mengali e Passos (2017) destacam que romper com esse modelo de formação existente é quase utópico. As autoras sugerem que seja investido em cursos de formação continuada, para que estes proporcionem o suporte necessário que os professores não tiveram na formação inicial. Mais que isso, que estes programas de formação continuada tomem como ponto de partida o saber que os professores trazem de suas experiências, para que esta bagagem seja problematizada e torne-se objeto de reflexão.

Seguindo essa ótica, no processo formativo desenvolvido por nós, tomamos como referência os saberes que os professores tinham a respeito da temática cálculo de área, com objetivo de analisar as implicações que uma formação continuada, acerca da construção do conceito de área, tem no fazer pedagógico de um professor que ensina Matemática.

Diante do exposto, na próxima seção buscamos compreender a construção dos conceitos geométricos, em especial na formação do professor polivalente.

1.1.1. O professor polivalente frente aos conceitos geométricos

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PNC (BRASIL, 1997) relativos à Matemática dos 1º e 2º ciclos, atualmente anos iniciais do Ensino Fundamental, destacam em sua parte introdutória que a Matemática é apontada como uma disciplina que coopera de modo significativo para o aumento das taxas de retenção. Além disso, um dos problemas para o ensino desta disciplina está relacionado ao processo de formação, inicial ou continuada, ao qual os professores foram submetidos.

Isto posto, cabe nos questionarmos como têm sido as práticas destes professores, que lecionam nos anos iniciais e que tiveram sua formação nos cursos de Pedagogia ou Normal Superior, quando se trata de conceitos geométricos. O ensino de Geometria nos anos iniciais merece uma atenção maior, pois os professores não vêm trabalhando com a Geometria e, parece haver, por parte dos pesquisadores, pouca preocupação em investir nessa temática neste nível de ensino (NACARATO, 2007).

Tradicionalmente, o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental está centrado na Aritmética e alguns pontos de Grandezas e Medidas, conforme apontam Nacarato (2000) e Marquesin (2007). Nacarato (2000) destaca que as professoras de sua pesquisa desconhecem conhecimentos geométricos, seja de conteúdo específico ou de conteúdos de ensino; além disso, que elas pouco valorizam a inserção do ensino de Geometria em suas salas de aulas.

Resultados semelhantes são expressos por Rabaiolli e Strohschoen (2013), que objetivaram analisar as concepções de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental quanto ao ensino de geometria. A pesquisa foi realizada com cinco professoras de uma escola privada, no município de Lajeado, Rio Grande do Sul. Os autores destacam que, o período destinado para o trabalho com a geometria varia de professora para professora, mas uma delas, que lecionava numa turma de 3º ano, alegou que existem conteúdos mais importantes para serem trabalhados antes da Geometria, como segue na transcrição de sua fala:

> [...] depende muito da turma, mas procuro sempre deixar mais para o final, penso que tem outras coisas, ou pelo menos as turmas com as quais trabalhei demonstraram ter mais necessidade com outros conteúdos antes da geometria (RABAIOLLI e STROHSCHOEN, 2013, p. 72).

Diante disso, percebe-se que alguns fatores podem potencializar o não ensino, ou ainda, o ensino superficial de Geometria. Um deles poderia estar associado ao fato de o professor muitas vezes desconhecer os conteúdos da matéria, tendo por consequência a insegurança de abordá-los em sua sala de aula. Por outro lado, mesmo que o professor tenha conhecimento dos conceitos de Geometria, não tem domínio dos procedimentos que lhe permitem transpor esses conceitos (LORENZATO, 1995; PAIS, 1996) a fim de proporcionar a seus alunos (re)descobrir conceitos geométricos.

Marquesin (2007) desenvolveu seu estudo direcionando-se para a formação continuada de professores, com foco no ensino de Geometria, trabalhando com um grupo de cinco professoras de 1ª e 2ª séries do Ensino Fundamental, do município de Jundiaí, no estado de São Paulo. Todas as professoras que compunham o grupo tinham experiência de sala de aula, no entanto desconheciam conceitos geométricos, como destacado pela autora:

> Ao se referirem ao ensino de Geometria, sentiam-se despreparadas, por julgarem que não conheciam o conteúdo e por não terem tido oportunidades de participar de aulas em que os professores explicassem de forma clara os conteúdos; ou seja, porque não aprenderam Geometria na escola, declaravam, no início da pesquisa, ter muitas dificuldades de ensinar os conteúdos previstos no Plano de Curso. Sendo assim, todas sempre buscavam as atividades oferecidas pelos livros didáticos; no entanto, embora estivessem convencidas de que precisariam avançar na apropriação dos conhecimentos geométricos, sentiam-se despreparadas e desamparadas (MARQUESIN, 2007, p. 111-112).

Note que, como já evidenciado, são poucos os professores polivalentes que se sentem preparados para o trabalho com a Geometria. Somado a isso, outros pontos relevantes que merecem destaque, são: a importância do livro didático na prática do professor em sua sala de aula; a consciência da falta de conhecimento e a necessidade de aprender.

Embora a presente pesquisa esteja voltada para professores polivalentes, trouxemos um estudo que traz resultados não muito diferentes quando se trata de professor especialista, neste caso, com formação em Matemática, como destacam Almouloud et. al. (2004, p. 99):

> Podemos apontar, em relação à formação dos professores, que esta é muito precária quando se trata de geometria, pois os cursos de formação inicial não contribuem para que façam uma reflexão mais profunda a respeito do ensino e da aprendizagem dessa área da matemática. Por sua vez, a formação continuada não atende ainda aos objetivos esperados em relação à geometria. Assim, a maioria dos professores do ensino fundamental e do ensino médio não está preparada para trabalhar segundo as recomendações e orientações didáticas e pedagógicas dos PCNs (ALMOULOUD et. al, 2004, p. 99).

Os autores nos chama atenção para importantes e preocupantes aspectos ao afirmar que a Geometria é abordada precariamente na formação inicial e que a formação continuada não altera muito esse quadro. Esses aspectos revelados refletem diretamente na prática do professor, não sendo possível trabalhar a contento de acordo com as orientações dos PCN (1998). Isso denota um prejuízo para a aprendizagem, pois o aluno poderá passar por toda a Escola Básica sem ter oportunidade de aprender, ou aprender superficialmente conteúdos básicos de Geometria.

Em sua pesquisa, Pavanello e Andrade (2002) entrevistaram professores da escola básica que fazem, explicitamente, afirmações que eles não têm condições de realizar o Ensino de Geometria, pois aprenderam muito pouco enquanto alunos, mesmo durante a graduação. Reiteram ainda que as atividades de Geometria realizadas na graduação, quando desenvolvidas, eram deficientes ou voltadas para temas complexos, ou seja, é perceptível um hiato, uma lacuna entre a formação do professor e a Geometria.

A esse respeito, Nacarato (2007, p. 9) destaca que:

> [...] a formação docente do professor que atua nas séries iniciais necessita ser olhada com maior atenção. Se quisermos a inserção da Geometria em todos os níveis de ensino, essa temática não pode continuar fora dos processos formativos, sejam na graduação, sejam na formação continuada.

Como podemos perceber, é urgente a necessidade de se investir na construção de conceitos junto aos professores dos anos iniciais, seja na formação inicial ou continuada. A respeito da formação inicial, faz-se necessária uma reconfiguração nos cursos de Pedagogia, em especial nas disciplinas voltadas para o trabalho com a Matemática, a fim de proporcionar a esses futuros professores condições de realizar um ensino de Matemática adequado e que englobe, de modo eficaz, o ensino de Geometria.

Segundo Lorenzatto (1995, p. 4), criou-se um "círculo vicioso: a geração que não estudou Geometria, não sabe como ensiná-la. Mas é preciso romper com esse círculo de ignorância geométrica, mesmo porque já passou o tempo de 'Ler, Escrever e Contar'".

Assim, com intuito de quebrar esse círculo vicioso, ratificamos a necessidade da construção de projetos de formação continuada, a fim de proporcionar aos professores em serviço, que tiveram sua formação em Pedagogia ou Normal Superior, condições e possibilidades de inserção da Geometria no currículo da Educação Básica, para além do reconhecimento e nomenclatura de formas geométricas. É preciso oportunizar aos professores polivalentes uma postura reflexiva, para que eles possam avaliar os conteúdos de ensino, de modo a articular suas atividades em torno dos conteúdos propostos para os anos iniciais, sem que um se sobressaia ao outro. A esse respeito, Fonseca et. al. (2009) relatam que,

> [...] quando se solicita aos professores uma descrição dos conteúdos referentes a números e operações, em geral ela é feita de maneira minuciosa. Entretanto, quando se trata da discussão dos tópicos de Geometria, estes são relacionados de maneira sumária, sem quaisquer detalhes, dando a impressão de que são pouco trabalhados em sala de aula e que os professores não se sentem à vontade para trabalhá-los (FONSECA et. al., 2009, p. 21).

Concordamos com Fonseca et. al. (2009), pois os dados referentes sobre os cursos de formação de professores para atuar nos anos iniciais do Ensino Fundamental, expressos por nós na introdução desta pesquisa, e por Curi (2004), apontam que nas disciplinas voltadas para o trabalho com a Matemática, pouca tem sido a ênfase nos conteúdos referentes à Geometria. Curi (2004), em sua pesquisa, destaca que apenas quatro ementas, das 36 que foram analisadas, fazem referência ao conteúdo de Geometria. Dados não muito diferentes dos identificados por nós, uma vez que das 20 ementas analisadas, apenas seis destacam a Geometria.

Rabaiolli e Strohschoen (2013), em suas considerações, confirmam as ideias postas por Curi (2004), ratificando o diagnóstico que fizemos a respeito dos cursos de Pedagogia da Bahia, quando descrevem que:

> A falha na formação, por parte das instituições formadoras, ocorreu de duas formas, uma por não oferecer disciplinas específicas para tratarem do assunto e outra, por não oferecerem disciplinas que abordassem o ensino de modo geral, nos quais momentos de reflexão sobre a prática docente se fizessem presentes. Quando o professor não tem um conhecimento sobre determinado assunto, ele precisa saber aonde buscar esses subsídios para suas aulas ou, até mesmo, desenvolver tais suportes (RABAIOLLI e STROHSCHOEN, 2013, p. 74).

Essas lacunas apontadas na formação têm uma relação direta com a sala de aula do professor. Nessa direção, Pavanello (2001, p. 183) pontua que muitas das dificuldades dos alunos em relação à Geometria têm relação com a didática do professor, pois esse se limita a solicitar “dos alunos somente o nome das figuras, sem se preocupar com o reconhecimento de propriedades e componentes das figuras, importantes do ponto de vista da Matemática”.

Para tanto, cabe capacitar o professor com vistas à mudança no ensino de Geometria e, mesmo que de forma lenta, ela precisa acontecer. É preciso que o professor estimule seus alunos, desde os primeiros anos da Educação Básica a utilizar a linguagem matemática correta, como por exemplo: identificar que um sólido formado por 6 faces quadrangulares é um cubo e não uma caixa. A Geometria desempenha papel importante na formação do aluno e não pode se reduzir à identificação e construção de figuras geométricas, focalizando seus esforços só nesses aspectos.

Borges (2009) argumenta que o professor é responsável por identificar o momento correto para passar da linguagem intuitiva para a mais formalizada, visto que a Geometria nos anos iniciais se caracteriza, principalmente, pela passagem da linguagem que deriva do concreto para o simbólico. “Portanto, a criança deve manipular, construir, observar, compor, decompor e agrupar por semelhanças ou diferenças” (BORGES, 2009, p. 6).

Dessa forma, o professor poderia oportunizar o aluno a descobrir algumas relações, ou seja, despertar o espírito investigador no aluno. Para tal, é necessário que o professor assuma o papel de observador e mediador, identificando o momento ideal para intervir, questionar e, assim, criar com os alunos conceitos pré-definidos. Desta forma, é crucial, a nosso ver, a importância da articulação entre o saber matemático e o saber pedagógico, uma vez que, como citado anteriormente, o papel do professor é fundamental no processo de ensino e aprendizagem, seja qual for o conteúdo trabalhado.

Dito isso, reiteramos a necessidade de se repensar a formação matemática dos professores polivalentes, seja inicial ou continuada. É preciso que o professor conheça, com mais profundidade, os conceitos geométricos que irá trabalhar. Além disso, saber quais as possibilidades e recursos que poderiam auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, sendo possível refletir na ação e sobre esta.

Nesse sentido, na próxima seção buscamos compreender o conceito de professor reflexivo, pautados nos conceitos de reflexão na ação, reflexão sobre a ação e reflexão sobre a reflexão na ação.

1.2. Professor reflexivo: adjetivo ou conceito?

Para iniciarmos essa seção, trouxemos a noção de professor reflexivo, da qual comungamos, de Alarcão (2010). Para a autora, essa noção está baseada “na consciência da capacidade de pensamento e reflexão que caracteriza o ser humano como criativo e não como mero reprodutor de ideias e práticas que lhe são exteriores.” (ALARCÃO, 2010, p. 44). As situações que ocorrem no cotidiano do profissional, em especial do professor, são muitas vezes incertas e imprevistas, fazendo com que, necessariamente, ele atue de forma inteligente para sua tomada de decisão.

Um dos precursores a discutir a respeito de reflexão foi Schön (1997; 2000), embora seu estudo estivesse voltado para a formação de arquitetos e não de professores. Contudo, com o tempo, suas ideias foram adotadas e amoldadas também para a formação de professores. De forma suscinta, podemos destacar na concepção *schöniana* três tipos distintos de reflexão: a reflexão sobre a ação, a reflexão na ação e a reflexão sobre a reflexão na ação.

De acordo com Schön (2000, p. 32), a reflexão na ação acontece em um "período de tempo variável com o contexto, durante o qual ainda se pode interferir na situação em desenvolvimento, nosso pensar serve para dar nova forma ao que estamos fazendo, enquanto ainda o fazemos". Observe que, a reflexão naação distingue dos outros tipos de reflexões, pois modifica de forma imediata a ação. Este tipo de reflexão é um processo implícito, não verbalizado e que temos dificuldades de explicitar verbalmente. Ele é tido como um processo que podemos realizar sem a preocupação de externar o que estamos fazendo e como estamos fazendo, igualmente o ato de conhecer na ação.

O conceito de reflexão na ação não acontece de forma incisiva e pontual, por detrás deste, há uma sequência de momentos que o organiza e faz com que ele interfira imediatamente na prática do professor. Inicialmente, temos um momento de surpresa, o professor deixa-se ser surpreendido pelos questionamentos dos alunos. Em seguida, reflete sobre esses questionamentos, ainda na prática, procurando uma razão lógica para o que o aluno fez ou questionou. Adiante, num terceiro momento, propõe uma nova fase para a situação apresentada, ou seja, vale-se dos questionamentos dos alunos e reformula a situação. Por fim, realiza uma nova prática, a fim de testar a nova situação (SCHÖN, 1997).

Por outro lado, é possível olhar retrospectivamente para a prática e refletir sobre a ação e sobre a reflexão na ação, sendo esses dois conceitos componentes poderosos para "descrever, analisar e avaliar os vestígios deixados na memória por intervenções anteriores" (GÓMEZ, 1997, p. 105). Para Schön (2000, p. 32), "podemos refletir sobre a ação, pensando retrospectivamente sobre o que fizemos, de modo a descobrir como nosso ato de conhecer-na-ação pode ter contribuído para um resultado inesperado". Portanto, o professor em um ambiente afastado da prática, reflete sobre a ação, reconstituindo a prática vivida em sala de aula, buscando compreender os significados atribuídos por ele à ação, às crenças errôneas, na tentativa de reformular o pensamento.

É importante notar que a diferença entre os dois primeiros conceitos que ora citamos, reflexão na ação e reflexão sobre a ação, propostos por Schön (2000), está no momento e local em que ambos ocorrem. O primeiro é manifestado no momento em que a prática está sendo executada e tem uma imediata significação. Já o segundo ocorre depois do acontecido, em outro ambiente, no qual o professor reflete sobre a ação.

O terceiro conceito da teoria de Schön (2000), reflexão sobre a reflexão na ação presume que o professor assuma uma postura de investigador de si próprio, de sua ação, afastando-se ainda mais do ambiente em que ocorreu a prática, dispondo de um olhar crítico sobre sua ação, não apenas para analisar e investigar a situação, mas na tentativa de pensar em novas estratégias de ação, as quais são necessárias para a prática docente. Assim, o conceito de reflexão sobre a reflexão na ação se distingue dos outros dois, por objetivar pensar a reflexão na ação passada, de modo a possibilitar projeção de ações futuras, com novas práticas fundamentadas. Oliveira e Serrazina (2002, p. 31) defendem que "a reflexão sobre a reflexão na acção é aquela que ajuda o profissional a progredir no seu desenvolvimento e a construir a sua forma pessoal de conhecer".

Desse modo, ao refletir sobre a reflexão na ação, o professor está refletindo sobre o fato em si, no seu todo, e a partir desse processo busca-se adotar uma nova postura, caso esse fato venha ocorrer futuramente. Sublinhamos que os conceitos de reflexão propostos por Schön (1997) não ocorrem de maneira linear, hierárquica, não há uma sequência de momentos. Todavia o professor pode e deve, sempre que possível, refletir sobre sua prática docente, antes e depois de adentrar a sala de aula. Nesse processo de reflexão, o professor tem a chance de se analisar, analisar seus conceitos.

Pensar a prática docente por meio da reflexão proporciona, especialmente, a descrição de "diferentes modos de estimular os professores a utilizarem o seu próprio ensino como forma de investigação, destinado à mudança das práticas" (ZEICHNER, 2008, p. 126). Diante disso, o ato de refletir de forma conjunta à prática, proporciona aos professores um reconhecimento de si e, mais que isso, que tenham a necessidade de modificar suas práticas pedagógicas.

Oliveira e Serrazina (2002) corroboram com as ideias postas por Zeichner (2008) e apontam que "os professores que reflectem em acção e sobre a acção estão envolvidos num processo investigativo, não só tentando compreender-se a si próprios melhor como professores, mas também procurando melhorar o seu ensino" (OLIVEIRA e SERRAZINA 2002, p. 34). Quando o professor reflete na ação e sobre ação, admite uma postura de investigador, afasta-se cada vez mais da racionalidade instrumental, isto é, que não há receitas, técnicas ou mecanismos de ensino derivados de teorias externas ou dos manuais escolares.

Notamos que a reflexão pode contribuir e influenciar de modo positivo a prática do professor, desse modo levando-o a refletir sobre seu fazer pedagógico. Concordamos com Santos (2015), quando ele evidencia a relação entre processo formativo e a reflexão na e sobre a prática docente, e descreve:

> [...] acredito que um possível caminho, para se pensar a formação continuada de professores, seria o empreendimento de esforços para viabilizar processos formativos que tomassem a reflexão na e sobre a prática docente como ponto de partida, problematizando-as coletivamente com vistas a sua ressignificação e transformação (SANTOS, 2015, p. 33).

Diante disso, acreditamos que a formação continuada de professores é um processo contínuo de reflexão, em que a problematização no coletivo fornece ao professor uma visão macro, para além de sua sala de aula, contribuindo, assim, para a (re)significação e transformação de sua prática.

Neste sentido, para Pimenta (2012), o professor necessita refletir sobre si mesmo – sobre seu saber, seu fazer e saber-fazer – contudo não só dessa reflexão de modo individual, mas em um espaço coletivo, com seus pares.

Zeichner (1993) compartilha dos mesmos ideais de Pimenta (2012), ao destacar a prática do ensino reflexivo como sendo voltada para dentro, para a própria prática do professor, democrática e emancipatória, e a prática do ensino reflexivo enquanto prática social. Evidenciando nesta última característica da prática do ensino reflexivo a objetividade da construção de um coletivo, ou seja, que os professores reflitam em grupo, na tentativa de apoiarem e sustentarem a aprendizagem uns dos outros.

Nesse contexto, espera-se que essa reflexões possibilitem ao professor perceber que o processo de ensino e aprendizagem não está centrado na preocupação da transposição e avaliação de determinados conteúdos, mas a forma como ministrá-los, a partir das reflexões realizadas na ação, sobre a ação e sobre a reflexão na ação. Para Zeichner (1993), durante o processo de reflexão, além de acumular saberes de suas práticas cotidianas, os professores estão continuamente a criar novos saberes, visto que a problematização da prática é o primeiro passo para o processo de reflexão.

Schön (1997; 2000) argumenta que as reflexões do professor consistem em um movimento de espiral, crescente, em que a sua prática é influenciada pelos processos de reflexões, as quais modelam as suas ações futuras. Nas ideias descritas por Schön (1997; 2000), o professor desenvolve e organiza sua prática por meio da investigação e reflexão de si próprio, do seu ambiente de trabalho. Com isso, neste movimento espiral, o professor se depara com situações muitas vezes complexas, que geram sentimentos de dúvidas e incertezas, em que, muitas vezes, não há respostas no seu repertório de soluções técnicas.

Neste sentido, para Oliveira e Serrazina (2002, p. 36) “o professor reflexivo é, então, o que busca o equilíbrio entre a acção e o pensamento e uma nova prática implica sempre numa reflexão sobre a sua experiência, as suas crenças, imagens e valores”. Assim, durante o processo de reflexão na ação e sobre a ação, os professores estão envolvidos no processo investigativo, tentando compreender a si próprio como professor e podendo buscar o que há de melhor para sua prática.

Segundo Cardoso et. al. (1996, p. 83), para o professor, a reflexão sobre sua prática pedagógica “é o primeiro passo para quebrar o acto de rotina, possibilitar a análise de opções múltiplas para cada situação e reforçar a sua autonomia face ao pensamento dominante de uma dada realidade”. Diante disso, o professor que não reflete sobre sua prática tende a aceitar, com naturalidade, a rotina burocrática da escola, concentrando seus esforços na busca de meios para atingir determinados fins, tornando-se um cumpridor de regras em que seu lugar é determinado por outros.

Assim, “o ensino reflexivo requer uma permanente autoanálise por parte do professor, o que implica abertura de espírito, análise rigorosa e consciência social” (OLIVEIRA e SERRAZINA, 2002, p. 36). Neste sentido, o processo de reflexão é um meio possível para que se abram novas possibilidades de ação, conduzindo para que se melhore aquilo que se faz. Ademais, pode potencializar aquilo que se deseja construir no outro, seja aluno, professor ou comunidade.

A partir disso, no desenvolver de uma aula, o professor pode ter algumas atitudes, decorrentes da reflexão na ação, seja na restruturação do plano de aula, na dosagem do conteúdo em relação ao tempo, na explicação de um conceito, nas respostas dadas aos questionamentos dos alunos, no controle da indisciplina, dentre outras surpresas que possam ocorrer na sala de aula.

Para Gómez (1997), mesmo com todas as dificuldades e limitações, o processo de reflexão na ação é de suma importância na formação de um profissional prático. Além disso, quando o profissional encontra-se aberto e flexível para a complexidade da prática, a reflexão-na-ação torna-se um excelente instrumento de aprendizagem.

Desta forma, entendemos que o professor é um profissional prático, pois tem a sala de aula como seu ambiente natural para o exercício da prática. Assim, após uma aula, em um local diferente da prática, o professor reflete sobre sua experiência, atitudes e decisões tomadas no decorrer da aula. Neste momento, lança-se mão de senso crítico para avaliar e analisar os pontos positivos e negativos da sua prática, e ele passa a refletir sobre a ação e/ou refletir sobre a reflexão na ação. Destarte, esses processos de reflexões propostos por Schön (1997; 2000) em sua teoria, potencializam o conhecimento do professor no que diz respeito à aprendizagem, auxiliando-lhe na tomada de atitudes futuras.

Os autores que fundamentam essa discussão, todos, tratam da reflexão sobre a prática. Neste contexto, pensar a formação de professores nesses moldes, em especial a formação continuada, é estar aberto a dar voz ao protagonista deste processo, no caso o professor. Diante disso, e com o intuito de dar voz ao professor, objetivamos neste estudo analisar as implicações que uma formação continuada, acerca da construção do conceito de área, tem no fazer pedagógico de um professor que ensina Matemática.

No próximo capítulo, apresentamos esse conceito em três perspectivas: na Matemática, na Educação Básica e na Educação Matemática, a fim de identificar quais são os aspectos que o sustentam.

2 Cálculo de Área: algumas perspectivas

Neste capítulo, discorremos a respeito do conceito de área de superfície em três perspectivas: (i) na Matemática, com foco no cálculo de área do quadrado, retângulo e triângulo; (ii) na Educação Básica, no que diz respeito aos documentos oficiais PCN (BRASIL, 1997) e a BNCC (BRASIL, 2017), bem como o livro didático; (iii) na Educação Matemática, com direcionamento para os estudos de ensino e aprendizagem de Geometria, mais especificamente cálculo de área de figuras planas.

2.1. Na matemática

Cabe salientar que reconhecemos que a demonstração de fórmulas para o cálculo de área de figuras planas não é prevista para ser ensinada nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Contudo, uma vez que o cálculo de área de superfícies planas é o objeto matemático no qual estamos trabalhando, julgamos pertinente compreender como esse conceito é organizado dentro da cadeia lógica e dedutiva de axiomas e teoremas, os quais sustentam a Matemática.

Discorrer sobre o cálculo de área é estar atento para o fato de este conceito aparecer associado a diversas expressões rotineiras, quais sejam área ocupada, área comercial, área de risco, área privada, área militar, área de serviço, área de trabalho, área verde, entre outras. Note que nestes casos, o conceito de área representa uma superfície. Desse modo, os significados e sentidos que são atribuídos a esse conceito, quase sempre, não correspondem ao significado geométrico.

Por conta disso, acreditamos ser necessário, no momento em que for trabalhado esse conceito em sala de aula, levar-se em consideração essas diferentes interpretações, pois há uma diversidade de significados para o mesmo termo, contudo este precisa ser justificado matematicamente.

Para tanto, é conveniente apontar como os matemáticos tratam esse assunto atualmente. Assim, destacamos as obras de Barbosa (1985), Lima (1991) e Dolce e Pompeo (2001), que definem e apresentam o objeto matemático: **área de polígonos**.

Com isso, para o estudo de área, no que diz respeito à Matemática, faz-se necessário um conjunto de axiomas, para a dedução das fórmulas. Para Dolce e Pompeo (2001, p. 312, grifos do autor) a "área de uma superfície limitada é um número real positivo associado à superfície", de tal forma que:

(i) Às superfícies equivalentes estão associadas áreas iguais (números iguais) e reciprocamente.

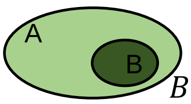
$$A \approx B \leftrightarrow (\acute{a}rea\ de\ A = \acute{a}rea\ de\ B)$$

(ii) A uma soma de superfícies está associada uma área (número) que a soma das áreas das superfícies parcelas.

$$C = C_1 + C_2 \leftrightarrow (\acute{a}rea\ de\ C = \acute{a}rea\ de\ C_1 + \acute{a}rea\ de\ C_2)$$

Na condição (ii), Dolce e Pompeo (2001) propõem o conceito de composição e decomposição, isto é, que dada uma superfície C, podemos decompô-la como reunião de *n superfícies,* polígonos, C_1, ..., C_n, tais que quaisquer dois deles têm em comum no máximo alguns lados, então a área de C é a soma da área dos C_i.

(iii) Se uma superfície está contida em outra, então sua área é menor, ou igual, que a área da outra.



$$B \subset A \ \rightarrow \acute{a}rea\ de\ B \leq \acute{a}rea\ de\ A$$

A partir da definição e condições apresentadas, apoiados nas ideias de Dolce e Pompeo (2001), apresentaremos a dedução das fórmulas para cálculo de área do quadrado, retângulo e triângulo.

Teorema 2.1.1: A área de um quadrado de lado a é igual a a^2.

Demonstração: Considere um quadrado de lado a conforme a figura 2.1.

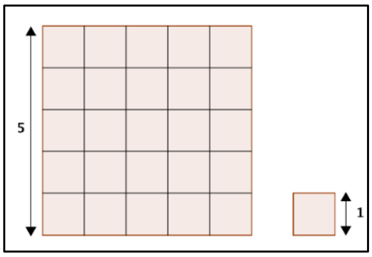


Figura 2.1 – Quadrado D de lado 5, decomposto em quadrados unitários
Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Note que, para determinar a medida de área do quadrado D, faz-se necessário decompô-lo em quadrados unitários. No caso acima, obtemos ao todo 25 quadrados unitários (soma dos polígonos). Observe que esses quadrados de lado unitário se intersectam em no mínimo dois lados. Pela propriedade dois temos que a área do quadrado original é a soma das áreas dos quadrados de lado unitário.

Assim, a medida de área do quadrado D é igual a:

$$25(quadrados\ unitários)\ \times 1\ (área\ do\ quadrado\ unitário)$$

Ou seja, 25 unidades de área, que correspondem a 5^2.

Logo, a partir do caso particular acima apresentado, é possível generalizar que o quadrado Q, de lado n, tem sua medida de área igual a n^2.

Teorema 2.1.2: A área de um retângulo é o produto de sua base pela sua altura.

Demonstração: Considere R a área de um retângulo de base b e altura h e considere um quadrado de lado $(b+h)$. Pelo teorema 2.2.1 a área desse quadrado será igual a $(b+h)^2$, como na figura 2.2.

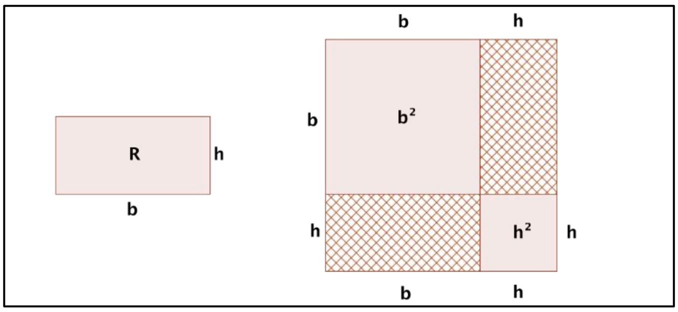


Figura 2.2 – Retângulo
Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Note que o quadrado de lado $(b+h)$ é formado por dois quadrados, um de lado b com área igual a b^2 e o outro de lado h com área igual a h^2. Além disso, dois retângulos de lados b e h, respectivamente, em que por hipótese temos que a área de cada um desses retângulos é igual a R.

Assim, podemos concluir, pelo teorema 2.2.1, que a área do quadrado de lado $(b+h)$ é igual a $(b+h)^2$, desse último resultado temos:

$$(b+h)^2 = b^2 + 2bh + h^2$$

Por hipótese, $bh = R$, daí

$$(b+h)^2 = b^2 + 2R + h^2$$

$$b^2 + 2bh + h^2 = b^2 + 2R + h^2$$

$$2R = 2bh$$

Assim,

$$R = bh$$

Logo, a área de um retângulo é o produto de sua base pela altura.

Teorema 2.1.3: A área de um triângulo é a metade do produto de sua base pela altura correspondente.

Demonstração: Para demonstração desse teorema consideraremos os três casos de triângulos (retângulo, acutângulo e obtusângulo).

Caso I – Triângulo retângulo.

Considere um triângulo retângulo ABD, reto em A, de base b e altura h, conforme figura 2.3.

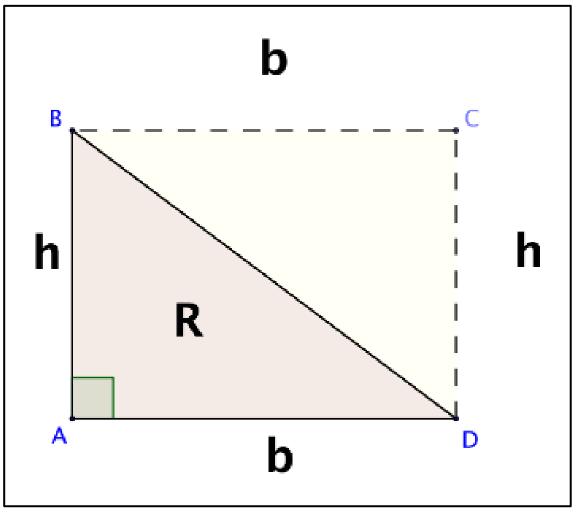


Figura 2.3 – Triângulo retângulo
Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Por B tracemos $BC//AD$; e por D, $DC//AB$, por construção obtemos o retângulo $ABCD$. Note que a área desse retângulo é equivalente à soma da área dos dois triângulos ABD e BCD. Como os triângulos ABD e BCD são congruentes (caso LLL), temos que a área do triângulo ABD é a metade da área do retângulo $ABCD$.

Como a área do retângulo $ABCD$ é $b \times h$ temos que:

$$R = \frac{b.h}{2}$$

Logo, a área do triângulo retângulo é a metade do produto de uma base pela altura correspondente.

Caso II – Triângulo acutângulo.

Considere um triângulo acutângulo DEF de base b, e uma perpendicular do vértice E ao $\overline{DF}$, conforme a figura 2.4.

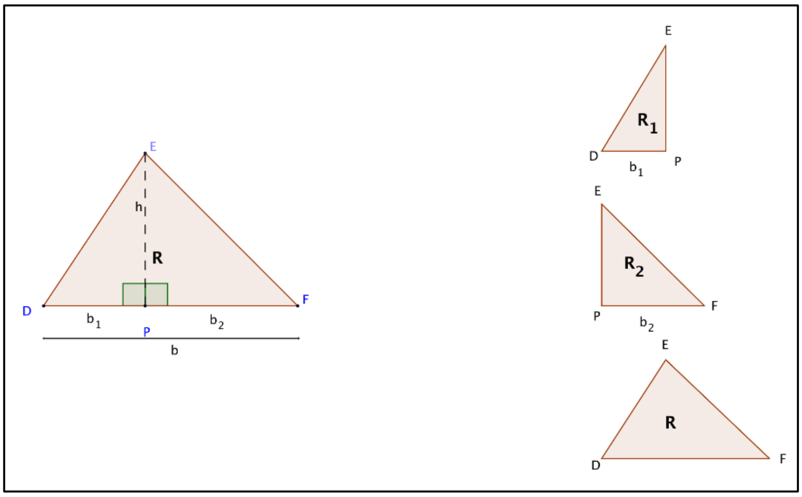


Figura 2.4 – Triângulo acutângulo

Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Por construção, temos que a h é uma altura do triângulo DEF, bem como o $\overline{EP}$ divide o triângulo DEF em dois triângulos retângulos, DEP e EFP, de bases b_1 e b_2, respectivamente, e mesma altura. Desta forma, pelo caso I, temos que a área dos triângulos DEP e EFP são:

$$R_1 = \frac{b_1 h}{2} \text{ e } R_2 = \frac{b_2 h}{2}$$

Pela definição de área, temos que a área do triângulo DEF corresponde a:

$$R = R_1 + R_2$$

$$R = \frac{b_1 h}{2} + \frac{b_2 h}{2}, \text{ colocando } h \text{ em evidência temos,}$$

$$R = \frac{(b_1 + b_2).h}{2}, \text{ por construção } b_1 + b_2 = b, \text{ daí}$$

$$R = \frac{b.h}{2}$$

Logo, a área do triângulo acutângulo é a metade do produto de uma base pela altura correspondente.

Caso III – Triângulo obtusângulo.

Considere um triângulo obtusângulo ABC de base b_2, e uma perpendicular do vértice B ao $\overline{AC}$, conforme a figura 2.5.

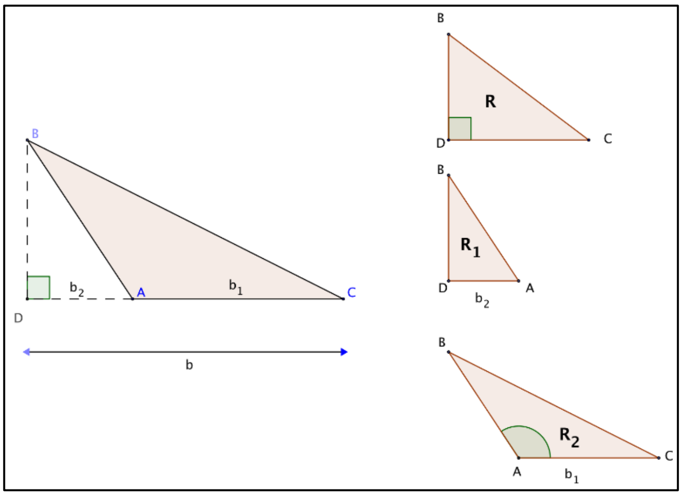


Figura 2.5 – Triângulo obtusângulo
Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Por construção, temos que a h é a altura do triângulo ABC e obtemos ainda o triângulo retângulo BCD, reto em D. Note que $\overline{AB}$ divide o triângulo BCD em dois:

triângulo ABC e ABD, de bases b_1 e b_2, respectivamente, e ambos com mesa altura. Pelo caso I, a área dos triângulos BCD e ABD, são $R = \frac{(b_1+b_2).h}{2}$ e $R_1 = \frac{b_1 h}{2}$, respectivamente. Desta forma, pela segunda propriedade, temos que a área do triângulo BCD é a soma da área dos triângulos ABC e ABD. Assim,

$$R = R_1 + R_2$$

$$\frac{(b_1+b_2).h}{2} = \frac{b_1.h}{2} + R_2 \ ,$$

Aplicando a distributiva no primeiro membro da igualdade temos,

$$\frac{b_1.h}{2} + \frac{b_2.h}{2} = \frac{b_1.h}{2} + R_2$$

Adicionando o inverso aditivo de $\frac{b_1.h}{2}$ em ambos os membros da equação temos,

$$-\cancel{\frac{b_1.h}{2}} + \cancel{\frac{b_1.h}{2}} + \frac{b_2.h}{2} = -\cancel{\frac{b_1.h}{2}} + \cancel{\frac{b_1.h}{2}} + R_2 \text{ , daí}$$

$$\frac{b_2.h}{2} = R_2$$

Logo, a área do triângulo obtusângulo é a metade do produto de uma base pela altura correspondente.

Diante disso, fica demonstrado, pelos casos I, II e III, que a área de qualquer triângulo é a metade do produto de qualquer base pela altura correspondente.

2.2. Na Educação Básica

Pensar o ensino do conceito de área na Educação Básica, em especial nos anos iniciais do Ensino Fundamental é, antes de tudo, pensar o ensino de Geometria. As discussões referentes ao ensino desse campo da Matemática são orientadas tanto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997) quanto pela Base Nacional Curricular Comum – BNCC (BRASIL, 2017).

Sabe-se que a Geometria integra o currículo de Matemática da Educação Básica antes mesmo que os primeiros grupos escolares, na década de 1900 (GRANDO; NACARATO, GONÇALVES, 2008), e esta “desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1997, p. 122).

Neste sentido, o estudo de Geometria é vital, e a iniciação deste deve ocorrer ainda nos primeiros anos da Educação Básica. Isso é naturalmente possível, pois as ações que as crianças desenvolvem no ato de brincar e manipular objetos são as primeiras noções geométricas, as quais serão aprimoradas com o passar do tempo, permanecendo nas ações cotidianas futuras.

Fainguelernt (1999, p. 21) aponta que “entre os matemáticos e os educadores matemáticos, existe um consenso de que o ensino da Geometria deveria começar desde cedo e continuar, de forma apropriada, através de todo o currículo de Matemática”. Contudo, a autora afirma que não há um consenso e existe “divergência de opiniões entre os conteúdos e os métodos de ensino da Geometria nos diferentes níveis”.

Para essa autora, uma das razões para tais divergências é que:

> [...] a Geometria possui muitos aspectos e, consequentemente, talvez não exista um caminho simples, linear, claro, hierárquico desde os princípios elementares até as abstrações e axiomas, embora seus conceitos devam ser considerados em diferentes estágios e diferentes pontos de vista (FAINGUELERNT, 1999, p. 21).

Devido à variedade de aspectos que cercam a Geometria, seu ensino nos anos iniciais consiste, geralmente, na identificação e construção de figuras geométricas, focalizando seus esforços só nesses aspectos. Nesse sentido, Pavanello (2001) pontua que muitas das dificuldades dos alunos em relação à Geometria têm relação com a didática do professor, pois esse se limita a solicitar “dos alunos somente o nome das figuras, sem se preocupar com o reconhecimento de propriedades e componentes das figuras, importantes do ponto de vista da Matemática” (PAVANELLO, 2001, p. 183).

Pensar o cálculo de área dentro desses aspectos a respeito do ensino de Geometria é questionar-se sobre e como deve ser trabalhado o conceito de área nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Se por manipulação de fórmulas? Se com recursos didáticos? Quais recursos? Qual foco teve ter esse ensino? Não temos a intenção de responder tais questionamentos, mas apresentar alguns dos posicionamentos a respeito destes que constam nos documentos oficiais.

O estudo de área está inserido dentro das discussões referentes às grandezas e medidas (BRASIL, 1997; 2017). No entanto, podemos incluí-lo nas discussões no que tange ao espaço e forma (BRASIL, 1997), uma vez que é impossível trabalhar o conceito de área sem se reportar a uma superfície. Contudo, não cabe aqui tendermos para um lado ou outro, uma vez que, nesse caso, eles estão imbricados num contexto que permite essa transição que é a Geometria.

Assim, tanto os PCN (BRASIL, 1997) quanto a BNCC (BRASIL, 2017) propõem que as primeiras ideias referentes ao cálculo de área de figuras planas sejam apresentadas no final dos anos iniciais. Nos PCN (BRASIL, 1997), a partir da 4ª série (atual 5º ano), já na BNCC (BRASIL, 2017), as primeiras discussões se iniciam no 4º ano e são mais aprofundadas no 5º ano. Em ambos os documentos, o conceito de área está vinculado ao conceito de perímetro, e mais que isso, no reconhecimento da noção de áreas equivalentes.

É válido salientar que tanto os PCN (BRASIL, 1997) quanto a BNCC (BRASIL, 2017) preconizam que não é objetivo dos anos iniciais, durante o processo de ensino e aprendizagem de cálculo de área, a manipulação de fórmulas ou dedução destas, mas que os alunos possam compreender esse conceito de modo palpável e próximo de sua realidade. A BNCC (BRASIL, 2017) descreve que os alunos do 5º ano têm por habilidade:

> Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área (BRASIL, 2017, p. 249, grifos nossos).

Observa-se que não é descrita como habilidade para os alunos do 5º ano, no trabalho com o cálculo de área, a manipulação de fórmulas, mas um trabalho que os levem a compreender o conceito. Na mesma direção, os PCN sugerem o "cálculo de perímetro e de área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e comparação de perímetros e áreas de duas figuras sem uso de fórmulas". (BRASIL, 1997, p. 61, grifo nosso). Ratificando que não é objetivo desse segmento de ensino o uso de fórmulas.

Além disso, é possível perceber que em ambos os documentos, a malha quadriculada tem grande destaque no ensino do conceito de área. Tal destaque é dado devido à dinamização e interação que é proporcionada por esse recurso didático, em que os alunos podem concluir, por meio de investigações, que figuras distintas podem ter áreas iguais e que, também, figuras que possuem perímetros iguais quase nunca têm a mesma medida de área.

Portanto, o foco no cálculo de área nos anos iniciais não é a manipulação e/ou dedução de fórmulas, mas sim que os alunos reconheçam que medir é comparar uma grandeza com uma unidade padrão e expressar o resultado da comparação por meio de um número. Posteriormente, esse conceito será solidificado e aprimorado, permitindo que sejam realizadas deduções de expressões que determinem a medida da área de certas figuras.

Diante das evidências apresentadas, acerca da não obrigatoriedade do uso de fórmulas para o ensino do cálculo de área nos anos iniciais, nos questionamos como é que o livro didático destinado para esse segmento escolar aborda esse conceito? Reportamo-nos ao livro didático visto que, na maioria das vezes, é o único material disponível aos alunos para que tenham contato com o processo de aprendizagem, para além das aulas. Os estudos de Dante (1996), Fonseca e Vilela (2014) e Silva (2016), apontam que o livro didático tem influência direta na prática pedagógica e no planejamento do professor, sendo em muitos casos, o único recurso utilizado. Os autores destacam ainda que tal influência é devido ao livro apresentar um programa de conteúdos “pré-estabelecidos” a ser seguido, o que acarreta prejuízos consideráveis.

Silva (2016) descreve que o livro didático tem grande influência na sala de aula do professor e como ele organiza sua prática, e descreve a fala de uma das participantes do seu estudo, quando compreendeu o significado das fórmulas de cálculo de área:

> É muito mais simples efetuarmos esse cálculo através da fórmula, por que agora entendemos como ela funciona. Nossos livros didáticos não abordam esses conteúdos de maneira eficaz, quase 90% deles vêm apenas com o resultado e nós temos que de alguma forma chegar a esses resultados sem nem uma explicação anterior (SILVA, 2016, p. 102).

Diante disso, notamos que o livro, na maioria das vezes, exerce o papel central do processo de ensino. Qual é o real sentido do livro didático na escola? Substituir o professor, ser mais um recurso? Precisamos entender esse significado. Oliveira, Conceição e Muniz (2017, p. 2) apontam que “o livro não deve ser, em hipótese alguma, o único instrumento utilizado pelo professor para gerir o processo de ensino e aprendizagem, pois há competências e habilidades a serem construídas durante esse processo que o livro didático não dá conta por si só”.

Para o bom aprendizado dos alunos, faz-se necessário que o professor disponha no seu rol de possibilidades, outros recursos didáticos para além do livro, mais que isso, que reconheça suas potencialidades, buscando atingir os objetivos propostos. Silva (2016) aponta que ao propor às suas professoras que analisassem o livro adotado pela escola, foram constatados erros conceituais, e concluíram que é de suma importância fortalecer o conhecimento sobre os conceitos que serão apresentados aos alunos, a fim de não perpetuar tais equívocos.

Outros aspectos identificados por Silva (2016) foram que as participantes tinham a crença e a ideia de que o livro didático não continha erros. Diante da grande influência que o livro didático exerce sobre a prática do professor e em sua sala de aula, como o conceito de área tem sido apresentado no livro didático? Este corrobora com o que é posto pelos PCN (BRASIL, 1997) e pela BNCC (BRASIL, 2017) para o trabalho com esse conteúdo? Quais recursos didáticos são sugeridos para que o professor possa utilizar? O que é exigido nas atividades propostas?

Vários foram os questionamentos realizados por nós e, na tentativa de saná-los, resolvemos analisar um livro didático do 5º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Sublinhamos que não temos por objetivo realizar uma análise minuciosa do livro didático, apenas temos o interesse de perceber como é organizado o conteúdo de cálculo de área e se ele atende o que é posto pelos documentos oficiais.

Desta forma, analisamos o livro do 5º ano da Coleção Projeto Coopera: Matemática, aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2016[5], de Eliane Reame e Priscila Montenegro. Dentro de uma quantidade razoável de coleções de livros didáticos, o nosso critério de escolha foi exatamente aquele utilizado pelos professores que participaram da formação que desenvolvemos. Além disso, da coleção foi escolhido o 5º ano, uma vez que, na maioria das vezes, as primeiras discussões a respeito do conceito de área são apresentadas, segundo os PCN (BRASIL, 1997) e discutido com maior ênfase segundo a BNCC (BRASIL, 2017), nesta etapa.

Sobre a organização do referido Livro Didático (LD), esse é composto por nove unidades, destacadas no quadro 3.1, que se subdividem em capítulos que giram em torno dos quatro blocos de conteúdos propostos pelos PCN (BRASIL, 1997): números

[5] Guia que apresenta as coleções de Livros Didáticos de Matemática aprovadas para o triênio 2016 – 2017.

e operações; espaço e forma; grandezas e medida; e por fim, tratamento da informação.

Quadro 3.1 **–** Organização do livro didático

Unidade	**Temática**
I	População Brasileira
II	Diferentes Relógios
III	Simetria e Arte
IV	Letras e Números
V	Frações
VI	Números e Medidas
VII	Geometria e Arte
VIII	Pirâmides pelo mundo
IX	Porcentagens no Dia a Dia

Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Na primeira unidade, o foco está sobre o bloco números e operações e, timidamente, aparece o bloco grandezas e medidas. Para essa unidade, os conteúdos propostos, são: sistema de numeração decimal, senso numérico, as operações de adição e subtração (a subtração sendo a ideia da diferença), bem como a apresentação do dinheiro brasileiro, ainda dentro do bloco grandezas e medidas, que é usado como aplicação para as operações mencionadas.

Na segunda unidade, os conteúdos propostos são de três blocos, grandezas e medidas, números e operações e tratamento da informação. Nesta unidade, o foco está nas medidas de um modo geral, com particularidade para a medida de tempo e o senso numérico e medidas. Mesmo evidenciado o bloco grandezas e medidas, é proposta ainda a noção da operação de multiplicação, de modo que estes elementos são reforçados com o conteúdo trabalhado no bloco de tratamento da informação, qual seja, raciocínio combinatório.

Com relação à terceira unidade, são apresentados conteúdos dos blocos espaço e forma, números e operações e tratamento da informação, respectivamente. Para essa unidade, os conteúdos indicados, são: simetria, localização, a operação de divisão e a construção de gráficos e tabelas.

Por conseguinte, a quarta unidade é organizada em torno dos blocos números e operações, grandezas e medidas e espaço e forma, em que são evidenciados o sistema de numeração romana, as frações e figuras geométricas, o aprofundamento da noção de medida de tempo e a iniciação da noção de medida de comprimento. Por fim, o conceito de ângulo a partir da ideia do giro.

Na quinta unidade, os conteúdos estão ancorados nos blocos números e operações, grandezas e medidas e espaço e forma. Apesar desta unidade receber o nome de frações, o seu foco não está, somente, sobre estas. Neste momento também é apresentado o conceito de polígonos, linhas paralelas e perpendiculares, bem como é consolidada a ideia de dinheiro brasileiro, construída na primeira unidade.

Os conceitos apresentados na sexta unidade fundamentam-se nos quatro blocos de conteúdos, dando início com a discussão de números decimais, os quais são aprofundados no capítulo que trata sobre os números decimais e medidas. Além disso, são evidenciados os conceitos de perímetro e medida de superfície, bem como a técnica de construção de gráficos e tabelas.

À sétima unidade é organizada em torno dos blocos números e operações, grandezas e medidas e espaço e forma. Nesta unidade é apresentado o conceito de figuras geométricas, com foco em poliedros e prismas, noção intuitiva de volume, medida de massa, números decimais e cálculo de área, com foco as unidades padrões de medidas, centímetro e metro quadrado.

A oitava unidade sustenta-se nos quatro blocos de conteúdos. É proposto, neste momento, o trabalho com figuras geométricas, neste caso, pirâmides, a operação de divisão, juntamente com a noção de função, a comparação entre frações com denominadores distintos e as operações fundamentais com fração. Além disso, o conceito de medida de capacidade com as unidades litro e mililitro, e a ideia de chance.

Por fim, a nona unidade está fundamentada em dois blocos de conteúdos: números e operações e tratamento da informação. Para essa unidade, são propostos os conceitos de porcentagem, porcentagem e chance, as operações fundamentais com números decimais. Além disso, a calculadora é apresentada como recurso para o ensino de multiplicação e divisão; por fim, as construções de gráfico e tabela.

Sabe-se que, em termos de blocos de conteúdos (BRASIL, 1997), a Geometria permeia a discussão tanto do bloco de espaço e forma quanto do bloco relativo às grandezas e medidas. Desse modo, algo que nos chama atenção neste livro didático é sua organização, que apresenta os conceitos geométricos diluídos em todo o seu corpo.

No que tange às nossas impressões, identificamos que o conceito de área é trabalhado na sexta e na sétima unidade. Desse modo, centraremos nossos esforços em analisá-las, pois é em ambas que o objeto matemático de interesse deste capítulo é apresentado. Assim, na sexta unidade, no capítulo Medida de Superfície, é iniciada a discussão a respeito do cálculo de área.

Neste capítulo, as autoras, por meio da comparação de superfície, propõem uma situação em que dois alunos têm que decidir sobre qual cartão usar, azul ou amarelo, para a confecção de uma mensagem para o dia dos amigos. Um dos alunos sugere o azul, pois é mais comprido. O outro aluno sugere o amarelo, pois tem mais espaço. Nesse momento, é sugerido que quadricule os dois cartões e, que se contem quantos quadradinhos cabe em cada cartão, a fim de identificar qual tem o maior número de quadradinho, como consta na figura 2.6.

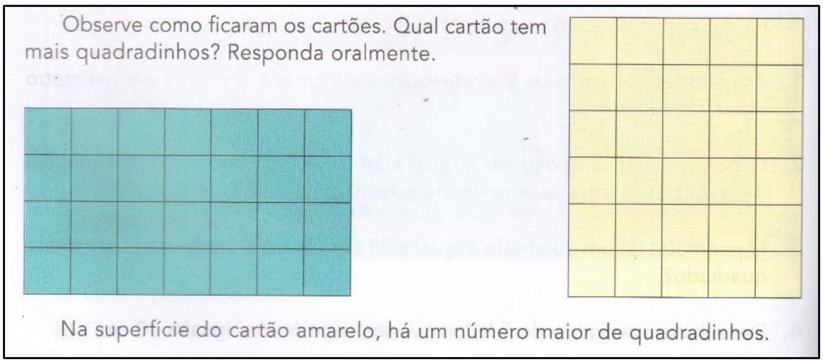


Figura 2.6 – Contando Cartões quadriculados
Fonte: Reame e Montenegro (2014).

Após essa discussão, as autoras apresentam o conceito de área a partir da ideia de superfície que girou em torno dos dois cartões. É possível perceber que a escolha da unidade de medida de superfície foi fundamental e, no caso da situação, essa unidade foi a unidade quadrada, o que corrobora com as ideias postas pelos PCN (BRASIL, 1997) e a BNCC (BRASIL, 2017), ao sugerir o uso da malha quadriculada para o trabalho com cálculo de área nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ainda nessa mesma situação, é proposto que se considere o triângulo como unidade de medida, e que seja determinada a medida de área dos cartões.

Após essa discussão inicial, o livro propõe uma sequência de três atividades, considerando unidades de medidas de superfície diferentes, para que os alunos possam determinar a medida de área de cada uma das figuras. Na primeira atividade, apresentada na figura 2.7, a unidade de medida de superfície é o triângulo.

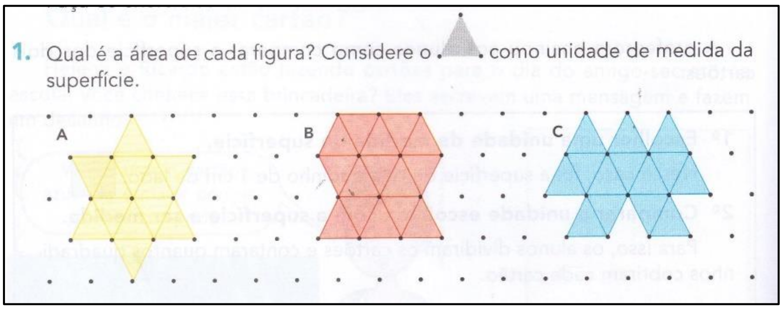


Figura 2.7 – Calculando a área considerando uma unidade de medida
Fonte: Reame e Montenegro (2014).

Nesta atividade, por meio da contagem os alunos irão determinar a área de cada uma das figuras. Propor o trabalho com outras unidades de medida é sugerido pelos PCN (BRASIL, 1997), com o objetivo de fazer com que os alunos percebam que não existe somente uma única unidade de medida. Já a segunda atividade, na Figura 2.8, considera-se o quadrado de lado unitário como a unidade de área.

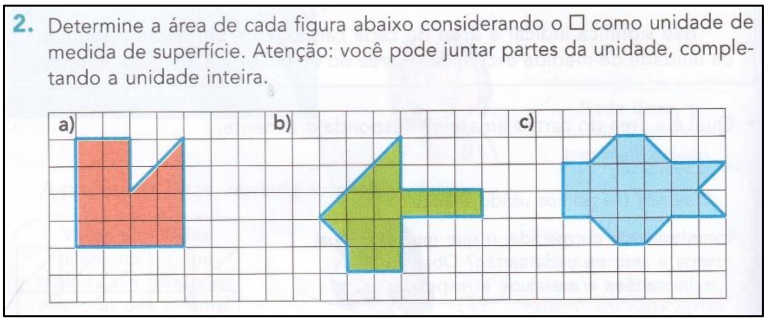


Figura 2.8 – Soma de superfícies de área
Fonte: Reame e Montenegro (2014).

Esta atividade apresenta um aspecto importante no estudo de cálculo de área, isto é, que ao juntar partes da unidade estará se formando uma unidade de medida de superfície. Neste momento, o professor pode, juntamente com os alunos, discutir uma das consequências derivadas da definição de área, qual seja, uma soma de superfícies está associada a uma área (número), que é a soma das áreas das superfícies parcelas (unidades de área) (DOLCE e POMPEO, 2001).

Sublimamos que essa discussão, ao ser realizada com os alunos, não deve ser abordada com esses termos, mas de modo que eles possam compreender que um quadrado pode ser dividido em dois triângulos de mesma área, e que a união desses dois triângulos resultará no mesmo quadrado. Facilitando, assim, o entendimento da decomposição e composição de figuras planas. Por fim, a terceira atividade, ver Figura 2.9, é trabalhada a partir de três unidades de medidas de superfície.

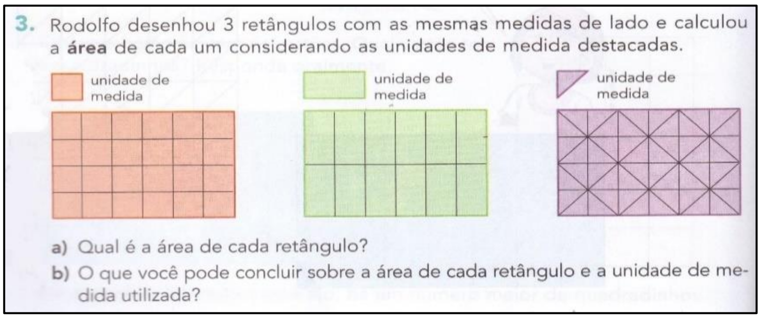


Figura 2.9 – Calculando com unidades de áreas diferentes
Fonte: Reame e Montenegro (2014).

Essa atividade é importante do ponto de vista desse trabalho, pois embora os três retângulos sejam congruentes, a unidade de medida que será utilizada para cada um deles é diferente, o que representará números distintos ao calcular a área.

Ainda nesse capítulo, na seção área e perímetro, ambos os conceitos são trabalhados de formas correlacionadas. Neste sentido, são dispostas duas atividades para que os alunos determinem a área e o perímetro em cada uma delas. A título de exemplificação, trouxemos a figura 2.10.

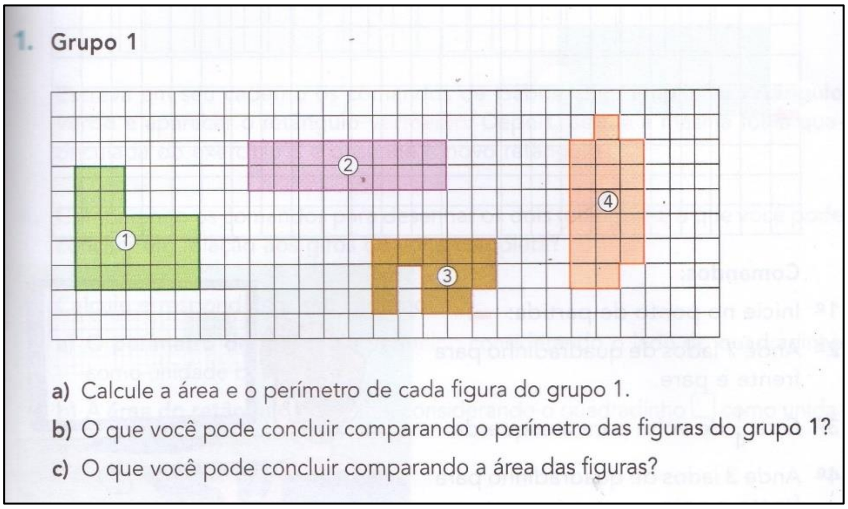


Figura 2.10 – Áreas diferentes e Perímetros congruentes
Fonte: Reame e Montenegro (2014).

Ao analisar o conteúdo da atividade, percebemos que ela aborda tanto o conceito de área quanto de perímetro, tratando de figuras planas de formas geométricas e áreas diferentes com perímetros equivalentes (PCN, BRASIL, 2017). Dando continuidade, ao final do capítulo, ainda relacionado aos conceitos de área e perímetro, é solicitado que os alunos construam numa malha quadriculada, a partir de um exemplo, novos retângulos, de modo que seus lados tenham o dobro da medida dos lados do retângulo anterior.

Com relação à sétima unidade, nosso olhar está para o capítulo, cujo título é cálculo de área: unidades padronizadas. Neste capítulo, as autoras ampliam as discussões realizadas na unidade anterior, para a inserção da unidade de medida centímetro quadrado e metro quadrado. Inicialmente é apresentada a ideia de unidade de centímetro quadrado (cm^2), como um quadrado medindo um centímetro de lado. Em seguida, é proposta uma atividade para que os alunos determinem a medida da área e perímetro de algumas figuras, em centímetros quadrado (cm^2) e centímetros (cm) respectivamente, como consta na figura 2.11.

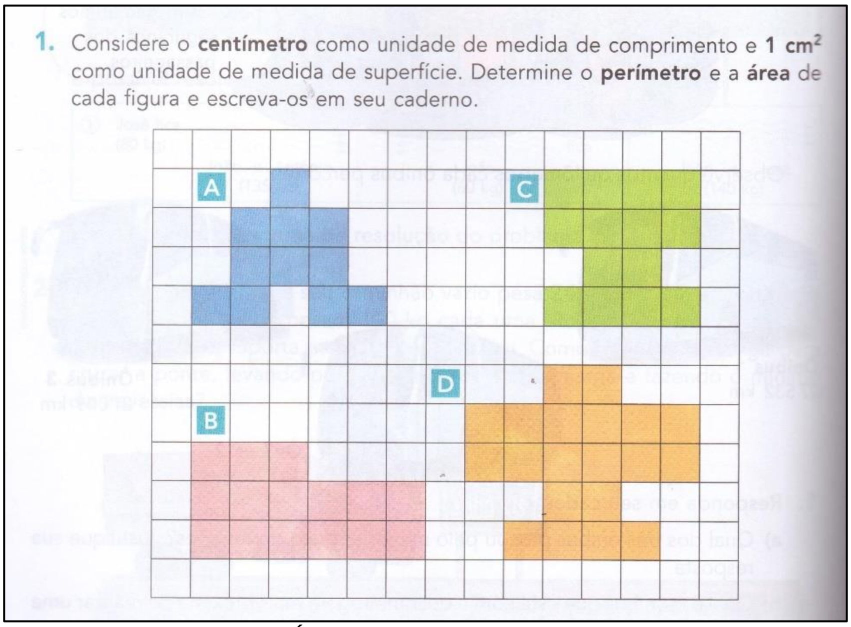


Figura 2.11 – Calculando Áreas com unidade de medida padronizada (cm)
Fonte: Reame e Montenegro (2014).

Após responder à atividade da figura 2.11, é solicitado que os alunos construam três figuras diferentes numa folha de papel quadriculado e determinem a sua área, em centímetros quadrados (cm^2), e perímetro, em centímetros (cm). No que tange ao metro quadrado, as autoras retratam uma situação em que um casal vai comprar um imóvel e questiona ao corretor quantos metros quadrados tem aquele imóvel, obtendo como resposta 90 metros quadrados de área.

Após retratar esse episódio, é questionado a respeito do significado de um metro quadrado (m^2). Além disso, é realizado um comparativo do motivo pelo qual não medir a área do imóvel em centímetros, de modo que os alunos percebem que nem sempre a unidade de medida de superfície centímetro é adequada para o cálculo.

Dando continuidade, é proposto um trabalho com estimativa e cálculo de área, ver figura 2.12.

Figura 2.12 – Estimativa e cálculo de área
Fonte: Reame e Montenegro (2014).

Nessa situação, solicita-se que os alunos, em grupo, construam um metro quadrado de papel e repitam o procedimento que aparece na imagem 2.12. Além desse questionamento, há mais três: (i) quantas pessoas cabem sentadas em um metro quadrado? (ii) qual é, aproximadamente, a área de sua sala de aula em metros quadrados? (iii) quantas pessoas cabem no espaço da sua sala de aula?

Por fim, para finalizar o capítulo, as autoras propõem a seção denominada por área do apartamento de Sofia. Nesta seção, é apresentada a planta baixa do apartamento de Sofia, como consta na figura 2.13, em que é solicitado que os alunos determinem a medida em metro quadrado (m²) de cada um dos cômodos, e ao final, de toda a casa.

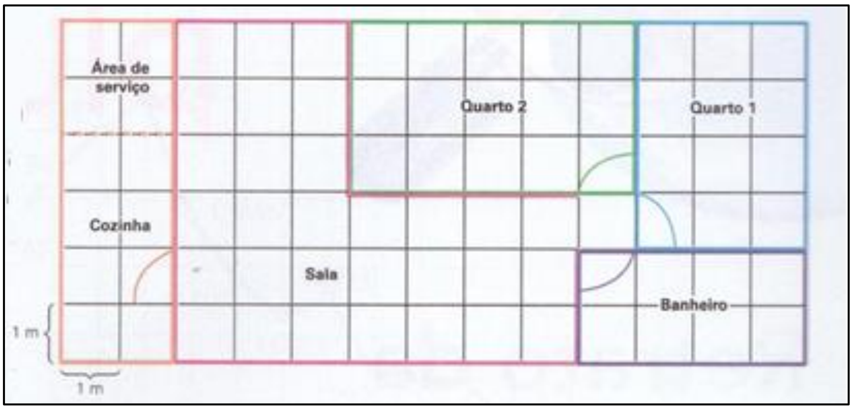


Figura 2.13 – Planta baixa do apartamento de Sofia – Livro Didático

Fonte: Reame e Montenegro (2014).

Diante dessa breve análise, é possível perceber que o livro didático adotado pela maioria das escolas do município no qual realizamos a pesquisa está consoante com os princípios elencados nos documentos oficiais, seja em termos de conteúdos, de recursos didáticos ou conceitos. Assim, na próxima subseção apresentamos o conceito de área dentro do campo da Educação Matemática, com esse questionamento: o que os estudos têm a nos dizer?

2.3. Na educação matemática

No ensino de Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a tríade "medida, geometria e número" constitui a base dos conhecimentos matemáticos propostos para esse segmento escolar (LORENZATO, 2006). Tal evidência ratifica a importância do estudo do conceito de área, pois este integra esses três aspectos, permitindo a conexão dos três diferentes blocos de conteúdos destacados no PCN (BRASIL, 1997): grandezas e medidas, espaço e forma, e números e operações.

Lorenzato (2006) ressalta ainda o quão importante é a construção do conceito de medidas desde a Educação Infantil, pois este é vital para a compreensão dos conceitos de área e perímetro nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Assim, dentro da temática cálculo de área, várias pesquisas surgem com o objetivo de analisar aspectos vinculados aos processos de ensino e aprendizagem, desde as dificuldades apresentadas por professores ao trabalharem com esse conteúdo, mas também a respeito do desempenho dos estudantes.

Dentre essas pesquisas as quais apresentamos na introdução desse estudo, destacamos Chiummo (1998), Garcia Silva, Galvão e Campos (2013) e Silva (2016), por discorrerem a respeito da temática formação de professores. Além desses estudos, consultaremos também os estudos de Mauro (2007), Müller e Lorenzato (2015), e Gomes (2016), os quais também discorrem sobre a formação de professores.

Por entendermos que existe uma relação entre o ensino e a aprendizagem, nos debruçamos, também, para as pesquisas que dizem respeito ao desempenho dos estudantes. Para essa análise, buscamos por estudos desenvolvidos no âmbito do grupo de pesquisa "pró-grandezas: ensino e aprendizagem das grandezas e medidas", vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnologias, da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

Nessa busca, encontramos o trabalho de Pessoa (2010), que fez um estudo com alunos e o uso da malha quadriculada, pesquisa que nos interessa e nos auxiliou na elaboração das atividades desenvolvidas no processo formativo. Ao analisar as referências de Pessoa (2010), interessamo-nos pelo estudo de Facco (2003), que também desenvolveu seu estudo com alunos dos anos finais do ensino fundamental, experimentando uma sequência de ensino, algo semelhante com o que realizamos com os professores.

Chiummo (1998) realizou um estudo de cunho histórico e epistemológico, em que um dos objetivos era elaborar uma sequência didática abordando o conceito de área e perímetro para ser aplicada pelos professores em sala de aula. Esta pesquisa foi realizada com um grupo de professores da rede pública do Ensino Fundamental do estado de São Paulo, que participaram de uma capacitação a respeito do tema área de figuras planas.

Os resultados apresentados por Chiummo (1998) evidenciam que os participantes da capacitação, no desenvolvimento de sua prática pedagógica, recorrem sempre ao processo de "memorização da fórmula do cálculo da área e do perímetro", isso por parte de alguns professores, os que se "recusam a mudar a postura" (CHIUMMO, 1998, p. 135), não permitindo vislumbrar outras possibilidades para o cálculo de área.

Resultados próximos a esses são expressos por Gomes (2016). A autora realizou sua investigação com 33 professores que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na rede pública estadual de São Paulo. O objetivo de sua pesquisa foi analisar o conhecimento profissional desses professores participantes de um processo formativo, desenvolvido por ela, sobre área e perímetro de figuras planas. Para a coleta de parte de seus dados, a autora aplicou um questionário, preliminar ao curso de formação continuada, composto por cinco questões que neste estudo apresentam, em especial, os resultados da 5ª questão.

Os dados apresentados por Gomes (2016) apontam lacunas no conhecimento da maioria dos professores em relação ao conteúdo, uma vez que estes apresentam ideias confusas sobre a construção de retângulos a partir da medida de área. Além disso, a pesquisadora afirma que "as dificuldades apresentadas pelos participantes desta investigação podem estar relacionadas à pouca familiaridade com as estratégias disponíveis para o cálculo de área com malha quadriculada” (GOMES, 2016, p. 6).

A esse respeito, os estudos de Pessoa (2010) e Garcia Silva, Galvão e Campos (2013), sinalizam que a utilização da malha quadriculada para o cálculo de área não é compreendida em sua totalidade, tanto por alunos como por professores. Pessoa (2010) realizou um estudo diagnóstico sobre os procedimentos empregados por 100 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, de cinco escolas distintas, uma pública municipal, uma pública federal e três particulares, da região metropolitana do Recife, quando estão calculando a área de figuras planas em malha quadriculada.

Embora os resultados da pesquisa de Pessoa (2010) revelem que questões de cálculo de área que tinham o apoio da malha quadriculada apresentavam um índice maior de acerto, os procedimentos empregados não estavam relacionados à operação de multiplicação entre as quantidades de quadradinhos dos lados da figura, mas sim ao processo de contagem dos quadradinhos que formavam a figura. A autora aponta ainda fragilidades dos participantes em decompor e recompor as áreas das figuras ladrilháveis, com o objetivo de determinar a área da figura.

Nas figuras planas que não apresentavam ângulos retos, continuavam utilizando a contagem dos quadradinhos para determinar a medida da área e, em alguns casos, utilizaram a compensação, “contam apenas os quadradinhos completos dentro da figura ou contam como inteiros todos os que estão parcialmente contidos nela” (PESSOA, 2010, p. 8), não levando em consideração outras estratégias.

Resultados que corroboram esses recém apresentados foram evidenciados no estudo de Garcia Silva, Galvão e Campos (2013), em que as autoras analisaram as estratégias de resolução utilizadas por 33 professores que ensinavam Matemática nos anos iniciais na rede pública estadual de São Paulo. Nesta pesquisa foi realizada uma análise das estratégias utilizadas por esses professores quando calculam áreas de polígonos em malha quadriculada, em uma formação continuada sobre a temática área.

Os resultados da pesquisa de Garcia Silva, Galvão e Campos (2013) demonstram que nenhum dos professores participantes do processo formativo calculou a área da figura analisando-a como um todo, ou ainda com possibilidade de decomposição em retângulos ou triângulos. Valeram-se apenas da contagem e compensação de quadradinhos, como podemos observar na figura 2.14.

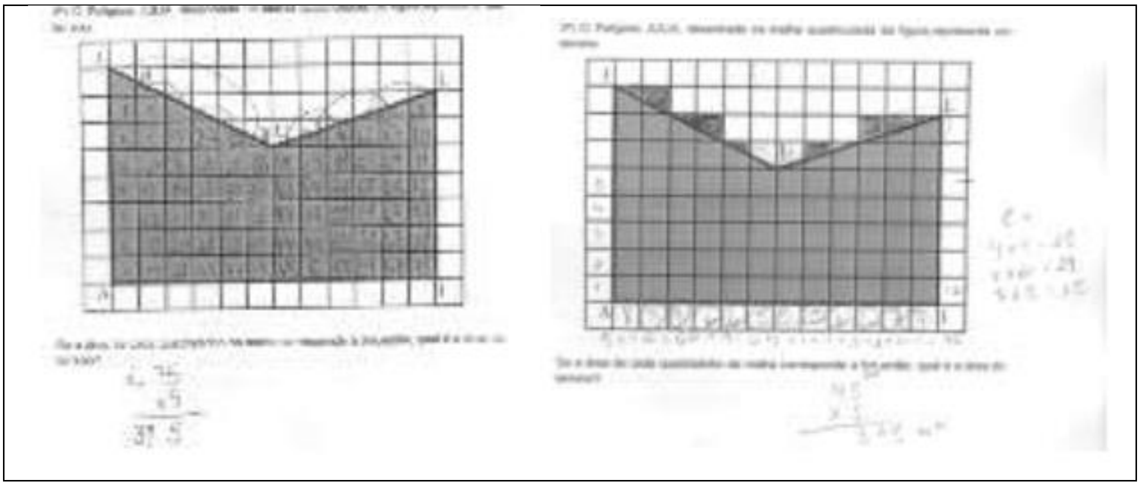


Figura 2.14: Extratos de dois protocolos do estudo de Garcia Silva, Galvão e Campos (2013)
Fonte: Garcia Silva, Galvão e Campos (2013, p. 7).

Ambos os estudos apontam que tanto as estratégias utilizadas pelos alunos como pelos professores para o cálculo de área em malha quadriculada, nem sempre levaram ao sucesso. Resultados próximos a esses são descrito por Silva (2016). A autora investigou, “durante sessões de estudos de professoras que lecionam Matemática para os anos iniciais de uma escola particular da grande São Paulo, o desenvolvimento do conhecimento profissional docente sobre os conceitos de área e perímetro e seu ensino” (SILVA, 2016, p. 8). Participaram quatro professoras dessas sessões de estudos.

Silva (2016) também trabalhou com malha quadriculada para determinar a medida de área de figuras planas. Ao perceber que as professoras utilizavam a contagem dos quadradinhos, bem como a compensação destes, sendo que algumas vezes de maneira equivocada, a pesquisadora propôs uma figura que somente a contagem de quadradinhos não daria conta de resolver o cálculo de área. Mesmo assim, as professoras insistiram nessa estratégia de resolução e só depois de muita discussão perceberam que poderiam decompor “as figuras em triângulos, quadrados e retângulos, para calcular a área das partes e posteriormente agrupá-las afim de identificar a área da figura toda” (SILVA, 2016, p. 78).

Silva (2016) destacou ainda que as professoras se mostram preocupadas em apresentar aos seus alunos diferentes representações de como calcular área, pois elas demonstraram possuir ainda algumas concepções inconsistentes, sobretudo acerca do conceito de medidas, superfície, área, perímetro e seu cálculo. A esse respeito, Chiummo (1998) argumenta que é imprescindível, no processo de ensino e aprendizagem do conceito de área, a utilização de materiais manipuláveis, quais sejam: o pontilhado, a malha quadriculada, o ladrilhamento, a composição e decomposição de figuras e outros.

Assim, dado o primeiro passo, ou seja, do como trabalhar com esses materiais, é necessário que encorajemos os professores a fim de consolidar o conceito e o cálculo de área. Paralelo a isso, Silva (2016) destaca em seus resultados o quão importante foi a reflexão em grupo durante o processo formativo, o quanto isso foi positivo para o bom desenvolvimento das atividades. Desse modo, percebemos a formação continuada como um momento propício para a construção desse encorajamento, em que o professor pode compreender o conceito em sua totalidade e as possibilidades de trabalhar esse conceito em sua sala de aula.

Os resultados das pesquisas evidenciam que as dificuldades relacionadas ao cálculo de área utilizando a malha quadriculada ocorrem nos diferentes níveis de escolaridade. Gomes (2016), Müller e Lorenzato (2015) e Silva (2016), além dessa dificuldade, apontam que os professores de seus estudos não souberam responder o que é área, e demonstram sua concepção a respeito do conceito afirmando: "é o espaço que pode ser medido",[...] "acho que deve ser a medida de um espaço" (SILVA, 2016, p. 108); "é base vezes altura" (GOMES, 2016, p. 6).

A esse respeito, Müller e Lorenzato (2015, p. 8) realizaram um estudo com 25 participantes (futuros professores e professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental) da cidade de Vilhena (Rondônia/Brasil). A pesquisa objetivou investigar a percepção dos docentes e futuros docentes, participantes de um grupo de estudos colaborativo – GETEMAT (Grupo de Estudo e Trabalho Pedagógico para o ensino de Matemática), com relação aos conceitos de perímetro e área de figuras planas. Para atingir esse objetivo, os autores aplicaram um instrumento contendo 17 questões que versavam sobre os conceitos de área e perímetro.

A partir da análise de seus dados, os autores apontam que os conhecimentos geométricos dos professores envolvidos nessa pesquisa são bastante críticos (MÜLLER; LORENZATO, 2015). Fragilidades em conceitos geométricos também foram evidenciadas por Gomes (2016) quando questionou quais seriam as possibilidades de retângulos terem 16 cm^2 de área, e uma de suas professoras, que leciona no 2º ano afirmou:

> [...] 'podemos formar retângulos 8 x 2 ou 2 x 8, 1 x 16 ou 1 x 16 e 4 x 4 só que esse é um quadrado, e o com certeza o quadrado não é retângulo' e acrescentou '<u>o quadrado tem todos os lados iguais e o retângulo não</u>', os

> lados do retângulo são diferentes 2 a 2, ou seja, base x altura, outra professora B também confirmou '<u>acho que quadrado é quadrado</u>' (GOMES, 2016, p. 6, grifos nossos).

Note que os participantes da pesquisa de Gomes (2016) desconhecem que o quadrado é um caso particular do retângulo. Resultado semelhante foi destacado por Facco (2003), que propõe uma sequência didática que privilegia decomposição e composição de figuras planas, para alunos do 6.º ano ao 9.º ano do Ensino Fundamental II da rede pública de ensino. As atividades são formuladas em papel branco, malhas quadriculadas (com dois quadriculados diferentes) e malha triangular. Os dados da aplicação dessas atividades revelam que os alunos não concebem o quadrado enquanto um retângulo, para eles lados iguais significam quadrado, não o considerando também como um retângulo.

Desse modo, os dados expressos por Gomes (2016), bem como o estudo de Müller e Lorenzato (2015), apontam que os professores dos anos iniciais desconhecem conceitos geométricos básicos, como por exemplo: quadrado, retângulo, área, perímetro e outros. Tais resultados são reforçados por Chiummo (1998, p. 60), ao apontar em seus dados que os professores de 1ª a 4ª séries (anos iniciais do Ensino Fundamental) têm "um certo grau de dificuldade em identificar algumas figuras planas", mesmo aquela mais recorrentes em sala de aula, como o paralelogramo e o trapézio.

Um outro aspecto com relação à fala da professora retratada na pesquisa de Gomes (2016) é que os retângulos 2 x 8 e 8 x 2 são iguais. A única diferença entre eles é posição em que se encontram. Assim, acreditamos que durante o processo de ensino, os professores devem oportunizar aos alunos a construção de diferentes figuras geométricas em posições distintas, buscando evidenciar esses aspectos. E, mais que isso, que figuras diferentes podem ter áreas iguais, bem como figuras com mesmo perímetro podem ter áreas distintas e vice-versa.

Desse modo, acreditamos que as lacunas dos professores, observadas nas pesquisas, em termos de conhecimento específico do conceito de área, implicam em lacunas para seu ensino. A esse respeito, percebemos nos estudos Chiummo (1998) e Facco (2003) que no trabalho com área, tanto os professores quanto os alunos não apresentam muitas dificuldades para determinar a área do quadrado ou retângulo. Resultado oposto, no entanto, quando solicitado que determinassem a medida de área de um triângulo.

Os alunos do estudo de Facco (2003) apresentaram muitas dificuldades, principalmente quando esses triângulos não eram retângulos. Já os professores do estudo de Chiummo (1998), por serem mais experientes, partiram para o uso da fórmula, sem ao menos tentar a composição e decomposição de figuras. A autora identificou que estes professores utilizam dessa técnica ao trabalhar com os conceitos de área e perímetro, isto é, a manipulação de fórmulas para se obter o resultado, mas que estes não compreendiam o real significado desse resultado.

No que tange à relação entre os conceitos de área e perímetro, todos os estudos elencados nesta subseção evidenciaram a existência da confusão por partes dos alunos e professores. Müller e Lorenzato (2015) argumentam enfaticamente que:

> [...] discutir com os professores e futuros professores como eles percebem estes dois conceitos matemáticos (perímetro e área) torna-se fundamental, pois é a partir do conhecimento próprio da área de matemática que terão condições de propor atividades e situações-problema que permitirão aos alunos compreender e utilizar estes conceitos em diferentes contextos. (MÜLLER; LORENZATO, 2015, p. 4)

Neste sentido, é preciso compreender o que os professores conhecem a respeito da temática, seja ela qual for, pois isso tem relação direta com seu fazer pedagógico. Segundo Mauro (2007), é comum o professor não desenvolver o conteúdo de forma satisfatória por não o conhecer, ou ainda, por ter estudado superficialmente em sua formação. A autora, ao descrever o desenvolvimento da pesquisa a respeito de área e perímetro por uma professora dos anos iniciais, destaca que:

> [...] de acordo com seus relatos, até então, ela não sentira despertada a curiosidade ou a necessidade de trabalhar com esse bloco de conteúdo, durante a sua vivência em sala de aula. Uma explicação para isso seria o desconhecimento da importância de trabalhar tais conteúdos ou a falta de propriedade acerca de o quê, porque e como proporcionar aprendizagem numa construção tão abstrata do pensamento (MAURO, 2007, p. 276).

Diante do exposto, a falta de conhecimentos a respeito da temática e do como realizar a construção desse conceito nos anos iniciais, pode fazer com que professores se sintam desmotivados para trabalhar com cálculo de área. A esse respeito, Chiummo (1998) considera que “a capacitação de professores”, isto é, uma formação continuada, com vistas ao conceito de área, pode propor a construção de situações de ensino e aprendizagem que levem os estudantes a desenvolver as noções referentes aos conceitos de área de maneira mais satisfatória.

Ao analisarmos esses estudos, compreendemos que várias são as limitações no conhecimento sobre a área de figuras planas, tanto de futuros professores que irão lecionar Matemática, como de professores mais experientes. Isso evidencia que é imprescindível a necessidade de investir na formação dos professores, em especial naqueles que estão em serviço, na tentativa de, se não pudermos superar as lacunas, que estas sejam amenizadas.

Portanto, neste estudo buscaremos analisar as implicações que uma formação continuada, acerca da construção do conceito de área, tem no fazer pedagógico de um professor que ensina Matemática. Desse modo, na próxima seção apresentamos os aspectos metodológicos desse estudo.

3 Aspectos Metodológicos

Neste capítulo, tecemos os aspectos metodológicos da pesquisa. Com esse intuito, delineamos a natureza da pesquisa, o contexto do estudo, os critérios para acompanharmos um professor, caracterização deste professor e da escola, bem como os respectivos instrumentos de produção e coleta de dados. Por fim, descrevemos os procedimentos para a análise dos dados.

3.1. Natureza da pesquisa

Para a realização desta pesquisa, optamos por um caminho que nos proporcione responder à seguinte questão: quais as implicações que uma formação continuada, acerca da construção do conceito de área, tem no fazer pedagógico de um professor que ensina Matemática?

Este estudo tem como referência a abordagem qualitativa, visto que ela fornece elementos para que possam ser avaliados os processos e fenômenos que não podem ser quantificados. Além disso, o estudo de cunho qualitativo caracteriza-se pela subjetividade que ocorre em todas as etapas da investigação (LÜDKE; ANDRÉ, 1986). O estudo em questão trata a respeito dessa subjetividade, pois versa sobre um processo formativo com um grupo de professores. Para Minayo (2001, p. 22):

> [...] a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Do mesmo modo, Bogdan e Biklen (1982, p. 47-50) apresentam cinco características básicas da pesquisa qualitativa: (i) a pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento; (ii) os dados coletados são totalmente descritivos; (iii) o interesse pelo processo é muito maior do que com os resultados ou produtos; (iv) a análise dos dados é feita de forma indutiva e (v) o significado que as pessoas dão à sua vida são focos do pesquisador. Segundo os autores, a pesquisa qualitativa propõe um intensivo contato do pesquisador com o campo onde foram coletados os dados. Dito isso, em nosso estudo estivemos imersos tanto no processo formativo quanto na sala de aula dos professores.

Diante disso, ratificamos que nossa pesquisa se caracteriza como qualitativa; contudo, apoiados nas ideias de Rocha (2008, p. 20), o fato de uma pesquisa ser qualitativa não significa que, em certos momentos, não podemos nos valer dos instrumentos da pesquisa quantitativa. Segundo o autor, “se a pesquisa está voltada para e pela comunidade, suas técnicas e instrumentos, quaisquer que sejam, terão sempre essas características”. Assim, entendemos que ambas as abordagens de pesquisa caminham juntas, não são excludentes e sim complementares.

3.2. Contextualizando a pesquisa

Na presente pesquisa de natureza qualitativa, acompanhamos um professor do 5º ano do Ensino Fundamental no âmbito de uma formação continuada. Nesta subseção, apresentaremos os preâmbulos do processo formativo, os procedimentos de escolha desse professor, seu perfil, assim como o contexto no qual este estava inserido; como se deu o processo formativo, assim como seu fechamento; e, por último, acompanhamos o professor em sua prática de sala de aula. Essa pesquisa aconteceu no município de Amargosa – BA. Porém, antes de discorremos sobre seus tópicos, faz-se importante apresentar o longo caminho que percorremos até encontrarmos com a Secretária de Educação – SEC de Amargosa.

Um longo caminho

Nossa caminhada em busca de uma escola para realizar a pesquisa iniciou-se no Sul da Bahia, onde o programa de mestrado está localizado, passando por sete escolas diferentes. Em cada uma delas procuramos a direção e a coordenação pedagógica para apresentarmos o projeto, com seus respectivos objetivos, detalhando a formação que estávamos dispostos a desenvolver com os professores. Em todas elas a reposta foi negativa, embora tenhamos obtido justificativas diversas:

> *– Não podemos aceitar porque o conteúdo é dos anos finais, e não dos anos iniciais. (Diretor da Escola A).*
> *– Infelizmente não podemos abrir espaço para essa formação, houve mudança de governo e não organizamos a casa ainda. (Diretora da Escola B).*
> *– Eu até gostaria que esse curso fosse desenvolvido aqui, mas meus professores não querem. (Coordenadora da Escola C).*
> *– Estamos desistindo do curso! Será complicado para a gente, pois a escola não quer liberar um horário. (Grupo de Professores da Escola D).*
> *– A SEC oferece cursos de formação continuada, mais um os professores não aguentariam. (Coordenação dos anos iniciais da Escola E).*
> *– Cálculo de área não é trabalho nos anos iniciais, e os meus professores são pedagogos. Acho que eles não irão aceitar. (Diretora da Escola F).*
> *– Cálculo de área nos anos iniciais? Eu nunca vi isso! Eu acho que seria pedir demais de nós e de nossos alunos. (Grupo de Professoras da Escola G).*

O motivo que nos levou a explicitar esse longo caminho foi justamente para trazer esses discursos que traduzem a realidade de uma pesquisa, que pode ser feita de encontros e desencontros. Esse trilhar com tantos empecilhos, fez-nos entender que pesquisar é estar aberto para perceber que tudo depende de variáveis, as quais, na maioria das vezes, fogem do controle do pesquisador. Apesar de todos esses empecilhos, não desistimos da pesquisa e ela aconteceu como descreveremos nas subseções seguintes.

3.2.1. Os preâmbulos do Processo Formativo

Inicialmente, entramos em contato com a secretária de Educação do município de Amargosa e solicitamos uma reunião para que pudéssemos discutir uma proposta de formação continuada para o município. Prontamente ela agendou essa reunião com a equipe gestora responsável pelo setor de formações continuadas. Nessa reunião, apresentamos nossa proposta em que objetivávamos construir o conceito de cálculo de área de figuras planas.

A equipe gestora acenou positivamente para nossa proposta por dois principais motivos: (i) já estava sendo desenvolvida no município uma formação continuada em parceria com o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC[6] para os professores do 4º e do 5º ano; (ii) a equipe gestora já contava com formadores em Língua Portuguesa, Geografia, Educação Especial e estava em busca de alguém com o nosso perfil para a realização da formação de Matemática.

Proposta aceita, a SEC incumbiu-se de convocar os 52 professores dos anos iniciais da rede municipal de ensino e informar que a formação continuada de Matemática tinha data marcada e que seria desenvolvida por nós. Além disso, comunicaria que, durante a semana que antecedia a formação, visitaríamos algumas das escolas municipais, pois não havia tempo hábil para visitar todas elas. Das 18 escolas do município, visitamos nove delas, sendo seis na zona urbana e três na zona rural.

O intuito dessas visitas foi o de conversar com os professores a respeito do curso de formação que iríamos ministrar em parceria com a SEC e, principalmente, que se tratava também de uma pesquisa de mestrado e, que, portanto, precisávamos da colaboração deles. Dos 15 professores que conversamos, todos sinalizaram que estavam dispostos a participar do curso e da pesquisa. Contudo, apenas quatro deles mostraram-se interessados em estender essa colaboração com a pesquisa, no sentido de conceder entrevistas e abrir espaço para que pudéssemos acompanhá-los em sua sala de aula. Como não teríamos tempo hábil para acompanhar os quatro voluntários, tivemos que criar critérios para a escolha de apenas um deles, os quais são descritos na próxima subseção.

A cada visita, após os professores acenarem positivamente a participação da formação e da pesquisa, entregamos o TCLE (Apêndice A) para que fosse assinado, autorizando-nos a utilizar suas escritas e falas das reflexões que por ventura viessem emergir antes, durante e depois do processo formativo. Assinado tal documento, entregamos a cada professor um questionário (Apêndice B), o qual nos daria informações a respeito de seu perfil. Para melhor compreender seu propósito, descrevemos a seguir as perguntas relativas ao questionário.

O questionário foi organizado em duas seções, sendo que a primeira foi composta por cinco perguntas.

[6] O PNAIC é um compromisso formal e solidário assumido pelos governos Federal, do Distrito Federal, dos estados e dos municípios, desde 2012, para atender à Meta 5 do Plano Nacional da Educação (PNE), que estabelece a obrigatoriedade de “Alfabetizar todas as crianças, no máximo, até o final do 3º (terceiro) ano do ensino fundamental” (BRASIL, 2017, p. 3).

1. Seu nível de instrução é: ( ) Magistério ( ) Superior incompleto ( ) Superior Completo. Outros:________________________.   2. Você tem curso superior em:________________________. Concluído em (ano):____________.   3. Em qual (is) rede(s) você ministra aula? ( ) Estadual ( ) Municipal ( ) Particular   4. Há quantos anos você leciona? ( ) menos de um ano ( ) 1 a 5 ( ) 6 a 10 ( ) 11 a 15 ( ) mais de 15.   5. Quantas aulas de Matemática você leciona (em uma turma) por semana? ( ) 1 aula ( ) 2 aulas ( ) 3 aulas ( ) 4 aulas ( ) 5 aulas ( ) mais de 5.

Como podemos observar, essas questões têm por objetivo elencar informações a respeito de sua formação acadêmica, experiência docente e qual era o tempo destinado por eles para o trabalho com Matemática.

A segunda seção versa a respeito da relação dos professores com a Matemática e seu ensino.

6. Em sua trajetória estudantil, qual o seu gosto pela matemática?   ( ) detestava ( ) gostava pouco ( ) gostava mais ou menos ( ) gostava muito ( ) adorava   7. O gosto mudou? ( ) sim ( ) não. Se seu gosto mudou, explique: **em quê**? **E por quê**?____   8. Enumere de 1 a 4 os blocos de conteúdos que você se sente mais seguro (a) para trabalhar com os estudantes (1 = muito seguro (a), 2 = seguro (a), 3 = razoavelmente seguro (a) e 4 = menos seguro (a)).   ( ) Números e Operações ( ) Grandezas e Medidas   ( ) Espaço e Forma ( ) Tratamento da Informação   9. Em qual ano você mais gosta de ensinar Matemática?   ( ) 1º ( ) 2º ( ) 3º ( ) 4º ( ) 5º ( ) tanto faz ( ) nenhum.   Aponte, pelo menos, dois motivos para sua resposta:______________________   ____   10. Marque os materiais de apoio utilizados por você nas aulas de Matemática.   ( ) Livro Didático ( ) *Software* ( ) Modelos de figuras planas ( ) Modelos de sólidos geométricos ( ) Ábaco ( ) Material dourado ( ) Blocos Lógicos ( ) Jogos ( ) Lousa ( ) Contexto dos alunos ( ) Outros, quais?________________________________   ____   11. Descreva, se possível, duas atividades em que você utiliza esses materiais.   Atv1:____   Atv 2:____

O objetivo das questões 6 e 7 é saber o gosto pela Matemática em próprias experiências estudantis por ocasião da Educação Básica e, agora, como professor, se esse gosto mudou. As questões 8 e 9 dizem respeito à preferência dos professores em relação aos blocos de conteúdos propostos pelos PCN (BRASIL, 1997) e sua preferência por lecionar em determinado ano escolar. As duas últimas questões têm por objetivo identificar como os professores organizam suas aulas, descrevendo os materiais de apoio que utilizam e de que maneira eles utilizam esse material.

Em seguida, entregamos aos professores um instrumento, o qual estamos considerando como um diagnóstico (Apêndice C). Nesse instrumento, solicitamos que cada um dos professores elaborasse seis situações que envolvessem o cálculo de área de figuras planas que pudessem ser aplicadas com seus alunos. Essa elaboração não poderia contar com qualquer tipo de apoio, quer seja de suas anotações pessoais, quer seja de algum livro didático. Objetivávamos com esse diagnóstico identificar que tipo de situação que o professor polivalente elabora no que concerne ao cálculo de área de figuras planas.

Em paralelo a essas visitas, organizamos o processo formativo e os materiais a serem utilizados. Desse modo, o processo formativo foi desenvolvido, especificamente, para ser trabalhado com um grupo de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, que foi minuciosamente detalhado nas subseções posteriores.

3.2.2. Escolhendo o colaborador da Pesquisa

Como fora citado anteriormente, quatro professores se dispuseram a ser colaboradores da pesquisa, mas tínhamos que escolher apenas um deles. Para tanto, adotamos seis critérios que nos possibilitassem escolher o colaborador da pesquisa, os quais elencamos e justificamos a seguir:

C1 - Licenciado em pedagogia.

C2 - Pouca afinidade com Geometria.

C3 - Ser um professor (a) que não estivesse próximo à aposentadoria.

C4 - Disponibilidade de realizar as atividades em sala.

C5 - Participar integralmente do curso de formação promovido por nós.

O C1 se justifica porque de acordo com o levantamento que fizemos na Introdução, temos que o tempo previsto para as disciplinas que contemplam conteúdos matemáticos pode ter sido insuficiente para abordar, de maneira satisfatória, conteúdos relacionados à Geometria. A relevância do C2 está em consonância com o C1, e além disso, em apenas um dos cursos das universidades que pesquisamos o conteúdo Geometria aparece de forma explícita na ementa.

Quanto ao C3, um professor que estivesse próximo à aposentadoria poderia implicar certo desinteresse de possíveis mudanças de sua ação pedagógica. Com relação ao C4, esse está ligado ao C3, uma vez que a participação desse professor de forma motivada seria decisiva para o bom andamento desse estudo. Finalmente, o C5 que, apesar de não ser suficiente, é condição necessária para que pudéssemos acompanhá-lo para além da formação.

De posse das respostas dos professores nos questionários, percebemos que não foram suficientes para aplicar de maneira decisiva os critérios adotados. Assim, lançamos mão de uma entrevista semiestruturada (Apêndice D), que foi uma expansão das questões apresentada no questionário, como segue.

A entrevista semiestruturada foi composta por duas seções, sendo que na primeira, contava com duas questões em que objetivávamos identificar se os professores colaboradores já teriam participado de alguma formação continuada.

(i) Já fez algum curso de especialização? Qual?

(ii) Já participou de curso de formação complementar?

É importante destacar que na segunda seção fomos mais diretivos em relação ao campo de nosso estudo, neste caso a Geometria. Assim, objetivamos nesta seção compreender a relação dos professores colaboradores com a Geometria e seu ensino.

(i) Como foi sua formação no tocante à Geometria enquanto aluno (a) da Educação Básica?

(ii) Em sua formação universitária teve acesso a discussões/aulas que fizeram referência ao ensino de Geometria?

(iii) Você acha relevante para a formação do aluno apresentar os conteúdos da Geometria? Por quê?

(iv) Quais são os conteúdos de Geometria que são apresentados aos alunos no ano escolar em que você leciona atualmente? (v) Você apresenta o conteúdo de Geometria? Se sim, quando? Ao longo do ano? Na mesma ordem que aparecem no livro didático? Ou somente no final da 3ª unidade? Se não, por quê? (vi) Os alunos apresentam dificuldades ao lidar com conceitos de Geometria? Se sim, quais? (vii) De que maneira você apresenta esses conteúdos: no ambiente papel e lápis, no ambiente computacional? Ou com materiais manipuláveis? Ou exemplos do dia a dia? (viii) Você trabalha com o conceito de área de figuras planas? Como você apresenta esse conceito de área? (ix) Quais as suas expectativas com essa formação?

Desse modo, levamos os professores a rememorarem sobre sua formação, tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior, no que tange à Geometria, com o intuito de evidenciar o grau de importância do ensino desse conteúdo para eles. A partir disso, os questionamentos visam perceber a Geometria ensinada pelo professor em sua sala de aula: como ele organiza e apresenta o conteúdo de Geometria no ano que leciona; se seus alunos apresentam dificuldades; se ele utiliza de suportes didáticos. Uma vez que a formação continuada versa a respeito de cálculo de área, então as últimas duas questões versam a respeito dessa perspectiva; se ele trabalha e o que ele espera da formação continuada a qual ele participaria.

A partir da análise das entrevistas, organizamos um quadro que resume a escolha do professor, a partir dos critérios pré-estabelecidos. Dos quatro professores, apenas um atendeu a todos os critérios, como pode ser observado no quadro 3.2:

Quadro 3.2 – Escolha do professor que será acompanhado

	Critérios

Professores (as)[7]	C1	C2	C3	C4	C5
Kayala	**X**		**X**		**X**
Joaquim	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
Janaína	**X**				
Inaê	**X**	**X**		**X**	**X**

Fonte: Dados da pesquisa.

Dos quatros professores entrevistados que se mostraram disponíveis em colaborar com o desenvolvimento da pesquisa, apenas o professor Joaquim atendeu a todos os critérios estabelecidos previamente. Isso posto, na próxima seção apresentamos o perfil e o *lócus* do trabalho do colaborador dessa pesquisa.

3.2.3. O professor Joaquim e seu *lócus* de trabalho

Como apresentado na subseção anterior, ao elencarmos alguns critérios para a escolha do professor que iríamos acompanhar em sala de aula no desenvolvimento das atividades, o professor Joaquim foi o único que atendeu a todos eles. Desta forma, o acompanhamos de maneira diferenciada em relação aos outros professores participantes da formação continuada, que detalharemos no momento oportuno.

Passaremos agora a conhecer o professor selecionado. De origem campesina, o professor Joaquim é licenciado em Pedagogia, desde 2009, pela Universidade Federal do Recôncavo da Bahia – UFRB. Ele é negro, de porte médio, 43 anos e o primeiro de sua família a concluir o ensino superior em uma instituição federal, beneficiado pela interiorização das Universidades Federais. Foi coordenador pedagógico durante os últimos quatros anos (2012 – 2016), de uma escola do campo na rede municipal de ensino da cidade de Amargosa. No ano em que a pesquisa foi realizada, o professor Joaquim havia retornado para a sala de aula, assumindo a regência de uma turma do 5º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental na escola Umar[8].

3.2.3.1. O *lócus* de trabalho do professor Joaquim

---

[7] Os nomes aqui apresentados são fictícios, para preservar a identidade dos sujeitos, escola e seus alunos.

[8] Nome fictício utilizado para preservar a identidade da escola, docentes e discentes.

Fundada há 38 anos, a Escola Umar é pública municipal, localizada na região do Vale do Jiquiriçá, mais especificamente na cidade de Amargosa. Iniciou suas atividades no ano de 1979, como escola estadual de primeiro grau, e no ano de 2006 foi municipalizada, assim passa a ser mantida pelo poder público municipal. Ela está afastada do centro da cidade e atende à demanda de alunos da Educação Infantil, do 1º ao 7º ano do Ensino Fundamental e os da Educação de Jovens e Adultos – EJA.

A Escola Umar dispõe de sete salas de aulas, uma sala de leitura, quadra poliesportiva, uma sala de recursos multifuncionais para atendimento especializado, sala da direção, coordenação pedagógica, sala de professores, cozinha, dispensa, pátio, banheiros para funcionários, professores e estudantes, sendo estes em quantidades satisfatórias para a demanda.

A gestão técnico-pedagógica da Escola Umar era composta por uma diretora, um vice-diretor e três coordenadoras pedagógicas, sendo duas da Educação Infantil e anos iniciais e uma dos anos finais do Ensino Fundamental. No que diz respeito ao corpo docente, a escola contava com 25 professores, sendo que sete atendem aos anos iniciais, 11 aos anos finais, seis à EJA e um ao Atendimento Educacional Especializado – AEE.

Além do corpo docente, efetivo e contratado, a escola dispõe de oito bolsistas do programa Novo Mais Educação. Desses bolsistas, quatro acompanham os alunos com necessidades especiais em sala de aula e são tidos como facilitadores; quatro desenvolvem acompanhamento pedagógico de Língua Portuguesa e Matemática em turno oposto e são tidos como monitores. Dois desses monitores também elaboram oficinas de dança, voleibol e karatê para os alunos. A escola conta com outro programa educacional, o PNAIC, que tem investido na formação continuada de seus professores.

No período em que ocorreu a pesquisa, a escola tinha 401 alunos matriculados, distribuídos nos três turnos, matutino, vespertino e noturno, organizados da seguinte forma: 21 alunos na Educação Infantil, 171 alunos matriculados nos anos iniciais do Ensino Fundamental, 100 alunos matriculados nos anos finais do Ensino Fundamental e 109 alunos matriculados na EJA.

Dentro desse conjunto de alunos matriculados na escola Umar, destacamos a turma do professor Joaquim. É uma turma do 5º ano que tem suas atividades no período vespertino e possui uma característica peculiar, uma vez que todos os seus 17 alunos são repetentes. Desse modo, essa turma apresenta uma distorção entre o ano escolar e a idade dos alunos, visto que ela variava de 10 a 16 anos. Segundo o professor, a coordenação e a direção, essa turma apresentava alto nível de indisciplina, falta de interesse e dificuldades em conceitos geométricos.

3.2.4. O Processo Formativo

O processo formativo foi realizado em um local determinado pela prefeitura. Como apresentado na seção anterior, o município contava com 52 professores que ensinavam nos anos iniciais e todos eles haviam sido convocados pela SEC para participar da formação continuada de Matemática. Entretanto, estávamos na estação das chuvas intensas e no dia destinado a essa formação, por conta de alagamentos em diversos pontos da cidade, apenas 28 professores conseguiram chegar ao local.

É importante relembrar que de todos os 28 professores que participaram do processo formativo, apenas 15, aqueles que visitamos em suas respectivas escolas, assinaram o TCLE (Apêndice A) antes do processo formativo. Diante disso, no dia do encontro formativo distribuímos o TCLE (Apêndice A) aos outros 13 professores, para que eles pudessem assinar, tornando-se também sujeitos participantes da pesquisa. Em suma, tivemos um total de 28 professores participantes deste processo, sendo que acompanhamos um deles, o Joaquim, em sua sala de aula, como será retratado com detalhes nas seções posteriores.

A formação continuada aconteceu no horário de AC (Atividade Complementar) dos professores, disponibilizada pela SEC daquele município, cuja frequência é quinzenal, às quintas-feiras, das 16:00 às 20:00h. Dentro dessa carga horária de 4 horas, desenvolvemos o planejamento apresentado no quadro 3.3.

Quadro 3.3 – Conteúdos que foram desenvolvidos no processo formativo

<table>
<tr><td rowspan="2">P
L
A
N</td><td>CONCEITOS GEOMÉTRICOS</td></tr>
<tr><td></td></tr>
</table>

E J A M E N T O	✓ Polígonos; ✓ Diferença entre área e perímetro; ✓ Polígonos com áreas equivalentes; ✓ Área do quadrado; ✓ Área do retângulo; ✓ Quadrado, caso particular de um retângulo; ✓ Área do triângulo.

Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

A formação continuada trabalhou, inicialmente, com o conceito de polígonos e a diferença entre o cálculo de área e o de perímetro. Para o cálculo de área, foram discutidos polígonos com áreas equivalentes para finalmente discutir a respeito do cálculo de área de três figuras planas, quais sejam: o quadrado, o retângulo e o triângulo.

Cabe salientar que o processo formativo que idealizamos, objeto de nossa análise, teria que ter um diferencial, ou seja, não bastaria levar aos professores uma receita pronta e acabada, mesmo porque ela não existe. Esse diferencial teria que passar, necessariamente, pela reflexão. Assim, pensamos em adotar a Espiral RePARe (MAGINA, 2008) como estratégia formativa.

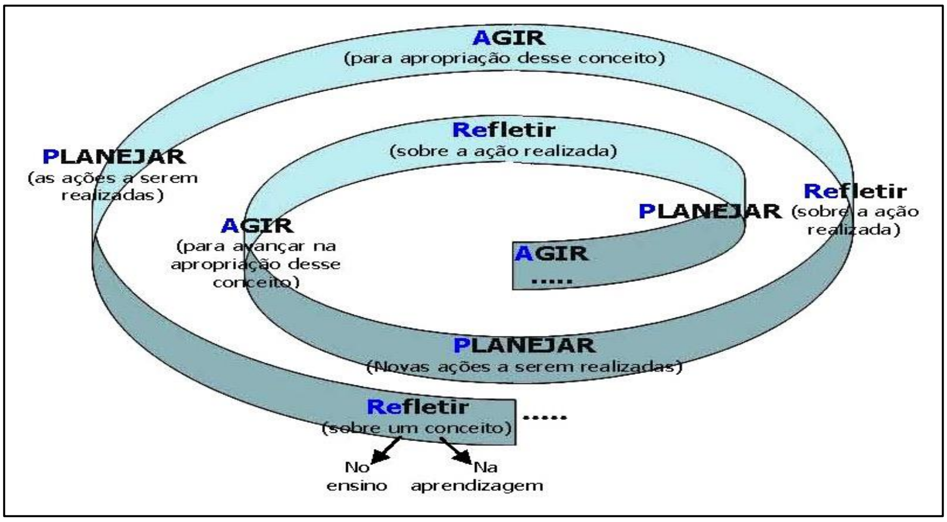


Figura 3.1 – Espiral RePARe
Fonte: Magina (2008).

Esse modelo de formação está pautado no processo dialético da *Reflexão-planejamento-ação-Reflexão*, que assume um movimento crescente em espiral e que se torna mais largo, em termos de conhecimento, a cada volta que percorre. Esse movimento tem como base a ação, a reflexão e o planejamento. A formação que desenvolvemos tinha algumas peculiaridades não previstas no modelo, como por exemplo, que o *lócus* de formação fosse a própria escola; que se fizesse um diagnóstico dos alunos daqueles professores participantes da formação. No entanto, esse mesmo modelo nos atraía na medida em que o conteúdo apresentado (Cálculo de área de figuras planas) era discutido com os professores; os professores elaboraram um planejamento do conteúdo estudado, de acordo com o ano escolar que lecionavam; o Joaquim levou esse planejamento para sala de aula, o que lhe proporcionou refletir sobre a sua ação naquele ambiente.

Desse modo, podemos afirmar que o processo formativo que realizamos e a maneira pela qual acompanhamos o Joaquim em sua sala de aula e depois dela, foi idealizado levando em conta a Espiral RePARe, como detalhamos a seguir. Cabe ressaltar que nos ateremos tão somente aos pontos que utilizamos na formação.

REFLETIR – Ela ocorreu no âmbito da formação com os professores e foi mediada por nós. Esta reflexão dialogou com os conteúdos que se desejou trabalhar, nesse caso específico, o cálculo de área de figuras planas.

PLANEJAR – Referente ao planejamento das ações que seriam desenvolvidas em sala de aula pelos professores. Aconteceu no âmbito do espaço formativo e foi um momento de trabalho coletivo. No caso específico dessa formação, como não tínhamos tempo hábil para que os professores elaborassem planejamentos que contemplassem todo o conteúdo que abordamos na formação, tivemos que adaptar para Joaquim. Levamos uma ideia de planejamento para o Joaquim e discutimos a respeito. Cabe ressaltar que nessa ocasião, o professor deu muitas contribuições, ajustando o planejamento para sua turma.

AGIR – Ela é realizada pelo professor individualmente, tendo por objetivo colocar em prática, em sala de aula, o planejamento construído coletivamente nos encontros de formação.

REFLETIR – Essa é feita sobre a ação realizada em sala de aula. Foi nesse momento que Joaquim refletiu sobre sua ação realizada em sala de aula e o que ele pode observar dos efeitos dessa ação sobre a aprendizagem de seus estudantes.

Nas próximas subseções, explicitaremos como cada uma dessas fases ocorreu.

3.2.4.1. O encontro formativo (Refletir – Espiral RePARe)

Nesse processo formativo, a ação “refletir” foi desenvolvida em quatro tópicos, que correspondem às quatro atividades (Apêndice E, F, G e H) elaboradas e desenvolvidas por nós, de acordo com os conceitos que apresentávamos. Cada uma delas foi impressa em folha A4 e entregue a cada um dos professores à medida que íamos abordando os conceitos.

Ao entregar cada atividade, demos, em média, 10 minutos para que eles elaborassem suas respostas. Cabe ressaltar que esses questionários não tinham o objetivo de avaliar o desempenho dos professores, mas sim de provocar discussões e reflexões a respeito do ensino dos conceitos geométricos. Ratificamos que toda a ação teórica seguiu essa organização, que denominamos lógico-didática.

É válido salientar que esse era o momento de experimentação da construção do conceito. Para tais construções e experimentações, nessas atividades recorremos à malha quadriculada, em que segundo Santana (2006):

> [...] podem servir, também como um facilitador, para a obtenção da fórmula algébrica da área de algumas figuras, como, por exemplo, na figura do retângulo, representada em uma malha quadriculada, a contagem das unidades, organizadas em linhas e em colunas, pode vir a colaborar com a observação de que pode ser calculada pelo produto das medidas dos lados (SANTANA, 2006, p. 95).

Assim que os professores terminavam, começávamos a discutir os conceitos envolvidos e contávamos com um projetor para nos auxiliar nesse momento. Os *slides* apresentados, em sua maioria, traziam outros questionamentos concernentes à atividade em questão, que também poderiam fomentar discussões. Esse era o momento propício para que os professores pudessem refletir e externar a respeito de sua prática, seus saberes e sobre o seu papel enquanto educadores.

Diante desse cenário comum às quatro atividades, passamos agora a expor o objetivo de cada uma delas, que foram desenvolvidas com os professores e alguns dos *slides* utilizados durante o processo formativo.

O primeiro tópico, o qual consideramos como atividade 1 (Apêndice E), traz dois questionamentos:

1.1. Será que é possível encontrar dois polígonos, diferentes, que tenham mesma área? Justifique sua resposta. Para essa construção vamos utilizar a malha quadriculada.

Observação: Consideraremos que cada lado do quadrado da malha quadriculada equivale a uma unidade de medida (u) e cada quadrado da malha quadriculada equivale a uma unidade quadrada (u^2). Assim, a partir do que foi discutido, na malha quadriculada construa dois polígonos, distintos, de modo que eles tenham a mesma área. Sejam criativos! 1.2. Após experimentação, o que você pode observar sobre os polígonos que você construiu?

Figura 3.2 – Atividade 1 – Áreas Equivalentes
Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Esta atividade teve por objetivo construir o conceito de áreas equivalentes de polígonos. Para tanto, iniciamos a discussão questionando a possibilidade de polígonos diferentes terem a mesma área. Em seguida, a questão diz respeito ao conceito de áreas equivalentes, partindo da construção de dois polígonos quaisquer.

Após a atividade ter sido respondida pelos professores e com o intuito de fomentar a discussão, projetamos as seguintes construções em *slide*.

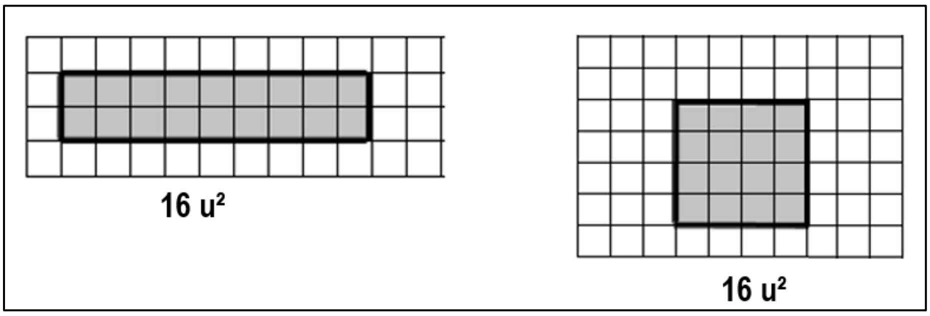


Figura 3.3 – Áreas Equivalentes – *slide* 10
Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Esse *slide* traz uma possibilidade de construção de polígonos distintos com áreas equivalentes, polígonos distintos que os professores poderiam comparar com sua própria construção.

No que se refere ao segundo tópico, tido como atividade 2 (Apêndice F), são mostrados sete questionamentos conforme pode ser observado a seguir.

2.1 Descreva com suas palavras o que é um quadrado. 2.2 Como podemos calcular a área de um quadrado? Na malha quadriculada pinte quadrados de lados 2u, u e 4u.

2.3 Na **atividade 1b** foi solicitado que você construísse dois polígonos distintos de mesma área. Quais os procedimentos que você mobilizou para concluir que as áreas dos dois polígonos eram iguais?
2.4 Diante disso, quais seriam as medidas da área dos quadrados que você acabou de construir?
2.5 O que você pode observar na sua construção e a medida da área dos quadrados que você acabou de construir?
2.6 Agora, **sem pintar a malha quadriculada**, como poderíamos calcular a área de um quadrado cuja medida do lado é 5u?
2.7 Após a experimentação, você poderia definir uma expressão que determine a medida da área de um quadrado?

Figura 3.4 – Atividade 2 – Área do quadrado
Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

O segundo tópico que contempla a atividade 2 (Apêndice F), tinha por objetivo construir o conceito de cálculo de área do quadrado. Para tanto, a primeira questão buscava que os professores elencassem as características deste polígono. A segunda questão era como o professor poderia calcular a área do quadrado.

Para gerar a discussão a respeito do que vem a ser uma figura quadrada, apresentamos o seguinte conceito feito no *slide*, ver figura 3.5.

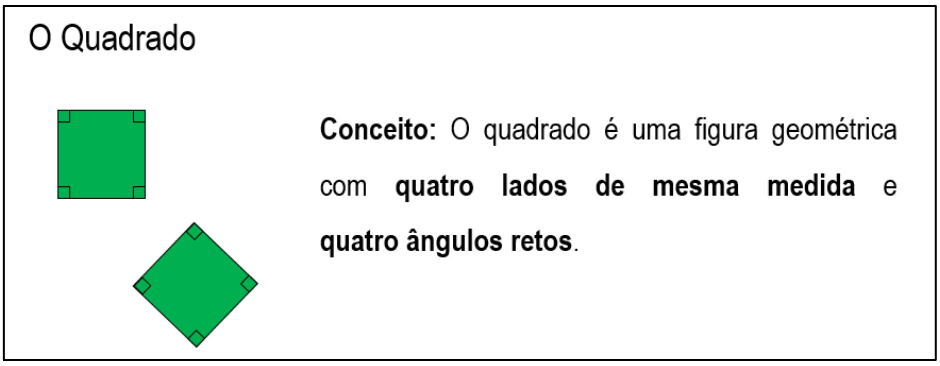


Figura 3.5 – Área do quadrado – *slide* 11
Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

O objetivo desse *slide* foi despertar que a figura plana quadrada, independentemente da posição em que se apresenta, não perde as propriedades de seus ângulos e lados.

No terceiro tópico, a atividade 3 (Apêndice G) traz oito questionamentos como segue.

3.1 Descreva com suas palavras o que é um retângulo.

3.2 Para você existe relação entre uma forma quadrada e uma forma retangular? Justifique sua resposta.

3.3 Com base nas discussões feitas, como, a partir do quadrado, podemos calcular a área de um retângulo?

3.4 Na malha quadriculada pinte retângulos de lados: **(a)** 2u e 3u; **(b)** 4u e 3u; **(c)** 4u e 5u; **(d)** 5u e 4u.

3.5 Diante disso, determine a medida da área dos retângulos que você acabou de construir.

3.6 O que você pode observar na sua construção e a medida das áreas?

3.7 Agora, **sem pintar a malha quadriculada**, como poderíamos calcular a área de um retângulo cujas medidas dos lados são 6u e 5u?

3.8 Após experimentação, você poderia definir uma expressão que determine a medida da área de um retângulo?

Figura 3.6 – Atividade 3 – Área do retângulo
Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Essa atividade teve por objetivo explorar o conceito de área do retângulo. Assim, a primeira e segunda questões objetivavaram que os professores elencassem as características deste polígono e se havia semelhanças entre os polígonos retângulo e quadrado. A terceira questão era como o professor poderia calcular a medida da área do retângulo, a partir da discussão já feita do cálculo de área quadrado.

Para promover a discussão, no que tange a ser uma figura plana retangular, apresentamos o seguinte conceito e construções feitas no *slide*, ver Figura 3.7.

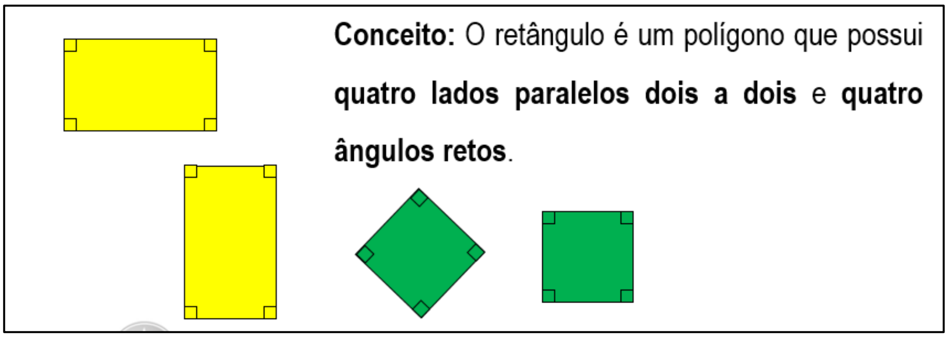


Figura 3.7– Área do retângulo – *slide* 12
Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

No *slide* 12 da Figura 3.7, objetivávamos suscitar que o retângulo é uma figura plana e que, independentemente da posição em que esteja, não perde suas propriedades (ângulos e lados). Além disso, partindo da definição apresentada no *slide,* que o quadrado é um caso particular do retângulo.

No quarto tópico, a atividade 4 (Apêndice H) traz 10 questionamentos como segue.

4.1 Descreva com suas palavras o que é um triângulo e quais tipos que você conhece.

4.2 Como você calcula a área de um triângulo?

4.3 Na malha quadriculada pinte um triângulo de base 8 u e altura 6 u.

4.4 Qual é a medida da área do triângulo que você acabou de construir?

4.5 O que você pode observar na sua construção e a medida da área?

4.6 Agora, **sem pintar a malha quadriculada**, como poderíamos calcular a área de um triângulo cuja medida da base é 10 u e altura 5 u?

4.7 Há alguma relação entre a área do retângulo e o triângulo? Se sim, qual? Se não, por quê?

4.8 Na malha quadriculada, a partir das discussões, seria possível desenhar no interior de um retângulo um triângulo de base 8 u e altura 6 u, de modo que pelo menos um de seus lados coincidam com os lados do retângulo? Quais seriam as dimensões do retângulo?

4.9 Pinte o triângulo que você acabou de construir. Agora que você pintou, de que maneira podemos encontrar a medida da área desse triângulo?

4.10 Após essa experimentação, você poderia definir uma expressão que determine a medida da área de um triângulo?

Figura 3.8 – Atividade 4 – Área do triângulo
Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Nesta atividade, tínhamos por objetivo discutir o cálculo de área do triângulo. Assim, nas quatro primeiras questões, os professores apresentariam algumas características do triângulo, bem como que eles construíssem e determinassem a medida de área de um triângulo de base 8u e altura 6u. Com relação à quarta e à quinta questão, objetivávamos discutir sobre o cálculo de área do triângulo a partir da contagem das unidades de área (u^2). Em outras palavras, estávamos interessados em discutir se essa estratégia da contagem, em que utilizamos o cálculo de área para as duas figuras anteriores (quadrado e retângulo) daria conta de responder à questão 4.4.

Para intensificar a discussão acerca do cálculo de área do triângulo a partir da construção em malha quadriculada, apresentamos as seguintes construções no *slide* 13, como segue na figura a seguir.

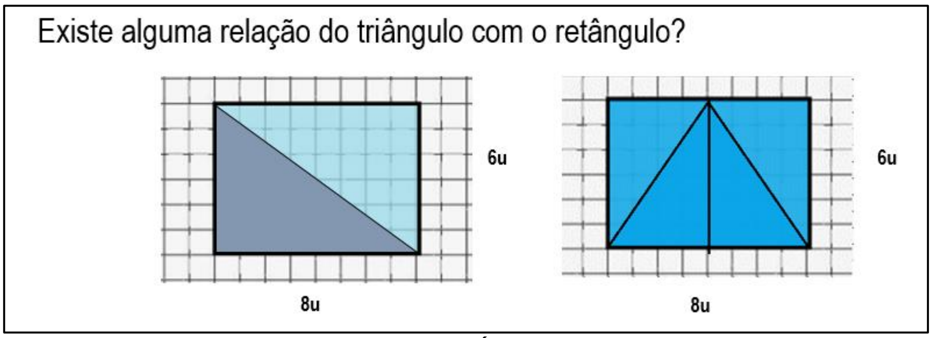


Figura 3.9 – Área do triângulo – *slide* 13
Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Esse *slide* possibilitou chamar a atenção para a limitação da malha quadriculada, uma vez que pelo menos um dos lados do triângulo poderá não ser colinear com as linhas da malha e que, portanto, somente a contagem dos quadradinhos internos da figura não daria conta de responder ao questionamento.

O objetivo central dessas construções das figuras planas e esses questionamentos era o de apresentar a área do triângulo como sendo a metade da área de um retângulo, de mesma base e mesma altura. Na próxima subseção descrevemos a ação prática.

3.2.4.2. A proposta de intervenção (Planejamento – Espiral RePARe)

A ação “planejamento”, prevista por Magina (2008) está relacionada à preparação de atividades relacionadas à ação “refletir” pelos professores, para serem aplicadas em sua sala de aula. Como prevíamos que não teríamos esse tempo disponível para os professores prepararem, elaboramos e levamos uma proposta de intervenção já pronta. Cabe ressaltar que isso não significa que estaria acabada, pois eles tiveram a possibilidade de adequá-la às especificidades de sua turma, escola e recursos disponibilizados por ela.

No que diz respeito à proposta de intervenção distribuída aos professores, esta foi elaborada seguindo os moldes propostos por Santana et al (2013). Essa proposta de intervenção é organizada e dividida em três momentos: (i) matematizar com jogos e brincadeiras; (ii) matematizar na roda de conversa e; (iii) matematizar com registros. Acreditamos que esse modelo de aula, além de coadunar com o que vem sendo desenvolvido no município junto ao PNAIC, proporciona aos professores um novo olhar sobre a Matemática, oportunizando-lhes vislumbrar o ensino de conteúdos matemáticos sob diferentes lentes.

No que diz respeito ao primeiro momento, tendo em mente seu objetivo, qual seja o ensino de algum conteúdo matemático, o professor poderá iniciar sua aula utilizando jogos, materiais manipuláveis, contando uma história, ou qualquer outra atividade que possa chamar a atenção de seus estudantes. É possível perceber que esse tipo de abordagem de conteúdos matemáticos vem ao encontro com o que os PCN sugerem (BRASIL, 1997).

Com relação aos materiais manipuláveis, nos apropriamos da definição dada por Reys (1971, apud MATOS e SERRAZINA, 1996, p. 193), ao informar que estes são "objectos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia a dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma ideia". Assim, tudo aquilo que seja palpável ou que representa uma ideia pode ser utilizado como material manipulável, no entanto a aprendizagem subsidiada por estes materiais acaba por ter suas dificuldades, isto porque, eles, na maioria das vezes, não são relacionados com os conceitos que se quer construir.

A esse respeito, Nacarato (2005) destaca que "um uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los". Diante disso, pontuamos que é de fundamental importância ter objetivos claros quando o docente for fazer uso de materiais manipuláveis no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, o mesmo se aplica para os jogos.

Moura (1994) sugere que os jogos sejam usados como recurso metodológico nas aulas, pois em sua visão:

> O jogo na educação matemática parece justificar-se ao introduzir uma linguagem matemática que pouco a pouco será incorporada aos conceitos matemáticos formais, ao desenvolver a capacidade de lidar com informações e ao criar significados culturais para os conceitos matemáticos e o estudo de novos conteúdos (MOURA, 1994, p. 24).

O jogo em seus múltiplos aspectos de observação, estratégias ou memorização, contribui de maneira articulada para o desenvolvimento e aperfeiçoamento das habilidades e competências matemáticas e para o desenvolvimento pessoal e social, isso tudo quando há um objetivo no seu uso. Assim, ratificamos que nenhum material, seja ele manipulável ou de qualquer natureza, é ou será a salvação para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de Matemática. O sucesso do material didático não está em si, mas nos objetivos que se quer atingir com ele.

Com relação ao segundo momento, denominado por matematizar na roda de conversa, nota-se que esse permite que o estudante fale a respeito da matemática que estava presente na atividade desenvolvida. É importante que o estudante seja estimulado a argumentar, matematicamente, suas ideias e o professor se colocar na condição de mediador, como preconizam os PCN (BRASIL, 1997), tornando o aluno protagonista de sua própria aprendizagem. Esse momento possibilita importantes contribuições ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pois a partir da fala do estudante é possível a intervenção imediata do professor. Dessa forma, essa conversa, essa interação, poderá permitir que haja facilidade da compreensão, desenvolva questionamentos, o interesse, a criatividade, com o intuito de contribuir para a construção de um aprendizado mais efetivo. É no final desse momento que o professor traz os conceitos pertinentes ao conteúdo abordado.

Por fim, no momento matematizar com registro, o professor entregava a cada um dos estudantes uma folha com atividade referente ao conteúdo estudado. Os alunos respondiam individualmente, mas a discussão era sempre em grupo. Ao terminarem a atividade, essa era discutida e corrigida com toda a classe, com o cuidado de sempre ouvir as respostas e os argumentos feitos pelos estudantes.

Como podemos observar, esses momentos estão entrelaçados. O objetivo maior é observar, durante o desenvolvimento da aula, aspectos qualitativos como, por exemplo, a participação dos estudantes, as dúvidas que porventura venham a surgir, as várias interações presentes na sala de aula (aluno-aluno, aluno-professor, aluno-saber). Sendo assim, a observação desses aspectos permitirá ao professor que seja realizada uma reflexão durante a ação, que auxiliará na tomada de decisões ainda durante a aula. Essa observação também permitirá a reflexão sobre a ação, que possibilitará uma avaliação não somente dos estudantes, mas do processo de ensino e aprendizagem como um todo.

Isso posto, passamos para a segunda parte do curso, qual seja, a análise crítica do professor a respeito das quatro propostas de intervenção (Apêndice I) que elaboramos para eles trabalharem o que foram discutidos no processo formativo, em sua própria sala de aula.

Neste momento, distribuímos as propostas de intervenção e solicitamos que os professores as analisassem. Para garantir o envolvimento de todos, convidamos três professores participantes da pesquisa, e o Joaquim, para que eles pudessem comentar a partir da análise das propostas de intervenção. Cada um dos quatro professores que aceitou o convite, individualmente incumbiu-se de comentar sobre uma das quatro partes e os outros professores apontariam, também, suas impressões e sugestões a respeito da proposta de intervenção.

Na próxima subseção, apresentamos o fechamento do processo formativo.

3.2.5. Fechamento do processo formativo

Ao final da formação, solicitamos que os professores elaborassem seis problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas, o segundo instrumento diagnóstico (Apêndice C). Objetivávamos com essa segunda elaboração, fazer um confronto entre o que os professores apresentaram antes do processo formativo e após o processo formativo, com a intenção de perceber quais foram as reflexões e os possíveis avanços alcançados por eles em relação à primeira elaboração.

Conforme eles entregavam o segundo diagnóstico, entregávamos uma folha contendo a avaliação final (Apêndice J) do processo formativo. Nela organizamos nove questões em que objetivávamos avaliar o processo formativo em seu todo.

1. Como você avalia o formador? ( ) Excelente ( ) Ótimo ( ) Bom ( ) Ruim ( ) Péssimo 2. Como você classificaria as atividades desenvolvidas? ( ) Excelente ( ) Ótima ( ) Boa ( ) Ruim ( ) Péssima Justifique sua resposta;

3. Apresente, se possível, dois pontos que você considerou **bons** na formação. 4. Apresente, se possível, dois pontos que você considerou **ruins** na formação. 5. As discussões promovidas na formação contribuíram para você refletir sobre sua prática em sala de aula? Justifique sua resposta. 6. Houve algum momento de desestabilização? Qual? 7. O que esse encontro acrescentou em termos de conhecimento **Matemático**? E **Didático**? 8. Qual sua avaliação, sobre você, durante a formação (curso)? 9. A formação correspondeu à sua expectativa? Apresente elementos que justifiquem sua resposta.

As quatro primeiras questões solicitavam dos professores uma avaliação sobre o formador e as atividades desenvolvidas, identificando pontos positivos e negativos do processo formativo. Já a quinta e sexta questão objetivavam suscitar as reflexões dos professores a respeito de sua prática e se as atividades/discussões provocaram algum momento de desestabilização.

Por conseguinte, a sétima questão objetivava identificar quais as possíveis contribuições do processo formativo em termos de conhecimentos matemáticos e didáticos. Por fim, a oitava e a nona questão tinham por objetivo levar o professor a avaliar-se, bem como apresentar elementos em que pudéssemos perceber que a formação correspondeu às suas expectativas.

3.2.6. Acompanhando o professor Joaquim (AGIR – Espiral RePARe)

Após termos detalhado o processo formativo, iremos nos ater às ações desenvolvidas pelo Joaquim. Acompanhamos o professor em três etapas distintas: (i) na formação, (ii) na análise da proposta de intervenção e confecção dos recursos a serem utilizados na aula e, (iii) em sala de aula.

Nessa primeira etapa, denominada por formação, já apresentada no item 1.2.4, nossa atenção estava voltada para o discente, em suas colocações nas discussões. Embora estivéssemos focados em um professor específico, a formação se deu em um grupo de professores e, portanto, é de se esperar que falas de outros professores apareçam no contexto.

Na segunda etapa, de comum acordo, acompanhamos o professor Joaquim no planejamento de quatro de suas aulas que abordariam os conceitos trabalhados na formação. Desse modo, para o planejamento foi realizado um total de quatro encontros de 1h e 30 minutos cada um. É importante ressaltar que de antemão já tínhamos as propostas de intervenção elaboradas, contudo, como já fora citado, elas não estavam fechadas, ou seja, o professor Joaquim teve direito de modificá-las para que pudesse se sentir confortável para aplicá-las aos seus estudantes.

Assim sendo, nessa etapa após a discussão e os devidos ajustes da proposta de intervenção que elaboramos, auxiliamos o professor na confecção dos materiais que seriam úteis para o desenvolvimento de sua aula. Essa ocasião foi relevante, pois tivemos a oportunidade de sanar algumas dúvidas que ainda persistiam ou aquelas que surgiram e que não tinham sido levantadas no processo formativo.

A terceira etapa, em sala de aula, diz respeito à prática pedagógica do professor Joaquim, que aconteceu logo após cada encontro da segunda etapa. Assim, para que pudéssemos observar sua prática, agendávamos encontros semanais de confecção dos materiais (segunda etapa) no dia que tal intervenção seria desenvolvida. Desse modo, acompanhamos Joaquim em quatro de suas aulas, de 150 minutos cada.

De maneira geral, o discente seguia fielmente a proposta de intervenção: ele iniciava a aula organizando a turma em grupos de quatro alunos cada e, em seguida, desenvolvia o que estava na proposta de intervenção, com as devidas alterações feitas por ele.

Antes de iniciar o primeiro momento, matematizar com jogos e brincadeiras, o professor fazia alguns questionamentos à turma, a respeito da figura geométrica a ser estudada naquele encontro. Em seguida, distribuía o material manipulativo, dando aos alunos as instruções do jogo ou da brincadeira, conforme o planejado. Ratificamos que não era o jogo/brincadeira apenas pelo jogo/brincadeira, o objetivo desse momento era proporcionar aos alunos perceberem certas propriedades, semelhanças e diferenças das figuras geométricas que foram estudadas, neste caso o quadrado, o retângulo e o triângulo.

No segundo momento, matematizar na roda de conversa, o professor Joaquim realizava vários questionamentos aos grupos a respeito das ações efetuadas no primeiro momento. Convidava sempre um representante de cada grupo para posicionar-se sobre a experiência do grupo no jogo/brincadeira e ir à lousa para apresentar as construções que tinham realizado, por exemplo: a construção do retângulo de base 2 e altura 3. Ainda no segundo momento, era distribuído aos alunos um papel quadriculado, em que eles deveriam construir formas geométricas que atendessem ao que estava sendo trabalhado naquele dia.

Por exemplo, no dia em que foi discutido o conceito de áreas equivalentes, o professor solicitou que eles pintassem, no papel quadriculado, um quadrado e um retângulo que tivessem a mesma medida de área. Nesse momento, os alunos comparavam seu desenho com o desenho feito pelos colegas, discutindo no grupo sobre esse processo e, assim, possibilitando a construção do conceito que estava sendo proposto para aquele encontro.

Após o segundo momento, era entregue aos alunos uma atividade (sempre impressa), dando início ao terceiro momento, matematizar com registro. O professor Joaquim realizava a leitura de toda a atividade e abria espaço para que os alunos pudessem, em grupo, discuti-la. Durante a realização das atividades, todas as dúvidas apresentadas pelos alunos eram discutidas na lousa, pois segundo Joaquim, a dúvida de um poderia ser a dúvida de outros.

Paralelo a isso, quando necessário, o professor solicitava ao grupo que porventura tivesse concluído a atividade, que ajudasse aos outros grupos que apresentavam dificuldade. Após todos os grupos terem concluído e entregue as atividades, era encerrada a aula.

Ainda com relação à terceira etapa, ao final de cada uma dessas aulas (desenvolvimento da proposta de intervenção), realizávamos uma entrevista semiestruturada (Apêndice K) para que Joaquim pudesse externar suas impressões a respeito de sua prática pedagógica junto aos seus alunos. Por ser uma entrevista semiestruturada, elaboramos previamente um roteiro de questões e objetivávamos fazê-lo refletir sobre sua prática. As quatro primeiras questões objetivavam saber se suas expectativas em relação à aula tinham sido alcançadas e se houve mudanças no que foi planejado.

1. Como você avalia sua aula de hoje? Apresente elementos para justificar sua resposta. 2. Sobre o desenvolvimento das atividades na sala de aula: quais foram os pontos positivos? Quais foram os pontos negativos? (apresente elementos para justificar sua resposta).

3. Houve diferença entre a estratégia didática planejada e a que foi efetivamente realizada? Se SIM, o que mudou e por quê? 4. As expectativas com o desenvolvimento das atividades foram correspondidas?

Dando continuidade ao roteiro, as próximas questões requeriam que o professor refletisse sobre sua prática, avaliando-se no que tange aos aspectos didáticos, conceituais ou pedagógicos.

5. Houve alguma dificuldade de sua parte em desenvolver as atividades em sala de aula? 6. Houve algum momento que você se sentiu inseguro? Se SIM, justifique sua resposta.

Ainda com relação ao roteiro, as duas questões que antecedem a última solicitavam do professor Joaquim que ele explicitasse se os alunos tiveram dificuldades no desenvolvimento da aula e como ele sanou tais dificuldades.

7. Os alunos tiveram dificuldades com as atividades? Explicite. 8. Quais foram as estratégias utilizadas por você para sanar tais dificuldades?

Por fim, a última questão do roteiro tinha por objetivo levar Joaquim a fazer uma avaliação geral da aula, após ter apresentado suas impressões a respeito de sua prática pedagógica.

9. Aponte, se possível, outros elementos que julgar pertinentes sobre o desenvolvimento de sua sala.

Como já foi citado, a entrevista realizada foi semiestruturada, o que significa que, a depender das respostas dadas pelo professor Joaquim, poderíamos realizar outros questionamentos, bem como excluir algumas questões prescritas. Mas, sempre com foco na reflexão sobre a prática.

3.2.7. Um olhar reflexivo - (REFLETIR – Espiral RePARe)

Ao final do acompanhamento das quatro aulas, realizamos com o professor uma última entrevista semiestruturada (Apêndice L), pois, do nosso ponto de vista, na avaliação final ele não apresentou registros escritos suficientes. Assim, objetivamos com esta entrevista suscitar reflexões a respeito do processo formativo e do desenvolvimento da proposta de intervenção em sala de aula.

As quatro primeiras questões tinham por objetivo saber qual a sua avaliação do processo formativo, das discussões realizadas e da proposta de intervenção.

1. Como avaliaria a nossa formação? Sua avaliação se baseia em quê?
2. As discussões promovidas pelo grupo contribuíram para transformar a sua prática em sala de aula? Caso a resposta seja sim, sinalize o que mudou.
3. Houve algum momento de desestabilização?
4. O que você achou da utilização de materiais manipuláveis no planejamento das aulas?

A quinta, sexta e sétima questão objetivavam que o professor Joaquim realizasse um comparativo de como era trabalhado o conceito de cálculo de área, antes e depois da formação. Além disso, que comentasse sobre as atividades elaboradas por ele, antes e depois do processo formativo.

5. Você poderia realizar um comparativo como você apresentava esse conteúdo antes da formação e agora depois da formação?
6. Você, no início da formação, elaborou algumas atividades a respeito do cálculo de área, e no final do processo formativo as discutimos e refizemos, ao analisar a primeira elaboração. O que você percebe sobre suas atividades? E sobre a segunda elaboração?
7. A respeito de sua última atividade elaborada, você mudaria algo? Acrescentaria algo novo?

A oitava e a nona questão solicitavam do professor Joaquim uma avaliação das atividades desenvolvidas na formação e se estas o fizeram refletir sobre sua prática.

8. Em relação às atividades do processo formativo, você considera que elas provocaram reflexões a respeito do tema abordado? Se possível, descreva tais reflexões. 9. Você considera que essas atividades provocaram reflexões sobre a sua prática? Descreva essas reflexões.

A décima questão tinha objetivo de fazer com que Joaquim elencasse os saberes mobilizados por ele ao elaborar/reelaborar a proposta de intervenção.

10. Quais foram os saberes mobilizados por você ao elaborar/reelaborar a aula a ser desenvolvida com o material manipulável?

O décimo primeiro e décimo segundo questionamentos objetivavam do profissional uma avaliação sobre o desenvolvimento das atividades em sua sala de aula e como ele se sentiu ao desenvolver tal proposta.

11. Foi possível desenvolver as atividades com seus alunos? 12. Como você se sentiu, ao exercer o papel de mediador, nesse ambiente de aprendizagem?

As questões 13, 14 e 15 requeriam do professor Joaquim que ele apontasse quais as reflexões realizadas na formação foram importantes para ele, mais que isso, se o fizeram repensar sua prática.

13. Quais reflexões promovidas durante o processo formativo foram importantes para você? 14. O processo formativo provocou algum repensar a respeito da prática? 15. Você gostaria de acrescentar alguma informação sobre sua prática?

Por fim, as três questões finais requeriam do professor uma avaliação de si no processo formativo e em sala de aula, bem como se suas expectativas com a formação foram correspondidas.

16. Como você se avalia durante o processo formativo e no desenvolvimento das atividades com seus alunos?
17. A formação correspondeu às suas expectativas?
18. Você gostaria de nos dizer algo que ainda não disse?

Na próxima seção, apresentamos uma síntese de como se configurou a produção e coleta dos dados desse estudo.

3.3. Produção e coleta dos dados

A produção e coleta dos dados da pesquisa se deram em três momentos: (a) na escola do professor Joaquim; (b) no processo formativo; (c) na sala de aula do Joaquim. No momento (a) utilizamos três instrumentos:

- ✓ Questionário (Apêndice B)
- ✓ Primeira elaboração das situações (Apêndice C)
- ✓ Primeira entrevista (Apêndice D)

No processo formativo (b) utilizamos:

- ✓ Diário de bordo
- ✓ Gravação de áudio
- ✓ Avaliação da formação (Apêndice J)
- ✓ Segunda elaboração das situações (Apêndice C)

Na sala de aula (c) utilizamos:

- ✓ Diário de bordo
- ✓ Entrevista após a aula (Apêndice K)
- ✓ Entrevista final (Apêndice L)

Quadro 3.4 – Fases da Produção e Coleta dos dados

INSTRUMENTO	FINALIDADE
Questionário (Apêndice B)	Recolher informações a respeito do perfil dos professores que participaram do curso de formação continuada e conhecimento sobre a temática discutida. Além disso, esse instrumento nos deu suporte,

	juntamente com a entrevista, para escolhermos o professor que iríamos acompanhar em sala de aula.
Instrumento diagnóstico (Apêndice C)	Coletar informações explicitadas pelos professores ao elaborarem situações de cálculo de área.
Gravação de áudio	Registrar os depoimentos e reflexões dos professores colaboradores, antes do processo formativo, bem como do grupo, na realização do curso. Além disso, as reflexões do professor Joaquim, após o desenvolvimento de cada uma das partes da proposta de intervenção e, ao final de todo o acompanhamento.
Atividades aplicadas aos professores (Apêndice E; F; G e H)	Reunir elementos para analisar os conhecimentos explicitados pelos professores e elaborar indagações sobre o ocorrido.
Avaliação final da formação (Apêndice J)	Identificar as possíveis contribuições do processo formativo no fazer pedagógico dos participantes.
Proposta de intervenção (Apêndice I)	Perceber como o professor realiza o diálogo entre os conhecimentos apresentados na formação com a proposta de intervenção.
Diário de campo	Apresentar as impressões dos pesquisadores durante o processo formativo e acompanhamento do professor Joaquim em sala de aula.

Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Na próxima seção descrevemos os procedimentos para análise dos dados coletados.

3.4. Procedimentos para análise dos dados produzidos

Após o processo de produção e coleta dos dados, iniciamos o processo de análise, em que esses dados foram classificados e interpretados. Tais procedimentos foram realizados à luz das ideias postas por Schön (1997; 2000) no que diz respeito ao professor reflexivo; por Curi (2004), Lorenzato (2006) e Garcia Silva, Galvão e Campos (2013), referente à formação Matemática dos professores polivalentes e os estudos correlatos, referentes ao cálculo de área. Preocupamo-nos em não fazer uma mera descrição, pois entendemos que o processo de análise dos dados não consiste em apenas uma compreensão, mas uma interpretação destes, articulado com o referencial teórico adotado (ANDRÉ, 2010).

Assim, os dados produzidos e coletados serão apresentados e analisados em duas fases:

(i) **A relação entre o conceito de cálculo de área e os professores**, em que por meio do questionário inicial, entrevista, primeira e segunda elaboração do instrumento diagnóstico e processo formativo, pudemos conceber as impressões dos professores participantes do referido processo, colaboradores e Joaquim, a respeito do conceito e do ensino de cálculo de área;

(ii) **Cenário para reflexão**, em que analisamos a expansão/limitação dos conhecimentos teóricos e práticos por meio da vivência e da reflexão do professor Joaquim durante o acompanhamento em sala de aula e nos encontros de produção dos recursos. Além disso, a ressignificação das concepções iniciais do professor supracitado, em relação ao conceito de área.

4 Resultados e Discussões

Neste capítulo, objetivamos apresentar, com base nos dados produzidos e coletados, os resultados desta pesquisa numa perspectiva qualitativa.

Consideramos válido, nessa etapa, retomar a caracterização deste estudo: uma formação continuada a respeito da construção do conceito de área de figuras planas, que realizamos com 28 professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que lecionam em turmas de 4º e 5º anos, em escolas públicas municipais. Acompanhamos um destes professores, como já mencionado no capítulo anterior, durante a formação, como também no planejamento e aplicação da proposta de intervenção (Apêndice I), por nós elaborada.

Salientamos que o foco de nossa pesquisa são os dados coletados e produzidos pelo professor que acompanhamos, mas isso não significa que registros de outros professores não possam ser apresentados e analisados comparativamente. Isto porque entendemos que os registros dos professores envolvidos na formação se complementam devido à interação que se estabeleceu no processo formativo.

Com o objetivo de situar o leitor, organizamos esse capítulo em duas seções: (i) a relação entre o conceito de área e os professores; e (ii) cenário para reflexão.

4.1. A relação entre o conceito do cálculo de área e os professores

Nesta seção, analisamos a relação do professor Joaquim e demais professores, com os conceitos geométricos, em especial com o conceito de área. Para isso, essa análise está subdividida em quatro momentos distintos de nosso estudo: (a) primeira elaboração das situações-problema pelos professores e pelo professor Joaquim; (b) encontro formativo; (c) a segunda elaboração; e (d) a sala de aula do professor Joaquim.

Embora tenhamos dividido a análise em quatro momentos, ela não foi feita seguindo a mesma ordem cronológica. Isso significa que, por exemplo, trouxemos falas do processo formativo que justificariam aspectos relacionados à primeira elaboração.

4.1.1. Primeira Elaboração

No que tange à elaboração das situações-problema, como apenas seis dos 28 professores que participaram do processo formativo realizaram a primeira e a segunda elaboração, então analisamos somente essa produção. Cabe ressaltar que o Joaquim está entre esses seis professores.

Como já fora descrito no capítulo anterior, solicitamos que os professores elaborassem seis situações que contemplassem o cálculo de área, contudo nenhum deles fez todas. Então, das 36 situações que supostamente seriam elaboradas (6 professores x 6 situações), tivemos um total de 15 situações efetivamente elaboradas. De posse desses dados, para efeito de análise, inicialmente criamos três grupos: em branco, das situações não válidas e das situações válidas, conforme apresentamos na tabela 4.1:

Tabela 4.1 – Categorização geral das situações-problema – 1ª elaboração

Categorização	Branco	Não válidas	Válidas	Total
Quantidade	21	8	7	36
%	58%	22%	20%	

Fonte: Dados da pesquisa

Tivemos um total de 21 situações em branco e constatamos que dos seis professores, o máximo que eles elaboraram foram três situações, das seis solicitadas. As situações elaboradas categorizadas como válidas tiveram quantidade menor do que as em branco e menor ainda daquelas tidas como não válidas. Quanto à categorização em branco, o professor poderia estar cansado ou não fez as seis situações por motivos diversos, sendo que um deles poderia ser porque não trabalha com cálculo de área em sua sala de aula, como alguns desses professores evidenciaram no processo formativo, alegando que não faz parte do conteúdo dos anos iniciais, como pode ser observado na fala de P_3.

> **P_3**: Se eu não me engano, cálculo de área é só mais para frente, não é assunto para trabalhar com os alunos pequenos.

No que diz respeito às situações não válidas, ao analisá-las, suscitou a necessidade de categorizá-las, uma vez que elas eram distintas e nos chamou a atenção. Assim, elas foram categorizadas da seguinte forma: as que se remetiam à geometria espacial; ao cálculo de perímetro; as que apresentavam erro conceitual; e aquelas que não diziam respeito à geometria, tidas como não adequadas.

Faremos agora a análise das situações tidas como não válidas, apresentadas na tabela 4.2:

Tabela 4.2 – Categorização das situações-problema não válidas – 1ª elaboração

Categorização	**Geometria Espacial**	**Perímetro**	**Erro Conceitual**	**Não Adequada**	**Total**
Quantidade	1	3	1	3	8

Fonte: Dados da pesquisa.

Ao nos depararmos com os dados da Tabela 4.2, apesar de estarmos nos referindo às situações não válidas, constatamos um ponto positivo, pois das oito situações, apenas uma delas apresentou erro conceitual. Por outro lado, esses mesmos dados evidenciam o desconhecimento e equívocos em conceitos geométricos básicos, como apontado por Müller e Lorenzato (2015) e Gomes (2016). Trouxemos a título de ilustração um exemplo de situação elaborada de cada uma dessas categorias elencadas:

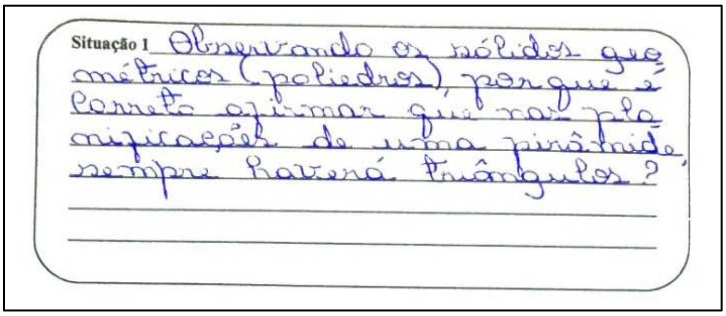

Situação 1 Observando os sólidos geométricos (poliedros), porque é correto afirmar que nas planificações de uma pirâmide sempre haverá triângulos?

Figura 4.1 – Extrato protocolo P_2: Situação não válida – Geometria Espacial
Fonte: Dados da pesquisa.

A situação apresentada na figura 4.1 é um extrato do protocolo de P_2 que, no momento da produção e coleta dos dados, ministrava aula para turmas de 5º ano do Ensino Fundamental. Esse professor tem mais de 10 anos de experiência na Educação Básica e é licenciado em Pedagogia.

Embora a situação não trate de cálculo de área, do ponto de vista geométrico, ela é interessante uma vez que traz uma peculiaridade da pirâmide, pois na planificação, independentemente de sua base, ela sempre terá faces triangulares. Diferente dessa situação que remete à Geometria Espacial, as situações-problema de cálculo de perímetro foram mais objetivas. Elas solicitam que seja realizado o cálculo do perímetro dos polígonos. Podemos observar na figura 4.2 um exemplo das situações dessa categoria:

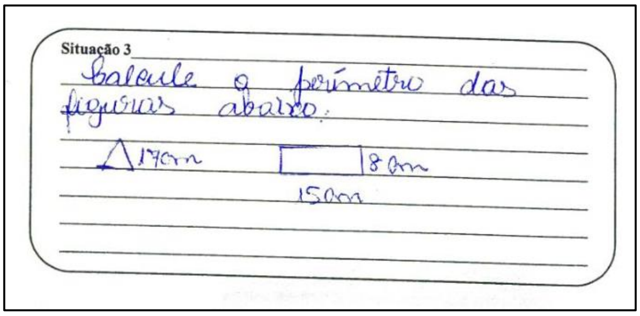

Situação 3
Calcule o perímetro das figuras abaixo.
17cm
8cm
15cm

Figura 4.2 – Extrato protocolo P_1: Situação não válida – Cálculo Perímetro
Fonte: Dados da pesquisa.

Esta situação foi elaborada pela P_1, que no período da produção e coleta dos dados, ministrava aula para turmas de 5º ano do Ensino Fundamental. Essa professora tem mais de 20 anos de experiência na Educação Básica, realizou o curso Normal, habilitação em Magistério e há menos de 10 anos concluiu o curso de Pedagogia.

Destacamos que essa situação também se refere a conceitos geométricos, contudo faz menção ao cálculo de perímetro e não de área. Ao analisarmos a elaboração feita por P_1, dois aspectos nos chamaram a atenção: as três situações-problema de cálculo de perímetro que apareceram na primeira elaboração foram dessa mesma professora; e mais, ela elaborou somente essas três situações. Não sabemos o motivo que a levou a escolher somente esse tipo de situação, entretanto podemos inferir que a professora não propõe em suas aulas, por entender que cálculo de área não faz parte dos conteúdos apresentados no 5º ano, visto que alguns professores alegaram isso no processo formativo, ou ainda, que desconhecem o conteúdo, como os professores do estudo de Nacarato (2000).

Durante o processo formativo, observamos que alguns professores confundem cálculo de área com cálculo de perímetro, como pode ser observado na fala de P_4:

> **P4**: É muito normal cometer essa confusão, eu sempre fico confusa. Eu nunca sei quando é uma coisa ou outra, é difícil.

Mesmo não sendo a professora que elaborou as situações-problema, P4 diz com todas as letras que ela confunde área e perímetro, mais que isso, é normal. Os professores dos anos iniciais não só desconhecem conceitos geométricos básicos (NACARATO, 2000; MARQUESIN, 2007), como os confundem, o que não deveria acontecer. Esse não conhecer ou confundir conceitos geométricos pode ter sido um dos fatores que levou os professores a elaborarem situações-problema com erros conceituais, como podemos observar na Figura 4.3, um modelo das situações dessa categoria:

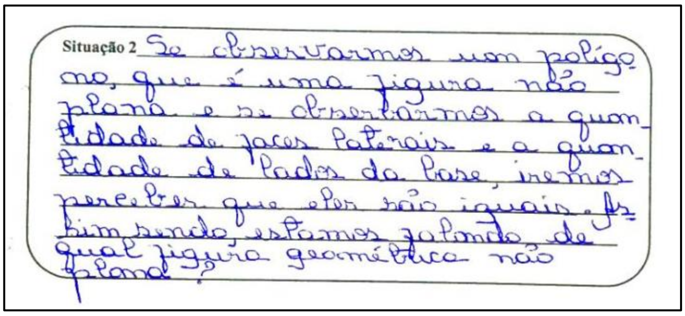

Situação 2 Se observarmos um polígono, que é uma figura não plana e se observarmos a quantidade de faces laterais e a quantidade de lados da base, iremos perceber que eles são iguais. Assim sendo, estamos falando de qual figura geométrica não plana?

Figura 4.3 – Extrato protocolo P2: Situação não válida – Erro Conceitual
Fonte: Dados da pesquisa.

A situação expressa no protocolo de P2, o mesmo professor que elaborou a situação apresentada na figura 4.1, apresenta um erro conceitual grave, que é considerar um polígono uma figura não plana. Tal afirmação nega a definição de polígono, confundindo ou ainda não percebendo a diferença entre polígonos e poliedros. Isso nos preocupa porque no questionário (Apêndice B) P2 aponta que tem mais dificuldades em trabalhar com os blocos de conteúdos espaço e forma e grandezas e medidas, essa dificuldade é externada na elaboração da situação-problema solicitada. Possivelmente, tais dificuldades devem interferir na sala de aula de P2, quando ele trabalha com conceitos geométricos, como os professores do estudo de Marquesin (2007), que alegam ter dificuldades de trabalhar com conteúdos de Geometria.

Acreditamos que essa dificuldade dos professores, atrelada ao possível não trabalho com esses conceitos em sala, tenham os levado a construir situações-problema que não eram adequadas para este estudo. Isto porque, apesar da situação elaborada ser uma situação que diz respeito a conceitos geométricos, ela não faz referência ao conceito de área, como pode ser observado no extrato do protocolo de P_5, ver Figura 4.4.

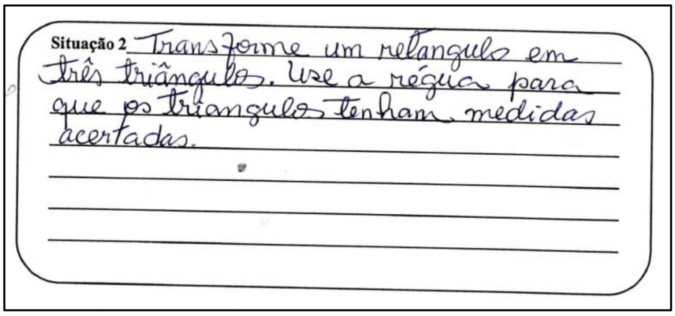

Situação 2 Transforme um retangulo em três triângulos. Use a régua para que os triangulos tenham medidas acertadas.

Figura 4.4 – Extrato protocolo P_5: Situação não válida – Não Adequada
Fonte: Dados da pesquisa.

A situação apresentada na figura 4.4, é um extrato do protocolo de P_5, que no período da produção e coleta dos dados ministrava aula para turmas de 4º ano do Ensino Fundamental. Essa professora tem mais de 15 anos de experiência na Educação Básica e é licenciada em Pedagogia.

A situação destacada na Figura 4.4 não se remete ao conceito geométrico discutido neste trabalho, mas sim ao conceito de decomposição de figuras planas em triângulos. O que nos chama atenção nessa situação é que P_5 propõe uma situação-problema que faz referência a uma técnica utilizada para determinar a medida de área de uma figura plana, isso quando os alunos conhecem o procedimento para determinar a medida de área do triângulo, o que não é o caso dos alunos dessa professora, uma vez que as primeiras noções de cálculo de área são introduzidas no 5º ano (BRASIL, 1997; 2017).

Se nos atentarmos aos questionários (Apêndice B) respondidos pelos professores, esses indicam que dentre os quatro blocos de conteúdos propostos pelos PCN (BRASIL, 1997), os de Grandezas e Medidas e Espaço e Forma, são os que eles têm maior dificuldade de trabalhar com os alunos, porque têm menos segurança. Esse seria um motivo razoável porque a maioria das situações elaboradas não condiz com o cálculo de área, corroborando os resultados expressos por Marquesin (2007).

Isso posto, trouxemos agora para análise as situações tidas como válidas, apresentadas na tabela 4.3:

Tabela 4.3 – Categorização das situações-problema válidas – 1ª elaboração

Categorização	Forma Geométrica			
	Quadrado	Retângulo	Triângulo	Outras
Quantidade	2	3	1	1

Fonte: Dados da pesquisa.

Os dados da Tabela 4.3 evidenciam que poucas foram as situações consideradas válidas, elaboradas pelos professores, mais que isso, que o retângulo foi a forma geométrica que apareceu na maioria das situações-problema. Inferimos que o foco dos professores no retângulo pode ser decorrente de sua prática de sala de aula, uma vez que, o retângulo é uma das formas geométricas mais recorrentes nos anos iniciais (FACCO, 2003). Outro aspecto que pode ser observado na Tabela 4.3 é o aparecimento de uma situação que fazia referência a outro polígono que não é objeto desse estudo. O polígono em questão é um quadrilátero, mas não se assemelha a um retângulo, quadrado, losango ou trapézio, o que poderia dificultar a resolução por parte dos alunos. Diante disso, pontuamos ser necessário que na elaboração de situações-problema se leve em consideração a forma geométrica a ser trabalhada, isto porque, os alunos podem confundi-las ou apresentarem resoluções equivocadas.

A respeito desse possível equívoco, a título de exemplificação, apresentaremos o extrato de algumas situações elaboradas pelos professores. Das sete situações consideradas válidas, três foram elaboradas por Joaquim, o que pontuamos como positivo em relação aos outros professores. Destas três, duas eram sobre o cálculo de área do retângulo e uma do quadrado. Na Figura 4.5, podemos observar a situação elaborada pelo professor Joaquim, que fazia menção ao cálculo de área do quadrado.

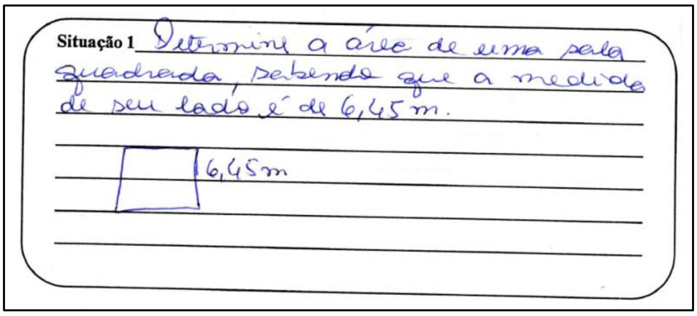


Figura 4.5 – Extrato protocolo Joaquim: Situação válida – Área do Quadrado

Fonte: Dados da pesquisa.

A situação expressa na Figura 4.5, elaborada pelo professor Joaquim, foi classificada como válida do ponto de vista deste estudo, pois apresenta clareza no enunciado e explicita que é para determinar a medida da área de um quadrado. Note que para essa situação é necessário a manipulação de fórmula, em que os alunos por meio da multiplicação da medida de quaisquer dois lados encontrarão a medida de área do quadrado. Apesar de ser uma situação válida, esta não é condizente com a proposta do cálculo de área para os anos iniciais. Isto porque, será obrigatoriamente necessário recorrer ao uso da fórmula, o que não é objetivo desse segmento escolar (BRASIL, 1997; 2017). Outro aspecto é a utilização da medida da altura do retângulo com número decimal, 35,6 m, o que pode confundir o aluno nesse primeiro contato com o cálculo de área.

Outra situação elaborada por Joaquim que fazia menção ao cálculo de área do retângulo apresentava características semelhantes à situação apresentada na Figura 4.5, como pode ser observado na Figura 4.6.

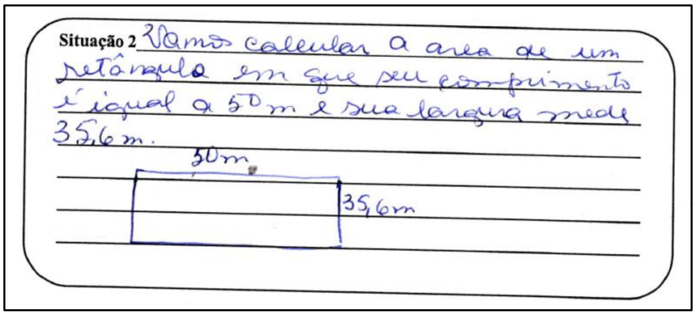


Figura 4.6 – Extrato protocolo Joaquim: Situação válida – Área do Retângulo
Fonte: Dados da pesquisa.

Essa situação foi considerada válida a título deste estudo por apresentar clareza no seu enunciado e fazer referência ao cálculo de área do retângulo. No entanto, o que a difere da situação apresentada na Figura 4.5 é, apenas, a forma geométrica, que neste caso é o retângulo. Essa situação apresenta os mesmos aspectos da situação anterior: manipulação de fórmulas e números decimais.

Analisamos juntamente com o professor Joaquim, na entrevista final (Apêndice L), as situações-problema elaboradas por ele, e a respeito dessas, ele relata:

> **Professor Joaquim**: Nessas questões temos um problema, o número decimal. Eu não trabalhei números decimais ainda, e aqui talvez, para poder fazer a área, teria que fazer uma transformação! Transformar o número decimal, em um número exato. Para tratar de área com eles, porque desse jeito é complicado. Outro fator é a multiplicação, já que não tem malha, teria

> que multiplicar, porém muitos ainda não têm bem construído esse conceito. Aqui eu tenho certeza que eles iriam fazer o perímetro, cálculo de perímetro e não de área.

A análise do professor reforça a nossa primeira hipótese e pontua a necessidade da multiplicação. Além disso, chama atenção para um possível equívoco que seus alunos cometeriam, que seria calcular o perímetro do retângulo em relação à área. Observamos nas outras situações-problema elaboradas por Joaquim, a necessidade da manipulação de fórmula para determinar a medida de área, isso em quatro das cinco situações elaboradas. Ratificamos que, de acordo com os documentos oficiais (PCN, 1997;BNCC, 2017) que previamente analisamos, não é objetivo dos anos iniciais a manipulação de fórmula para o cálculo de área.

Mas, identificamos que os professores de nosso estudo não compreendem que o ensino de cálculo de área nos anos iniciais não se vale da manipulação de fórmula e, identificamos isso na situação elaborada por P_6, como pode ser observado na Figura 4.7.

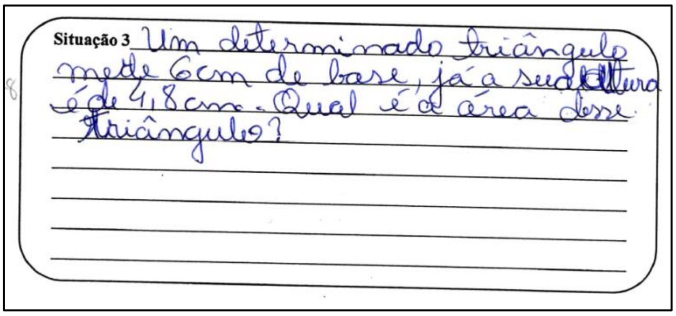

Situação 3 Um determinado triângulo mede 6cm de base, já a sua altura é de 4,8 cm. Qual é a área desse triângulo?

Figura 4.7 – Extrato protocolo P_6: Situação válida – Área do Triângulo
Fonte: Dados da pesquisa.

Observe que para encontrar a medida da área desse triângulo, faz-se necessário o uso da fórmula. Mas, o que nos chama atenção é que P_6 foi o professor do encontro formativo que informou que sabia aplicar a fórmula do cálculo de área do triângulo, mas não sabia justificá-la. Diante disso, inferimos com base nessa sua fala e na sua situação-problema que ele propõe a seus alunos a manipulação de fórmulas para encontrar a medida de área do triângulo, o que contradiz o que é sugerido pelos PNC (BRASIL, 1997) e BNCC (2017).

Ainda com relação às situações consideradas válidas, a P_5 apresentou uma situação que não fazia referência a nenhum dos polígonos que trabalhamos no encontro formativo, como podemos observar na Figura 4.8.

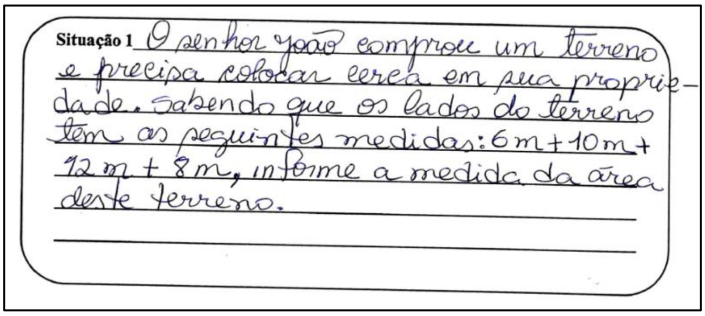

Situação 1 O senhor joão comprou um terreno e precisa colocar cerca em sua propriedade. sabendo que os lados do terreno tem as seguintes medidas: 6m + 10m + 12m + 8m, informe a medida da área deste terreno.

Figura 4.8 – Extrato protocolo P_5: Situação válida – Área de Outros
Fonte: Dados da pesquisa.

Essa situação foi elaborada por P_5, a mesma professora que elaborou a situação da Figura 4.8, foi considerada válida por apresentar coerência e seu enunciado claro e coeso. O que a difere das anteriores é o fato de não fazer referência ao quadrado, retângulo ou triângulo. Pelas informações contidas no enunciado, esse terreno tem o formato de um quadrilátero qualquer, de perímetro fixo e área variável, o que implica que os alunos poderiam apresentar diversas respostas para a medida de área do terreno.

Contudo, é possível notar que a situação-problema elaborada por P_5 sugere o cálculo de perímetro, devido à disposição das medidas do lados com o sinal da adição.. Apontamos aqui que, diante desse contexto, os alunos possivelmente poderiam responder essa situação realizando o cálculo do perímetro ao invés do cálculo de área.

4.1.2. Processo Formativo

Como já fora citado, tivemos um encontro de 4 horas em que discutimos o cálculo de área de figuras planas, mais especificamente, quadrado, retângulo e triângulo. Um dos primeiros questionamentos que fizemos aos professores foi sobre como eles definem quadrado, retângulo e triângulo em suas aulas quando estão trabalhando esses polígonos. O professor Joaquim e P_3 comentaram que:

> **Professor Joaquim**: Quadrado é uma figura geométrica de quatro lados iguais; Retângulo é uma figura geométrica de quatro lados, dois iguais e dois diferentes; Triângulo é uma figura de três lados. É assim que eu explico para os alunos.
>
> **P_3**: Quadrado é um polígono de quatro lados de mesma medida; Retângulo é um polígono também de quatro lados, mas tem dois “compridinhos” e dois

> menores e, exemplifico que a porta é um retângulo; Já o triângulo é uma figura de três lados iguais.

A partir das falas dos professores é possível perceber que tanto Joaquim quanto a P_3, trazem a definição dos polígonos centrada em aspectos visuais e não conceituais. Resultados semelhantes foram observados no estudo de Silva (2016). Nenhum dos professores presentes no encontro formativo, ao definir os polígonos supracitados, fez menção da noção de ângulo, somente dos lados serem iguais.

Do ponto de vista geométrico, esta definição está incompleta, pois nela também poderíamos incluir o polígono losango, que goza da mesma característica de ter lados com medidas iguais, sendo que o quadrado é um caso especial do losango. Contudo, mesmo que o losango tenha necessariamente todas as medidas de seus lados iguais, nem todo losango é um quadrado. O que diferencia o quadrado do losango é a medida de cada um de seus ângulos internos, que no quadrado, necessariamente, têm que ser de 90º.

No caso do retângulo, a definição apresentada pela professora P_3 é totalmente incoerente e ratifica apenas a questão dos conhecimentos visuais. Isto porque, a definição apresentada abre precedentes para que pudéssemos incluir o paralelogramo, que tem as mesmas propriedades de seus lados; dois a dois, paralelos e congruentes, sendo que o retângulo é um caso particular do paralelogramo. O que diferencia o retângulo do paralelogramo é a medida de cada um dos seus ângulos internos, que no retângulo, obrigatoriamente, deve medir 90º. Outro aspecto que gostaríamos de pontuar é a descrição não formal da definição apresentada pela professora ao se referir aos lados como “mais compridinhos”, o que reforça o aspecto visual da definição.

A definição de triângulo que a P_3 dá é limitada, porque está centrada apenas no triângulo equilátero ao afirmar que “o triângulo é uma figura de três lados iguais”. Ainda com relação à definição de retângulo apresentada por P_3, retificamos que a porta não tem a forma de um retângulo, mas sim, o formato de um paralelepípedo, cujas faces, que são superfícies planas, têm o formato de um retângulo. Essa afirmação durante o processo formativo tornou-se um dos momentos de maior desestabilização para os professores, como pode ser observado nos trechos que segue:

> **P_3**: Eu sempre ensinei que a porta era um retângulo, mais de 15 anos falando isso.

> **P_4**: Jadson, você quer nos enlouquecer? Eu sempre acreditei que a porta era um retângulo, eu aprendi assim, eu ensino assim. Ensinava, né? A porta para mim era o melhor exemplo de retângulo.
>
> **Professor Joaquim**: Eu agora tenho que dizer que a superfície plana da porta assemelha-se a um retângulo, mas que não é um retângulo? E os alunos que já passaram por mim?
>
> **P_7**: Eu trabalhei o conceito de retângulo na unidade passada, eu disse que a porta era um retângulo, eu não vou dizer que estava errada. Ano que vem eu faço diferente.

Ao analisar essas falas, corroboramos a hipótese de Curi (2004), Gatti e Nunes (2009) e Nacarato, Mengali e Passos (2009), de que poucas são as oportunidades que têm sido dadas aos professores polivalentes de vivenciar a Matemática. Segundo as autoras, apenas uma disciplina destinada ao trabalho com a Matemática nos cursos de Pedagogia é insuficiente e não dá conta de formar, em termos de conceitos e metodologias, um professor que deve atuar na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Notamos o quão inconsistente e frágil é o domínio de conceitos básicos dos professores para ensinar Matemática. O que nos chama atenção é que este grupo era composto, em sua maioria, por professores com mais de 10 anos de sala de aula, como pode ser observado na fala de P_3 e que sempre ensinaram Matemática do mesmo modo, como expressa P_4. As falas e expressões corporais dos professores denunciavam o quanto sua forma de encarar a temática era fragilizada.

Essa fragilidade é ratificada por Joaquim, quando relata na entrevista final (Apêndice L) que descobrir que a porta não é um retângulo foi um dos maiores momentos de desconstrução para ele, como segue:

> **Professor Joaquim**: Houve um momento que foi de extrema desconstrução, a porta não é um retângulo! Desconstruí muita coisa a respeito disso e entendi porque não é um retângulo, isto porque você disse que tinha três dimensões e, que até uma folha de papel ofício tem espessura, então não pode ser um retângulo. Além disso, o termo que você usou, assemelha-se. Nós, que não somos da área de Matemática, dizemos sempre que formas do cotidiano são elementos matemáticos, como por exemplo: que a caixa de sapato é um paralelepípedo; que a porta é um retângulo e por aí vai, mas não, é como você disse. Não sei se você percebeu, mas durante as aulas eu já estava usando esse termo: olha gente, isso aqui se assemelha a um quadrado!

Diante da fala de Joaquim, percebemos o quão importante é buscar identificar quais os conhecimentos que os professores têm a respeito da temática, para, a partir de suas falas, problematizá-los, a fim de desconstruí-los (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2017). Inferimos que, devido à Geometria ser posta pelos PCN (BRASIL,

1997) como campo da Matemática que favorece à identificação de objetos no plano e espaço, os professores valem-se desse aspecto e buscam, por acreditarem que podem contribuir para o aprendizado do aluno, relacionar entes matemáticos com objetos reais do dia a dia, sem uma devida reflexão.

Notamos ainda, um avanço didático e conceitual na fala de Joaquim, ao usar o termo “assemelha-se a um quadrado”, referindo-se à superfície de uma forma quadrada construída em papel emborrachado. Diante disso, pontuamos que o professor não utiliza de termos próprios da Matemática, não porque os alunos não podem entender ou irão achar difícil, é porque eles desconhecem. O próprio Joaquim relata que não aprendeu Geometria na escola básica, e que no curso de Pedagogia, a disciplina de Matemática foi superficial, como podemos observar no trecho da primeira entrevista (Apêndice D):

> **Professor Joaquim**: Na graduação, recordo-me perfeitamente que tive uma disciplina com determinado professor, que não era em relação à Geometria, era em relação à construção de objetos para que a aula pudesse ficar dinâmica. Foi um semestre rápido, se não me engano, terceiro semestre. Somente isso, o único contato que eu tive com Matemática na graduação foi esse, com Geometria não houve.

Diante dessa fala, cabe-nos um questionamento: como ensinar o que não aprendeu? É necessário que os formadores matemáticos dos cursos de pedagogia oportunizem aos futuros professores construírem conceitos matemáticos e não só os materiais de auxílio. Segundo Curi (2004), é preciso discutir a gênese dos conceitos, de como eles surgiram e não somente o como ensinar e o que usar para ensinar. Ressaltamos que essa preocupação em como ensinar e o que usar quase nunca vem acompanhada de uma reflexão, para que possam ficar explícitos os conceitos matemáticos que podem ser ensinados com esse material. Essa constatação converge para os resultados encontrados por Nacarato (2005), que esse tipo de abordagem nos cursos de Pedagogia não é suficiente para as necessidades atuais do ensino de Matemática.

Ainda durante o processo formativo, ocorreram outros momentos de desestabilização que aproveitamos para desconstruir alguns conceitos equivocados. Um deles foi a apresentação da figura do quadrado ter somente um dos lados funcionando como base, tanto em livros didáticos, como em outros materiais suplementares. Para isso, propomos a seguinte situação aos professores: pegamos uma superfície quadrada, cuja base era uma dos lados que estava paralelo ao chão, e questionamos com qual forma geométrica aquela superfície era semelhante.

> **Professor Joaquim**: Um quadrado!

Rotacionamos 45° essa mesma superfície quadrada de modo que nenhum de seus lados estivesse paralelo ao chão, e questionamos se aquela superfície ainda continuava a ser semelhante a um quadrado. Todos os professores ficaram muito atenciosos e apreensivos em responder, mas Joaquim comenta:

> **Professor Joaquim**: Estamos aqui para aprender, então melhor errar aqui do que continuar errado na sala de aula. Agora não é mais um quadrado, é um losango. Minha opinião.

Na fala de Joaquim, percebemos uma preocupação em compreender o conceito de forma correta, entendendo que aquele espaço era um momento de aprendizagem e ressignificação de conceitos. Note que, para Joaquim, se mudou a posição, também mudou a forma. Os outros professores concordaram com a opinião dele, de que passou de quadrado para losango, exceto três professores que comentaram que continuava a ser um quadrado, mas que não sabiam justificar o porquê. Diante disso, é perceptível que os professores participantes de nossa formação desconhecem algumas propriedades básicas das figuras em sala de aula. Além disso, o aspecto visual se sobrepõe às propriedades intrínsecas às figuras geométricas.

Neste momento, sublinhamos quão importantes são as noções de ângulo para o ensino do conceito de polígonos. Tais noções evitariam que equívocos como esses apontados na fala de Joaquim ocorressem. Contudo, as noções de ângulos nos anos iniciais do Ensino Fundamental não são bem-vindas ou aceitas pelos professores que atuam nesse seguimento de ensino. Constatamos essa hipótese ao definir o quadrado, o retângulo e o triângulo, em que a professora P_5, pede a fala:

> **P_5**: Não trabalhamos com ângulo! Não é objetivo dos anos iniciais, é quase impossível ensinar ângulos para crianças de 10 e 11 anos, a idade dos alunos de minha sala. Nem o livro didático traz o conceito de ângulo, como é que a gente vai dizer para os meninos que o quadrado, o triângulo e o retângulo têm isso tudo? Não dá! É muito difícil!

Na fala de P_5 podemos destacar vários aspectos. O primeiro deles é que ela não trabalha o conceito de ângulo por julgar que esse conteúdo não é objetivo dos anos iniciais, o que não é verdade, pois este é sugerido tanto pelos PCN (BRASIL,

1997) quanto pela BNCC (BRASIL, 2017). Estes documentos oficiais sugerem que, nessa etapa de escolarização, as primeiras noções de giro de meia volta, um quarto de volta e uma volta completa sejam trabalhadas, referindo-se ao conceito de ângulo, em especial aos ângulos de 90º, 180º e 360º.

Outro aspecto que destacamos é a compreensão de que suas aulas devem ser programadas somente a partir do livro didático. Pesquisas como as de Fonseca e Vilela (2014) e Silva (2016), trazem que o livro didático é a ferramenta mais importante do professor para o planejamento da aula, mas não poderia ser a única. Embora normalmente os conteúdos matemáticos que o livro didático apresenta estejam, em sua maioria, relacionados com aqueles sugeridos pelos documentos oficiais, nada impede de o professor falar de conteúdos não presentes no livro didático.

Inferimos, com base na fala de P_5, que o livro exerce um papel central no fazer pedagógico do professor, ditando o que ele deve ensinar, quando ensinar e como ensinar. Observamos isso não apenas na fala de P_5, mas na fala de outros professores, como por exemplo, P_2:

> **P_2**: Nossos livros não trazem a ideia de ângulo, como é que vamos dizer aos alunos o que é ângulo? Quando eles forem estudar pelo livro, irão ver que não tem e vão dizer que estamos ensinando coisa errada. Olha gente, as diretrizes propõem coisas para ensinarmos que não tem no livro e temos que nos virar. Isso principalmente com Geometria, coloca um monte de coisas e o livro não tem quase nada, temos que procurar em outros lugares.

É recomendável que o livro não seja compreendido como o plano de aula do professor, como o detentor de todo o conhecimento e de forma correta. Silva (2016), juntamente com suas professoras, identificaram erros conceituais nos livros usados por elas, fazendo com que desconstruíssem a ideia de que o livro nunca contém erros. Desse modo, o livro didático deve ser mais um material disponível para auxiliar o professor em seu planejamento e em sala, não devendo ser entendido como o único guia do que deve ser ensinado, como preconizam Fonseca e Vilela (2014) e Silva (2016).

No entanto, o que nos chama atenção, tanto na fala de P_5 como na de P_2, é que o livro didático do 5º ano, adotado pelo município onde a pesquisa foi desenvolvida, aborda o conceito de ângulo na quarta unidade. Não só este, como outros conceitos geométricos (ver seção 2.2[9] desta pesquisa), são abordados e de

[9] Nesta seção apresentamos uma análise sucinta do livro didático para as turmas do 5º ano, adotado pelo município de Amargosa.

forma coerente com o que é sugerido pelos PCN (BRASIL, 1997) e pela BNCC (BRASIL, 2017) para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Isto sugere que os professores desconhecem o livro didático adotado pelo município, ou fazem uso de livros pessoais, que podem não apresentar em seu corpo tais conceitos geométricos.

Por fim, destacamos a dificuldade posta por eles para ensinar, de maneira correta, os conceitos de quadrado, retângulo e triângulo. O ensino dessas formas geométricas não deve ser reduzido à nomenclatura, identificação ou à construção sem uma devida reflexão dos elementos importantes, do ponto de vista da Matemática, que as compõem, como evidenciado por Pavenello (2001). Diante disso, acreditamos que até o presente momento, P_5 e P_2 desconheciam as propriedades de tais figuras e, por isso, externam a dificuldade de trabalhar tantos elementos em uma única forma geométrica e isso pode ter relação com sua formação.

4.1.3. Segunda Elaboração

Como já fora apontado no capítulo anterior, após o encontro formativo solicitamos que os professores que fizeram a primeira elaboração preparassem outras seis situações que contemplassem o cálculo de área e, mais uma vez, nenhum deles fez todas. Então, das 36 situações que supostamente seriam elaboradas (6 professores x 6 situações) tivemos um total de 20 situações efetivamente elaboradas. De posse desses dados, adotamos o mesmo critério de análise utilizado na primeira elaboração, isto é, organizamos essas situações em três grupos: em branco, das situações não válidas e das situações válidas, conforme apresentamos na tabela 4.4:

Tabela 4.4 – Categorização geral das situações-problema – 2ª elaboração

Categorização	**Branco**	**Não válidas**	**Válidas**	**Total**
Quantidade	16	8	12	36
%	45%	22%	33%	

Fonte: Dados da pesquisa.

Tivemos um total de 16 situações em branco e constatamos que mais uma vez, dos seis professores, o máximo de situações elaboradas por eles foram três, de um total de seis situações solicitadas, o que faz com que percebamos uma limitação do nosso estudo, a grande quantidade de questões solicitadas para que eles elaborassem As situações elaboradas categorizadas como válidas tiveram quantidade menor do que as em branco e maior daquelas tidas como não válidas, o que consideramos um avanço em relação à primeira elaboração. Quanto à categorização em branco, voltamos a insistir que os professores poderiam estar cansados ou não fizeram as seis situações por motivos diversos, sendo que um deles poderia ser a não concretude do conceito de área no encontro formativo, devido ao curto período de tempo destinado para estes.

No que tange às situações não válidas, ao analisá-las observamos avanços em relação à primeira elaboração, isto porque, os professores não mais elaboraram situações de Geometria Espacial e Cálculo de Perímetro. Mas, ainda persistiram em situações não adequadas e erros conceituais, sendo que as consideradas com erro conceitual aumentaram em relação à primeira elaboração. Assim, na Tabela 4.5 apresentamos a distribuição das situações não válidas, as quais serão analisadas a seguir.

Tabela 4.5 – Categorização das situações-problema não válidas – 2ª elaboração

Categorização	Não Adequada	Erro Conceitual	Total
Quantidade	6	2	8

Fonte: Dados da pesquisa.

Ao nos deparar com os dados da Tabela 4.5, apesar de estarmos nos referindo às situações não válidas, constatamos um ponto positivo, pois das 17 situações, apenas duas delas apresentaram erro conceitual. Por outro lado, esses mesmos dados evidenciam que os professores ainda desconhecem e cometem equívocos em conceitos geométricos (MÜLLER; LORENZATO, 2015; GOMES, 2016), mesmo após encontro formativo. A seguir, apresentamos a título de ilustração um exemplo de situação elaborada de cada uma dessas categorias elencadas.

Apesar das dificuldades apresentadas pelos professores, percebemos um avanço, ainda tímido, após a formação continuada, quando solicitado que fizessem uma segunda elaboração das situações-problema. P_1, por exemplo, apresenta uma situação de cálculo de área, contudo inadequada, como podemos observar na figura 4.9.

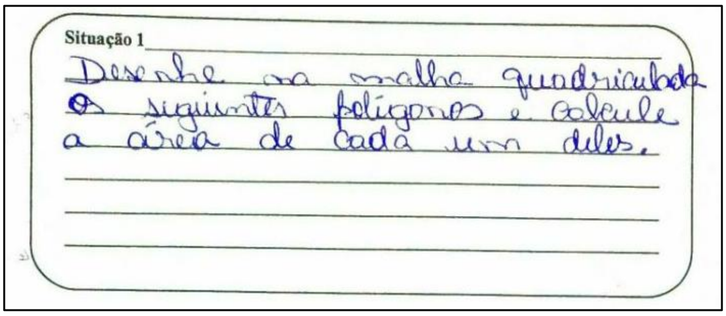

Situação 1
Desenhe na malha quadriculada os seguintes polígonos e calcule a área de cada um deles.

Figura 4.9 – Extrato protocolo P_1: Situação não válida – Não adequada
Fonte: Dados da pesquisa.

A situação foi classificada como inadequada, pois embora sugira em seu enunciado que os alunos determinem a medida de área de polígonos desenhados numa malha quadriculada, ela não informa quais são estes possíveis polígonos, ou seja, não são apresentadas todas as informações no enunciado da situação. Logo, é uma situação que não se tem uma resposta. Pontuamos que essa situação foi elaborada pela mesma professora que elaborou as três situações de cálculo de perímetro na primeira elaboração. Diante disso, observamos um avanço significativo desta professora, isto porque, por mais que a questão não esteja totalmente clara, ela faz referência ao cálculo de área e ao uso da malha quadriculada.

Observamos também avanço nas situações elaboradas por Joaquim, mesmo essas apresentando erro conceitual, como podemos observar no extrato de seu protocolo da Figura 4.10 a seguir.

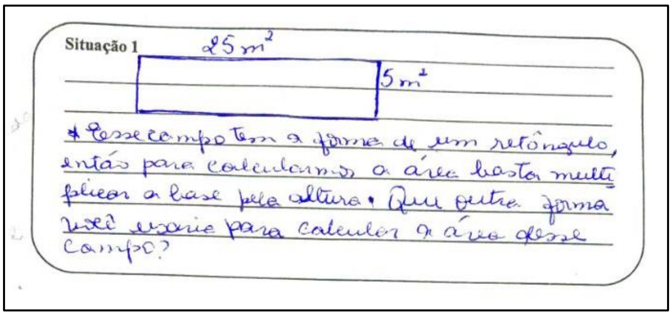

Situação 1
25 m²
5 m²
* Esse campo tem a forma de um retângulo, então para calcularmos a área basta multiplicar a base pela altura. Que outra forma você usaria para calcular a área desse campo?

Figura 4.10 – Extrato protocolo Joaquim: Situação não válida – Erro conceitual
Fonte: Dados da pesquisa.

Note que a situação apresentada pelo professor Joaquim, aparentemente, é uma situação que poderíamos considerar como adequada em termos de conceito quando este é cálculo de área. No entanto, na figura que representa o campo, as unidades de medida utilizadas para expressar o comprimento e largura são incoerentes, estas deveriam ser em metros e não em metros quadrados. Não temos elementos para que possamos afirmar o que levou Joaquim a colocar medidas em metro quadrado no lugar de metro linear. Uma primeira suposição é a de que ele tenha se confundido, simplesmente, pois na primeira elaboração das situações-problema, ele apresenta situações de cálculo de área em que as medidas estão em metros ou centímetros, ambos lineares.

Por outro lado, episódios da formação continuada nos fez refletir sobre a possível causa desse equívoco e identificamos que surgiu quando conceituamos unidade de área no processo formativo.

> **Professor Joaquim**: É para construir um quadrado de lados medindo 4 unidades quadradas?

Note que Joaquim apresentou limitações em diferenciar os elementos de uma unidade de área, ou seja, um quadrado de lado unitário (u), cuja medida de área é uma unidade quadrada (u^2). Além disso, identificamos um equívoco análogo em outra situação-problema construída por Joaquim. Essa situação, mesmo fazendo menção ao conceito de área, foi considerada não válida, pois ao invés de utilizar metros, o docente utilizou metros quadrados como unidade de medida para representar a base e altura da sala.

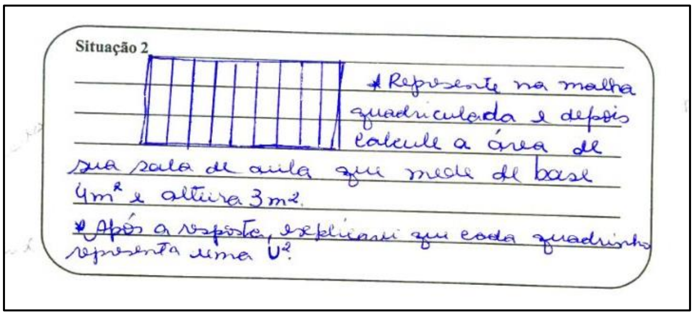


Figura 4.11 – Extrato protocolo Joaquim: Situação não válida – Erro conceitual
Fonte: Dados da pesquisa.

Apesar dessa situação ser categorizada como erro conceitual, percebemos alguns avanços em relação às situações-problema da primeira elaboração, ver Figuras 4.5 e 4.6, como por exemplo: os termos base e altura; representação de figuras em malha quadriculada e a utilização da malha. É notório o reflexo da formação, em termo didáticos, na segunda elaboração do professor Joaquim. Nela é sugerido que os alunos construam uma planta baixa de uma sala de aula em que a base mede 4 metros e a altura 3 metros, como podemos observar na Figura 4.11.

As situações-problema elaboradas por Joaquim, ver Figuras 4.10 e 4.11, ratificam que professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, desconhecem conceitos geométricos básicos ou os confundem, como evidenciados por Müller e Lorenzato (2015) e Gomes (2016). Esse não é um problema isolado apenas de Joaquim, os outros professores também apresentam dificuldades semelhantes.

Assim como a dificuldade em reconhecer propriedades geométricas pode estar atrelada à formação desses professores, pontuamos que a dificuldade de trabalhar com geometria e, consequentemente, elaborar situações-problema referentes a esse campo da Matemática, também pode ter relação com esta formação. Embora na segunda elaboração ainda tivéssemos situações não válidas, aumentou o número das válidas, indo de sete para 12 situações. Na Tabela 4.6, podemos observar as distribuições das situações válidas.

Tabela 4.6 – Categorização das situações-problema válidas – 2ª elaboração

Categorização	**Forma Geométrica**		
	Quadrado	**Retângulo**	**Triângulo**
Quantidade	4	7	1

Fonte: Dados da pesquisa.

Note que, das 12 situações-problema válidas, a forma geométrica mais recorrente nas situações elaboradas pelos professores foi o retângulo, seguido do quadrado. Acreditamos que o foco dos professores nos retângulos e quadrados, se deu por essas serem as figuras mais comuns e trabalhadas nos anos iniciais, além do círculo (FACCO, 2003). Outro aspecto que pode ser observado na Tabela 4.6, é que nenhuma das situações válidas, elaboradas pelos professores, solicitava a medida do lado dado à área da figura plana, isto é, todas tinham por objetivo determinar a medida de área das figuras. Diante disso, acreditamos ser necessário que se busque um equilíbrio, que sejam apresentadas aos alunos tanto situações para o cálculo de área quanto para determinar a medida do lado, dado a medida da área e um dos lados, para o caso dos retângulos.

Assim, a título de ilustração, trouxemos algumas das situações válidas construídas pelos professores. Na figura 4.12, apresentamos uma situação que foi elaborada pela P_7, que no período da produção e coleta dos dados, ministrava aula para turmas de 5º ano do Ensino Fundamental. Essa professora tem mais de 10 anos de experiência na Educação Básica e é licenciada em Pedagogia.

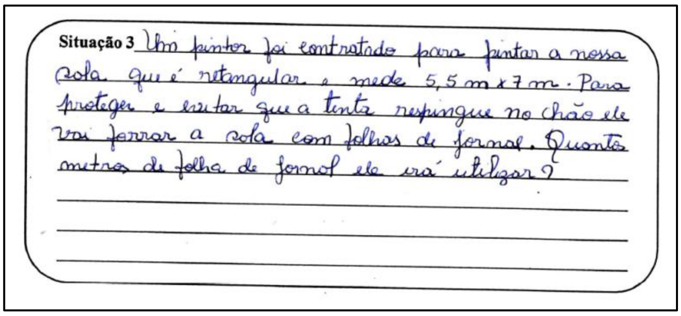
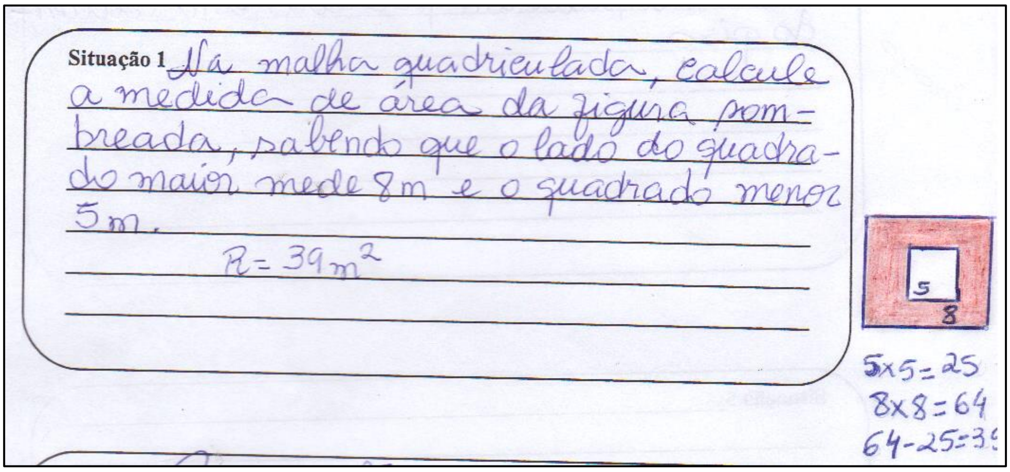

Situação 3 Um pintor foi contratado para pintar a nossa sala que é retangular e mede 5,5 m x 7 m. Para proteger e evitar que a tinta respingue no chão ele vai forrar a sala com folhas de jornal. Quantos metros de folha de jornal ele irá utilizar?

Figura 4.12 – Extrato protocolo P_7: Situação válida – Área do Retângulo
Fonte: Dados da pesquisa.

Observe que a situação apresentada por P_7 é explicitamente uma situação que faz referência ao cálculo de área do retângulo. No entanto, abre precedentes para o cálculo de área de perímetro, isto porque o comum não é cobrir todo o chão da sala, mas sim o contorno. Além disso, o que nos chama atenção é que para os alunos encontrarem a medida da área desse retângulo, seria necessário realizar a manipulação de fórmula, que não é o objetivo dos anos inicias do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997; 2017). Outro aspecto são os números decimais, o que pode fazer com que os alunos realizem a operação de multiplicação errada, ou confundam os conceitos como relatado por Joaquim nos comentários das suas situações da primeira elaboração.

Diferente da situação-problema apresentada por P_7, P_5 propõe uma situação que sugere o uso da malha quadriculada, sendo a única que se valeu desse recurso nas situações consideradas válidas, como pode ser observada na Figura 4.13.


Situação 1 Na malha quadriculada, calcule a medida de área da figura sombreada, sabendo que o lado do quadrado maior mede 8m e o quadrado menor 5m.

R= 39m²

Figura 4.13 – Extrato protocolo P_5: Situação válida – Área do Quadrado

Fonte: Dados da pesquisa.

Explicitamente, é uma situação de cálculo de área do quadrado. O diferencial dessa situação é o modo como ela é apresentada, pois o objetivo não é o cálculo de área de um quadrado, mas de sua “borda”, denominada pela professora de área sombreada. Para isso, é necessário calcular a diferença entre a área do quadrado maior e do menor, como pode ser observado na resolução apresentada pela professora no canto direito inferior da Figura 4.13.

Notamos nesta situação elaborada por P_5, possibilidades de conexões internas à própria matemática, neste caso com a operação de subtração. Além disso, a possibilidade de várias maneiras de resolução e exploração da malha quadriculada, a depender de onde o quadrado de lado 5 esteja posicionado, por exemplo: caso dois dos quatro lados do quadrado de lado 5 esteja sobre dois dos quadro lados do quadrado de lado 8, os alunos poderiam utilizar a contagem de “quadradinho” para determinar a medida de área,

Por conseguinte, um diferencial significativo e que nos chama atenção é o fato de apenas esta situação-problema, das que mencionaram a malha quadriculada, ter sido considerada válida. Visto que, os professores apontaram que a malha foi um diferencial para a construção do conceito de área por eles. Resultados semelhantes foram apresentados por Chiummo (1997) e Facco (2003). Embora considerem a malha com instrumento significativo para o cálculo de área, poucos foram os professores que a utilizaram em suas elaborações e quando utilizaram, apresentaram equívocos na construção.

Como já fora explicitado, apesar de a malha quadriculada ser um elemento comum nos livros didáticos, durante a formação foi possível perceber que os professores apresentaram dificuldades em trabalhar com ela. A principal dificuldade foi compreender o significado de uma unidade de área na malha quadriculada. Isso foi possível identificar ao solicitarmos que eles construíssem, na malha quadriculada, um quadrado de lado 2 u e, ao invés disso, eles construíram um retângulo de base 2 u e altura 1u. Ao refletirmos sobre essa situação, é perceptível o desconhecimento de conceitos básicos, neste caso, a propriedade do polígono quadrado que, necessariamente, possui quatro lados congruentes e quatro ângulos retos.

Anterior a esse episódio, conceituamos unidade de área e área, ao questionarmos o que seria área, eles comentaram:

P_3: Área é a parte que fica dentro da figura.

P_4: Área é o espaço dentro do perímetro.

Observamos que, o conceito de área, que é um número, confunde-se com o conceito de superfície e, para os professores do nosso estudo, não são coisas distintas. Quando P_4 comenta que área é o espaço dentro do perímetro, a questionamos o que é perímetro e ela argumenta:

P_4: É a soma de todos os lados.

Diante desse comentário, apresentamos um retângulo com medidas 10 cm de base por 3 cm de altura, ver Figura 4.8, e os questionamos qual o perímetro daquela figura.

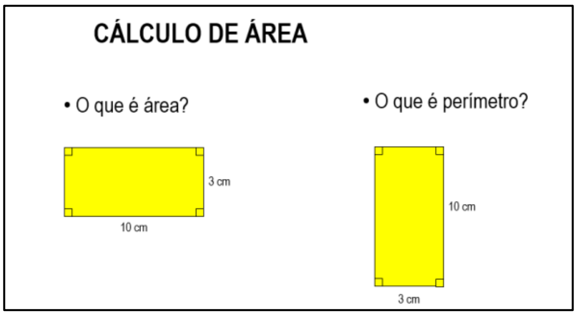


Figura 4.14 – Slide da formação – Área x Perímetro
Fonte: Elaborado pelos autores.

Inicialmente, os professores mostraram-se surpresos para um questionamento tão elementar, mas não se abstiveram em responder:

P_4: 13 cm, porque somamos os lados.

P_6: 26 cm, porque tem que somar todos os lados. Mesmo não tendo número nos outros lados um é 10 e o outro é 3.

Note que a noção de perímetro de P_4 está fundamentada nos aspectos visuais da forma como é apresentada a figura. Se tivesse a medida explícita em todos os lados, possivelmente ela somaria todas elas, como ela viu apenas duas medidas (10 e 3), ela somou somente os dois lados, o que é um equívoco. Como já evidenciado, *P_4* comenta que essa confusão é muito comum, retornamos aqui a fala de *P_4*.

P_4: É muito normal cometer essa confusão, eu sempre fico confusa. Eu nunca sei quando é uma coisa ou outra, é difícil.

Com essa fala, é possível que essa confusão de somar apenas a base e a altura, a P_4 tenha extrapolado a fórmula da área para o perímetro, uma vez que para o cálculo de área basta multiplicar a base pela altura. Resultados semelhantes foram encontrados nos estudos de Chiummo (1997) e Garcia Silva, Galvão e Campos (2013), que alertam sobre a dificuldade dos professores em diferenciar o perímetro de área. Nesse contexto, a DCNFP (BRASIL, 2001) aponta que os professores precisam conhecer os conteúdos de ensino, não só conhecer, precisam dominá-los. Não se pode criar um círculo de erros. A respeito do erro cometido por P_4 em determinar o perímetro da forma retangular (ver Figura 4.9), P_4 comenta que:

> **P_4**: Temos que colocar todas as informações, todas as medidas dos lados. Desse jeito o aluno não entende. Na era da tecnologia eles preferem abstrair uma parede a nos ouvir. Logo, para que tenham sucesso eu coloco a medida de todos os lados.

Na mesma direção, P_7 e Joaquim contra-argumentam:

> **P_7**: Desse jeito que você está querendo fazer, eles nem terão o trabalho de pensar, pois está tudo escrito.
>
> **Professor Joaquim**: Olha, minha turma é complicada e 100% de alunos repetentes, mas eles conseguem fazer isso. Eles abstraem que se um lado é 3, o outro, paralelo a ele, também será. Fazem direitinho!

Percebemos nesse diálogo o quão forte é o aspecto visual na construção dos conceitos dos professores, em especial o professor polivalente. É preciso formar estes professores, para que eles oportunizem a seus alunos uma Matemática para além do concreto e visual, é preciso abstrair. Pontuamos que essa abstração deve ocorrer de forma processual, respeitando os limites os alunos. Retificamos que o sucesso do aluno não está totalmente ligado às informações contidas no enunciado, mas com o modo com que os conceitos foram construídos.

Sobre a construção de conceitos, após definir área e apresentar a malha quadriculada, solicitamos aos professores que fizessem algumas construções. A primeira delas, duas figuras distintas que tivessem a mesma medida de área. Nesse momento, os professores mostraram-se inseguros, porque não conseguiram entender o que foi solicitado, mas reexplicamos e eles conseguiram construir. Como podemos observar na Figura 4.15:

Extrato do Protocolo dede P_5	Extrato de P_{10}

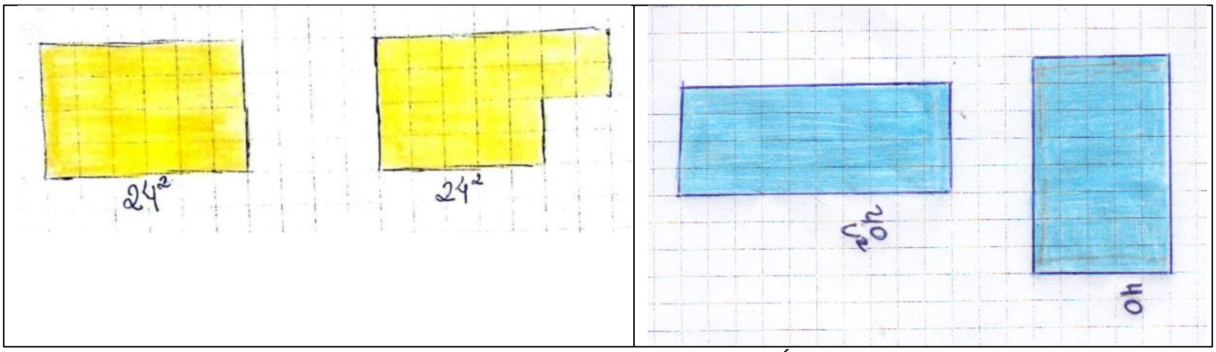


Figura 4.15 – Construções dos professores – Área Equivalente
Fonte: Dados da pesquisa.

Mais de 70% dos professores recorreram às formas geométricas mais conhecidas por eles, quadrado e retângulo, e pouco menos de 15% às formas não convencionais, como pode ser observado na Figura 4.15. No que tange à construção e determinação da área do quadrado, ver Figura 4.16, os professores apresentaram um desempenho melhor. Podemos inferir que isso tenha ocorrido por estarem começando a compreender como funciona a malha quadriculada.

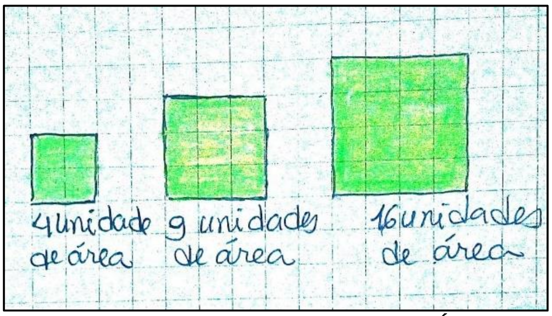


Figura 4.16 – Construções dos professores – Área do Quadrado
Fonte: Dados da pesquisa.

Os dados dos professores revelam que estes não tiveram dificuldades em construir ou determinar a medida de área de suas construções. Mas, ao questioná-los sobre como determinaram a medida da área, Joaquim comenta:

> **Professor Joaquim**: Contando os quadradinhos, à medida que o lado cresce, a área também cresce.

Note que, a estratégia de contagem de quadradinho é a primeira possibilidade utilizada pelos professores para determinar a área e é semelhante àquela utilizada pelos alunos e professores dos estudos de (FACCO, 2003; GARCIA SILVA, GALVÃO, CAMPOS; 2013). Observado isso, era preciso que os professores compreendessem o cálculo de área para além da malha, e os questionamos se por um acaso fosse construído um quadrado de lado igual a 100 unidades, qual seria a área desse quadrado? Qual procedimento que poderia auxiliar para identificar a resposta? Para esses questionamentos, P_6 apresentou a seguinte resposta:

> **P_6**: 10 000 u², a gente multiplica um lado pelo outro.

Notamos na fala de P_6 um avanço, em termos do conceito de cálculo de área, pois para além da contagem das unidades quadradas de área ("quadradinhos"), os professores conseguiram identificar a multiplicação como outra possibilidade. A esse respeito, P_4 comenta:

> **P_4**: Olha que legal! Vou trabalhar o conceito de área com a malha quadriculada com meus alunos para reforçar o conceito de multiplicação. Eles irão perceber a multiplicação acontecendo.

A conexão entre o cálculo de área e a multiplicação observada por P_4 é evidenciada por Lorenzato (2006). Devido às possibilidades do conceito de área estabelecer conexões internas à própria Matemática, os professores conseguiram estabelecer tais conexões por meio de um processo de reflexão de sua prática, pensando na aprendizagem de seus alunos.

Já observadas algumas conexões e semelhanças entre alguns conceitos, questionamos os professores se seria possível, a partir do quadrado, determinar a medida de área do retângulo e P_1 responde:

> **P_1**: Não! Porque quadrado tem quatro lados iguais e quatro ângulos retos como você disse, o retângulo não tem todas essas características.

Na fala de P_1, identificamos uma lógica, isto é, como construímos primeiro o quadrado e depois o retângulo, esse último traz algumas características do quadrado, então há de fato uma relação entre esses dois polígonos. Observamos ainda que P_1 não percebe que o quadrado é um caso particular de retângulo, que um quadrado tem todas as características do retângulo. Diante disso, após termos definido juntos o que era um retângulo, colocamos para os professores a seguinte afirmação: "todo quadrado é retângulo, mas que nem todo retângulo é quadrado". Tal afirmação tornou-se mais um momento de desestabilização para os professores, eles ficaram agitados e Joaquim argumenta:

> **Professor Joaquim**: Impossível! Quadrado é quadrado Jadson, retângulo é retângulo. Aprendemos e ensinamos assim, quadrado é uma coisa e retângulo é outra. Como é que vamos dizer aos alunos que quadrado é retângulo? Como vamos explicar isso?

O espanto dos professores para essa afirmação parte da premissa que eles não assimilaram de maneira satisfatória o conceito de retângulo, mesmo tendo definido retângulo minutos antes. Isso significa que eles, de fato, não compreenderam tal conceito em sua totalidade. A não aceitação de que todo quadrado é retângulo é comum, tanto por professores, como por alunos (FACCO, 2003; GOMES, 2016), isto porque eles desconhecem os aspectos conceituais das figuras, atentando-se apenas aos aspectos visuais.

Discutimos a respeito para que eles pudessem perceber e compreender que todo quadrado é um retângulo. Nesse ínterim, P_5 comenta:

> **P_5**: Então, para achar a área de um retângulo, tem que fazer igual ao quadrado. Contar os quadradinhos ou multiplicar os lados.

Notamos avanço na construção do conceito de área do quadrado e retângulo em relação aos estudos de Gomes (2016) e Silva (2016). Os professores passaram a perceber duas formas distintas de calcular a área a partir de figuras desenhadas na malha quadriculada. Essas formas seriam a contagem de quadradinhos e, a partir dessa contagem, perceber que também é possível fazer esse cálculo multiplicando seus lados.

No entanto, o mesmo avanço não foi percebido quando abordamos o cálculo de área do triângulo. Eles apresentaram dificuldade em lidar com essa figura e mostraram desconhecer os diferentes tipos de triângulos e suas características.

Joaquim relata que esse foi um dos piores momentos do processo formativo, quando o questionamos na entrevista final (Apêndice L) se houve, para ele, momentos de desestabilização:

> **Professor Joaquim**: Vários! O pior foi a construção do cálculo de área do triângulo, que eu não queria fazer, não era preguiça, era porque eu não sabia e você pediu que eu tentasse. Eu estava me sentindo num barco à deriva, sem saber para onde remar, sem vela, sem nada. Primeiro que eu não achava que era possível colocar um triângulo dentro de um retângulo com mesma altura e base do triângulo, segundo porque eu achava que eu não iria conseguir. Achei bem difícil, tanto que não fiz! Voltei para casa arrasado, porque eu não consegui fazer, achei que não conseguiria, eu me senti um derrotado.

Notamos que o “não querer fazer” do Joaquim estava diretamente relacionado ao “não saber fazer”, ele desconhecia totalmente o assunto. Observe que ele diz que, durante essa formação, houve vários momentos de desestabilização, mas, em especial, o cálculo de área do triângulo foi o que lhe deixou estagnado, sem ação.

Diante disso, questionamo-nos a respeito da Matemática, principalmente acerca da Geometria que é apresentada nos cursos de Pedagogia, responsáveis pela formação de professores dos anos iniciais, e pontuamos que esta precisa ser repensada, como sugere Gatti e Nunes (2008).

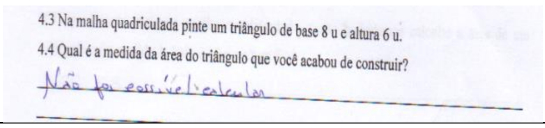
A formação inicial é necessária, mas não é suficiente para que o professor compreenda os conceitos de tal forma que possa ensiná-los. É impossível, pelo menos para esses professores da formação continuada, ensinar, construir, de maneira satisfatória, os conceitos geométricos por partes com seus alunos, quando eles mesmos não tiveram a oportunidade de construir para si. Cabe salientar que não foi apenas Joaquim que não fez essa atividade, outros professores também não fizeram, e os que fizeram, construíram triângulos retângulos, pois acreditavam ser mais fácil determinar a medida de área, como consta na fala de P_2 na construção de um triângulo de base 8u e altura 6u.

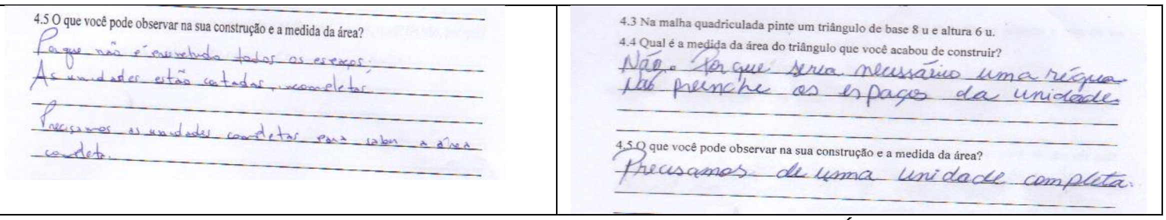
> **P_2**: vou construir um triângulo retângulo, porque esse lado maior vai dividir os quadradinhos no meio.

O lado maior que P_2 se refere é a hipotenusa do triângulo retângulo. Ao observarmos que todos os professores construíram triângulos retângulos, propomos que eles deveriam repetir a construção, só que eles deveriam apresentar outro tipo de triângulo, os quais já haviam sido discutidos no encontro formativo, e de imediato P_1 comenta:

> **P_1**: Não! Eu já comecei a fazer o triângulo retângulo. Não vou fazer outro não, não vai dar*!*

Observe que, para P_2, a hipotenusa dividiria as unidades quadradas ao meio, construindo uma falsa ideia a esse respeito, fazendo com que os professores não conseguissem perceber outro triângulo, para além do retângulo. E a esse respeito, os professores alegaram que para determinar a medida de área de um triângulo, seria necessário que as unidades de área estivessem inteiras, como registra P_{10} e P_{11}, nos extratos abaixo:

Extrato do protocolo de P_{11}	Extrato do protocolo de P_{11}
 4.3 Na malha quadriculada pinte um triângulo de base 8 u e altura 6 u. 4.4 Qual é a medida da área do triângulo que você acabou de construir? Não foi possível calcular	



4.5 O que você pode observar na sua construção e a medida da área?
Porque não é preenchido todos os espaços;
As unidades estão cortadas, incompletas.
Precisamos as unidades completas para saber a área completa.

4.3 Na malha quadriculada pinte um triângulo de base 8 u e altura 6 u.
4.4 Qual é a medida da área do triângulo que você acabou de construir?
Não. Porque seria necessário uma régua. Não preenche os espaços da unidade.
4.5 O que você pode observar na sua construção e a medida da área?
Precisamos de uma unidade completa.

Figura 4.17 – Reflexões dos professores no encontro formativo – Área do Triângulo
Fonte: Dados da pesquisa.

Devido a qualidade da imagem resolvemos por transcrever as respostas dos extratos acimas:

Extrato do protocolo de P_{11}	**Extrato do protocolo de P_{11}**
4.4: Qual é a medida da área do triângulo que você acabou de construir? R: *Não foi possível calcular!* 4.5: O que você observou na sua construção e medida da área? *R: Porque não é preenchido todos os espaços;* *As unidades estão cortadas, incompletas;* *Precisamos saber de unidades completas para saber a área.*	4.4: Qual é a medida da área do triângulo que você acabou de construir? R: *Não! Porque seria necessário uma régua. Não preenche os espaços da unidade. foi possível calcular!* 4.5: O que você observou na sua construção e medida da área? *R: Precisamos de uma unidade completa.*

Observa-se que solicitamos que a construção do triângulo não fosse retângulo, para evitar que eles juntassem duas metades de área e a considerassem como uma inteira. Eles não conseguem determinar essa medida, pois precisam que as áreas estejam completas, mais que isso, no registro de P_{11} ela sugere que use a régua. Diante disso, inferimos que os professores desconhecem a noção de cálculo da área do triângulo. No entanto, para nossa surpresa, no momento da discussão desses registros, P_6 comenta sobre a área do triângulo de base 8u e altura 6u.

> **P_6**: A área é oito vezes seis, que vai ser 48. Aí, pega 48 e divide por dois, ou seja, a área do triângulo é igual a 24 unidades quadradas.

Não subestimamos a capacidade dos professores, mas ficamos curiosos para entender como P_6 apresentou aquela resposta, correta, e de forma tão rápida e bem explicada. Ao questionarmos o porquê de 24 unidades quadradas, ele responde:

> **P_6**: Não sei por que é, mas é 24.

Diante disso, acreditamos que P_6 conhece a fórmula e sabe aplicá-la, mas não a compreende em sua totalidade (CHIUMMO, 1997). Outros professores apresentaram respostas semelhantes, mas não sabiam justificar o porquê do resultado, ou ainda o porquê de dividir por dois. Diante disso, propomos a construção de um retângulo de base 20 u e altura 15 u, a fim de justificar a resposta de P_6.

Iniciamos a construção questionando-os se era possível desenhar um triângulo com as medidas já mencionadas dentro de um retângulo com mesmas dimensões que o triângulo, de modo que pelo menos um dos lados do triângulo coincida com o lado do retângulo e um dos vértices toque um dos lados deste retângulo. Alguns professores julgaram ser possível, outros não, como pode ser observado na fala de Joaquim.

> **Professor Joaquim**: Um triângulo dentro do retângulo? Tem como Jadson? Eu não vou fazer não, eu não sei.

Solicitamos que eles fizessem tal construção e determinassem a medida de área desse triângulo. Apesar de julgarem possível, alguns professores apresentaram dificuldades em construir, precisando de intervenções por nossa parte. Na Figura 4.18, apresentamos o extrato da construção de P_3 e P_7, ambas as professoras apresentam técnicas para determinar as medidas de área do triângulo totalmente distintas e já evidenciadas nos estudos de (GARCIA SILVA, GALVÃO, CAMPOS, 2013).

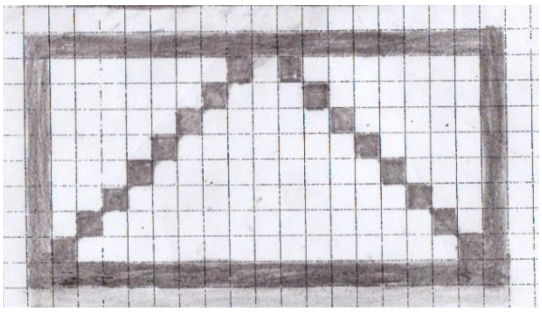
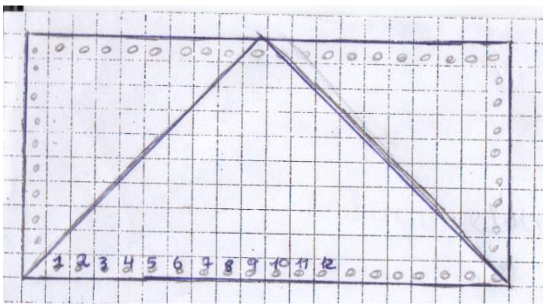
Extrato do protocolo de P_3	Extrato do protocolo de P_7
	

Figura 4.18 – Construções dos professores – Triângulo
Fonte: Dados da pesquisa.

Em ambos os extratos, as medidas dos triângulos não foram construídas com as medidas solicitadas, mas reconhecemos que P_3 e P_7 pelo menos tentaram. No extrato de P_3, ela vale-se da compensação de “quadradinhos”, isto é, as unidades de área que não estão totalmente pintadas são preenchidas, a fim de construir unidades inteiras, para que, após isso, possam ser contadas, de modo a determinar a medida de área do triângulo. Já P_7 constrói o triângulo dentro do retângulo e começa a fazer marcações, acreditamos que P_7 se perdeu na contagem e opta por colocar números para identificar as unidades de área já contadas. Note que, na primeira linha, que forma a base do triângulo, P_7 começa a enumerar as unidades de área e no início da contagem desconsidera, totalmente, a unidade de área que não está inteira, partindo diretamente para a próxima unidade que se encontra completa.

A contagem de “quadradinhos” e a compensação foram as técnicas mais utilizadas pelos professores para determinar a medida de área de triângulo em malha quadriculada, confirmando os resultados apresentados por Chiummo (1997) e Garcia Silva, Galvão e Campos (2013). Diante disso, acreditamos que a malha quadriculada é um recurso que pode potencializar o processo de ensino e aprendizagem do cálculo de área, em especial nos anos iniciais (PESSOA, 2010; GARCIA SILVA, GALVÃO, CAMPOS, 2013; SILVA, 2016). Porém, esse recurso é limitado na medida em que pode ser empecilho no processo de abstração, o que é um elemento importante do ponto de vista da aprendizagem. Além disso, ao lidarmos com a área do triângulo, nem todos os quadradinhos são totalmente pintados, o que inviabiliza o cálculo de área pela contagem.

Para além dessas duas técnicas, contagem e compensação de “quadradinhos”, P_2 e P_5 recomendam, novamente, o uso da régua para determinar a medida de área do triângulo, como sugerido por P_{11}. Observemos o diálogo abaixo:

> **P_2**: Jadson, eu não sei a área desse aqui. Tem esse pedacinho aqui que não tem como medir. Ah! Podemos medir com a régua.
>
> **P_5**: Eu tinha pensado nisso, mas tem lugar que nem dá para fazer com a régua. Jadson o que você tá aprontando?

O diálogo entre P_2 e P_5 ratifica a importância da construção de conceitos geométricos com os professores polivalentes, em especial o conceito de área. Isto porque há um equívoco por parte dos professores ao sugerirem o uso da régua como instrumento para medir, visto que não fazia sentido algum se quisessem medir a área, e sim o perímetro da figura. É preciso, na formação inicial ou continuada, considerar a construção de conceitos matemáticos e possibilidades de ensino, para que na sua atuação como professor não precise reproduzir ações que aprendeu quando aluno da Educação Básica com seus professores, que nem sempre estão corretas ou atendem às necessidades de sua turma. Mais que isso, reproduzir sem compreender o significado do que está sendo reproduzido, como foi o caso da fórmula do cálculo de área do triângulo, que os professores utilizaram de maneira correta, no entanto não entendiam o motivo pelo qual aquela fórmula dava certo.

Mesmo com todas as dificuldades em relação ao cálculo de área do triângulo já expressas, os professores mostraram-se envolvidos e curiosos para entender como se determina essa medida. Pensando na construção do significado da fórmula, em especial da parte "dividido por dois", fizemos a proposta que eles cortassem o triângulo que eles tinham desenhado no papel quadriculado. Durante o processo de cortar e colar, os professores estavam bastante motivados e P_5 comenta:

> **P_5**: Quando retiramos esse triângulo que desenhamos dentro do retângulo, sobram dois triângulos.

Neste momento, não nos demos conta de que os professores acertariam a resposta, embora o raciocínio estivesse totalmente incorreto. Tendo por base as figuras dos triângulos apresentadas na Figura 4.18, alguns professores, ao cortar o triângulo desenhado, entendiam que o fato de dividir por dois, dava-se porque sobravam dois triângulos. Esse episódio se repetiu na sala de aula do professor Joaquim, exatamente na construção do cálculo de área do triângulo e, no momento de conceituar a construção dos seus alunos, ele comenta:

> **Professor Joaquim**: Notaram que sobraram dois triângulos? Então, para achar a área do triângulo devemos dividir por dois, por conta disso.

Isto denota o quão ingênua foi a construção do conceito de cálculo de área do triângulo por Joaquim junto a seus alunos. Acreditamos que tal equívoco seja decorrente da dificuldade que ele teve em construir um triângulo dentro de um retângulo na formação, como já fora apresentado. Essa dificuldade em compreender o cálculo de área do triângulo pode ter gerado desinteresse na discussão que seguiu a esse respeito. Logo que os professores responderam o motivo pelo qual eles entendiam que tinha que dividir por dois, solicitamos que eles compusessem os dois triângulos restantes em um, igual ao que eles construíram inicialmente. Foi então que P_1, bem no fundo da sala, em alto e bom tom, expressando compreender o que tinha construído, comenta:

> **P_1**: Ah... Agora sim! Agora entendi porque dividi por dois. Tanto mistério hein Jadson... Gente, o triângulo é metade do retângulo.

Acreditávamos naquele momento que o dividir por dois tinha ganhado um significado para o grupo de professores, em especial para P_1. Contudo, como pudemos constatar, o Joaquim ainda não tinha compreendido e, possivelmente, outros professores também estivessem nessa mesma situação. Diante disso, reforçamos a importância de construir conceitos com os professores dos anos iniciais, de modo que para além de ensinar o como fazer é preciso formá-los matematicamente. Podemos observar a apropriação do conceito por parte de P_1, em sua construção, ver Figura 4.19.

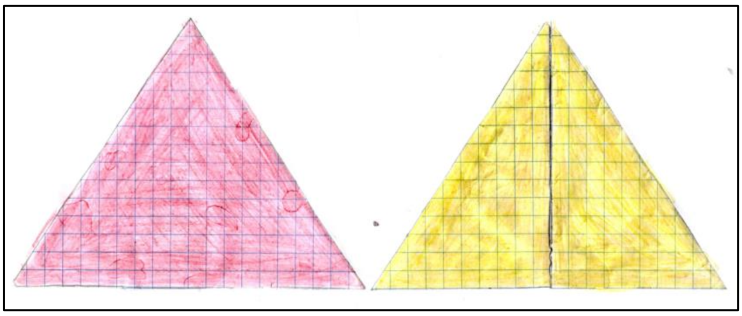
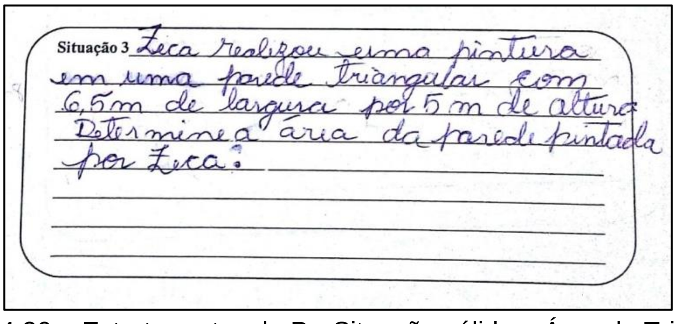


Figura 4.19 – Construções dos professores – Área do Triângulo
Fonte: Dados da pesquisa.

Dado um significado ao porquê se divide por dois, esperávamos que os professores na segunda elaboração das situações-problema propusessem situações de cálculo de área do triângulo, porém não foi isso que identificamos. Apenas duas situações-problema, de um total de 16 válidas, da primeira e segunda elaboração, faziam menção ao triângulo e estas foram elaboradas pelo mesmo professor, P_6, na Figura 4.20. É possível inferir que, assim como Joaquim, a discussão feita na formação a esse respeito pode não ter proporcionado a compreensão necessária para dar aos professores segurança para elaborar situações desse tipo. Apresentamos a situação construída por este professor P_6 na segunda elaboração.



Situação 3 Zeca realizou uma pintura em uma parede triangular com 6,5m de largura por 5 m de altura Determine a ária da parede pintada por Zeca?

Figura 4.20 – Extrato protocolo P_6: Situação válida – Área do Triângulo
Fonte: Dados da pesquisa.

A situação apresentada na figura 4.20 é um extrato do protocolo de P_6. Este docente, no momento da produção e coleta dos dados, ministrava aula para turmas de 5º ano do Ensino Fundamental, tendo mais de 13 anos de experiência na Educação Básica e é licenciado em Pedagogia.

A situação foi classificada como cálculo de área do triângulo, devido ao seu enunciado. Essa situação foi elaborada após o encontro formativo, mas não notamos diferença alguma em relação à situação de cálculo de área do triângulo apresentada por P_6 na primeira elaboração. Para determinar a medida de área dessa superfície, os alunos devem conhecer a fórmula de cálculo de área do triângulo e saber aplicá-la, o que não é objetivo desse seguimento de ensino (BRASIL, 1997; 2017).

O P_6 foi o único professor que propôs situações de cálculo de área de triângulo, mas ambas requerem aplicação de fórmula, o que a nosso ver soa estranho, uma vez que no encontro formativo este professor disse que não sabia justificar a fórmula do cálculo de área do triângulo, mas sabia aplicar. Diante disso, e das situações elaboradas por P_6, inferimos que ele deve ensinar a seus alunos como aplicar a fórmula do cálculo de área do triângulo, sem uma devida reflexão sobre o que seja o dividir por dois, sem realmente compreender esse dividir por dois.

Pontuamos que a não elaboração de situações-problema sobre cálculo de área do triângulo seja decorrente da dificuldade dos professores em trabalhar com esse polígono. Identificamos isso na prática do professor Joaquim, em que no quarto encontro de planejamento destinado ao trabalho com cálculo de área do triângulo ele estava com algumas dúvidas e veio até nós, como pode ser observado no diálogo a seguir:

> **Joaquim**: Jadson, eu estudei em casa, li algumas coisas, mas não entendi direito e estou com dúvida. O triângulo retângulo é escaleno?
>
> **Formador**: Sim, mas nem sempre será. Isso depende da medida dos lados, pois existem triângulos retângulos que são isósceles.
>
> **Joaquim**: Como assim?
>
> **Formador**: Ser escaleno é a classificação do triângulo, quanto à medida dos lados, ser retângulo é a classificação quanto ao ângulo.
>
> **Joaquim**: Ah... Entendi, nem todo triângulo escaleno é retângulo e nem todo triângulo retângulo é escaleno, né? Nesse caso aqui, ele é escaleno porque todos os lados são diferentes, não é?
>
> **Formador**: Sim! Neste caso sim.

Ao analisarmos esse diálogo, notamos que o estudar, sem um conhecimento prévio a respeito do que se quer aprender, não é suficiente para o professor conduzir o processo de ensino e aprendizagem. Em determinados conceitos há particularidades que os professores não conseguem compreender. No caso de Joaquim, ele teve a nós, mas e tantos outros professores que passam por situações semelhantes e que não têm com quem tirar suas dúvidas?

Diante do exposto, a formação continuada do professor polivalente é urgente. Há muito que se investigar na formação Matemática deste profissional e, de modo especial, na formação geométrica. É perceptível que esse público necessita de uma base teórica em Geometria, para além da nomenclatura ou reconhecimento de formas, é preciso formar estes professores. Uma formação que seja pensada a partir do que eles sabem, a partir de suas experiências, com objetivo de aperfeiçoar o que tem que ser aperfeiçoado e desconstruir conceitos errôneos, como por exemplo: que a porta é um retângulo.

Na próxima seção, apresentaremos as reflexões de Joaquim durante o desenvolvimento da proposta de intervenção (Apêndice I) e, uma discussão, de maneira especial, a respeito do triângulo.

4.2. Cenário para reflexão

Nessa subseção, apresentaremos a análise em relação à aplicação das propostas de intervenções (Apêndice I) às reflexões dessa aplicação – entrevistas pós-aulas – (Apêndice K) e a importância do planejamento, mais especificamente no momento de ação prática, isto é, uma análise com foco na sala de aula do professor Joaquim. Assim, os instrumentos de análise que compõem essa seção são os seguintes: as áudio-gravações e o diário de bordo.

4.2.1. A sala de aula do professor Joaquim

Durante a aplicação das propostas de intervenção na sala de aula do professor Joaquim, foi perceptível a apropriação de alguns conceitos geométricos discutidos no encontro formativo. Porém, ele não ousava arriscar, isto é, mudar o planejamento, mas sempre apresentava algo para além do que era proposto. Acreditamos que esse “não arriscar” pode estar relacionado ao fato de tudo ser muito novo, desde a forma de organizar a aula, como os conhecimentos a serem construídos com os alunos.

> **Professor Joaquim**: Eu não procuro mudar nada da proposta em casa. Uma, porque eu tenho medo de tornar mais complicado, isto porque até onde é proposto eu tenho condições de trabalhar, aí eu tenho medo de mudar e ficar mais difícil ou ir por outro caminho. Então eu não mudo! Porém, caso seja necessário eu mudo a forma de abordar, adapto as perguntas ao nível dos meus alunos, caso eles não estejam entendendo. Mudo o modo de falar, os exemplos, tento contextualizar, faço essas mudanças, nada que mude o planejamento.

De um modo geral, Joaquim seguia fielmente o que era sugerido na proposta, fazendo adaptações quando preciso e vários foram os momentos que estas foram necessárias. Percebemos na fala de Joaquim, ainda, certas fragilidades e limitações em termos dos conceitos trabalhados na formação, quando ele afirma que “até onde é proposto eu tenho condições de trabalhar, aí eu tenho medo de mudar e ficar mais difícil ou ir por outro caminho”. Embora esse medo também possa estar atrelado a diversos fatores, seja o não domínio do conteúdo; a presença de outra pessoa em sua sala e ou as dificuldades expressas por seus alunos.

No que tange às dificuldades expressas por seus alunos, essas foram mínimas e observamos em vários momentos a apropriação de conceitos por parte deles. Como por exemplo, na construção do conceito de área equivalente, no qual, inicialmente, os alunos mostraram ter dificuldades. Isto porque, estavam com dificuldades em compreender outros conceitos geométricos para além destes, ou seja, o que é um quadrado, um retângulo e outros.

Diante disso, várias foram as estratégias utilizadas por eles para cumprir o primeiro momento da proposta de intervenção (Apêndice I), qual seja: organizar um conjunto de figuras geométricas (quadrado e retângulo), com diferentes formatos, cores e medidas de áreas, de modo a formar pares em que ambas as figuras tivessem a mesma medida de área.

Dessas estratégias utilizadas pelos alunos, podemos destacar a organização por cor, visto que as formas foram construídas em um material colorido. Outra foi montar um quebra-cabeça, já que algumas formas se encaixavam e eles acharam que deveriam montar outra forma a partir das formas dadas. Uma terceira estratégia foi a organização por forma, ou seja, quadrado com quadrado, retângulo com retângulo e assim por diante. Observado isso, várias foram as intervenções realizadas por Joaquim.

> **Professor Joaquim**: Dei várias dicas, as quais não eram previstas, mas <u>se eu não fizesse isso eles poderiam não conseguir</u>. Eu falei: gente, não é para montar um quebra-cabeça, é para separar as que têm a mesma área, analisem as formas que vocês têm em mãos. As formas formam pares, ou

> seja, não têm três formas com mesma área, porque eles estavam montando duas, três, quatro e encaixando como um quebra-cabeça. Mas, isso tudo foi a partir das respostas que eles me deram, fui criando essa estratégia na hora. Quando eles lançavam as dúvidas, eu já começava a pensar o que responder. Eu tinha que dar uma nova cara para aquele questionamento. (Grifos nossos).

Observamos nessa declaração que Joaquim reflete na ação e identifica as dificuldades de seus alunos na construção do conceito de área equivalente (SCHON, 1997), motivando-o a mudar de estratégia, ressignificando a ação, refletindo no que ele estava realizando. A reflexão provocada durante a ação reformulou a ação de Joaquim de modo imediato, com objetivo de intervir e auxiliar os alunos (SCHÖN, 2000), permitindo que ele pudesse entender as possíveis causas dessa dificuldade.

Dadas as sugestões, os grupos[10] ainda mostram ter dificuldade em realizar a atividade, exceto o G4, que conseguiu compreender o que estava sendo solicitado, como podemos observar no diálogo abaixo, que também conta com a participação do G1.

> **G1**: Para ter áreas iguais elas têm que ter o mesmo tamanho.
>
> **Professor Joaquim**: Só figuras iguais têm áreas iguais?
>
> **G1**: Sim! Figuras iguais áreas iguais.

Tal afirmação do G1 se baseia no quadrado de lado 4u e no retângulo de base 1u e altura 4u. Diante disso, notamos também que o conhecimento de grande parte dos alunos está centrado nos aspectos visuais, de modo semelhante aos dos professores no encontro formativo. Ao ouvir tal afirmação, o G4 contradiz o G1:

> **G4**: Figuras diferentes podem ter áreas iguais sim, nós achamos. Para achar a medida da área, a gente tem que contar quantos quadradinhos tem na figura. Nessa aqui (quadrado 4x4) tem 16 quadradinhos, essa outra aqui (retângulo 2x8) também tem 16 quadradinhos. Então elas têm a mesma medida de área. Iguais a essas daqui (sinalizando para os outros seis pares de figuras que foram organizadas).
>
> **Professor Joaquim**: Então para ter áreas iguais tem que ter a mesma medida?
>
> **G4**: Não! Não precisa, a gente achou e eles não têm a mesma medida.

Nesse diálogo, observamos a apropriação do conceito de equivalência por parte do G4, em que por meio da contagem das unidades de área é identificada a

[10] Cabe destacar que a turma foi organizada em cinco grupos de quatro alunos cada, os quais identificamos como G1, G2, G3, G4 e G5.

medida de área de cada figura, as quais são separadas de acordo com a área. Notamos ainda que Joaquim assume o papel de questionador, ou seja, testa a resposta do grupo ao invés de dizer apenas que eles estavam corretos, e isso os levou a refletir acerca de sua resposta. Os alunos apresentaram resultados semelhantes na construção do conceito de área do quadrado.

Quando solicitados que construíssem um quadrado com duas peças do tangram, os alunos não tiveram dificuldade alguma, pois já estavam familiarizados com o tangram, bem como com a construção do quadrado com três peças. Porém, demonstraram dificuldade na construção do quadrado com 4 peças, mas ao final consolidaram tais construções.

No segundo momento, que seria a representação dessas construções na malha quadriculada, os alunos apresentaram várias estratégias, a sobreposição, isto é, pegar as peças e decalcar na malha, o que comprometeu a construção e, consequentemente, a medida de área. Mas, duas estratégias nos chamaram atenção, a do G1 e do G3.

> **Professor Joaquim**: G1, eu falei que era para fazer um quadrado com 4 peças e não com duas.
>
> **G1**: Ave Maria professor! Nós fizemos com os dois triângulos grandão, então a gente pega um e deixa normal e concerta o outro.
>
> **Professor Joaquim**: Como? Não entendi.
>
> **G1**: Nem parece que o senhor é professor. Vem aqui ó, tá vendo esse grande aqui? Então, vamos desenhar dentro dele dois triângulos iguais e esse daqui, aí fica igual ao que a gente fez com o tangram. Entendeu?
>
> **Professor Joaquim**: Parabéns ao grupo, eu jamais iria pensar isso. Parabéns mesmo! Tá certo, entendi.

A figura 4.21 traduz em uma sequência de imagens o diálogo do G1 com o Professor Joaquim.

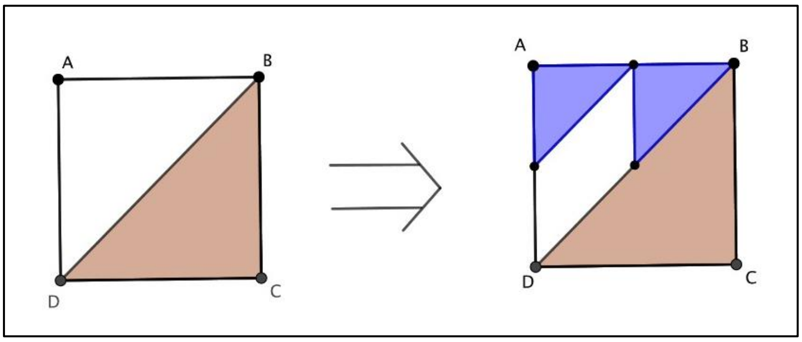


Figura 4.21: Transformando um quadrado de duas peças em um quadrado com quatro peças.
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Nesse diálogo e figura 4.21, identificamos o quanto o material manipulável foi significativo para os alunos, o quanto o concreto e visual são importantes nessa fase de escolarização e em outras também. Os alunos dominaram tanto o material que testam o professor Joaquim, fazendo com que esse fique sem entender o que eles estavam pensando, entrando em modo reflexão, de forma que vários são os momentos em que os alunos apresentam soluções que ele não tivera pensado ou encontrava no seu repertório de possíveis soluções. Na figura 4.22, podemos observar a construção do G1, e identificamos que no trecho referente às formas geométricas, o "esse daqui" é o paralelogramo.

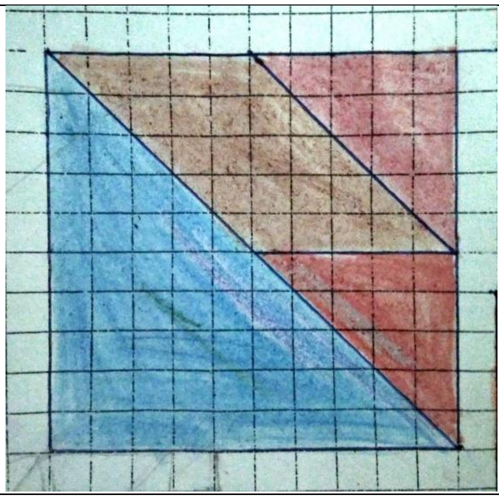


Figura 4.22: Quadrado com 4 peças do tangram – G1
Fonte: Dados da pesquisa.

Construção semelhante foi apresentada pelo G3, no entanto com outra estratégia.

G3: Professor, acabamos!

Professor Joaquim: Como vocês fizeram?

G3: Contando unidades de áreas.

Professor Joaquim: Como assim? Contando as unidades de área?

G3: Primeiro fizemos um quadrado de 10u. Como o tangram tinha dois triângulos iguais, essa peça aqui (mostrando o paralelogramo) e um triângulo que era mais ou menos grande (referindo-se ao triângulo médio do tangram). Colocamos essas peças dentro desse quadrado. O triângulo mais ou menos grande ele era um lado do lado e o lado de baixo do quadrado, então ele tem

10u aqui e 10u aqui (referindo-se ao lado e a base respectivamente do quadrado). Esses dois triângulos pequenos são iguaizinhos, então os lados têm que ser cinco, porque eu vou juntar dois lados, um do lado do outro e vai ficar 10u, igual embaixo, e esse aqui (mostrando o paralelogramo).

Professor Joaquim: O paralelogramo!

G3: Isso, o paralelogramo, o lado menor dele tem que ser 5u também, porque ele vai ficar juntinho do outro triângulo e vai ser 10, igual ao lado do quadrado. Aí, fica 10 aqui, 10 aqui, e 10 aqui e 10 aqui, um quadrado de lado 10.

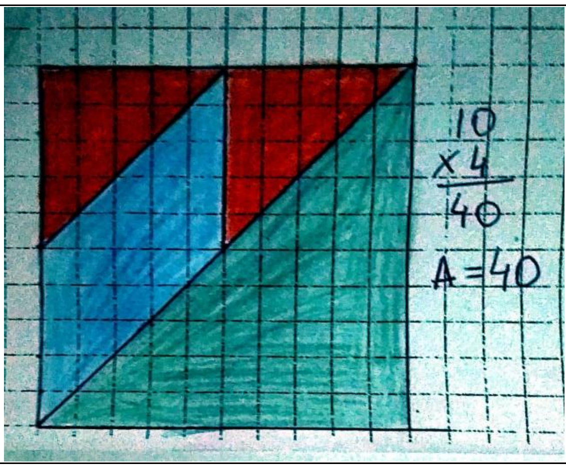


Figura 4.23 – Quadrado com 4 peças do tangram – G3
Fonte: Dados da pesquisa

Note que é uma construção análoga à do G3, contudo pensada de modo totalmente distinto. A construção por completo demonstra o quanto o G3 apropriou-se do conceito de quadrado, para além do nome ou visual (PAVANELLO, 2000). Além da apropriação do conceito, expressaram em sua construção noções de medidas, ao relacionar os lados das outras figuras ao quadrado que deveria ser formado. Contudo, confundem área com perímetro, como os estudantes investigados por Facco (2003). Observado que os alunos utilizaram a técnica de contagem de unidade de área, Joaquim pergunta à turma se seria possível determinar a medida da área desse quadrado.

G3: Sim! Tem sim professor, contando as unidades de área do quadrado.

Observamos na fala do G1, que os alunos do grupo e os outros compreenderam como procede para determinar a medida de área do quadrado como proposto pelo PCN (BRASIL, 1997) e a BNCC (BRASIL, 2017), mas mesmo assim, na figura 4.23, apresentam um resultado que corresponde ao perímetro e não à área. Resultados diferentes foram apresentados na construção do conceito de área do retângulo, essa confusão já não apareceu. Para além dos resultados referentes ao cálculo de área, os alunos avançaram em termos de conceito das figuras trabalhadas, como podemos observar nos trechos que seguem.

> **Professor Joaquim**: O que é um quadrado?
>
> **Aluno do G3**: É uma figura de quatro lados iguais e quatro ângulos retos, professor!
>
> **Professor Joaquim**: E um retângulo?
>
> **Aluno do G4**: É uma figura de quatro lados e quatro quadradinhos.

Percebe-se que o conceito de quadrado agora fora ressignificado, isto porque, inicialmente o quadrado era conceitualizado apenas como uma figura de quatro lados iguais, dando margens para ser considerado como um losango. No que tange ao retângulo, os alunos ainda apresentam limitações, mais que isso, apresentam elementos que não compõe a definição, como por exemplo, “quatro quadradinhos”.

Essa confusão a respeito do retângulo foi decorrente da definição apresentada por Joaquim. Mesmo apresentando a definição correta, ele tentou suavizá-la ao dizer aos alunos que os ângulos retos eram “quadradinhos”, e ao perceber a fala do G4, ele reflete na ação e sobre a ação (SCHÖN, 2000), uma vez que esse conceito fora abordado na aula de quadrado.

> **Professor Joaquim**: Gente, não é quadradinho! É um ângulo reto, quando eu disse que dá para formar um quadradinho, isso era para vocês entenderem, mas não precisam externar isso, isso vocês guardam na mente, e diz apenas que é um ângulo reto. Entenderam? Não pode dizer quadradinho, nem que formar quadrinho é ângulo reto! Eu quero pedir desculpa por essa falha, mas isso era só para vocês lembrarem que é reto.

Observe que ao perceber que os alunos estavam construindo o conceito de forma equivocada em relação aos termos, ela retoma a definição original e diz que é ângulo reto. Pontuamos como positiva essa reflexão de Joaquim, e isso só foi possível porque ele tinha compreendido a definição de retângulo, ou seja, apresentado avanço em termos de conteúdo e assim podendo retificar as confusões dos alunos. Desse modo, ratificamos o quão importante é o professor conhecer sua matéria de ensino (BRASIL, 2001).

Corrigindo sua fala, o G2 comenta:

> **Aluno do G2**: Eu e os meninos achamos que retângulo é uma figura de dois lados iguais, um de cada lado, e dois lados iguais um em cima e um embaixo,

> e forma quadradinho. Quadradinho, não! Quadradinho, não! Ângulo reto, né, professor?
>
> **Professor Joaquim**: Isso! Isso mesmo! Ângulo reto.

A definição apresenta pelo G2 não é precisamente a definição de retângulo; contudo, para o ano escolar, maturidade dos alunos e de Joaquim para com esse trabalho, consideramos como avanço significativo em relação à conceitualização de retângulo apresentada pelos grupos e pelos professores no encontro formativo. Pontuamos que os alunos concluíram essa resposta, pois este foi o último grupo a responder e ouviu os comentários feitos por Joaquim em relação à resposta dos outros grupos. Porém, isso não invalida o raciocínio do grupo, pelo contrário, mostra que a aprendizagem é contínua e pode ser construída no coletivo.

No que tange às dificuldades dos alunos na construção dos conceitos de área, Joaquim aponta que estas só foram sanadas quando eles entenderam como funcionava o material manipulável.

> **Professor Joaquim**: [...] depois que eles começaram a manusear e fazer o que foi solicitado, percebi que as dificuldades foram sanadas. Esse manusear, o concreto, o pegar foi crucial para o entendimento deles e, depois eles se desprenderam do material, pois tinham entendido.

Constatamos na fala de Joaquim, fundamentado em sua experiência e estudos, uma reflexão sobre a ação (SHÖN, 2000). Isto porque, ao reconstituir a prática de sala de aula, identificando que o material manipulável foi de fundamental importância para a compreensão do conceito que se queria construir com os alunos naquele momento, mais que isso, que ao compreender o conceito, os alunos se desprenderam do material, como proposto por Nacarato (2005). Até Joaquim perceber a potencialidade do material manipulável e os jogos em sala de aula, houve outros momentos de reflexão a respeito da prática.

> **Professor Joaquim**: Eu desacreditava que eles fossem se envolver e aprender tanto com o material e jogos como ocorreu nessas aulas, pois não é uma metodologia recorrente na minha turma. Eu fiquei pensando nisso, será que eles vão querer? Se quando eu escrevo é uma balbúrdia, imagine jogando e manipulando coisas, mas eles trataram de me surpreender! E vi que é possível, sim, trabalhar com essa metodologia em sala. Eu achei isso muito interessante, como o jogo e o manipulável pode subsidiar a aprendizagem.

Aqui cabe uma reflexão nossa: até que ponto o escrever no quadro é sinônimo de aprendizagem efetiva ou compreensão? Pensar o ensino de Matemática, em especial do cálculo de área para além do quadro e giz era o desafio posto para

Joaquim e, no início ele mostrou-se apreensivo, pois não acreditava no uso do material manipulável/jogo e em sua potencialidade, sendo surpreendido pelos seus alunos com um resultado positivo. Esse movimento fez com que ele pudesse refletir sobre ação em sala de aula (SCHÖN, 2000).

> **Professor Joaquim:** O uso de materiais manipuláveis e jogos mudou a sala, mas mudou muito mais a mim! A maneira de trabalhar, que de fato, que trabalhar com materiais concretos, jogos surte efeito. Eu agora, nas aulas de matemática, vou me permitir planejar as aulas desse modo, utilizando esses materiais concretos e jogos, <u>quando for pertinente para a aula e quando possível! Tem que ver se é pertinente, tem que ter um objetivo, pois no planejamento tinha isso, tinha o objetivo que era reconhecer as formas com áreas equivalentes, então a partir do jogo os alunos seriam capazes de reconhecer tais áreas equivalentes. Eu achei muito interessante</u>! A maior mudança não foi com meus alunos, mas em mim, na minha prática docente. A partir de agora irei investir em materiais concretos, tentarei construir meus próprios recursos. Por que não é difícil e tem um resultado muito positivo na aula. Vou levar isso para minha vida profissional, em especial na aula de matemática.

Para além do pensar a aula ou refletir sobre ela, Joaquim reflete sobre o uso consciente do jogo e materiais concretos, o que consideramos como um avanço significativo em termos de conhecimentos didáticos. Ao pontuar que esse uso deve acontecer “quando for pertinente para a aula e quando possível! Tem que ver se é pertinente, tem que ter um objetivo”, ele não só reflete sobre a ação (SCHÖN, 2000), ele reflete sobre sua prática como um todo, não perdendo de vista o objetivo que se quer construir. Não é apenas o jogo ou o material com seu fim em si próprio (NACARATO, 2005), tem que se ter um objetivo, uma intencionalidade para o uso. Não podemos nos enganar, afirmando cegamente que esses recursos serão a salvação do ensino de Matemática, mas eles podem subsidiar a aprendizagem, como apontado por Joaquim. De fato, esse subsídio à aprendizagem só acontece quando há uma intencionalidade com seu uso.

Perceber o ensino pautado no uso de materiais concretos ou jogos oportunizou Joaquim a realizar uma reflexão-sobre-a-reflexão-na-ação.

> **Professor Joaquim**: <u>Eu já tinha dado esse assunto e eu achei que não seria mais necessário apresentar, mas eu senti uma diferença muito grande</u>. Percebi que eles ainda tinham dificuldades e não tinham compreendido de verdade o assunto quando eu dei. <u>Muito diferente da aula de hoje, em que eu pude perceber um avanço grande em relação à minha aula anterior. Isso porque, eu ensinei que retângulo é isso, quadrado é isso e a gente calcula assim</u>. E agora eles perceberam que é possível calcular de outra maneira, sem necessariamente utilizar manipulação de fórmulas. (Grifos nossos).
>
> **Formador**: Então, eles já tinham visto o assunto?

> **Professor Joaquim**: Já! Só que não surtiu efeito, porque eu percebi que tinham alunos que estavam dizendo, ah... Eu não vi, o que é isso? Estavam com dúvidas básicas, de polígonos, retângulos e tal.
>
> **Formador**: Você notou alguma diferença de uma aula para outra?
>
> **Professor Joaquim**: Com certeza! Muita diferença! No sentindo positivo, que eles conseguiram realmente entender o assunto e digo mais, que após essa aula, aonde eles ouvirem falar desse assunto, eles irão lembrar dessa aula e de como resolve as coisas. No simulado da prova Brasil caiu uma questão dessa, eu ainda não o corrigi, mas a questão de área, tenho certeza que todos ou a maioria acertaram. Com certeza, e depois lhe darei um retorno (Grifos nossos).

Esse diálogo nos revela uma mudança a respeito da construção do conceito de área, como destaca Joaquim. Observamos ainda, que a construção desse conceito anterior à formação, se deu por meio da manipulação de fórmula, o que não é objetivo dos anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997; 2017).

O docente, no processo de reflexão sobre a reflexão na ação, percebeu que sua aula não foi suficiente para que os alunos pudessem compreender o assunto trabalhado, que o modo como este foi abordado não deu conta de construir tal conceito, e aponta que agora eles entenderam, analisando não somente a aprendizagem dos alunos, mas sua aula, o seu eu enquanto professor.

Ainda com relação a essa reflexão sobre a reflexão na ação, Joaquim nos revela que sua visão a respeito do cálculo de área mudou depois do encontro formativo e propostas de intervenção (Apêndice L).

> **Professor Joaquim**: Na primeira abordagem, eu simplesmente colocava a figura, os números e dizia, você tem que multiplicar. Não havia outra forma no meu repertório, no meu entendimento. Eu conhecia as malhas, caso eu usasse, seria a mesma coisa, multiplicar os lados, lado de baixo e lado de cima, eu não usava o termo base e altura, calculava e achava o resultado. Era tanto que os meninos confundiam com perímetro por conta disso. O foco era nas operações e não na forma, agora não, a gente construiu o conceito de área com a malha, mas avançamos em relação às operações, porque solicitava: será possível construir uma figura diferente dessa, mas com mesma área? Como você faz para encontrar a medida de área dessas duas figuras diferentes? Ou seja, não estamos trabalhando somente as operações, mas as figuras também. O todo. Então minha visão agora é essa, não é só colocar cálculo da área de um retângulo, da área de um triângulo. Mais que isso, é questionar qual a diferença entre eles, o que eles têm em comum e tudo isso veio depois da formação (Grifos nossos).

Joaquim agora começa a não se preocupa com o resultado, mas com o processo. Ele não está mais preocupado com o resultado final após a multiplicação, mas com a compressão do todo, isto é, dos elementos da figura na qual será calculada a área, da possibilidade dessa área ser igual à de outra figura. Ou seja, o ensino começa a não está pautado no fim, mas na compreensão das propriedades das figuras planas, do conceito (PAVANELLO, 2000). Além disso, percebemos avanços didáticos e conceituais, ou seja, na utilização dos termos corretos (base e altura), da malha quadriculada como elemento fundamental para o ensino de cálculo de área nos anos iniciais, isso tudo decorrente do encontro formativo.

Apesar de ter identificado outra possibilidade de determinar a medida de área de uma figura plana, Joaquim, durante sua aula, sugere que os alunos pensem outras possibilidades, para além da contagem, de encontrar a medida de área de figuras planas, induzindo-os a utilizar a multiplicação.

> **G2**: Nesse quadrado de lado 4u, quando a gente conta os quadradinhos a área fica 16u² professor!
>
> **Professor Joaquim**: O tempo de contar unidade de área já está acabando, vocês precisam procurar outro método de fazer essas contas, vai chegar um momento que não será possível contar as unidades. Nas próximas aulas tentaremos avançar para outra maneira de fazer o cálculo de área.

Ratificamos que a manipulação de fórmula só deve ser iniciada após a compreensão do conceito de área e nos anos finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997; 2017). Acreditamos que os alunos do professor Joaquim ainda não dominam tal conceito, mesmo apresentando resultados positivos. Sublinhamos que a necessidade de Joaquim de incluir a fórmula seja devido à não compreensão de como deve ser abordado esse conceito nos anos iniciais, mesmo tendo discutido isso durante o processo formativo.

Nossa hipótese sobre os alunos ainda não dominarem o conceito de área de maneira efetiva, até mesmo pelo pouco tempo que eles tiveram contato com esse conceito, confirma-se. Porém, Joaquim não consegue perceber tal aspecto, e passa a acreditar que os alunos dominam o cálculo de área para além da contagem de quadradinhos, como pode ser observado no diálogo abaixo:

> **Professor Joaquim**: Os quadradinhos não vão ser úteis em todas as figuras. Por exemplo, qual seria a medida de área de um quadrado de lado 24 unidades?
>
> **G3**: Não sei professor, tá difícil!
>
> **Professor Joaquim**: O que a gente pode usar para achar essa área?
>
> **G1**: Somando os números?
>
> **Professor Joaquim**: Não! Não gente, não é somando os números!

> **G2**: Então tem que dividir os lados.
>
> **Professor Joaquim**: Parem de ficar chutando e pensem.
>
> **G5**: Faz continha de menos?
>
> **Professor Joaquim**: Gente, por favor, observem esse quadrado aqui!
>
> **G4**: Então tem que multiplicar os lados professor.
>
> **Professor Joaquim**: Isso, isso mesmo! Parabéns G4, tem que multiplicar.

Observe que é possível que os alunos tenham chegado à multiplicação por exclusão e não por compreender o que estavam fazendo. Se não é a adição, não é a subtração ou não é a divisão, por critérios óbvios, seria a multiplicação, pois foi a operação não mencionada. Eles não entendiam o porquê de multiplicar. Assim, ratificamos que o cálculo de área nos anos iniciais do Ensino Fundamental não carece de fórmulas, é necessário que os alunos compreendam tal conceito de modo a poder avançar nos anos posteriores (BRASIL, 2017). Apesar dessa ânsia de Joaquim para que os alunos utilizassem a multiplicação, essa foi ressignificada e passou a fazer sentindo para os alunos quando Joaquim propôs a construção de três quadrados de lados 2u, 3u e 4u, respectivamente.

> **G3**: Professor, a área do quadrado de lado 3u é $9u^2$.
>
> **Professor Joaquim**: Parabéns grupo! Olha gente tá vendo, o grupo tá usando a notação, tem que colocar que é u^2.
>
> **G5**: O de dois é $4u^2$ professor.
>
> **G2**: O de 4 é 16, 16 u^2 professor.
>
> **G1**: Professor? Quando o lado foi 2, a área deu 4, quando foi 3 deu 9, quando foi 4 deu 16, então se multiplicar um lado pelo outro acha a área e não precisa contar. 2 multiplicado por 2 é 4, igual ao que eu achei. O quadrado de lado 2 é 4, quando o lado é 3 é 9, então é multiplicação.
>
> **Professor Joaquim**: Isso mesmo, a medida da área do quadrado é a soma das unidades de área que cabe nele e pode ser encontrada multiplicando seus lados.

Assim, percebemos que não era necessária a discussão da multiplicação, muito menos o teste com o quadrado de lado 24u. Isto porque, quando eles construíram o quadrado menor e por meio da contagem eles perceberam que deveriam multiplicar. Pontuamos que essa multiplicação tem um significado, uma compreensão por parte dos alunos. Tanto é que, na atividade matematizar com registro, a maioria já não utilizava a contagem e partiram logo para a multiplicação. Desse modo, sublinhamos que é necessário respeitar o tempo de aprendizagem do aluno e as competências e habilidades propostas para o ano escolar em que eles se encontram.

A respeito dessas competências e habilidades (BRASIL, 2017), percebemos que os alunos de Joaquim não só compreenderam o conceito, como também vislumbraram outra possibilidade de determinar a medida de área, ou seja, além de introduzir o conceito, Joaquim conseguiu aprofundar-se neste, mostrando avanço em termos de conhecimento didático e de conteúdo matemático.

> **Professor Joaquim**: Pessoal, os quadradinhos que compõe a figura são unidades de área, ou seja, a medida de área de uma figura é quantidade de unidades de área que ela tem. Observem essa representação, ela se assemelha a um quadrado de lado 2u, a área dele é representada como: $A = 4u^2$, em que lê-se: a é igual a quatro unidades quadradas de área.

Notamos um avanço no que diz respeito ao conteúdo, quando ele desenha um quadrado de lado 2u no quadro e utiliza o termo assemelha-se, demonstrando propriedade em relação aos temas discutidos no encontro formativo e planejamento. Mais que isso, avanço em termos de conhecimento didático ao ensinar aos alunos como se lê o resultado encontrado e como escrever o resultado final, conforme pode ser observado no diálogo anterior. Tais aspectos não foram evidenciados por nós na proposta de intervenção.

Outro aspecto não evidenciado por nós e que Joaquim se propôs, trata-se do ato de buscar compreender o que era o tangram, sua origem e história. Mais que isso, a construí-lo na aula de artes. Essa construção foi possível, pois no encontro de planejamento, Joaquim solicitou que repetíssemos a construção do tangram na folha de ofício, pois não havia entendido no encontro formativo.

> **Professor Joaquim**: Jadson, teria como você me explicar como faz o tangram? É que na formação, naquela agonia de todo mundo querendo saber, eu não entendi, não lembro os passos, as formas que tem que fazer. Quero construir com eles na aula de artes, no papel mais durinho, aí eu trabalho os conceitos e artes e já coloco a Matemática pelo meio.

Sendo assim, é possível perceber que o encontro de formação suscitou em Joaquim, para além do trabalho com o cálculo de área, a possibilidade de construir com seus alunos os materiais que eles utilizariam na aula de Matemática, de modo interdisciplinar, aproveitando não só as discussões referentes à Matemática, mas a possibilidade de relacionar com a disciplina de Artes. Pontuamos como positiva essa atitude, pois entendemos que isso motiva os alunos a se envolverem com a aula e a perceberem a Matemática para além dos cálculos. Podemos perceber tais indícios na fala do aluno do G1, pois assim que Joaquim pediu que eles retirassem da mochila seus tangrans, todos montaram o quadrado com sete peças, ou seja, além de construir, Joaquim os ensinou a montar, e o aluno comenta:

> **Aluno do G1**: Professor, além dessas formas, tem como formar outras. Olhei no computador em casa e vi que tem como fazer barco, casa, gato, um montão de coisas.
>
> **Professor Joaquim**: Tem sim, o tangram é um jogo Chinês. Além disso, é um excelente material para nós professores ensinarmos geometria para vocês.

O professor faz uma reflexão na ação justificando a afirmação do aluno do G1, e complementa apontando o tangram como um excelente recurso didático para o ensino de Geometria. Mesmo sendo construído na aula de Artes, o tangram foi planejado para ser utilizado na aula de Matemática, de modo que tinha um objetivo para sua confecção, neste caso a construção de quadrados utilizando as peças que o compõe, não perdendo de vista que todo material, seja ele qual for, manipulável, jogo ou brincadeira, necessita ter um objetivo didático e não deve ser utilizado apenas para dinamizar o processo de ensino e aprendizagem (NACARATO, 2005).

Joaquim mostrou-se o tempo inteiro preocupado com os termos e definições a serem apresentados aos alunos de maneira correta, percebemos isso em vários momentos das construções, fazendo com que ele refletisse sobre a ação e sobre sua capacidade de desenvolver a proposta de intervenção (Apêndice I).

> **Professor Joaquim**: Na sala de aula, eu me avalio como capaz, pois consegui desenvolver o trabalho, eu achei que eu atingi o que foi proposto. <u>Mas, também eu percebi que preciso melhorar muito ainda e devo melhorar, e que tenho muito o que aprender e que é possível. Porque não é difícil, somos nós que nos fechamos. A formação me tocou muito, no trato com a Matemática, nos termos, na fala e não tem coisa melhor do que você perceber aquilo que você tá errando</u>, porque ficamos com o discurso que estamos fazendo e isso e aquilo, mas estamos afundando o aluno. Porque ele vai reproduzir aquilo como discurso de verdade e não vai avançar, como foi comigo (Grifos nossos).

Ele não apenas reflete sobre sua ação (SCHÖN, 2000), com intuito de identificar os objetivos que ele conseguiu atingir, mas faz uma análise sobre si, “eu percebi que preciso melhorar muito ainda e devo melhorar, e que tenho muito o que aprender e que é possível”. Pontuamos como positiva essa reflexão, pois entender que precisa avançar é o primeiro passo para que o professor possa investir em sua formação continuada (PIMENTA, 2012). Outro aspecto que nos chama atenção, diz respeito à contribuição da formação no fazer pedagógico de Joaquim, isto porque tomamos a reflexão na e sobre a prática docente como ponto de partida, para a ressignificação e transformação dos conceitos apresentados pelos professores (SANTOS, 2015).

Outro avanço em termos de conhecimento profissional proporcionado pela formação foi fazer com que Joaquim refletisse sobre sua prática e o modo como a organiza, oportunizando-o a refletir sobre o papel do livro didático em sua sala, fazendo uma análise crítica de seu uso.

> **Professor Joaquim**: Toda a formação e a sala de aula mostraram-me as várias maneiras e possibilidades de trabalhar um conteúdo, nesse caso área. Isso me fez pensar muito, porque <u>eu pensava que para trabalhar, eu tinha que pegar vários livros e ver o que cada um tinha, mas todos eram iguais, o que mudava eram as palavras, exercício ou figuras e dessa maneira não</u>. E eu tenho livro aqui em casa de 1º ano ao 6º ano, mas nenhum me dá o subsídio para trabalhar com meus alunos e fazer com que eles aprendam. <u>Essa foi uma reflexão que eu fiz na formação, que nem sempre o livro tem a resposta que eu preciso</u>. Nessas aulas, nem usamos livros, apenas o plano, os materiais e jogos e as atividades, somente isso, pouca coisa e fluiu tranquilamente, sem nenhuma dificuldade (Grifos nossos).

É válido ressaltar que o livro didático é para uso do aluno e não do professor. Sabe-se que por muito tempo este foi usando pelos professores como planejamento do que deve ser ensinado, ou ainda, como material de estudo. Externamos aqui nossa preocupação em relação a essa visão, mais que isso, faz-se necessário que sejam criadas políticas públicas que objetivem a produção de materiais de consulta ou estudo para os professores.

Observamos ainda algumas limitações do professor Joaquim no que tange aos conceitos trabalhados, aos quais acreditamos ter sido resquício do curto período de tempo destinado pela Secretaria de Educação para a realização da formação, fazendo com que Joaquim e os outros professores não avançassem totalmente. Faz-se necessário repensar o modelo de formação continuada oferecida a esses professores. Pontuamos que não tínhamos a intenção de sanar todas as dúvidas ou dificuldades dos professores, mas dar-lhes condições de construir o conceito de área com seus alunos.

Em partes, acreditamos ter conseguido dar esse suporte, visto que a sala de aula é plural e está sujeita a fatores que independem do professor, como no caso da curiosidade matemática dos alunos. Este é um caso que aconteceu com Joaquim, na construção do conceito de retângulo, em que um aluno do G3 o questiona a respeito de meia unidade de área.

> **Aluno do G3**: Professor, a metade de uma unidade, junta com outra metade, é uma unidade de área inteira?
>
> **Professor Joaquim**: Breve veremos isso.

Inicialmente, Joaquim mostrou-se assustado, pois não esperava aquele questionamento. Mesmo tendo discutido no encontro formativo e nas seções de planejamento a respeito de uma unidade de área não estar completa, ele mostrou-se pensativo e inseguro para responder em palavras ao questionamento do aluno e arriscou-se a dar uma nova cara para o questionamento, por meio do processo de reflexão na ação (SCHON, 2000) e construiu uma figura plana, que não era semelhante a uma elipse, mas é a forma mais próxima que podemos comparar com o fundo quadriculado. Após desenhar na lousa tal forma, questionou ao aluno qual a área daquela figura.

> **Aluno do G3**: Não tem como professor, unidade de área é um quadradinho, e aqui não tem um quadradinho. Então não tem como dizer a área dessa figura porque ela é redonda. Porque ela não é toda feita de unidade de unidades de área.
>
> **Professor Joaquim**: Nem sempre duas partes de unidade de área é uma unidade inteira, às vezes pode acontecer, em outros casos não.

O aluno do G3, quando comenta "aqui não tem um quadradinho", está se referindo às unidades de áreas que foram cortadas pela linha curva. Ficamos surpresos com o exemplo proposto por Joaquim, para só depois dizer que dois "pedaços" de unidade, quase nunca são uma unidade inteira, demonstrando avanço em termos de conteúdo. Outro aspecto que nos chamou atenção é a abstração do aluno em dizer que não tem como calcular a área, porque não tem quadradinho, diferente dos professores no encontro formativo, em que uns desconsideraram essas unidades fracionadas, outros compensaram (GARCIA SILVA, GALVÃO e CAMPOS, 2013) e outros sugeriram a régua para achar tal medida.

Ficamos intrigados para entender o motivo pelo qual este aluno teve curiosidade a respeito da junção de dois "pedaços" de unidade de área e Joaquim comenta que isso foi por conta da unidade passada.

> **Professor Joaquim**: Na unidade passada, tinha uma atividade de cálculo de área no livro que usei, que solicitava a medida de área de um local. Quando não tinha todas as unidades, o livro sugeria que colocasse aproximado. Nossos livros não trazem essa ideia, <u>agora eu sei que nem sempre dois pedaços de unidade de área é uma unidade inteira</u> (Grifo nosso).

Observamos nesse relato de Joaquim que ele faz uma reflexão sobre a reflexão na ação (SCHÖN, 2000), fazendo com que ele percebesse a possível causa da curiosidade do aluno do G3. Pontuamos que o processo formativo possibilitou ao professor mudanças de sua prática, ao entender que uma unidade de área nem sempre pode ser formada por dois "pedaços" de unidades de área. Assim, ratificamos o quão importante é o professor conhecer o seu conteúdo de ensino (BRASIL, 2001), pois este é um dos elementos fundamentais do processo de ensino e aprendizagem, não só da Matemática, mas de todas as disciplinas.

Outras limitações surgiram no decorrer do processo, por exemplo: o não relacionamento do cálculo de área do quadrado com o retângulo, o cálculo de área do triângulo somente por meio da construção dentro do retângulo e não no quadrado, bem como a dificuldade de trabalhar com o triângulo, uma vez que esse foi o último polígono trabalhado e pouco foi o tempo destinado para sua discussão. Pontuamos que essas limitações fazem parte do processo, pois a formação é um contínuo e a prática também forma (ZEICHNER, 1993; PIMENTA, 2012).

Na subseção a seguir, trataremos com mais afinco a respeito da limitação dos professores ao trabalhar com o triângulo, sendo este polígono o gerador de grande desconforto para os professores.

4.2.2. Triângulo: o calcanhar de Aquiles para o professor polivalente?

O título dessa subseção faz referência às dificuldades expressadas pelos professores no encontro formativo e por Joaquim, em sua sala de aula, ao trabalhar com o triângulo, bem como com o cálculo de sua área. Algumas dessas dificuldades já foram evidenciadas na seção anterior. Para essa subseção, apresentaremos momentos de construção do cálculo de área do triângulo na sala de aula do professor Joaquim, suas reflexões a respeito dessa construção em sala e no processo formativo. Na entrevista final (Apêndice L), o docente, ao comentar sobre o processo formativo, relata que as discussões referentes aos triângulos foram as que lhe deixaram mais preocupado e desestabilizado.

> **Professor Joaquim**: As discussões sobre o triângulo foi um dos momentos mais tensos da formação, até porque eu <u>tentei estudar antes e não consegui</u>. Meu plano de curso apresenta o cálculo de área na segunda unidade, mas só do quadrado e retângulo; quando fui estudar para dar aula fiz algumas pesquisas na internet sobre, vinha muita coisa: quadrado, retângulo e

> triângulo, eu fazia a leitura de tudo, entendia o quadrado e o retângulo, mas não compreendia o danado do cálculo de área do triângulo, aquilo me desesperava. Depois da formação, isso mudou, agora eu sei como faz. Agora eu entendo o porquê dividir por dois (Grifo nosso).

A dificuldade em trabalhar com o triângulo não é um caso isolado do professor Joaquim, mas dos outros professores que participaram do processo formativo, bem como dos professores sujeitos de pesquisa dos estudos de Garcia Silva, Galvão e Campos (2013) e Silva (2016). Inferimos que tamanha dificuldade seja derivada das várias características deste polígono, o que tem relação direta com o cálculo de sua área. Com isso, se o professor, por algum motivo, desconhece essas características, é provável que tenha dificuldades em determinar a medida de área do triângulo. Tal hipótese pode ser confirmada (ver seção 4.1) quando fora solicitado que construíssem e determinassem a medida da área de um triângulo, durante o período do encontro formativo, e os professores apresentaram construções incoerentes e medidas de área também.

Apesar das dificuldades expressas antes da formação, e, algumas limitações ainda existentes, Joaquim aponta que “agora eu entendo o porquê dividir por dois”. Deduzimos, nesse trecho, que Joaquim conhecia a fórmula, assim como os outros professores; contudo não compreendia o seu significado (CHIUMMO, 1997), sendo esse conceito ressignificado, fazendo com que Joaquim fizesse uma autoavaliação a respeito dos seus conhecimentos.

> **Professor Joaquim**: Como é que eu, um professor, não sei fazer isso? Como é que eu vou trabalhar com meus alunos se eu não sei? Cheguei em casa e fiquei pensando nisso, eu poderia ter feito aquela questão, ter perguntando sobre. Saí de lá querendo sanar essas dúvidas, na verdade não é dúvida, eu não sei e pronto. Não é nem saber, mas se eu não sei ensinar o que eu estou fazendo aqui na sala de aula? Isso é uma vergonha, como eu estou ensinando coisas que eu nem sei. Vai que um aluno me questione algo que eu não sei responder? Eu voltei da formação pensando nessas coisas (Grifo nosso).

A essas reflexões cabe um questionamento: qual o papel da Matemática nos cursos de formação de professores polivalentes? Como enfatizam Curi (2004) e Gati e Nunes (2008), poucas são as oportunidades que estes profissionais têm para o trabalho com a Matemática, em especial com o triângulo, e isso fica explícito na fala de Joaquim e na definição de triângulo da P_3, “triângulo é uma figura de todos os lados iguais”. Joaquim comete um equívoco semelhante na construção do cálculo de área do triângulo com seus alunos. Seja por nervosismo ou por não estar trabalhando em sua zona de conforto, ele conceitua que todo triângulo escaleno é retângulo, o que não é uma verdade. Assim como todo triângulo retângulo não é escaleno.

Joaquim reconhece o quão importantes foram as discussões de triângulos na formação e faz um comparativo com sua sala de aula, logo após a construção do cálculo de área do triângulo.

> **Professor Joaquim**: As questões referentes aos triângulos foram importantes, porque muitos professores não tinham a apropriação dos diferentes tipos de triângulo. Eu vi gente dizendo que triângulo era figura de três lados iguais, ou seja, não compreende as outras variações, pense como não deve ser difícil para os alunos destes professores? Meus alunos compreenderam essas diferenças bem rápido. Muito mais do que eu imaginava.

É válido salientar que a turma do professor Joaquim, até o presente momento da realização da pesquisa, não tivera contanto algum com o triângulo, como já evidenciado. E de fato, os alunos mostram bons resultados na construção desse conceito. Dito isso, ousamos inferir que a familiarização proposta por Joaquim, na construção do cálculo de área do retângulo, tenha proporcionado isso. Isto porque os alunos reconheciam as propriedades das figuras, suas semelhanças, diferenças e particularidades. Como sugere Pavanello (2002), para além dos nomes é preciso ensinar as propriedades.

Salientamos que para o ensino pautado em propriedades deve ser levado em consideração o nível da turma, fazendo adequações necessárias, mas sempre com o objetivo de construir o conceito matemático, como podemos observar no diálogo que segue:

> **Professor Joaquim**: Grupo branco, a área de um triângulo é a metade da área de um quadrado?
>
> **G1**: Sim!
>
> **Professor Joaquim**: Por quê?
>
> **G1**: Na aula do quadrado, no dia do tangram, o senhor pediu um quadrado com duas peças, fizemos com dois triângulos iguais, então a área do triângulo é a metade do quadrado. Olha aqui, tem como fazer o tangram, tá aqui na bolsa.
>
> **Professor Joaquim**: Parabéns ao grupo branco, isso mesmo!

É possível notar nesse diálogo que, mesmo de maneira intuitiva, os alunos compreenderam que a área do triângulo é a metade da área de um retângulo, visto que vivenciaram a construção desse conceito por meio da manipulação e construção do tangram, ou seja, o material ajudou a internalizar o conceito e foi de suma importância para tal. Outro aspecto que nos chama atenção nesse diálogo é o fato de Joaquim querer uma justificativa dos alunos, isso não era proposto, o que confirma o fato de os alunos compreenderem que a área do triângulo é a metade da área de um quadrado.

Apesar de observarem que a área do triângulo é a metade da área do quadrado, os alunos demonstram, inicialmente, dificuldades para determinar a medida de área do triângulo na malha quadriculada. E, apresentaram construções semelhantes às dos professores no processo formativo, de modo que para encontrar a área, utilizam da contagem de unidades de área (FACCO, 2003; GARCIA SILVA, GALVÃO, CAMPOS; 2013), sendo essa a primeira estratégia utilizada pelos alunos e professores. Logo em seguida, a compensação, isto é, as unidades que estão cortadas, eles completam e contam como unidade inteira, ou as desconsideram totalmente.

Mesmo apresentando estratégias análogas as dos professores, os alunos de Joaquim apresentam percepção espacial mais aguçada que alguns professores do encontro formativo, posto que, quando questionados sobre a possibilidade de construir um triângulo dentro do retângulo de mesma base e altura, eles respondem:

> **G3**: Oxe! Claro que tem professor, esse triângulo cabe direitinho dentro do retângulo, vem ver aqui ó. Eles têm altura, a mesma altura e o tamanho de baixo é igualzinho. Então cabe!

Observa-se que os alunos do G3 constataram que é possível construir um triângulo dentro do retângulo de mesma base e altura. Essa proposta de construção também foi feita para os professores no processo formativo e eles não concluíram tal possibilidade. A esse respeito, Joaquim comenta:

> **Professor Joaquim**: [...] eu fiquei surpreso, pois eles foram muito bem. Porque o G3 disse, "professor tem como colocar esse triângulo dentro do retângulo que o senhor mandou desenhar", e isso os professores da formação, eu, inclusive, não percebi, não imaginei sobre. <u>E eu ouso afirmar, os alunos avançaram muito mais que nós professores no curso de formação</u>. E olha que na formação discutimos bastante até chegar ao consenso do cálculo de área do triângulo e com os meninos não houve essa discussão toda que houve na formação e eles pegaram mais rápido (Grifo nosso).

Ao refletir sobre sua prática e o bom desempenho dos seus alunos, Joaquim percebe que eles apresentaram resultados melhores que o dele e o dos outros professores no encontro formativo, no que tange ao triângulo. Ainda ao refletir sobre sua prática e seu conhecimento a respeito do triângulo, ele comenta:

> **Professor Joaquim**: Tive muita dificuldade de ensinar a classificação e propriedades dos triângulos aos alunos. Há muito tempo que eu não trabalho com isso. O tempo todo eu me reportava ao plano, não podia deixar os alunos perceberem minha insegurança, eles poderiam ficar inseguros também.

Notamos que Joaquim reflete sobre a ação (SCHON, 2000), ao comentar que há muito tempo não trabalha com o triângulo, o que nos chama atenção, pois este é um dos polígonos mais corriqueiros nas salas de aula. Acreditamos que o trabalhar que Joaquim relata, esteja relacionado ao modo como foi desenvolvido, em propriedades e reconhecimentos (PAVANELLO, 2002), por isso tamanha dificuldade. Como já fora relatado pelo próprio Joaquim, “como eu estou ensinando coisas que eu nem sei”, ou seja, o professor polivalente carece de conhecimento matemático, ninguém ensina o que não sabe (CURI, 2004; MAURO, 2007).

Esse não saber está para além das propriedades ou reconhecimentos, está na definição de triângulo. No encontro formativo, quando conceituamos triângulo como um polígono formado por três segmentos não colineares, os professores relataram nunca terem ouvido essa palavra, e nos questionam:

> **P_3**: Colineares? O que é isso Jadson?
>
> **Formador**: De maneira não formal, seria o mesmo que dizer que as coisas não estão alinhadas. Ou seja, esses três segmentos não pertencem a uma mesma reta ou a outro segmento de reta.
>
> **P_3**: Nunca ouvi falar isso, nem o livro traz isso.

Observe que os professores desconhecem o conceito de segmentos colineares, o qual é condição necessária para conceituar triângulo, corroborando as ideias postas por Müler e Lorenzato (2015), de que os professores apresentam dificuldades em conceitos básicos de Geometria.

Neste sentido, não só o conceito de colinear era desconhecido, tendo em vista que quando questionados sobre a desigualdade triangular, os professores relataram nunca terem ouvido falar. Diante disso, deduzimos que os professores não apresentam total domínio acerca dos conceitos a serem trabalhados com seus alunos, o que vai de encontro com as DCNPF (BRASIL, 2001), que apontam que estes devem dominar os conteúdos da sua disciplina.

Esse não reconhecimento, atrelado ao nervosismo, indisciplina da turma e o curto período de tempo para o encontro formativo, fizeram com que Joaquim conceituasse o cálculo de área de maneira equivocada, como pode ser observado no trecho:

> **Professor Joaquim**: O que vocês podem observar na construção de vocês?
>
> **G2**: Que ficaram três triângulos, professor!
>
> **Professor Joaquim**: Isso, três triângulos! Antes era um retângulo, então eu pedi que vocês fizessem um triângulo dentro e apareceram mais dois triângulos, então para achar a área desse triângulo, devemos calcular a medida da área do retângulo e depois dividir por dois, porque aparecerão dois triângulos!

Até as duas primeiras falas não há o que se estranhar, visto que os alunos estavam vivenciando o processo de construção do conceito. Contudo, a conclusão é totalmente equivocada e errônea, o fato de dividir por dois não está relacionado aos dois triângulos que apareceram, até porque se o triângulo fosse retângulo isso não seria uma verdade. Desse modo, a dificuldade com o triângulo é latente por parte dos professores e isso tem reflexo diretamente em sua sala quando estes vão trabalhar com esse polígono, como é o caso de Joaquim.

Para além do nervosismo e desconforto em trabalhar com essa figura, o docente mostrou-se não preparado. Porém, reconhecemos que o primeiro passo foi dado, ele tentou, e mesmo com suas dificuldades, se propôs a testar seus próprios conhecimentos (ZEICHNER,1993).

Queremos pontuar que não era a nossa pretensão que os professores, em um curto espaço de tempo, pudessem compreender todos os conceitos geométricos discutidos. Porém, essa análise nos fez perceber importantes avanços na formação do Joaquim, assim como as lacunas que ainda persistiram.

Considerações Finais

O presente estudo teve por objetivo analisar as implicações que uma formação continuada acerca da construção do conceito de área, tem no fazer pedagógico de um professor que ensina Matemática. Para alcançar esse propósito, tivemos como elementos de análise uma formação continuada, para professores dos anos iniciais, e o acompanhamento de um professor que integrou o grupo que participou da formação continuada.

Desse modo, o processo formativo analisado foi idealizado nos moldes da estratégia formativa, Espiral RePARe (MAGINA, 2008), sendo constituído por um grupo com 28 professores dos anos iniciais, pertencentes à rede pública municipal de ensino da cidade de Amargosa, no Vale do Jiquiriçá – Bahia, que lecionavam em turmas de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. Dentre esse grupo, acompanhamos com mais afinco no processo formativo e em sala de aula, o professor Joaquim, que lecionava em uma turma de 5º ano. Esse acompanhamento, por sua vez, foi desenvolvido com base em quatro fases: i) preâmbulos do processo formativo ii) processo formativo; iii) fechamento do processo formativo e iv) acompanhando o professor Joaquim.

Diante disso, após analisarmos e interpretarmos os dados produzidos e coletados dos diversos instrumentos com o professor no decorrer do encontro formativo e também no acompanhamento do professor Joaquim, sentimo-nos seguros para responder à questão que norteia esta pesquisa:

Quais as implicações que uma formação continuada, acerca da construção do conceito de área, tem no fazer pedagógico de um professor que ensina Matemática?

Antes de respondermos à nossa questão de pesquisa, sublinhamos que nosso estudo foi realizado com uma quantidade pequena de 28 professores (15 do 4º ano e 13 do 5º ano). Desse modo, temos a clareza de que não podemos generalizar os resultados para além do universo que compreende nosso estudo. Contudo, mostramo-nos tranquilos em considerar que os dados produzidos, coletados e analisados por nós, podem contribuir para uma discussão a respeito da formação Matemática do professor polivalente, no que tange à construção do conceito de área nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Pudemos perceber avanços significativos dos professores. O primeiro deles foi em relação às situações-problema elaboradas, pois percebemos de fato que houve avanço da segunda elaboração em relação à primeira, visto que houve uma apropriação das discussões realizadas no encontro formativo, no que tange ao uso da malha e da não necessidade de manipulação de fórmulas. Os professores não mais apresentaram situações-problema de Geometria Espacial ou cálculo de perímetro, como ocorreu na primeira elaboração.

Outro avanço que destacamos foi em relação ao processo formativo, tendo em vista que este possibilitou aos professores ressignificarem conceitos e, em muitos casos, construírem conceitos. Ao serem questionados se recordavam ou como ensinavam o conceito de área, identificamos muitas conversas e trocas de olhares curiosos e informações. Esses olhares evidenciaram o quanto os professores se sentiram desafiados. Os desafios são postos diariamente na docência, rememorar conteúdos, atualizar-se frente às temáticas, compreender a realidade dos alunos, continuar estudando, entre outros.

Sendo assim, a formação polivalente comporta não somente desafios pertinentes ao contexto dos sujeitos da aprendizagem, mas desafios frente às práticas de ensino e, sobretudo, aos conceitos abordados para cada área do conhecimento. O conceito do cálculo de área era, portanto, o desafio posto para aquele encontro.

É preciso lembrar que, enquanto professores, sua prática interfere muito na forma como cada sujeito da aprendizagem enfrenta e compreende o mundo que lhe cerca. A segurança para dar uma aula, para abordar determinados conteúdos, evidencia o comprometimento do professor. Notamos que mesmo sem saber o que estavam fazendo, muitos professores estavam ali tentando, testando seus conhecimentos, rememorando suas aulas e, possivelmente, como aprenderam aquilo no tempo da escola, demonstrando seu empenho em aprender.

Tecer críticas a esse professor talvez seja muito simples, mas urgentemente é preciso considerar que ele é também vítima desse sistema de formação opressor que não lhe oferta condições básicas para pensar a Matemática para além dos números e operações. Parece gritante nos deparar com tantas fragilidades, mas ele é também um aluno em processo de aprendizagem, e identificamos isso no encontro formativo, em que muitos estavam ali sentados, desconstruindo e repensando suas práticas.

Esse processo de ressignificar aquilo em que acreditamos e nos debruçamos para fazer, também nos forma.

Assim, percebemos que o processo formativo possibilitou aos professores e ao docente que acompanhamos, a ressignificação do cálculo de área de figuras planas, para além da manipulação de fórmulas. Não só a ressignificação, como também a desconstrução de conceitos errôneos, como por exemplo: que triângulo tem que ter todos os lados iguais; que perímetro é a soma dos lados com legenda; que a porta é um retângulo, sendo esse um dos grandes momentos de desestabilização para os professores, depois da construção do cálculo de área do triângulo.

Além disso, observamos avanços em termos de conceitos matemáticos por parte do professor Joaquim, fato decorrente do processo formativo, pois ele passou não só a ensinar os nomes das figuras, mas as suas particularidades e semelhanças, dentre elas: a ideia de que objetos do mundo real se assemelham a objetos matemáticos; o conceito de quadrado, considerando não apenas os seus lados, mas seu todo, isto é, lados e ângulos retos, bem como no retângulo; e a classificação dos triângulos quanto aos lados. Todos esses conceitos foram discutidos com os alunos durante a construção do conceito de área, ou seja, Joaquim não realizou apenas a construção do conceito de área.

Outro avanço observado, decorrente da formação, diz respeito à construção de confiança e autonomia nos professores, em especial em Joaquim, para que ele pudesse propor elementos para além do que fora apresentado na proposta de intervenção (Apêndice I). Isso é relevante, pois vários foram os momentos nos quais Joaquim propôs novos elementos para além do que fora sugerido, como por exemplo: uso da notação para identificar a medida de área de um polígono; a história do tangram; análise etimológica da palavra equivalente, triângulos e equiláteros; a desconstrução da ideia de que dois “pedaços” deunidade de área resultam numa unidade inteira.

Essa confiança e autonomia lhe instigaram a repensar suas práticas, seus conteúdos e metodologias. Mais que isso, abriram os seus olhos para a possibilidade de construção de propostas de intervenção para o ensino de Matemática. Desse modo, o processo formativo, juntamente com a proposta de intervenção (Apêndice I), oportunizaram ao professor a construção de conhecimento didático e metodológico.

No que se refere à proposta de intervenção, percebemos que esta não só lhe possibilitou avanço em termos de conhecimento matemático, mas também de conhecimento didático e interdisciplinar, quando Joaquim se propõe a construir e discutir o tangram na aula de artes, de modo a oportunizar seus alunos a vivenciar as construções geométricas e, consequentemente, o cálculo de área na aula de Matemática.

Outro avanço em relação à proposta de intervenção foi a respeito da utilização de materiais concretos, jogos e brincadeiras, com o objetivo para o ensino de Matemática. Isto ocorre porque há um reconhecimento de que não é apenas o material ou jogo por si só, é necessário que se tenha um objetivo para o uso durante o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Assim, os materiais concretos, os jogos e as brincadeiras, antes elementos que deixavam a aula divertida, ganham um novo significado, ou seja, uma possibilidade para subsidiar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Outra contribuição do processo formativo, bem como da proposta de intervenção, diz respeito ao livro didático, em que Joaquim pôde perceber que quase nunca esse material possui as respostas que ele precisa para sanar suas dúvidas ou dificuldades. É sabido que este, em muitos casos, é visto como o único recurso didático disponível para o professor, que acaba por se tornar refém desse instrumento, recorrendo a ele sempre que possível.

Dados os avanços e contribuições, reconhecemos as limitações do processo formativo, às quais atribuímos culpa ao curto tempo (4 horas) destinado para o encontro. Devido à grande quantidade de conceitos, antes mesmo do final os professores já se mostravam cansados e desmotivados. A esse fator, curto tempo, também atribuímos a culpa pelas dificuldade dos professores na construção do cálculo de área do triângulo, pois como foi o último conceito a ser construído, já não havia mais ânimo ou motivação. Além disso, os professores mostraram-se totalmente inseguros a respeito de como poderiam efetuar tal construção, o que fez com que muitos não realizassem o que foi solicitado. O reflexo dessa construção “aligeirada” foi observado na sala de aula do professor Joaquim, visto que quando construiu com seus alunos o cálculo de área do triângulo, o mesmo foi conceituado de maneira equivocada.

Ainda com relação a esse aspecto, notamos resistência por parte dos professores para elaborar situações de cálculo de área de triângulo, sendo apresentadas apenas duas situações, uma em cada elaboração e pelo mesmo professor. No entanto, em ambas as situações era requisitada a manipulação de fórmulas para encontrar a medida de área de uma superfície triangular. Acreditamos que tal resistência se deva às limitações apresentadas pelos professores no que tange ao cálculo de área dessa figura.

Reconhecemos que o formato e tempo destinado para a formação não foi o mais propício para a construção de todos os conceitos. Assim, pontuamos que a formação do professor polivalente não se finda em apenas um encontro de 4 horas, essa carga horária é insuficiente para suprir a carência dos conceitos que estes precisam dominar. Porém, entendemos que a formação do professor ocorre diariamente e são essas oportunidades que o desafiam a sair da zona de conforto, obrigando-lhe a pesquisar e buscar mais conhecimentos.

Os resultados apresentados evidenciam que a aprendizagem precisa de um longo período de tempo para se efetivar, isto é, não é porque foi apresentado que houve compreensão e assimilação. A formação não se constitui como um momento estanque, ela é e deve ser contínua e coletiva. Ressaltamos que não tínhamos a pretensão de que todos os participantes do processo formativo se apropriassem dos conceitos de área trabalhados em um encontro de quatro horas, em especial o conceito de cálculo de área do triângulo. A formação se constitui como um processo cíclico e não se conclui ao assinar a ata na colação de grau ou ao pegar o diploma, ou ainda, na participação esporádica em cursos de um ou dois dias, mas se baseia na inconclusão, nunca se finda.

Do mesmo modo que o quadrado, o retângulo, o triângulo e tantas outras figuras que possuem sua forma, sua área, sua relevância e se assemelham a elementos do mundo real, há professores de diversos jeitos, com sua importância para o grupo social no qual estão inseridos, variadas cores e formações. Ser professor não é algo tão simples, eis aí uma profissão que não deveria se limitar à reprodução do conhecimento, tampouco à transmissão de conteúdo. Ser educador é também ser um cientista educacional que está em contínua formação, que reflete na prática e sobre esta, buscando fazer a diferença, quer seja fora ou dentro da comunidade escolar.

São estes os formadores de opiniões, que constroem a escola através da leitura de mundo, que ocupam estes espaços e que formam a sociedade. Tencionamos aqui a sua relevância e o quanto a sua formação deve ser feita de maneira cuidadosa. Para além do cálculo de área, é preciso calcular o preço da formação do professor polivalente, uma vez que esta reflete em sua prática pedagógica e, por conseguinte, na formação de seus alunos.

É desse lugar que entendemos o processo formativo e ratificamos a necessidade de continuar compreendendo a formação do Pedagogo. Assim, deixamos alguns direcionamentos para futuras pesquisas, as quais objetivem: investigar como os professores estão desenvolvendo suas atividades em sala de aula, especificamente em conteúdos referentes à Geometria; analisar o significado da fórmula do cálculo de área do triângulo para os professores dos anos iniciais; investigar qual o papel do livro didático nas aulas de Geometria dos professores dos anos iniciais.

As propostas aqui apresentadas podem contribuir para as pesquisas do campo da Educação Matemática, além de se mostrarem como possibilidade de inovação para a prática pedagógica dos leitores.

Para além da pesquisa

É muito gratificante para mim, professor da Educação Básica em início de carreira e futuro mestre em Educação Matemática, perceber que algo que você construiu surtiu resultados para além do esperado. Várias foram as dúvidas em relação à construção desse material, a principal delas pairava acerca da dúvida se iríamos conseguir alcançar o objetivo pretendido. E, para a minha surpresa, a formação e a proposta de intervenção (Apêndice I) conseguiram superar tudo isso e mostram-se ser divisor de água para uma turma estereotipada enquanto ruim, indisciplinada e com alunos repetentes.

> **Diretora**: Professor Joaquim, professor Jadson, e toda turma, parabéns pelo belo trabalho que vocês vêm desenvolvendo. Em especial aos professores, a Jadson por ter escolhido essa turma e a nossa escola, e a Joaquim por ter acreditado na proposta. Estou muito feliz que vocês estão conseguindo trabalhar em grupo e de forma tão harmoniosa e saudável.

A fala da diretora me enche de orgulho, porque para além de construir o conceito de área, Joaquim e eu, de maneira coletiva, construímos um espaço de colaboração e respeito.

> **Joaquim**: nunca consegui fazer nenhuma atividade em grupo, pois eles não se respeitam ou levam tudo na brincadeira. E aí estraga tudo, mas com essa proposta de intervenção tudo mudou, eles estão mais envolvidos e participativos.

Perceber que consegui colaborar para além do ensino de conteúdo, faz com que eu reconheça meu papel de professor, que vai além de uma formação conteudista, mas cidadã. E, de fato, a proposta causou isso na sala, pois vários foram os momentos em que os alunos de outros grupos, que haviam concluído a atividade, deslocavam-se para ajudar os que não estavam conseguindo fazê-la. O que segundo Joaquim, nunca havia acontecido.

Além do espaço de colaboração, percebi que a proposta de intervenção foi significativa para todos os envolvidos no estudo. Isto porque, um dos 17 alunos do professor Joaquim tem déficit de atenção e nos momentos de construção, ele sempre era o primeiro a concluir. Isso me deixou muito contente, mais ainda porque o docente fazia questão de parabenizá-lo e pedia-lhe que explicasse para toda a turma como realizou a tarefa.

O espírito de colaboração era perceptível em todo o ambiente, de modo que mesmo em meio a tanto barulho, era possível perceber alguns alunos explicando ao colega que tinha sido suspenso da escola e perdeu as duas primeiras atividades, como era que encontrava a área.

> **Aluno do G4**: Olha, faz assim... Conta os quadradinhos, quadradinhos, não, é unidade de área. Tu conta todas e aí é o resultado da área da figura, faz aqui que eu olho se tá certo.

Ouvir isso me emociona de maneira inexplicável, pois em meu primeiro dia em sala, pensei: vai dar tudo errado, essa turma vai colocar tudo a perder. E mais que um resultado satisfatório em termos de pesquisa, foi possível construir nos alunos o respeito ao próximo, o espírito de solidariedade, uma formação matemática para a cidadania.

Ser educador matemático é isso, viabilizar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática para além dos cálculos e resultados, levando sempre em consideração a Matemática para a leitura de mundo e da conscientização humana. Em nenhum momento pensei que fosse atingir tais metas e estas fizeram com que eu reconhecesse que por mais simples que o material seja, como eram as propostas de intervenção, com interesse e objetivos definidos é possível não só construir conceitos matemáticos, mas humanos.

Este trabalho é mais que uma realização acadêmica para cumprir fins burocráticos, mas uma realização pessoal. Quem me conhece sabe que sempre fui um apaixonado pela temática formação de professores, escrever as mais de 100 páginas que formam o corpo dessa dissertação não me custou esforço algum, era sempre um momento de encontro e felicidade. Felicidade que era e que é renovada sempre quando volto a Amargosa e encontro os professores participantes do processo formativo na rua e estes me relatam que têm feito as atividades em sala, que têm tomado cuidado com os termos. E brincam comigo ao falar: “a porta não é um retângulo”; “mudou a posição, mas não mudou a forma”; “a superfície da mesa assemelha-se a um retângulo”.

Não há palavras para descrever tamanha satisfação ao ouvir isso, frases que surgiram nos diálogos do encontro formativo e que marcaram profundamente estes professores. Ouso dizer que após aquele encontro formativo, eles nunca mais dirão que a porta é um retângulo. Formar professores é isso, ser reconhecido por aquilo que fazemos e acreditamos, e eu acredito em uma Matemática para além dos cálculos.

Referências

ALARCÃO, I. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. São Paulo: Cortez, 2010.

ALMOULOUD, S.; MANRIQUE, A. L.; SILVA, M. J. F.; CAMPOS, T. M. M. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, 2004.

ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa, formação e prática docente. In: ANDRÉ, M. E. D. A. (Org.). **O papel da pesquisa na formação e na prática dos professores**. Campinas: Papirus, 2010, p. 55-69.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana** – Coleção Fundamentos da Matemática Elementar. Rio de Janeiro: SBM, 1985.

BARROS, A. L. S. **Uma análise das relações entre área e perímetro em livros didáticos de 3° e 4° ciclos do ensino fundamental**. 2006. 191 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade federal de Recife, Recife, 2006.

BELLEMAIN, P. M. B. **Um Candidato a Obstáculo à Aprendizagem dos Conceitos de Comprimento e Área como Grandezas**. Rio de Janeiro. II HTEM, 2004.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **A investigação qualitativa em educação:** uma introdução às teorias e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORGES, Marta Maia de Assis. Geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: novas perspectivas. In: **XXV CONADE** – UFG, Goiás, Brasil, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum**. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **PNAIC**: documento orientador. Brasília: MEC/SEB, 2017. Disponível em: <http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/doc_orientador_versao_final_20170720.pdf>. Acesso em: 16 set. 2017.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Parecer CNE/CP n. 9**. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena - DCNFP. Brasília, 18 fev. 2001.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CP, n. 1**. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Pedagogia, licenciatura. Brasília, 15 maio. 2006.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional** - LDB n. 9394. Brasília, 1996.

BRASIL. Secretaria do Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Matemática – 1ª a 4ª séries. Brasília: MEC/SEF, v. 3. 1997.

CARDOSO, A. M.; PEIXOTO, A. M.; SERRANO, M. C.; MOREIRA, P. O movimento da autonomia do aluno: Estratégias a nível da supervisão. In: I. Alarcão (Org.).

Formação reflexiva de professores: Estratégias de supervisão. Porto: Porto Editora, 1996, p. 89-122.

CHIUMMO, A. **O Conceito de Áreas de Figuras Planas**: Capacitação para Professores do Ensino Fundamental. 1998. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. PUC-SP. São Paulo. 1998.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes**: uma análise de conhecimentos para ensinar matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. 278 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. PUC-SP. São Paulo, 2004.

D'AMORE, B.; FANDIÑO, M. I. P. Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. **Revista Latinoamericana de Investigacion em Matematica Educativa**. v. 10, n. 001, mar. 2007.

DANTE, L. R. Livro didático de Matemática: uso ou abuso? **Em Aberto**, Brasília, ano 16, n. 69, jan./mar. 1996.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar:** geometria plana. São Paulo: Atual, 2001, v. 9.

DUARTE, J. H. **Análise de Situações Didáticas para a Construção do Conceito de Área, como Grandeza, no Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, 2002.

FACCO, S. R. **Conceito de área**. Uma proposta de ensino-aprendizagem. Dissertação (Mestrado em Educação) – PUC-SP, São Paulo, 2003.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação matemática**: representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FARRELL, M. A. Geometria para professores da escola secundária. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Org.). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994, p. 290-308.

FERREIRA, L. F. D. **A Construção do Conceito de Área e da Relação entre Área e Perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental**: Estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

FONSECA, A. G.; VILELA, D. S. Livros Didáticos e Apostilas: o currículo de matemática e a dualidade do ensino médio. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 28, n. 49, p. 557-579, abr. 2014.

FONSECA, M. da C; et al. **O Ensino de Geometria na Escola Fundamental** – três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

GARCIA SILVA, A. F; GALVÃO, E. E. L.; CAMPOS, T. M. M. Uma interpretação das estratégias utilizadas por um grupo de professores ao calcular área de polígonos em malha quadriculada. **Actas del VII CIBEM***, ISSN*, v. 2301, n. 0797, p. 5674, 2013.

GATTI, B. A.; NUNES, M. M. R. (Coord.) Formação de professores para o Ensino Fundamental: Instituições formadoras e seus currículos. **Relatório final**: Pedagogia. Fundação Carlos Chagas. São Paulo, out. 2008. Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/edicoes/0216/aberto/bernardete1.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2008.

GATTI, B. A; BARRETO, E. S. (Coords). **Professores do Brasil**: impasses e desafios. Brasília: UNESCO, 2009.

GATTI, B. A. Formação de professores no Brasil: características e problemas. **Educ. Soc**., v. 31. n. 113. Campinas, 2010. Disponível em: <http://www.cedes.unicamp.br>. Acesso em: 09 mai. 2016.

GOMES, J. O. M. Conhecimento para o ensino de área e perímetro nos anos iniciais analisados em um processo formativo. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. 2016, São Paulo – SP. **Anais**... São Paulo – SP: UNICSUL – SP, 2016.

GOMES, G. H. **Um Estudo de Área com Alunos da 6ª série do Ensino Fundamental**. 2000. 158 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. PUC-SP, São Paulo, 2000.

GÓMEZ, A. P. O pensamento prático do professor – a formação do professor como profissional reflexivo. In: NÓVOA, A. (Orgs.). **Os Professores e sua Formação**. Lisboa: D. Quixote, 1997. p. 93-114.

GRANDO, R. C; NACARATO, A. M.; GONÇALVES, L.M.G. Compartilhando saberes em geometria: investigando e aprendendo com nossos alunos. **Cad. Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 39 - 56, 2008. Disponível em: <http://www .cedes.unicamp.br>. Acesso em 20 abr. 2017.

LIMA, E. L. **Medida e forma em geometria**: comprimento, área, volume e semelhança. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

LORENZATO, S. **Porque não ensinar Geometria?** A Educação Matemática em Revista. Ano III, n. 4, p. 3-13, 1995.

LORENZATO, S. **Educação Infantil e percepção matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MAGINA, S.; SILVA, A.; RODRIGUES, C.; SOUZA, J.; PERENTELLI, L.; FERREIRA, L.; FERRAZ, M.; GUIDINI, S.; PEREIRA, S. **A Competência de Alunos dos Ensinos Fundamental e Médio em Resolver Problemas de Áreas e Perímetro**:

Um Estudo Diagnóstico. Produzido na Disciplina: “Aspectos Cognitivos” do Curso de Mestrado da PUC-SP. 2º semestre de 2006.

MAGINA, S. **(RE)Significar as estruturas multiplicativas a partir da formação ‘Ação-Reflexão-Planejamento-Ação’ do professor**. Edital Universal, projeto nº 471247/2008-1. CNPq. 2008.

MARQUESIN, D. F. B. **Práticas compartilhadas e a produção de narrativas sobre aulas de Geometria:** o processo de desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática. 2007. 242 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Linha de Pesquisa: Matemática, cultura e práticas pedagógicas. Universidade São Francisco, Itatiba, 2007.

MATOS, J. M.; SERRAZINA, M. L. **Didáctica da Matemática**. Lisboa: Universidade Aberta, 1996.

MOURA, M. O. O jogo e a construção do conhecimento matemático. In: CONHOLATO, M. C.; FARES, J. (Org.). **O jogo e a construção do conhecimento na Pré-escola**. São Paulo: FDE/Diretoria Técnica, 1991. 130p.

MAURO, S. Saberes docentes na formação continuada de professores das séries iniciais do ensino fundamental: um estudo com grandezas e medidas. In NASCIMENTO, A. D.; HETKOWSKI, T. M. (Orgs.). **Memória e formação de professores***.* Salvador: EDUFBA, 2007. p. 273 – 290.

MELO, M. A. P.; BELLEMAIN, P. M. B. **Identificando Concepções Numéricas e Geométricas na Resolução de um Problema de Área e Perímetro**. 2º SIPEMAT. 2008.

MELO, M. A. P. **Um estudo de conhecimentos de alunos de 5ª a 8ª série do ensino fundamental sobre os conceitos de área e perímetro**. 2003. 125 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, UFRPE, Recife, 2003.

MINAYO, M. C. S. **Pesquisa Social**. Teoria, método e criatividade. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

MÜLLER, M. C.; LORENZATO, S. Geometria nos anos iniciais: sobre os conceitos de área e perímetro. In: XIV Conferência Interamericana de Educación Matemática – CIAEM, 2015, México. **Anais...** México: Tuxtla Gutiérrez, 2015.

NACARATO, A M.; MENGALI, B. L.S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. 2. ed.; 2. reimp – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2017. (Tendências em Educação Matemática).

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. Revista Brasileira de Educação Matemática. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, v. 9. n. 1, p. 1- 6, 2005.

NACARATO, A. M. O ensino de Geometria nas séries iniciais. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte. **Diálogos entre a pesquisa e a prática educativa**. Belo Horizonte: SBEM e SBEM/MG, 2007. v. 1. p. 1-18.

NACARATO, A. M. **Educação Continuada Sob a Perspectiva da Pesquisa-Ação:** currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando geometria. 2000. 323 p. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Unicamp. 2000.

OLIVEIRA, T. S; CONCEIÇÃO, J. S.; MUNIZ, S. C. S. O livro didático de Matemática e as DCNEM: encontros e desencontros. In: XVII Encontro Baiano de Educação Matemática / VI Fórum Baiano das Licenciaturas em Matemática. 2017, Alagoinhas – BA. **Anais**... Alagoinhas – BA: CAMPUS II UNEB – BA, 2017.

OLIVEIRA, I.; SERRAZINA, L. A reflexão e o professor como investigador. In GTI – Grupo de Trabalho e Investigação (Org.). **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**. Portugal: Associação de Professores de Matemática, 2002.

PAIS, L. C. Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. **Revista Zetetiké**, Campinas, 1996, n. 06, p. 65-74.

PAVANELLO, R. M.; ANDRADE, N. G. Formar professores para ensinar geometria: um desafio para as licenciaturas em Matemática. **Educação Matemática em Revista**, ano 9, n. 11A, p. 78-87, 2002.

PAVANELLO, R. M. Geometria: atuação de professores e aprendizagem nas séries iniciais. In: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática. 2001, Curitiba – PR. **Anais**... Curitiba – PR: PUC – PR, 2001.

PERROTA, R. C. **O Ensino de Área e Perímetro através de Modelagem**. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC-SP, São Paulo, 2001.

PESSOA, G. S. **Um Estudo Diagnóstico sobre o Cálculo da Área de Figuras Planas na Malha Quadriculada**: influência de algumas variáveis. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e tecnológica. Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, Recife, 2010.

PIMENTA, S. G.. Professor reflexivo: construindo uma crítica. In: PIMENTA, S. G.; EVANDRO, Ghedin (Orgs.). **Professor reflexivo no Brasil:** gênese e crítica de um conceito. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

RABAIOLLI, L. L.; STROHSCHOEN, A. A. G. A formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e o ensino da geometria. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT.** v. 08, Ed. Especial (dez.), p. 63-78, 2013.

REAME, E.; MONTENEGRO, P. **Matemática -** 5º ano: ensino fundamental. 1 ed. São Paulo: Saraiva, 2014.

SANTANA, E. R.S; AMARO, F. O. S.; LUNA, A. V. A.; BORTOLOTI, R. A. M. **Alfabetização Matemática**: manual do professor. Salvador: Secretária Secretaria de Educação do Estado da Bahia/Instituto Anísio Teixeira, 2013.

SANTANA, W. M. G. **O Uso de Recursos Didáticos no Ensino do Conceito de Área:** uma análise de livros didáticos para as séries finais do ensino fundamental. 2006. Dissertação, UFPE, Recife, 2006.

SANTOS, A. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas:** reflexões teóricas e práticas. Curitiba: Appris, 2015.

SANTOS, M. O. **Formação continuada de professoras dos anos iniciais**: a comparação multiplicativa. 2017. 192 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017.

SANTOS, M. R.; BELLEMAIN, P. M. B. A Área do Paralelogramo no Livro Didático de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, nº 23, ano 13, Recife, 2007.

SANTOS, M. R. **Resolução de Problemas envolvendo Área do Paralelogramo: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas**. 2005. 178 f. Dissertação do Mestrado (Mestrado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal rural de Pernambuco, UFRPE, Recife, 2005.

SCHÖN, D. A. **Educando o Profissional Reflexivo**: um novo design para o ensino e a aprendizagem. Trad. Roberto Cataldo Costa, Porto Alegre: Artmed, 2000.

SCHÖN, D. A. Formar Professores como Profissionais Reflexivos. In: NÓVOA, A. (Orgs.). **Os Professores e sua Formação**. Lisboa: D. Quixote, 1997. p. 77-91.

SECCO, A. **Conceito de área**: da composição e decomposição de figuras até as fórmulas. 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, São Paulo, 2007.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**. v. 15, n. 2, 1986, p. 4-14.

SILVA, C. R.; ALVES, S. L. M.; MIRANDA, I. F. D. Professores que vão ensinar matemática nos anos iniciais: educação matemática nos cursos de pedagogia. **Revista Eletrônica de Educação Matemática** – REVEMAT. v. 08, n. 1, p. 266-283, 2013.

SILVA, S. M. F. **Formação de professores dos anos iniciais**: uma investigação sobre os conhecimentos para o ensino de área e perímetro de figuras planas. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, UNIAN, São Paulo, 2016.

TELES, R. A. M. **A Influência de Imbricações entre Campos Conceituais na Matemática Escolar, um estudo sobre fórmulas de área de figuras geométricas**

planas. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2007.

ZEICHNER, K. **A formação reflexiva de professores**: ideias e práticas. Lisboa: Educa, 1993.

ZEICHNER, K. M. Uma análise crítica sobre a “reflexão” como conceito estruturante na formação docente. **Revista – Educação e Sociedade**, Campinas, v. 29, n. 103, 2008. p. 535-555. Disponível em: <http:// www.cedes.unicamp.br>. Acesso em: 20 nov. 2016.

Apêndices

APÊNDICE A – TCLE

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Como pesquisador, eu, Jadson de Souza Conceição, aluno do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, cuja orientadora é Profª. Dra. Vera Lúcia Merlini, venho por meio deste, convidar o(a) senhor(a), professor(a), dos anos iniciais da Rede Municipal de Ensino de Amargosa, que participe como voluntário(a) da nossa pesquisa **"A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE ÁREA, DE FIGURAS PLANAS, EM UMA FORMAÇÃO CONTINUADA"**. O objetivo desta pesquisa é identificar e analisar as implicações de uma formação continuada, acerca do conceito de área, de figuras planas, no fazer pedagógico do professor de Matemática.

Para isso, iremos ministrar uma formação continuada, em que será trabalhando um conjunto de atividades, com enfoque em construções geométricas acerca do conceito de área, de figuras planas. Desta forma, convidamos o (a) senhor(a) a participar desta pesquisa que possuirá três etapas, sendo elas: realização individual de duas entrevistas semiestruturada, formação continuada e realização individual de dois relatórios, que acontecerão às quintas-feiras, no turno matutino, no horário do Atividade Complementar (AC) de Matemática, na escola em que o(a) senhor (a) leciona. No que diz respeito à formação continuada, convidaremos o(a) senhor(a) a participar da formação, a qual será realizada em cinco encontros, a saber, (a) no primeiro encontro apresentaremos aos professores(as) o projeto de pesquisa, bem como os detalhes do processo formativo. Após essa apresentação os professores serão convidados a participar, uma vez que é facultativo a sua participação. Aos que aceitarem o convite será entregue o TCLE para que seja assinado, aos que não concordarem em participar da pesquisa, isso não implica que o senhor(a) não possa participar da formação, aos que assinarem o TCLE será entregue um instrumento para que elaborem algumas situações envolvendo o conceito de área e responda um questionário, para que possamos criar um perfil seu em relação à geometria. (b) No segundo encontro faremos a entrevista individual com os professores que aceitaram a proposta da formação continuada. Trata-se de uma entrevista semiestruturada em que os professores falarão, basicamente, de seus dados pessoais, acadêmicos e profissionais. Para uma melhor compreensão dos argumentos utilizados pelos professores a entrevista possuirá três etapas, a saber: b1) a entrevista será gravada em áudio, para isso utilizaremos um gravador portátil; b2) a entrevista gravada será transcrita, esta etapa será realizada por mim pesquisador b3) o texto resultado da sua entrevista será disponibilizado para que o (a) senhor(a) autorize o uso. (c) O terceiro encontro será dividido em cinco momentos: (c1) introduzir o conceito de área a partir do conceito de perímetro, diferenciando o que é área e perímetro; (c2) conceituar área; (c3) discutir as atividades propostas; (c4) a socialização dos procedimentos a serem utilizados na sua prática de ensino e (c5) elaboração do relatório 1, em que os professores apontarão, individualmente, os pontos positivos, negativos e as potencialidades das atividades. (d) Para o quarto encontro, haverá apenas três momentos: (d1) os professores irão explicitar socializando como ocorreu a aplicação das atividades em sua sala de aula, (d2) elaboração do relatório 2, que será individual, relatando o ocorrido em sala de aula na aplicação das atividades e (d3) em que iremos devolver as situações que você elaborou no primeiro encontro, para que você as avaliem e caso seja necessário, realize possíveis alterações. Entre esses dois últimos encontros, observaremos a prática pedagógica dos professores durante a aplicação das atividades aos seus respectivos alunos, nosso objetivo é analisar a transposição dos conteúdos apresentando na formação para a sala de aula. Por fim, (e) no quinto e último encontro faremos uma segunda entrevista semiestruturada com os professores participantes com o intuito de avaliar o processo formativo como um todo. Informamos ainda, que a formação continuada será filmada (áudio/vídeo) e as informações contidas nas gravações serão analisadas como dados da pesquisa, a gravação vai ocorrer com uma câmera portátil, que ficará localizada em um ponto estratégico da sala para que possa captar a imagem da sala por completo, no que diz respeito ao áudio, será utilizado um gravador portátil, que ficará localizado na mesa do pesquisador. As entrevistas concedidas pelo(a) senhor(a), a sua participação na formação continuada, bem como os relatórios da formação serão analisados como dados de pesquisa. Informamos que não haverá qualquer custo para nenhum dos(as) professores(as) participantes da pesquisa, tampouco remuneração, mas caso venha a ocorrer algum custo por conta da pesquisa, esses serão ressarcidos. Garantimos ainda o direito à indenização, em caso de danos decorrentes da pesquisa. Quanto aos riscos que o(a) senhor(a) poderia sentir esses seriam: (i) o desconforto pela minha presença em sua sala de aula, no momento das observações; (ii) o constrangimento no momento da entrevista, que será reduzido pelo anonimato das respostas; (iii) o incômodo perante a presença da câmera e gravador nos encontros formativos, o que debelaremos pela garantia do sigilo absoluto do que ocorrer na formação e (iv) o cansaço diante das atividades, que será reduzido com a realização dos momentos de socialização com o grupo, dinamizando esse processo. Informamos ao senhor(a) que manteremos em total sigilo todos os dados confidenciais de sua identificação e ressaltamos que o(a) senhor(a) terá plena liberdade para, se desejar, restringir a utilização e/ou divulgação de sua entrevista e momentos da formação. Em relação aos benefícios, ao participar desta pesquisa, o(a) senhor(a) poderá aprimorar seus conhecimentos matemáticos, sendo que este conteúdo permeia os anos iniciais do ensino fundamental, o que indica que o(a) senhor(a) poderá utilizá-lo quando atuar em anos que esse conteúdo se faça presente no plano de ensino da disciplina. Além disso, haverá reflexão da prática, uma vez que, será socializada a experiência da aplicação das atividades em sua sala de aula, permitindo uma reflexão com seus pares. Desse modo, a pesquisa irá contribuir para a sua formação e também para a sua prática pedagógica. O arquivamento do material produzido na realização desta pesquisa (áudio, vídeos e relatórios) será de responsabilidade do formador/pesquisador que o fará em local apropriado na instituição de ensino a qual está vinculado, com garantia de cumprimento dos acordos estabelecidos entre formador e professor (a) (via TCLE) e serão destruídos após 5 anos. Ressaltamos que o (a) senhor (a) a qualquer momento poderá desistir de participar desta pesquisa sem que tal decisão cause quaisquer prejuízos a sua formação acadêmica, pessoal ou profissional, informamos ainda que suas informações confidenciais serão mantidas em total sigilo. Caso queira desistir desta pesquisa, todos os seus dados serão descartados e este documento (TCLE) com sua assinatura será devolvido. Para pedir informações, maiores esclarecimentos ou tirar qualquer dúvida relativa a esta pesquisa, o (a) senhor(a) poderá entrar em contato comigo pesquisador Jadson de Souza Conceição pelo telefone celular (75) 99231-3620 ou com a orientadora desta pesquisa Professora Drª Vera Lúcia Merlini, pelo telefone (73) 3680-5136. Saliento que este documento tem duas vias (uma que será entregue ao (a) senhor (a) e a outra que ficará comigo pesquisador, ambas devidamente assinadas).

________________________	________________________
Jadson de Souza Conceição Pesquisador Responsável	Drª Vera Lúcia Merlini Professora Orientadora

Eu, ____, aceito participar da pesquisa **"A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE ÁREA, DE FIGURAS PLANAS, EM UMA FORMAÇÃO CONTINUADA"** e assino este termo de consentimento, pois estou ciente do objetivo desta pesquisa, das etapas que serão realizadas e de que forma vou participar. Recebi uma cópia deste termo de consentimento livre e esclarecido e a mim foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações, assim como posso desistir de participar desta pesquisa sem que tal decisão cause quaisquer prejuízos para a minha formação acadêmica, pessoal ou profissional e que as informações confidenciais serão mantidas em sigilo.

________________, ____ de ______________ de 2017   ________________________

Assinatura do(a) Professor(a)

Esta pesquisa teve os aspectos relativos à Ética da Pesquisa envolvendo Seres Humanos analisados pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Estadual de Santa Cruz. Em caso de dúvidas sobre a ética desta pesquisa ou denúncias de abuso, procure o CEP, que fica no Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, KM16, Bairro Salobrinho, Torre Administrativa, 3º andar, CEP 45662-900, Ilhéus, Bahia. Fone (73) 3680-5319. Email: cep_uesc@uesc.br. Horário de funcionamento: segunda a sexta-feira, de 8h às 12h e de 13h30 às 16h.

APÊNDICE B – Questionário

Nome:____

1. Seu nível de instrução é:

   ( ) Magistério ( ) Superior incompleto ( ) Superior Completo Outros:_________________________

2. Você tem curso superior em:_____________________________ Concluído em (ano):____________

3. Em qual (is) rede (s) você ministra aula? ( ) Estadual ( ) Municipal ( ) Particular

4. Há quantos anos você leciona?

   ( ) menos de um ano ( ) 1 a 5 ( ) 6 a 10 ( ) 11 a 15 ( ) mais de 15

5. Quantas aulas de Matemática você leciona (em uma turma) por semana?

   ( ) 1 aula ( ) 2 aulas ( ) 3 aulas ( ) 4 aulas ( ) 5 aulas ( ) mais de 5

6. Em sua trajetória estudantil, qual o seu gosto pela matemática?

   ( ) detestava ( ) gostava pouco ( ) gostava mais ou menos ( ) gostava muito ( ) adorava

7. O gosto mudou? ( ) sim ( ) não

   Se seu gosto mudou, explique: **em quê**? **E por quê**?_______________________________________

8. Enumere de 1 a 4 os blocos de conteúdos que você se sente mais seguro (a) para trabalhar com os estudantes (1 = muito seguro (a), 4 = menos seguro (a))

   ( ) Números e Operações ( ) Grandezas e Medidas

   ( ) Espaço e Forma ( ) Tratamento da Informação

9. Em qual ano você mais gosta de ensinar Matemática?

   ( ) 1º ( ) 2º ( ) 3º ( ) 4º ( ) 5º ( ) tanto faz ( ) nenhum

   Aponte pelo menos dois motivos para sua resposta:____

10. Marque os materiais de apoio utilizados por você nas aulas de Matemática:

    ( ) Livro Didático ( ) *Software* ( ) Modelos de figuras planas ( ) Modelos de sólidos geométricos ( ) Ábaco ( ) Material dourado ( ) Blocos Lógicos ( ) Jogos ( ) Lousa ( ) Contexto dos alunos ( ) Outros, quais:__________________________________

11. Descreva, se possível, duas atividades em que você utiliza esses materiais:

    Atv. 1:____

    ____

    Atv. 2:____

    ____

APÊNDICE C – Diagnóstico

Nome: ____

Elabore nos espaços abaixo, seis situações distintas envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

Situação 1____
____
____
____
____

Situação 2____
____
____
____
____

Situação 3____
____
____
____
____

Situação 4____
____
____
____
____

Situação 5____
____
____
____
____

Situação 6____
____
____
____
____

APÊNDICE D – 1ª entrevista

1. Dados pessoais, acadêmicos e profissionais dos professores.

1.1 Nome

1.2 Idade

1.3 Qual a sua formação? Em que ano concluiu? Qual a instituição?

1.4 Já fez algum curso de especialização? Qual?

1.5 Já participou de curso de formação complementar?

1.6 Quais escolas você atua? Você atua em que ano (os)?

1.7 Há quanto tempo você atua na Educação Básica?

1.8 Você tem preferência por algum determinado ano/série para atuar?

1.9 Você tem alguma preferência por algum bloco de conteúdo (números e operações; espaço e forma; grandezas e medidas; tratamento da informação)?

2. Geometria e seu Ensino

2.1 Como foi sua formação no tocante à Geometria enquanto aluna da Educação Básica?

2.2 Em sua formação universitária teve acesso a discussões/aulas que fizeram referência ao ensino de Geometria?

2.3 Você acha relevante para a formação do aluno apresentar os conteúdos da Geometria? Por quê?

2.4 Quais são os conteúdos de Geometria que são apresentados aos alunos no ano escolar em que você leciona atualmente?

2.5 Você apresenta o conteúdo de Geometria? Se sim, quando? Ao longo do ano? Na mesma ordem que aparecem no livro didático? Ou somente no final da 3ª unidade? Se não, por quê?

2.6 Os alunos apresentam dificuldades ao lidar com conceitos de Geometria? Se sim, quais?

2.7 De que maneira você apresenta esses conteúdos: No ambiente papel e lápis, no ambiente computacional? Ou com materiais manipuláveis? Ou exemplos do dia a dia?

2.7.1 No ambiente papel e lápis?

Você ensina a utilização de régua, compasso e transferidor aos seus alunos?

2.7.2 No ambiente computacional? Qual o software que você utiliza? Quais as construções que você mais explora nesse ambiente?

2.7.3 Material manipulativo? Quais os materiais que você utiliza? Quem os fornece? Você constrói alguns deles? Os alunos constroem algum material em sua aula de Geometria?

2.8 Você trabalha com o conceito de área de figuras planas? Como você apresenta esse conceito de área?

2.9 Quais as suas expectativas com essa formação?

APÊNDICE E – 1ª atividade da formação

Nome: ____

Atividade 1

1.1 Será que é possível encontrar dois polígonos, diferentes, que tenham mesma área? Justifique sua resposta.

____

____

____

Para essa construção vamos utilizar a malha quadriculada.

Observação: Consideraremos que cada lado do quadrado da malha quadriculada equivale a uma unidade de medida (u) e cada quadrado da malha quadriculada equivale a uma unidade quadrada (u^2).

Assim, a partir do que foi discutido, na malha quadriculada construa dois polígonos, distintos, de modo que eles tenham a mesma área. Sejam criativos!

1.2 Após experimentação, o que você pode observar sobre os polígonos que você construiu?

____

____

____

____

____

APÊNDICE F – 2ª atividade da formação

Nome: ____

Atividade 2

2.1 Descreva com suas palavras o que é um quadrado.

____

____

____

2.2 Como podemos calcular a área de um quadrado?

____

____

Na malha quadriculada pinte quadrados de lados 2u, 3u e 4u.

2.3 Na **atividade 1** foi solicitado que você construísse dois polígonos distintos de mesma área. Quais os procedimentos que você mobilizou para concluir que as áreas dos dois polígonos eram iguais?

____

____

2.4 Diante disso, quais seriam as medidas da área dos quadrados que você acabou de construir?

____

____

2.5 O que você pode observar na sua construção e a medida da área dos quadrados que você acabou de construir?

____

____

2.6 Agora, **sem pintar a malha quadriculada**, como poderíamos calcular a área de um quadrado cuja medida do lado é 5u?

____

____

2.7 Após experimentação, você poderia definir uma expressão que determine a medida da área de um quadrado?

____

____

APÊNDICE G – 3ª atividade da formação

Nome: ____

Atividade 3

3.1 Descreva com suas palavras o que é um retângulo.

____

____

____

3.2 Para você existe relação entre uma forma quadrada e uma forma retangular? Justifique sua resposta.

____

____

3.3 Com base nas discussões feitas, como, a partir do quadrado, podemos calcular a área de um retângulo?

____

____

3.4 Na malha quadriculada pinte retângulos de lados: **(a)** 2u e 3u; **(b)** 4u e 3u; **(c)** 4u e 5u; **(d)** 5u e 4u.

3.5 Diante disso, determine a medida da área dos retângulos que você acabou de construir.

(a)______________________________ (b)________________________

(c)______________________________ (d)________________________

3.6 O que você pode observar na sua construção e a medida das áreas?

____

____

3.7 Agora, **sem pintar a malha quadriculada**, como poderíamos calcular a área de um retângulo cujas medidas dos lados são 6u e 5u?

____

____

3.8 Após experimentação, você poderia apresentar uma expressão que determine a medida da área de um retângulo?

____

____

APÊNDICE H – 4ª atividade da formação

Nome: ____

Atividade 4a

4.1 Descreva com suas palavras o que é um triângulo e quais tipos que você conhece.

____

____

____

4.2 Como você calcula a área de um triângulo?

____

____

____

4.3 Na malha quadriculada pinte um triângulo de base 8 u e altura 6 u.

4.4 Qual é a medida da área do triângulo que você acabou de construir?

____

____

4.5 O que você pode observar na sua construção e a medida da área?

____

____

____

____

4.6 Agora, **sem pintar a malha quadriculada**, como poderíamos calcular a área de um triângulo cuja medida da base é 10u e altura 5u?

____

____

____

4.7 Há alguma relação entre a área do retângulo e o triângulo? Se sim, qual? Se não, por quê?

____

____

____

____

____

4.8 Na malha quadriculada, a partir das discussões, seria possível desenhar no interior de um retângulo um triângulo de base 8u e altura 6u, de modo que pelo menos um de seus lados coincida com os lados do retângulo? Quais seriam as dimensões do retângulo?

____

____

____

4.9 Pinte o triângulo que você acabou de construir. Agora que você pintou, de que maneira podemos encontrar a medida da área desse triângulo?

____

____

____

4.10 Após essa experimentação, você poderia definir uma expressão que determine a medida da área de um triângulo?

____

____

APÊNDICE I – Propostas de intervenção

PLANEJAMENTO I

Tema: Cálculo de área

Conteúdo: Áreas equivalentes

Objetivos: Identificar figuras com áreas equivalentes; reconhecer os polígonos mais elementares: quadrado, retângulo, triângulo e paralelogramo; desenvolver atitudes de interação, de colaboração e de troca de experiências em grupos.

Primeiro Momento: Matematizar com jogos e desafios.

Corridas das figuras geométricas

Para esse momento o (a) professor (a) levará várias representações de formas geométricas (quadrado, retângulo, trapézio, losango, paralelogramo, triângulo), misturadas e dividas em 5 recipientes. De posse desse material, organizará a turma em cinco grupos e entregará um recipiente a cada um desses grupos. Distribuídos os recipientes, o (a) professor (a) solicitará que cada grupo organize aquelas figuras, agrupando-as de acordo com a medida de sua área, isto é, os alunos irão agrupar as figuras que eles acreditam que tenham a mesma medida de área, ou seja, que a medida da área é igual em ambas as figuras.

Organizadas as figuras, o grupo sinalizará para o (a) professor (a) para que esse (a) possa analisar a organização das figuras quanto à medida de sua área do grupo. Vale ressaltar que no momento que o (a) professor (a) estiver fazendo essa análise, os outros grupos podem continuar organizados, pois a organização do grupo que requisitou o (a) professor (a) pode estar incorreta. Assim, o grupo que conseguir, primeiro, organizar todas as figuras, de maneira correta, será o vencedor.

Obs.: Sugiro levar um prêmio, coisa simples, para o grupo vencedor.

Segundo Momento: Matematizar na roda da conversa

Colocar os estudantes numa grande roda e solicitar que os grupos apresentem as figuras que foram separadas, explicando porque eles acreditam que elas têm a mesma medida. Em seguida, o (a) professor (a) explicará que aqueles objetos que eles têm em mãos são objetos que se assemelham a formas geométricas, a saber, o quadrado, triângulo, retângulo e paralelogramo. Além disso, explicará que quando duas ou mais formas geométricas têm medidas de áreas iguais, **elas são ditas**

equivalentes (registrar essas palavras no quadro e no caderno dos alunos). Feito isso, será apresentada a unidade de área, será explicado que aqueles “quadradinhos” pequenos dentro das figuras são unidades de área, e que a medida da área de um polígono é a quantidade de unidade de área que ele contém. Mais que isso, que a medida da área de uma região ou figura geométrica plana é um espaço ocupado por aquela região ou figura

Terceiro Momento: Matematizar com registros

Ainda na roda de conversa e após explicar o que é uma unidade de área, ainda em grupo, entregar a cada aluno uma folha quadriculada e uma caixa de lápis de cor para o grupo. Solicitar que os alunos, na folha quadriculada, pintem um quadrado e um retângulo que tenham a mesma área e que anotem a medida da área embaixo de cada figura. Solicitar que eles façam pares de figuras diferentes, mas que tenham a mesma área. Após ter construído uns três ou quatro pares e ter anotado a medida da área em cada uma, é oportuno trabalhar outras ideias, como seguem as sugestões abaixo.

A ideia de perímetro, dizendo que perímetro é a soma dos lados da figura (o contorno) aproveite para questionar o que é área e perímetro para ver se eles conseguiram entender. Feito isso, solicitar que eles analisem os desenhos construídos por eles e registrem embaixo da figura o perímetro de cada uma (utilizar a letra P = valor da medida do perímetro). Outra sugestão é trabalhar a escrita do nome das formas, as conhecidas utilizamos os nomes já conhecidos, por exemplo: o quadrado, retângulo, paralelogramo, etc., as que eles construirão de forma livre podem ser classificadas quanto ao lados, por exemplo: figura (ou forma geométrica, ou polígono) de cinco lados.

PLANEJAMENTO II

Tema: Cálculo de área

Conteúdo: Áreas do quadrado

Objetivos: Relembrar a forma geométrica do quadrado; compreender o conceito do cálculo de área do quadrado; desenvolver atitudes de interação, de colaboração e de troca de experiências em grupos.

Primeiro Momento: Matematizar com jogos e desafios

Campeonato do tangram

Para esse momento, o (a) professor (a) organizará a turma em cinco grupos e entregará um tangram de sete peças a cada um desses grupos. É oportuno que se fale o que é o tangram, sua história, etc. Além do tangram, será entregue uma folha quadriculada e lápis de cor para que eles possam pintar na folha a forma geométrica que eles construíram utilizando as peças do tangram. É válido ressaltar que os desafios serão iguais para todos os grupos, a fim de ampliar as discussões na sala. Seguem os desafios: (i) construir um quadrado utilizando **APENAS TRÊS DAS SETE PEÇAS** do tangram; (ii) construir um quadrado utilizando **APENAS QUATRO DAS SETE PEÇAS** do tangram. Após concluir seu desafio, o grupo deverá desenhar e pintar uma figura na folha quadriculada que seja igual à sua construção, o grupo que concluir o campeonato primeiro será o vencedor.

Obs.: Sugiro que haja um prêmio para o grupo vencedor!

Segundo Momento: Matematizar na Roda de Conversa

Nesse momento, o (a) professor (a) solicitará que os grupos apresentem suas construções para a turma. Feito isso, o (a) professor (a) fará alguns questionamentos:

Obs.: Abrir espaço para que os estudantes exponham comentários ou conhecimentos relacionados ao quadrado, sob a mediação do (a) professor (a)

a) O que as figuras possuem em comum?

b) Caso ocorra construções com peças diferentes, ou que as peças estejam numa organização diferente das dos demais grupos, questionar sobre.

c) Será que é possível determinar a medida da área das figuras geométricas que vocês construíram?

d) Vocês lembram o que fizemos na aula passada para encontrar a medida da área das figuras equivalentes?

e) Qual seria a área das figuras que o grupo A construiu? E o grupo B? E o grupo C? (...)

Outras perguntas pertinentes [...]

Após questionamentos e ampla discussão, o (a) professor (a) explicará aos alunos que o quadrado é uma forma geométrica plana, que tem quatro lados iguais e quatro ângulos retos (de 90 graus). Feito isso, será entregue aos alunos folha quadriculada e lápis de cor, podem continuar em grupo, mas que cada aluno tenha uma folha e que haja lápis de cor suficiente para todos os alunos do grupo. Será solicitado que os alunos, na folha quadriculada, construam e pintem quadrados de lados de 2u (u = unidade), 3u, 4u e 5u e registrem embaixo da figura qual a medida da área da figura.

Obs.: É provável que os alunos usem a contagem, juntamente com a operação de adição para determinar a área, não está errado, mas esse é o momento oportuno para você introduzir as noções de multiplicação. Veja, por exemplo, o quadrado de lado 3u, ele vai contar as unidades de área e vai encontrar $9u^2$ de área. Como você já explicou que o quadrado é uma figura que tem todos os lados iguais, ou seja, medindo 3u e a medida da área encontrada foi $9u^2$ de área, será que tem outra maneira de determinar a área desse quadrado? Se você comprasse um campo de futebol no formato de um quadrado, como é que calcularia essa área? E aí, instigá-lo a respeito da operação de multiplicação, que ao multiplicar a medida de um lado pelo outro eu encontro a medida da área do quadrado. Peça para que eles analisem os outros casos.

Obs$_2$: Aproveite para evidenciar para os alunos que a noção de perímetro estudada na atividade passada é diferente da noção de área, que para determinar a medida do perímetro de uma figura geométrica plana somamos as medidas dos lados, já no cálculo de área multiplicamos, no caso do quadrado que multiplicamos um lado pelo outro.

Terceiro Momento: Matematizar com Registro

Para esse momento, será distribuída uma atividade, a fim de identificar se os objetivos pretendidos foram alcançados. Assim, sugerimos a seguinte proposta de atividade (Apêndice A).

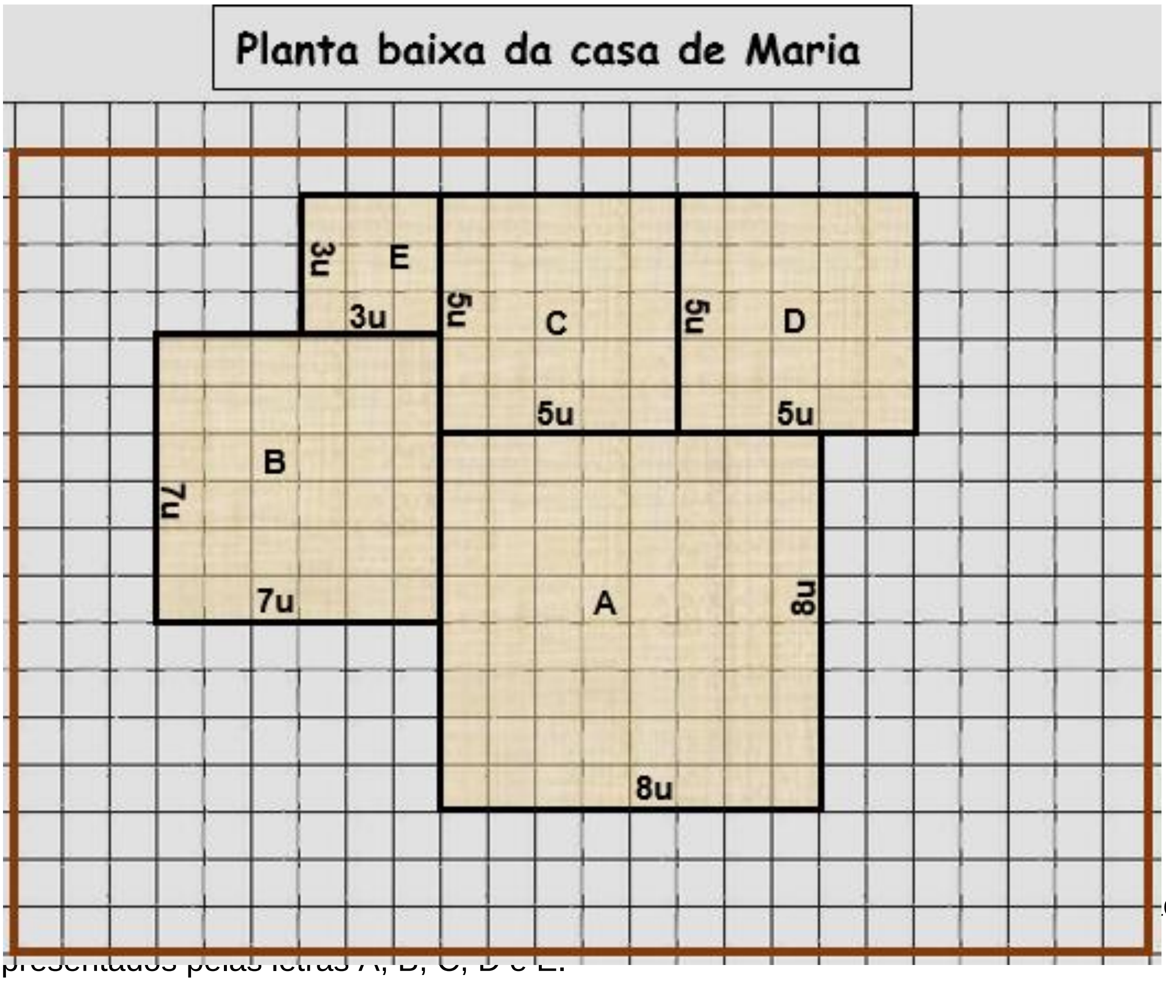
Apêndice A

Nome:____

Professor (a):____

Data:____/____/_______ Ano escolar:________

Maria, mãe de João, resolveu comprar um terreno próximo à Feira Municipal de Amargosa. Maria utilizou esse terreno para construir sua casa, a figura abaixo exemplifica o terreno e a planta baixa da casa de Maria.



o

representados pelas letras A, B, C, D e E.

O Cômodo A é a sala da casa e mede 8u de comprimento;

O Cômodo B é a cozinha e mede 7u de comprimento;

O Cômodo C é o quarto de Maria e mede 5u de comprimento;

O Cômodo D é o quarto do João, filho de Maria e mede 5u de comprimento;

O Cômodo E é o banheiro da casa e mede 3u de comprimento.

1) Diante das informações sobre a casa de Maria, analise as questões abaixo.

a) Qual a medida da área do quarto de Maria?

b) Qual a medida da área do banheiro da casa de Maria?

c) Qual a medida da área do quarto do João?

d) Qual a medida da área da cozinha da casa de Maria?

e) Qual a medida da área da sala da casa de Maria?

f) Você conseguiria dizer qual a medida da área de todos os cômodos da casa de Maria? Qual seria essa medida?

2) Por qual forma geométrica a planta baixa da casa de Maria é formada?

____

____

PLANEJAMENTO III

Tema: Cálculo de área

Conteúdo: Área do retângulo

Objetivos: Relembrar a forma geométrica do retângulo; compreender o conceito do cálculo de área do retângulo; desenvolver atitudes de interação, de colaboração e de troca de experiências em grupos.

Primeiro Momento: Matematizar com jogos e desafios

Gincana das figuras geométricas

Para esse momento o (a) professor (a) organizará a turma em grupos de cinco alunos e entregará a cada grupo cinco placas (Apêndice A) e em cada uma dessas haverá a representação de uma figura geométrica (quadrado, retângulo, triângulos (reto, isósceles e equilátero). Feito isso, de posse de uma ficha de questões (Apêndice B) o (a) professor (a) questionará os grupos e dará 10 segundos para que o grupo pense na resposta e, autorizará, em contagem regressiva, que os grupos levantem suas placas com as figuras que respondam, de maneira correta, a pergunta anunciada pelo (a) professor (a). Acabado o banco de questões, vence o grupo que tiver acertado mais questões.

Obs.: Sugerimos que cada aluno do grupo fique com uma placa, para que todos tenham a oportunidade de participar e sentir-se igualmente importantes. Além disso, que haja algum prêmio para o grupo vencedor.

Segundo Momento: Matematizar na roda de conversa

Colocar os estudantes numa grande roda e informá-los que para a aula de hoje continuaremos a estudar sobre cálculo de área. Feito isso, relembrar que já estudamos como calcular a área do quadrado, questionar se eles lembram, visto que para a aula de hoje estudaremos uma figura que tem algumas características como o quadrado, questione aos alunos que figura é essa, dentre as que eles têm em mãos. Ainda nesse momento, é oportuno relembrar a ideia de unidade de área, que cada quadradinho da malha corresponde a uma unidade quadrada de área e que a medida da área de um polígono é a quantidade de unidade quadrada de área que ele contém.

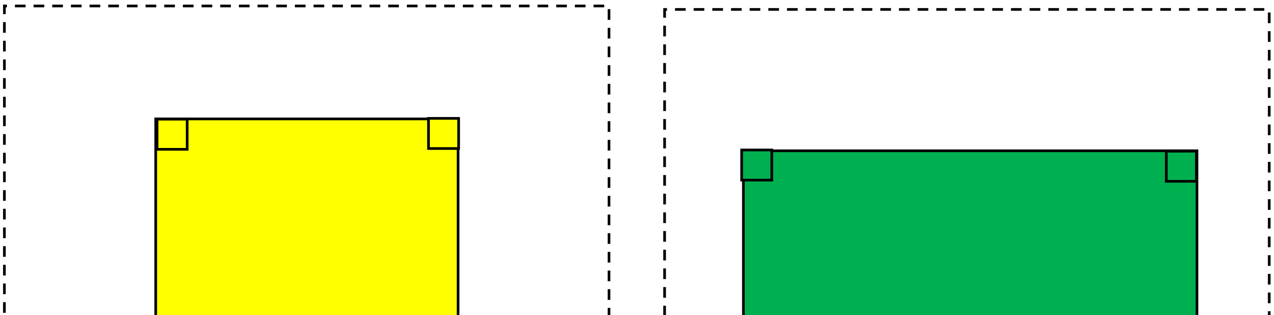
Em seguida, explicar o que é um retângulo, um polígono (ou forma geométrica, ou figura geométrica) que tem quatro ângulos retos (de 90 graus) e quatro lados, dois a dois, paralelos. Conceituado o que é um retângulo, questionar aos alunos como seria possível calcular a medida da área de um retângulo. Se a partir do quadrado poderíamos ter alguma ideia? Neste momento, entregar aos alunos uma folha de papel quadriculado para que eles possam construir e pintar retângulos de lados 5u e 3u; 4u e 2u; 2u e 5u; 5u e 2u.

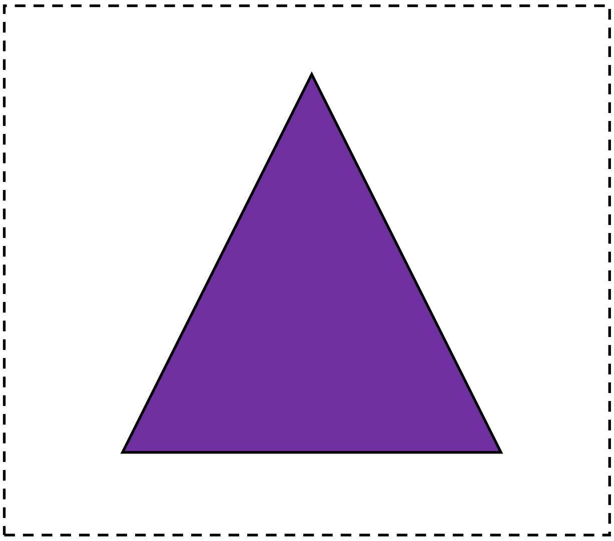
Após a construção, solicitar que os alunos determinem a medida da área de cada um dos retângulos e registrar embaixo da figura, aqui pode ser solicitado também que eles determinem o perímetro, para que eles observem que perímetro e área são coisas distintas. Com relação aos dois últimos retângulos, 2u e 5u; 5u e 2u é para que eles percebam que mudando a posição, o valor da medida da área não se altera. Além disso, esse é o momento que você dirá que o lado (comprimento) corresponde à base do retângulo e que o lado (largura) é a altura do retângulo.

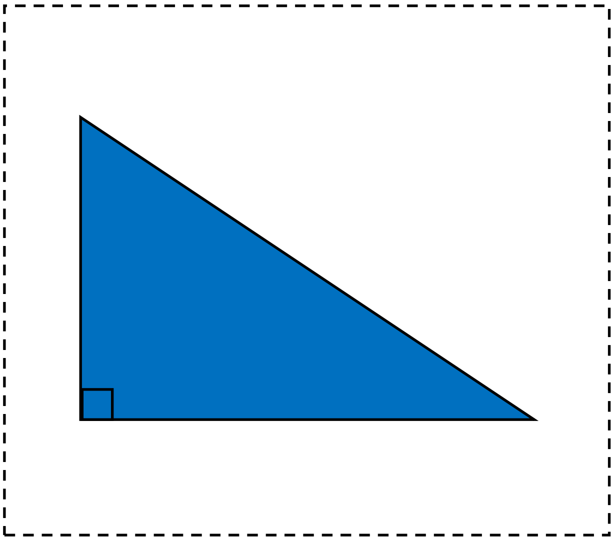
Terceiro Momento: Matematizar com registros

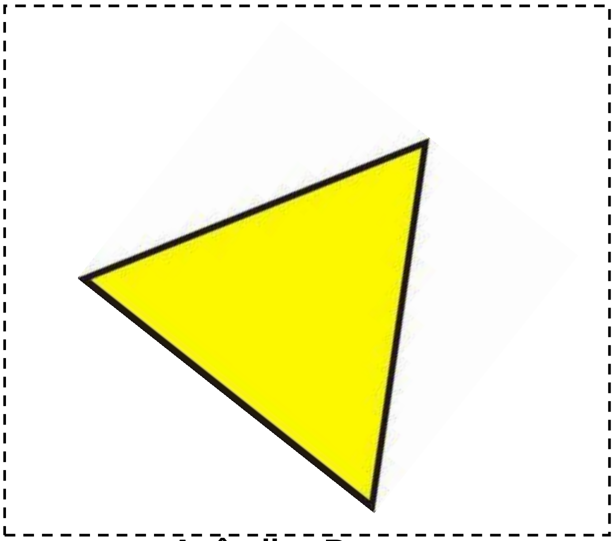
Para esse momento, será distribuída uma atividade a fim de identificar se os objetivos pretendidos foram alcançados. Assim, sugerimos a seguinte proposta de atividade (Apêndice C), a qual também apresenta questões de áreas equivalentes e área do quadrado:

Apêndice A









Apêndice B

FICHA DE QUESTÕES

a) Quais figuras geométricas são triângulos? **Resp:** Triângulo isósceles, retângulo e equilátero.

b) Quais figuras geométricas são quadriláteros? **Resp:** Quadrado e Retângulo

c) Qual figura geométrica tem três lados, sendo que dois desses têm a mesma medida? **Resp:** Triângulo isóscele

d) Qual figura geométrica tem quatro lados iguais e quatro ângulos retos? **Resp:** Quadrado

e) Qual figura geométrica tem três lados e um ângulo reto? **Resp:** Triângulo retângulo

f) Qual figura geométrica tem três lados iguais? **Resp:** Triângulo equilátero

g) Qual figura geométrica tem dois pares de lados paralelos com medidas diferentes e quatro ângulos retos? **Resp:** Retângulo

Fique livre para inserir perguntas a partir da formação [...]

Apêndice A

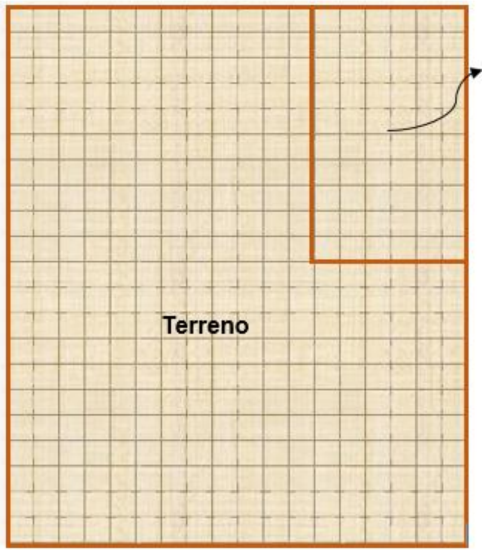
Nome:____

Professor (a):____

Data:____/____/_______ Ano escolar:________

Atividade

1) Pedro ganhou de presente de seu avô: um terreno na Zona Rural dos Barreiros. Pedro pretende construir nesse terreno um espaço para plantar algumas mudas de laranjas, a figura abaixo representa o espaço que Pedro reservou para o plantio.



a) Qual a medida da área que Pedro destinou para o plantio?

____

____

b) Quantos espaços iguais ao destinado ao plantio da laranja Pedro pode construir no terreno que seu avô lhe presenteou?

____

____

2) Na malha quadriculada:

a) Pinte de azul um retângulo de base 5u e altura 3u e determine a medida de sua área.

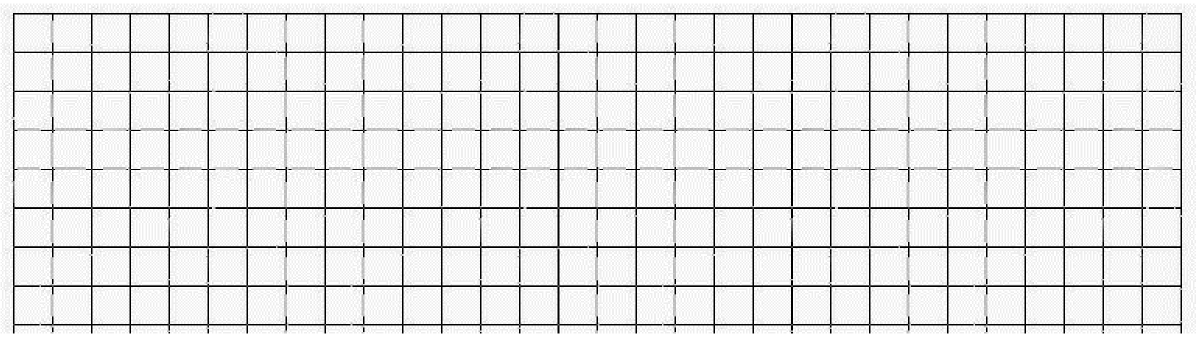
____

b) Pinte de verde um quadrado de lado 4u e determine a medida de sua área.

____

c) Pinte de cores diferentes, na malha quadriculada, um retângulo e um quadrado que tenham a mesma medida de área. Determine a área desse retângulo e quadrado.

____



PLANEJAMENTO IV

Tema: Cálculo de área

Conteúdo: Área do triângulo

Objetivos: Relembrar a forma geométrica do triângulo; compreender o conceito do cálculo de área do triângulo; desenvolver atitudes de interação, de colaboração e de troca de experiências em grupos.

Primeiro Momento: Matematizar com jogos e desafios

Jogo do passa ou repassa

Para esse momento o (a) professor (a) organizará a turma em grupo de cinco alunos e estes serão identificados por cores, na seguinte ordem (vermelho, azul, verde, amarelo e branco). Identificados os grupos, o (a) professor (a) explicará as regras do jogo:

(i) Os grupos terão perguntas específicas;

(ii) O grupo terá 10 segundos para responder à questão, caso não consiga responder, a pergunta passará para o grupo da cor seguinte;

(iii) A cada resposta correta o grupo ganha 10 pontos;

(iv) A cada resposta errada o grupo perde 5 pontos;

(v) Vence o grupo que fizer mais pontos.

Apresentada as regras do jogo, o (a) professor (a) de posse da ficha de questões (Apêndice A) dará início à brincadeira.

Obs.: Sugerimos que haja algum prêmio para o grupo vencedor.

Segundo Momento: Matematizar na roda da conversa

Colocar os estudantes numa grande roda e, nesse momento, o (a) professor (a), dará atenção apenas aos triângulos, explicando aos alunos o que é um triângulo, suas características, os diferentes tipos (retângulo, equilátero e isósceles e etc.), nomeando cada um deles, por exemplo (triângulo retângulo).

Feito isso, o (a) professor (a) questionará aos alunos sobre o cálculo de área do triângulo, como é que pode ser feito? Se pode ser igual ao do quadrado e/ou retângulo? Nesse momento é oportuno relembrar a unidade de área que cada quadradinho da malha quadriculada corresponde a uma unidade quadrada de área e que a medida da área de uma região e a quantidade de unidades de área que ela contém. Além disso, na lousa, o (a) professor (a) desenhará um triângulo e vai sinalizar que qualquer um dos lados pode ser a base (b) desse triângulo e que o segmento de reta, perpendicular a essa base é chamado de altura (h) do triângulo.

Relembrado tal conceito, o (a) professor (a) distribuirá aos alunos uma folha quadriculada e lápis de cor para que eles possam construir e pintar um triângulo de base 20u e altura 10u. Na mesma folha quadriculada, o (a) professor (a) solicitará que os alunos construam, mas não pintem, apenas façam o contorno de um retângulo de base 20u e altura 10u. Construções feitas, o (a) professor (a) questionará aos alunos qual a medida da área do triângulo? É provável que eles contem os quadradinhos, mas haverá quadradinhos que não estarão inteiros, apenas uma parte e isso não representa uma unidade de área. Nesse momento, o (a) professor (a) questionará sobre o retângulo, há alguma relação entre o retângulo e o triângulo? Será que é possível construir um triângulo igual ao que vocês desenharam primeiro dentro do retângulo? O retângulo e o triângulo têm a mesma base? Têm a mesma altura? E solicitar que os alunos pintem um triângulo igual ao construído, anteriormente, dentro do retângulo.

Feito isso, distribuir tesoura sem ponta para que os alunos possam recortar esse triângulo que acabou de ser pintado dentro do retângulo. Ao recortar, eles perceberam que ficou um triângulo igual ao que eles recortaram ou dois triângulos, que quando unidos ficam igual ao que foi recortado. A partir disso, você questionará a turma. Tinha um retângulo, quando cortou o triângulo ficaram dois triângulos iguais, se unir esses dois triângulos volta novamente a um retângulo. Para determinar a área do triângulo eu preciso fazer o quê? Espera-se que os alunos respondam que se deve calcular a medida da área do retângulo e dividir por dois.

Caso tal resposta não venha, o (a) professor (a) instigará a turma para que eles consigam perceber tal relação.

Terceiro Momento: Matematizar com registros

Para esse momento, será distribuída uma atividade, a fim de identificar se os objetivos pretendidos foram alcançados. Assim, sugerimos a seguinte proposta de atividade (Apêndice B), a qual também apresenta questões de áreas equivalentes e área do quadrado:

Apêndice A

Ficha de Perguntas

Pergunta para o grupo Vermelho: Qual o nome da figura que tem três lados? **Resp**: Triângulo

Pergunta para o grupo Azul: Qual o nome da figura que possui quatro lados iguais? **Resp**: Quadrado

Pergunta para o grupo Verde: Qual o nome da figura que tem quatro lados, dois a dois paralelos? **Resp**: Retângulo

Pergunta para o grupo Amarelo: Cite o nome de um quadrilátero. **Resp**: Quadrado ou Retângulo

Pergunta para o grupo Branco: O Isósceles e Equilátero são? **Resp**: Triângulos

Pergunta para o grupo Vermelho: Qual a medida da área de um quadrado de lado 3u? **Resp**: $9u^2$ unidades de área

Pergunta para o grupo Azul: Um retângulo de base 6u e altura 3u pode ser transformado em dois quadrados de lado 3u? **Resp**: Sim!

Pergunta para o grupo Verde: Qual a medida da área de um retângulo de base 3u e altura 2u? **Resp**: $6u^2$ unidades de área

Pergunta para o grupo Amarelo: Verdadeiro ou falso? A medida da área de um triângulo é a metade da medida da área de um retângulo. **Resp**: Verdadeiro!

Pergunta para o grupo Branco: Quando duas formas geométricas são equivalentes? **Resp**: Quando tem a mesma medida da área

Pergunta para o grupo Vermelho: Qual a medida do lado de um quadrado que tem a medida da área igual a $9u^2$? **Resp**: 3u

Pergunta para o grupo Azul: Qual a medida dos lados de um retângulo que tem a medida da área igual a $12u^2$? **Resp**: 3u e 4u; ou 6u e 2u; ou 1u e 12u unidades de área

Pergunta para o grupo Verde: Quando duas formas geométricas têm áreas iguais elas são ditas? **Resp**: Equivalentes

Pergunta para o grupo Amarelo: O triângulo retângulo tem quantos lados? **Resp**: Três

Pergunta para o grupo Branco: Qual a medida da área de um retângulo de base 2u e altura 4u? **Resp**: $8u^2$ unidades de área

Pergunta para o grupo Vermelho: Verdadeiro ou falso? Quadrado é um tipo de triângulo. **Resp**: Falso!

Pergunta para o grupo Azul: Qual a medida da área de um quadrado de lado 4u? **Resp**: $16u^2$ unidades de área

Pergunta para o grupo Verde: Verdadeiro ou falso? Equilátero é um tipo de triângulo. **Resp**: Verdadeiro

Pergunta para o grupo Amarelo: Qual a medida da área de um retângulo de base 4u e altura 3u? **Resp**: $12u^2$ unidades de área

Pergunta para o grupo Branco: Verdadeiro ou falso? Isósceles é um tipo de triângulo. **Resp**: Verdadeiro!

Pergunta para o grupo Vermelho: Triângulo é uma figura de? **Resp**: Três lados!

Pergunta para o grupo Azul: Verdadeiro ou falso? A medida da área do triângulo é a metade da medida da área de um quadrado. **Resp**: Verdadeiro

Pergunta para o grupo Verde: Qual a medida do lado de um quadrado que tem a medida da área igual a $4u^2$? **Resp**: 2u

Pergunta para o grupo Amarelo: Qual a medida dos lados de um retângulo que tem a medida da área igual a $8u^2$? **Resp**: 4u e 2u; ou 1u e 8u

Pergunta para o grupo Branco: Qual a medida dos lados de um retângulo que tem a medida da área igual a $10u^2$? **Resp**: 5u e 2u; ou 1u e 10u

Apêndice B

Nome:____

Professor (a):____

Data:____/____/_______ Ano escolar:___________

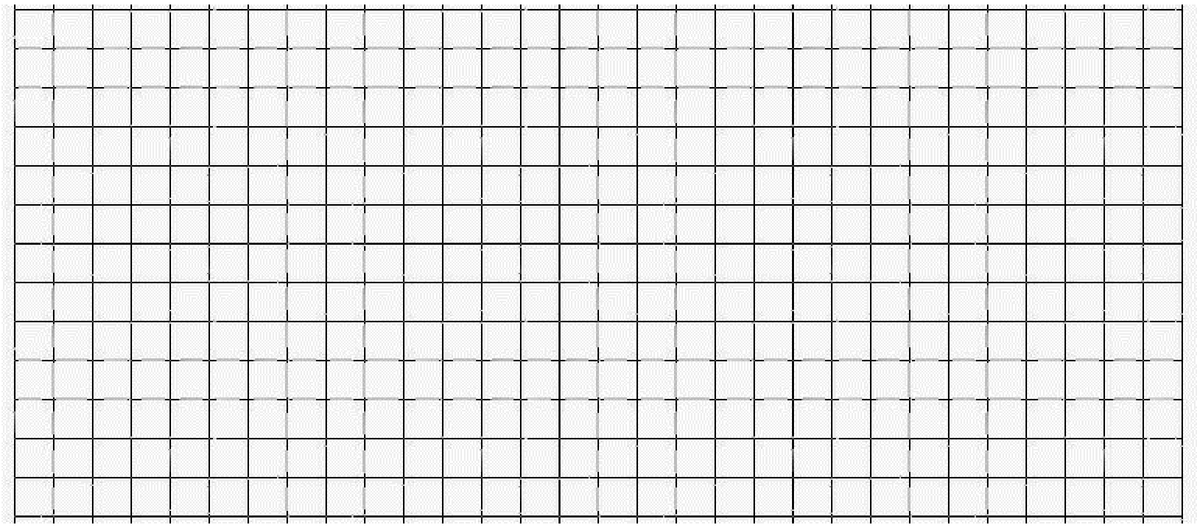
Atividade

1) Na malha quadriculada pinte e determine a medida da área de:

a) Um triângulo de base 4u e altura 3u:___________________

b) Um triângulo de base 5u e altura 5u:___________________

c) Um triângulo de base 4u e altura 5u:___________________

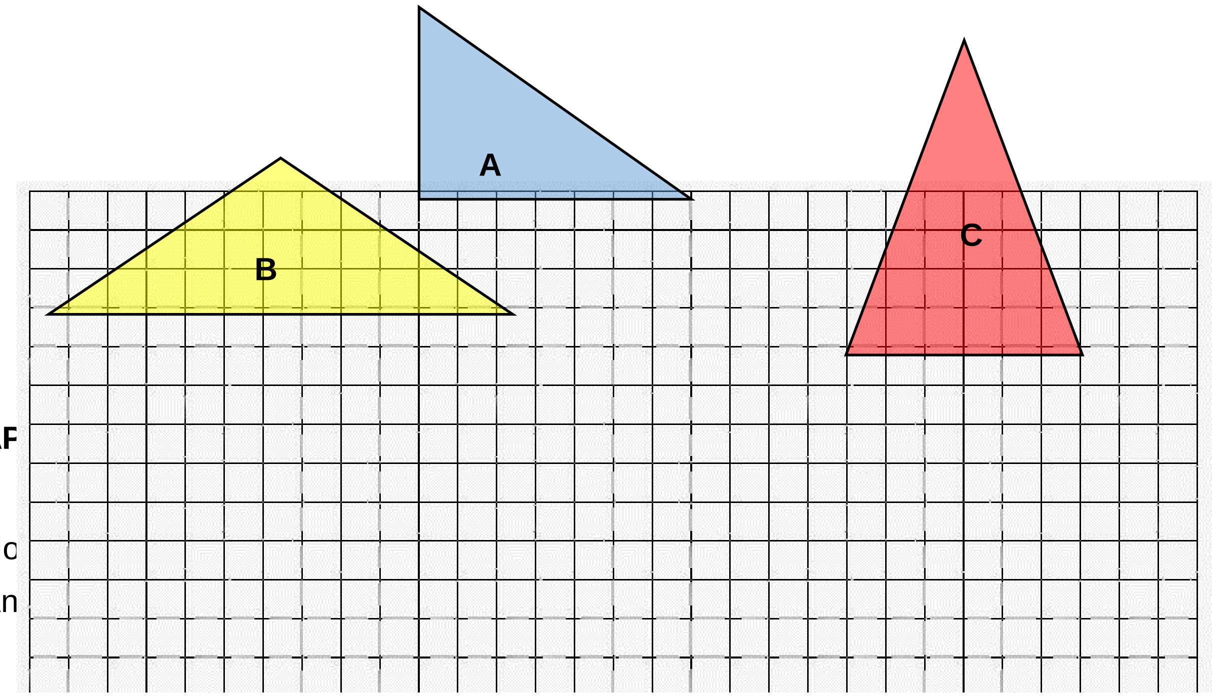


2) Analise as figuras abaixo e responda:

a) Medida da área do triângulo **A**:_______________________

b) Medida da área do triângulo **B**:________________________

c) Medida da área do triângulo **C**:________________________



AF

No

An

Como você avalia o formador? (   ) Excelente (   ) Ótimo (   ) Bom (   ) Ruim (   ) Péssimo

Como você classificaria as atividades de hoje?

(   ) Excelente (   ) Ótima (   ) Boa (   ) Ruim (   ) Péssima

Justifique sua resposta.

Apresente, se possível, dois pontos que você considerou bons na formação.

Apresente, se possível, dois pontos que você considerou ruins na formação.

As discussões promovidas na formação contribuíram para você refletir sobre sua prática em sala de aula? Justifique sua resposta.

Houve algum momento de desestabilização? Qual?

O que esse encontro acrescentou em termos de conhecimento:

Matemático:

Didático:

Qual sua avaliação, sobre você, durante a formação do curso?

A formação correspondeu à sua expectativa? Apresente elementos que justifiquem sua resposta.

APÊNDICE K – Entrevista pós aplicação da proposta de intervenção

1. Como você avalia sua aula de hoje? Apresente elementos para justificar sua resposta.

2. Sobre o desenvolvimento das atividades na sala de aula: quais foram os pontos positivos? Quais foram os negativos? (apresente elementos para justificar sua resposta)

3. Houve diferença entre a estratégia didática planejada e a que foi efetivamente realizada? Se SIM, o que mudou e por quê?

4. As expectativas com o desenvolvimento das atividades foram correspondidas?

5. Houve alguma dificuldade de sua parte em desenvolver as atividades em sala de aula?

6. Houve algum momento em que você se sentiu inseguro? Se SIM, justifique sua resposta.

7. Os alunos tiveram dificuldades com as atividades? Explicite.

8. Quais foram as estratégias utilizadas por você para sanar tais dificuldades?

9. Aponte, se possível, outros elementos que julgar pertinentes sobre o desenvolvimento de sua sala.

APÊNDICE L – 2ª entrevista

1. Nome:____

2. Como avaliaria a nossa formação? Sua avaliação se baseia em quê?

3. As discussões promovidas pelo grupo contribuíram para transformar a sua prática em sala de aula? Caso a resposta seja sim, sinalize o que mudou.

4. Houve algum momento de desestabilização?

5. O que você achou da utilização de materiais manipuláveis no planejamento das aulas?

6. Você poderia realizar um comparativo como você apresentava esse conteúdo antes da formação e agora depois da formação?

7. Você no início da formação elaborou algumas atividades a respeito do cálculo de área, e no encontro passado as discutimos e refizemos, ao analisar a primeira elaboração o que você percebe sobre suas atividades? E sobre a segunda elaboração?

8. A respeito de sua última atividade elaborada, você mudaria algo? Acrescentaria algo novo?

9. Em relação às atividades do processo formativo, você considera que elas provocaram reflexões a respeito do tema abordado? Se possível, descreva tais reflexões.

10. Você considera que essas atividades provocaram reflexões sobre a sua prática? Descreva essas reflexões.

11. Quais os saberes mobilizados, por você, ao elaborar a aula a ser desenvolvida com o material manipulável?

12. Foi possível desenvolver as atividades com seus alunos?

13. Como você se sentiu, ao exercer o papel de mediador (a) nesse ambiente de aprendizagem?

14. Quais reflexões promovidas durante o processo formativo foram importantes para você?

15. O processo formativo provocou algum repensar a respeito da prática?

16. Você gostaria de acrescentar alguma informação sobre sua prática?

17. Como você se avalia durante o processo formativo e no desenvolvimento das atividades com seus alunos?

18. A formação correspondeu às suas expectativas?

19. Você gostaria de nos dizer algo que ainda não disse?