



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC**  
**DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – PPGEM**

**ADRIANO SANTOS LAGO**

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DE SISTEMA DE  
EQUAÇÕES DO 1.º GRAU: o Trabalho Colaborativo como estratégia  
de Formação Continuada de Professores**

**MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**Bahia  
2016**

**ADRIANO SANTOS LAGO**

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DE SISTEMA DE  
EQUAÇÕES DO 1.º GRAU: o Trabalho Colaborativo como estratégia  
de Formação Continuada de Professores**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Larissa Pinca Sarro Gomes

**Bahia  
2016**

L177 Lago, Adriano Santos.  
Resolução de problemas e o ensino de sistema de equações  
1º grau : o trabalho colaborativo como estratégia de formação  
continuada de professores / Adriano Santos Lago. – Ilhéus :  
UESC, 2016.  
166f. : il.  
Orientadora: Larissa Pinca Sarro Gomes.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa  
Cruz. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática.  
Inclui referências e apêndices.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Professores – Forma-  
ção – Bahia. 3. Resolução de problemas (matemática). I. Go-  
mes, Larissa Pinca Sarro. II. Título.

CDD – 510.7

## TERMO DE APROVAÇÃO

**Adriano Santos Lago**

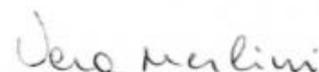
### **RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES DO 1.º GRAU: o Trabalho Colaborativo como estratégia de Formação Continuada de Professores.**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática.

Aprovada em 12 de dezembro de 2016

Banca Avaliadora

  
\_\_\_\_\_  
Profª. Dra. Larissa Pinca Sarro Gomes  
Orientadora – UESC/BA

  
\_\_\_\_\_  
Profª. Dra. Vera Lúcia Merlini  
Avaliador Interno – UESC/BA

  
\_\_\_\_\_  
Profª. Dra. Norma Suely Gomes Allevato  
Avaliadora Externa – Universidade Cruzeiro do Sul/SP

A minha querida esposa, *Adja* pela paciência e amor manifestado ao longo desse percurso trilhado.  
Aos meus filhos, *Arthur* e *Analu*, minhas alegrias e fonte de renovação nessa caminhada.

# AGRADECIMENTOS

---

A DEUS, fonte inesgotável de amor, por ter me proporcionado a vida e a honrosa oportunidade de conviver com o próximo nesta jornada.

À minha estimada esposa, ADJA, pelo carinho e entrega, apoiando-me, incentivando-me e sendo parceira em mais uma conquista.

Aos meus amados filhos, ARTHUR e ANALU, por terem me oportunizado ser um exemplo mesmo estando ausente, com risos e descontração. Por compreenderem minhas ausências e nos momentos propícios trazer questionamentos sobre os estudos, eventos e curiosidades no tocante a essa etapa de formação.

À minha família, na figura de meus pais, JAIME e ZÉU, que sempre me incentivou aos estudos e escolhas acertadas. Aos meus irmãos, WAGNER, RICARDO e JAIME NETO e suas famílias, por terem também me motivado, mostrando-me a importância de cada dia aprender mais.

À Professora Dra. LARISSA PINÇA SARRO GOMES, minha orientadora, que me concedeu a oportunidade de aprender dialogando, conduzindo-me ao desenvolvimento desta pesquisa de modo seguro, sereno e democrático.

Aos amigos de classe, MARIANA OLIVEIRA, JOALDO SANTOS, TAIANÁ PINHEIRO, JAQUELINE SANTANA, WASHINGTON CARNEIRO, JOSÉ DE AQUINO, MARIANA MENDONÇA, GRAZIELE FERREIRA e HÉLDER SILVA, pelo privilégio de juntos formarmos a turma 2015.1, que com muita amizade, companheirismo e cumplicidade convivemos esse período valorizando o estudo, mas principalmente importando-se uns com os outros.

À minha turma do coração, ANDRÉ CARLOS, DÉBORA LIMA, ÉRICA SILVEIRA, IGOR TEIXEIRA, EVANEILA FRANÇA, SHEILA MARQUES, LÂNIA ROBERTA e CÉSAR TEIXEIRA, que me acolheu como aluno especial, possibilitando momentos de alegria, de estudo e dedicação, sempre me incentivando ao ingresso no mestrado.

Aos demais mestrandos do PPGE – UESC, das turmas anteriores e posteriores à nossa, cada um de vocês foi muito importante na caminhada. Em especial, aos Professores Me. MÁRIO MARCOS e NERIVALDO HONORATO, por terem me encorajado ao ingresso no curso, estimulando e ajudando com discussão e leituras, de modo amigo.

A todos os professores e integrantes, membros do REPARE, pela aprendizagem, confiança e zelo por meio das contribuições com essa proposta de investigação e as demais pesquisas, caracterizando um espaço de socialização de saberes.

Aos Professores Dra. CÉLIA NUNES, DR. ROGÉRIO PIRES e DRA. LARISSA GOMES, pelos apontamentos apresentados no exame de qualificação, direcionando-me ao meu melhor.

As Professoras Dra. NORMA SUELY GOMES ALLEVATO e DRA. VERA LÚCIA MERLINI por terem aceitado o convite de integrar a banca examinadora, contribuindo de modo parceiro e amigo com este estudo.

À Coordenação, professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UESC: SANDRA MAGINA, VERA MERLINI, LARISSA GOMES, EURIVALDA SANTANA, AIDA VITA, VERÔNICA KATAOCA, AFONSO HENRIQUES, EDUARDO PALMEIRA, MARIA ELISABETE, ALEX ANDRADE, RACHEL DE OLIVEIRA, ROGÉRIO PIRES, ROGÉRIO SERÓDIO, IRENE CAZORLA e RAFAEL BERTOLDO, pela convivência, afeto, momentos de alegria, de trabalho e de reflexão.

Aos professores da Educação Básica que, por meio do seu envolvimento, participaram da pesquisa, tornando a escola um espaço de formação continuada. À direção pelo aceite, concedendo-nos a oportunidade de desenvolver os encontros formativos não para investigar o professor e o que acontece na sala de aula, mas para investigar com o professor, proporcionando-nos momentos valiosos de reflexão e de aprendizagem.

Aos meus alunos, com os quais já convivi na caminhada educacional, e àqueles que por certo ainda encontrarei nos espaços escolares; vocês são a motivação que nos move a sempre aprender.

# **RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES DO 1.º GRAU: o Trabalho Colaborativo como estratégia de Formação Continuada de Professores**

## **RESUMO**

Este estudo faz parte das discussões relacionadas à utilização da Resolução de Problemas, como metodologia para o ensino do conhecimento matemático. Por conseguinte, a presente dissertação teve como objetivo principal investigar as contribuições de um trabalho colaborativo com professores em formação continuada ao planejarem, experimentarem e refletirem sobre o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Sistema de Equações do 1.º grau através da Resolução de Problemas. Essa compreensão ocorreu a partir da análise de uma formação continuada, realizada no espaço escolar, cuja estratégia formativa foi o trabalho colaborativo. Participaram desse momento o pesquisador e sete professores de Matemática, dos anos finais do Ensino Fundamental, de uma escola municipal localizada na Bahia. Esta investigação trata-se de uma pesquisa participante de natureza qualitativa que visou modificar uma realidade. Com o uso de instrumentos de pesquisa (questionário e diário de campo) e métodos de recolha de dados (observação e registros verbais audiogravados), foram desenvolvidos sete encontros formativos: quatro deles voltados às discussões das dimensões da formação, dois direcionados ao planejamento dos problemas para serem trabalhados de acordo com as etapas da metodologia proposta por Allevato e Onuchic, e um encontro para a reflexão da experiência formativa vivenciada pelo grupo de professores. Os dados produzidos foram submetidos à análise e estruturados a partir de três categorias: (1) As contribuições para formação do professor quando planeja utilizar a Metodologia da Resolução de Problemas; (2) As intervenções realizadas pelo professor quando experimenta a Metodologia da Resolução de Problemas na sala de aula; e (3) As contribuições para reflexão do professor oportunizada pela utilização da Metodologia da Resolução de Problemas. Os resultados demonstraram que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas contribuiu para a formação continuada do professor quando planeja coletivamente por meio do trabalho colaborativo. A aplicação das atividades planejadas demonstrou que, diante da Metodologia, o professor tem autonomia na condução do ensino dos conteúdos matemáticos, revelada pelas intervenções que realizou em seu contexto de trabalho. Por fim, ficou evidenciado também que a experiência dos professores que estiveram envolvidos proporcionou revelar elementos de sua reflexividade em relação à postura docente e à desenvoltura do seu aluno, contribuindo para uma relação mais atuante na construção do conhecimento matemático.

**Palavras-chave:** Trabalho Colaborativo; Resolução de Problemas; Sistema de Equações; Formação Continuada de Professores.

# **RESOLUTION OF PROBLEMS AND THE TEACHING OF FIRST ORDER EQUATION SYSTEM: collaborative work as strategy of teachers' continuing education.**

## **ABSTRACT**

This paper is part of the discussions related to the use of resolution of problems as a methodology of mathematical education. Thus, this Masters dissertation aimed to investigate the contributions of a collaborative work with teachers in continuing education to plan, to experiment and to reflect about the teaching-learning-evaluation of the 1st order equation system through the resolution of problems. This understanding came from the analysis of a continuing education that happened at a school space, and the formative strategy applied was the collaborative work. In this moment participated the researcher and seven teachers of mathematics, of final years of elementary school, of a public school located in Bahia. This research is methodologically a participatory research of a qualitative nature aimed at modifying a reality. Using research tools (questionnaire and diary) and data collection methods (observation and verbal records), seven formative meetings were developed: four of them aimed to discuss the dimensions of the formative meetings, two aimed to plan problems to be used according to the steps of Allevalo and Onuchic's methodology, and a meeting for the reflection of the formative meetings experienced by the teachers group. The data produced were submitted to analysis and they were structured from three categories: (1) contributions to teacher training when he plans using the methodology of resolution of problems; (2) interventions needed when they experience the methodology in classroom; and (3) contributions to teacher's reflection resulted by their use. The results has shown that the teaching-learning-evaluation methodology for Mathematics through the resolution of problems contributed to the continuing education of the teacher when planning collectively by the collaborative work, and the implementation of planned activities revealed that, because of the methodology, the teacher has more autonomy in conducting the teaching of mathematical content, revealed by the interventions made in their work context. Finally, it was proven that the experience of teachers who have been involved with the formative experience provided elements of their reflectivity in relation to the teaching position and resourcefulness of their students, contributing to a more active relationship in the construction of mathematical knowledge.

Keywords: Collaborative work; Resolution of problems; Equation system; Continuing teacher training.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1	Escala de Proficiência em Matemática do 9º ano.....	25
Quadro 2	Produções do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP – Rio Claro, que dialogam com nossa pesquisa.....	53
Quadro 3	Diferentes concepções de álgebra, segundo Usiskin (1995).....	62
Quadro 4	Método tentativa e erro na solução das equações do sistema “a”	63
Quadro 5	Resolução dos sistemas de equações do 1º grau pelos métodos da substituição e adição.....	64
Quadro 6	Representação gráfica dos sistemas de equações do 1º grau.....	65
Quadro 7	Cronograma dos Encontros Formativos com o grupo de professores.....	86
Quadro 8	Questões norteadoras para o momento de reflexão ao final dos encontros formativos.....	89
Quadro 9	Distribuição das turmas entre os Professores e seu turno de trabalho.....	91
Quadro 10	Contribuições para o professor de planejar uma atividade, imerso num grupo colaborativo.....	116
Quadro 11	Para os professores, como os alunos reagiram inicialmente às atividades propostas.....	119
Quadro 12	Dificuldades na experimentação da Metodologia nas etapas “proposição do problema” e “leitura individual”.....	121
Quadro 13	Dificuldades na experimentação da Metodologia na etapa “resolução do problema”.....	124
Quadro 14	Dificuldade na experimentação da Metodologia na etapa da “plenária” e “busca do consenso”.....	126
Quadro 15	Dificuldade na experimentação da Metodologia na etapa da “formalização” e “proposição de novos problemas”.....	127
Quadro 16	Avaliação do professor em relação ao envolvimento do grupo por meio do trabalho colaborativo.....	131
Quadro 17	Diferença entre o que foi planejado e o que foi efetivamente realizado em sala de aula pelos alunos.....	132
Quadro 18	Avaliação do professor após a experimentação da Resolução de Problemas, como Metodologia para aprendizagem do conhecimento matemático.....	135
Quadro 19	Os momentos de discussões promovidos no grupo contribuíram para transformar a prática da sala de aula.....	138
Quadro 20	Opinião do professor em relação a algum aspecto que poderia ser mais bem trabalhado nessa formação continuada.....	140

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Diferentes interpretações da álgebra escolar e as funções das letras.....	20
Figura 2	Questão de Matemática IT_021185, da Prova Brasil – Saeb (9º ano).....	21
Figura 3	Estrutura da Saeb quanto às avaliações em larga escala.....	24
Figura 4	Abordagem em relação à Equação do 1º Grau com duas incógnitas.....	67
Figura 5	Abordagem do livro didático em relação a sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas.....	68
Figura 6	Problema do livro didático, resolvido pelo método tentativa e erro.....	69
Figura 7	Abordagem do livro didático sobre o método da substituição.....	70
Figura 8	Abordagem do livro didático para representação gráfica da solução de um sistema de equações do 1º grau.....	71
Figura 9	“Idade dos alunos” - problema proposto do planejamento.....	109
Figura 10	Proposta de resolução e formalização do problema “Idade dos alunos”.....	110
Figura 11	“Perímetro de um retângulo” - problema proposto do planejamento.....	111
Figura 12	Objetivo do problema “Perímetro de um retângulo”.....	111
Figura 13	Proposta de resolução e formalização do problema “Perímetro de um retângulo”.....	112
Figura 14	“Lanche de Pedrinho e Joãozinho” - problema proposto do planejamento.....	112
Figura 15	“Dimensões da quadra” - problema proposto do planejamento.....	113
Figura 16	“Quantidade de peixe” - problema proposto do planejamento.....	114
Figura 17	Proposta de resolução para o problema “Quantidade de peixe”...	115
Figura 18	Palavra apontada pelos professores que traduz o ganho que tiveram nessa formação continuada.....	136

## LISTA DE SIGLAS

<b>AC</b>	Atividade Complementar
<b>ANA</b>	Avaliação Nacional da Alfabetização
<b>Aneb</b>	Avaliação Nacional da Educação Básica
<b>Anresc</b>	Avaliação Nacional do Rendimento Escolar
<b>CEP</b>	Comitê de Ética e Pesquisa
<b>EJA</b>	Educação de Jovens e Adultos
<b>EM – Ação</b>	Ensino Médio em Ação
<b>GPEMAC</b>	Grupo de Pesquisa em Ensino e Aprendizagem da Matemática em Ambiente Computacional
<b>GPEMEC</b>	Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e em Ciências
<b>GTERP</b>	Grupo de Trabalho e Estudo da Resolução de Problemas
<b>INEP</b>	Instituto de Estudo e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
<b>LDB</b>	Lei de Diretrizes e Bases da Educação
<b>MEC</b>	Ministério da Educação e Cultura
<b>NCTM</b>	National Council of Teachers of Mathematics
<b>PCN</b>	Parâmetros Curriculares Nacionais
<b>PDE</b>	Plano de Desenvolvimento da Escola
<b>PGEM</b>	Pós-Graduação em Educação Matemática
<b>PPP</b>	Projeto Político Pedagógico
<b>REPARE</b>	Reflexão – Planejamento – Ação – Reflexão
<b>Saeb</b>	Sistema e Avaliação da Educação Básica
<b>SME</b>	Secretaria Municipal de Educação
<b>UESC</b>	Universidade Estadual de Santa Cruz
<b>UNEB</b>	Universidade do Estado da Bahia
<b>UNESP</b>	Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>14</b>
<b>(i) Minha trajetória .....</b>	<b>15</b>
<b>(ii) Delineando o objeto de estudo .....</b>	<b>19</b>
<b>(iii) Situando nossa questão de pesquisa e os objetivos .....</b>	<b>23</b>
<b>(iv) Organização do nosso trabalho .....</b>	<b>28</b>
<b>CAPÍTULO 1: DIMENSÕES QUE FUNDAMENTAM A INVESTIGAÇÃO .....</b>	<b>30</b>
<b>1.1 Formação de professores de Matemática por meio do trabalho colaborativo .....</b>	<b>31</b>
1.1.1 Formação continuada de professores de Matemática.....	32
1.1.2 O trabalho colaborativo como estratégia formativa .....	33
1.1.3 O professor reflexivo: atitude que produz saberes .....	37
<b>1.2 Resolução de Problemas .....</b>	<b>40</b>
1.2.1 O que vem a ser um problema matemático? .....	41
1.2.2 O trilhar da Resolução de Problemas .....	42
1.2.3 Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas .....	48
<b>1.3 O ensino de Álgebra.....</b>	<b>57</b>
1.3.1 O ensino e o pensamento algébrico .....	58
1.3.2 Sistema de equações do 1.º grau .....	62
1.3.3 Sistema de Equações do 1.º grau: sua abordagem no livro didático .....	66
<b>CAPÍTULO 2: PERCURSO METODOLÓGICO .....</b>	<b>74</b>
<b>2.1 Pesquisa Qualitativa e Participante .....</b>	<b>74</b>
<b>2.2 Instrumentos e métodos para produção e coleta dos dados .....</b>	<b>76</b>
2.2.1 Questionários .....	77
2.2.2 Diário de campo.....	78
2.2.3 Observação .....	78
2.2.4 Registros verbais audiogravados.....	79
<b>2.3 Procedimentos para coleta de dados.....</b>	<b>81</b>
2.3.1 Descrevendo o campo de pesquisa: a escola.....	81
2.3.2 O aceite da direção e dos professores.....	83
2.3.3 Aplicação dos instrumentos: os encontros formativos.....	85
2.3.4 Sujeitos de pesquisa: o grupo de professores que ensinam Matemática ..	90
<b>2.4 Sistematização dos dados obtidos .....</b>	<b>93</b>
2.4.1 Processo de Categorização .....	94

<b>CAPÍTULO 3:ANÁLISE DOS DADOS.....</b>	<b>96</b>
<b>3.1 As contribuições para formação dos professores quando planeja utilizar a Metodologia da Resolução de Problemas .....</b>	<b>97</b>
3.1.1 Problemas planejados pelo grupo de professores .....	107
3.1.1.1 Idades dos alunos.....	109
3.1.1.2 Perímetro de um retângulo .....	110
3.1.1.3 Lanche de Pedrinho e Joãozinho.....	112
3.1.1.4 Dimensões da quadra.....	113
3.1.1.5 Quantidade de peixes .....	114
<b>3.2 As intervenções realizadas pelo professor quando experimenta a Metodologia de Resolução de Problemas .....</b>	<b>118</b>
<b>3.3 As contribuições para reflexão do professor oportunizadas pela utilização da Metodologia da Resolução de Problemas .....</b>	<b>129</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>142</b>
Nosso caminhar.....	142
Síntese dos resultados analisados .....	143
Respondendo nossa questão de pesquisa .....	146
Direções para outras pesquisas.....	149
Transpondo os limites da pesquisa .....	151
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>153</b>
<b>APÊNDICES.....</b>	<b>158</b>
<b>APÊNDICE A - CARTA DE ANUÊNCIA.....</b>	<b>158</b>
<b>APÊNDICE B - DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE.....</b>	<b>159</b>
<b>APÊNDICE C - TERMO DE COMPROMISSO DE USO DE DADOS .....</b>	<b>160</b>
<b>APÊNDICE D - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO .....</b>	<b>161</b>
<b>APÊNDICE E - AUTORIZAÇÃO PARA USO DE IMAGEM E ÁUDIO .....</b>	<b>162</b>
<b>APÊNDICE F - QUESTIONÁRIO A (PERFIL DO PROFESSOR).....</b>	<b>163</b>
<b>APÊNDICE G - QUESTIONÁRIO B (PLANEJAMENTO DOS PROBLEMAS) ..</b>	<b>164</b>
<b>APÊNDICE H - QUESTIONÁRIO C (RELATO DA EXPERIMENTAÇÃO).....</b>	<b>165</b>
<b>APÊNDICE I - QUESTIONÁRIO D (REFLEXÃO) .....</b>	<b>166</b>

## INTRODUÇÃO

---

Apresentamos os aspectos iniciais que contribuíram para a realização desta proposta investigativa, evidenciando as motivações de nossa caminhada. Desse modo, estruturamos em seções os elementos dessa trajetória, situando como chegamos às dimensões deste trabalho.

Inicialmente, mostramos como aconteceu nossa constituição como professor de Matemática. Assumimos a sala de aula sem a formação inicial, o que nos direcionou a conhecer aspectos mais específicos desse campo do saber. As vivências desse percurso contribuíram como elementos motivadores para prosseguir na busca da formação para docência.

Em virtude de muitas experiências, algumas inquietações nos aguçaram a curiosidade para conhecer a especificidade do ensinar e do aprender Matemática. Foi nesse contexto que direcionamos esta pesquisa para o campo algébrico e chegamos ao nosso objeto matemático. Logo depois, apontamos o nosso objeto de estudo, situando sobre a importância de compreender o seu ensino. Nessa direção, vislumbramos as possibilidades de potencializar ações para a percepção da Álgebra como ferramenta para resolver problemas.

Em seguida, estabelecemos a questão que norteia nosso trabalho, bem como os seus objetivos construídos na busca de perceber as contribuições para a formação no tocante ao ensino. Validamos nossa preocupação com o que apontam as diretrizes das avaliações externas relativamente ao conhecimento algébrico. Muitas variáveis influenciam esses resultados e um deles é o ensino, o que nos direciona à formação continuada, aguçando a percepção para o trabalho do professor.

Construímos essas discussões, reportando-nos aos estudos de outros pesquisadores, e avaliamos a importância de apresentar essas contribuições diluídas nessa abordagem inicial. Por fim, apresentamos a organização desta dissertação para a compreensão das ações e percursos trilhados. A busca por investigar o ensino de um conhecimento algébrico, utilizando a Metodologia da Resolução de Problemas, pode ser uma perspectiva viável de formação continuada para os professores de Matemática.

### **(i) Minha trajetória**

A motivação relacionada à formação de professores decorre de minha experiência como professor de Matemática. A convocação para assumir a sala de aula foi anterior à formação específica para o ensino de Matemática, e essa vivência possibilitou uma busca pelo aprimoramento do fazer pedagógico. A iniciação na docência sem os conhecimentos específicos limitava minha atuação no ensino. No entanto, o interesse pelo desenvolvimento profissional me constituiu como professor do Ensino Básico na rede de ensino público da Bahia.

Cursando o ensino superior em Ciências Econômicas na Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), recebi o convite para lecionar. Nesse momento, fui escolhido pela Matemática, pois teria feito opção por trabalhar com outra disciplina. Em virtude da Unidade de Ensino apresentar carência na área do ensino da Matemática, aceitei o desafio proposto pela gestora escolar e fui direcionado para o espaço da aprendizagem, a sala de aula.

Concluí o Curso de Bacharel em Ciências Econômicas, porém atuava como professor de Matemática na Educação Básica, o que me motivava a buscar a formação específica. Nas reuniões pedagógicas de que participava nas escolas onde trabalhava era comum presenciar comentários desagradáveis a respeito dos professores que não tinham o Curso de Magistério ou não eram Licenciados. Faziam referência como aqueles que “faziam bico em Educação, estavam ali pelo dinheiro, não eram professores e não tinham compromisso”, o que me causava incômodo por desenvolver o trabalho docente com seriedade e compromisso.

Outra questão era o contexto da sala de aula; o ensino do conteúdo matemático demonstrava que essa tarefa não era simples. A aprendizagem do conteúdo pelo aluno, as metodologias experimentadas, as avaliações, entre outras ações da prática docente, foram se colocando como um desafio, gerando a motivação para fazer o curso de Licenciatura em Matemática.

As atividades desenvolvidas em torno do conhecimento matemático, bem como os desafios diários, me fizeram perceber que novos caminhos precisariam ser traçados. Conquistar a formação específica, em Matemática, poderia constituir uma trajetória em busca do aperfeiçoamento da docência. Articular o conhecimento específico com metodologias e práticas inovadoras era uma oportunidade de aprimorar a relação entre a aprendizagem e o ensino.

As muitas experiências dos cursos de formação ao longo da carreira docente foram importantes para conhecer possibilidades de se trabalhar o conhecimento matemático. Um desses cursos, o Programa Ensino Médio em Ação (EM – Ação), ofertado pela Rede Estadual da Bahia em 2013, oportunizou-me o primeiro contato com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Percebi que se tratava de uma Metodologia que proporcionava vislumbrar o ensino da Matemática sob outra perspectiva.

Em 2014, como aluno especial do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da UESC, tive a oportunidade de compreender melhor os conceitos sobre essa Metodologia ao participar do V Ciclo de Palestra do GPEMAC e GPEMEC. Nessa oportunidade, a Professora Dra. Célia Barros Nunes da UNEB/Teixeira de Freitas apresentou uma palestra intitulada: Reflexões sobre o uso de padrões e resolução de problemas no ensino-aprendizagem da Matemática.

Também participei, nesse mesmo ciclo, de outra palestra ministrada pelas Professoras Dra. Lourdes Onuchic e Dra. Norma Allevato: Resolução de Problemas: por que o ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através dela? Essas experiências contribuíram para a compreensão de que a Resolução de Problema se constituía como uma alternativa para o ensino da Matemática com mais significado para o aluno, promovendo, inclusive, o seu protagonismo.

Desconhecer essa Metodologia foi uma lacuna, uma vez que, em nossa formação, não conhecemos essa perspectiva para o ensino. Nesse sentido, Onuchic e Morais (2013) apresentam parte de um estudo de caso realizado em um curso de Licenciatura. O professor formador questionava aos estudantes como a Matemática poderia ser explorada no problema dado ou pesquisado e sobre outros casos que teriam passado despercebidos aos estudantes.

Nesse estudo, os estudantes envolveram-se com Tendências Pedagógicas no ensino de Matemática e, entre elas, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas foi escolhida para um estudo prático nos dois semestres subsequentes. Trabalharam com a Metodologia elaborando um plano de aula, aplicado aos seus colegas de sala.

Onuchic e Morais (2013) concluem afirmando que a metodologia possibilitou ao futuro professor estabelecer a relação entre conceitos matemáticos abordados nos diferentes níveis de ensino. Essas autoras esperavam que o aprendizado adquirido viesse a ser incorporado como possibilidade de trabalho na prática.

Minha busca formativa me direcionou a ser ouvinte da disciplina Perspectivas de Formação de Professores, do Mestrado em Educação Matemática. Conheci concepções teóricas sobre formação do professor e me interessou o processo formativo por meio do trabalho colaborativo, uma vez que o crescimento profissional pode ser consolidado pelas relações estabelecidas em um determinado grupo quando refletem, discutem e agem sobre os aspectos ligados à prática educativa.

Essas vivências geraram expectativas de melhorias na ação docente, pois poderiam contribuir para uma nova dinâmica nas aulas, principalmente nos conteúdos mais abstratos a serem ensinados aos alunos. Afinal, somos sempre questionados sobre o sentido de alguns conteúdos trabalhados e a sua utilização prática na vida cotidiana. Percebemos que o trabalho colaborativo direcionado à formação dos professores adotando a Resolução Problemas poderia promover novas ações à prática docente, auxiliando no processo de ensino e aprendizagem.

Essa vontade de experimentar uma nova dinâmica para o trabalho docente nos motivou a buscar pressupostos teóricos e práticos. Articular a experiência dos professores com os conhecimentos formalizados pelas teorias consiste na possibilidade de ressignificar o trabalho na sala de aula. Por meio do trabalho com os demais colegas, o espaço escolar constitui também um lugar de aprendizagem direcionado ao desenvolvimento docente.

Em algumas circunstâncias, o professor por inúmeros motivos não tem oportunidade de conhecer alternativas relacionadas ao ensino de sua área de conhecimento. Desse modo, o que ocorre é a cristalização de práticas docentes nos espaços da aprendizagem pela falta de ações que podem oportunizar o contato com novas abordagens. Afinal, a formação não está fechada para uma nova possibilidade, mas o desconhecimento dela pode levar ao comodismo. O sentido não é encontrar a fórmula que soluciona os problemas, mas apontar caminhos para melhoria do ensino de Matemática.

Nacarato et al. (2013) buscaram trazer a constituição, a caracterização e as expectativas em relação ao grupo de trabalho que desenvolve ações na coletividade. Por meio dos encontros constituídos de momentos de leituras e discussões de textos e realização de práticas, procuraram trazer os elementos que propuseram investigar. Essas autoras apresentam os elementos essenciais para constituição de um grupo de trabalho colaborativo com os seguintes aspectos: (i) compartilhamento de saberes durante as atividades práticas; (ii) tempo de preparação da aula e

amadurecimento de ideias; (iii) momento de análise, apresentação e discussão da aula; (iv) possibilidade de reflexão sobre a própria prática e avaliação do processo vivenciado. Identificaram nessa vivência as dimensões colaborativas caracterizadas pelas dinâmicas desenvolvidas pelos participantes no desenvolvimento das atividades do grupo.

Nacarato et al. (2013) acreditam que, quando os “professores trabalham juntos”, as possibilidades reflexivas se ampliam na perspectiva de melhoramento da ação docente. Enfatizam a prática do registro das atividades, tornando-se significativa para os participantes na apropriação da metodologia na aplicação das aulas caracterizando uma das aprendizagens dos professores.

Nesse sentido, essas vivências aguçam o olhar sobre o ensino, demonstrando que, juntos, os professores podem articular ações que melhorem o trabalho desenvolvido. Essa atitude poderia implicar na aprendizagem, uma vez que existem discursos que ecoam enfatizando que, “se não houve aprendizado, é porque também não houve ensino”. Momentos como esse nos levaram à reflexão de que a ação docente apresenta uma relação direta com a aprendizagem.

Apuramos ao longo da nossa experiência que algumas dificuldades vivenciadas pelos alunos estavam no campo algébrico. Trazer algumas considerações sobre essa questão seria interessante para compreender melhor essa deficiência. Entendemos que a falta de significado, a forma como se tem apresentado esse conteúdo ou algum outro fator, compromete esse aprendizado. Nesse sentido, debruçar sobre as orientações para o ensino nesse campo pode trazer direcionamentos para aprimorar as aulas.

Ribeiro (2015) evidencia esses aspectos quando recorre a documentos, exames e produções que abordam a Álgebra. Cita as orientações do Guia do Livro Didático, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, as avaliações desenvolvidas pelo Sistema e Avaliação da Educação Básica (Saeb), evidenciando o que dizem esses documentos a respeito da importância relativa ao ensino e aprendizagem dos conhecimentos algébricos.

No tocante às competências sobre Álgebra, que na vida acadêmica os estudantes deveriam dominar, Ribeiro (2015) apresenta os dados do Instituto de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Apontamentos que denotam a importância de perceber o seu ensino, uma vez que não tem se efetivado de modo satisfatório, como demonstram as macroavaliações.

(1) identificar um sistema de equações do 1.º grau que expressa um problema; (2) resolver equações do 1.º grau com uma incógnita; (3) resolver problemas que envolvam equação do 2.º grau; (4) identificar a relação entre as representações algébricas e geométricas de um sistema de equação do 1.º grau; (5) identificar, em um gráfico de função, o comportamento do crescimento/decrescimento; (6) identificar o gráfico de uma reta dada sua equação; dentre outras (RIBEIRO, 2015, p. 58).

Portanto, surge o interesse de realizar um trabalho direcionado à formação continuada de professores, contemplando os aspectos do trabalho colaborativo, cujo foco seja um conteúdo algébrico. O ingresso no Mestrado em Educação Matemática na Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC – BA) possibilitou investigar essa inquietação que trouxemos da vivência no espaço escolar. Com o decorrer dos estudos nas aulas do Programa e em conversas com a professora orientadora, reunimos as reflexões sobre este trabalho utilizando a Resolução de Problemas como alternativa de melhorias na prática docente.

Em seguida, apresentamos aspectos relacionados à problemática desse estudo, enfatizando como o sistema de equações do 1.º grau se consolidou como objeto matemático dessa investigação.

## **(ii) Delineando o objeto de estudo**

As abordagens em que estruturamos esta pesquisa são constituídas de temáticas trabalhadas pela Educação Matemática, principalmente em programas de pós-graduação. Uma amostra dessa produtividade, segundo Onuchic e Allevato (2012), é o Grupo de Trabalho e Estudo sobre Resolução de Problemas (GTERP, da UNESP – Rio Claro), que propõe ações didáticas para a sala de aula. Alguns participantes desse grupo, como Boero (1999), Pironel (2002), Azevedo (2002), Bolzan (2003), Paulette (2003), Pereira (2004), Allevato (2005) e Huanca (2006), são exemplos de pesquisadores que realizam investigações voltadas para Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) indicam a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade matemática. Ressaltam que essa diretriz foi ponto de convergência entre os diferentes países que participaram da reforma do ensino da Matemática. Logo, o documento referenda a Resolução de Problemas como eixo norteador para o ensino dos conhecimentos matemáticos.

Esses aspectos foram apontados pelos PCN (BRASIL, 1998) desde a publicação do documento no Brasil, e o que percebemos é o desconhecimento por profissionais da educação sobre esse direcionamento. Nossa vivência, em que atuamos como professor de Matemática, não foi apoiada por essa diretriz, uma vez que a leitura, a discussão e a socialização dos PCN não eram prática comum.

Quanto ao quadro atual do ensino de Matemática no Brasil, o documento faz uma abordagem sobre os professores e sua formação. Relata a existência desses profissionais que individualmente ou em pequenos grupos buscam novos conhecimentos. Enfatiza que esse movimento acontece pelo exercício reflexivo, direcionado a uma prática pedagógica eficiente para o ensino da Matemática.

Nesta dissertação, temos como foco principal a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas na concepção de Allevato e Onuchic (2014). Utilizamos essa Metodologia quando nos voltamos para o ensino de um objeto matemático no campo algébrico, o sistema de equações do 1.º Grau.

No que tange ao ensino de Álgebra, os PCN (BRASIL, 1998) enfatizam ser mais proveitoso oportunizar situações que direcionem os educandos a construir noções algébricas pela visualização de regularidades, do que trabalhar as manipulações dos cálculos mediante expressões e equações. Asseguram que as dimensões da Álgebra, demonstrada na Figura 1, precisam ser conhecidas entre os educadores matemáticos, pois o seu desconhecimento promove ações pontuais no ensino, atrofiando a construção de todo o conhecimento algébrico do aluno.

**Figura 1-** Diferentes interpretações da Álgebra escolar e as funções das letras



Fonte: PCN (BRASIL, 1998)

Os PCN (BRASIL, 1998) apontam reflexões a respeito de como o professor tem trabalhado de forma equivocada. Os professores deslocam para o Ensino Fundamental conceitos que deveriam ser ensinados no Ensino Médio, caracterizando a falta de clareza do papel da Álgebra no currículo.

Nas avaliações da Secretaria de Avaliação do Ensino Básico (Saeb), por exemplo, os PCN (BRASIL, 1998) relatam que nos itens referentes à Álgebra raramente os alunos atingem um índice de acerto de 40% em muitas regiões do Brasil. Essa informação significa que os conhecimentos algébricos precisam ser mais bem trabalhados. É um dado que, se mal interpretado pelo professor, leva ao desenvolvimento de atividades que valorizam a repetição mecânica, prejudicando a percepção do aluno na relação Álgebra e outros temas da própria Matemática.

Os PCN (BRASIL, 1998) exemplificam e asseguram que propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas, e identificar suas estruturas, colabora significativamente para a construção da linguagem algébrica. Esse tipo de abordagem favorece a construção da ideia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades, concepção pouco adotada no ensino.

Na avaliação de 2013 da Saeb, os alunos do 9.º ano, por exemplo, foram submetidos a questões em que deveriam mobilizar os conhecimentos algébricos. Tomamos essa questão como exemplo, conforme a Figura 2, para mostrar que o aluno poderia fazer conjecturas por meio do enunciado, observar a linguagem utilizada e chegar à solução sem precisar desenvolver cálculo algum.

**Figura 2** - Questão de Matemática IT\_021185, da Prova Brasil – Saeb (9.º ano)

---

000 IT\_022008

João e Pedro foram a um restaurante almoçar e a conta deles foi de R\$ 28,00. A conta de Pedro foi o triplo do valor de seu amigo.

O sistema de equações do 1º grau que melhor traduz o problema é

- |   |   |
|---|---|
| (A) $\begin{cases} x + y = 28 \\ x - y = 7 \end{cases}$ | (C) $\begin{cases} x + y = 28 \\ x = 3y \end{cases}$    |
| (B) $\begin{cases} x + 3y = 28 \\ x = y \end{cases}$    | (D) $\begin{cases} x + y = 28 \\ x = y + 3 \end{cases}$ |

Fonte: [http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/prova\\_brasil\\_saeb/downloads/9ano](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/downloads/9ano)

Recorrendo à Álgebra como ferramenta, o aluno poderia traduzir essa situação do cotidiano para a linguagem matemática. Atribuindo, por exemplo, as incógnitas para expressar João ( $y$ ) e Pedro ( $x$ ), construindo as equações que representam as afirmações. O enunciado pede que se indique o sistema que melhor traduz o problema, e na maioria das vezes o aluno não domina essa articulação, o que dificulta chegar à solução dos desafios que a Matemática lhe oportuniza.

Ribeiro (2015) também apresentou essa mesma questão para demonstrar como a prova Saeb avalia os descritores,<sup>1</sup> que nessa situação buscou evidenciar o D34 (Identificar um sistema de equação do primeiro grau que expresse um problema). Esse autor ainda afirma que o enunciado favorece encontrar uma equação interpretada a partir do problema, levando o aluno a construir essa escrita algébrica do problema que lhe foi proposto.

Tomamos como exemplo o que acontece com a aprendizagem, na tentativa de perceber o quanto o ensino é fundamental nesse processo. Vários fatores interferem nos conhecimentos assimilados pelos alunos, e nesta investigação discutimos a respeito de um deles, que é o ensino. Assim sendo, ampliamos a discussão da utilização da Metodologia da Resolução de Problemas para o ensino de Álgebra.

Ponte e Branco (2013) descrevem uma experiência de formação inicial orientada para o desenvolvimento do pensamento algébrico de educadores de infância e de futuros professores, realizada numa disciplina da licenciatura. Recorreram a estudos de caso de três formandas, apresentando o modo como resolviam tarefas de Álgebra, envolvendo sequências pictóricas antes, durante e depois da experiência.

As situações de ensino-aprendizagem que a experiência de formação proporciona, na visão de Ponte e Branco (2013), possibilitam: (i) analisar estratégias usadas por alunos; (ii) observar, explorar e relacionar diferentes representações; (iii) compreender que conhecimento os alunos revelam; (iv) identificar eventuais dificuldades dos alunos; e (v) refletir sobre hipóteses de trabalho com os alunos. Participaram dessa investigação os 20 formandos que frequentaram a formação, sendo o percurso de três deles (Alice, Beatriz e Diana) acompanhado de modo particular.

---

<sup>1</sup> Descritores são elementos que descrevem habilidades que serão observadas nos itens das avaliações da Saeb.

Esses autores identificaram a contribuição dessa experiência para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos participantes e do seu conhecimento sobre o ensino da Álgebra. Visando um balanço global da experiência, descreveram os episódios relevantes do ponto de vista formativo ocorridos durante as aulas, gerando dados para análise.

O estudo apresentou evidências de que o trabalho desenvolvido promove a compreensão de diferentes maneiras de obter generalizações, quando apoiados na identificação de regularidades. Ponte e Branco (2013) chegaram à conclusão de que o modo de trabalho exploratório, tendo por base situações matemáticas e reais da sala de aula, com produções escritas e registros em vídeo, e as reflexões e discussões proporcionadas, contribuiu para promover um efetivo desenvolvimento do conhecimento didático.

Logo, entendemos que experiências de formação continuada com professores favorecem o seu desenvolvimento profissional. Nesta investigação, o objeto matemático que trabalhamos poderia trazer reflexões para a formação. Ampliarmos a lente para o sistema de equações do 1.º grau, articulados com a Metodologia da Resolução de Problemas, poderia fomentar conhecimentos para o melhoramento da prática docente através do trabalho colaborativo.

Apontamos em seguida os aspectos que levaram à nossa questão e aos objetivos desta investigação. Utilizamos dados que demonstram a importância de pesquisar nessa direção, consolidando os passos para sua realização.

### **(iii) Situando nossa questão de pesquisa e os objetivos**

Direcionados por essa vontade de ampliarmos as possibilidades a respeito da formação dos professores, refletimos sobre a defasagem da aprendizagem dos conhecimentos matemáticos pelos alunos. Na maioria das avaliações sempre somos mal posicionados e a qualidade do ensino e sua estrutura são questionadas. Entre as muitas variáveis que contribuem para esses resultados, focamos no ensino.

No Brasil, a fragilidade do que acontece no processo escolar é evidenciado pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), que tem como objetivo avaliar a Educação Básica e contribuir para a melhoria da qualidade. No entanto, seus resultados têm demonstrado a necessidade de ações que promovam um aperfeiçoamento do ensino e da aprendizagem.

Os índices resultantes dessa avaliação têm proporcionado discussões sobre as competências matemáticas que as instituições de ensino têm consolidado aos seus alunos. O reflexo dessas avaliações coloca à prova o trabalho desenvolvido pelo professor, que em muitos casos é desafiado por uma série de variáveis que comprometem o trabalho docente, sendo um deles a própria formação.

Como demonstra a Figura 3, essa avaliação se desdobra nos níveis e modalidades do ensino: *Aneb* avalia a qualidade, equidade e eficiência da educação brasileira; *Anresc*, chamada de “Prova Brasil”, avalia os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental; e *ANA* avalia os alunos do 3.º ano do Ensino Fundamental e tem o objetivo de analisar os níveis de alfabetização e o letramento em Língua Portuguesa, alfabetização Matemática e a oferta do Ciclo de Alfabetização.

**Figura 3** - Estrutura da Saeb quanto às avaliações em larga escala



Fonte: <http://portal.inep.gov.br/web/saeb/aneb-e-anresc>

Entre essas avaliações, o olhar para a Prova Brasil possibilitou a análise dos dados referentes ao ensino de Álgebra. A forma como essa avaliação se estrutura nos direcionou a conhecer de modo mais específico as diretrizes postas, fundamentando nossa preocupação em torno do objeto matemático desta investigação. Perceber o que os documentos oficiais sinalizam quanto ao ensino algébrico conduz as ações para atingir o nosso objetivo.

Observando a Escala de Proficiência de Matemática ao final do 9.º ano, percebemos que ela contém as diretrizes para serem desenvolvidas pelos estudantes no Ensino Fundamental. Essa escala estrutura-se em níveis, que variam do 1 ao 9, subdividido por pontos, que traduzem as prováveis habilidades desenvolvidas pelos os alunos após certo período de estudo. Apontamos no Quadro 1 a organização de acordo com os eixos que estruturam os conteúdos matemáticos, restringindo-se aos níveis que se referem à Álgebra.

**Quadro 1 - Escala de Proficiência em Matemática do 9.º ano**

<b>MATEMÁTICA – 9.º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL</b>	
<b>Nível</b>	<b>Descrição do nível – O estudante provavelmente é capaz de:</b>
<b>4</b> 275 – 300	Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 1.º grau envolvendo números naturais, em situação-problema.
<b>5</b> 300 – 325	Associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de equações do 1.º grau ou sistemas lineares.
<b>6</b> 325 – 350	Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica que contenha parênteses, envolvendo números naturais.
<b>7</b> 350 – 375	Associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de inequações do 1.º grau.
<b>8</b> 375 – 400	Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica do 1.º grau, com coeficientes racionais, representados na forma decimal.
<b>9</b> 400 – 425	Reconhecer a expressão algébrica que expressa uma regularidade existente em uma sequência de números ou de figuras geométricas.

**Fonte:**

[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/prova\\_brasil\\_saeb/escala/escala\\_proficiencia/2013/escalas\\_ensino\\_fundamental\\_2013.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/escala/escala_proficiencia/2013/escalas_ensino_fundamental_2013.pdf)

Portanto, torna-se perceptível a relação entre a atividade desenvolvida pelo professor e o resultado do desempenho de seu aluno. Não foi a pauta central de nossa pesquisa; no entanto, perpassa por essa reflexão. Como parte desse processo, é necessário promover ações que contribuam para apresentar novos caminhos para a melhoria do contexto atual. Por isso, o presente apontamento relaciona-se ao papel desenvolvido pelo professor que, além de sua formação, tem buscado redimensionar o seu fazer, diante das transformações atuais.

Em algumas circunstâncias, o professor de Matemática, ao se sentir desafiado, busca agregar elementos à sua formação participando de atividades que contribuam para o seu aperfeiçoamento. A Resolução de Problemas poderia ser uma alternativa metodológica para trazer melhor significado às aulas, pois, com sua utilização, o professor deixa de ser o centro do processo. O que vem sendo reproduzido poderia ser modificado, trazendo novos desafios à construção dos conhecimentos matemáticos para alunos e professores.

Durante a trajetória, como professor de Matemática, a experiência proporcionou-me vivenciar as dificuldades dos alunos na aprendizagem. De maneira análoga, conhecer as vivências dos colegas poderá contribuir para sanar as dificuldades encontradas. Dessarte, por meio do trabalho colaborativo, podem ser firmados no espaço escolar o diálogo e a interação entre os profissionais de ensino, com o objetivo de refletir sobre a ação educativa não apenas para diagnosticá-la, mas na perspectiva de atuar sobre ela para melhorá-la.

Ibiapina (2008) assegura que a prática docente por meio de processos colaborativos é possível, e para isso devem-se criar condições para configurar a singularidade de ser professor. Desse modo, tornam-se responsáveis e conscientes não somente pela atividade docente, mas também pela transformação da realidade em que se encontra inserido. Por meio de sua reflexão, o professor poderá sentir-se estimulado diante dos desafios, buscando direções para um novo fazer.

Existem contextos em que o professor de Matemática dissocia a efetivação da aprendizagem da desenvoltura de seu trabalho e não questiona nem reflete sobre a própria prática. As aulas expositivas e a repetição mecânica dos cálculos não dão conta de um aprendizado com significado. Portanto, por considerar que o ensino matemático não está acabado, cabe aos professores a adoção de ações que produzam entusiasmo e satisfação.

Em face dessas circunstâncias, compreender a correlação entre a aprendizagem e o ensino e sua complexidade diz respeito à formação dos professores, que em muitas situações têm seu trabalho atrelado aos resultados finais. Por conseguinte, pensar em utilizar a Metodologia da Resolução de Problemas para o ensino de sistema de equações do 1.º grau, entre os professores que ensinam Matemática, pode constituir-se em um exercício dinâmico e desafiador.

Diante do exposto, foi elaborada a seguinte questão de *pesquisa*: ***Quais as contribuições de um trabalho colaborativo com professores em formação continuada ao planejarem, experimentarem e refletirem sobre o Ensino-Aprendizagem-Avaliação do Sistema de Equações do 1.º grau através da Resolução de Problemas?***

As dificuldades no ensino da Matemática podem estar ligadas à forma como se desenvolve o trabalho com os alunos. Um possível trabalho focado na reflexão do “fazer” por meio do trabalho colaborativo, utilizando-se a Metodologia da Resolução de Problemas, poderá oportunizar ao professor ressignificar sua ação pedagógica, quando ensina os conhecimentos algébricos. Nesse contexto, a nossa hipótese é que dinamizando uma nova sistemática entre o professor, o aluno e o saber matemático, acreditamos que pode trazer relevantes contribuições para o ensino,

Van de Walle (2009) aponta que o professor pode proporcionar um ambiente ao aluno para que possa “fazer Matemática”. Nesse sentido, enfatiza que alunos comprometidos com as atividades propostas, deixam a passividade e pensam ativamente nas ideias que mobilizam. Sobre o que considera fundamental menciona:

- Os estudantes devem diariamente aprender por experiência própria que a matemática faz sentido;
- Os estudantes devem vir a acreditar que eles são capazes de dar significado à matemática;
- Os professores devem deixar de ensinar simplesmente expondo e começar a deixar os estudantes atribuir significado à matemática que eles estão aprendendo;
- E, para isto, os professores devem acreditar em seus estudantes – em todos eles! (VAN DE WALLE, 2009, p. 33).

Articulados com a compreensão de que esse ambiente, apontado por Van de Walle (2009), pode ser proporcionado pelo professor, construímos o objetivo desta pesquisa: ***Investigar as contribuições de um trabalho colaborativo com professores em formação continuada ao planejarem, experimentarem e refletirem sobre o Ensino-Aprendizagem-Avaliação do Sistema de Equações do 1.º grau através da Resolução de Problemas.***

Para atender ao objetivo geral, construímos os objetivos específicos para compreensão dessa experiência: O primeiro deles foi **perceber as contribuições para a formação do professor quando planeja utilizar a Metodologia da Resolução de Problemas**,<sup>2</sup> uma vez que o professor imerso no trabalho colaborativo, com interesses em comum, adquire elementos que possibilitam planejar ações para o ensino, agregando novas dinâmicas à sua formação.

Outra questão de interesse foi **analisar a intervenção realizada pelo professor quando experimenta a Metodologia da Resolução de Problemas**. O uso da Metodologia poderia apresentar diferentes escolhas, mediante o contexto diverso em que os professores desenvolvem o trabalho docente.

Por fim, que essa experiência permita **conhecer as contribuições para a reflexão do professor oportunizada pela utilização da Metodologia da Resolução de Problemas**. Buscamos as respostas que forneçam informações que atendam ao questionamento central que propomos nesta investigação.

Cada professor participante, ao experimentar a Metodologia da Resolução de Problemas para o ensino de sistema de equações do 1.º grau, poderá partilhar aspectos dessa vivência. Com essas ações, buscamos atender o nosso objetivo geral, percebendo as contribuições do planejamento, da experimentação e da reflexão no tocante à Metodologia da Resolução de Problemas

---

<sup>2</sup> Utilizamos a expressão Metodologia da Resolução de Problemas, como sinônimo da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em partes do texto para abreviar à escrita e como fizeram Allevato e Onuchic (2014) a fim de evitar repetições.

A partir disso, vemos a possibilidade de os professores, por meio do trabalho colaborativo, agregarem à sua formação elementos que fomentem novas direções para o ensino de Álgebra. A utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode se constituir como alternativa para o ensino, tornando-se uma prática constante em suas aulas.

A seguir, apresentamos como foi organizada a escrita desta dissertação, proporcionando o entendimento das ações demandadas. Evidenciamos essa estrutura, demonstrando a importância da pesquisa nessa direção.

#### **(iv) Organização do nosso trabalho**

Sobre a estrutura em que está organizada a dissertação, apresentamos a descrição das ações direcionadas ao seu desenvolvimento, bem como os seus resultados organizados em três capítulos. Agregados a essa estrutura têm os elementos referentes à introdução, considerações finais, referências e apêndices.

Na *Introdução*, relatamos nossa trajetória como professor de Matemática até chegar ao Mestrado. Em virtude disso, situamos nosso objeto de estudo que é o sistema de equações do 1.º grau, o contato com a Metodologia da Resolução de Problemas e o trabalho colaborativo. Por conseguinte, elucidamos nossa questão de pesquisa e seus objetivos. Recorremos também a pesquisadores com experiências próximas ao de nossa investigação, demonstrando sua importância e finalizamos apresentando sua estrutura.

No *Capítulo 1*, o qual define as dimensões que fundamentam nossa investigação, apresentamos os eixos temáticos que estruturam o desenvolvimento desta pesquisa: (1) Formação continuada de professores por meio do trabalho colaborativo; (2) A metodologia da Resolução de Problemas; e (3) O ensino de Álgebra. Apontamos nessa abordagem alguns estudos correlatos que dialogam com nossa proposta de investigação, demonstrando suas singularidades. Reportamos a autores que discutem sobre esses temas, buscando fundamentar as ações demandadas no percurso da pesquisa.

No *Capítulo 2*, intitulado Percurso metodológico da pesquisa, enfatizamos a abordagem qualitativa em que se estrutura a pesquisa. Apontamos ser uma pesquisa participante em virtude de o pesquisador fazer parte desse grupo juntamente com os professores. Posto isso, descrevemos os instrumentos para a

coleta e produção dos dados. Informamos os procedimentos adotados a respeito do aceite para a realização da pesquisa, dinâmica dos encontros formativos e a descrição dos sujeitos da investigação. Por fim, indicamos como ocorreram a sistematização dos dados e a definição das categorias de análise para fase de interpretação dos dados.

No *Capítulo 3*, voltado à Análise dos dados, descrevemos os dados produzidos pela pesquisa na percepção de compreender esse caminhar. Para além de apresentar, também analisamos de acordo com as categorias que estruturam as seções desse capítulo, originadas dos objetivos específicos. São elas: as contribuições para formação do professor quando planeja utilizar a Metodologia da Resolução de Problemas; as intervenções realizadas pelo professor quando experimenta a Metodologia da Resolução de Problemas; e as contribuições para reflexão do professor oportunizada pela utilização da Metodologia da Resolução de Problemas.

Nas *Considerações Finais*, retomamos a questão de pesquisa buscando respondê-la por meio da compreensão desse caminhar investigativo, observando o movimento proposto por essa vivência articulada pelo trabalho colaborativo. Buscamos também apontar as contribuições desse processo para a formação continuada dos professores, as dificuldades enfrentadas e as reflexões oportunizadas. Destacamos as limitações desta investigação e outras questões que podem ser fomentadas a partir deste estudo.

## CAPÍTULO 1

# DIMENSÕES QUE FUNDAMENTAM A INVESTIGAÇÃO

---

Para a construção deste capítulo, buscamos descrever os eixos que estruturam esta investigação, apoiando-nos em concepções importantes para analisar esse percurso de pesquisa. Para tanto, utilizamos os entendimentos propostos por estudiosos e pesquisadores, procurando evidenciar as ideias que se aproximam de nossa compreensão sobre o que vivenciamos.

Assim sendo, dividimos este capítulo em três seções. A primeira seção refere-se à *Formação de professores de Matemática por meio do trabalho colaborativo*, um caminho possível para o desenvolvimento profissional, acontecendo no lugar onde o professor desenvolve a atividade docente: a escola. Do ponto de vista de alguns pesquisadores a formação do professor não finda com a realização da habilitação específica; ela acontece por um processo contínuo por meio de experiências do fazer docente.

Na seção seguinte, discutimos sobre a Metodologia da *Resolução de Problemas*, descrevendo os fundamentos que lhe estruturam e como constituiu um caminho que pode provocar transformações na sala de aula. Para isso, expomos as bases dessa metodologia e enfatizamos a perspectiva que tomamos como referência para contribuir com o processo formativo dos professores.

Na discussão que levantamos nessa seção, valemo-nos das ações de outros pesquisadores e suas produções a respeito do que estamos investigando. Para tal, recorreremos aos estudos correlatos, estabelecendo um paralelo entre essas pesquisas e a que propomos com o intuito de perceber os aspectos que nos aproximam e nos diferenciam. Essa contribuição elucida o quanto podemos romper com paradigmas formativos na direção de novas perspectivas.

Na terceira seção, intitulada *O ensino da Álgebra*, procuramos compreender os direcionamentos do pensamento algébrico e de seu ensino, percebendo como se estrutura e quais as possibilidades de sua abordagem. Dessarte, destacamos os conceitos e os procedimentos em torno do objeto matemático desta investigação e apresentamos a abordagem feita pelo livro didático adotado pela unidade escolar, onde ocorreu a pesquisa.

Os apontamentos que compõem este capítulo formularam as dimensões que estruturam esta pesquisa, norteando e possibilitando a sua compreensão. Estamos fundamentados em autores que investigam essas dimensões, uma vez que deram sentido aos questionamentos e às ações desenvolvidas.

### **1.1 Formação de professores de Matemática por meio do trabalho colaborativo**

A formação de docentes para atuar em qualquer disciplina da educação básica segue a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) n.º 9.394/1996, conforme verificamos em seu artigo 62, “[...] far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação”. Portanto, para desenvolver a função, em especial de professor de Matemática, precisa ser habilitado no curso de Licenciatura em Matemática. Contudo, para além desse processo, a formação também ocorre no curso da prática por meio de desafios e outros elementos que contribuem para essa construção.

Na literatura que aborda a formação de professores notamos duas perspectivas. No que se refere à formação inicial, esta ocorre nas instituições onde adquirimos o conhecimento formal, em que somos formados para ensinar e para ser professor. No que tange à formação continuada, ela acontece durante e após a constituição desse professor já envolvido com a docência que, por meio de experiências formativas, busca o seu desenvolvimento.

Como citamos anteriormente, os desafios e outros aspectos dessa experiência também contribuem para a constituição do professor, que para atender as demandas à sua volta busca agregar saberes à sua formação. Nesta investigação, em particular, o grupo de professores participantes era heterogêneo, pois havia professores estudantes da graduação, graduados e pós-graduados. Todos eles estavam desenvolvendo a docência no espaço da sala de aula, caracterizando, portanto, uma experiência relacionada à formação continuada.

A dinâmica entre ensinar e aprender ser professor nunca se encerra, e por meio de vários elementos essa aprendizagem acontece. Pode se efetivar em diferentes contextos inclusive mediante a colaboração, desenvolvimento individual e também coletivo, produzindo na docência variados tipos de conhecimento. Abordaremos os aspectos que nortearam essa formação continuada por meio do trabalho colaborativo.

### 1.1.1 Formação continuada de professores de Matemática

A formação dos professores que ensinam Matemática tem sido objeto de investigações realizadas por pesquisadores no campo da Educação Matemática. Fiorentini (2013), Santos (2015) e Ferreira (2013) apresentam estudos que articulam a formação continuada e o desenvolvimento docente em processo de formação, centrados no trabalho. Essas produções apresentam convergência entre temáticas e pressupostos que destacam o protagonismo do professor quanto à sua formação.

Santos (2015) assevera que a formação continuada tornou-se um dos principais requisitos para o mundo do trabalho nas últimas décadas. Essa busca por atualização, em face do desenvolvimento, ocasionou uma demanda por esse tipo de formação como uma espécie de aperfeiçoamento. Essa direção foi absorvida também pelo sistema educacional, que para Santos (2015, p. 39) “[...] ganha contornos de programas compensatórios não de programas criados com o intuito de atualização e aprofundamento em avanços do conhecimento”.

Ainda no tocante à formação continuada, Ferreira (2013, p. 149) pontua que há quem entenda que “[...] frequentar cursos que buscam atender às carências do professor e alcançar resultados predeterminados” assegura a formação. De acordo com esse autor, esse entendimento apresentado está equivocado porque essa concepção é superficial. O envolvimento em uma formação não garante a eficácia após a participação, uma vez que existem modelos formativos que não contemplam a realidade escolar e a necessidade dos envolvidos.

Concordamos com esses autores quando contrapõem a lógica do mercado e a incompreensão que o sistema educativo incorporou. Santos (2015, p. 40) considera a formação continuada como um “[...] aprofundamento profissional das questões educacionais”. E para Ferreira (2013, p. 149) a formação continuada “[...] contempla o desenvolvimento do aprendiz”, acontecendo ao longo de suas ações no decorrer do exercício docente, sendo um aprendiz de seu ofício.

Por conseguinte, compreendemos a formação continuada como um envolvimento do professor nas questões educacionais durante a docência, contribuindo para o seu desenvolvimento. Essa busca surge da compreensão de que o comprometimento é específico de cada professor. Isso requer novas ações diante de seu fazer, pois, por meio de uma concepção formativa, o professor poderá ressignificar seu trabalho interferindo na realidade que encontra em sala de aula.

Essas reflexões nos direcionam ao ensino dos conhecimentos matemáticos, remetendo-nos a esse contexto que propicia a formação desses professores. Portanto, acreditamos que não consiste num modelo pronto, por meio de um passo a passo estratégico, ou num conjunto de informações repassadas que devam ser alcançadas visando um fim específico. A formação continuada de professores acontece ao longo da experiência, com acertos e desencontros, num movimento de idas e vindas, das vivências exitosas e das experiências que não funcionam, mas que servem de motivação para novos desafios.

Santos (2015, p. 48) assegura ainda que “[...] é preciso visualizar a formação continuada de professores como um espaço constituído de diversas ideologias, concepções, crenças, práticas e o próprio contexto escolar”. De acordo com esse entendimento, o trabalho docente, aliado à reflexão, proporciona que a formação continuada ocorra em meio à coletividade. O envolvimento do professor em ações e projetos acontece quando dialoga com os seus pares, no espaço escolar.

Nessa direção, na próxima subseção apresentamos o trabalho colaborativo como estratégia formativa para o grupo de professores que participaram dessa formação. Indicaremos as características do trabalho desenvolvido com essa perspectiva, abordando as principais ideias de pesquisadores da Educação Matemática que investigam a formação de professores e o trabalho colaborativo.

### **1.1.2 O trabalho colaborativo como estratégia formativa**

Fiorentini (2013), Ibiapina (2008), Ferreira (2013), Santos (2015) e outros pesquisadores mencionam que o trabalho colaborativo contém elementos que contribuem para o desenvolvimento profissional. Em suas abordagens evidenciam que a colaboração promove ganhos para a formação dos professores, quando estão em grupos dialogando em torno da prática docente. Afinal, a dinâmica e a interatividade do grupo podem ser estabelecidas com a troca de saberes e as experiências de prática individual de cada professor.

Para esses autores, a aprendizagem por meio de uma experiência de colaboração se constitui como importante, pois pode proporcionar vantagens aos docentes, partindo da compreensão de que num contexto de pessoas diferentes, com motivações específicas, gostos diversos e com experiências próprias, a partilha dos saberes adquiridos na prática pode ser socializada e trazer crescimento.

Santos (2015) ressalta também que o espaço escolar consolida essas direções constituindo-se como um lugar que reúne as condições favoráveis para que esses momentos aconteçam. É na escola que o professor, além de desenvolver o exercício docente, passa boa parte de seu tempo, organizando suas aulas e preparando o seu planejamento. Nesse lugar, explicitam-se as demandas da prática e as necessidades dos docentes perante os dilemas do ensino.

Articulando as contribuições para formação de professores, Santos (2015, p. 67) sustenta que o trabalho colaborativo constitui “[...] um possível caminho para formação continuada de professores, com vista a encadear um processo reflexivo sobre a prática”. Nesse sentido, aponta que o cenário entre pesquisadores e professores visa compreender e transformar uma determinada realidade educacional. Para isso, é preciso conceber uma articulação entre a prática dos professores e os conhecimentos teóricos, permeados pela reflexão.

Mediante as atividades desenvolvidas por cada professor, o ato de partilhar suas experiências pessoais pode contribuir com a formação do outro. Ao fazer parte de um mesmo grupo e se envolvendo nas discussões e reflexões relacionadas ao fazer pedagógico, entraves e impossibilidades podem ser minimizados e até solucionados por uma ideia da coletividade. No tocante aos motivos de trabalhar na perspectiva do trabalho colaborativo, Fiorentini (2013) argumenta:

São múltiplos os motivos que mobilizam os professores a querer fazer parte de um grupo: buscar apoio e parceiros para compreender e enfrentar os problemas complexos da prática profissional; enfrentar conjuntamente os desafios da inovação curricular na escola; desenvolver projetos de inovação tecnológica, como incorporar as tecnologias da informação e comunicação (computador, internet, vídeos etc.) na prática escolar, buscar o próprio desenvolvimento profissional; desenvolver pesquisa sobre a própria prática, entre outros. Esse desejo de trabalhar e estudar em parceria com outros profissionais resulta de um sentimento de incompletude enquanto profissional e da percepção de que, sozinho, é difícil dar conta desse empreendimento (FIORENTINI, 2013, p. 60).

Considerando as diferentes possibilidades que motivam os professores a participar de um grupo, articulamos o contato com o grupo de professores de uma escola da rede municipal para a utilização dessa estratégia formativa. A nossa experiência como aluno do Mestrado Acadêmico, nos proporcionou o desenvolvimento da pesquisa voltada a formação continuada de um grupo de professores da Educação Básica, do qual fazíamos parte. Estivemos interessados em compartilhar saberes com os nossos pares.

Ferreira (2013), no que tange a um grupo que recorre ao trabalho colaborativo, ressalta que seus integrantes interpretam a sua participação como fonte de aprendizagem. A depender do envolvimento desse grupo, são criadas as oportunidades de explorar e questionar saberes e práticas dos seus participantes, gerando aprendizado. Essa mesma autora aponta que o exercício de apresentar e defender suas convicções possibilita que o aprendizado seja sedimentado.

Fiorentini (2013) também assinala algumas características do trabalho colaborativo com destaque para: (i) voluntariedade, identidade e espontaneidade; (ii) liderança compartilhada e corresponsabilidade; e (iii) apoio, respeito mútuo e reciprocidade de aprendizagem. Deixa claro que existem outras características e ainda ressalta que o êxito ou o fracasso do grupo que trabalha nessa direção está relacionado à forma como enfrenta as situações adversas da prática docente.

Nesse sentido, Santos (2015), quando indica a formação colaborativa como um caminho possível para a formação continuada dos professores, destaca aspectos que favorecem a colaboração. Utiliza características pontuadas por estudiosos no tocante ao envolvimento dos professores nesse trabalho: (i) confiança; (ii) diálogo; e (iii) ideia de negociação. Com essas características, o grupo torna-se um espaço de questionamentos, dúvidas, debates, reflexões, buscando atender ao professor no desenvolvimento de sua prática no contexto da sala de aula.

Como esse tipo de trabalho é constituído da diversidade, naturalmente pode-se pensar na necessidade de uma liderança, de alguém que determine as diretrizes ou organize a vida em conjunto. No trabalho em que a colaboração se torna o eixo central, não há essa necessidade. Os seus participantes agem conjuntamente em torno de um interesse que envolve todos e todas.

As relações estabelecidas direcionam as ações dos envolvidos, com isso os papéis podem ser assumidos por qualquer integrante envolvido no grupo. O diferencial, na verdade, está na vontade de participar, na disponibilidade de estar junto, compartilhando aspectos da prática que levam à formação docente e ao mesmo tempo contribuindo para a formação dos envolvidos.

O trabalho colaborativo na visão de Ibiapina (2008, p. 25) “[...] faz com que professores e pesquisadores produzam saberes, compartilhando estratégias que promovam o desenvolvimento profissional”. Define ainda como um “trabalho de coprodução”, pela compreensão de que nem todos os envolvidos devam participar das tarefas com a mesma intensidade.

Outra questão importante na defesa do trabalho colaborativo se concentra nas pesquisas feitas nessa direção. Ibiapina (2008, p. 34) aponta que “[...] o desenvolvimento pessoal e profissional dos professores ocorra com a orientação de uma pessoa mais experiente, no caso o pesquisador em colaboração com os demais em busca desse desenvolvimento”. Portanto, há um movimento recíproco de colaboração entre pesquisadores e professores.

Na pesquisa colaborativa, o pesquisador colabora com os professores quando contribui para o desenvolvimento profissional quando planeja sessões e formação, ajudando a enfrentar a complexidade das situações educativas às quais eles se confrontam cotidianamente, e quando, graças ao discurso desses profissionais, reinterpreta a teoria com base na prática e vice-versa, os docentes colaboram com os pesquisadores quando refletem sobre suas práticas e compreendem as situações conflituosas inerentes ao trabalho docente. É necessário esclarecer que essa colaboração é mútua porque a compreensão dos professores sobre seu trabalho é susceptível de influenciar as balizas e as orientações do pesquisador no decorrer do desenvolvimento da pesquisa e vice-versa (IBIAPINA, 2008, p. 34-35).

Santos (2015, p. 70), a respeito da interação entre professores e pesquisadores, aduz “[...] a necessidade de engajamento dos professores no processo de reflexão sobre determinados aspectos da prática que os levará a explorar situações novas associadas a sua prática”. Dessa direção encadeamos a reflexão em relação à docência, tomando como partida questões ligadas ao ensino.

Diante desses apontamentos, construímos um entendimento de que o trabalho colaborativo acontece em um espaço de participação que leva os envolvidos a contribuir de alguma forma beneficiando a todos, favorecendo o aprimoramento docente. Acreditamos que esse movimento proporciona aprendizagens aos professores e aos pesquisadores. O diálogo com os pares sobre os aspectos da prática e também dos conhecimentos teóricos oportunizados pela sua vez e voz pode promover ações que produzam melhores resultados ao ensino e a aprendizagem nos espaços escolares.

Portanto, consideramos os elementos apresentados essenciais para a constituição da formação continuada por meio do trabalho colaborativo. Fiorentini (2013) e Ibiapina (2008) evidenciam que, mediante a colaboração, são trabalhadas as perspectivas relacionadas à pesquisa e à formação. Nesta investigação, apropriamo-nos dos elementos da formação e para isso, como estratégia formativa, o trabalho colaborativo foi o direcionamento que utilizamos nessa experiência com o grupo de professores de Matemática.

### 1.1.3 O professor reflexivo: atitude que produz saberes

A formação continuada por meio do trabalho colaborativo nos direciona a uma das características vivenciadas nesse percurso: a reflexão. A experiência de formação desses professores esteve pautada nos ganhos adquiridos, quando dialogavam apoiados pelo trabalho colaborativo. Esse processo não se efetiva sem que o professor perceba o contexto em que está inserido e o desenvolvimento do trabalho docente, atitudes que só ocorrem por meio da reflexão.

Para isso, utilizamos nessa discussão o que apontam os estudiosos sobre a importância da reflexão. Articulamos essas abordagens com as experiências de que o grupo de professores participou com o interesse de perceber quais as contribuições da reflexão para a sua formação.

O movimento em que o professor é visto como aquele que reflete, investiga e constrói o seu saber emerge com a intenção de contrapor uma postura técnica atrelada ao docente, que vigorou por um bom período. Nessa direção, buscamos compreender o professor como aquele que reflete a partir da concepção de Donald Schön, que propõe a formação pautada na epistemologia da prática como produtora de conhecimento.

Schön (2000) destaca como perspectivas de reflexão três direcionamentos: conhecer-na-ação, reflexão-na-ação e reflexão sobre a reflexão-na-ação. Suas ideias estiveram relacionadas à educação profissional e ele propôs uma nova epistemologia que fosse possível lidar com a questão do conhecimento. Começou com o estudo em relação à educação em arquitetura, tomando o ateliê e a educação como um cenário compreendido em um espaço de ensino prático reflexivo.

As ideias iniciais relacionadas à reflexão partem da compreensão de que o conhecimento interiorizado é manifestado pelo hábito, decorrente do conhecimento na ação. Schön (2000, p. 31) utiliza “[...] a expressão *conhecer-na-ação* para referir-se aos tipos de conhecimento que revelamos em nossas ações inteligentes”.

O referido autor associa a esse tipo de reflexão as atitudes e as ações manifestadas pelo físico de modo público, sendo, portanto, notável. Assegura que o ato de conhecer está na ação, revelado pela execução realizada pelo indivíduo. Compreende que o ato espontâneo caracteriza o conhecimento na ação, permitindo dar conta de nossas tarefas. Contudo, Schön (2000) afirma que em alguns momentos esses conhecimentos são insuficientes para os novos desafios.

Das intercorrências advindas por meio desses desafios Schön (2000, p. 32) pontua que “[...] todas estas experiências, agradáveis e desagradáveis, contêm um elemento surpresa”. O indivíduo poderá, por meio do conhecer-na-ação, responder a ação ignorando os sinais que a produzem ou utilizar a reflexão de duas formas: refletir sobre a ação ou fazer uma pausa para pensar.

Em ambas as situações não existem qualquer conexão com a ação presente, pois o pensar serve para trazer um novo formato ao que estamos fazendo, o que caracteriza, segundo o autor, a *reflexão-na-ação*. Recorrendo à educação, Schön (1992) pontua que, num momento de surpresa, o professor reflexivo permite ser surpreendido pela ação do seu aluno, e, com isso, reflete sobre esse ato, compreendendo o ocorrido e, dessarte, o professor reformula o que foi suscitado para testar uma nova hipótese.

Para Schön (2000, p. 35) conhecer-na-ação e a reflexão-na-ação “[...] podem ser desenvolvidos sem que precisemos dizer o que estamos fazendo”. Essa situação é próxima ao que acontece no ensino, pois o professor age espontaneamente quando em contato com o aluno e quando as situações se apresentam. Ou, mesmo envolvido num determinado contexto, pensar sobre a sua ação e a do seu aluno, o leva à busca de novas articulações no sentido de melhorá-las.

A capacidade de avançar e de *refletir sobre a reflexão-na-ação* necessita de uma boa descrição verbal para articular indiretamente com a nossa ação futura. Nessa linha, um diálogo é estabelecido quando se consegue olhar retrospectivamente sobre o que ocorreu. Schön (1992, p. 83) exemplifica esse tipo de reflexão apontando que, “[...] após a aula, o professor pode pensar no que aconteceu, no que observou, no significado que lhe deu e na eventual adoção de outros sentidos [...]”, e para isso deve haver descrição e observação, e que será preciso recorrer ao uso de palavras.

Diante desses apontamentos, percebemos que as situações relacionadas à formação continuada do professor perpassam pela ação reflexiva. Nesse sentido, a busca por soluções na atividade educacional demanda novos conhecimentos gerados por uma *reflexão na ação*. Com as sucessivas utilizações, esses conhecimentos são consolidados e outras situações e desafios são gerados, superando o repertório de conhecimentos criados, abrindo possibilidades de diálogo com outras perspectivas, teorias e investigações possibilitando a *reflexão sobre a reflexão na ação*.

Santos (2015), em seus estudos, também comunga da compreensão de Schön a respeito da reflexão. Para isso, assim sintetiza:

Sendo assim, sucintamente pode-se destacar na concepção schoniana três tipos distintos de reflexão: a reflexão sobre a ação, a reflexão na ação e a reflexão sobre a reflexão na ação. A primeira consiste em pensarmos retrospectivamente sobre o que fizemos almejando descobrir como nosso ato de conhecer-na-ação pode ter contribuído para um resultado inesperado. Já a segunda, reflexão-na-ação, consta em refletirmos no meio da ação, sem interrompê-la. Nosso pensamento nos conduz a dar nova forma ao que estamos fazendo e no momento em que estamos fazendo, possibilitando interferir na situação em desenvolvimento. Diferentemente das duas anteriores, a reflexão sobre a reflexão na ação consiste no ato de pensar sobre a reflexão-na-ação passada, consolidando o entendimento de determinada situação e, dessa forma, possibilitando a adoção de uma nova estratégia. E esse movimento pode ser caracterizar, ainda, como gerador de conhecimento sistematizado – uma narrativa em linguagem articulada que, refletindo a ação passada, possa se projetar no futuro como novas práticas (SANTOS, 2015, p. 58-59).

Percebemos que o professor, ao adotar a postura reflexiva sobre o seu fazer, pode ressignificar suas ações. Como gestor do seu conhecimento, o professor assume essa responsabilidade de buscar, por meio de uma prática refletida, elementos para superar os desafios que sempre surgem na caminhada. Essas circunstâncias possibilitam oportunidades de interação entre os professores, nos espaços escolares, mediante o compartilhamento das experiências de como conduzem suas ações.

Quanto à existência de elementos de valorização do trabalho do professor, Pimenta (2006, p. 43) assinala a “[...] perspectiva da reflexão no exercício da docência para a valorização da profissão docente, dos saberes dos professores, do trabalho coletivo destes e das escolas enquanto espaço de formação”. Colocar a reflexão como foco do trabalho docente possibilita que o professor desenvolva uma postura centrada no contexto em que atua, consolidando o seu olhar para sua realidade e buscando direções para o fortalecimento do ambiente educacional.

Pimenta (2006, p. 43), ainda argumenta que “[...] o individualismo na reflexão, a ausência de critérios externos potencializadores de reflexão crítica, a excessiva ênfase nas práticas, a inviabilidade da investigação nos espaços escolares [...]”, consolidam as dificuldades de trabalhar nessa linha. Portanto, para a autora a ação docente isolada, pautada somente na própria experiência, sem questionar o seu próprio fazer, impede que o professor desenvolva sua reflexividade, inibindo ações que potencializam o exercício docente.

Essas dificuldades são resultados de pesquisas e Pimenta (2006) registra as possibilidades para minimizá-las: (i) a proximidade entre professor reflexivo e o intelectual crítico; (ii) a construção de conhecimento pelos professores a partir da análise crítica da prática utilizando teorias; (iii) o desenvolvimento na escola de uma cultura de análise da prática; (iv) a importância da parceria da universidade na formação; (v) o desenvolvimento profissional aliado à formação inicial; e (vi) o exercício da profissão e o espaço escolar como contexto formativo.

Esses apontamentos nos direcionam a princípios importantes para compreensão do percurso investigativo permeado pela reflexão, nesse grupo de trabalho com os professores. Para tanto voltamos a nossa atenção para os questionamentos, confronto de ideias entre a prática e as leituras propostas, alguns posicionamentos que demarcam a forma de trabalhar de cada professor em relação ao seu colega e relatos da docência dos professores envolvidos. A formação continuada deles efetiva-se quando a postura reflexiva for uma constante e, acontecendo na coletividade, promovem-se possibilidades novas para o ensino.

Nesse sentido, buscamos na próxima seção apresentar a Metodologia da Resolução de Problemas para o ensino de Matemática. Iniciamos com a conceituação do que vem a ser um problema matemático na visão de diferentes estudiosos. Logo após, discutimos como a Resolução de Problemas se estrutura como um direcionamento para o ensino. Apontaremos ainda a Metodologia trabalhada com o grupo de professores por meio do trabalho colaborativo, articulando alguns estudos correlatos à nossa investigação.

## **1.2 Resolução de Problemas**

Nessa perspectiva de formação continuada de professores de Matemática, apresentamos como alternativa para o ensino do conhecimento matemático a Resolução de Problemas, mais especificamente a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Demonstrando a importância disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) apontam que o ensino da Matemática deve estar fundamentado na Resolução de Problemas. Quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham com o intuito de desenvolver estratégias de resolução, o conhecimento ganha significado.

Compreendendo que por meio do problema se constroem os conhecimentos relacionados ao campo matemático, inspirado na abordagem de Nunes (2010) e nas discussões e sugestões ocorridas durante as reuniões realizadas pelo Grupo Reflexão-Planejamento-Ação-Reflexão (Repare) – UESC, percebemos a importância de apresentar, inicialmente, a definição de problema matemático.

Em seguida, apontamos como a Resolução de Problemas se estruturou historicamente como uma alternativa para o ensino de Matemática. Enfatizamos ainda a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas, como uma perspectiva direcionada ao espaço da sala de aula, articulando-a com outros estudos que discutem suas potencialidades referentes ao trabalho docente.

### **1.2.1 O que vem a ser um problema matemático?**

A definição de problema perpassa pela relação entre uma situação posta para ser solucionada e quem a resolve. Dessa interação estratégias podem ser evocadas pelo resolvidor para que suscitem caminhos possíveis e satisfatórios para a resolução. Nesse sentido, perceber esse entendimento do que se considera um problema torna-se importante para a compreensão da abordagem quando ensina.

O modo como o problema é possível de ser trabalhado pode influenciar a motivação do resolvidor. Na verdade, essas situações são caracterizadas pelos desafios que apresentam, motivando a resolução ao mobilizar os conhecimentos matemáticos.

Apontamos essas definições a respeito do que venha ser um problema em Matemática na visão de alguns estudiosos. A intenção não passa pelo confronto entre as ideias, mas pela compreensão dessas conceituações. Essa discussão gera um ganho interpretativo, possibilitando trabalhar nessa direção, contribuindo para sua utilização no desenvolvimento das atividades docentes. Portanto, elencamos alguns entendimentos dos autores sobre o problema matemático:

- ✓ “Um problema é, de certa forma, uma situação nova ou diferente do que já foi aprendido, que requer a utilização estratégica de técnicas já conhecidas” (POZO; POSTIGO, 1993, apud POZO, 1998, p. 16).

- ✓ “Um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regras já receitadas ou memorizadas e nem haja uma percepção por parte dos estudantes de que haja um método ‘correto’ específico de solução” (VAN DE WALLE, 2009).
- ✓ “Uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la” (PCN – BRASIL, 1998).
- ✓ “Problema significa buscar conscientemente alguma ação apropriada para alcançar um fim claramente concebido, mas não imediatamente atingível” (POLYA, 1978).
- ✓ “É tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2012, p. 240).

Conhecer diferentes abordagens a respeito do problema matemático favorece sua utilização no contexto do ensino. A relação entre o desafio proposto e a postura do resolvidor é o que faz o problema se materializar. Allevato e Onuchic (2014, p. 44) apontam que “[...] um problema se configura na relação com o resolvidor, de tal modo que, se ele já conhece ou tem memorizado tais métodos de resolução ou não está interessado na atividade, não será para ele um problema”.

Inspirados no que assinalam Onuchic e Allevato (2012), nosso entendimento do problema matemático está atrelado a uma situação apresentada, caracterizada por desafios iniciais em que existem oportunidades de mobilização dos conhecimentos e procedimentos para sua resolução. Com isso, para despertar essa vontade em resolver, o enunciado deve ser bem estruturado e compreensível. Mesmo com as dificuldades iniciais, há possibilidades de chegar à resolução da situação por meio dos conhecimentos matemáticos.

### **1.2.2 O trilhar da Resolução de Problemas**

Com base nessa compreensão do que venha a ser um problema matemático, fomos direcionados a compreender como se estruturou a Metodologia que apresenta uma alternativa para o ensino da Matemática. Morais e Onuchic (2014) demonstram uma abordagem histórica, em relação à Resolução de Problemas, destacando as principais mudanças no currículo ocorridas no século XX, nos Estados Unidos.

Historiando esse percurso, Onuchic (1999, p. 201-203) discorre sobre os movimentos de reforma do ensino de Matemática desde o século XX. Aponta que no

início desse período o ensino foi caracterizado pela repetição, o processo da aprendizagem evidenciava a memorização e a exercitação. Posteriormente, outra concepção de ensino foi formulada no sentido de que os alunos aprendessem Matemática com compreensão, e para tal, nesse momento, utilizaram a Resolução de Problemas para aprendizagem de um novo conteúdo. Nas décadas de 1960 e 1970 ocorreu um movimento voltado a uma estruturação do ensino da Matemática centrada na lógica, Álgebra e topologia, conduzindo um ensino embasado em propriedades, com linguagem universal e que prejudicava o aprendizado: A Matemática Moderna.

De acordo com Morais e Onuchic (2014), as mudanças sociais e econômicas demandavam uma compreensão efetiva do conhecimento matemático, mobilizando matemáticos, psicólogos e outras pessoas a buscar alternativas para o ensino. O currículo orientado pela teoria psicológica da “Disciplina Mental” compreendia a mente com uma detalhada hierarquia. Com outras pesquisas desenvolveu a teoria “Conexionista”, que atrelava à aprendizagem a adição, a eliminação e a organização de conexões, promovendo o exercício e a repetição. Outra concepção, voltada aos processos e não apenas aos resultados, passou a vigorar – a teoria “Significativa” –, promovendo o cenário para a Resolução de Problemas como uma teoria.

Situando a Resolução de Problemas nesse percurso, Onuchic (1999, p. 203) afirma que sua importância “[...] é recente e somente nas últimas décadas é que os educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de se resolver problemas merecia mais atenção”. Nesse contexto, o ensino pautado na Resolução de Problemas no campo da Educação Matemática inicia-se por meio da influência dos trabalhos de George Polya, ganhando impulso e tornando-o reconhecido como autoridade na área nos Estados Unidos e no mundo.

Em 1945, pela publicação de seu livro intitulado *A arte de resolver problemas*, Polya (1978) apresentou quatro fases que considerou importantes na resolução de qualquer problema. Essa produção demarca bem a temática em questão e nessa obra o autor, para fazer ilustrações em relação aos direcionamentos que propõe, expõe problemas demonstrando cada uma das fases mobilizadas por qualquer indivíduo que estaria comprometido com a resolução de um problema.

Em sua abordagem, Polya (1978) enuncia: (i) que a resolução inicia com a compreensão do problema; (ii) logo após o estabelecimento de um plano; (iii) seguido da execução desse plano; e (iv) por fim a análise da solução obtida. No

livro, procura retratar cada um desses passos com alguns exemplos que evidenciam o uso desse caminho. Esse mesmo autor demonstra uma preocupação centrada na melhoria das habilidades desenvolvidas pelos alunos, associando a isso a postura dos professores.

Cada uma destas fases tem a sua importância. Pode acontecer que um estudante ocorra uma excepcional ideia brilhante e, saltando por sobre todas as preparações, ele chegue impulsivamente à solução. Estas ideias felizes são, evidentemente, muito desejáveis, mas alguma coisa muito inconveniente e desastrosa pode resultar se o estudante deixar de lado qualquer uma das quatro fases sem dele ter uma perfeita noção. Acontecerá o pior se o estudante atirar-se a fazer cálculos e a traçar figuras sem ter compreendido o problema. É geralmente inútil executar detalhes sem perceber a conexão principal ou sem ter feito uma espécie de plano. Muitos enganos podem ser evitados se, na execução do seu plano, o estudante verificar cada passo. Muitos dos melhores efeitos podem ser perdidos se ele deixar de reexaminar e de reconsiderar a solução completa (POLYA, 1978, p. 4).

Polya (1978) ressaltou que essas fases podem se entrelaçar, e que sempre aparecerão na Resolução de Problemas. A percepção clara a respeito do que o autor propõe deixa evidente que sua preocupação era oportunizar mecanismos que possibilitassem ao aluno a solução dos desafios.

Nesse sentido, esse mesmo autor, apresenta a Resolução de Problemas como uma habilitação prática, assegurando que pode ser adquirida por imitação e prática, propondo que para resolver problema tem que observar e imitar o que o resolvidor faz quando soluciona seus problemas. Em seu entendimento, isso garantiria ao observador também elucidar os seus problemas, uma vez que, passando a replicar por várias vezes um determinado procedimento a que foi estimulado, ocasionaria seu domínio.

No entanto, para conseguir êxito, o papel do professor seria redimensionado, pois em sua abordagem faz essa associação. Para Polya (1978), o professor que deseja desenvolver essa capacidade em seus alunos deve incutir o interesse por problemas. Potencializando esse processo, o professor promove oportunidades de imitar e de praticar modelando as operações mentais, até resolvê-los com naturalidade. Desse modo, os professores sendo bons resolvidores de problemas estariam interessados em estimular seus alunos a sê-los também.

As reflexões sobre a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos utilizando a Resolução de Problemas ampliaram-se após a publicação do livro de

Polya, ganhando força no mundo a partir da década de 1960. Duas décadas depois, em 1980, nos Estados Unidos, o *National Council of Teachers of Mathematics* (Conselho Nacional de Professores de Matemática – NCTM) apresentou uma publicação intitulada: “Uma agenda para a ação” propondo que a Matemática Escolar tivesse seu foco na Resolução de Problemas.

Esse direcionamento trouxe algumas agitações em torno de trabalhar o conhecimento matemático nessa perspectiva, suscitando a indagação de como tornar a Resolução de Problemas o foco da Matemática escolar.

Além disso, nos anos seguintes, intensificaram-se, por consequência, as produções científicas a respeito do tema, apontamentos e indagações como nova orientação para o ensino. Surgiram definições de como trabalhar a Resolução de Problemas e, para compreender essas diferenças, algumas produções foram tomadas como referência. Entretanto, Morais e Onuchic (2014, p. 29) salientam que “[...] essa produção não forneceu nenhum tipo de coerência e direção clara que seria necessária”.

Onuchic (1999, p. 206) afirma que na década de 1980 “[...] muitos recursos em resolução de problemas foram desenvolvidos, visando ao trabalho da sala de aula, na forma de coleções de problemas, lista de estratégias, sugestão de atividades [...]”. No entanto, faltaram coerência e direção para que esse material ajudasse o professor a colocar a Resolução de Problema como foco da Matemática Escolar.

Fundamentados nos apontamentos de Onuchic (1999), Allevato e Onuchic (2014) e Nunes (2010), apresentamos três modos distintos de abordagens da Resolução de Problemas. Essas concepções ajudam a perceber as diferentes visões em que o ensino nessa perspectiva estava embasado. São elas:

(i) Ensinar **sobre** a Resolução de Problemas: compreensão da Resolução de Problemas como um novo conteúdo. Com forte ênfase nas heurísticas como forma de orientar os alunos por meio de regras e processos gerais. O professor apresenta como resolver problemas e leva o aluno a fazer o mesmo, traduz a concepção apresentada por Polya quando indicou os quatro passos para resolver problemas.

(ii) Ensinar **para** Resolver Problemas: concentrada nas formas como ensinar a Matemática e como esta vem a ser usada na Resolução dos Problemas. O propósito principal está voltado para sua utilização, uma vez que a

aprendizagem de um contexto é transferida para outras situações, por exemplo, o professor propõe problemas para a aplicação do conteúdo e oferece mais situações para que possam empregar ao resolver problemas.

(iii) Ensinar **por meio** da Resolução de Problemas: o ensino da Matemática tem como ponto de partida as atividades matemáticas, ofertadas pela Resolução de Problemas. O ensino-aprendizagem inicia com uma situação-problema que expressa conceitos matemáticos que podem ser desenvolvidos ao longo do processo de articulação entre a Matemática e a Resolução de Problemas, pois a partir dos conhecimentos que possui os novos conhecimentos se estabelecem.

As diferentes concepções, segundo as autoras em que nos pautamos, mostram que a abordagem da Resolução de Problemas pode ser separada em razão das características que apresentam. No entanto, no curso da prática ocorrem várias combinações entre elas, e elas são evidenciadas contribuindo para que o conhecimento matemático seja construído.

Segundo Morais e Onuchic (2014), outras publicações do NCTM foram enfáticas e colaboraram para a propagação da Resolução de Problemas na Matemática Escolar. Os Princípios e Padrões para a Matemática Escolar, conhecidos como *Standards 2000* (Padrões 2000), trazem orientações para o professor e enfatizam a importância da Resolução de Problemas no currículo. Esse apontamento norteia o ensino de Matemática nos Estados Unidos repercutindo nos currículos em todo o mundo. No Brasil, o reflexo desse movimento promove a renovação das orientações curriculares, no caso os PCN (BRASIL, 1998), que recomendam que a Resolução de Problemas seja o ponto de partida para o ensino de Matemática.

Pozo e Angón (1998, p. 146) apresentam algumas reflexões sobre a Resolução de Problemas argumentando que os passos propostos por Polya constituem um “[...] instrumento conceitual útil para compreensão do processo de Resolução de Problemas”. No entanto, a análise amplia-se, pois considera que os problemas são formulados por áreas distintas do conhecimento e que os procedimentos mobilizados pelos alunos poderiam ser diferentes.

Nesse sentido, considerando os procedimentos e as estratégias na solução<sup>3</sup> de um problema, Pozo e Postigo (1993, apud Pozo, 1998), assinala cinco tipos de procedimentos: (i) aquisição da informação; (ii) interpretação da informação; (iii) análise da informação e realização de inferências; (iv) compreensão e organização conceitual da informação; e (v) comunicação da informação. O autor coloca esses direcionamentos como um norte para que o aluno perceba como proceder diante de uma situação que ele foi desafiado a solucionar.

Pozo (1998) assegura ainda que, para solucionar alguns problemas, talvez nem seja necessário utilizar todos os procedimentos, e essa ordem não seria sequencial. Em sua análise, a solução de problemas trata de todas as invariantes possíveis que podem incidir, comprometendo o êxito. Para tanto, indica esses procedimentos como uma via possível para que os alunos sejam capazes de resolver os problemas de modo organizado. Nesse sentido, Pozo e Angón (1998) esclarecem:

Trata-se somente de uma sequência lógica, de um critério teórico que pode ser útil para compreender melhor os procedimentos que os alunos devem adquirir para serem capazes de resolver problemas, e que pode contribuir com critérios para colocar em sequência e organizar mais adequadamente os conteúdos procedimentais no currículo, tanto dentro de cada uma das áreas como na conexão entre elas (POZO; ANGÓN, 1998, p. 147).

O uso que o aluno fizer desses procedimentos elencados por Pozo (1998) pode ser funcional, quando ele mobiliza para a Resolução de Problemas, ou apenas sirvam simplesmente para resolver exercícios. Essa abordagem vai mais além quando traz a discussão sobre quais problemas não devem ser resolvidos apenas na sala de aula como uma tarefa escolar, mas que toda dinâmica em torno da resolução pode ser utilizada de modo estratégico nas situações do cotidiano.

Além desses apontamentos, outros teóricos e pesquisadores discutem como trabalhar a Resolução de Problemas como abordagem de ensino. Para isso, indicam o problema como eixo norteador dessa aprendizagem, e em muitas situações apresentam diferentes caminhos de como se trabalhar nessa perspectiva. Entretanto, a concepção destacada por todos converge numa mesma direção, oportuniza ao resolvidor ser incentivado a solucionar o problema.

---

<sup>3</sup> Para Pozo e Angón (1998, p. 140) “[...] a solução de problemas não pode ser desvinculada dos conteúdos conceituais ou das atitudes [...]”. Os autores entendem solução de problemas como resolução de problemas, o que nos levou a manter a grafia.

Na próxima seção expomos a Metodologia que adotamos na formação continuada dos professores. Apresentamos sua estrutura e avaliamos os seus direcionamentos para ser empregada no ensino da Matemática.

### **1.2.3 Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas**

Mediante os acontecimentos que nortearam as ações referentes à Resolução de Problemas, de acordo com Allevato e Onuchic (2014), foi a partir dos *Standards 2000* que a comunidade dos educadores matemáticos formulou uma proposta metodológica sobre a Resolução de Problemas. Desse modo, o que as autoras consideraram como Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas contemplou as diferentes abordagens da década de 1980. O ensino “através” da Resolução de Problemas envolve as dimensões “sobre” e “para”, sendo consistente para a efetivação do conhecimento.

Enfatizamos mais uma vez o que dizem Allevato e Onuchic (2014, p. 36), que “[...] a importância dada a Resolução de Problemas, no contexto da sala de aula, é recente [...]”, e, historicamente, somente nas últimas décadas é que os educadores matemáticos deram a atenção devida. Esse movimento decorre de uma percepção dentro desse campo, mostrando a necessidade de adequação às novas tendências de ensinar e aprender Matemática.

Essas mesmas autoras salientam que os PCN (BRASIL, 1998) indicam a Resolução de Problemas como ponto de partida para o ensino, o que evidenciava novas ações para o trabalho desenvolvido pelo professor na sala de aula. Nesse sentido, Onuchic e Allevato (2009) ampliam a discussão a respeito da ação de resolver as situações, uma vez que propõem com essa Metodologia ir além da resolução. Diante desses aspectos, confirmam que:

Nesse contexto se insere a metodologia de “Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas”, que se constituiu num caminho para se ensinar Matemática através da Resolução de Problemas e não apenas para ensinar resolver problemas. Nela, conforme já foi recomendado pelo PCN, o problema é o ponto de partida e, na sala de aula, através da Resolução de Problemas, deve-se fazer conexões entre os diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009, p. 240).

Allevato e Onuchic (2014, p. 43) integram a avaliação às atividades de sala de aula, compreendendo como “[...] uma metodologia, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas”. A abordagem inicialmente relacionada ao ensino e à aprendizagem foi ampliada pela compreensão de que se faz necessária a adoção da avaliação como processo formativo e contínuo que pode ocorrer simultaneamente.

Nessa Metodologia, o problema é o ponto de partida, e segundo as autoras é uma reação a caracterizações passadas com orientação voltada para aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos. Portanto, o papel do professor não é descrever um conjunto de regras para obtenção da solução de um determinado problema. Essa interação se dá entre o indivíduo que resolve e o que foi proposto, caso contrário essa relação não se estabelece, não é um problema para ele.

Allevato e Onuchic (2014, p. 44) asseguram que outros autores têm buscado tentativas de como estruturar maneiras de colocar em prática a Resolução de Problemas. Com base nesses estudos, as autoras desenvolveram uma proposta para o trabalho em sala de aula, organizada em dez etapas. De acordo com as orientações que propõem, descrevemos as etapas com um breve comentário, indicando as ações que as caracterizam, segundo as autoras:

- 1) *Proposição do problema* – Seleciona ou elabora um problema e propõe ao aluno, ou acata um problema ofertado pelo aluno, chamado de problema gerador, pois visa a construção de um novo conceito, conteúdo, princípio ou procedimento.
- 2) *Leitura individual* – Com a cópia impressa do problema, o aluno realiza a leitura para conhecer o problema e a partir daí pode refletir e desenvolver sua própria compreensão.
- 3) *Leitura em conjunto* – Os alunos agrupam-se e realizam uma nova leitura e discussão do problema. Dessa interatividade os alunos refletem e utilizam a linguagem matemática para manifestar sua compreensão. Caso surjam dificuldades, os alunos podem ser auxiliados pelo professor na resolução dessas questões, apontados na Metodologia como problemas secundários.<sup>4</sup>
- 4) *Resolução do problema* – Os alunos compartilham suas ideias e tentam

---

<sup>4</sup> Allevato e Onuchic (2014, p. 45) definem como problemas secundários as dúvidas que podem emergir dos alunos referentes à notação, a conceitos, procedimentos operatórios e à passagem da linguagem materna para a linguagem matemática, que podem ser minimizadas com a ajuda do professor.

resolver o problema gerador, em grupo, construindo uma proposta de resolução por meio dos seus conhecimentos, articulados ao que foi planejado pelo professor.

5) *Observar e incentivar* – A postura docente é ampliada, o professor além de compartilhar saberes é estimulado a observar, mediar, provocar, intervir, controlar e principalmente incentivar os alunos a utilizar seus conhecimentos e troca de ideias, sem dar a resposta pronta. A sua conduta perpassa pela demonstração da confiança nas condições dos alunos.

6) *Registro das resoluções na lousa* – Os alunos apresentam seus resultados, socializando as respostas, para conhecimento dos demais participantes. São estimulados ao registro e à defesa de suas ideias e de seus pontos de vista.

7) *Plenária* – Momento colegiado com a participação de alunos e professores que conduzem a plenária após a comunicação de seus resultados, buscam saber sobre suas respostas.

8) *Busca do consenso* – Momento de discussão e de minimizar as dúvidas. Todos os envolvidos, com o professor, caminham para chegar a um consenso sobre a resolução do problema. Esse é um momento produtivo, pois é quando ocorrem o aperfeiçoamento da leitura e da escrita Matemática, bem como a construção do conhecimento acerca do conteúdo.

9) *Formalização do conteúdo* – A partir do que os alunos apresentaram, o professor fundamenta os tópicos que elencou para o aluno aprender, a partir do problema gerador. Enfatiza as definições, propriedades, faz demonstrações, mostra exemplos etc.

10) *Proposição e resolução de novos problemas* – Posteriormente à formalização, o professor propõe novos problemas visando à aprendizagem e a avaliação dos seus alunos. Com a oferta de novos problemas relacionados ao problema gerador, o professor tem a possibilidade de perceber se os tópicos do conteúdo foram aprendidos por seus alunos.

Em cada etapa fica evidente que a dinâmica do professor e do aluno é modificada no tocante a suas posturas e práticas. Nesta investigação demonstramos o papel do professor, que amplia suas ações no espaço da sala de aula, além de transmitir o seu saber quando ensina, mobiliza para que o aluno construa novos conhecimentos. Esse cenário propicia o protagonismo do aluno, uma vez que, diante

do problema, é incentivado por seu professor a percorrer os caminhos traçados por suas escolhas para chegar à resolução do problema. Quanto aos professores, Onuchic (1999) afirma:

Nenhuma intervenção no processo de aprendizagem pode fazer mais diferença do que um professor bem formado, inteligente e hábil. Investir na qualidade do ensino é o que mais importa. A preparação do professor tem um efeito direto na realização dos alunos, pois ninguém despense tanto tempo ou tem tanta influência sobre os alunos quanto os próprios professores (ONUChic, 1999, p. 211).

No entanto, são as ações do professor que determinarão o aceite do educando em se sentir desafiado e motivado a participar, despertando o seu desenvolvimento e capacidade de articular seu pensamento matemático. Desse modo, o professor procura mobilizar, envolver, incentivar, organizar e estimular os alunos a resolver os problemas buscando efetivar a aprendizagem. Diante disso, os alunos, com essa perspectiva de ensino, assumem uma atitude investigativa para solucionarem os problemas, dinâmica assegurada pelos documentos educacionais. Nesse sentido, Allevato e Onuchic pontuam:

Consistente com as recomendações do NCTM e de orientações nacionais oficiais (Brasil, 1997; 1998; 1999), com essa metodologia, conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto da resolução de problemas; promove-se o desenvolvimento de processo sofisticado de pensamento matemático e o trabalho de ensino de Matemática acontece em um ambiente de investigação orientada em resolução de problemas (ALLEVATO; ONUChic, 2014, p. 48).

Conhecer e experienciar a Metodologia em suas especificidades é fundamental para que o professor perceba seu papel nesse ambiente de aprendizagem. O foco para a Resolução do Problema é o aluno, que, acompanhado de seu professor, no momento oportuno formaliza o conteúdo, fazendo uso da linguagem matemática, reportando-se aos seus símbolos e operações, o que requer um planejamento bem estruturado para promover o ensino e a aprendizagem.

Apontamos aqui alguns estudos que demonstram a importância dessa Metodologia em ações referentes à formação de professores, aproximando do movimento de nossa investigação. Para isso, fomos direcionados pela percepção de Onuchic e Allevato (2012) sobre a produção científica em Resolução de Problemas, articulando as pesquisas desenvolvidas concernentes às temáticas constituídas como eixos de nosso estudo.

Optamos por trabalhos que expressem correlação com o nosso tema, procurando perceber o percurso metodológico utilizado por seus pesquisadores. Agimos, assim, com o intuito de evidenciar alguns aspectos que revelem proximidades com a nossa investigação, bem como o que nos diferencia das produções analisadas.

Com as leituras realizadas, consideramos as produções do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), o qual, ligado ao programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PGEM), nos levou a conhecer as produções de pesquisadores participantes da UNESP – Rio Claro. Em relação a esse grupo, Onuchic e Allevato (2012) definem como um espaço aberto à participação de alunos regulares, especiais e professores, que visam aprimorar a prática docente.

O grupo tem em suas linhas de atuação atividades de aperfeiçoamento, investigações e produções relacionadas à Resolução de Problemas. Apresenta como filosofia o desenvolvimento de estudos que efetivamente atinjam a sala de aula, tanto na perspectiva do aluno quanto associados à formação de professores. Percebemos que esse contexto possuía condições para encontrarmos produções que enfatizassem a importância da Metodologia.

Reunimos essas informações e iniciamos um trabalho de busca para chegar a essas pesquisas. Nessa direção, recorremos e utilizamos a C@thedra, que é a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da UNESP. Com um amplo campo de pesquisa ao iniciarmos esse processo, fizemos delimitações em nossa busca, visando atender aos nossos interesses.

Nesse sentido, nosso foco estava em trabalhos articulados com as dimensões de nossa investigação: Formação de Professores e Ensino de Álgebra. Como o grupo pesquisado utilizava a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, encontramos trabalhos que dialogavam com a nossa pesquisa.

No programa de pós-graduação em Educação Matemática de Rio Claro, localizamos 83 trabalhos, entre teses, dissertações, trabalho de conclusão de curso e livros, que versavam sobre a palavra-chave: Resolução de Problemas. Interessamo-nos pelas produções dos últimos 06 anos, reduzindo para 27 trabalhos. Por fim, selecionamos aqueles em que a Resolução de Problemas estava articulada com a formação de professores ou com o ensino de Álgebra.

Depois de traçarmos o caminho para encontrar essas pesquisas, apresentamos os aspectos principais que dialogam com a nossa investigação. Essa ação trouxe apontamentos importantes salientados por esses pesquisadores em relação às suas temáticas e experiências. Para isso, lemos os resumos dessas pesquisas em razão de conterem as informações principais, e, quando era necessário diluir as dúvidas, líamos o texto na íntegra em busca de esclarecimentos.

Além disso, destacamos as aproximações desses trabalhos com a nossa pesquisa e trouxemos evidências que fazem nossa investigação singular. Para isso, analisamos quatro teses de doutoramento que utilizaram a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como uma prática importante para o ensino dos conhecimentos matemáticos. Desse modo, escolhemos quatro pesquisas apresentadas no Quadro 2, que refletem o nosso interesse.

**Quadro 2** - Produções do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP/Rio Claro, que dialogam com nossa pesquisa

<b>ANO</b>	<b>AUTORES</b>	<b>TEMA</b>
2010	Célia Barros Nunes	O processo ensino-aprendizagem-avaliação de Geometria através da resolução de problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de Matemática
2014	Marcelo Carlos de Proença	A resolução de problemas na licenciatura em Matemática: análise de um processo de formação no contexto do estágio curricular supervisionado
2014	Elizabeth Quirino de Azevedo	O processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas no contexto da formação inicial do professor de Matemática
2014	Andressa Maria Justulin	A formação de professores de Matemática no contexto da resolução de problemas

**Fonte: O autor.**

Na primeira pesquisa, Nunes (2010) apresentou como fenômeno de interesse trabalhar a Geometria Euclidiana, numa abordagem com alunos, futuros professores, do curso de Licenciatura em Matemática. Seu objetivo era investigar, compreender e evidenciar as potencialidades didático-matemáticas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, nos processos de ensinar e aprender Geometria.

Para coleta de dados reportou-se à observação, ao material escrito pelos alunos, questionários, filmagens, gravações e diário de campo. Criaram-se dois

projetos de ensino aplicados às disciplinas Didática da Matemática e Laboratório de Ensino de Matemática II. Nunes (2010) sugere que um trabalho feito com professores em formação inicial visa à própria formação e oportuniza a reflexão e a análise sobre as potencialidades que a Metodologia oferece para incrementar a aprendizagem e melhorar os processos de ensino.

Nossa pesquisa e a investigação desenvolvida por Nunes (2010) vislumbrou um trabalho desenvolvido com a participação dos professores, voltado a ganhos para a própria formação. A referida autora também evidencia que a Metodologia da Resolução de Problemas apresenta possibilidades para o ensino e aprendizagem de Matemática, e com postura reflexiva do professor o aperfeiçoamento da prática possa ser almejado por meio de um ensino adequado, em que a Matemática faça sentido.

Em nossa investigação, optamos por trabalhar com os professores no espaço escolar no horário das atividades complementares (AC), utilizando como estratégia formativa o trabalho colaborativo. Nessa experiência de formação continuada, após discussões dos eixos que seriam tomados como referência, os professores planejavam as atividades e aplicavam aos alunos, trabalhando com a Metodologia. Buscamos averiguar o ensino de um objeto matemático no campo algébrico, enquanto Nunes (2010) optou pelo campo geométrico.

A segunda pesquisa tem por objetivo investigar questões relacionadas à formação inicial do futuro professor de Matemática e à Resolução de Problemas. Proença (2014) promoveu uma intervenção baseada num curso formativo, buscando verificar se a Resolução de Problemas e a regência de aulas favorecem a formação do futuro professor. Seu interesse era também perceber as possibilidades e limites para implantação do trabalho com a metodologia da Resolução de Problema na regência de aula no estágio curricular supervisionado.

Os sujeitos que participaram da pesquisa realizada por Proença (2014) foram quatro licenciandos em Matemática que estavam no último ano do curso. Para a coleta de dados, ele utilizou as entrevistas iniciais; a participação num processo de intervenção que envolveu um curso sobre os conhecimentos aprendidos para o ensino de três conteúdos: um de aritmética, um de álgebra e um de geometria; e, por fim, entrevistas finais ao término dessa experiência.

A nossa proposta investigativa concernente ao público-alvo se distancia do que Proença (2014) fez, pois os sujeitos participantes seriam professores que

estavam em efetivo exercício da docência. A formação continuada que estávamos propondo seria realizada por meio de encontros no espaço escolar, onde discutiríamos o trabalho colaborativo, a Resolução de Problemas e o ensino de Álgebra. Pretendemos investigar com o professor, e não realizarmos uma intervenção com um curso de formação, como fez Proença (2014). Com direito a vez e voz, os professores participariam oferecendo suas contribuições direcionadas à formação, articulando sempre teoria e prática.

Quanto aos aspectos afins entre Proença (2014) e a nossa pesquisa, percebemos que ambas reúnem elementos da formação de professores utilizando os conhecimentos da Metodologia da Resolução de Problemas. Outro aspecto importante seria a experimentação desenvolvida com a Metodologia. Os professores, assim como os licenciandos teriam a oportunidade de vivenciar com os seus alunos o ensino matemático por meio dos problemas matemáticos.

A proposta de Azevedo (2014) apresentou a formação inicial de professores de Matemática como fenômeno de interesse e para isso criou um modelo que refletia a intenção investigativa. Dessa ação surgiram dois temas que fundamentaram teoricamente a pesquisa: o primeiro relacionado à busca de pesquisadores que trabalharam a formação de professores, possibilitando investigar as contribuições dessas pesquisas no campo de saberes necessários ao professor de Matemática.

A pesquisadora identificou a Resolução de Problemas como o segundo eixo, e, por conseguinte, investigou no contexto da História, do Currículo e da Educação Matemática. Para isso, Azevedo (2014) criou dois projetos que foram aplicados, simultaneamente, em duas disciplinas a alunos do 6.º semestre do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática. Utilizou a Metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

No primeiro projeto, os alunos conheceram uma tendência atual de verificar como poderia melhorar sua formação. No segundo projeto, pesquisaram como aplicar a metodologia apresentando os resultados por meio de seminários. Azevedo (2014) constatou que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é um potente caminho no preparo do futuro professor de Matemática. Percebeu que os envolvidos relacionaram teoria e prática, dando sentido à Matemática trabalhada na sala de aula.

Do que pretendemos realizar notamos, no tocante à pesquisa de Azevedo (2014), que nos distanciamos quanto ao público-alvo. Optamos por professores em serviço, enquanto a pesquisadora trabalhou com alunos da licenciatura. Propomos os encontros formativos na escola, ao passo que a pesquisadora trabalhou com dois projetos durante a disciplina na Licenciatura. Quanto aos conhecimentos desenvolvidos na formação, propusemos a experimentação da metodologia por meio do planejamento e aplicação das atividades produzidas e a autora, por sua vez, oportunizou aos envolvidos a aplicação das aprendizagens por meio de seminários.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é o eixo central de nossas investigações, tendo a formação do professor como um ponto em comum. A preocupação com o ensino traz um direcionamento para o trabalho do professor, considerando que as ações planejadas por ele para a sala de aula podem se concretizar. Nesse sentido, as pesquisas estão bem inter-relacionadas por compreenderem que os conhecimentos adquiridos na formação podem contribuir para melhorar o ensino dos conhecimentos matemáticos.

Por fim, Justulin (2014) tem o objetivo de investigar aprendizagens profissionais docentes que se manifestam em um grupo de estudo apoiado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Foram constituídos dois grupos de estudo: o primeiro, formado por sete professores de Matemática, de uma escola estadual, e o segundo composto por seis futuros professores de uma universidade pública.

A pesquisa teve os dados coletados por questionários, entrevistas, observação participante e os problemas propostos nos grupos trabalhados com Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas. Os envolvidos escolheram os assuntos dos encontros, a partir do critério das dificuldades dos alunos: Álgebra, Números Racionais, Medida, Logaritmos, Geometria Analítica e Trigonometria.

Justulin (2014), a partir dos resultados encontrados em sua investigação, indica que a Metodologia possibilitou a mobilização do conhecimento matemático. Enfatiza que os envolvidos vivenciaram um novo caminho para trabalhar a Matemática. Ressalta a importância dos espaços formativos no interior da escola básica ou da universidade como potencializadores do desenvolvimento profissional do professor.

Nossa pesquisa comunga do que investigou Justulin (2014) quando enfatizou a Resolução de Problemas como um caminho para o ensino da Matemática. Acreditamos que a formação na escola dinamizava o crescimento profissional dos envolvidos, refletindo em suas ações na sala de aula. Desse modo, o professor comprometido com um projeto comum se sente desafiado e mobilizado a modificar uma realidade.

Em nossa investigação pretendemos apresentar a Metodologia da Resolução de Problemas aos professores em atividade na escola, para que planejem os problemas para trabalharem com os seus alunos. Diferente de Justulin (2014), que organizou grupos de estudos com os seus sujeitos, analisando e resolvendo as situações-problema ofertadas nos encontros com a pesquisadora.

Percebemos com esses estudos que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas traz novas possibilidades para o ensino de Matemática. Os apontamentos nesta seção demonstraram a compreensão da utilização de uma Metodologia<sup>5</sup> para formação continuada de professores.

A seguir, apresentamos reflexões sobre o ensino da Álgebra, campo matemático em que está situado nosso objeto de investigação, mais especificamente, sistema de equações do 1.º grau.

### **1.3 O ensino de Álgebra**

Ensinar Matemática gera desafios e nessa direção a Álgebra constitui um campo de complexidades. Lochhead e Mestre (1995); Ponte, Branco e Matos (2009) e Ribeiro (2015) discutem o ensino da Álgebra, pontuando as dificuldades em razão do seu simbolismo e abstração. As experiências do ensino e aprendizagem formalmente iniciam-se no Ensino Fundamental, quando a Aritmética começa a ser envolvida em um contexto de variáveis, incógnitas e termos desconhecidos.

Lochhead e Mestre (1995) identificaram que as dificuldades dos alunos em Álgebra começam em situações que precisam ser traduzidas da linguagem corrente para a linguagem matemática. O seu ensino não relaciona apenas a manipulação de

---

<sup>5</sup> Ratificamos que utilizamos em algumas passagens do texto a expressão Metodologia ou Metodologia da Resolução de Problemas como sinônimas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a fim de evitar repetições.

símbolos, mas também envolve regras, cálculos e procedimentos necessários ao entendimento de sua estrutura. Consideramos relevante que seu ensino inclua alternativas que visem à compreensão dessa estratégia para solucionar os problemas.

Para esta investigação, delineamos o ensino dos conhecimentos do campo algébrico a fim de percebermos as contribuições para a formação continuada com foco no ensino. Apresentamos a seguir a discussão a respeito do ensino e do pensamento algébrico, o objeto matemático deste estudo e, por fim, como o livro didático, utilizado pela unidade de ensino, aborda esse conteúdo.

### **1.3.1 O ensino e o pensamento algébrico**

No currículo de Matemática, a Álgebra ocupa um espaço importante e mesmo assim constitui para os alunos um conteúdo de difícil assimilação. A forma como está estruturado o ensino revela a relação dos alunos com esses conhecimentos, por exemplo, quando iniciam com a Aritmética, os alunos conseguem perceber a aplicação da Matemática, o que nem sempre ocorre com a Álgebra.

Utilizando a Álgebra, os alunos percebem as dificuldades para compreender e aplicar essa ferramenta. Essa passagem de raciocínio merece uma atenção especial, pois o aluno que antes utilizava os conhecimentos aritméticos vai para o campo algébrico, e nessa transição ocorrem mudanças na linguagem e na abstração no pensar. Esse campo exige a adoção de procedimentos e relações que possibilitem se expressar a partir de alguma generalização.

Ponte, Branco e Matos (2009), no tocante ao objetivo do estudo da Álgebra no ensino básico, enfatizam que é preciso desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Assinalam ainda que esse pensamento envolve a capacidade de manipulação de símbolos e vai além disso. Compreendem assim o pensamento algébrico:

[...] o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10).

O trabalho com a Álgebra e o pensamento algébrico não está limitado aos símbolos. Isso implica conceber que esse trabalho possibilita que o aluno desenvolva a capacidade de pensar algebricamente em diversos momentos e situações. Os PCN (BRASIL, 1998, p. 115) ressaltam que a Álgebra “[...] constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização”. Sendo assim, consideramos a Álgebra uma alternativa para expressão do conhecimento matemático.

Como ferramenta essencial no campo da Matemática para a Resolução de Problemas, o uso da Álgebra promove a compreensão de um recurso que agrega diferentes ações operatórias. Fazendo parte de um conjunto de processos que se iniciam com os números, o trabalho com Álgebra envolve outros tópicos, como Geometria, padrões e generalizações.

Ribeiro (2015, p. 11-13), a respeito da Álgebra e do pensamento algébrico sinaliza que, “[...] mesmo que pareça consensual, nem sempre há uma ‘definição’ de álgebra<sup>6</sup> que seja aceita por todos os matemáticos ou educadores matemáticos”. Com as concepções de pesquisadores da área sobre Álgebra e diante delas, Ribeiro (2015, p. 17) considera que as ideias propostas por eles “[...] convergem para a mesma proposta de ensino que habilite os alunos da escola básica” a compreender os tópicos principais para a construção do conhecimento algébrico.

Ainda nesse sentido, Vale e Pimentel (2009, p. 10) asseveram que “Trabalhar a Álgebra através da Resolução de Problemas envolvendo padrões é uma possível abordagem ao desenvolvimento do pensamento algébrico no ensino básico”. Dessa interação entre os padrões e a Resolução de Problemas surgem possibilidades para que os alunos sejam motivados a fazer conjecturas e generalizações. Essas mesmas autoras definem o pensamento algébrico e asseguram que seja uma orientação para o currículo, afirmando:

O pensamento algébrico diz respeito à simbolização (representar e analisar situações matemáticas, usando símbolos algébricos), ao estudo de estruturas (compreender relações e funções) e à modelação. Implica conhecer, compreender e usar os instrumentos simbólicos para representar o problema matematicamente, aplicar procedimentos formais para obter um resultado e poder interpretar e avaliar esse resultado (VALE; PIMENTEL, 2009, p. 11).

---

<sup>6</sup> Padronizamos o termo Álgebra ao longo de todo o texto em maiúsculo por considerar campo de conhecimento. No entanto, mantivemos a grafia dos autores quando apresentamos suas ideias.

Essa percepção corrobora o entendimento de que a Álgebra não deve imitar a resolução de equações como comumente acontece nos espaços escolares. O desenvolvimento desse pensamento por meio de análise, simbologia articulada com a generalização e a descrição dos padrões consolidam uma recomendação de introduzir os conhecimentos algébricos por meio da aritmética.

No entanto, o que ocorre nos espaços da aprendizagem tem demonstrado que o ensino e a aprendizagem dos conhecimentos algébricos se desenrolam com dificuldade. Os alunos apresentam entraves na apropriação do conteúdo e o percebem desconexo da realidade, questionando em muitas circunstâncias a sua utilidade. Esse desconforto pode ser conferido em avaliações como a Prova Brasil, possibilitando o olhar no ensino de que esse aluno participa.

Em meio a essas dificuldades do campo algébrico, observar o ensino pode trazer elementos que ajudam a explicar como têm acontecido esses percalços. Entre as pesquisas que discutem essa problemática, alguns pesquisadores estruturaram suas experiências investigativas no livro *As ideias da Álgebra*, organizado por Coxford e Shulte (1995).

Schoen (1995) aponta recomendações para o ensino do conhecimento algébrico. Esses tópicos partem da experiência de um projeto de quatro anos na Universidade de Iowa, com o objetivo de corrigir deficiências dessa matéria. O autor assegura que para implementar essa abordagem são importantes mudanças na ênfase e nos pontos de vista. Nesse sentido, propõe seis recomendações:

- (i) Basear a aprendizagem de coisas novas no conhecimento e na compreensão do que os alunos já têm;
- (ii) Levar gradualmente da verbalização para o simbolismo algébrico;
- (iii) Introduzir os tópicos de álgebra com aplicações;
- (iv) Ensinar tópicos de álgebra a partir da perspectiva de como eles podem ser aplicados;
- (v) Ensinar e modelar processos heurísticos específicos como auxiliares para a compreensão e resolução de problemas;
- (vi) Comprometer os alunos com a resolução de problemas (SCHOEN, 1995, p. 135-143).

Lochhead e Mestre (1995) apontam as dificuldades dos alunos de resolver problemas algébricos simples com duas variáveis, para escrever uma equação que as relacione. As respostas equivocadas dos alunos ajudaram a perceber que a fonte dos erros estava em concepções equivocadas desenvolvidas por eles referentes à interpretação dos problemas algébricos. A passagem da linguagem escrita para a linguagem algébrica foi traduzida com incoerência pelos alunos.

Simon e Stimpson (1995) sugerem que, diante das dificuldades com a Álgebra, uma das maneiras para sua compreensão é a utilização de diagramas para representação de termos algébricos. Asseguram que podem servir de ponte entre a maneira como os alunos entendem um problema e as abstrações da Álgebra. Reconhecem que os professores não estão familiarizados com essa abordagem, mas que devem desafiar a si mesmos para consolidar essa alternativa para o ensino da Álgebra.

Essas discussões articulam o ensino de Álgebra e a Resolução de Problemas. As publicações do NCTM na década de 1980 incentivaram as produções nesse sentido, pois esse deveria ser o foco do ensino da Matemática. Ponte, Branco e Matos (2009), em relação ao NCTM, argumentam que o pensamento algébrico diz respeito à estrutura, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação.

(i) Compreender padrões, relações e funções; (ii) Representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos; (iii) Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; e (iv) Analisar a variação em diversos contextos (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 9-10).

Isso refletiu na estrutura educacional do currículo de Matemática no Brasil e uma das ações nesse sentido foram os PCN (BRASIL, 1998), que também indicam que o problema seja o ponto de partida para aprendizagem da Matemática. Apresentamos aqui os objetivos de Matemática para o terceiro ciclo, que enfatizam o pensamento algébrico, levando o aluno a:

(i) Reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problemas e favorecer as possíveis soluções; (ii) Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras; (iii) Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias para o cálculo algébrico (BRASIL, 1998, p. 64).

Portanto, entendemos que o ensino de Álgebra agregue outras dimensões, pois o que geralmente ocorre é a manipulação de equações. Para os PCN (BRASIL, 1998), no Ensino Fundamental o aluno deve mobilizar conhecimento visando definir estratégias de utilização do cálculo algébrico, observando as regularidades e o uso das variáveis. No quarto ciclo, espera-se que o aluno amplie o horizonte em relação ao pensamento algébrico, trabalhando com equações, inequações e sistemas.

Usiskin (1995) aponta as finalidades do ensino de Álgebra, mostrando que as concepções da escola básica e a utilização das variáveis estão relacionadas. Com a indagação “O que é a álgebra da escola básica?” promove a reflexão e as ações para o ensino. Indica ainda que a significação das letras em cada equação compõe a Álgebra, e suas finalidades são determinadas por suas concepções. O Quadro 3 destaca as concepções e como estas são relacionadas com o uso das variáveis.

**Quadro 3** - Diferentes concepções de Álgebra, segundo Usiskin (1995)

<b>Concepção de álgebra</b>	<b>Uso das variáveis</b>
• Aritmética generalizada	✓ Generalizadora de modelos (traduzir, generalizar)
• Estudo de procedimentos para resolver problemas	✓ Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
• Estudo de relações entre grandezas	✓ Argumentos, parâmetros (relacionar, fazer gráficos)
• Estudo de estruturas	✓ Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

**Fonte: Usiskin (1995)**

Nesse sentido, as concepções descritas por Usiskin (1995) comungam com os PCN (1998), quando enfatizam a importância de se desenvolverem os diversos aspectos da Álgebra articulados com as situações que envolvem a Resolução de Problemas. Esse trabalho começa nos anos iniciais, e ao final do Ensino Fundamental o contato com os conhecimentos algébricos é mais evidenciado.

Essa reflexão articula a importância do ensino e pensamento algébrico, demonstrando que é preciso desenvolver o significado das representações matemáticas no campo algébrico. Essas situações podem ser utilizadas e gerar um ensino dinâmico e contextualizado com algum significado para o aluno.

Na seção seguinte, discutiremos as questões sobre o objeto matemático desta investigação. Para tanto, indicamos os elementos de sua estrutura que podem ser abordados pelos professores durante o seu ensino.

### **1.3.2 Sistema de equações do 1.º grau**

Esse foi o objeto matemático do campo algébrico, definido pelo grupo de professores para trabalhar o ensino utilizando a Metodologia da Resolução de Problemas. Expomos aqui elementos que estruturam esse objeto matemático, explorando o tratamento algébrico a que os professores recorrem em suas aulas.

Os professores, mediante o planejamento escolar, trabalham com os alunos o conteúdo de equação do 1.º grau, antes de sistema de equações. Geralmente oportunizam a exploração de equações com duas variáveis, levando-os a compreensão de que sua solução é um par ordenado, representado por  $(x, y)$ , e que essa equação admite várias soluções. A composição dessas equações do 1.º grau, com duas incógnitas, quando estão agrupadas, é denominada sistema de equações do 1.º grau. Como exemplo, apresentamos:

$$a) \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x = 6 + y \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

Por diferentes processos algébricos, os sistemas de equações são solucionados. Comumente, nas aulas de Matemática para o Ensino Fundamental, é apresentado aos alunos o método tentativa e erro, processo pelo qual, por meio do cálculo mental, é possível encontrar a solução. Essa estratégia é adotada em sistemas que não exigem cálculos complexos, e, de modo quase instantâneo, com o conhecimento das operações, os valores procurados são encontrados.

Em relação ao método tentativa e erro, o Quadro 4 indica a resolução do exemplo “a” quando atribuímos valores a “x” nas equações. Por meio dessas tentativas, seria possível encontrar a solução pela observação, ao perceber que um dos valores serve para ambas as equações: o par ordenado  $(3,1)$ , consolidando, portanto, a solução.

**Quadro 4** - Método da tentativa e erro na solução das equações do sistema “a”

$x + y = 4$	X	0	1	2	<b>3</b>	4
	Y	4	3	2	<b>1</b>	0
$x - y = 2$	X	2	<b>3</b>	4	5	
	Y	0	<b>1</b>	2	3	

Fonte: O autor

Além desse, no 7.º ano do Ensino Fundamental geralmente é ensinado para os alunos o método da substituição e o da adição, que exigem técnicas algébricas para resolução do sistema. São trabalhados de modo simples em seu início para que os alunos entendam os conceitos algébricos mobilizados na sua aplicação. O Quadro 5 contém a resolução dos sistemas que tomamos como exemplo, empregando esses dois outros métodos.

**Quadro 5 - Resolução dos sistemas de equações do 1.º grau pelos métodos da substituição e adição**

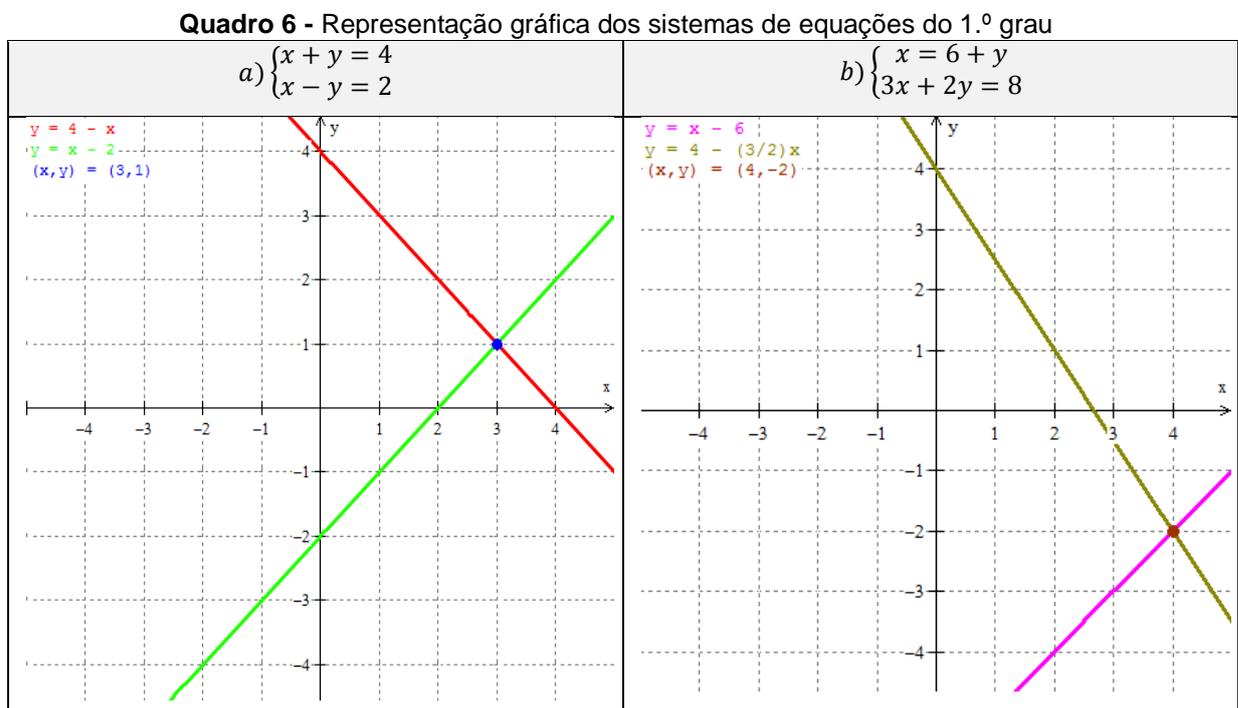
SISTEMA	SUBSTITUIÇÃO	ADIÇÃO
a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$	<p>Escolhendo a primeira equação e isolando a variável <math>x</math>, temos:</p> $x + y = 4 \quad (1)$ $x = 4 - y \quad (1)$ <p>Substituindo (1) na segunda equação (2), encontramos:</p> $x - y = 2 \quad (2)$ $(4 - y) - y = 2$ <p>Pelo princípio aditivo da igualdade, somamos (-4) aos membros da equação</p> $-4 + 4 - y - y = 2 - 4$ $0 - 2y = -2$ $-2y = -2$ <p>Pelo princípio multiplicativo da igualdade, dividimos por (-2) aos membros da equação</p> $\frac{-2y}{-2} = \frac{-2}{-2}$ $y = 1$ <p>Substituindo o valor encontrado de <math>y</math> na primeira equação (1), encontramos:</p> $x = 4 - y$ $x = 4 - 1$ $x = 3$ <p>Portanto, o par ordenado que soluciona esse sistema é (3,1)</p>	<p>Somando termo a termo as equações, é possível perceber que os coeficientes da incógnita <math>y</math> se anulam. Como são (+1) e (-1), eliminamos essa variável e encontramos <math>x</math>.</p> $\begin{cases} x + y = 4 \quad (1) \\ x - y = 2 \quad (2) \end{cases}$ $\frac{2x}{2} = 6$ <p>Pelo princípio multiplicativo da igualdade, dividimos por (2) os membros da equação</p> $\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$ $x = 3$ <p>Atribuindo a <math>x</math> o seu valor em (1), temos:</p> $x + y = 4 \quad (1)$ $3 + y = 4$ <p>Pelo princípio aditivo da igualdade, somamos (-3) aos membros da equação</p> $-3 + 3 + y = 4 - 3$ $y = 1$ <p>Substituindo o valor de <math>y</math> em (2) temos que:</p> $x - y = 2 \quad (2)$ $3 - y = 2$ <p>Pelo princípio aditivo da igualdade, somamos (-3) aos membros da equação</p> $-3 + 3 - y = 2 - 3$ $-y = -1 \cdot (-1)$ $y = 1$ <p>O par ordenado procurado é (3,1)</p>
b) $\begin{cases} x = 6 + y \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$	<p>Uma das variáveis encontra-se isolada na equação (1). Substituindo (1) em (2) temos:</p> $\begin{cases} x = 6 + y \quad (1) \\ 3x + 2y = 8 \quad (2) \end{cases}$ $3x + 2y = 8 \quad (2)$ $3 \cdot (6 + y) + 2y = 8$ <p>Aplicando a propriedade distributiva</p> $18 + 3y + 2y = 8$ <p>Pelo princípio aditivo da igualdade, somamos (-18) aos membros da equação</p> $-18 + 18 + 3y + 2y = 8 - 18$ $0 + 5y = -10$ $5y = -10$ <p>Pelo princípio multiplicativo da igualdade, dividimos por (5) os membros da equação</p> $\frac{5y}{5} = \frac{-10}{5}$ $y = -2$ <p>Com o valor de <math>y</math> encontrado, substituímos em (1), temos que:</p> $x = 6 + y$ $x = 6 + (-2)$ $x = 6 - 2$ $x = 4$ <p>Os valores de <math>x</math> e <math>y</math> que solucionam esse sistema são: (4,-2)</p>	<p>Um caminho para resolução seria retomar <math>y</math> para antes da igualdade.</p> $\begin{cases} x - y = 6 \quad (1) \\ 3x + 2y = 8 \quad (2) \end{cases}$ <p>Para somarmos termo a termo multiplicamos (1) pelo coeficiente 2 para eliminarmos <math>y</math></p> $\begin{cases} x - y = 6 \cdot (2) \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - 2y = 12 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$ $\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$ <p>Pelo princípio multiplicativo da igualdade, dividimos por (5) os membros da equação</p> $\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$ $x = 4$ <p>Substituímos o valor de <math>x</math> em (1), temos:</p> $4 = 6 + y$ $4 - 6 = y$ $y = -2$ <p>O valor de <math>y</math> substituímos em (2), temos:</p> $3 \cdot 4 + 2y = 8$ $12 + 2y = 8$ <p>Pelo princípio aditivo da igualdade, somamos (-12) aos membros da equação</p> $-12 + 12 + 2y = 8 - 12$ $2y = -4$ <p>Pelo princípio multiplicativo da igualdade, dividimos por (2) os membros da equação</p> $\frac{2y}{2} = \frac{-4}{2}$ $y = -2$ <p>A solução desse sistema é (4,-2)</p>

Fonte: O autor

Esses métodos possibilitam, por meio da resolução da equação na ordem “x”, obter os resultados que, substituindo na outra equação, encontram o valor de “y”, o que também pode ocorrer de modo inverso, não comprometendo a solução. Logo, o sistema é possível e determinado e a sua solução é apresentada por um par ordenado. Em situações mais complexas, os alunos precisam avaliar qual variável trabalhar em relação ao isolamento ou eliminação. Nesse sentido, suas ações devem estar pautadas no que lhes traz facilidade, buscando o direcionamento que lhes oportuniza encontrar a solução do sistema.

Para além dos cálculos, o entendimento de sistema de equações pode ser fomentado com a interpretação gráfica e a compreensão de como alcançar a solução. Uma das ações, quando se tratar dessa abordagem, é transformar as equações do sistema favorecendo que a variável “y” apareça isolada. Com isso, os alunos representam as retas que correspondem à função, podendo chegar ao ponto de intersecção, se for o caso, confirmando o que fizeram nos cálculos algébricos.

Buscando essa articulação, fizemos uso do *software* Winplot para essa representação do Quadro 6, em relação aos dois sistemas que usamos como exemplo. Reescrevemos as equações em função do “y” e, representando graficamente essas funções, identificamos os pontos de intersecção que ocorrem no par ordenado encontrado nos cálculos algébricos.



Fonte: O autor

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), as principais dificuldades dos alunos em sistemas de equações podem agrupar-se em três grandes categorias. Essa compreensão contribui com o professor que mobiliza conhecimentos a respeito desse objeto para que conduza o ensino contemplando diferentes possibilidades, sendo uma delas a Resolução de Problemas. O enunciado do problema, conforme os autores, possibilita que a linguagem matemática seja trabalhada, bem como a conversão para a linguagem algébrica, na busca da resolução. As categorias são:

- (i) compreender a noção de sistema e a natureza da solução de um sistema de equações; (ii) compreender os processos de resolução de sistemas de equações e ser capaz de os executar corretamente até obter a solução; e (iii) ser capaz de resolver problemas dados por enunciados verbais, traduzindo as condições dadas por um sistema de equações e interpretando a solução do sistema de acordo com as condições dadas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 151).

Esses autores apontam que as dificuldades dos alunos na tradução da linguagem têm múltiplas origens: a falta de compreensão dos enunciados, o desconhecimento das regras, as relações incorretas entre as duas linguagens, a distração e o foco em pistas enganadoras. Eles propõem que os problemas formulados e discutidos com todos constituem a promoção da capacidade de solucionar as questões e desenvolver a comunicação entre os alunos.

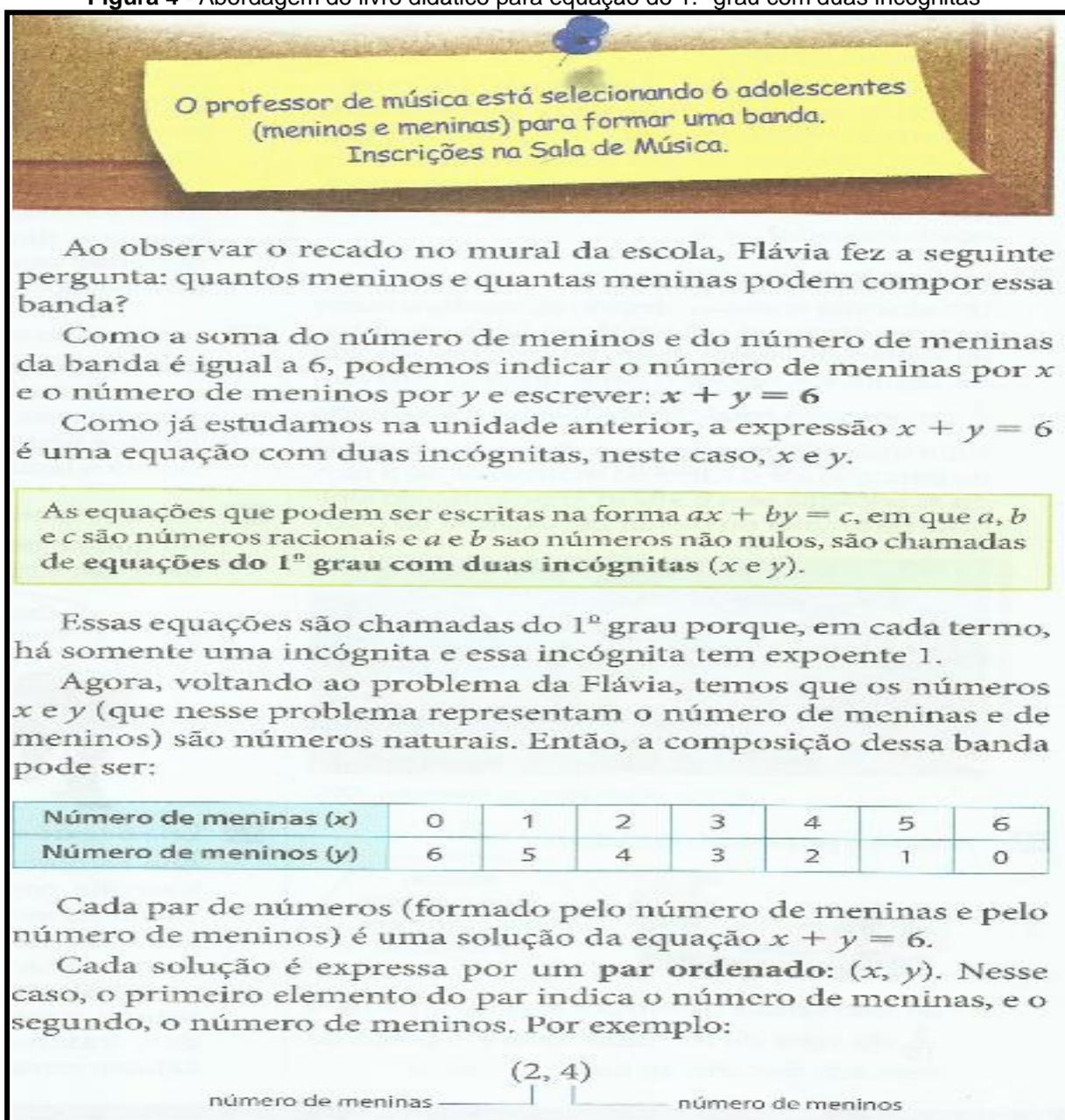
A seguir, enfatizaremos como o livro didático, adotado pelos professores da escola onde aconteceu essa investigação, aborda o sistema de equações do 1.º grau. Consideramos o livro um dos instrumentos disponíveis ao professor e, por isso, observamos como esse conteúdo estava estruturado.

### **1.3.3 Sistema de Equações do 1.º grau: sua abordagem no livro didático**

Nosso intuito nesta subseção é perceber como o objeto matemático desta investigação é abordado num dos instrumentos disponíveis ao professor, que é o livro didático. Para isso, articulados com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas proposta por Allevato e Onuchic (2014) e com as dificuldades dos alunos no campo algébrico concernentes a esse conteúdo enfatizado por Ponte, Branco e Matos (2009) e outros, buscamos as possibilidades que o livro didático apresenta ao professor quanto a esse conteúdo.

Para tanto, com os exemplares do livro do 7.º e 8.º anos, verificamos como esse conteúdo estava estruturado, observando o que ele ofertava aos professores quando ensinavam. Percebemos que para a abordagem de sistema de equações do 1.º grau, os autores exploravam anteriormente a composição de equações por meio de duas incógnitas. Recorreram a situações-problema para despertar nos alunos a capacidade de abstração e compreensão em relação à linguagem algébrica. Apresentamos na Figura 4 o exemplo explorado no livro, direcionado à construção das equações com duas variáveis.

**Figura 4** - Abordagem do livro didático para equação do 1.º grau com duas incógnitas



O professor de música está selecionando 6 adolescentes (meninos e meninas) para formar uma banda. Inscrições na Sala de Música.

Ao observar o recado no mural da escola, Flávia fez a seguinte pergunta: quantos meninos e quantas meninas podem compor essa banda?

Como a soma do número de meninos e do número de meninas da banda é igual a 6, podemos indicar o número de meninas por  $x$  e o número de meninos por  $y$  e escrever:  $x + y = 6$

Como já estudamos na unidade anterior, a expressão  $x + y = 6$  é uma equação com duas incógnitas, neste caso,  $x$  e  $y$ .

As equações que podem ser escritas na forma  $ax + by = c$ , em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números racionais e  $a$  e  $b$  são números não nulos, são chamadas de equações do 1º grau com duas incógnitas ( $x$  e  $y$ ).

Essas equações são chamadas do 1º grau porque, em cada termo, há somente uma incógnita e essa incógnita tem expoente 1.

Agora, voltando ao problema da Flávia, temos que os números  $x$  e  $y$  (que nesse problema representam o número de meninas e de meninos) são números naturais. Então, a composição dessa banda pode ser:

Número de meninas ( $x$ )	0	1	2	3	4	5	6
Número de meninos ( $y$ )	6	5	4	3	2	1	0

Cada par de números (formado pelo número de meninas e pelo número de meninos) é uma solução da equação  $x + y = 6$ .

Cada solução é expressa por um par ordenado:  $(x, y)$ . Nesse caso, o primeiro elemento do par indica o número de meninas, e o segundo, o número de meninos. Por exemplo:

(2, 4)

número de meninas ——— | ——— número de meninos

Fonte: Leonardo (2010). Livro didático – 7.º ano

Após compor equações com duas incógnitas, o sistema de equações do 1.º grau é apresentado por meio de um problema. Constatamos que o livro didático enfatiza o que sugerem os PCN (BRASIL, 1998) e Allevato e Onuchic (2014), quando propõem o desenvolvimento do conhecimento matemático a partir do problema, apresentado no início do processo de aprendizagem.

Os autores partem de um problema, possibilitando ao aluno perceber o contexto em que pode utilizar as equações para expressar as situações. Nesse sentido, identificamos que o conteúdo vai sendo estruturado motivando o aluno à mudança da linguagem materna para a linguagem matemática por meio das equações. A Figura 5 demonstra esse processo, apontando que os autores finalizam essa abordagem apresentando que existem métodos para solucionar esse sistema.

**Figura 5** - Abordagem do livro didático para sistema de equações do 1.º grau com duas incógnitas

## 2. Sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas

Observe a seguinte situação:

Jorge e Luísa têm, juntos, 52 figurinhas. Jorge tem mais figurinhas que Luísa, e a diferença entre o número de figurinhas dos dois é 12.

Problemas como esse podem ser resolvidos com uma equação do 1º grau, mas também podem ser resolvidos com um **sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas**. Veja como:

Primeiro, escrevemos as equações segundo as informações do enunciado.

Representando a quantidade de figurinhas de Jorge por  $x$  e a quantidade de figurinhas de Luísa por  $y$ , temos:

- Jorge e Luísa têm, juntos, 52 figurinhas.  $\longrightarrow x + y = 52$
- Jorge tem mais figurinhas que Luísa e a diferença entre o número de figurinhas dos dois é 12.  $\longrightarrow x - y = 12$

Montamos um sistema com as duas equações dispostas em uma chave:

$$\begin{cases} x + y = 52 \\ x - y = 12 \end{cases}$$

Assim como nas equações do 1º grau com duas incógnitas, o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas pode ter nenhuma, uma ou mais soluções. Se tiver solução, cada uma das soluções será um **par ordenado**.

A seguir, vamos estudar métodos de resolução de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas.

Nessa direção, dando seguimento a essa abordagem, utilizando outro problema os autores apresentam o método da tentativa e erro para solucionar o sistema de equações do 1.º grau. Antes de formalizar, oportuniza ao aluno utilizar a exploração do cálculo mental ou a sistematização por meio de tabelas, sem recorrer aos cálculos algébricos. Desse modo, formaliza o conteúdo demonstrando quais procedimentos devam ser realizados, para isso, os autores estruturam um tópico, como mostra a Figura 6, chamado de “Vamos fazer”, que retrata essa dinâmica.

Figura 6 - Problema do livro didático, resolvido pelo método da tentativa e erro

### Vamos fazer

**1** Leia o problema a seguir.

No jogo de basquete, há cestas que valem 3 pontos (quando a bola é arremessada fora da linha dos 6,75 m) e há cestas que valem 2 pontos (quando a bola é arremessada dentro da linha dos 6,75 m). Durante uma partida, Robson converteu 10 cestas e marcou 22 pontos. Quantas cestas de 3 pontos e quantas cestas de 2 pontos Robson converteu nessa partida?

Para resolver esse problema, temos de encontrar dois valores. Chamaremos de  $x$  a quantidade de cestas de 3 pontos e de  $y$  a quantidade de cestas de 2 pontos. Além disso, os dados desse problema podem ser expressos por meio de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas. Assim:

- Robson converteu 10 cestas:  $x + y = 10$
- Robson marcou 22 pontos:  $3x + 2y = 22$

Ou em forma de sistema: 
$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 3x + 2y = 22 \end{cases}$$

Para encontrar as soluções desse sistema, Fernando usou o método da **tentativa e erro**, ou seja, testou alguns valores para  $x$  e para  $y$ , e verificou se as soluções encontradas estão de acordo com os dados do problema.

Soma $x + y$	Valor atribuído a $x$	Valor de $y$	Valor de $3x + 2y$
10	5	5	$3 \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 25$
10	4	6	$3 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 24$
10	3	7	$3 \cdot 3 + 2 \cdot 7 = 23$
10	2	8	$3 \cdot 2 + 2 \cdot 8 = 22$

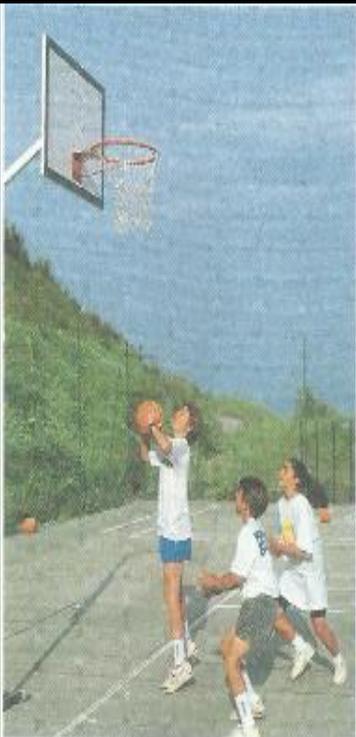

  
GEORGE TUTUMI

Primeiro, considerei  $x$  igual a 5. Então,  $y$  deve valer 5 para que a soma seja 10. Depois, fazendo  $x = 5$  e  $y = 5$ , calculei o valor numérico de  $3x + 2y$ , que nesse caso deu 25. Mas como deveria dar 22 tive que testar outros valores menores para  $x$ .

Portanto, Fernando encontrou os valores 2 e 8, que somam 10 cestas, e considerou 2 cestas de 3 pontos e 8 cestas de 2 pontos, que correspondem a 22 pontos.

Os autores retomam o mesmo problema trabalhado pelo método da tentativa e erro para apresentarem o método da substituição. Indicam mais uma possibilidade ao aluno de como solucionar o sistema, agora fazendo uso dos conhecimentos algébricos. Percebemos que essa solução aponta um conjunto de procedimentos que solucionam o problema. Contudo, esse conteúdo no livro didático, como mostra a Figura 7, utilizou os problemas como fonte de compreensão e a partir daí compôs as equações que satisfazem o sistema.

**Figura 7** - Abordagem do livro didático em relação ao método da substituição



O basquete é um esporte completo, desenvolve a coordenação motora, a concentração, a precisão e o domínio do espaço, além de possibilitar a integração social e o espírito de equipe.

### **Determinação da solução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas pelo método da substituição**

Vamos ver agora outro método para obter a solução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas: o método da substituição.

Para isso, retome o problema do jogo de basquete de Robson.

Vimos que o sistema de equações desse problema pode ser representado assim:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 3x + 2y = 22 \end{cases}$$

Na primeira equação,  $x + y = 10$ , isolamos qualquer uma das incógnitas:

$$x + y - y = 10 - y$$

$$x = 10 - y$$

Substituindo a expressão encontrada para  $x$  na segunda equação do sistema ( $3x + 2y = 22$ ), temos:

$$3x + 2y = 22$$

$$\uparrow \quad \quad \quad 10 - y$$

$$3 \cdot (10 - y) + 2y = 22$$

$$30 - 3y + 2y = 22$$

$$30 - y = 22$$

$$-y = 22 - 30$$

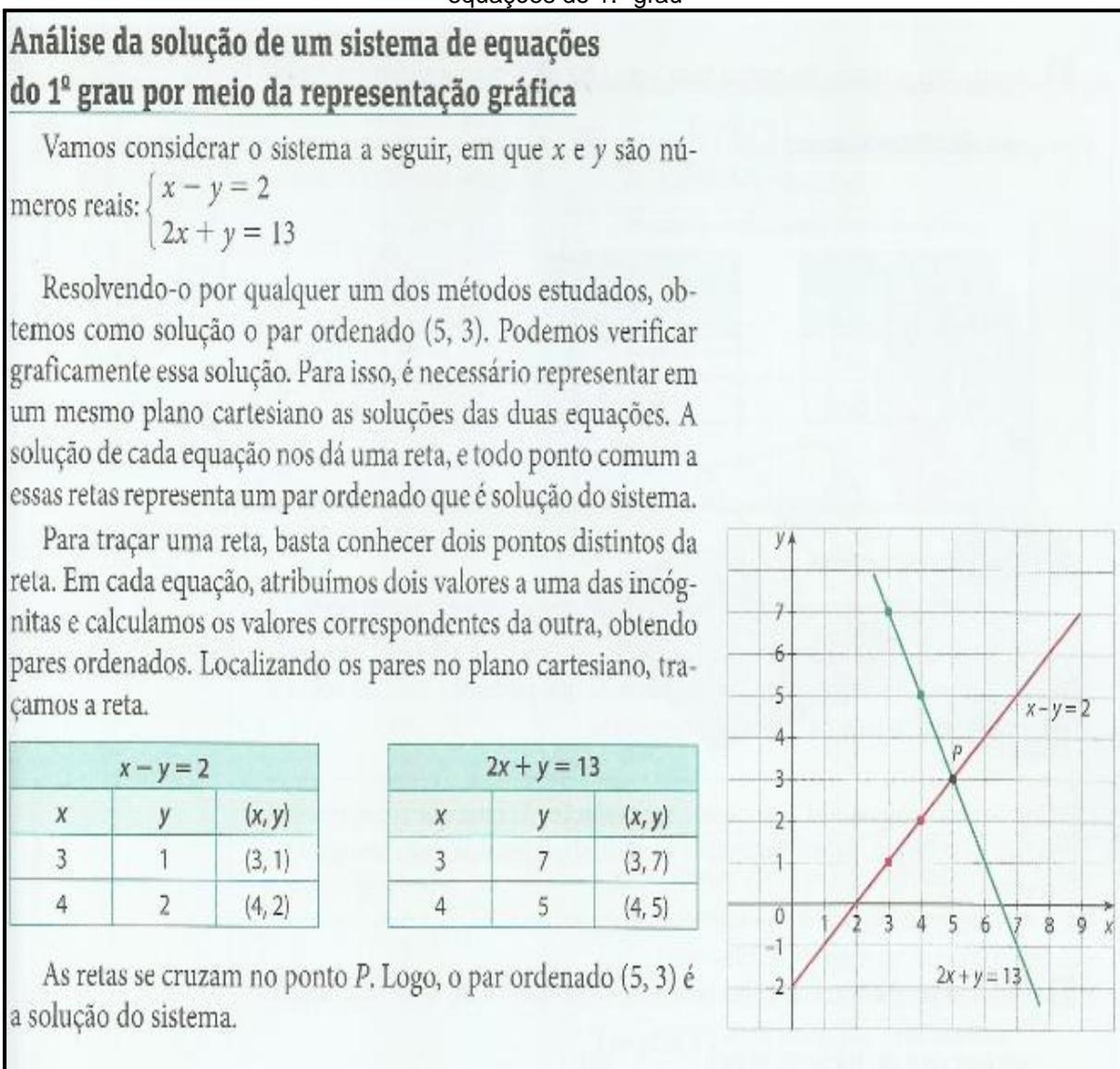
$$-y = -8$$

$$y = 8$$

Quanto ao método da substituição, Ponte, Branco e Matos (2009, p. 150) afirmam ser uma das “[...] ideias mais poderosas da Álgebra – a possibilidade de substituir uma expressão algébrica por outra equivalente”. Notamos que a abordagem do livro adotado contempla essa direção para o trabalho com o objeto matemático investigado, detalhando seu uso.

No livro do 8.º ano a abordagem contempla o que já expomos; inicia com a composição de equações, apresentando o sistema e o método da substituição. No entanto, um dos elementos que diferem do 7.º ano está relacionado à representação gráfica das equações. Os autores propõem a análise da solução por meio da representação das retas no plano cartesiano, como demonstra a Figura 8.

**Figura 8** - Abordagem do livro didático para representação gráfica da solução de um sistema de equações do 1.º grau



Nesse exemplo, os autores demonstram que, com a equação da reta, poderia ser traçada graficamente a solução do sistema. Para isso, orienta os alunos a atribuir valores a uma das incógnitas para obtenção dos pares ordenados encontrados com a substituição desses valores, gerando o gráfico.

Ponte, Branco e Matos (2009), quanto à representação geométrica, afirmam que, utilizando esse recurso no ensino de sistemas de equações do 1.º grau, os alunos podem representar as retas associadas às funções recorrendo ao computador ou ao papel quadriculado. Para esses autores, por meio dessa ação seria possível constatar se existe ou não um ponto de intersecção, além de terem a oportunidade de verificar se os cálculos algébricos condizem com o que está representado.

Os autores do livro didático findam a abordagem do conteúdo propondo outras questões, num bloco intitulado “Vamos aplicar”, empregando outros problemas que podem ser explorados no ensino e resolvidos pelos alunos. Percebemos que o livro adotado contempla a perspectiva de trabalhar os conhecimentos matemáticos a partir do problema, pois as atividades propostas contêm questões contextualizadas.

Esses foram os pontos que julgamos importantes para a compreensão de como o objeto matemático desta investigação era abordado no livro didático. Percebemos que os dois exemplares não contemplaram o método da adição como estratégia de resolução. Esse método apresenta um dos tratamentos algébricos que comumente é apresentado ao aluno do Ensino Fundamental quando esse conteúdo é ensinado.

O livro didático adotado pela unidade escolar é um dos recursos à disposição do professor que ajuda o trabalho docente. Além disso, a forma como o conteúdo foi apresentado possibilita que os alunos desenvolvam elementos de sua reflexividade quando fizerem uso dele, pois estimula a interpretação, a análise e a tomada de decisões.

No entanto, salientamos que mesmo o livro didático como uma importante ferramenta, a condução da aula depende exclusivamente do planejamento do professor. Embora constatado que o livro apresenta bons problemas para serem discutidos à luz da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, não há garantia que o professor trabalhará nesse viés.

No capítulo seguinte, apresentamos a metodologia utilizada para a realização dessa investigação. Apontamos as nossas escolhas quanto ao universo de pesquisa, aos instrumentos e métodos para recolha e produção dos dados, bem como os procedimentos adotados. Ao final, discorremos sobre como procedemos na análise, esclarecendo como chegamos às categorias para a verificação dos dados.

## CAPÍTULO 2

# PERCURSO METODOLÓGICO

---

Para construção deste capítulo apresentamos a metodologia que estrutura essa investigação no campo da Educação Matemática. Portanto, o capítulo foi organizado em cinco seções a fim de facilitar a compreensão, de quais ações foram tomadas para obtenção e produção dos dados dessa investigação. Na primeira seção, apontamos a abordagem desta investigação; na segunda, descrevemos os instrumentos para coleta e produção dos dados; na terceira, os procedimentos realizados; e, na última seção, o modo como sistematizamos os dados, estruturando a análise.

### 2.1 Pesquisa Qualitativa e Participante

Estruturamos esse percurso visando responder a questão de pesquisa desta investigação: *Quais as contribuições de um trabalho colaborativo com professores em formação continuada ao planejarem, experimentarem e refletirem sobre o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Sistema de Equações do 1.º grau através da Resolução de Problemas?*

Borba (2013, p. 25) menciona que “[...] pesquisas realizadas segundo uma abordagem qualitativa nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações”. Dessa compreensão percebemos que esta investigação tem natureza qualitativa, uma vez que descrevemos uma experiência, de formação continuada de professores de Matemática, por meio do trabalho colaborativo, articulados a uma Metodologia para o ensino algébrico. Ademais, buscamos, por meio das ações e posturas dos envolvidos, significados que refletem as contribuições para sua formação continuada.

Bogdan e Biklem (1994), no tocante à pesquisa qualitativa, enfatizam que a fonte de dados é o ambiente natural, situando o investigador como instrumento principal. Salientam ainda que nesse tipo de abordagem a descrição é utilizada pelos investigadores, que se interessam mais pelo processo do que os resultados, e seus dados são analisados de modo indutivo. Asseguram, portanto, que nesse tipo de pesquisa o significado ganha grande importância, pois eles explicam as ações.

Essas ideias articulam-se com o que dizem Fiorentini e Lorenzato (2012) no que concerne à abordagem qualitativa, quando defendem que esse é um contexto de pesquisa cujo objetivo é investigar uma situação por completo. Para os autores, essa situação pode ser uma unidade em ação, com direção própria, no entanto é preciso considerar as relações que estão envolvidas ou o contexto em que se situam.

Dentro dessa perspectiva, nessa experiência buscamos juntamente ao grupo compreender o ensino de um conteúdo algébrico utilizando a Metodologia da Resolução de Problemas. Enquanto pesquisador, nossa intenção era integrar-se a todos os processos investigativos, observando e também atuando junto aos sujeitos que participaria da pesquisa no melhoramento do contexto onde atuam. Visamos à formação e ações por meio das potencialidades dos envolvidos, gerando benefícios ao aprimorar seus conhecimentos em busca de novos caminhos.

Lüdke e André (1986, p.28) em relação à pesquisa participante asseguram que é “[...] uma estratégia que envolve [...] não só a observação direta, mas todo um conjunto de técnicas metodológicas pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada.” Desse modo, o pesquisador por meio das observações e ações junto aos participantes do grupo, se aproximam, na busca de entender a realidade que investigam.

A pesquisa participante objetiva levar a comunidade a investigar e a analisar sua realidade, e partir daí provocar mudanças posteriormente. Com isso, buscamos na perspectiva da dinâmica entre teoria e prática, a partir de um olhar investigativo do pesquisador como participante da pesquisa, investigar as contribuições de um trabalho colaborativo com professores de Matemática em formação continuada.

Percebemos, assim, que esses apontamentos reforçam nossa intenção de investigar nessa perspectiva, uma vez que possibilidades formativas podem ser geradas, quando os professores de Matemática, no próprio contexto escolar, compartilham e dialogam articulando teoria e prática. Isso nos direciona a uma investigação pautada na compreensão e em interpretações dessas especificidades.

Logo, nosso intuito nesse movimento de formação continuada de professores de Matemática é descrever e analisar as informações obtidas. Para isso, apresentamos os aspectos que caracterizam bem essa experiência. Nesse sentido, procuramos estar atentos aos ganhos e êxitos, como também às impossibilidades e desencontros, considerando que todas as ações explicam a formação.

Os apontamentos citados por Lüdke e André (1986), Borba (2013), Bogdan e Biklem (1994) e Fiorentini e Lorenzato (2012) caracterizam metodologicamente essa investigação. Estivemos envolvidos, como pesquisador, nesse movimento de formação continuada de professores, o que possibilitou a descrição das ações advindas dessa experiência, que assinalamos nesta escrita.

Na seção seguinte, apresentamos os instrumentos construídos para a coleta e produção dos dados, buscando descrever suas características para conhecimento de suas potencialidades na recolha dos dados.

## **2.2 Instrumentos e métodos para produção e coleta dos dados**

Fiorentini e Lorenzato (2012) asseguram que, quando definido o objeto, a fase seguinte relaciona-se à construção e ao desenvolvimento das maneiras de investigar esse objeto. Percebemos que, onde as descrições explicam as ações, o pesquisador busca direções que traduzam a experiência investigativa.

Portanto, indicamos os instrumentos que, em uma abordagem qualitativa, ajudam a responder a questão de pesquisa. Recorremos à construção dos instrumentos por meio de questionários e do diário de campo. Além disso, como métodos de recolha de dados foram utilizados a observação e os registros verbais audiogravados. Como pesquisador-participante, buscamos esses instrumentos e métodos, observando como cada um deles poderia contribuir para a investigação.

Fiorentini e Lorenzato (2012) consideram a Educação Matemática uma prática social, e nesse sentido enfatizam que o trabalho de campo fornece elementos importantes para sua compreensão e transformação. A partir disso, as informações de um determinado contexto pesquisado nos direcionam ao conhecimento a partir da prática, impossibilitando invenções e possibilitando intervenções ao seu respeito.

Desse modo, entendemos que as informações que traduzem determinada realidade não são dados simples, são produzidos por um processo de diálogo e questionamento. Como pesquisadores, estamos interessados nessa produção, porque ela consolida as informações que responderão a nossa questão.

As subseções seguintes apresentam os instrumentos e métodos que elegemos como necessários ao pesquisador para a coleta e produção de dados.

### 2.2.1 Questionários

Com a clareza do percurso que buscamos, fomos direcionados à construção de instrumentos que dessem conta de levantar dados para a nossa análise. Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 116) pontuam ser o questionário “[...] um dos instrumentos mais tradicionais da coleta de informações e consiste numa série de perguntas [...]”. Esses mesmos autores afirmam ainda que eles podem servir como uma fonte complementar de informações e o que o difere da entrevista é o contato direto do pesquisador com o sujeito pesquisado.

O questionário A, chamado de *Perfil do Professor* (Apêndice F), tinha o objetivo de registrar algumas informações que consideramos importantes para caracterizar o grupo de professores. Procuramos conhecer os aspectos relacionados à sua formação por meio do seu nível de instrução, vínculo empregatício, tempo de serviço e outras informações concernentes ao percurso profissional. Questionamos também o grupo de professores a respeito do ensino de Matemática e a percepção sobre a Resolução de Problemas como uma prática da sala de aula.

Para perceber as contribuições relativas ao planejamento desses professores para utilizar a Metodologia da Resolução de Problemas, elaboramos o questionário B, que nomeamos de *Planejamento dos Problemas* (Apêndice G). Esperávamos que os professores elaborassem as atividades, nomeando-as, especificando os conceitos a serem trabalhados, os objetivos, a proposta de resolução e tópicos do conteúdo a serem formalizados, conforme Nunes, Nogutti e Allevato (2014).

Para identificar os elementos que ocorreram quando os professores experimentaram a Metodologia na sala de aula com os seus alunos, construímos O questionário C, chamado de *Relato da Experimentação* (Apêndice H). A intenção era identificar as dificuldades, as limitações, o aceite do aluno, a desenvoltura do professor e outros motivos que poderiam interferir na consolidação do que fora planejado.

Para conhecermos as reflexões dos professores a respeito do envolvimento na formação continuada, utilizando uma Metodologia para o ensino, buscamos a socialização desse fazer no próprio grupo. Para isso, construímos o questionário D, chamado de *Reflexão* (Apêndice I), com o objetivo de perceber elementos da reflexão dos professores por meio de suas respostas. Visando a reflexão como ação subjetiva de cada indivíduo, recorreremos a esse questionário.

### **2.2.2 Diário de campo**

Num contexto colaborativo por meio do diálogo, da negociação, confiança e respeito, o pesquisador passa a tomar parte da situação observada por meio dos registros e de suas memórias. Para isso, precisa anotar os acontecimentos que ajudam a retratar a realidade investigada, traduzindo de forma mais próxima as características dos sujeitos e das ações. Nessa direção, registramos os elementos observados durante o percurso investigativo, em um mesmo lugar, que de acordo com a definição no campo da pesquisa científica é denominado Diário de Campo.

Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 118) consideram o diário de campo como o instrumento “[...] mais rico de coleta de informações durante o trabalho de campo”. Discorrem que seu uso possibilita o registro de observações, descrições ou pode até mesmo conter diálogos. Nesse sentido, quanto maior a proximidade do instante que está sendo observado esse registro, espera-se uma maior visibilidade referente à informação. Certos desse direcionamento, escolhemos adotá-lo.

Optamos pela concepção descritiva do diário de campo por compreendermos que, como um participante desse grupo, no momento de coleta das informações seria inviável interpretar os acontecimentos. Portanto, buscamos registrar os movimentos em torno do professor, percebendo como se articulavam no momento das atividades complementares, sobre o que conversavam e o que faziam.

Também usamos o diário de campo quando participamos da aplicação das atividades planejadas pelo professor ao empregarem a Metodologia com os seus alunos. Procuramos registrar toda a vivência em torno do comportamento do professor e dos alunos na tentativa de não perder os aspectos mais importantes dessa experiência, por ter consciência de que eram esses os dados da pesquisa.

### **2.2.3 Observação**

Utilizamos também como método de recolha dos dados a observação a fim de compreendermos algumas ações dos professores. Por conseguinte, direcionamos o nosso olhar para o espaço da atividade complementar (AC), em que os professores planejavam e desenvolviam as atividades para a sala de aula. Ao chegarmos, registrávamos todos os movimentos em torno dos professores, estando atentos a tudo o que ajudasse explicar o que propomos a investigar.

No tocante à sala de aula, não pretendíamos adentrar nesse espaço, pois o foco da investigação era o ensino. No entanto, com o desenvolvimento da pesquisa, o envolvimento na formação nos direcionou a sala de aula, a convite do grupo de professores. Após negociarmos, combinamos que na experimentação da Metodologia o pesquisador estaria presente observando o trabalho desenvolvido.

Nesse sentido, o modo como se dá a observação evidencia a sua essência e intencionalidade. Para ter validade científica deve ocorrer de modo adequado, contribuindo para o desenvolvimento do conhecimento. Ibiapina (2008) apresenta elementos que caracterizam a observação descritiva:

[...] o observador adapta-se ao campo de estudo e faz descrições que destinam a oferecer uma ideia geral da complexidade do objeto observado, as inter-relações mantidas pelo observado e observador são racionais e distanciadas e se limitam ao espaço imediato da observação, a análise dos dados observados é feita de forma avaliativa. (IBIAPINA, 2008, p. 91).

Conforme esse entendimento, a perspectiva adotada nesta investigação foi a observação com a intenção de descrever ações e comportamento que atendessem nossa questão. Todos os movimentos que ajudassem a explicar as ações foram percebidos por meio da observação feita pelo pesquisador.

#### **2.2.4 Registros verbais audiogravados**

Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 108) afirmam que para a pesquisa ser confiável “[...] é preciso planejá-la quanto aos aspectos do problema a serem observados e quanto à forma de observar e registrar os fenômenos, isto é, sobre ‘o que’ e ‘o como’ observar”. Portanto, ao participar do contexto em que os dados foram coletados, a forma de registro levaria a identificá-los.

Buscamos, portanto, avaliar as estratégias que iríamos utilizar para não interferir no comportamento dos envolvidos e ser flexível nas situações à nossa volta. Logo, recorreremos a mais um método de recolha dos dados, os registros verbais audiogravados.

Com os apontamentos feitos por meio das falas, visamos a percepção dos aspectos discutidos e presentes nos discursos dos envolvidos. Para não perder aspectos de sua compreensão e reflexão, recorreremos a gravação do áudio, apropriamo-nos de fragmentos das falas, constituindo nossos dados.

Diante dos instrumentos e métodos apresentados, sintetizamos nossa pretensão de pesquisa estruturada em quatro momentos. Buscamos essa organização com a clareza a respeito das opções a que recorreremos e os procedimentos que viessem a ser realizados.

O primeiro momento estava direcionado à consolidação do grupo, com o intuito de firmarmos parcerias. Para isso, apresentamos e discutimos com os professores toda a intenção de pesquisa para conhecimento e planejamento das ações. Momento de flexibilidade, uma vez que, a proposta poderia ser reelaborada.

O segundo momento esteve relacionado à proposição da realização dos estudos referentes às contribuições teóricas, os quais foram designados de encontros formativos. O comprometimento dos envolvidos em fazer as leituras, participar das discussões, articulando os elementos teóricos com a sua prática, foi uma direção que estávamos em busca nessa pesquisa..

O terceiro momento consistiu na parte prática, isto é, quando o grupo planejava atividades visando utilizar a metodologia da Resolução de Problemas. Após a construção dessas atividades, os professores aplicariam os problemas no espaço da sala de aula aos seus alunos. Vivenciar o que foi planejado por meio das contribuições em que o grupo esteve envolvido proporcionaria novas reflexões sobre o ensino, contribuindo para o seu melhoramento.

E, por fim, o quarto momento foi construído voltado à reflexão e à socialização da prática planejada pelos membros do grupo, com o intuito de percebermos o quanto a proposta contribui para a formação. Nesse sentido, por meio dos discursos dos professores, procuramos a compreensão do quanto à experiência, por intermédio do trabalho colaborativo, apresentaria algum significado. Para isso, propomos uma roda de conversa em que elencamos pontos-chave para nortear esse momento dialogado.

Definidos os instrumentos e métodos, o percurso que propomos contemplava os quatro momentos em que estruturamos esta pesquisa, como citamos anteriormente, a saber: 1) consolidação do grupo; 2) realização dos estudos referentes às contribuições teóricas; 3) utilização da Metodologia da Resolução de Problemas; e 4) reflexão e socialização da experiência vivenciada.

Na seção seguinte, apontamos os procedimentos adotados para a coleta de dados. Cientes do que pretendemos responder e que procedimentos realizar, evidenciamos quais ações foram desenvolvidas para se chegar aos dados.

## **2.3 Procedimentos para coleta de dados**

A coleta de dados aconteceu em meio a esses momentos, caracterizada pela observação descritiva realizada pelo pesquisador. Procedemos, também, aos registros no diário de campo, para percepção das ações dos professores nesse percurso. Quando oportuno, aplicamos os questionários aos professores participantes, nos encontros formativos realizados com a gravação do áudio, gerando os registros verbais. Por fim, em uma roda de conversa socializamos as reflexões sobre essa experiência avaliando sua intenção e estrutura.

A seguir, abordamos o universo da pesquisa, detalhando onde essa investigação ocorreu. Após, apresentamos os procedimentos para cada momento da investigação. Para isso, identificamos e estruturamos um direcionamento para cada ação planejada. A descrição desses procedimentos possibilita compreender o uso dos instrumentos e métodos definidos para recolher e produzir os dados.

### **2.3.1 Descrevendo o campo de pesquisa: a escola**

Enfatizamos que nosso universo de investigação foi uma escola pública em um município do sul da Bahia, localizada numa posição estratégica, no centro do município, atendendo a uma demanda bastante diversa. Demonstramos por quais motivos essa unidade escolar foi escolhida para realização dessa investigação e em que condições a pesquisa foi desenvolvida.

Criada em 2002 para atender os alunos que na época cursavam o Ensino Fundamental, 5.<sup>a</sup> série à 8.<sup>a</sup> série, na modalidade regular (atualmente do 6.<sup>o</sup> ano ao 9.<sup>o</sup> ano), no período diurno, e a Educação de Jovens e Adultos (EJA), no período noturno. O público que transitava nesse espaço, segundo os dados disponibilizados pela direção da escola, era de aproximadamente 1.200 alunos, oriundos de diferentes estratos da sociedade. Esses alunos refletem a situação econômica, social, política e cultural do município onde a escola está situada.

Apresenta uma estrutura física constituída por dez salas de aula, diretoria, laboratório de informática, secretaria, sala de professores, sala de recursos multifuncionais, setor de digitação, biblioteca, cozinha, cantina, banheiros, quadra esportiva coberta e uma área interna que interliga os setores mencionados. Em seu entorno há uma área pavimentada, que proporciona a mobilidade dos alunos.

A equipe de gestão escolar era constituída por um diretor geral e três vice-diretores, que atuavam em seus turnos de trabalho. No pedagógico, havia três coordenadores: dois, para o ensino regular, no diurno, e outro para a Educação de Jovens e Adultos (EJA), no noturno. Em parceria com esses coordenadores, um dos professores coordenava a área (Linguagem, Humanas e Matemática e Ciências), atuando com os demais nos momentos das atividades complementares (AC) para articularem o planejamento escolar com os seus pares.

A escola contava com um quadro considerável de professores graduandos, licenciados e pós-graduados em nível de especialização e mestrado. O interesse da unidade escolar segundo o seu Projeto Político Pedagógico (PPP) era mobilizar e articular ações, no seu cotidiano, que contemplassem um projeto permanente de formação continuada durante as atividades complementares. Para isso, ofertavam capacitações, oficinas e seminários por meio do Plano de Desenvolvimento da Escola (PDE) ou de sua mantenedora, a Secretaria Municipal de Educação (SME).

Desde 2011, como professor dessa unidade, ao assumir uma vaga por meio de concurso público para o cargo de Professor de Matemática, fomos integrados à sua dinâmica. A missão dessa escola é “[...] viabilizar uma educação de qualidade, atentando para o direito de aprender e progredir com sucesso na escolarização e na permanência dos alunos”, de acordo com o PPP.

Havia problemas como qualquer outro espaço que trabalha com o ensino, no entanto o comprometimento de toda a comunidade escolar contribuía para que as situações fossem resolvidas ou minimizadas. A equipe de gestão possibilitava o envolvimento de todos, nas ações no interior da escola, por desenvolverem um trabalho pautado nos princípios democráticos.

Quanto ao seu estado de conservação, percebemos um cuidado em relação ao seu patrimônio. Ausência de pichações nas paredes das salas, as cadeiras e as carteiras dos alunos estavam adequadas para o uso, funcionários de apoio nos corredores, na portaria e em todos os setores, garantindo o atendimento e o zelo pelo bem público.

A escolha por essa unidade escolar ocorreu em razão do horário consolidado, destinado ao planejamento dos professores. Nesse espaço poderíamos refletir sobre o ensino, por meio de ações de formação continuada, uma vez que os professores estariam presentes na escola, cumprindo sua carga horária de trabalho, consolidando a ausência de impedimentos de sua participação.

A Secretaria Municipal de Educação (SEC), que realizava a gestão por meio do fortalecimento do ensino e da aprendizagem, orientava as unidades educacionais a respeito do planejamento, em cada área do conhecimento. Esse foi um dos motivos que nos direcionou a propormos os encontros formativos nesses momentos.

Esse horário, chamado de atividade complementar (AC), ocorria semanalmente por meio de encontros realizados na escola, com a participação dos professores e de um coordenador de área. Para a pesquisa, parte desse momento constitui como formativo, por meio de estudos, leituras, discussão e socialização de elementos teóricos e práticos voltados à formação dos professores.

Consideramos esses os aspectos principais a respeito da escola onde aconteceu a investigação. Na subseção seguinte, apresentamos como ocorreu a aceitação da proposta de investigação pela direção escolar e pelos sujeitos da pesquisa.

### **2.3.2 O aceite da direção e dos professores**

Para efetuar a pesquisa, precisamos da autorização da representação legal da unidade escolar, por meio de um documento chamado de Carta de Anuência (Apêndice A), que permitia a concessão do espaço. Além disso, para submissão e apreciação do Comitê de Ética e Pesquisa (CEP) da Universidade Estadual de Santa Cruz, para aprovação e liberação, esse documento era imprescindível para a proposta de pesquisa ser analisada.

Com isso, dirigimo-nos à escola e procuramos a direção para dialogarmos sobre a pretensão de desenvolvermos essa investigação. Apresentamos a proposta, deixando claro que versava sobre o ensino e o foco era a formação continuada dos professores de Matemática, acontecendo no próprio espaço escolar, no momento das atividades complementares (AC).

Houve alguns questionamentos relacionados ao tipo de metodologia a ser trabalhada. A representante da direção, formada em Letras Vernáculas, fez associações com metodologias de sua área, quanto à linguagem, no âmbito das mudanças da norma culta, e que nos exames e avaliações a que os alunos eram submetidos eles se mostravam despreparados em relação à escrita exigida.

Correlacionou essa experiência ao campo matemático, argumentando se essa forma de trabalho dos professores (no caso a Metodologia da Resolução de

Problemas) não implicaria esse tipo de retrocesso para o aluno, o que lhe preocupava. Voltamos a explicar-lhe sobre toda a proposta da investigação, elucidando principalmente sobre as etapas da Metodologia. Que os conhecimentos seriam mobilizados a partir dos alunos, mas o professor acompanharia todo o processo e no momento oportuno seria o responsável por formalizar o conteúdo, apresentando conceitos, procedimentos e técnicas.

Diante desses argumentos, as dúvidas foram esclarecidas e a direção concordou em conceder a escola como espaço de formação nessa investigação. Essa ação vem confirmar nossa escolha, em relação à escola e ao grupo de professores de Matemática, sujeitos de nossa pesquisa. O próximo passo era estabelecer o diálogo com esse grupo a fim de apresentarmos nossa intenção e obter o apoio do grupo em participar do movimento proposto.

Quanto aos professores, o aceite foi quase que instantâneo, pois, ao sermos aprovados no mestrado, informamos sobre nossa proposta de pesquisa. Salientamos que, caso o projeto apresentado fosse acatado pela Coordenação do Programa, tínhamos o interesse em realizar a investigação naquele espaço.

Com as condições para a execução da pesquisa, garantida pelo aceite da direção e dos professores, comunicamos a estes últimos que, após a liberação pelo Comitê de Ética e Pesquisa (CEP), retornaríamos à escola para dialogarmos sobre a investigação. Naquele momento estava se consolidando a proposta com a Orientação para submissão e análise. Alguns detalhes da dinâmica de formação continuada estavam sendo discutidos, a respeito de prazos e ações.

Sendo assim, reunimos a Declaração de Responsabilidade (Apêndice B), o Termo de Compromisso do Uso de dados e arquivo (Apêndice C) com as outras documentações necessárias para submissão da proposta ao CEP, que depois de idas e vindas foi aprovada. Conversamos com um dos professores que desenvolvia a função de Coordenador de Área, verificando o momento oportuno de iniciar a investigação. Ele sugeriu que conversássemos com o grupo em uma reunião de AC na escola para chegarmos a esse entendimento.

Por estarem finalizando a Unidade, os professores estavam sobrecarregados com as demandas internas. Por conseguinte, sugeriram iniciar os encontros na Unidade vindoura, o que foi acatado por todos. Dessa conversa buscamos também articular o tempo necessário às ações da pesquisa e definir com o grupo o objeto matemático trabalhado em sala de aula.

Esclarecemos aqui, que, por conta dos prazos Comitê de Ética e Pesquisa (CEP) <sup>7</sup> em liberar a pesquisa e em razão de o cronograma da escola funcionar independente deste, o objeto matemático inicial, Equação do 1.º Grau, já havia sido trabalhado com os alunos. Aproveitamos o ensejo com os professores para definição de outro conteúdo algébrico, que poderia ser envolvido na proposta de pesquisa.

Os professores, após discutirem e observarem as orientações em relação ao planejamento escolar, definiram o sistema de equações do 1.º grau como objeto matemático. Essa ação nos levou a estruturar os passos da pesquisa, visando perceber as contribuições para formação continuada dos professores de Matemática quando utilizam a Metodologia da Resolução de Problemas para o ensino de Álgebra.

Na próxima subseção apresentamos a descrição de como ocorreram os encontros formativos com o grupo de professores nos momentos de realização das atividades complementares.

### **2.3.3 Aplicação dos instrumentos: os encontros formativos**

Após definirmos o início da pesquisa, com uma semana de antecedência dirigimo-nos ao espaço escolar, no momento da atividade complementar dos professores (AC), a fim de definir outros detalhes da investigação. Estivemos receptivos a agregar outras possibilidades em relação às contribuições teóricas.

Ideias vindas dos integrantes do grupo, no tocante a referências, outros focos de análise ou quaisquer alternativas apontadas por eles poderiam ser contempladas. Conversamos com os professores de modo informal explicando a dinâmica dos encontros, buscando sugestões para comporem a proposta. Eles se mostraram interessados, no entanto os professores não sinalizaram nenhuma mudança.

Os eixos que estruturam essa investigação foram os alicerces para serem socializados em cada encontro, por perceber que esses conhecimentos poderiam contribuir para a formação docente. Pensamos em utilizar parte das atividades complementares para estudos, discussão e socialização de elementos teóricos e práticos que contribuíssem com a formação. Reunimos esse nosso olhar e levamos para a negociação com o grupo.

---

<sup>7</sup> Pesquisa com protocolo de número 47786315.7.0000.5526.

Compartilhamos com o grupo, que concluiu que dos três horários da atividade complementar (AC) dois deles eram suficientes para atender as demandas individuais de cada um, bem como as ações da área. O terceiro horário poderia ser disponibilizado para a dinâmica proposta. Reputamos o tempo satisfatório para refletirmos sobre a prática e melhorias para o ensino.

Outro ponto discutido pelo grupo foi a respeito da leitura do material que serviria de embasamento para nossas reflexões e discussões. Ficou definido que os textos deveriam ser disponibilizados com uma semana de antecedência para que fosse possível realizar a leitura antes da discussão em grupo. Com o intuito de definirmos o caminho pensado para trilhar, construímos um cronograma voltado aos encontros formativos, como demonstra o Quadro 7.

**Quadro 7** - Cronograma dos Encontros Formativos com o grupo de professores

ENCONTROS	TEMÁTICA	AÇÃO/FUNDAMENTAÇÃO
1.º	Sensibilização dos colaboradores Diagnóstico das necessidades formativas	Apresentação da proposta Negociação sobre aspectos da prática
	Trabalho Colaborativo	IBIAPINA, Ivana Maria Lopes de Melo. <i>Pesquisa colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimento</i> . Brasília: Líber Livro, 2008. 136 p.
2.º	O que é um problema?	Conceituações diversas, como: Pozo (1998), Van de Walle (2001), Polya (1962) e Onuchic e Allevato (2012)
	Resolução de Problemas	BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. <i>Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática</i> . Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.
3.º	Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas	ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. <i>Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas? Resolução de problemas: teoria e prática</i> . Jundiaí, Paco Editorial, 2014.
4.º	Álgebra (dimensões da álgebra)	BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. <i>Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática</i> . Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.
5.º e 6.º	Produção dos Problemas	Grupo de Professores (planejamento)
	Intervalo de Aplicação	Utilização da proposta metodológica em sala de aula (experimentação)
7.º	Reflexão	Grupo de Professores Roda de conversa sobre as experiências vivenciadas

Fonte: O autor

Com esses combinados, iniciamos de fato os encontros formativos com a participação dos professores de Matemática e do pesquisador. No primeiro encontro, após identificar a intenção que nos direcionaria, esclarecemos aos envolvidos sobre sua participação e envolvimento na pesquisa e lemos o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Apêndice D). Informamos sobre os registros verbais audiogravados que pretendíamos utilizar como método de recolha de dados, e para essa permissão a Autorização para uso de Imagem e Áudio (Apêndice E) deveria ser assinada.

Apresentamos também a proposta de trabalho, articulando que esse movimento fazia parte de uma pesquisa acadêmica que seria desenvolvida com a colaboração do grupo. Enfatizamos nossa intenção de trabalhar a formação continuada utilizando uma Metodologia para o ensino de um conteúdo algébrico. Em meio a esse diálogo, os professores concordaram que as dificuldades referentes à Álgebra, constituíam um campo de análise e demonstraram interesse em participar do processo formativo.

Diluídas as dúvidas, os professores responderam o questionário A (Apêndice F), voltado ao Perfil do Professor, para obter informações do grupo. Conversamos a respeito das necessidades formativas e sensibilizamos os envolvidos a respeito da investigação.

Ainda nesse primeiro encontro, refletimos sobre o trabalho colaborativo apoiados no texto “Diálogo com os cânones”, de autoria de Ibiapina (2008). Conforme mencionado, o trabalho colaborativo era nossa estratégia de formação, e refletir nessa direção oportunizaria ao grupo perceber os aspectos principais que buscávamos para nortear essa dinâmica formativa.

No segundo encontro, refletimos a respeito da conceituação do que vinha a ser um problema em Matemática e como desenvolvemos a Resolução de Problemas na sala de aula. Percebemos a orientação dos PCN (BRASIL, 1998) para o trabalho com a Resolução de Problemas como uma estratégia para o ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

No encontro seguinte conhecemos a Resolução de Problemas baseados na abordagem proposta por Allevato e Onuchic (2014), utilizando o texto: “Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas?” Procuramos entender como a Metodologia estava estruturada na percepção das autoras e se seria uma opção interessante para a sala de aula.

Reportamo-nos outra vez aos PCN (BRASIL, 1998), no quarto encontro, com o intuito de refletir sobre o ensino algébrico. As diretrizes relacionadas à Álgebra trouxeram inquietações aos envolvidos quanto às dimensões que abarcavam o seu ensino. Os exemplos abordados pelos PCN (BRASIL, 1998) fomentaram discussões relacionadas à aplicação dos conhecimentos algébricos a outros campos, como o geométrico e o estatístico.

Após as discussões dos encontros anteriores, visando atender a um dos objetivos de nossa investigação, no quinto encontro, os professores planejaram os problemas para trabalharem com os alunos. Apoiaram-se na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para iniciar o conteúdo algébrico de sistema de equações do 1.º grau.

Ao darem início a esse planejamento coletivo perceberam que o tempo não seria suficiente para concluí-lo. Logo, sugeriram que a finalização ocorresse na semana seguinte, o que foi aprovado por todos, gerando o sexto encontro. Ao final, apresentaram o planejamento que produziram, utilizando o questionário B (Apêndice G) e socializando o que trabalhariam com os seus alunos na sala de aula.

Após um período de três semanas, para aplicação das atividades com os alunos, os professores trabalharam os problemas planejados por meio da Metodologia da Resolução de Problemas. Como pesquisador, estivemos nesses espaços observando os professores e os alunos. Ao final dessa aplicação, os professores responderam ao questionário C (Apêndice H) nomeado de Relato de Experimentação, descrevendo como foi essa experiência com os seus alunos.

Orientado pela visão de Ibiapina (2008, p. 22) sobre “ter o cuidado de dar vez e voz aos parceiros de quem solicitou a colaboração”, após a experimentação da metodologia com os alunos, aconteceu o sétimo encontro. Por meio do diálogo, os professores compartilharam essa experiência apresentando elementos de sua reflexão. Apontaram as contribuições para a formação docente respondendo ao questionário D (Apêndice I), nomeado de Reflexão, e participaram de uma roda de conversa.

Para buscar os aspectos da reflexividade desses professores, elaboramos as questões contidas no Quadro 8 objetivando identificar como esse grupo percebeu esse movimento de investigação. Esse entendimento se aproxima da forma como Ibiapina (2008, p. 65) aborda que o “[...] refletir significa extrair significados decorrentes das experiências advindas da ação concreta”.

**Quadro 8** - Questões norteadoras para o momento de reflexão ao final dos encontros formativos

REFLEXÃO		
	EIXOS	PERGUNTAS NORTEADORAS
1	Sobre a <b>participação</b> de um grupo com dimensões da colaboração	a) o que lhe motivou a participar deste grupo? b) foi cooperativo ou colaborativo? c) quais as maiores dificuldades em relação a sua contribuição? d) houve algum ganho em sua formação?
2	Sobre o <b>planejamento</b> a partir dos encontros formativos	a) já tinha trabalho nessa perspectiva? b) houve algum entrave quanto à construção dos problemas? c) como você avalia os problemas que foram construídos?
3	Sobre a <b>experiência</b> com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas	a) você trabalhava a resolução de problemas? b) a metodologia é uma via possível para o ensino de Matemática na sala de aula? c) a efetividade da metodologia depende mais do professor ou dos estudantes? d) poderia apontar os maiores entraves que encontrou com a utilização da metodologia? e) quais os aspectos positivos que conseguiu perceber utilizando a metodologia da resolução de problemas? f) e a avaliação? Foi possível ser realizada nessa experiência?
4	Sobre o seu <b>percurso</b> nesta experiência.	a) considera que houve alguma mudança em você enquanto professor de Matemática? b) qual o maior ganho com essa experiência? c) há possibilidade de continuar trabalhando nessa perspectiva?

Fonte: O autor.

Visando identificar essas contribuições para o processo formativo, esse momento também foi destinado à reflexão e à avaliação. Essa ação foi pontual, no entanto explicitamos aqui nossa pretensão, ao enfatizar que a reflexão permeou todas as etapas da investigação. Apoiados nessa direção, os passos dados sempre buscaram articular os aspectos da prática docente dos professores com as contribuições das referências a que recorreremos, mediante a prática reflexiva. Ibiapina (2008) pontua que:

Esse processo reflexivo exige mergulho tanto no conhecimento teórico quanto no mundo da experiência, para que se possa desvelar a que interesses servem as ações sociais e como elas reproduzem práticas ideológicas, isto, é a reflexão oferece mais poder para os professores (re) construir o contexto social em que estão inseridos, proporcionando condições para que esses profissionais compreendam, para mudar a teoria educacional, a política e a prática, é necessário mudar a própria forma de pensar, sentir agir (IBIAPINA, 2008, p. 72).

Procuramos perceber a compreensão dos docentes sobre essa vivência, estimulando a reflexão a fim de chegarmos às contribuições para sua formação. Ibiapina (2008, p. 70) reafirma

[...] que os professores precisam ser estimulados a refletir sobre o que pensam, fazem e sentem em sessões colaborativas sistematizadas com questionamentos que possam levá-los a ir além das condições que marcam prática docente [...].

Os momentos de formação em que os professores com o pesquisador estiveram envolvidos foram dialogados e participativos, levando os envolvidos a refletir sobre as suas ações em torno do ensino de conteúdos matemáticos.

Na seção seguinte, apresentaremos os aspectos relacionados aos procedimentos adotados necessários à análise das informações obtidas no trabalho de campo. Nosso intuito é esclarecer ao leitor essas ações, uma vez que dessas informações demanda-se a consistência dos dados, bem como apresentar respostas à questão de pesquisa proposta no início de nosso trabalho.

#### **2.3.4 Sujeitos de pesquisa: o grupo de professores que ensinam Matemática**

Procuramos nesta subseção apresentar o perfil dos professores que participaram dessa investigação. Para estruturação deste trabalho, pensamos no envolvimento de todos os professores, uma vez que o momento destinado ao planejamento docente era realizado na própria escola.

Como citamos anteriormente, os professores de Matemática dessa escola, responderam o questionário A (Apêndice F), nomeado de Perfil do Professor, para conhecermos os aspectos de sua formação, tempo de serviço, vínculo empregatício, turmas que estavam desenvolvendo suas atividades, sua relação com o ensino da Matemática e o conhecimento sobre a Resolução de Problemas.

O grupo era constituído de sete professores que ensinavam Matemática e todos foram convidados a participar da pesquisa. No encontro inicial, os professores estiveram presentes e conheceram a proposta e aceitaram o convite. Após a compreensão do livre envolvimento, afastando ou desistindo de contribuir com essa investigação e ter o anonimato garantido, o aceite foi formalizado com a assinatura do TCLE (Apêndice D).

Contamos com sete professores de Matemática, que ou estavam cursando (dois deles) ou já eram licenciados em Matemática (cinco deles). Um deles já havia cursado uma pós-graduação em Educação Matemática. Os professores dessa escola têm formação específica na disciplina em que atuam, caracterizando certo compromisso da gestão escolar com o ensino.

Além da rede municipal, um dos professores trabalhava no ensino privado e outro na rede estadual. Quanto ao vínculo, três professores eram contratados e os outros efetivos na rede municipal. No que concerne ao tempo que lecionam, um dos professores havia iniciado a docência no ano de realização da pesquisa, três ensinavam entre cinco e dez anos e os demais há mais de quinze anos.

Foi de nosso interesse conhecer em que turmas esses professores atuavam e a preferência de trabalhar numa turma de modo específico. Essa articulação poderia trazer alguma relação com o objeto matemático que buscamos investigar. Ministravam aulas em turmas do 6.º ao 9.º ano do Ensino Fundamental, distribuídas de acordo com a carga horária, assim distribuídas: 20 horas semanais (15 aulas na sala de aula + 3 aulas de AC + 2 aulas para atividades domiciliares) e 40 horas semanais (30 aulas na sala de aula + 6 aulas de AC + 4 aulas para atividades domiciliares). Para identificação, optamos por atribuir-lhes nomes fictícios, como referido no Quadro 9, para preservação da imagem e de suas identidades.

**Quadro 9** - Distribuição das turmas entre os professores e seu turno de trabalho

<b>Professores</b>	<b>Carga Horária</b>	<b>Turmas</b>	<b>Preferência</b>	<b>Turno de trabalho</b>
Lucas	20 horas	7.º e 9.º anos	Indiferente	Matutino e vespertino
Daniel	20 horas	7.º ano	Indiferente	Vespertino
Cleide	40 horas	7.º e 8.º anos	Indiferente	Matutino e vespertino
Robson	20 horas	8.º ano	7.º ano	Matutino
Pedro	20 horas	6.º e 7.º anos	Indiferente	Matutino e vespertino
André	20 horas	9.º ano + Coordenação	Indiferente	Matutino e vespertino
Ana	20 horas	6.º ano	6.º ano	Matutino e vespertino

**Fonte: O autor.**

Somente dois professores sinalizaram preferência em trabalhar com uma turma, em específico: o Professor Robson justifica sua escolha, quanto ao 7.º ano, referindo-se à “facilidade de trabalhar melhor situações envolvendo problemas”. E a Professora Ana que ministrava aulas no 6.º ano e com preferência pela mesma

turma, em virtude de “gostar de trabalhar com crianças e do trabalho com atividades lúdicas que envolvem conhecimento matemático”. Os demais foram indiferentes quanto à turma em que desenvolviam suas atividades.

Perguntamos também sobre a preferência dos conteúdos matemáticos e, para isso, indicamos os blocos de conteúdos dos PCN (BRASIL, 1998), apontando sua escolha: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; e Tratamento da Informação. O grupo apresenta maior preferência quanto ao ensino dos conteúdos relacionados aos Números e Operações que envolvem os conhecimentos voltados a Aritmética e a Álgebra, o que consideramos relevante para o campo que propomos investigar.

No tocante ao material que geralmente utilizam em suas aulas, todos os professores disseram adotar o livro didático e a lousa. Entre eles há os que também usam a calculadora, a proposta pedagógica da escola – *softwares* educacionais, material dourado, ábaco e vídeos. Essas informações revelaram que esse grupo de professores buscava alternativas para um ensino com algum significado, recorrendo a materiais didáticos que favorecessem a aprendizagem.

No que concerne ao conceito de problema matemático, quatro professores afirmaram que seria uma atividade que modela uma habilidade ou o conhecimento matemático de quem resolve. Um dos professores acreditava que seria uma tarefa ou atividade sem regra e sem um método para resolver, e dois professores sinalizaram que se refere a um desafio proposto que pode ser solucionado. A definição de problema matemático, como algo que não sabemos fazer, mas temos interesse, como propõe Onuchic e Allevato (2012), não foi escolhida pelos professores.

Sobre o uso da Metodologia da Resolução de Problemas em suas aulas, todos os professores disseram utilizar. Quatro deles pontuaram que criavam problemas com situações de vida do aluno. Um afirmou que trabalhava por meio do livro didático e outro professor apontou que apresentava situações para os alunos resolverem após a exposição do conteúdo. Em suas respostas não sinalizaram a utilização de um percurso metodológico quanto ao ensino por meio dos problemas.

O objeto matemático trabalhado nessa investigação, sistema de equações do 1.º grau, no momento da pesquisa, estava planejado para ser ministrado nas turmas de 7.º e 8.º ano. Esse conteúdo não é trabalhado com o aluno quando cursa o 6.º ano e já havia sido trabalhado no início do ano letivo com os alunos do 9.º ano.

Diante disso, não seria prudente excluir os professores que não iriam ministrar aulas com esse conteúdo no momento da formação. Sendo assim, oportunizamos a participação e o envolvimento de todos eles, por considerarmos que as ações referentes à formação aconteceriam quando a coletividade estivesse reunida.

Esses professores estavam habilitados para trabalhar em turmas do 6.º ao 9.º ano, e os conhecimentos da Metodologia poderiam ser aplicados a qualquer conteúdo. Esse entendimento ratifica nossa escolha da participação, sendo indiferente trabalhar no momento da pesquisa com o objeto matemático.

Para efeito da análise de dados dessa pesquisa, entre os sete professores participantes da formação, elegemos cinco deles para serem focos de nossa investigação: André, Cleide, Daniel, Pedro e Robson. O critério utilizado para essa escolha foi o desenvolvimento das atividades com o objeto matemático da investigação, sistema de equação do 1.º grau e a participação desses professores em todas as etapas de realização dessa pesquisa.

Desse modo, averiguar por parte de quem ensina como ocorrem possíveis formas de representação e composição utilizando a Álgebra para construção do conhecimento matemático poderia melhorar a atividade educativa. Nesse sentido, esse grupo de professores envolvido em discussões de elementos teóricos e da prática reuniu elementos para constituição de um espaço de formação continuada, proporcionando o aprimoramento da ação docente.

## **2.4 Sistematização dos dados obtidos**

Nesta seção, apresentamos os procedimentos para análise dos dados coletados, e, para iniciarmos esse processo, buscamos a sistematização e a organização deles. A análise dos dados está estruturada na forma como o pesquisador os compreende, os interpreta e os descreve, apoiado nas concepções que fundamentam a pesquisa, fundamentadas no Capítulo 1, a saber: formação de professores por meio do trabalho colaborativo; a metodologia da Resolução de Problemas; e o ensino de Álgebra, visando responder a questão de pesquisa.

Para análise, faz-se necessário organizar os dados obtidos para que se tenha um direcionamento, diante de tudo o que foi coletado. Nesse processo, muitos dados surgem como novidades na pesquisa, fatos novos, informações inesperadas e, por conseguinte, o pesquisador deve buscar os significados tomando como

referência a questão investigativa e os objetivos de seu trabalho articulados com os pressupostos teóricos que consideramos neste trabalho.

Sendo assim, pautamos nossas ações com cautela, pois decisões desencontradas poderiam comprometer a elaboração de resposta à nossa questão de pesquisa. Com a clareza sobre o que pretendemos investigar, decidimos, para o processo de sistematização e análise das informações obtidas no trabalho de campo, recorrer à categorização.

Na próxima subseção indicamos alguns detalhes sobre essa alternativa de proceder, organizar e analisar os dados numa abordagem qualitativa, o que nos leva à compreensão de como devemos agir de posse desses registros.

#### **2.4.1 Processo de Categorização**

Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 134) asseveram quanto à categorização como “[...] um processo de classificação ou de organização de informações em categorias, isto é, em classes ou conjuntos que contenham elementos ou características comuns”. Esses mesmos autores apontam que o pesquisador deva observar alguns princípios que satisfaçam essa condição. Nesse sentido apontam que as categorias:

- Devem estar relacionadas a uma ideia central;
- Sejam disjuntas, de modo que cada elemento esteja relacionado a uma categoria;
- Devem abranger todas as informações obtidas.

Os materiais empregados na definição da categorização são frutos das escolhas feitas nos instrumentos usados para a coleta dos dados. Em nossa investigação temos: os questionários semiestruturados A, B, C e D, respondidos pelos professores nos encontros formativos (Perfil do Professor, Planejamento dos Problemas, Relato de Experimentação e Reflexão). Dispomos, ainda, das observações registradas no diário de campo e os registros verbais audiogravados.

Fiorentini e Lorenzato (2012) mencionam que, na pesquisa qualitativa é grande a probabilidade de surgirem as categorias na própria pesquisa de campo. Defendem também que o processo de construção de boas categorias de análise depende, em grande parte do conhecimento teórico do pesquisador e de sua capacidade de perceber a existência de relações ou regularidades.

A partir dessa compreensão, estruturamos ou criamos categorias, que compõem o capítulo destinado à análise dos dados, as quais foram identificadas a partir dos objetivos específicos traçados nessa investigação, e com base nelas apresentamos nossas discussões. São elas: (1) As contribuições para formação do professor quando planeja utilizar a Metodologia da Resolução de Problemas; (2) As intervenções realizadas pelo professor quando experimenta a Metodologia da Resolução de Problemas; e (3) As contribuições para a reflexão dos professores oportunizada pela utilização da Metodologia da Resolução de Problemas.

No capítulo seguinte, apresentamos a análise dos dados dessa investigação, identificando os resultados encontrados, por meio das categorias estruturadas a partir dos dados coletados e produzidos nessa investigação.

## CAPÍTULO 3

# ANÁLISE DOS DADOS

---

Neste capítulo apresentamos a análise dos dados produzidos e coletados durante a realização de uma experiência de formação continuada, com um grupo de professores, por meio do trabalho colaborativo. Estivemos interessados nesse percurso nos aspectos relacionados ao ensino de sistema de equações do 1.º grau e para isso articulamos os pressupostos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, com base nas discussões propostas por Allevato e Onuchic (2014).

Com esses direcionamentos, procuramos responder nossa questão de pesquisa, a saber: *Quais as contribuições de um trabalho colaborativo com professores em formação continuada ao planejarem, experimentarem e refletirem sobre o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Sistema de Equações do 1.º Grau através da Resolução de Problemas?*

Para isso, apresentamos a análise dos dados organizada em três seções que representam as categorias definidas nesta pesquisa: (1) As contribuições para formação do professor quando planeja utilizar a Metodologia da Resolução de Problemas; (2) As intervenções realizadas pelo professor quando experimenta a Metodologia da Resolução de Problemas; e (3) As contribuições para reflexão dos professores oportunizada pela utilização da Metodologia da Resolução de Problemas.

Na primeira seção, observamos os encontros formativos de que o grupo de professores participou. Em particular, examinamos os momentos importantes que antecederam o planejamento dos problemas para direcionar as ações dos professores. Em seguida, descrevemos e analisamos os problemas planejados coletivamente pelo grupo para o ensino de sistema de equações do 1.º grau, apresentados no questionário B, intitulado Planejamento dos Problemas (Apêndice G). Recorremos, também, aos registros verbais audiogravados dos encontros formativos, que apontam aspectos da participação dos professores.

Na segunda seção, verificamos a aplicação dos problemas planejados pelos professores. Destacamos que, de acordo com a orientação metodológica, os alunos

não tiveram uma aula expositiva de sistema de equações do 1.º grau. Portanto, os professores trabalharam em sala de aula com os seus alunos usando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Em particular, como nosso interesse estava voltado para a formação continuada dos professores, observamos as intervenções que ocorreram em sala de aula com esse ensino. Para isso, recorreremos às informações registradas no diário de campo, bem como ao questionário C, intitulado de Relato da Experimentação (Apêndice H), para analisarmos como os professores sinalizaram os aspectos dessa vivência.

Na última seção, descrevemos os aspectos da reflexão realizada pelos professores quando estiveram participando dessa formação continuada. O movimento em torno do grupo teve como estratégia formativa o trabalho colaborativo, visando realizar a pesquisa com o professor. Para compreender como o professor reflete, avaliamos suas respostas ao questionário D (Apêndice I), a respeito de toda essa experiência. Também recorreremos, mais uma vez, aos registros verbais audiogravados, que foram transcritos com o objetivo de evidenciar as falas dos professores durante os encontros de formação e, em particular, quando dialogaram em uma roda de conversa, ao final da formação.

### **3.1 As contribuições para formação dos professores quando planeja utilizar a Metodologia da Resolução de Problemas**

Nesta seção, buscamos compreender como ocorreu o planejamento dos problemas para o ensino de sistema de equações do 1.º grau. Por meio do trabalho colaborativo, o grupo de professores de Matemática estruturou atividades para utilizar a Metodologia da Resolução de Problemas. Para esse momento participaram das discussões que estiveram envolvidos nos encontros formativos, as quais passamos a analisar para percepção das contribuições para formação docente.

Para os primeiros encontros valemo-nos da discussão do aporte teórico que fundamenta essa investigação. O grupo de professores teve acesso com antecedência aos textos a serem discutidos, oportunizando sua participação e envolvimento, o que ficou evidenciado na análise dos registros verbais audiogravados, os quais revelaram o intenso envolvimento dos docentes nas discussões e reflexões.

Para fomentar as discussões do primeiro encontro, recorremos a alguns questionamentos para compreensão de como os professores conduziam suas aulas e quais recursos utilizavam. Com os questionamentos, os professores começaram a fazer apontamentos, articulando em suas falas elementos de sua prática. Essas discussões foram relevantes para que os professores pudessem perceber a importância de socializar suas experiências com o grupo.

No que concerne aos recursos que o professor tem utilizado em suas aulas, o Professor Robson compartilhou uma de suas experiências, avaliando como exitosa para o ensino da Matemática. Apresentou uma proposta que desenvolveu com os seus alunos evidenciando como experienciou, vivenciou e explorou atividades que contemplaram conhecimentos matemáticos. O professor socializou sua experiência com o grupo dizendo:

Em relação às ações exitosas, na primeira Unidade eu fiz uma atividade com o número PI. A gente trabalhou na sala de aula e os alunos ficaram questionando sobre o 3,14. Depois eu fiz a experiência na quadra, em grupo, eles desenharam a circunferência, foram medir e verificaram o valor aproximado. Foi uma experiência muito boa. Eles gostaram. Utilizaram a calculadora e todo o processo aconteceu em grupo [...] Então a questão do PI foi interessante, eles gostaram muito, tirei foto riscando com o giz, a diretora comprou a fita métrica, pedi autorização para ir para quadra e foi muito bom (Registro verbal do Professor Robson).

Essa e outras experiências compartilhadas pelos professores configuraram as primeiras discussões que ocorreram nesse grupo. Para Fiorentini (2013), o trabalho colaborativo é o contexto em que aspectos da prática podem ser socializados. Os professores estavam atentos às propostas de um trabalho colaborativo, no qual as experiências individuais de sala de aula, quando compartilhadas, poderiam contribuir com o processo formativo de outros professores.

Estivemos envolvidos também numa discussão voltada à compreensão de como deve ser conduzido um trabalho colaborativo. Para tal, fundamentamo-nos na leitura do texto de Ibiapina (2008), que oportunizou a identificação de características importantes do trabalho colaborativo como: liderança compartilhada, voluntariedade, diálogo e reflexão. Quando questionados se o modelo de trabalho que desenvolvem com os seus pares na escola onde atuam é um trabalho colaborativo, uma das professoras afirmou:

Estamos sempre compartilhando as ideias, as informações. Por exemplo: eu mesma compartilho o que estou fazendo com o colega que ensina no 7.º ano e eu tenho turma de 7.º ano. Ele experimenta alguma coisa na sala como o dominó com fração. Eu também quero essa atividade. Não conhecia, mas ele me mostrou e eu apliquei na sala. Foi ótimo. Os meninos têm certa dificuldade com fração, não gostam de trabalhar, mas com o dominó eles ficaram motivados. Então eu acho que nós somos um grupo colaborativo (Registro verbal da Professora Cleide).

Analisando o que disse a Professora Cleide, percebemos a defesa de um trabalho pautado na interatividade que tem com os colegas no compartilhamento de atividades e jogos. Reconhecemos ser esse um dos aspectos da cooperação, uma vez que esse material é produzido individualmente e repassado ao outro. Fiorentini (2013, p. 56) afirma que, “[...] na cooperação, uns ajudam os outros, executando tarefas cujas finalidades geralmente não resultam de negociação conjunta do grupo [...]”. Portanto, socializar jogos e atividades configura uma prática cooperativa entre os professores e, durante a formação, foram motivados a ir além. Ainda no tocante ao trabalho desenvolvido pelo grupo, o Professor André complementou:

Existe a questão de cooperação e de colaboração, que para pesquisa e para as leituras são coisas diferentes. Nós cooperamos bem e sobre sermos colaborativos vai depender daqui pra frente se a gente vai ser (Registro verbal do Professor André).

O que pontuou o professor articula-se com o que fundamentou Ibiapina (2008) quando apresentou as características da colaboração e da cooperação. A partir do que sinalizou a Professora Cleide, André afirmou que o grupo desenvolvia um movimento de cooperação, acreditando que a perspectiva do trabalho colaborativo poderia ser uma realidade. O professor apropriou-se das leituras quanto à temática discutida, afirmando que o grupo pode desenvolver esse trabalho por meio da postura deles mesmos, a partir da formação continuada em que se envolveram.

Com a apropriação de um trabalho voltado para a colaboração, as discussões propostas estiveram relacionadas a uma perspectiva de formação para os professores. Atentos a essa dinâmica, discutimos sobre a conceituação de problema matemático e avaliamos a Metodologia proposta por Allevato e Onuchic (2014) como um direcionamento para o ensino de Matemática, utilizando o problema como ponto de partida, assim como sugerem os PCN (BRASIL, 1998).

O momento voltado à discussão do que venha a ser um problema matemático consolidou-se como eixo importante nessa discussão. O Professor Robson

mencionou que “nem tudo é problema, uma situação muito simples pode não ser um problema. Uma abordagem sem planejamento impossibilita que o problema atinja o fim proposto” (Registro verbal do professor Robson). Analisando os comentários desse professor, percebemos a importância do planejamento ao elaborar ou sugerir um problema para o aluno resolver. O professor deve ter clareza de quais conceitos, procedimentos ou conteúdos vislumbrar com esse ensino.

Essas discussões possibilitaram revisitar compreensões, pois o grupo de professores percebeu que nem tudo o que propunham para o aluno se tratava de um problema matemático. Observando as orientações dos PCN e da Metodologia compreendemos que eles asseguram que o ensino da Matemática aconteça por meio dos problemas, como uma orientação para a aprendizagem.

A utilização dos PCN nos encontros trouxe contribuições para formação continuada do professor em relação à Resolução de Problemas. Como pesquisador-participante, relatamos também nossa experiência de formação a respeito desse documento. Ressaltamos que, mesmo ministrando aulas de Matemática há algum tempo, nessa formação analisamos detalhadamente sua estrutura e conteúdo.

Quanto ao ensino, os PCN (BRASIL, 1998, p. 40) apresentam “[...] implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução”. Assim o Professor André relatou sua experiência:

Precisamos conhecer mais os PCN, como professores. Eles estão aí, há mais de dez anos e se é uma coisa que me apoiou muito quando comecei ensinar foram os PCN. Quando chegaram, em 1997, eu estava começando a trabalhar, ninguém queria. Expressa o pensamento de muitas pessoas que estudaram a respeito, não foram só teóricos, mas professores que saíram da sala de aula para opinar para que chegasse a esse documento. Tem muitas coisas que para o nosso crescimento intelectual, que a gente às vezes só vai ver numa palestra ou não sei onde, que no próprio PCN encontra. Vou trabalhar que conteúdo esse dia? Vou trabalhar Álgebra. Então deixa ver aqui o que fala sobre Álgebra no PCN (Registro verbal do Professor André).

O Professor André apresentou aspectos de sua experiência, pontuando como esse documento norteou a sua prática. Ao socializar sua história, externou o quanto os PCN contribuíram com sua formação. Fiorentini (2013, p. 60) defende que o envolvimento em um grupo nasce da “[...] possibilidade de compartilhar problemas, experiências e objetivos comuns”. O que pontuou o professor com esse relato pode estimular os seus pares a perceber nesse documento um norte para suas ações.

A Professora Cleide comentou o que os PCN abordam em relação ao problema como ponto de partida da atividade matemática e quais as ações que os professores geralmente desenvolvem na prática. Nessa direção, informou:

O habitual que nós fazemos, é o quê? Trabalhamos o conceito e vamos para os exemplos e situações para ilustrar o conceito. A gente entende que problema é uma ilustração do conceito, mais ou menos assim, não é? O PCN diz que para o indivíduo formalizar o conceito ele precisa primeiro partir de um problema e nós sempre fazemos o inverso, entendeu? (Registro verbal da Professora Cleide).

Analisando o que sinalizou a professora Cleide, percebemos que as orientações dos PCN promoveram contribuições de como deva acontecer o ensino dos conhecimentos matemáticos na perspectiva da Resolução de Problemas. A professora explicitou o que comumente ocorre nos espaços escolares, a aprendizagem centrada no papel do professor, a formalização dos conceitos no início da aula e após a explicação a repetição de exercícios em busca de consolidar o conhecimento. A partir das orientações dos PCN, os professores entenderam que a Resolução de Problemas consolida uma direção para aprendizagem.

Ratificando o que propõem os PCN, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas trouxe direcionamentos para a formação dos professores. Socializando a leitura realizada pelo texto disponibilizado, os professores apresentaram suas impressões com os apontamentos que chamaram sua atenção. A Metodologia constituía um ganho formativo para os professores, um caminho para o ensino de Matemática, por meio dos problemas. Recorremos à fala do Professor Robson, quando pontuou:

O texto propõe trabalhar um conteúdo a partir do problema. Deixar o aluno colocar a resolução, a maneira como ele compreendeu. E, a partir daí, trabalhar o conteúdo. O texto propõe que é pra você entregar ao aluno, deixar ele à vontade, trabalhar em grupo, ver as respostas, a resolução, a forma como ele resolveu e as inovações que tem que fazer para melhorar o ensino da Matemática através da Resolução de Problemas. Quando estudei, os professores não trabalhavam dessa forma. Era aquela coisa mecânica, era só fórmula e muita coisa a gente aprendia mecanicamente. E o problema mesmo a gente não resolvia (Registro verbal do Professor Robson).

Examinando a fala do Professor Robson, percebemos que ele começa a considerar uma nova perspectiva de ensino da Matemática ocorrendo “através” da Resolução de Problemas. Nesse sentido, Allevalo e Onuchic (2014, p. 38)

consideram “[...] que a expressão ‘através’ – significando ‘ao longo’, ‘no decurso’ – enfatiza o fato de que ambas, Matemática e a resolução de problemas, são consideradas simultâneas e são construídas mútua e continuamente”. Nesse contexto, os problemas ganham importância em razão da possibilidade de promover uma aprendizagem efetiva da Matemática. Quanto às abordagens do ensino apontadas no texto por Allevato e Onuchic (2014), o Professor Pedro comentou:

O ensino “para” e o ensino “através”, o texto deixa bem claro. O ensino “para” a resolução de problema seria: passa o conteúdo, aponta a resolução. Fica aquela coisa bem mecânica. Vê o conteúdo e tenta aplicar. Já o ensino “através” você possibilita a construção desse aprendizado, Então é uma maneira bem melhor de você usar em outros contextos. Então o aluno se sente importante (Registro verbal do Professor Pedro).

Notamos a relevância das pontuações do Professor Pedro ao perceber as diferentes abordagens. O ensino “através” da Resolução de Problemas contempla maior participação do aluno, levando ao entendimento de que, por meio de suas ações, diante dos problemas propostos, a aprendizagem pode acontecer. Evidencia também o quanto essa dinâmica traz significado para o aluno, pois ele é sujeito ativo nesse processo.

A percepção do Professor Pedro nessas abordagens apresenta distinção, como se uma excluísse a outra. No entanto, Onuchic (1999, p. 207) asseverou que, “[...] embora as três concepções de ensinar resolução de problemas matemáticos podem ser separadas, na prática elas se superpõem e acontecem em várias combinações e sequências”. Nesse sentido, percebemos que faltou ao Professor Pedro compreender que a abordagem “através” inclui as demais (sobre e para), como defendem Allevato e Onuchic (2014 p. 46-47).

As etapas propostas por essas autoras foram socializadas uma a uma e os professores discutiram a respeito de como aconteceria essa dinâmica, percebendo os movimentos em torno do professor e do aluno. Trabalhar com esse direcionamento seria sair dos moldes como o ensino de Matemática vem acontecendo e para isso o professor precisaria entender esse movimento e a importância de “ampliar” o papel da Resolução de Problemas no currículo.

Quanto a conhecer essa Metodologia, o Professor Pedro, no momento da investigação, cursava a graduação e afirmou não ter sido trabalhado nas disciplinas do curso, enquanto o Professor André afirmou ter lido algum trabalho das autoras na

Biblioteca da Universidade. Os demais professores desconheciam a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas proposta por Allevato e Onuchic (2014). Diante disso, percebemos que o envolvimento nessa formação continuada contribuiu para o conhecimento e o esclarecimento da Metodologia que utilizariam com os alunos em suas aulas.

A avaliação agregada ao processo de ensino e aprendizagem foi um dos aspectos da Metodologia que chamou a atenção dos professores. Para Allevato e Onuchic (2014, p. 43), “[...] o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador”. Nesse sentido, o professor pode avaliar o aluno observando todo o processo, como ele age, a relação com o outro e aspectos que possibilitam realizar sua avaliação. Quanto a isso, o Professor André afirmou:

[...] a avaliação já está ali, você pode pontuar que a avaliação dele vai ser da leitura individual e em conjunto, por exemplo. Como você está com o seu grupo? Está participando? Com a resolução do problema, aí já pode ser a nota da equipe, avaliando o registro da resolução. Não precisa nem ser na lousa. Pode ser em outro lugar, ele pode levar no cartaz, no *slide*, dependendo do problema. A plenária, seu envolvimento, sua participação, isso aqui dá uma avaliação (Registro verbal do Professor André).

Para o Professor André, a avaliação ocorre com a percepção da desenvoltura do aluno em cada uma das etapas da Metodologia. Por possibilitar o envolvimento do aluno em diferentes momentos, Allevato e Onuchic (2014, p. 43) contemplaram a avaliação, uma vez que passa “[...] a ser incorporada mais ao desenvolvimento dos processos e menos ao julgamento dos resultados obtidos com esses processos”. Com isso, as autoras adotam “[...] a expressão ensino-aprendizagem-avaliação, dentro de uma dinâmica que integra a avaliação às atividades de sala de aula [...]”. Assim sendo, as autoras estruturaram a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Para que esse direcionamento se concretize, o professor na condução é o mediador dos processos de ensino, que considerando as diferentes condições de aprendizagem promove um ambiente para que o seu aluno construa seus próprios conhecimentos matemáticos.

A discussão promovida por meio dos conhecimentos da Metodologia oportunizou que os professores a compreendessem como uma alternativa para o ensino. Essas discussões foram importantes porque, conforme apontou Ferreira

(2013), no trabalho colaborativo a meta dos envolvidos é comum, com o propósito de conhecer melhor a sala de aula e, mais especificamente, a prática pedagógica.

Articular diferentes dimensões proporciona ganhos para a formação docente, uma vez que o ensino dos conhecimentos matemáticos acontece no contexto da diversidade. Para Allevato e Onuchic (2014, p. 40), “[...] as orientações oficiais atuais para o trabalho com Matemática em sala de aula partem do princípio de que a aprendizagem se realiza pela construção de conceitos pelo próprio aluno [...]”. Fomentar diferentes possibilidades de trabalho em sala de aula pode minimizar a falta de sentido da Matemática no cotidiano do aluno e nas aulas ministradas pelos professores. Quanto às perspectivas propostas nas discussões, afirmou a Professora Cleide:

Não vejo ponto negativo, quando se trata da Resolução de Problema. É claro que são realizadas muitas pesquisas para mudar toda uma abordagem, toda uma maneira de trabalhar, toda uma Metodologia. Não é fácil, mas acredito que para o aluno essa proposta seja favorável. Claro que vai demandar tempo nosso. Demandar pesquisa, um planejamento mais apurado, específico, mas se o nosso maior objetivo é ver nosso aluno progredir, desenvolver, sou favorável a essa proposta (Registro verbal da Professora Cleide).

A Professora Cleide demonstrou o quanto é importante utilizar alternativas metodológicas para o ensino e que essas inovações surgem de pesquisas que contribuem para mudar a realidade. Quanto à postura docente, sinalizou elementos como o tempo e o planejamento, que acreditamos serem percebidos num contexto em que o trabalho colaborativo e a reflexão caminham juntos. Santos (2015), afirma ser a colaboração um caminho para a formação continuada de professores reflexivos. Com o olhar sobre a prática, os professores se envolvem “[...] tanto num mergulho no conhecimento teórico quanto no mundo da experiência” (p. 68).

Percebemos também o que propõem os PCN, quanto ao ensino de Álgebra, e que orientações apontam para esse campo da Matemática. A esse respeito, Ribeiro (2015, p. 73) assevera que o professor precisa “[...] ter uma visão das metodologias e de outras questões referentes ao ensino, bem como daquelas que dizem respeito ao estudante”. Com isso, notamos que essas orientações para o ensino algébrico nos PCN apresentavam alternativas para o ensino desses conteúdos, construindo uma abordagem desses conhecimentos como ferramenta para resolver problemas.

Quanto ao ensino da Álgebra, os PCN (BRASIL, 1998, p. 117) dizem que de modo equivocados os professores “[...] privilegiam fundamentalmente o estudo do cálculo algébrico e das equações – muitas vezes descoladas dos problemas”. Contrapondo a essa prática, esse documento mencionou ainda que “[...] para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra” (BRASIL, 1998, p. 116). Quanto ao ensino de Álgebra, o Professor Pedro expressou:

Eu comecei com Álgebra no ano passado, no 7.º ano. Quando começamos com probleminhas simples de compras, informando o valor total, para saber qual era o valor de um determinado produto. O aluno encontrava facilmente o valor do produto. Não comentava a ideia de Álgebra. No momento que apresentamos a incógnita, que trazemos aquele “x”, aí pronto, trava tudo. Quando você coloca o “x” no problema, aí já destruiu tudo (Registro verbal do Professor Pedro).

O Professor Pedro mencionou que existem problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem quando ocorre a transição da Aritmética para a Álgebra. Analisando os apontamentos do professor, percebemos algumas dessas dificuldades. Nesse sentido, avaliamos que a Metodologia utilizada apresenta a possibilidade de que os alunos discutam e reflitam a respeito dos problemas no sentido de minimizar as situações em sala de aula que têm resultados negativos e traumáticos, gerando obstáculos didáticos. O Professor André lembrou de uma experiência com uma aluna, que lhe deixou desapontado:

Eu tinha uma aluna ótima. A família dela tinha comércio, e eu fui levar um projeto de sete páginas pra ela imprimir. Quando questioneei o valor a ser pago ela pegou a calculadora. Recordo-me que a impressão de uma cópia custava R\$ 0,50 centavos. Como levei sete páginas o cálculo era simples. Ela utilizou a calculadora e fiquei olhando. Foi uma decepção. Então perguntei: Por que utilizou a calculadora? Ela respondeu: Foi pra fazer as contas. Disse para ela que era uma boa aluna nos cálculos. Ela me disse: Professor, depois das letrinhas acabou a Matemática para mim (Registro verbal do Professor André).

As experiências relatadas pelo Professor André evidenciam como um ensino sem significado algum pode comprometer a relação do aluno com o conhecimento matemático. Muitos ensinamentos acontecem sem significado levando o aprendiz a

se distanciar da Matemática. Analisando esse relato do professor, notamos que a sua experiência pode ter contribuído para que os professores envolvidos na formação refletissem sobre a prática docente que desenvolvem em sala de aula.

Nesse sentido ainda, o Professor Robson lembrou sua experiência como aluno e argumentou que “o professor nem dava oportunidade para perguntar”. Já em relação a sua própria experiência em sala de aula o professor ressaltou que para apresentar a Álgebra aos seus alunos ele “sempre trabalha a generalização de uma sequência e a partir dela o aluno vai observar um padrão e escrever uma expressão”. De acordo com o professor, “os livros também vêm trabalhando muito isso” (Registro verbal do Professor Robson).

Esses relatos comungam com as orientações dos PCN (BRASIL, 1998, p. 117) que procuram valorizar o potencial dos adolescentes de “[...] pensar ‘abstratamente’, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética”. Explorar a capacidade dos alunos gera possibilidades para adquirirem envolvimento em uma aprendizagem de Álgebra mais significativa.

No tocante às diferentes possibilidades de trabalhar a Álgebra, a abordagem dos PCN mostrou o desenvolvimento de um ensino utilizando a Geometria, Tratamento da Informação e o trabalho com os padrões e regularidades. A esse respeito, os professores em seu discurso avaliaram a abordagem do livro didático quando apresentam os conteúdos algébricos. O Professor Robson afirmou:

O livro deles mesmo traz a questão do cálculo da área e todo o desenvolvimento para chegar à fórmula. Por que a fórmula do [do cálculo] triângulo? Área é igual à base vezes a altura dividida por dois. O autor mostra usando a Geometria. O livro já traz essa questão de como se chegar à fórmula e não apresentar a fórmula e pronto (Registro verbal do Professor Robson).

Nesse relato, o professor enfatizou que existe uma preocupação dos autores do livro didático em promover o entendimento da Álgebra como algo compreensível. Para os PCN (BRASIL, 1998, p. 118), “[...] iniciar o estudo da sintaxe que o aluno está construindo com as letras poderá completar a noção da álgebra como uma linguagem com regras específicas para o manuseio das expressões, ou seja, o cálculo algébrico”.

Percebemos com o registro do Professor Robson que o material didático que utilizava contribuía para um ensino que proporcionava ao aluno o reconhecimento da utilidade dos conhecimentos algébricos. Além disso, convém destacar as diferentes possibilidades de trabalhar com os gráficos, planilhas e variação de grandezas, que podem ser utilizados para ensinar Álgebra.

Estruturamos até aqui nessa análise o movimento que aconteceu com os professores nos encontros formativos. Apresentamos com base nos discursos audiogravados elementos das discussões e reflexões, que ocorreram nos quatro encontros anteriores ao planejamento. A partir dessas contribuições, o grupo de professores planejou os problemas para o ensino de sistema de equações do 1.º grau, que expomos na subseção seguinte.

### **3.1.1 Problemas planejados pelo grupo de professores**

Allevalo e Onuchic (2014, p. 44) afirmam que na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas “[...] o problema é o ponto de partida e orientação para aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos”. Partilhamos dessa ideia e por meio do trabalho colaborativo o grupo de professores planejou os problemas para trabalhar com os alunos em sala de aula. Para esse momento, além das anotações proporcionadas pelas discussões dos encontros anteriores, os professores utilizaram coleções de livros didáticos e sugestões de problemas impressos, organizados pelo pesquisador. Negociamos o planejamento de no mínimo três<sup>8</sup> problemas para que experimentassem a Metodologia, levando-os a argumentar se cada um deveria planejar seus próprios problemas ou se poderiam produzi-los coletivamente.

Fundamentados por Ibiapina (2008, p. 34), que, “nos trabalhos colaborativos, os partícipes colocam-se como aprendizes, aprendendo com as experiências, os conhecimentos, as reflexões, objetivos e organização cognitiva do outro”, os professores decidiram que o planejamento dos problemas seria realizado coletivamente. Desse modo, agruparam-se para socializar suas ideias e chegaram a um consenso a respeito dos problemas que iriam propor aos seus alunos.

---

<sup>8</sup> Combinamos o planejamento de três problemas, com o objetivo de oportunizar que, após a etapa de formalização de um problema, os alunos pudessem aplicar os conhecimentos trabalhados no próximo problema. Também consideramos que os problemas propostos deveriam possibilitar a garantia da última etapa da Metodologia relacionada à proposição e resolução de novos problemas.

Quanto à estrutura do problema, os professores tiveram a orientação dos textos que foram discutidos nos encontros formativos. De acordo com o que propõem Allevato e Onuchic (2014, p. 44), para que “[...] uma atividade constitua, de fato, como um problema, o professor não pode prescrever aos estudantes os métodos e/ou regras específicas para que obtenham a solução”. Com essas orientações, planejaram as atividades para o ensino de sistema de equações.

A proposta seria elaborar problemas para serem apresentados aos alunos do 7.º e 8.º anos, os quais ainda não tiveram contato, em outras aulas, com o conteúdo relacionado à resolução de sistema de equações do 1.º grau. Mesmo diante da ausência da aula formal, a que sempre são submetidos, os alunos deveriam sentir-se desafiados a resolvê-los. No entanto, como ressaltam Allevato e Onuchic (2014), um problema configura-se na relação com o resolvidor. Portanto, somente após a aplicação dos problemas aos alunos é que podemos avaliar se eles se sentiram desafiados a resolvê-los.

Para a elaboração dos problemas os professores seguiram o questionário B (Apêndice G) no qual nomearam a atividade, indicaram o seu objetivo, a proposta de resolução e os tópicos do conteúdo que poderiam ser formalizados pelo professor. Os professores informaram que os cinco problemas<sup>9</sup> estariam à disposição do grupo para trabalharem a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. A utilização dos problemas levaria em consideração o perfil das turmas e o tempo do professor, com isso adotariam no mínimo dois problemas e no máximo três em cada turma.

A respeito do problema inicial, Allevato e Onuchic (2014, p. 45) denominam de “[...] gerador, pois visa à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para a resolução de problema que ainda não foi trabalhado na sala de aula”. Entendemos, com isso que os cinco problemas eram geradores à medida que foram estruturados para o ensino de sistema de equações com duas incógnitas.

A seguir, apresentamos os problemas do planejamento do professor para o ensino de sistema de equações do 1.º grau.

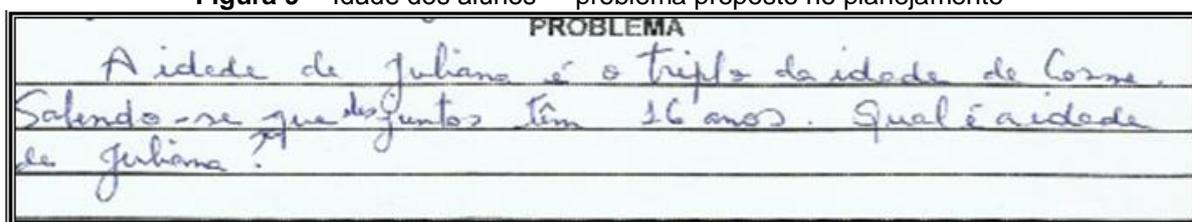
---

<sup>9</sup> Com diálogo e negociação, o planejamento foi norteado pelo trabalho colaborativo consolidado num conjunto de problemas que estariam à disposição do grupo para que fossem aplicados. Sendo assim, apresentaram cinco problemas, que poderiam ser utilizados por meio de diferentes combinações em suas turmas.

### 3.1.1.1 Idades dos alunos

O problema, indicado na Figura 9, foi elaborado com o objetivo de desenvolver no aluno a capacidade de resolver problemas envolvendo sistema de equações. Conforme os PCN (BRASIL, 1998, p. 41), um problema matemático “[...] é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado [...]”. Ressaltam ainda que “[...] a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la”. Em nossa avaliação, esse problema contempla essas orientações e constitui um desafio para o aluno.

**Figura 9** - “Idade dos alunos” – problema proposto no planejamento



**Fonte:** Planejamento dos professores

Percebemos que esse tipo de problema é facilmente encontrado nos livros didáticos e conseqüentemente deve ser uma abordagem frequente na sala de aula. Schoen (1995) acredita ser possível levar gradualmente da verbalização para o simbolismo algébrico, como apontou em uma de suas recomendações para o ensino de Álgebra. Esse seria um problema que estimularia o aluno a ler e escrever sobre suas ideias matemáticas antes da introdução do simbolismo.

Quanto ao assunto escolhido para a abordagem do problema, a nossa análise identifica que a temática é oportuna. A idade é algo que permeia todos, apresenta proximidade com o educando, com possibilidade de motivá-lo para compreensão e resolução do problema. Schoen (1995) recomenda também que a introdução dos tópicos de Álgebra seja realizada com aplicações, uma vez que as situações do mundo real podem ser aproveitadas para estabelecer uma ligação entre o conceito ou procedimento, com a sua utilização.

A Figura 10 apresenta a proposta de resolução dos professores no planejamento, como sendo a resolução que eles acreditavam que os alunos dariam. Nesse sentido ainda, sinalizaram quais tópicos poderiam ser formalizados a partir desse problema, quando fossem trabalhados com os alunos.

Figura 10 - Proposta de resolução e formalização do problema "Idade dos alunos"

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO	
idade de Juliana $\rightarrow x$	Substituindo $x$ na equação (II) temos:
idade de Cosma $\rightarrow y$	$x + y = 16$
$x = 3y$ (I)	$3y + y = 16$
$x + y = 16$ (II)	$4y = 16$
	$y = \frac{16}{4}$
	$y = 4$
	Como quero descobrir a idade de Juliana temos:
	$x = 3y \Rightarrow x = 3 \cdot 4 \Rightarrow x = 12$
	A idade de Juliana é 12 anos.
TÓPICOS DO CONTEÚDO A SEREM FORMALIZADOS	
Montagem de equações com duas incógnitas	
Resolução de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas	

Fonte: Planejamento dos professores

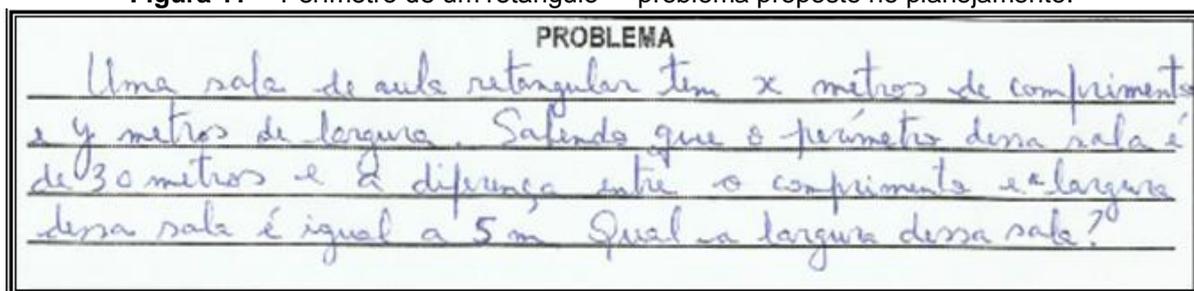
Para a resolução, os professores esperavam que seus alunos utilizassem o procedimento algébrico, por um dos métodos (substituição) que usualmente ensinam aos seus alunos. Conforme as orientações da Metodologia, os conceitos e os procedimentos vão sendo construídos a partir dos problemas. Desse modo, acreditamos que somente depois de terem sido trabalhadas todas as etapas de um dos problemas e com a formalização realizada pelo professor é que seria possível o aluno adotar esse procedimento sugerido pelo professor.

Quanto à formalização, segundo os professores, poderiam explorar a conversão do problema para a linguagem matemática, apresentando um sistema de equações. Nesse sentido, Vale e Pimentel (2006) avaliam que o pensamento algébrico seja um processo de simbolização no qual o aluno analisa e representa situações matemáticas. Além do sistema de equações, os professores explorariam o método da substituição na resolução desse sistema de equações do 1.º grau.

### 3.1.1.2 Perímetro de um retângulo

A Figura 11 ilustra o problema do planejamento com propostas de trabalhar perímetro, comprimento e largura, possibilitando o uso da representação algébrica e geométrica na resolução.

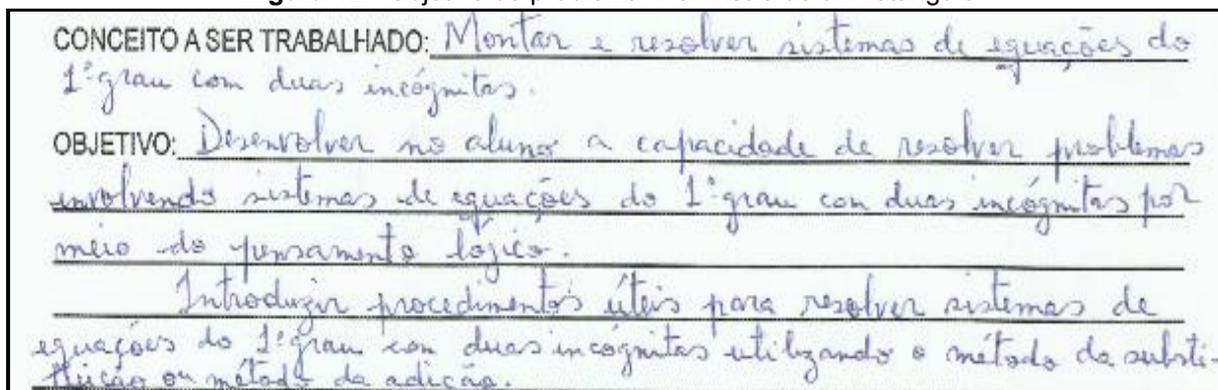
**Figura 11** - “Perímetro de um retângulo” – problema proposto no planejamento.



Fonte: Planejamento dos professores

Esse problema articula a geometria com a representação algébrica. Os PCN (BRASIL, 1998) apontam que mesmo a geometria ocupando pouco espaço nas aulas de Matemática é importante estimular os alunos quanto a problemas que a envolvam. Vale e Pimentel (2006) defendem que a Resolução de Problemas promove a exploração de tópicos diversos estabelecendo conexões entre os campos da Matemática. A Figura 12, aponta o objetivo desse problema.

**Figura 12** - Objetivo do problema “Perímetro de um retângulo”



Fonte: Planejamento dos professores

No que concerne aos objetivos, notamos que os professores realçaram a perspectiva passível de fomentar o ensino através da Resolução de Problemas e consideraram que os alunos adotariam procedimentos algébricos como ferramenta para resolução de problemas.

Verificando a estrutura desse problema constatamos que no seu enunciado aparecem incógnitas relacionadas às dimensões da sala. Os alunos, com essas informações, poderiam construir a representação da sala por meio de uma figura. Essa era a expectativa dos professores, conforme podemos observar na proposta de resolução apresentada na Figura 13. A partir daí, deveriam nomear seus lados e encontrar as equações para construção do sistema.

**Figura 13** - Proposta de resolução e formalização do problema “Perímetro de um retângulo”

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO**

$x \rightarrow$  comprimento da sala       $y \rightarrow$  largura da sala

Como a sala é um retângulo, o perímetro é:  $2x + 2y = 30$

$\begin{cases} 2x + 2y = 30 \text{ (I)} \\ x - y = 5 \text{ (II)} \end{cases}$       Substituindo  $x$  na equação (I), temos:

$x - y = 5 \text{ (II)}$        $2x + 2y = 30$

$x = 5 + y$        $2(5 + y) + 2y = 30$

$10 + 2y + 2y = 30 \Rightarrow 4y = 20 \Rightarrow \boxed{y = 5}$

**TÓPICOS DO CONTEÚDO A SEREM FORMALIZADOS**      A largura dessa sala mede 5m.

Perímetro de um retângulo

Montagem de equações com duas incógnitas

Resolução de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas

Fonte: Planejamento dos professores

Lochhead e Mestre (1995, p. 145) apontaram que “[...] a fonte dos erros está em concepções erradas concernentes à estrutura e à interpretação de afirmações algébricas [...]”. Nesse problema, a compreensão equivocada do enunciado poderia comprometer sua resolução. O conhecimento geométrico e a diferença entre largura e comprimento seriam indispensáveis para mobilizar a resolução.

Analisando a proposta de resolução apresentada pelos professores, percebemos a indicação de um caminho para a solução. No entanto, outras possibilidades poderiam ser apresentadas e não foram. Por tentativa e erro as medidas seriam encontradas, construindo uma relação entre as dimensões da sala.

### 3.1.1.3 Lanche de Pedrinho e Joãozinho

A figura 14 demonstra um problema que apresenta uma situação do cotidiano, que pode expressar a realidade vivenciada por qualquer aluno.

**Figura 14** - “Lanche de Pedrinho e Joãozinho” – problema proposto do planejamento

**PROBLEMA**

Pedrinho comprou duas coxinhas e um refrigerante pelos quais pagou R\$ 7,00. Seu irmão Joãozinho comprou uma coxinha e um refrigerante e mais pagando R\$ 11,50. Qual o preço da coxinha e do refrigerante?

Fonte: Planejamento dos professores

Analisando esse problema, percebemos que a Matemática presente aqui traduz um caráter bastante usual e utilitário evidenciando para o aluno a sua aplicação. A atividade ilustrada na Figura 14 possibilita ampliar o sentido numérico e a compreensão do significado das operações, uma vez que, nesse problema, o aluno poderá reconhecer as relações entre os diferentes tipos de números e as distintas operações. Para a primeira equação indicando “x” para coxinha e “y” para refrigerante, se chegaria a:  $2x + y = 7,00$ .

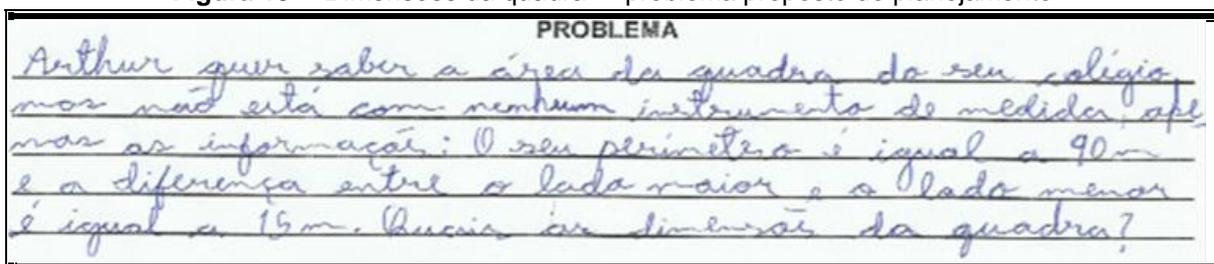
Para a elaboração da segunda equação, os alunos deverão utilizar uma representação decimal. No tocante às diferentes representações numéricas, os PCN (BRASIL, 1998, p. 50), indicam que o “[...] conhecimento sobre os números é construído e assimilado pelo aluno num processo em que tais números aparecem como instrumento eficaz para resolver determinados problemas”. Com isso, notamos que esse problema possibilitava a promoção da discussão dos conhecimentos algébricos e de operações com números decimais.

Lochhead e Mestre (1995, p. 145) indicam outra fonte de erros evidenciando “[...] os processos pelos quais se faz tradução da linguagem escrita para a linguagem algébrica”. Examinando o que pode ocorrer durante o processo de resolução desse problema, o termo “a mais” gerando a incompreensão do aluno impediria que ele chegasse à expressão  $3x + 2y = 11,50$ . De acordo com os professores, o objetivo dessa atividade era desenvolver a habilidade do aluno em resolver o problema adotando o método da substituição, por meio de sistemas.

#### 3.1.1.4 Dimensões da quadra

O problema apresentado na figura 15 contextualiza algo próximo do aluno que é o espaço onde desenvolve atividade física.

**Figura 15** - “Dimensões da quadra” – problema proposto do planejamento



Fonte: Planejamento dos professores

Ao analisarmos esse problema, percebemos uma indagação a respeito das dimensões desse espaço, sem disponibilidade de materiais para medir. O problema mobiliza o pensamento do aluno, gerando um desafio na resolução e, para isso, se poderia fazer uso da Álgebra para encontrar as dimensões desconhecidas dessa quadra esportiva da escola.

A análise desse problema permite-nos evidenciar que, mesmo contendo conceitos simples como perímetro e medida de lados, ele apresenta potencialidades. A referência à quadra do colégio possibilita ao aluno perceber que o problema evoca uma figura geométrica plana, o retângulo. Seus lados adjacentes têm medidas diferentes e, por esse motivo, não é possível associar a mesma incógnita para representar suas medidas.

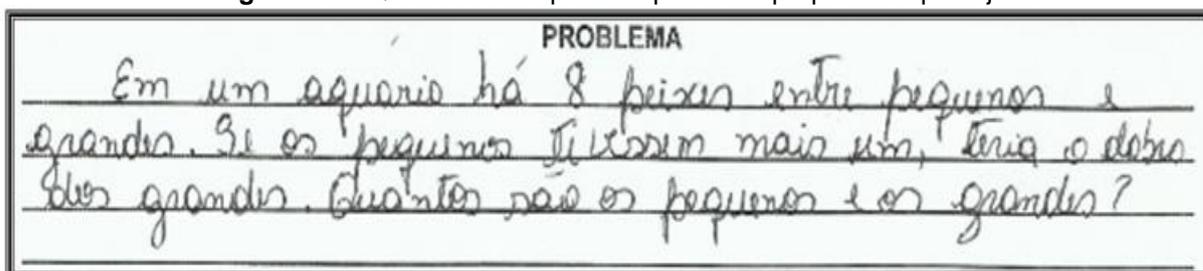
Observamos que não foram indicadas incógnitas para representar as dimensões, permitindo que os alunos façam diferentes escolhas em suas representações. As informações propiciam que os alunos encontrem as medidas utilizando o método tentativa e erro, o que fomentaria uma interessante plenária.

Ponte, Branco e Matos (2009, p. 10) demonstram que o trabalho com Álgebra e o pensamento algébrico não devem reduzir-se ao simbolismo formal. Os autores asseveram que “[...] aprender Álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação”. Logo, acreditamos que a compreensão algébrica do aluno poderia ser ampliada, pois o problema não buscou apenas a manipulação simbólica, mas a apropriação desse conhecimento como ferramenta para resolver problemas.

### 3.1.1.5 Quantidade de peixes

O problema ilustrado na Figura 16, apresentado pelo grupo de professores, demonstra certa complexidade relacionada à sua interpretação.

**Figura 16** - “Quantidade de peixe” – problema proposto do planejamento.



Fonte: Planejamento dos professores

Em nossa avaliação, distinguimos nesse problema a dificuldade expressa por Lochhead e Mestre (1995, p. 145) para a “tradução da linguagem escrita para a linguagem algébrica”. Na resolução proposta pelos professores (Figura 17), os alunos precisariam descrever as equações, chegando ao sistema que solucionaria esse problema.

**Figura 17** - Proposta de resolução para o problema “Quantidade de peixe”

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

$$\begin{cases} p+1=2g \\ p+g=8 \end{cases} \quad p=2g-1 \quad p=2 \cdot 3-1=5$$

$$\begin{aligned} 2g-1+g &= 8 \\ 3g &= 9 \\ g &= 3 \end{aligned} \quad R: \text{Há 5 peixes pequenos e 3 peixes grandes.}$$

Fonte: Planejamento dos professores

Mais uma vez, os professores indicam como proposta de resolução para esse problema o método da substituição. Nesse sentido, sinalizaram que os alunos poderiam utilizar as incógnitas “p” para peixe pequeno e “g” para peixe grande, para composição das equações. A partir delas, eles acreditavam que os alunos poderiam resolver o sistema, encontrando a resposta correta.

Verificamos, portanto, que, além dessa escolha, o aluno poderia criar o seu próprio mecanismo por meio de tabelas, desenhos e outras estratégias que oportunizassem o seu entendimento. Constatamos com a análise realizada que esse exemplo não limita as potencialidades dos alunos em mobilizar seus conhecimentos para encontrar a quantidade de peixes.

Examinando esses problemas, resultantes do planejamento dos professores, compreendemos que as etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas poderiam ser desenvolvidas no espaço da sala de aula.

Objetivando o ensino de sistema de equações do 1.º grau, os problemas poderiam ser apresentados aos alunos para o desenvolvimento da leitura, tanto na etapa individual como em conjunto, socializando como compreenderam. Portanto, apresentam possibilidades que os alunos mobilizem seus saberes, pois os enunciados são abertos, oportunizando que eles utilizem sua criatividade por meio de diferentes estratégias para resolvê-los.

Outras etapas da Metodologia poderiam ser evidenciadas, propiciando que diferentes caminhos fossem traçados na construção da solução, gerando uma plenária bastante participativa, com a defesa das ideias até chegarem ao consenso. Proporcionam também que os professores formalizem o conteúdo de sistema de equações, levando os alunos a compreender o enunciado, a compor as equações e a trabalhar com os métodos de resolução e ao final propor novos problemas.

Em virtude do tempo escolar, os professores decidiram trabalhar dois ou três problemas em conformidade com cada turma. Essa ação estava articulada a proposição e resolução de novos problemas, após a formalização. As atividades foram aplicadas às turmas de 7.º e 8.º anos, de acordo com a organização docente.

Após as discussões realizadas durante os quatro primeiros encontros formativos, e ao finalizarem o planejamento dos problemas, os professores relataram alguns aspectos dessa experiência. Nesse sentido, disseram que esse momento foi importante para a realização de suas ações. No questionário, nomeado de Planejamento dos Problemas (Apêndice G), todos os professores ressaltaram contribuições com esse movimento, que foram organizadas no Quadro 10.

**Quadro 10** - Contribuições para o professor de planejar uma atividade, imerso num grupo colaborativo

Professor	Contribuições de planejar por meio do trabalho colaborativo
André	O ENVOLVIMENTO DOS PARES NO PLANEJAMENTO E NAS DISCUSSÕES DE NATUREZA TEÓRICA QUE CONTRIBUÍRAM PARA FUNDAMENTAR A PRÁTICA DE CADA UM.
Cleide	Trabalhar em grupo dar oportunidade da troca de experiência e compartilhar saberes.
Pedro	Experimentar novas, novos métodos dessa maneira o aluno absorve bem melhor o conteúdo, pois o aluno passa a construir métodos e não só reproduzir.
Robson	O planejamento coletivo é de fundamental importância, pois temos a oportunidade de discutimos e preparar atividades interessantes que abrangem toda a área de Exatas e não somente um professor.
Daniel	Trabalhando em grupo podemos compartilhar nossas experiências, que podem nos ajudar quando passarmos por situações novas.

Fonte: Dados da pesquisa

Analisando a resposta dos professores, todos demonstraram que existem contribuições quando planejam uma atividade pelo trabalho colaborativo. Pimenta (2012, p. 25) afirmou que na formação continuada na escola “[...] se explicitam as demandas da prática, as necessidades dos professores para fazerem frente aos conflitos e dilemas de sua atividade de ensinar”. Percebemos que nesse espaço de formação os professores, ao planejarem coletivamente, agregaram saberes.

Nesse sentido, o Professor André asseverou que as discussões da Metodologia contribuíram para fundamentar a prática a ser realizada em sala de aula e nortear o planejamento. Pimenta (2012, p. 31) defendeu que a teoria, “[...] além de seu poder formativo, dota os sujeitos de pontos de vista variados para uma ação contextualizada”. Sendo assim, percebemos a importância da Metodologia, dos documentos oficiais e das produções dos professores na formação continuada, proporcionando que os envolvidos pudessem se apoiar de forma mútua.

Os Professores Daniel, Cleide e Robson demonstraram a importância de um planejamento acontecendo por meio da coletividade. A esse respeito, Nacarato et al. (2013, p. 155) afirmam que “[...]o desejo de fazer melhor é geralmente o elemento que une seus participantes, o grupo estuda, reflete e produz saberes, sempre com o objetivo de superar colaborativamente as dificuldades aí encontradas”. Os professores entendem desse modo, pois valorizam a importância de planejar coletivamente, articulados com as suas experiências ou em busca de novas.

Ao analisar a resposta do Professor Pedro, constatamos sua compreensão em relação aos efeitos de planejar colaborativamente, repercutindo com o que pode acontecer ao aluno. Para Allevato e Onuchic (2014), o professor é o mediador desse processo, o “[...] elemento gerador de situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento”. Para o professor, esse empreendimento favorece o aluno, pois essa ação proporcionou atividades para aprendizagem que contemplava a sua participação.

A análise revelou que, ao considerarem o problema como ponto de partida para aprendizagem, os professores estiveram atentos às orientações propostas pela Metodologia. Dessarte, os dados revelaram como ocorreram os encontros formativos, com a discussão dos eixos que fundamentam a nossa investigação, promovendo um ambiente favorável para que o professor realizasse um planejamento direcionado ao espaço da sala de aula, buscando articular os novos direcionamentos para o ensino.

Na seção seguinte, descrevemos os aspectos dessa vivência direcionada à formação dos professores, ao experienciar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Sistema de Equações do 1.º Grau através da Resolução de Problemas.

### **3.2 As intervenções realizadas pelo professor quando experimenta a Metodologia de Resolução de Problemas**

Após o planejamento dos problemas, os professores experimentaram a Metodologia com os seus alunos em sala de aula como uma possibilidade de ensinar Matemática em outra perspectiva. Para compreender os aspectos dessa vivência, elaboramos o questionário C intitulado Relato da Experimentação (Apêndice H), interessados em compreender como foi o comportamento da classe, as reações dos alunos relativamente à Metodologia proposta, a postura do professor e outros elementos que interferiram nesse momento de experimentação.

Compreendendo o que propõe a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, os professores oportunizaram aos seus alunos o ensino de sistema de equações do 1.º grau. Identificamos que para todos os professores essa maneira de conduzir suas aulas era uma novidade e avaliamos que a sugestão de acompanhá-los na prática dessa Metodologia foi muito importante para a formação continuada deles.

Nesse sentido, Onuchic (1999) esclarece sobre o desenvolvimento dessa Metodologia assinalando os aspectos que proporcionaram sua estruturação:

Atendendo a solicitações e com a participação dos professores, procuramos esquematizar uma aula na qual um objeto matemático fosse trabalhado, visando um ensino-aprendizagem acompanhado de compreensão e significado, através da resolução de problemas. Apoiado na literatura consultada e aproveitando experiências anteriores chegamos a uma proposta básica (ONUChIC, 1999, p. 215-216).

Essa proposta emergiu contemplando a voz e vez do professor, com a sua participação no desenvolvimento. A sugestão mais atual está estruturada em dez etapas. De acordo com Allevato e Onuchic (2014, p. 45), são elas: (1) proposição do problema; (2) leitura individual; (3) leitura em conjunto; (4) resolução do problema; (5) observar e incentivar; (6) registro da resolução na lousa; (7) plenária; (8) busca do consenso; (9) formalização do conteúdo; e (10) proposição e resolução de novos problemas.

Comumente, o modo de ensino desenvolvido nos espaços escolares estabelece o professor como o transmissor do conhecimento e o aluno como aquele que o recebe. Por ser uma nova experiência, alunos e professores, juntos, com os direcionamentos da Metodologia, teriam possibilidades de criar um ambiente de investigação promovendo a construção de novos conceitos e procedimentos.

Consoante Allevalo e Onuchic (2014, p. 45), a Metodologia inicia-se quando “[...] o professor seleciona ou elabora um problema e propõe aos alunos, ou aceita um problema proposto pelos próprios alunos”. Portanto, buscamos perceber como os alunos reagiram ao receberem o problema elaborado pelos professores. Apresentamos no Quadro 11 o modo como os alunos inicialmente se portaram diante dessa nova perspectiva de ensino, segundo a avaliação dos professores.

**Quadro 11** - Para os professores, como os alunos reagiram inicialmente às atividades propostas

<b>Professor</b>	<b>Apontamentos dos professores em relação à postura dos alunos</b>
Cleide	<i>Alguns alunos se sentiu intimidado a realizar a atividade, tiveram curiosidade e bom desempenho em resolver através das tentativas.</i>
Daniel	<i>No início pensaram que fosse uma atividade igual as outras que tinham costume, depois de ler os problemas muitos ficaram com dúvidas, perguntando a todo momento mas depois ficaram mais tranquilos.</i>
André	<i>Foram receptivos. Em geral participaram bem, em equipes e individualmente.</i>
Pedro	<i>No início teve uma certa resistência, mas os alunos gostaram e passaram a ter curiosidade para saber o valor desconhecida através das tentativas.</i>
Robson	<i>No primeiro momento, os alunos apresentaram dificuldades em resolver o problema individualmente, mas quando realizaram a leitura coletiva começaram as discussões que levaram a resposta do problema sugerido.</i>

**Fonte:** Dados da pesquisa

Analisando o que assinalaram os professores a respeito da postura dos alunos, notamos que eles foram receptivos à experiência mesmo com alguma resistência inicial. Participaram desse momento movidos pela curiosidade em um

ambiente diferente daquele das aulas de Matemática. Foram convidados a “fazer matemática”, conforme referiu Van de Walle (2009), pois os problemas foram apresentados e os estudantes se envolveram nesse processo.

Constatamos que, diante da entrega dos problemas, os alunos do Professor Daniel fizeram associação com as atividades que comumente desenvolviam em sala de aula. Após perceberem que o professor estava sugerindo uma nova proposta, participaram com perguntas e dúvidas, pois se sentiram desafiados pela abordagem dos problemas. A entrega dos problemas aos alunos foi registrada no diário de campo, revelando o procedimento dos professores. Com esses apontamentos, descrevemos a experiência do Professor Robson:

O Professor Robson apresenta à turma a proposta de trabalho que será desenvolvida naquela aula. Para isso, informa aos alunos os passos que serão necessários que eles percorram para chegar à resolução das questões, enfatizando a importância de mobilizar o conhecimento que dispõem, ou seja, a forma como sabem resolver. Logo depois distribui os problemas para os alunos, entregando a cada um deles dois problemas, o que chamou nossa atenção. Enquanto os alunos liam os problemas questionei o professor se a forma como apresentou os problemas comprometeria as etapas propostas pela Metodologia. Imediatamente, o professor orientou os alunos que, mesmo com os dois problemas em mãos, deveriam resolver apenas um deles, o qual o Professor Robson chamou de primeiro (Diário de Campo, observação realizada em 06.11.2015).

Analisando esse acontecimento com o Professor Robson, percebemos que o descuido de entregar dois problemas simultaneamente atrapalharia os alunos, dividindo sua atenção na resolução. A partir do questionamento, notamos a ação rápida do professor para solucionar a questão, direcionando os alunos à resolução de apenas um problema. Ratificando a compreensão de Schön (2000) referente à reflexão na ação, pautada na elaboração de um novo formato ao que estamos fazendo. Observamos que nesse momento foram retomadas na sala de aula as orientações da Metodologia.

O diálogo entre o professor e o pesquisador, nos momentos que descrevemos da entrega dos problemas, esteve direcionado ao esclarecimento das ações propostas no percurso metodológico. Mesmo com as orientações apontadas por Allevalo e Onuchic (2014), os professores dispunham de autonomia para condução da aplicação com os seus alunos. A Professora Cleide utilizou a seguinte dinâmica com os seus alunos:

A Professora Cleide distribui os problemas individualmente para seus alunos. Ao concluírem a leitura formam os grupos e iniciam uma discussão em relação a sua opinião de como resolver a questão. Observamos que a professora entregou aos alunos três problemas de uma única vez. Ao perguntarmos como iria trabalhar as etapas da Metodologia a professora nos explicou que cada grupo poderia ir resolvendo os problemas um a um, ou seja, resolvendo o primeiro, passa para o segundo e por fim o terceiro. A professora em um momento oportuno justifica a escolha por trabalhar naquela turma daquela maneira por perceber que os alunos estavam interessados em resolver os problemas. Em outra turma faria conforme a orientação, devido à dificuldade de trabalhar com os alunos por apresentarem um comportamento considerado por ela como inadequado. No momento dos alunos registrarem a solução no formulário do grupo e posteriormente na lousa, como a sala estava dividida em seis grupos, a Professora solicitou que cada dois grupos apresentasse a solução para um dos problemas (Diário de Campo, observação realizada em 12.11.2015).

A experiência da Professora Cleide destoa das orientações da Metodologia. Allevalo e Onuchic (2014, p. 47) têm uma visão de que “[...] a compreensão da Matemática, por parte dos alunos, envolve a ideia de que compreender é essencialmente relacionar”. Diante disso, a discussão de três problemas ao mesmo tempo comprometeria o desenvolvimento das etapas, promovendo um ensino confuso e aligeirado, e, além de prejudicar a relação do aluno com o problema, impossibilitava que a sua compreensão se estabelecesse.

Com a utilização das etapas propostas pela Metodologia, houve situações<sup>10</sup> que não poderiam ter sido previstas durante o planejamento. Indicamos no Quadro 12 as dificuldades sinalizadas pelos professores no tocante às duas primeiras etapas, relacionadas à “proposição do problema” e “leitura individual”.

**Quadro 12** - Dificuldades na experimentação da Metodologia nas etapas “proposição do problema” e “leitura individual”

Etapas	Dificuldades apontadas pelos professores
Proposição do Problema	(1) A linguagem do problema 3 pode ter atrapalhado a interpretação dos estudantes por conta, <del>de</del> também, do contexto pouco vivido.
Leitura Individual	(2) Os alunos apresentam dificuldades em ler e interpretar problemas, não conseguem identificar os dados apresentados no problema, daí a impossibilidade da resolução de mesmo.
	(2) Foram poucos, mas 3 ou 4 estudantes <sup>de 65</sup> não chegaram a tentar ler o problema.

Fonte: Dados da pesquisa

<sup>10</sup> Dos Quadros 15 ao 18, apontamos algumas dificuldades que ocorreram na experimentação da Metodologia, que chamou atenção dos professores para a realização das etapas. Nestas, “leitura em conjunto”, “observar e incentivar” e “registro de resolução na lousa” não foram sinalizados dificuldades. Essas observações foram pontuais e não refletem o que aconteceu com todo o grupo.

No que concerne à proposição do problema, um dos professores indicou entraves com a questão da linguagem apresentada no terceiro problema, intitulado “Lanche de Pedrinho e Joãozinho”. Esse apontamento articula-se com o que referem Allevalo e Onuchic (2014, p. 45) relativamente ao problema gerador que visa “[...] à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento”. A linguagem, se mal empregada, prejudica a compreensão e a motivação para resolução do problema. Representando, portanto, um aprendizado importante para o professor, que vai se aprimorando cada vez mais sua prática docente com a Metodologia da Resolução de Problemas.

Quanto à leitura individual realizada pelo aluno, os professores pontuam que a leitura e a interpretação dificultaram a mobilização do conhecimento por eles. Para Allevalo e Onuchic (2014, p. 45), a ação, nessa etapa “[...] é do aluno; ao ler individualmente, tem possibilidade de refletir, de colocar-se em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua própria compreensão do problema proposto”. Desse envolvimento do aluno com o problema, ao realizar a leitura proposta pelo enunciado, é que surgiriam as primeiras conjecturas para a resolução.

Acreditamos que os alunos não estavam habituados a essa perspectiva no espaço da sala de aula, apresentando, desse modo, essa dificuldade. Circunstância que serve de estímulo, para o professor insistir na Metodologia, como via possível para a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos.

O comportamento do aluno na leitura do problema se deu de modo bem homogêneo. Ao receberem o problema impresso, focavam nas informações. Recorremos ao diário de campo para apresentar a orientação do Professor André que, com os seus alunos, ocorreu de modo diferenciado:

O Professor André dialogava com a turma a respeito das orientações de como trabalhar na perspectiva da Resolução de Problemas. Aponta a dinâmica da Metodologia e fala sobre as etapas, enfatizando quanto à leitura individual. Entregou os problemas impressos para os alunos e chamou atenção quanto a sua conduta, fortalecendo a questão da participação e envolvimento. Com todos os alunos de posse dos problemas, realizaram a leitura individual. Esse professor orientou aos alunos que, ao lerem o problema, registrassem alguma coisa relacionada à forma que acreditavam que seria resolvido. Essa atitude chamou nossa atenção e, quando dialogamos com o professor, ele informou ser interessante esse primeiro momento acontecer, pois quando estiverem em grupo fica mais fácil o entendimento (Diário de Campo, observação realizada em 03.11.2015).

Essa postura do professor ratifica o que propuseram Allevato e Onuchic (2014, p. 45) quando afirmaram que nessa etapa a ação é do aluno. Por conseguinte, é em torno dele que o desafio se constitui ao mobilizar seu conhecimento matemático. Quando o Professor André solicitou que os alunos expressassem seus registros iniciais na “leitura individual”, ele acreditava que essa ação favoreceria a resolução do problema nas próximas etapas.

Na leitura em conjunto, os professores não esboçaram dificuldades no momento da experimentação. Quando verificamos as observações registradas no Diário de Campo, percebemos que o contexto gerado pela coletividade proporcionou que os alunos se sentissem motivados a participar da resolução do problema. Os alunos sentaram em duplas, trios e até grupos formados com quatro integrantes; não houve critérios para formação. Os professores possibilitaram que os alunos escolhessem com quem trabalhar na resolução dos problemas geradores, garantindo harmonia na constituição do grupo de trabalho. Na aplicação do Professor Robson, os alunos demonstraram interatividade nessa etapa:

Após a entrega de mais de um problema, o Professor Robson orienta aos alunos a responderem apenas o primeiro. Com a leitura individual, o professor questiona aos alunos quanto aos possíveis modos de resolução e para isso solicita a formação dos grupos. Diante disso, os alunos formam os grupos de modo bem espontâneo. Mais uma vez o professor orienta aos alunos quanto à leitura em conjunto situando a turma em relação às outras etapas. Indica também que a resolução do grupo seria registrada num único formulário (Diário de Campo, observação realizada em 06.11.2015).

As experiências que observamos demonstraram que nas situações voltadas à coletividade os alunos interagiram bem, sem comprometer o processo. Quanto à etapa seguinte, destinada à resolução do problema, Allevato e Onuchic (2014, p. 45) afirmaram que os alunos “[...] tentam resolver o problema gerador, que lhes conduzirá a construção de conhecimento sobre o conteúdo planejado pelo professor para aquela aula”. Com esse empreendimento dos alunos, o conhecimento matemático é construído; após discutirem suas ideias, chegam ao entendimento do percurso que definiram para resolver o problema. No Quadro 13, descrevemos as dificuldades apontadas pelos professores nessa etapa.

**Quadro 13** - Dificuldades na experimentação da Metodologia na etapa “resolução do problema”

Etapas	Dificuldades apontadas pelos professores
Resolução do Problema	(4) Inicialmente, tiveram certa pressa em resolver o problema. Isso foi modificado quando continuamos com o discurso inicial, explicando que a paciência e a intuição eram dimensões das mais importantes do processo.
	(4) As dificuldades de como resolver o problema: que operações usar, qual conteúdo utilizar. Eles ficam muito presos a isso.
	Tiveram dificuldade na resolução dos problemas pelo método de sistema de equação do 1º grau. Todos checavam as respostas pelo método da tentativa, poucos fizeram pelo sistema. Com algumas tentativas o tempo foi curto, para resolução e formalização do problema.

Fonte: Dados da pesquisa

Um dos professores mencionou que na resolução do problema o aligeiramento e a cobrança pessoal atrapalharam esse processo. Entendemos que esse comportamento articula-se ao hábito pessoal dos alunos ao resolverem a lista de exercício. Nesse momento, surgiram também as dúvidas e as inseguranças quanto às escolhas, opções e tomada de decisão. Allevalo e Onuchic (2014, p. 45) nomeiam essas dúvidas como os problemas secundários, que são minimizados com o auxílio dos professores, a fim de expressarem suas ideias para que a questão seja compreendida.

Percebemos que o professor esperava que o aluno aplicasse o método de substituição, o que descaracteriza a Metodologia quando não indica um único percurso. Utilizar o método seria algo difícil, visto que, o professor não havia trabalhado esse conteúdo na sala de aula. Nesse sentido, Allevalo e Onuchic (2014, p. 45) aludiram que, “[...] para resolver o problema, precisarão da linguagem matemática ou de outros recursos que dispõem: linguagem corrente, desenhos, gráficos, tabelas ou esquemas”, o que justifica a utilização do método tentativa e erro. Formalizando um dos problemas, possibilitar-se-ia no problema seguinte o aluno utilizar o método da substituição.

Ainda no que tange à etapa da “resolução de problemas”, percebemos nas observações realizadas que se tratou de um momento intenso de participação dos alunos. Destacamos a experiência do Professor Daniel, com os alunos do 7.º ano:

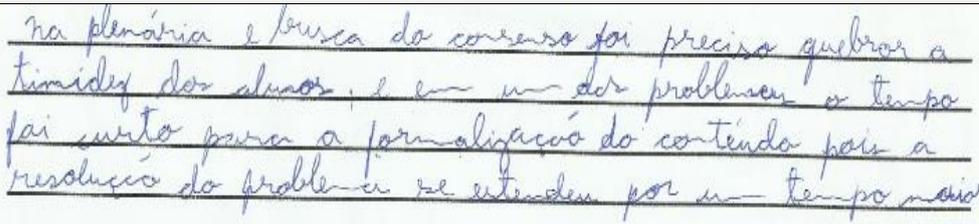
Quando os grupos foram formados, o professor solicita que releiam a questão e logo em seguida entrega o formulário onde, após a resolução, devem registrar a resposta do problema pelo grupo. O professor transita entre os grupos e, sendo solicitado, tira as dúvidas. Os alunos dialogam sobre as estratégias para resolverem os problemas, há também aqueles que ficam dispersos. Chama a nossa atenção, quando um dos alunos afirma: “cada um pensou uma coisa e deu no final tudo a mesma coisa”. Os grupos continuam debatendo em relação às respostas que apareceram e o professor continua caminhando entre os grupos, fazendo perguntas para que eles reflitam sobre as suas decisões e escolhas (Diário de Campo, observação realizada em 12.11.2015).

Esse movimento oportunizou novos significados para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Os alunos dialogavam sobre as escolhas, avaliavam os percursos e estavam imbuídos em resolver o problema. Percebemos também a postura do professor, já relacionada ao “observar e incentivar”, na qual não se verificaram dificuldades. Notamos que os professores estiveram atentos às orientações da Metodologia, pois, enquanto os grupos dos alunos resolviam os problemas, os professores, de modo geral, caminhavam pela sala observando e estimulando os alunos com perguntas. Quando se deparavam com decisões equivocadas, levavam os alunos a refletir com outros questionamentos, gerando uma nova tomada de decisão visando solucionar o problema.

Construída a solução, o grupo socializou com os demais o “registro de resolução na lousa”. O Professor Pedro registrou as etapas da Metodologia na lousa para os alunos perceberem os encaminhamentos e as atitudes em cada momento. Quando os alunos foram registrar a resolução, dois grupos apresentaram suas propostas e as demais foram assinaladas pelo professor. Nesse sentido, Allevato e Onuchic (2014, p. 46) orientam que “[...] o professor estimule os alunos a compartilhar e justificar suas ideias [...]”. Constatamos que esse registro deveria ser uma ação dos alunos, oportunizando a avaliação do percurso que sugeriram, com o intuito de aprimorar suas ideias.

No tocante às dificuldades apontadas, somente o Professor Pedro sinalizou entraves nas etapas da “plenária” e “busca do consenso”. O Quadro 14 apresenta quais aspectos, na visão desse professor, consolidaram as dificuldades que prejudicaram esse momento.

**Quadro 14** - Dificuldade na experimentação da Metodologia na etapa da “plenária” e “busca do consenso”

Etapas	Dificuldades apontadas pelos professores
Plenária + Busca do consenso	

**Fonte:** Dados da pesquisa

O Professor Pedro sinalizou que para a realização dessas etapas houve a necessidade de intervir para minimizar a timidez que atrapalhava o envolvimento dos alunos, fomentando a sua participação. Allevato e Onuchic (2014, p. 46) mencionaram que na plenária, “[...] em um esforço conjunto, professores e alunos tentam chegar a um consenso sobre o resultado correto”. Essas etapas caracterizam momentos que normalmente não são oportunizados pelo professor durante a aula. Nesse sentido, os alunos vivenciaram uma dinâmica nova e diante disso novas ações são demandadas. O mesmo professor referiu que o tempo em uma de suas aplicações foi insuficiente para a concretização dessas etapas. Quando observamos a experimentação do Professor Pedro, percebemos que:

O professor divide a lousa e cada representante dos grupos vem ao quadro e registra suas respostas. Apenas dois grupos registraram, enquanto os demais foram feitos pelo próprio professor. Após o registro, o professor solicita que esses representantes expliquem como o grupo entendeu o problema e como construíram a solução. O primeiro grupo não consegue expressar suas ideias e o professor enfatiza o respeito ao colega como critério de avaliação. No segundo, quando o professor faz alguns questionamentos, eles percebem que construíram a resposta de modo equivocado. O terceiro grupo percebeu que erraram na quantidade utilizada. O quarto grupo apresenta parte do cálculo correta sendo inconclusos quanto à totalidade da resolução. O próximo grupo demonstra um percurso correto apontando como chegaram à solução do problema “Lanche de Pedrinho e Joãozinho”. O último grupo também conseguiu encontrar a resposta correta. De modo dialogado foram discutindo e chegaram à resposta correta, ao final dois grupos conseguiram construir a solução (Diário de Campo, observação realizada em 12.11.2015).

O que foi assinalado pelo Professor Pedro justificou essa dificuldade, levando-nos a acreditar que o perfil da turma em que o professor estava contribuiu para esse desgaste. Acreditamos que esse motivo deve ter levado o professor a escrever a proposta de resolução desenvolvida pelos grupos na lousa, para garantia das outras etapas propostas pela Metodologia.

Finalizando a experimentação da Metodologia, após os alunos apresentarem suas propostas de resolução registrada na lousa e em momento colegiado na plenária defender suas ideias e buscarem o consenso, aconteceu a etapa voltada à formalização do conteúdo. O Quadro 15 registra as dificuldades relacionadas a essa etapa que proporciona a proposição e a resolução de novos problemas.

**Quadro 15** - Dificuldade na experimentação da Metodologia na etapa da “formalização” e “proposição de novos problemas”

Etapas	Dificuldades apontadas pelos professores
Formalização	A maior parte dos alunos não se interessam em aprender como resolver.
Proposição de novos problemas	(10) não foi possível realizar por conta do tempo, mesmo sendo duas aulas não foi possível propor mais problemas e resolvê-los.

Fonte: Dados da pesquisa

Quanto à formalização, o Professor Daniel sinalizou o desinteresse do aluno durante a exposição dos conceitos, consolidando um momento difícil, pois tanto o professor quanto os alunos não estavam habituados a trabalhar dessa forma. Para Allevalo e Onuchic (2014, p. 46), nessa hora o professor desenvolve “[...] uma apresentação ‘formal’ – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução de problemas [...]”. Notamos, portanto, que esse momento evoca maior envolvimento dos professores e alunos para consolidar os conhecimentos matemáticos. No diário de campo, registramos como ocorreu a experiência do Professor Daniel quanto à formalização:

Com as respostas dos grupos o professor aponta a importância de chegar ao consenso. Os alunos vão tecendo suas opiniões e chegam a uma solução que consideram ser a correta. O professor apaga as informações do quadro e diz: “Agora vocês irão ver como é que se resolve”. Desse modo, inicia a formalização apresentando o conceito de sistema de equações. Percebemos que a linguagem utilizada pelo professor é como se os alunos já soubessem como se utiliza os procedimentos algébricos e finaliza esse momento com método da substituição (Diário de Campo, observação realizada em 12.11.2015).

A preocupação do Professor Daniel consistia no domínio do aluno, no tocante ao método de resolução de sistema de equações. Percebemos esse interesse

pontual, em querer que os alunos absorvessem esses procedimentos algébricos. Allevato e Onuchic (2014, p. 48) sustentaram que, “[...] com essa Metodologia, conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto da resolução de problemas [...]”. O processo estava se iniciando, o ambiente era algo novo para o aluno, eles estiveram envolvidos nas outras etapas, e, conseqüentemente, ao participarem das discussões, desenvolveriam a aprendizagem.

No planejamento, combinamos que, ao finalizar o trabalho com o primeiro problema, na aula seguinte aconteceriam a proposição e a resolução de novos problemas. Como elaboraram cinco problemas, os professores tinham á sua disposição atividades para fomentar essa última etapa. Para Allevato e Onuchic (2014, p. 46), novos problemas “[...] possibilitam analisar se foram compreendidos elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido naquela aula e consolidar as aprendizagens construídas nas etapas anteriores [...]”. O Professor Robson indicou a falta de tempo como um entrave, demonstrando que não compreendeu as orientações que o grupo sistematizou. A Metodologia seria experienciada a cada duas aulas (100 minutos), e a proposição dos problemas seria na aula seguinte.

Ainda no que tange às intervenções dos professores na Metodologia, percebemos que eles realizaram ações que não consistiam nas orientações propostas por Allevato e Onuchic (2014). Por exemplo, quando discutiram a avaliação nesse processo, construíram critérios embasados em princípios, observados em seus alunos, relacionados à desenvoltura deles.

Durante a experimentação, os professores recorreram a esse discurso mobilizando o envolvimento, a seriedade e a participação dos alunos para que estivessem comprometidos em resolver os problemas. Ressaltaram que os colegas deveriam ser respeitados em suas soluções e quando fizessem a exposição de suas ideias. Os critérios foram apresentados aos alunos para que tivessem conhecimento, gerando compromisso da maioria na realização da atividade.

Essas foram as intervenções observadas pelo grupo de professores quando experimentaram a Metodologia da Resolução de Problemas em sala de aula. Esses momentos caracterizaram ganhos para formação continuada de professores quando planejam atividades para seus alunos por meio do trabalho colaborativo.

### **3.3 As contribuições para reflexão do professor oportunizadas pela utilização da Metodologia da Resolução de Problemas**

Nosso intuito nesta seção é analisar as contribuições para as reflexões dos professores quando participaram de uma experiência de formação continuada. Por meio do trabalho colaborativo, os professores desenvolveram ações, para o ensino, levando em conta suas reflexões. Avaliamos que, quando os professores analisam as condições em que ocorrem o ensino e a aprendizagem, buscam alternativas para melhor desenvolver o seu trabalho.

Santos (2015, p. 56) ressaltou que “[...] o conceito de reflexão passou a ser incorporado por diferentes paradigmas da prática e, por extensão, na formação continuada de professores”. Nesse sentido, essa formação esteve baseada na prática como espaço de construção de conhecimento, por meio da reflexão.

Para chegar a esses dados dispomos do questionário D (Apêndice I) nomeado de Reflexão, respondido pelos docentes após a realização do último encontro formativo, abordando questões relativas à experiência vivenciada, as dimensões da investigação, as perspectivas futuras e a avaliação da formação.

Valemo-nos também das discussões que aconteceram durante o sétimo encontro formativo, que nomeamos de “roda de conversa”. Após a experimentação da Metodologia, dialogamos com os professores para compreender suas reflexões a respeito dos eixos da formação.

Para esse momento, como método de coleta de dados, utilizamos a audiogravação, gerando os registros verbais dos professores. Como pesquisador-participante, fomos envolvidos nesse momento dialógico. Iniciamos a “roda de conversa” retomando o objetivo do trabalho, falando do percurso que percorremos e que esse momento estava voltado à percepção dessa reflexão dos professores.

Com o intuito de direcionarmos essa conversa, elaboramos um quadro inspirado na sugestão de Ibiapina (2008, p. 83), que nomeamos de Questões norteadoras para o momento de reflexão. Para a referida autora (2008, p. 68), “[...] o indivíduo não nasce sabendo refletir, ele precisa aprender a refletir e esse aprendizado é duplo e fluido e perpassa do campo coletivo ao individual, e do individual ao coletivo”. Nesse movimento dialético o indivíduo reflete e desenvolve o comprometimento em relação as suas ações, promovendo o seu desenvolvimento profissional.

Esse movimento promoveu a participação dos professores na formação continuada. A decisão quanto ao seu envolvimento coube ao professor, que mesmo com o compromisso formal de participar das atividades complementares (AC) não esteve obrigado a permanecer durante toda a investigação. A Professora Cleide registrou seu apontamento quanto à sua participação:

Eu penso que todas as contribuições que possam de alguma forma modificar nosso espaço de trabalho com os alunos é válido. Temos que estar tentando, inovando, para ver se nossos alunos se interessam [...] (Registro verbal da Professora Cleide).

Analisando o que afirmou a Professora Cleide, percebemos que para ela o momento de formação oportunizou ações que modificam o espaço da sala de aula. Nacarato et al. (2013) mencionaram que uma das evidências do trabalho colaborativo para aprendizagem do professor é o suporte que vem do próprio grupo. Nesse sentido, a participação contribui para a formação, levando essa professora a buscar alternativas de conduzir a prática por inovações que despertem o interesse do aluno e a sua vontade em aprender os conhecimentos matemáticos.

O Professor Pedro comentou a importância de participar de ações como essa, valorizando a abordagem proporcionada pela Metodologia, como uma ação em potencial para o ensino de Matemática. Avaliou que sua participação nesse tipo de formação trouxe possibilidades para modificar as suas aulas. Nesse sentido, comentou:

É o que Cleide falou mesmo, aulas novas, coisas diferentes, não só apresentar assunto ou mandar [o aluno] ir ao quadro. Sempre é bom conhecer algo novo assim, para despertar a curiosidade [do aluno] (Registro verbal do Professor Pedro).

O entendimento do professor Pedro quanto à participação em ambientes de formação foi articulado aos movimentos que ocorreram em sala de aula referente ao ensino. A ideia de que, por meio de diferentes possibilidades, o ensino pode despertar a curiosidade e o interesse dos alunos motivou o envolvimento desse professor, que apresentou como motivação principal a modificação de suas aulas.

Para Ibiapina (2008, p. 70-71), “[...] o processo reflexivo, sistematicamente organizado com o auxílio de ações formativas, ajuda no desenvolvimento da consciência profissional [...]”. Nesse sentido, o Professor Daniel destacou o ganho para sua formação, quando participou dessa experiência:

Eu achei interessante. É que antes, nas atividades, sentia um pouco de dificuldade em chamar a atenção dos alunos. Com essa proposta, percebemos que a participação foi muito maior, quase 100% dos alunos participando das atividades, que é uma coisa difícil. A sala inteira participando de uma atividade. Foi o que eu achei legal (Registro verbal do Professor Daniel).

O que declarou o Professor Daniel coaduna com Onuchic (1999, p. 208) ao dizer que, quando “[...] os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando aos seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão”. Essa participação não é aleatória, o ambiente da Resolução de Problemas evoca o envolvimento dos alunos, ao desenvolverem a própria compreensão e utilização de suas habilidades.

Ibiapina (2008, p. 65) sustenta que “[...] refletir significa extrair significados decorrentes das experiências advindas da ação concreta”. Com essa direção, conhecemos o que os professores sinalizaram quanto à estratégia formativa que esteve relacionada ao trabalho colaborativo. O Quadro 16 mostra como os professores avaliaram o trabalho em grupo quando a formação continuada que participaram.

**Quadro 16** - Avaliação do professor em relação ao envolvimento do grupo por meio do trabalho colaborativo

Professor	Como o professor avalia o trabalho colaborativo
Robson	Justifique <u>Acredito que o trabalho em grupo certamente é muito produtivo, só temos que ganhar com as experiências das partes.</u>
Cleide	Justifique <u>Existe a preocupação de todos em chegar no consenso e que todos os integrantes do grupo consigam compreender o problema.</u>
Daniel	Justifique <u>Em um grupo com dimensões colaborativas, todos os partes são beneficiados, nós buscamos adquirir novas perspectivas no ensino, e quando levamos para sala de aula os alunos são beneficiados pois têm novas experiências.</u>
Pedro	Justifique <u>Por a participação de todos e troca de ideias com o grupo isso faz ampliar nossos conhecimentos e melhorar ainda mais a ensino.</u>
André	Justifique <u>Oportuniza a troca de experiências e a aprendizagem conjunta de um grupo de professores.</u>

Fonte: Dados da pesquisa

Percebemos que os apontamentos da professora Cleide estiveram relacionados ao comportamento do aluno. A partir dessas respostas, os demais professores revelaram pontos importantes dessa experiência como: troca de experiências, ampliação de conhecimentos, aprendizagem conjunta e o trabalho em grupo. O que aduziram esses professores ratifica o que Fiorentini (2013, p. 60) atribuiu à opção em participar de um grupo, que “[...] é influenciada pela sua identificação com os integrantes do grupo e pela possibilidade de compartilhar problemas, experiências e objetivos comuns”. Notamos que a participação ocorreu por se identificarem com os pares, socializarem experiências e agregando saberes.

Interessados em identificar aspectos da experimentação questionamos os professores a respeito da aplicação das atividades, se houve diferença entre o que foi planejado e o que realmente aconteceu. Apontamos no Quadro 17 o que responderam os professores, evidenciando os aspectos dessa experiência em sala de aula articulado ao planejamento que participaram.

**Quadro 17** - Diferença entre o que foi planejado e o que foi efetivamente realizado em sala de aula pelos alunos

Professores	Diferença entre o planejado e o realizado
Robson	Não. Acredito que os objetivos foram alcançados pelos alunos no decorrer da pesquisa.
Cleide	Provavelmente sim, embora tenha dedicado ao projeto tive turmas que não realizaram a atividade como gostaria que tivesse se envolvido.
Daniel	Não, ocorreu de uma maneira muito planejado, procuramos sempre manter a ordem planejada cada parte que discutimos foi aplicado e os alunos colaboraram.
Pedro	Não houve diferença, só a segunda aplicação que não deu tempo para a explicação da conteúdo.
André	A participação foi melhor que o esperado. Em relação as respostas diferentes do que havia feito no papel resposta já eram esperadas, por experiência de trabalho, mas não poderia colocar outras estratégias no gabarito por conta do espaço.

Fonte: Dados da pesquisa

Os dados apontam que somente a professora Cleide acredita que houve diferença entre o planejado e o realizado. Para ela, o envolvimento dos alunos aconteceu de modo diferenciado do que esperava. Compreendemos com isso, que o ensino a partir dos problemas, constituía uma ação nova, acontecendo em tempos distintos para os envolvidos.

Os demais professores relataram que não houve diferença entre o planejamento e o que efetivamente ocorreu. O Professor Daniel assegurou que as etapas transcorreram como a Metodologia orienta e para isso os alunos colaboraram. O Professor Robson esteve certo de que os objetivos traçados foram alcançados e o Professor André exaltou que a participação foi melhor do que o esperado, chamando atenção para o espaço de registro da folha de resposta, que segundo ele comprometeu que os alunos apresentassem outras soluções.

Evidenciamos também que houve alguns acontecimentos que não estavam relacionados à Metodologia, por exemplo, a entrega dos problemas que abordamos na seção anterior. Na proposição dos problemas na experimentação, os Professores Robson, Cleide e Daniel não separaram os problemas, impressos numa mesma folha, oferecendo todos os que selecionaram para os alunos resolverem. Após dialogarmos com esses professores, somente a Professora Cleide aplicou simultaneamente os três problemas, fazendo adaptações com os seus alunos. Nesse momento da reflexão, os professores não informaram esses acontecimentos que destoaram do planejamento.

Mesmo ocorrendo o planejado, o Professor Pedro sinalizou que a segunda aplicação foi prejudicada pelo tempo, inviabilizando a etapa de formalização. Para Onuchic (1999, p. 217), esse é o momento de aprendizagem a partir do problema dado, com definições, propriedades e demonstrações. Se essa etapa não for realizada de maneira apropriada, o aluno não constrói um novo conhecimento matemático. Portanto, ensinar por essa Metodologia pressupõe que as ações dos professores perpassem por todas as etapas.

Ao formalizar o conteúdo e fazer a proposição do próximo problema, o aluno deveria utilizar os conceitos aprendidos para resolver e os novos problemas propostos. Como no desenvolvimento da experiência não houve tempo do professor formalizar o conteúdo, a aula seria encerrada e a continuação da Metodologia aconteceria na aula seguinte. Caso isso acontecesse, não prejudicaria o ensino e a aprendizagem do conhecimento matemático.

Compreender as orientações da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas foi uma experiência nova para os professores, conforme afirmamos anteriormente. Nessa direção, o Professor Robson apresentou elementos importantes:

Durante o planejamento, elaboramos o problema. Depois eu achei que poderia ter feito melhor. Depois que você finaliza todas as etapas, vai compreender como é. Para a solução [do problema], eu só me preocupei com o método da substituição, mas poderia indicar o método da adição, tentativa e erro, ter colocado tudo isso. Aluno nenhum chegou a esse método, porque ele não conhecia, encontraram por tentativa e erro. Foi um avanço eles encontrarem [a resposta] assim. Em uma sala, eles conseguiram armar as equações. Isso já foi muito gratificante. Em minha opinião, foi um avanço. Não resolveram por sistema, foram por tentativa e erro (Registro verbal do Professor Robson).

Os registros do Professor Robson traduzem aspectos de sua reflexão sobre a experiência de formação de que participou. O professor avaliou que os problemas poderiam ser melhores. Outro aspecto relevante foi o professor não ter contemplado as diferentes possibilidades de resolução que poderiam ser mobilizadas pelos alunos. Não obstante estes não terem apresentado o método indicado, a maioria deles utilizou o método tentativa e erro, e houve também aqueles que conseguiram construir as equações. Essa vivência vai aprimorando tanto o ensino quanto a aprendizagem, processo que vai se estabelecendo aos poucos para resolver os novos problemas.

Ainda no tocante aos problemas que apresentaram aos alunos, outros professores também os avaliaram em suas reflexões. O que mais chamou atenção deles foi a linguagem, que, não sendo interpretada corretamente, compromete o pensamento algébrico do aluno. Nesse sentido, o Professor Pedro ressaltou:

Uma dificuldade que percebi é a questão da interpretação. Eu não sei se elaborar uma questão de maneira mais simples resolveria, ou se levar o aluno a tentar interpretar. Teve um problema mesmo que uma simples palavrinha “o a mais” mudou tanta coisa, foi uma série de dificuldade para todos os alunos. A questão da interpretação gerou uma série de dificuldades, deveria ser elaborado de outra maneira (Registro verbal do professor Pedro).

Percebemos que o Professor Pedro atribuiu ao planejamento as limitações do aluno quanto à interpretação e entendimento de um dos problemas trabalhados. Nesse sentido, retomamos o que aludiram Allevato e Onuchic (2014, p. 45): “[...] os

alunos reúnem-se em pequenos grupos e fazem nova leitura e discussão do problema. O professor ajuda os grupos na compreensão do problema e na resolução de problemas secundários [...]”. O que aconteceu nessa experiência são dúvidas referentes à linguagem, o que as autoras definem como problema secundário. Nesses casos, os alunos devem ser auxiliados pelo professor.

Com a leitura individual, coletiva e na plenária, os alunos teriam oportunidades de evidenciar a sua própria compreensão e, para isso, estruturam uma resolução, por meio de seu próprio entendimento. Na plenária socializam como entenderam, discutindo as estratégias e os caminhos da resolução. Momento de minimizar dificuldades, pois os envolvidos aprendem uns com os outros, refletindo sobre o que conseguiram fazer. Desse modo, simplificar demais os problemas inviabilizaria as potencialidades do aluno. O Quadro 18 demonstra a reflexão dos professores quando utilizaram a Metodologia da Resolução de Problemas.

**Quadro 18** - Avaliação do professor após a experimentação da Resolução de Problemas, como Metodologia para aprendizagem do conhecimento matemático

Professor	Como o professor avalia a Metodologia para aprendizagem
Robson	Justifique <u>A proposta é de grande importância, pois faz com que os alunos individualmente ou em grupos aprendam novos conteúdos de maneira diferente, porque eles vão buscar a partir dos problemas entender novos conceitos e não apenas estudando conceitos já estabelecidos pelos professores.</u>
Cleide	Justifique <u>Por que sai do habitual no qual eles estão acostumados onde os alunos constroem seus métodos de compreensão e resolução do problema.</u>
Daniel	Justifique <u>Por ser uma metodologia diferente, isso chama muita a atenção dos alunos. Eu estava acostumado sempre com a metodologia tradicional.</u>
Pedro	Justifique <u>Pois o aluno participa muito mais da construção da aprendizagem do conteúdo, ele se sente mais importante e com muita mais eficiência na aprendizagem.</u>
André	Justifique <u>Envolve os estudantes, individual e coletivamente. É um contexto no qual o estudante e o grupo tornam-se responsáveis pelo seu conhecimento, protagonistas das descobertas.</u>

Fonte: Dados da pesquisa

Os professores apontaram que diante da Metodologia os alunos participam e se envolvem de modo individual e coletivo, que os alunos são estimulados a se comprometer com a aprendizagem, valorizando o protagonismo e a autonomia, como afirmaram Robson e André.

Para Allevato e Onuchic (2014, p. 36), “A importância dada a Resolução de Problemas, no contexto da sala de aula, é recente [...]” e ultimamente é que “[...] passaram aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia mais atenção”. Notamos essa reflexão nas respostas dos professores, o que nos fez compreender que o processo formativo contribuiu para que o ensino da Matemática tivesse mais significado. Articulando essa percepção, comungamos dessas autoras quando mencionaram:

Considerando o problema como ponto de partida e orientação para aprendizagem matemática, tal Metodologia tem mostrado que a Resolução de problemas se constitui em um contexto bastante propício à construção de conhecimento, colocando o aluno no centro das atividades de sala de aula de Matemática, sem prescindir do fundamental papel desempenhado pelo professor como organizador e mediador no decurso dessas atividades (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 48-49).

Compondo esse diálogo voltado para a reflexão, os professores com apenas uma palavra traduziram o ganho nessa formação. A Figura 18 mostra as palavras indicadas pelos professores que representam sua relação com a sala de aula e com o aluno, diante da experiência com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

**Figura 18** - Palavras apontadas pelos professores que traduzem o ganho que tiveram nessa formação continuada



Fonte: O autor

A palavra “protagonismo” foi escolhida pelo Professor Daniel, que exaltou essa característica quando se trabalha nessa perspectiva. Allevato e Onuchic (2014, p. 48) destacaram que esse é um contexto que vai “[...] colocando o aluno no centro das atividades da sala de aula de Matemática, sem prescindir do fundamental papel desempenhado pelo professor [...]”. O professor Pedro enfatizou que o trabalho com a Metodologia mobilizou o aluno a se envolver nas aulas de Matemática, e por esse motivo escolheu a palavra “incentivo”.

Onuchic (1999, p. 216) assevera que “[...] é preciso que os estudantes experimentem este processo cooperativo e que se lhes dê a oportunidade de aprender uns com os outros”. Essa compreensão justifica a palavra “cooperação” utilizada pela Professora Cleide, quando sinalizou que os alunos por meio desse trabalho buscam juntos construir o conhecimento, e nesse processo cooperam entre si. Van de Walle (2009, p. 33) enfatiza que “[...] os estudantes devem vir a acreditar que eles são capazes de dar significado a matemática”, e para isso, se fazem necessários a “participação” e o “envolvimento”, conforme indicaram os Professores Daniel e Robson, respectivamente.

No tocante à avaliação, os professores sinalizaram que estiveram atentos a esse processo. Com a aplicação dos problemas, puderam acompanhar como cada um dos alunos desenvolvia suas ações nas etapas propostas pela Metodologia, para que alcançassem a resolução do problema.

As perguntas que faziam entre eles, as discussões no trabalho em grupo e a vontade de externar o que construíram coletivamente na defesa da proposta de resolução constituem aspectos da avaliação dos alunos realizada pelos professores. Sobre isso, apresentamos o que pontuou o Professor Pedro a respeito da avaliação, quando na turma do 8.º ano C vivenciou o ensino através da Resolução de Problemas. Nesse sentido, o Professor Pedro afirmou:

Os alunos ficaram ansiosos para informar a resposta. O 8.º C foi melhor que o 8.º A. São alunos que brincam e bagunçam, mas ficaram lendo o problema e buscando a solução. Os alunos falavam: Isso aqui tá errado, não pode, se o perímetro é a soma de todos os lados então vai ter que somar. Observei que alunos que se destacavam nas aulas tiveram dificuldade. Aqueles que são tachados de ruins, não. Com essa aula se sentiram envolvidos. Na hora de ir pra frente, eles foram e escreveram suas respostas. Ficavam todos preocupados em relação ao colega, ensinando e orientando a fazer do modo correto (Registro verbal do Professor Robson).

O Professor Pedro acreditou que essa experiência oportunizou revisitar

compreensões e conceitos, levando à reflexão. Conforme Allevalo e Onuchic (2014, p. 47), “[...] nessa metodologia o professor tem oportunidade de perceber constantemente as condições e conhecimentos que os alunos possuem, ajudando-os durante o processo, bem como os próprios alunos se percebem e se ajudam [...]”. Com isso, ficou evidente para o professor que o conhecimento que o aluno traz consigo, talvez, nos moldes “tradicionais” não pudessem ser percebidos pelos próprios alunos, nem observados pelo professor.

Ibiapina (2008, p. 47) aludiu que “[...] na reflexividade o professor mergulha na prática e traz à tona a teoria para compreender de forma mais clara os conceitos que guiam a atividade docente”. No Quadro 19, estão os registros dos professores dizendo que as discussões ocorridas no grupo contribuíram para melhorar a prática, e exaltaram o norte metodológico como um ganho para o ensino.

**Quadro 19** - Os momentos de discussões promovidos no grupo contribuíram para transformar a prática da sala de aula

Professor	As discussões do grupo contribuíram para transformar a prática
Robson	Nossa metodologia de ensinar determinados conteúdos. A discussão em grupo realizada pelos alunos deve ser mais aproveitada pois certamente colherá bons resultados.
Cleide	Percebi alguns alunos que não demonstram muito interesse nas aulas, empenhados em mais discussões e buscando compreender os problemas propostos.
Daniel	Compartilhar as experiências ajuda bastante nas nossas aulas, pois ouvindo cada um podemos aprender novas práticas de ensino, e as discussões nos motivam a buscar cada vez mais, a repensar nos novas práticas e assim melhorar as aulas.
Pedro	Aprender de uma maneira mais aprofundada a ideia de trabalhar conteúdos com resolução de problemas. Aprender a incentivar ainda mais os alunos a resolver e interpretar problemas.
André	Um aspecto foi o conhecimento das 10 etapas para aplicação da metodologia da PP, descritos por Allevalo e Onuchic. Outro aspecto foi o fato de explorar a leitura e a resolução individual antes de formar os grupos para resolver os problemas.

Fonte: Dados da pesquisa

Analisando essas reflexões, acreditamos que as discussões oportunizaram ganhos formativos ao professor em relação ao ensino e aprendizagem, uma vez que houve contribuições para transformar a prática da sala de aula. Nesse sentido, notamos que o modo como refletiram incidiu diretamente para o desenvolvimento da prática, articulado com os pressupostos da Metodologia. Esse momento dialogado permitiu reflexões sobre o ensino dos conteúdos, englobando a postura dos alunos e professores, reconstruindo as significações elaboradas por eles mesmos.

Notamos que a Professora Cleide não compreendeu o questionamento, pois evidenciou o comportamento do aluno, quando a reflexão articula o que foi vivenciado com a formação docente. Caracterizando essas contribuições para a transformação da prática, os demais professores realçaram as discussões em torno da Metodologia. O Professor André mencionou o conhecimento das etapas propostas para experienciar a Metodologia e chama atenção no sentido de que a “leitura individual” deve vir acompanhada de uma resolução. Para esse professor, essa ação contribui para que o aluno compreenda melhor a situação, quando socializar suas ideias no grupo.

Quanto a essas contribuições para o professor, no tocante ao percurso trilhado, a Professora Cleide salientou:

Acredito que mudou, porque eu nunca tinha trabalhado o conteúdo dessa forma. Talvez tenha utilizado uma dinâmica diferente com problemas, relacionados à área e à geometria, mas os outros conteúdos eu fazia a explicação para depois apresentar os problemas. Para mim foi muito gratificante, a gente pode fazer isso com outros conteúdos (Registro verbal da Professora Cleide).

Verificamos que a formação para a Professora Cleide apresentou novas possibilidades de trabalhar outros conteúdos na perspectiva da Resolução dos Problemas. A fala da professora traduz o modo como percebeu essa experiência de formação que participou, por meio da reflexão compreende suas ações e as reestrutura apontando novas possibilidades para o ensino. Ainda nesse sentido, o Professor Pedro referiu:

É mais uma metodologia para se trabalhar em sala de aula. Ela proporciona que o professor saia dessa zona de conforto. Quando elabora a sua aula, você pensa: Será que o aluno vai aprender? Será que dessa maneira vai motivar? (Registro verbal do Professor Pedro).

Analisando o que afirmou o Professor Pedro percebemos que a Metodologia possibilitou compreender outras possibilidades para o ensino. Para Allevalo e Onuchic (2014, p. 48), a “[...] Metodologia tem mostrado que a Resolução de Problemas se constitui como um contexto bastante propício à construção do conhecimento [...]”.

Quanto a essa dinâmica formativa continuar acontecendo na escola, como uma perspectiva de formação continuada, todos os professores indicaram haver essa possibilidade. O trabalho iniciado com a pesquisa poderia prosseguir, e para isso destacaram que o comprometimento da equipe com novas experiências ajudaria a melhorar o ensino e a aprendizagem de Matemática. Por conseguinte, demonstrou disposição em consolidar a escola como espaço formativo desenvolvendo ações para a própria formação.

O Professor Daniel disse que essa prática ajuda a melhorar a aula sinalizando que essa interatividade produz novos conhecimentos. Ferreira (2013) afirmou que nos exemplos de grupos colaborativos a meta é comum e o propósito é conhecer com mais especificidade a cultura da sala de aula. Com essas reflexões, percebemos o interesse da formação continuada no curso da prática.

Essa experiência proporcionou que os professores avaliassem e emitissem sugestões sobre a formação continuada. Ibiapina (2008, p. 70) sustentou que os professores precisam “[...] refletir sobre a ação, sobre a estrutura organizacional, os pressupostos, os valores e as condições de trabalho docente e sobre como esses fatores interferem na prática educativa e na autonomia profissional”. Quanto aos aspectos que poderiam ser melhorados nessa formação, somente dois dos professores ressaltaram o que chamou a sua atenção, indicados no Quadro 20.

**Quadro 20** - Opinião do professor em relação a algum aspecto que poderia ser mais bem trabalhado nessa formação continuada

Professor	Aspectos que poderiam ser mais bem trabalhados
Cleide	<i>genuíto que o tempo foi o que impediu e melhor resultado.</i>
André	<i>Apenas um maior participação de professores de anos diferentes na elaboração das atividades dos demais. Exemplo: O professor do 9º ano discutiu a atividade do professor do 7º e vice versa, como forma de aperfeiçoar a atividade e a aplicação. O fato de estar no final do período letivo não expressou um pouco, não nos deixando muito tempo para essa interação</i>

Fonte: Dados da pesquisa

A Professora Cleide sinalizou a questão do “tempo”, que percebemos, mais uma vez, articular-se à perspectiva do aluno. O tempo indicado se referia ao momento destinado à aplicação das atividades. O Professor André mencionou que a interatividade dos professores com o planejamento das atividades precisava ser mais bem articulado. Destacou que o momento da pesquisa ocasionou rapidez às ações, em virtude do calendário escolar.

Esses foram os elementos da reflexividade dos professores apontados na “roda de conversa” e no questionário D, voltado à Reflexão (Apêndice I), respondido após a formação. O que salientaram em suas respostas trouxe evidências da subjetividade que todo professor apresenta, que é a reflexão. Reconhecemos a importância desse momento por estarmos pesquisando com o professor, preocupados em articular conhecimentos teóricos com a sua experiência, gerando a partir das reflexões um planejamento voltado para novas ações.

Após a análise dos dados, os quais estruturam as três seções que articulamos com os aspectos do planejamento dos problemas, a experimentação da Metodologia e a reflexão da experiência vivenciada nos levam a acreditar que temos as informações necessárias para atender nossa questão de pesquisa. No capítulo seguinte, apresentaremos nossas considerações finais, advindas desse processo voltado à formação continuada de professores de Matemática.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

O objetivo do nosso estudo foi *investigar as contribuições de um trabalho colaborativo com professores em formação continuada ao planejar, experimentarem e refletirem sobre o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Sistema de Equações do 1.º Grau através da Resolução de Problemas*. Em busca de atingir esse propósito, desenvolvemos no horário das atividades complementares (AC) dos professores de Matemática, de uma escola pública no sul da Bahia, uma formação continuada de professores, por meio de sete encontros embasados no trabalho colaborativo.

Com a definição do objetivo geral desta investigação, construímos os objetivos específicos para a compreensão dessa experiência: perceber as contribuições para a formação do professor quando planeja utilizar a Metodologia da Resolução de Problemas, analisar a intervenção realizada pelo professor quando experimenta a Metodologia da Resolução de Problemas e conhecer as contribuições para a reflexão do professor oportunizada pela utilização da Metodologia da Resolução de Problemas.

### **Nosso caminhar**

Para alcançarmos o nosso objetivo, desenvolvemos uma pesquisa-participante, de abordagem qualitativa que de modo descritivo visou trazer o significado de cada uma das ações desenvolvidas. Sendo assim, para produção e coleta dos dados que dessem conta de responder ao nosso questionamento, iniciamos esta dissertação relatando a constituição deste pesquisador, como professor de Matemática, até chegar ao Mestrado. Situamos também nosso objeto de estudo, a questão de pesquisa e seus objetivos.

Em seguida, construímos o *Capítulo 1*, em que definimos as dimensões que fundamentaram nossa investigação: (1) A formação continuada de professores por meio do trabalho colaborativo, embasada nos apontamentos de Santos; Ferreira; Fiorentini; Ibiapina; Schon e Pimenta; (2) A Resolução de Problemas, enfatizando as abordagens de Polya, Pozo, Allevalo e Onuchic; e alguns estudos correlatos que

dialogam com nossa investigação; e (3) O ensino de Álgebra, com as ideias de Lochhead e Mestre; Schoen; Usiskin; Ponte, Branco e Matos; Ribeiro; Vale e Pimentel, discutindo o pensamento algébrico e apresentando o objeto matemático no livro didático.

No *Capítulo 2*, delineamos o percurso metodológico da pesquisa, apresentando a abordagem utilizada e os instrumentos para coleta e produção dos dados. Informamos os procedimentos adotados, o universo da pesquisa, o aceite para realização da pesquisa, os encontros formativos e os sujeitos da investigação. Ocorreram os encontros na escola com a participação de sete professores da rede municipal, além do pesquisador. Indicamos como ocorreram a sistematização dos dados e a definição das categorias de análise para interpretação deles.

No *Capítulo 3*, apresentamos a análise dos dados produzidos pela pesquisa. Foram examinados de acordo com as categorias que estruturamos e, para isso, reportamo-nos aos questionários, ao diário de campo, às observações e aos registros verbais audiogravados. A análise foi estruturada em três categorias: a primeira voltada às contribuições para a formação do professor quando planeja utilizar a Metodologia; a segunda direcionada às intervenções realizadas pelo professor quando experimenta a Metodologia; e a terceira com o foco na contribuição para reflexão do professor oportunizada pela utilização da Metodologia.

Essas ações proporcionaram-nos a resposta para o nosso questionamento. A seguir, apontaremos os principais resultados que emergiram de nossa análise.

### **Síntese dos resultados analisados**

Com o desenvolvimento da análise dos dados coletados e produzidos a partir dos instrumentos e métodos de recolha utilizados, buscamos os aspectos que atendessem o nosso objetivo. Com isso, apresentamos alguns resultados voltados às contribuições de um trabalho colaborativo com professores em formação continuada ao planejarem, experimentarem e refletirem o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Sistema de Equações do 1.º Grau através da Resolução de Problemas.

Iniciaremos pela participação e envolvimento dos professores no processo de pesquisa voltado à formação continuada. Apresentada a proposta, todos os professores participaram e, para isso, por meio do diálogo que estabelecemos, construímos o desenho da investigação. Dos sete professores, dois não tiveram os

dados analisados, um deles por não ter devolvido um dos questionários aplicados durante a coleta de dados e outro que, mesmo se envolvendo em todas as discussões, ministrava aula numa turma em que o objeto matemático não era trabalhado, motivo pelo qual não participou da experimentação com a Metodologia.

Outra questão relevante foi o espaço escolar onde os professores se reuniam semanalmente para planejarem suas atividades. Esse lugar direcionou a nossa escolha, consolidado pela própria dinâmica escolar, e, dessa forma, ficou instituído como espaço formativo. Comumente, as atividades complementares da carga horária do professor não são realizadas de modo coletivo em razão da incompatibilidade de horários e outros motivos. Percebemos, com essa experiência, que os professores da área de Matemática se integraram ao processo, com direito a vez e voz, podendo opinar, sugerir, questionar e refletir em relação à própria prática.

O movimento proposto, que teve como estratégia formativa o trabalho colaborativo, proporcionou que os professores ampliassem sua percepção quanto ao desenvolvimento de uma experiência com essas características. Existia uma parceria entre eles no compartilhamento de atividades, jogos, avaliações e exercícios que efetuavam em suas turmas e, quando reunidos, eram socializados. As discussões realizadas proporcionaram aos professores perceber a diferença entre cooperação e colaboração, evidenciando seus principais aspectos e olhando para o que acontecia com o grupo. Dessarte, constatamos que a dinâmica de trabalho entre eles apresentava as características da cooperação. No entanto, a partir das discussões, conheceram a perspectiva do trabalho colaborativo e perceberam a possibilidade de se apoiarem mutuamente em torno de objetivos comuns.

As discussões a respeito dos eixos trabalhados na formação continuada possibilitaram que os professores refletissem sobre o ensino dos conhecimentos algébricos que ofertavam aos seus alunos. Entenderam que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apresentavam direções para que o ensino se desenvolvesse com significado para o aprendiz, ao perceber a Álgebra como uma ferramenta para resolver problemas.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas trouxe uma direção para os professores quanto à perspectiva de trabalhar o conhecimento matemático por meio dos problemas. O processo formativo promoveu a reflexão do trabalho que desenvolviam na sala de

aula, em que o processo estava centrado na figura do professor, e não na do aluno, como esse aporte metodológico sugeria.

Contudo, os professores notaram que as etapas propostas pela Metodologia favoreciam a construção do conhecimento matemático a partir do aluno, levando em consideração os conhecimentos já vistos por ele. A Metodologia promoveu a percepção da postura do professor como aquele que observa, estimula e orienta esse processo e, no momento oportuno, formaliza propriedades, conceitos e procedimentos do conteúdo matemático que está trabalhando. Perceberam também que, para consolidar o conteúdo matemático trabalhado, seria necessário propor novos problemas com o objetivo de fortalecer os conhecimentos ou agregar novos conhecimentos aos seus alunos nessa aprendizagem.

Norteando o planejamento, a Metodologia da Resolução de Problemas direcionou a tomada de decisão quanto aos problemas que os professores propuseram para o ensino de sistema de equações do 1.º grau. Nesse sentido, pelo trabalho colaborativo apresentaram cinco problemas, que oportunizariam o ensino do conteúdo matemático escolhido e o uso da Metodologia. Como pesquisador, ao vivenciar esse planejamento, percebemos que os professores de modo dialogado discutiram a respeito dos melhores problemas para o ensino algébrico. Entretanto, o planejamento das atividades aconteceu em dois encontros e ao final os professores entregaram os problemas em um dos questionários aplicados. Ao analisarmos os problemas, concluímos que três foram construídos pelos professores e dois retirados do meio eletrônico. Essa ação não foi informada ao pesquisador, no entanto não comprometeu o processo, uma vez que, quanto ao problema gerador, Allevato e Onuchic (2014) afirmam que este poderia ser selecionado ou elaborado pelo professor ou ser aceito um problema sugerido pelo aluno.

Os momentos voltados à experimentação proporcionaram vivenciar na prática o que estruturaram no planejamento. Nesse momento, os professores vivenciaram tudo o que foi discutido no planejamento na prática da sala de aula, repercutindo no seu próprio comportamento, como o estímulo à aprendizagem a partir do aluno, o incentivo à resolução, administração do tempo, direcionamentos da metodologia, a formalização ao final do processo, entre outros fatores. Quanto aos alunos, percebemos também que essa experiência oportunizou a eles estarem no centro do processo, com efetiva participação e envolvimento, interesse e motivação, entre outros aspectos vivenciados nessa experiência.

Nesse sentido, presenciamos essa dinâmica e constatamos o quanto esse movimento reorganizou a sala de aula, uma vez que o protagonismo do aluno foi oportunizado. Diante de escassos casos de desinteresse, o alunado de modo geral foi movido pela Matemática, debatendo ideias, argumentando, questionando, discordando na busca de consolidar com os seus pares a resolução para os problemas. O professor como mediador desse processo incentiva que os alunos participem dessa experiência construindo o conhecimento. É aquele que organiza esse novo contexto de ensino, e no momento oportuno apresenta as direções para que o conhecimento seja formalizado.

Foram momentos voltados à reflexão, quebrar conceitos e rever ações, pois os professores se surpreenderam com a experiência. O Professor Robson na roda de conversa evidenciou que em uma de suas turmas, consideradas sem comprometimento, os alunos participaram efetivamente das atividades propostas. O que não aconteceu com a turma de melhores resultados nas aulas dos “moldes tradicionais”. Ele apontou que os alunos considerados com “bom desempenho” tiveram dificuldades para compreender o problema e aqueles com “comportamento e postura inadequados” mostraram-se desafiados a buscar a solução. Esses elementos denotam as novas possibilidades para o ensino de Matemática, promovendo discussões entre os alunos para que possam compreender os problemas, exigindo novas posturas de alunos e professores.

Houve momentos em que não se efetivou o que foi planejado, principalmente em relação ao tempo, no desenvolvimento das etapas, conforme a orientação da Metodologia. No entanto, valorizamos o envolvimento desse grupo de professores na formação continuada e com base nesses resultados, dedicamo-nos a responder a nossa questão de pesquisa que propomos com este estudo.

### **Respondendo nossa questão de pesquisa**

Responderemos aqui a questão de pesquisa desta investigação: *Quais as contribuições de um trabalho colaborativo com professores em formação continuada ao planejarem, experimentarem e refletirem sobre o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Sistema de Equações do 1.º Grau através da Resolução de Problemas?* Tomando por base a análise que procedemos de posse dos dados produzidos e coletados apresentados no Capítulo 3, podemos afirmar que houve contribuições

para a formação continuada dos professores quando utilizaram a Metodologia da Resolução de Problemas para o ensino algébrico, por meio do trabalho colaborativo.

Analisando as contribuições para a formação dos professores quando planejam utilizando a Metodologia da Resolução de Problemas, identificamos nos dados coletados um processo de apropriação pelos professores dos direcionamentos discutidos nos encontros formativos. Nesse sentido, foram elucidados por meio de suas respostas, em duas perspectivas: por meio de seus registros audiogravados provenientes das discussões dos encontros de que participaram anteriormente ao planejamento e nas respostas ao questionário aplicado quando apresentaram as atividades que planejavam. Aqui emergiram as contribuições, pois as compreensões geradas oportunizaram aos professores planejar o ensino de sistema de equações do 1.º grau, por meio dos problemas, proporcionando a aprendizagem de novos conteúdos e novos conceitos. Os problemas sugeridos fomentariam essa aprendizagem a partir do aluno, como o protagonista desse processo e sob a mediação docente.

Verificando as intervenções realizadas pelos professores quando experimentam a Metodologia da Resolução de Problemas, reconhecemos que as orientações do trabalho nessa perspectiva nortearam a prática na sala de aula. Caracterizou um momento de aprendizagens tanto para os professores quanto para os seus alunos, uma vez que esse aporte metodológico era algo novo na prática desses professores. Os dados demonstraram que o ensino aconteceu por meio dos problemas. Contrapondo a lógica de como comumente era trabalhado, o professor explica o conteúdo, o aluno dedica sua atenção e após fazem exercícios para reforçar determinado conceito. A experimentação revelou as dificuldades e os êxitos do ensino, e os professores indicaram em quais etapas tiveram dificuldades para consolidar o que planejavam.

Esse momento valorizou o ambiente da sala de aula, favorecendo que a Matemática fosse um ponto em comum para o diálogo e a interação entre os alunos e o professor. Apontaram algumas intervenções realizadas pelos professores, como: a oferta de vários problemas ao mesmo tempo, informar as etapas na lousa e a realização do registro da resolução na lousa pelo professor, quando os alunos não participaram. Essas ações promoveram a compreensão de que os professores de algum modo mostraram-se interessados em ver concretizado o que planejavam com os seus pares, voltado ao ensino de sistema de equações do 1.º grau.

Por fim, ao verificar as contribuições para a reflexão dos professores oportunizada pela utilização da Metodologia, notamos que o percurso formativo possibilitou que o professor articulasse os conhecimentos teóricos com a sua prática, consolidando as discussões reflexivas como momentos que geraram ganhos para a formação docente. Esse momento dialogado, proporcionado pela investigação, consolidou esse lugar, onde estavam os professores envolvidos, como um espaço de socialização de saberes, possibilitando ao mesmo tempo novas perspectivas sobre a sua prática de ensino que desenvolvem, viabilizando novas ações relacionadas aos conhecimentos algébricos, com o uso da Metodologia da Resolução de Problemas. O movimento em que estiveram envolvidos viabilizou que refletissem sobre o ensino, no que se refere à construção do conhecimento, pois essa vivência demonstrou que esse trabalho começa onde estão os alunos, valorizando o que eles trazem consigo para o espaço da sala de aula.

Em linhas gerais, concluímos que, ao planejar, experimentar e refletir sobre o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para o ensino de sistema de equações do 1.º grau, por meio de um trabalho colaborativo, gerou contribuições para a formação continuada dos professores. Percebemos que os professores se apropriaram das discussões promovidas nos encontros e ressignificaram suas posturas perante o ensino. André, Cleide, Robson, Daniel e Pedro demonstraram que estavam sendo formados e também contribuindo para a formação dos seus pares, quando compartilhavam informações, experiências e conhecimentos adquiridos. Os dados mostraram que os eixos trabalhados nessa formação incidiram de modo direto no planejamento das atividades, oportunizando ao professor experimentar o ensino a partir dos problemas e a refletir a respeito dessa dinâmica, a partir da articulação entre teoria e prática, evidenciando as características que demarcaram esse espaço formativo.

Notamos que algumas dificuldades apareceram nesse movimento, contudo não comprometeu a dinâmica da formação, a saber: a) Reorganização da proposta de investigação em virtude da liberação pelo CEP, levando-nos a dialogar com o grupo de professores sobre as novas escolhas; b) O horário dos professores para a realização da atividade complementar pela escola deveria estar organizado para acontecer nos três primeiros horários e, quando iniciamos a formação, percebemos que alguns deles estavam com aula em um dos horários (1.º ou 2.º), levando-nos a negociar um novo horário para realização dos encontros; c) A instabilidade na

postura de um dos professores em ter aceitado participar da pesquisa e mesmo assim comprometer uma das etapas, inviabilizando a experimentação em uma de suas turmas; d) Nas discussões promovidas nos encontros percebemos em alguns momentos que a leitura do texto-base quanto aos eixos trabalhados foi negligenciada, impossibilitando a participação do professor em trazer os apontamentos de sua reflexão, limitando-se a relatar experiências da prática docente; e) Um dos maiores entraves quanto à investigação foi alinhar o “tempo da pesquisa” ao “tempo escolar”, que em nossa percepção comprometeu uma melhor apropriação dos elementos discutidos pelo grupo relacionados ao trabalho colaborativo, à Metodologia e ao ensino de Álgebra. Esses aspectos foram evidenciados na investigação e, como citamos anteriormente, não inviabilizou o seu desenvolvimento, oportunizando-nos responder ao questionamento de pesquisa.

Consideramos os resultados dessa investigação exitosos e importantes para o contexto educacional, o que nos leva a acreditar que este estudo servirá para promover reflexões científicas no campo acadêmico e também escolar, referentes ao contexto da formação continuada de professores, da escola como espaço de formação, do uso de metodologias direcionadas ao ensino de Matemática, mais especificamente para o ensino de Álgebra. Sendo assim, respondida nossa questão de pesquisa, sugerimos em seguida o desenvolvimento de outros estudos a partir do que realizamos, ampliando o foco e vislumbrando descortinar outras realidades.

### **Direções para outras pesquisas**

Este estudo foi desenvolvido com o objetivo de investigar as contribuições para formação continuada do professor quando planeja, experimenta e reflete sobre o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de sistema de equações do 1.º grau através da Resolução de Problemas. Para o desenvolvimento desta pesquisa verificamos que existem alguns trabalhos, no Brasil, que articulam a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas com a formação de professores, seja inicial ou continuada. Demonstramos isso reportando-nos às produções que desenvolvem pesquisas que tratam dessa temática, quando na abordagem da Resolução de Problemas no Capítulo 1 apresentamos os estudos de Nunes (2010), Proença (2014), Azevedo (2014) e Justulin (2014), que são correlatos com a nossa investigação.

Como a Metodologia passou por modificações ao longo dos anos, chegando a uma sugestão mais atual constituída de dez etapas, proposta por Allevato e Onuchic (2014), sugerimos que sejam realizadas mais pesquisas que articulem a Metodologia com a formação continuada dos professores que estão em serviço, acontecendo no espaço escolar e abordando outros objetos matemáticos, tanto do campo algébrico como de outras áreas do conhecimento matemático. Reputamos essa sugestão como possível, pois no contexto em que foi realizada a pesquisa a Metodologia era desconhecida dos professores, embora nos últimos anos reconheçamos que tenham sido fomentadas ações para trabalhar o ensino de Matemática na perspectiva da Resolução de Problemas, como sugerem os PCN.

Outra sugestão seria ampliar o universo de pesquisa, com o envolvimento maior de professores, pois a nossa experiência aconteceu em uma única escola pública de um município baiano. Avaliamos que, se fossem envolvidas todas as escolas desse município, o impacto da formação abrangeria a totalidade dos professores de Matemática, caracterizando um trabalho articulado, a uma mesma direção para o ensino. Quando apontamos uma investigação com essa amplitude, consideramos a diversidade em um mesmo contexto. Por exemplo, se toda a rede municipal participar de uma ação formativa como essa, mediante uma pluralidade de situações relacionadas às escolas, aos professores e também aos alunos, poderia ser desenvolvida uma perspectiva que contemplasse o ensino dos conhecimentos matemáticos a partir dos seus alunos, como sugere a Metodologia. Entendemos também que pesquisas com o professor favorecem o contexto para a articulação entre teoria e prática, trazendo novas reflexões à Metodologia.

Outra sugestão está relacionada ao desenvolvimento de pesquisa em que a utilização da Metodologia pudesse ocorrer num contexto em que os problemas fossem ofertados pelos alunos. Ferreira (2011) desenvolveu um estudo com essa intencionalidade na EJA, no entanto propomos que aconteça em diferentes níveis de ensino e que abranjam outros campos do conhecimento matemático. Esse movimento reconstruiria o espaço da sala de aula, uma vez que o paradigma do modelo educacional propõe a seriação e os conteúdos separados para cada período. Nesse caso, o ensino estaria pautado no que o aluno tem interesse em aprender, exigindo do docente uma boa articulação com os conhecimentos matemáticos para acatar as sugestões e propor novos problemas que dessem conta de oportunizar a aprendizagem de novos conceitos e conteúdos.

Com a nova configuração social em que estão conectados os nossos alunos, outra sugestão seria trabalhar a perspectiva da Metodologia atrelada ao ambiente tecnológico. Conhecemos trabalhos que foram desenvolvidos nessa direção e consideramos importante ampliar essa investigação para diferentes níveis e modalidades de ensino, como os anos finais do Ensino Fundamental. Constitui uma oportunidade interessante o desenvolvimento das etapas da Metodologia com o uso da tecnologia, por meio do *tablet*, celular ou *notebook* como ferramentas para auxiliar os alunos na mobilização de ações individuais e coletivas em busca da resolução dos problemas. Acreditamos que uma pesquisa nesse sentido apresenta um contexto de formação continuada dos professores e de desafios e mobilização de diferentes estratégias por parte dos alunos.

### **Transpondo os limites da pesquisa**

Neste espaço destacamos uma experiência proporcionada nessa formação que extrapolou os limites da pesquisa, uma vez que delineamos com o grupo de professores o objeto matemático trabalhado nesta investigação. Com o foco voltado para o ensino de sistema de equações do 1.º grau vivenciamos esse movimento, como fora citado nos capítulos desta dissertação. Por outro lado, um dos professores participantes já havia trabalhado esse objeto matemático no início do ano letivo em que a pesquisa aconteceu, por se tratar de um tópico de revisão visto com suas turmas. No entanto, essa situação não comprometeu seu interesse de participar com o grupo de professores e se envolver nessa formação.

Ao finalizarmos a formação continuada com os professores, apropriando-nos dos direcionamentos do trabalho colaborativo, submetemos um relato de experiência em um dos eventos da Educação Matemática. Com a aprovação do trabalho, externamos os muros da escola compartilhando essa experiência de formação continuada entre o pesquisador e o professor. Mesmo com o foco da pesquisa para sistema de equações de 1.º grau, esse professor, após a formação, utilizou as discussões e os conhecimentos compartilhados para trabalhar a noção de função do 1.º grau na perspectiva da Metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática através da Resolução de Problemas. Portanto, no planejamento desenvolveu três problemas com direcionamentos bem específicos do que desejava construir com os seus alunos.

Fundamentados nas características do trabalho colaborativo, percebemos que essa dinâmica minimiza a polarização entre Academia/Escola e Pesquisador/Professor. Ibiapina (2008) entende que colaborar gera oportunidades iguais e negociação de responsabilidades, em que os partícipes têm voz e vez em todas as etapas do trabalho desenvolvido. Aponta ainda que é primordial para o professor participar desses momentos, por meio de relações igualitárias e democráticas, voltadas para novos conhecimentos, compreensões e ações.

Essa experiência, que ocorreu após a coleta de dados e ao longo do desenvolvimento desta dissertação, nos leva à reflexão das possibilidades que os professores tem para produzir conhecimento, tanto em relação à sua prática como de tornar a escola um espaço de formação. Constatamos que essa proposta de investigação oportunizou a motivação e o interesse desse professor em ir além, de tornar pública sua experiência de formação e também de ser exemplo tanto para o contexto da pesquisa quanto fora dele.

E por fim, aponto também que o desenvolvimento dessa pesquisa mudou a minha visão de educador, me oportunizando refletir em relação aos aspectos que envolvem o ensino e a aprendizagem. Essa experiência permitiu revisitar compreensões, ações, conceitos, estratégias e metodologias relacionadas à minha prática docente. Ampliou a responsabilidade quanto as minhas atitudes no tocante ao ensino do conhecimento matemático, apurando a minha percepção na constituição de pesquisador no campo da Educação Matemática. O desenvolvimento dessa investigação ampliou meus horizontes, instigando-me a ser um multiplicador dessas aprendizagens, especificamente da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, indispensável a minha ação, como professor da Educação Básica e como pesquisador.

Acreditamos que este trabalho pode contribuir de algum modo para fomentar novas ações relacionadas no ensino de Matemática, promovendo outras pesquisas e experiências que articulem a Academia e a Escola, bem como, estreite os laços entre Professores e Pesquisadores. E ainda, que os professores participantes promovam o ensino a partir dos seus alunos com a utilização da Metodologia da Resolução de Problemas no espaço da sala de aula.

## REFERÊNCIAS

---

ALLEVATO, Norma Suely Gomes. *Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência*. 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro.

\_\_\_\_\_; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: porque através da Resolução de Problemas? In: \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTULIN, Andressa Maria (Org.). *Resolução de problemas: teoria e prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

AZEVEDO, Elisabeth Quirino de. *Ensino-aprendizagem das equações algébricas através da resolução de problemas*. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro.

\_\_\_\_\_. O processo de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas no contexto da formação inicial do professor de matemática. 2014. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro.

BOERO, Maria Lúcia. A introdução da disciplina “*Ensino-aprendizagem da Matemática através da resolução de problemas*” no curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Ciências Biológicas, Exatas e Experimentais da Universidade Presbiteriana Mackenzie: uma proposta de mudança. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação, Arte e História da Cultura) – Mackenzie, São Paulo.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari Knopp. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Portugal: Porto Editora, 1994.

BOLZAN, Wagner José. *A matemática nos cursos profissionalizantes de mecânica*. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro.

BORBA, Marcelo de Carvalho. Pesquisa qualitativa em Educação Matemática: notas introdutórias. In: \_\_\_\_\_; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Org.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. Senado Federal. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional: n.º 9394/96*. Brasília, 1996.

\_\_\_\_\_. Escala de Matemática da Prova Brasil e Saeb. Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/prova\\_brasil\\_saeb/downloads/9ano](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/downloads/9ano)>. Acesso em: 28 maio 2015.

COSTA, Nilce Meneguelo Lobo da. Formação continuada de professores: uma experiência de trabalho colaborativo com matemática e tecnologia. In: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (Org.). *A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. *As ideias da álgebra*. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

FERREIRA, Ana Cristina. O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para o desenvolvimento profissional: compartilhando experiências. In: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (Org.). *A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

FERREIRA, Reginaldo Botelho. O ensino de funções através da resolução de problemas na educação de jovens e adultos. 2011. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Cruzeiro do Sul, UNICSUL, São Paulo (SP).

FIORENTINI, Dario. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Org.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

\_\_\_\_\_; LORENZATO, Sérgio. *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

HUANCA, Roger Ruben Huaman. A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática na e além da sala de aula. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro.

IBIAPINA, Ivana Maria Lopes de Melo. *Pesquisa colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimento*. Brasília: Líber Livro, 2008.

JUSTULIN, Andressa Maria. *A formação de professores de matemática no contexto da resolução de problemas*. 2014. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro.

LEONARDO, Fabio Martins de (Ed.). *Projeto Araribá: matemática*. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2010.

LOCHHEAD, Jack; MESTRE, José P. Das palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (Org.). *As ideias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. E. D. A. *Pesquisa em Educação: abordagem qualitativa*. Editora Pedagógica e Universitária Ltda, São Paulo, 1986.

MORAIS, Rosilda dos Santos; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Uma abordagem histórica da resolução de problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTULIN, Andressa Maria (Org.). *Resolução de problemas: teoria e prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

NACARATO, Adair Mendes; GRANDO, Regina Célia; TORECELLI, Luana; TOMAZETTO, Miriam. Professores e futuros professores compartilhando aprendizagens: dimensões colaborativas em processos de formação. In: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (Org.). *A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

NCTM. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

NUNES, Célia Barros. *O processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática*. 2010. Tese (Doutorado) – UNESP, Rio Claro.

\_\_\_\_\_; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; ALLEVATO, Norma Suely. Espaço e forma. In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTULIN, Andressa Maria (Org.). *Resolução de problemas: teoria e prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

OLIVEIRA, Sandra Alves de; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. Resolução de problemas na formação continuada e em aulas de matemática nos anos iniciais: saberes e aprendizagens docentes. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 15, número especial, p. 873-893, 2013.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problema. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999.

\_\_\_\_\_. Uma história da resolução de problemas no Brasil e no mundo. *Anais do I SERP*, 2008. Disponível em: <<http://gprpem.blogspot.com.br/p/publicacoes.html>>. Acesso em: 28 fev. 2016.

\_\_\_\_\_; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

\_\_\_\_\_; MORAIS, Rosilda dos Santos. Resolução de problemas na formação inicial de professores de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 15, n. 3, p. 671-691, 2013.

PAULETTE, Walther. *Novo enfoque da disciplina Matemática e suas aplicações no curso de Administração de Empresas da Universidade Paulista – Unip*. 2003. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro.

PEREIRA, Mariângela. *O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas no 3.º ciclo do ensino fundamental*. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro.

PIMENTA, Selma Garrido. Professor reflexivo: construindo uma crítica. In: PIMENTA, Selma; GHEDIN, Garrido Evandro (Org.). *Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito*. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

\_\_\_\_\_. Professor reflexivo: construindo uma crítica. In: PIMENTA, Selma; GHEDIN, Garrido Evandro (Org.). *Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito*. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

PIRONEL, M. *A avaliação integrada no processo de ensino-aprendizagem da Matemática*. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neuza. Pensamento algébrico na formação inicial de professores. *Educar em Revista*, Curitiba: Editora UFPR, n. 50, p. 135-155, out.-dez. 2013.

\_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_. MATOS, Ana. *Álgebra no Ensino Básico*. Ministério da Educação de Portugal. Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular. Portugal, 2009. Disponível em: <<http://repositorio.ul.pt/handle/10451/7105>>. Acesso em: 26 jun. 2016.

POZO, Juan Ignacio (Org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

\_\_\_\_\_; ANGÓN, Yolanda Postigo. *A solução de problemas como conteúdo procedimental da Educação Básica*. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

\_\_\_\_\_; ECHEVERRÍA, María Del Pérez. *A solução de problemas em Matemática*. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

\_\_\_\_\_; POSTIGO, Y. Las estrategias de aprendizaje como contenido del currículo. In: MONEREO, C. (Ed.). *Estrategias de aprendizaje: procesos, contenidos e interacción*. Barcelona: Domenech, 1993.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. *A resolução de problemas na licenciatura em matemática: análise de um processo de formação no contexto do estágio curricular supervisionado*. 2014. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro.

RIBEIRO, Alessandro Jacques. *Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função*. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

SANTOS, Aparecido dos. *Formação de professores e as estruturas multiplicativas: reflexões teóricas e práticas*. Curitiba: Appris, 2015.

SCHOEN, Harold L. Ensinar álgebra elementar focalizando problemas. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (Org.). *As ideias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

SCHÖN, Donald A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, Antônio (Coord.). *Os professores e sua formação*. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

\_\_\_\_\_. *Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem*. Tradução de Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SIMON, Martin A.; STIMPSON, Virginia C. Desenvolvimento da representação algébrica através de diagramas. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (Org.). *As ideias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (Org.). *As ideias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa. *Padrões no ensino e aprendizagem da matemática: propostas curriculares para o ensino básico*. Porto: Editora Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, 2009.

VAN DE WALLE, Jhon A. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

## APÊNDICES

---

### APÊNDICE A - CARTA DE ANUÊNCIA

Ilhéus, 02 de agosto de 20115.

Ao: Comitê de Ética em Pesquisa com seres humanos  
Universidade Estadual de Santa Cruz

Senhor (a) Coordenador (a) do CEP-UESC

Eu, ESMERALDA DA ROCHA SANTOS<sup>11</sup>, responsável pelo Centro Integrado Paulo Freire, conheço o Protocolo de Pesquisa intitulado “**Resolução de Problemas e o Ensino de Equação do 1º Grau: formação de professores em uma experiência com dimensões colaborativas.**”, desenvolvido pelo pesquisador Adriano Santos Lago, e concordo com sua realização após a apresentação do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido devidamente preenchido e assinado pelas partes.

O início desta pesquisa neste Serviço só poderá ocorrer, a partir da apresentação da carta de aprovação do Sistema CEP/CONEP.

Atenciosamente,

---

ESMERALDA DA ROCHA SANTOS  
Diretora do Centro Integrado Paulo Freire

---

<sup>11</sup> Evidenciamos que os nomes da Diretora e da Unidade de Ensino são fictícios para preservação da identidade e garantia do anonimato.

**APÊNDICE B - DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE****DECLARAÇÃO**

Declaro que a pesquisa intitulada “**Resolução de Problemas e o Ensino de Equação do 1º Grau: formação de professores em uma experiência com dimensões colaborativas**”, sob minha responsabilidade, apenas terá início à coleta de dados após a aprovação do Sistema CEP/CONEP.

Ilhéus, 02 de agosto de 2015

---

**Pesquisador Responsável**  
**ADRIANO SANTOS LAGO – CPF 958.823.675-49**  
**Matrícula: 201510143/PPGEM-UESC**

**APÊNDICE C - TERMO DE COMPROMISSO DE USO DE DADOS**

**TÍTULO DO PROJETO: Resolução de Problemas e o Ensino de Equação do 1º Grau: formação de professores em uma experiência com dimensões colaborativas.**

**EQUIPE DA PESQUISA: Adriano Santos Lago**

**Dra. Larissa Pinca Sarro Gomes**

Os pesquisadores do projeto de pesquisa acima identificados assumem o compromisso de:

1. Preservar as informações dos participantes envolvidos cujos dados serão coletados.
2. Que as informações serão utilizadas única e exclusivamente para a execução do projeto em questão
3. Que as informações somente serão divulgadas de forma anônima, não sendo usadas iniciais ou quaisquer outras indicações que possa identificar o sujeito da pesquisa
4. Que serão respeitadas todas as normas da Resolução CNS 466/2012 e suas complementares na execução deste projeto.

---

Pesquisador Responsável  
ADRIANO SANTOS LAGO – CPF 958.823.675-49  
Matrícula: 201510143/PPGEM-UESC

---

Equipe da Pesquisa  
LARISSA PINCA SARRO GOMES – CPF 154.745.488-18  
Professora Orientadora/PPGEM-UESC

## APÊNDICE D - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Como pesquisador, eu Adriano Santos Lago, aluno do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, sob a orientação da Profª Drª Larissa Pinca Sarro Gomes, venho convidar você professor (a) de Matemática do Centro Integrado Paulo Freire para participar como voluntário (a) da pesquisa intitulada: **“Resolução de Problemas e o Ensino de Equação do 1º Grau: formação de professores em uma experiência com dimensões colaborativas”**. O objetivo desta pesquisa é investigar as contribuições para formação do professor quando planejam, experimentam e refletem sobre o uso de Resolução de Problemas para o ensino de Equação do 1º Grau. Para isto, estamos propondo sete encontros que ocorrerão dentro do horário das atividades complementares, na própria escola, e contará com a minha presença. Para coletar os dados, vamos precisar que você responda a um questionário com propósito de conhecer sua formação profissional e aspectos da sua prática em sala de aula. Durante estes encontros você irá planejar problemas para o ensino de Equação do 1º Grau que serão posteriormente aplicados em sala de aula com seus alunos. Finalmente será realizada uma reflexão em grupo buscando as contribuições dessa experiência para sua formação. Será importante a gravação em áudio desses encontros, o compartilhamento dos problemas produzidos e a resolução apresentada pelos alunos. Asseguramos ao professor que esses dados serão sigilosos e permanecerão de posse do pesquisador que fará o arquivamento em local apropriado na instituição de ensino a qual está vinculado. Serão destruídos após o período de cinco anos, com a incineração dos dados coletados. Esclarecemos que não haverá custos e remuneração para nenhum dos envolvidos na pesquisa, no entanto caso venha ocorrer serão prontamente ressarcidos. Será garantido ao professor o direito a indenização em caso de danos decorrente de sua participação nesta pesquisa. Referente aos riscos que poderá aparecer durante o processo de investigação, esses seriam: (a) o desconforto com minha presença no espaço da formação, o qual será minimizado pelas dimensões colaborativas, (b) o constrangimento em compartilhar alguma informação pessoal relacionadas à sua prática, que será reduzido pelo absoluto sigilo e (c) o seu cansaço diante das etapas da pesquisa, que será reduzido, pois sua participação no projeto ocorrerá durante o momento da atividade complementar que já é uma ação da Escola. Em relação aos benefícios, esperamos que você, possa adquirir mais conhecimentos para o desenvolvimento de sua profissionalidade docente, incidindo diretamente sobre o melhoramento da prática educativa. Além disso, o conhecimento relativo à Metodologia da Resolução de Problemas poderá ser utilizado por você em outros níveis e modalidades de ensino, promovendo possibilidades de buscar conhecer outras tendências da Educação Matemática. Desse modo, esperamos que a participação dos professores nesta pesquisa contribua para que a Resolução de Problemas seja uma prática comum em suas aulas com a exploração de problemas cotidianos voltados ao ensino de conhecimentos matemáticos. É importante, que você tenha conhecimento que o seu anonimato será preservado e que, a qualquer momento poderá solicitar mais esclarecimentos sobre esse projeto nos contatos indicados abaixo. Mediante a qualquer circunstância, você tem plena liberdade de se recusar a participar da pesquisa ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa (inclusive após ter assinado esse documento ou ter participado da coleta de dados) sem prejuízo ou penalidade. Para quaisquer esclarecimentos e/ou dúvidas, entrar em contato comigo, Adriano Santos Lago (73) 8811-5110 ou com a Profª. Drª. Larissa Pinca Sarro Gomes (73) 3680-5136. O presente documento será apresentado em duas vias iguais e você ficará com uma cópia.

\_\_\_\_\_  
Adriano Santos Lago  
Pesquisador Responsável

\_\_\_\_\_  
Drª. Larissa Pinca Sarro Gomes  
Professora Orientadora

Eu, \_\_\_\_\_, professor (a) de Matemática do Centro Integrado Paulo Freire, portador do RG de nº \_\_\_\_\_, compreendi os objetivos e os procedimentos da pesquisa: **“Resolução de Problemas e o Ensino de Equação do 1º Grau: formação de professores em uma experiência com dimensões colaborativas”**. Fui claramente informado do objetivo da pesquisa e das etapas a serem realizadas das quais estou disponível a participar. Tenho a garantia de desistir da pesquisa a qualquer momento que desejar, sem que isto leve a quaisquer prejuízos para minhas atividades docentes e que as informações serão mantidas em sigilo. Dessa forma, manifesto meu livre consentimento em participar desta pesquisa estando totalmente ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar. Como professor (a) desta escola, participarei no horário normal da Atividade Complementar, dos encontros referentes à pesquisa, com o objetivo de contribuir para obtenção dos dados necessários à pesquisa.

\_\_\_\_\_  
Professor (a) de Matemática do Centro Integrado Paulo Freire

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2015

**APÊNDICE E - AUTORIZAÇÃO PARA USO DE IMAGEM E ÁUDIO**

Eu, \_\_\_\_\_,  
portador (a) de cédula de identidade nº \_\_\_\_\_, autorizo a Adriano Santos Lago, a gravar em vídeo ou áudio e veicular minha imagem e depoimento em qualquer meio de comunicação para fins didáticos, de pesquisa e divulgação de conhecimento científico sem quaisquer ônus e restrições. Fica ainda autorizada, de livre e espontânea vontade, para os mesmos fins, a cessão de direitos da veiculação, não recebendo para tanto qualquer tipo de remuneração.

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2015.

Ass. \_\_\_\_\_

## APÊNDICE F - QUESTIONÁRIO A (PERFIL DO PROFESSOR)

Nome: \_\_\_\_\_

1. Seu nível de instrução é:

- ( ) Ensino Médio ( ) Magistério ( ) Superior Incompleto ( ) Superior Completo  
( ) Pós-Graduado \_\_\_\_\_

2. Você tem curso superior, ou está em formação em:

- ( ) Matemática ( ) Outro. Qual? \_\_\_\_\_

3. Em qual (ais) rede(s) você ministra aulas?

- ( ) Estadual ( ) Municipal ( ) Particular

4. Há quanto tempo você leciona:

- ( ) Menos de 1 ano ( ) 1 até 5 anos ( ) 6 a 10 anos ( ) 11 a 15 anos ( ) mais de 15 anos

5. Qual o seu vínculo empregatício com o órgão responsável pela Unidade de Ensino?

- ( ) Contrato Temporário ( ) Concursado ( ) Efetivo

6. Em qual (ais) turma(s) você leciona Matemática, no ano em curso?

- ( ) 6º ano ( ) 7º ano ( ) 8º ano ( ) 9º ano

7. Qual turma você tem preferência em lecionar Matemática?

- ( ) 6º ano ( ) 7º ano ( ) 8º ano ( ) 9º ano ( ) Tanto faz

8. Apresente dois motivos que demonstre sua preferência por esta turma:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

9. Enumere os conteúdos abaixo na ordem de sua preferência para ensinar Matemática para os seus alunos. (1 - menor preferência / 4 - maior preferência)

- ( ) Números e operações (Aritmética e Álgebra)  
( ) Espaço e formas (Geometria)  
( ) Grandezas e medidas (Aritmética, Álgebra e Geometria)  
( ) Tratamento da informação (Estatística, Combinatória e Probabilidade)

10. Qual o material de apoio que geralmente (com frequência) você utiliza em suas aulas de Matemática?

- ( ) Blocos lógicos ( ) Material Dourado ( ) Soroban ( ) Ábaco ( ) Livro Didático ( ) Lousa  
( ) Software Educacional ( ) Calculadora ( ) Proposta Pedagógica ( ) Outro. \_\_\_\_\_

11. Em sua opinião, dentre essas definições, qual melhor define o que é um problema matemático?

- ( ) algo que não sabemos fazer, mas temos interesse  
( ) situação inatingível  
( ) tarefa ou atividade sem regra e sem um método para resolver  
( ) desafio proposto que pode ser solucionado.  
( ) atividade que modela uma habilidade ou conhecimento matemático de quem resolve.

12. Você utiliza Resolução de Problemas em suas aulas? ( ) Sim ( ) Não

De que maneira?

- ( ) através dos exercícios do livro didático  
( ) criando problemas com situações de vida do aluno  
( ) propondo situações para o aluno resolver após a exposição do conteúdo.  
( ) Outro. Qual? \_\_\_\_\_

**APÊNDICE G - QUESTIONÁRIO B (PLANEJAMENTO DOS PROBLEMAS)**

NOME DA ATIVIDADE: \_\_\_\_\_

CONCEITO A SER TRABALHADO: \_\_\_\_\_

OBJETIVO: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**PROBLEMA**

---

---

---

---

---

---

---

---

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO**

---

---

---

---

---

**TÓPICOS DO CONTEÚDO A SEREM FORMALIZADOS**

---

---

---

**PARA VOCÊ, EXISTE ALGUMA CONTRIBUIÇÃO DE PLANEJAR UMA ATIVIDADE  
IMERSO NUM GRUPO COLABORATIVO?    ( ) SIM                    ( ) NÃO**

**EM CASO AFIRMATIVO, APONTE ESSA CONTRIBUIÇÃO:**

---

---

---

**APÊNDICE H - QUESTIONÁRIO C (RELATO DA EXPERIMENTAÇÃO)**

**01.** A atividade atingiu o objetivo pretendido?      (    ) sim      (    ) não      (    ) em partes  
Justifique

---

---

---

---

**02.** Como os alunos reagiram à atividade proposta?

---

---

---

---

**03.** Houve êxito em todas as etapas propostas pela Metodologia da Resolução de problemas?

(    ) Sim      (    ) Não

Em caso negativo, indique a (as) etapa(s) em que percebeu dificuldade e justifique em sua opinião a causa dessa dificuldade:

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| 1.(    ) proposição do problema | 6.(    ) registro de resolução na lousa              |
| 2.(    ) leitura individual     | 7.(    ) plenária                                    |
| 3.(    ) leitura em conjunto    | 8.(    ) busca do consenso                           |
| 4.(    ) resolução do problema  | 9.(    ) formalização do conteúdo e                  |
| 5.(    ) observar e incentivar  | 10.(    ) proposição e resolução de novos problemas. |

---

---

---

---

---

---

**04.** Como você avalia as respostas dos alunos, comparando com a que você sugeriu como resolução no momento do planejamento?

---

---

---

---

---

---

## APÊNDICE I - QUESTIONÁRIO D (REFLEXÃO)

**01.** Houve diferença entre o que foi planejado e o que foi efetivamente realizado em sala de aula pelos alunos? Explique.

---



---



---



---

**02.** Após o término da experimentação da Resolução de Problemas em sala de aula, você classifica essa Metodologia para aprendizagem do conhecimento matemático:

(  ) Péssima      (  ) Ruim      (  ) Regular      (  ) Boa      (  ) Ótima  
Justifique\_\_\_\_\_

---



---

**03.** Como você avalia o trabalho num grupo com dimensões colaborativas?

(  ) Péssimo      (  ) Ruim      (  ) Regular      (  ) Bom      (  ) Ótimo  
Justifique\_\_\_\_\_

---



---



---



---

**04.** Os momentos de discussões promovidas no grupo contribuíram para transformar sua prática na sala de aula?

(  ) Sim      (  ) Não

Em caso afirmativo, aponte pelo menos dois aspectos que contribuíram para formação.

---



---



---



---

**05.** Você acredita que essa dinâmica formativa vai continuar em sua Unidade de Ensino?

(  ) Sim      (  ) Não

Justifique\_\_\_\_\_

---



---



---

**06.** Em sua opinião, houve algum aspecto que poderia ser mais bem trabalhado nesse processo formativo?

---



---



---



---