UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

IVANILTON NEVES DE LIMA

O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Trigonometria no Triângulo Retângulo Através da Resolução de Problemas

Ilhéus
2015

IVANILTON NEVES DE LIMA

O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Trigonometria no Triângulo Retângulo Através da Resolução de Problemas

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Alex Andrade Alves.

Ilhéus
2015

Lima, Ivanilton Neves de.
L732 O ensino-aprendizagem-avaliação de trigonometria no triângulo retângulo através da resolução de problemas/ Ivanilton Neves de Lima. – Ilhéus, BA:
UESC, 2015.
136 f.: il.

Orientador: Alex Andrade Alves.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual De Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.
Inclui referências bibliográficas e apêndices.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Solução de problemas. 3. Trigonometria. 4. Professores de matemática – Formação. I. Título.

CDD 510.7

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

IVANILTON NEVES DE LIMA

O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Trigonometria no Triângulo Retângulo Através da Resolução de Problemas

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Universidade Estadual de Santa Cruz, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática.

Aprovada em 28 de agosto de 2015.

Banca avaliadora:

____

Prof. Dr. Alex Andrade Alves
Orientador – UESC/IFBA

____

Profa. Dra. Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana
Avaliadora Interna – UESC-BA

____

Profa. Dra. Célia Barros Nunes
Avaliadora Externa – UNEB-BA/Campus X

A Neusa, mãe querida, por ter me ensinado a aprender.
Edmaci, esposa querida, por ter me ensinado a entender.
Thiago e Thiara, filhos amados, por terem me levado a aprender a ensinar.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, o Senhor de todas as coisas, por iluminar meu caminho e a minha mente, dando-me força e discernimento necessários no momento das escolhas das coisas boas e na rejeição das coisas más, e conforto nos momentos de aflições porque tudo posso naquele que me fortalece.

À minha querida e amada esposa Edmaci, companheira, mãe e esposa dedicada e amorosa, que esteve sempre ao meu lado, principalmente nos momentos de alegrias ou de turbulência durante meu percurso, motivando-me e apoiando-me em tudo. Te amo!

Aos meus queridos filhos Thiago e Thiara que, juntamente com a mãe, davam-me carinho e afeto e todo apoio necessário que precisei.

À minha amada mãe Neusa, que sempre esteve em oração pelo sucesso de seu querido filho que muitas vezes apoiava-se nela no aconchego do seu lar.

Aos meus colegas do PPGEM, por todo apoio e incentivo durante nossa convivência; de modo especial, a todos eles da turma três, pelos momentos de alegrias que passamos juntos.

Ao meu orientador, o educador professor Dr. Alex Andrade Alves, pelas direções, reflexões, sugestões e paciência para me conduzir a conclusão deste mestrado, com seus ensinamentos teóricos e metodológicos teve como função de inspirar-me. Obrigado por suas contribuições e pala amizade.

A todos os educadores e educadoras do PPGEM, pelas ricas contribuições durante as discussões nos grupos de pesquisas e/ou nas disciplinas em sala de aula.

Aos coordenadores e professores que se empenharam para que este programa de mestrado – o PPGEM – pudesse acontecer na UESC-BA.

Ao nosso parceiro Rafael Bertoldo secretário do colegiado pela competência, capacidade e disponibilidade.

“Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolve por seus próprios meios, experimentará a tensão e vivenciará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.”

George Pólya, 2006

RESUMO

Este estudo insere-se nas discussões que envolvem a Resolução de Problemas, enquanto metodologia de ensino para a sala de aula, nas aulas de Matemática. Neste contexto, a presente dissertação teve como objetivo principal compreender como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, através da Resolução de Problemas, pode contribuir para a construção de espaços de aprendizagem no que diz respeito à Trigonometria no Triângulo Retângulo. Esta compreensão ocorreu a partir da análise dos estudos que foram realizados com alunos da Educação Profissional Técnica de Nível Médio – modalidade subsequente, Curso de Agrimensura – e com o emprego da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, através da Resolução de Problemas. Este estudo teve características predominantemente qualitativas. Por meio da pesquisa participante e a utilização de alguns procedimentos de produção de dados (como a análise documental, a observação participante e as entrevistas semiestruturadas) foi desenvolvida uma proposta interventiva realizada em três etapas em seis encontros e, durante esses encontros, foram trabalhados os dez passos sugeridos por Allevato e Onuchic (2014). Os dados produzidos foram submetidos à análise do conteúdo em consonância com os objetivos específicos da pesquisa, a partir de duas categorias: resolução de problemas: relações metodológicas, que se entrelaçam na aprendizagem de Matemática; e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Trigonometria no Triângulo Retângulo, através da Resolução de Problemas dos dados produzidos. Os resultados permitiram perceber, em linhas gerais, que a metodologia contribuiu para a construção de espaços de aprendizagem no contexto pesquisado; pois as evidências empíricas revelaram um ambiente de trabalho investigativo, no qual aos alunos observados foram protagonistas no desenvolvimento da atividade matemática, proposta durante a intervenção. Além disso, ficou também evidenciado um trabalho horizontalizado entre professor-pesquisador e alunos participantes, principalmente durante a realização da plenária e na busca de um consenso para a resolução dos problemas propostos.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Ensino-Aprendizagem-Avaliação; Trigonometria no Triângulo Retângulo.

ABSTRACT

This study inserts in discussions that involve Problems Solving, while teaching methodology to the classroom, in Math classes. In this context, the present dissertation had as main objective to understand how the Methodology of Teaching-Learning-Evaluation of Mathematics, through problem solving, can contribute to the construction of learning spaces in regards to Trigonometry in the Triangle. This understanding occurred from the analysis of the studies thatwere conducted with students from Professional Technical Education of Middle Level – subsequent course Surveying mode – and with the employment of the methodology of Teaching-Learning-Evaluation of Mathematics through Problem-solving. This study had predominantly qualitative characteristics. Through the participant research and the use of some production processes (such as document analysis, participant observation and semi-structured interviews) a proposal was developed in three stages in interventional six meetings and, during these meetings, the ten suggested steps were worked by Allevato and Onuchic (2014). The data generated were subjected to content analysis in accordance with the specific objectives of the research, from two categories: Troubleshooting: methodological relationships, which are interwoven in the learning of mathematics; and the methodology of Teaching-Learning-Evaluation of Trigonometry in the Triangle, by solving problems of the data produced. The results have made it possible to understand, in general terms, that the methodology contributed to the construction of learning spaces in the researched context; because the empirical evidence revealed an environment of investigative work, in which students observed were protagonists in the development of mathematical activity, proposed during the intervention. In addition, it was also evidenced with horizontal work among professor-researcher and participating students, mainly during plenary and in search of a consensus for the resolution of the problems.

Keywords: Solving Problem; Teaching and Learning Evaluation; Trigonometry in the Triangle Rectangle.

LISTAS DE QUADROS

LISTAS DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. PROVOCAÇÕES INICIAIS: SITUANDO O OBJETO DE ESTUDO E A ESTRUTURA DO TRABALHO DE PESQUISA[1]

> A matemática, senhora que ensina o homem a ser simples e modesto, é a base de todas as ciências e de todas as artes.
> A matemática põe todos os seus preciosos recursos a serviços de uma ciência que eleva a alma e engrandece o homem.
>
> MalbaTahan

A pesquisa relatada nesta dissertação tem como foco principal a metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas–abordada por Onuchic (1999, 2012) e Onuchic e Allevato (2006, 2009, 2012, 2014) –, com foco específico no objeto matemático da Trigonometria do Triângulo Retângulo, a partir de um conjunto de atividades desenvolvidas no Curso Técnico de Educação Profissional de Nível Médio de Agrimensura, na modalidade subsequente, de uma escola pública do interior do Estado da Bahia.

Assim, encontram-se neste capítulo algumas reflexões iniciais, com vistas a esboçar uma trajetória, a fim de situar o leitor a respeito dos caminhos percorridos, dando os devidos contornos ao objeto de estudo apresentado, sem necessariamente apresentar, de forma detalhada, as complexidades vividas neste processo. Por conseguinte, este capítulo se organiza a partir de três seções, assim dispostos: na seção, *Estrutura organizativa do trabalho*, está descrito a estrutura deste trabalho e de como ele está organizado. Na seção, *A minha relação com o Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática através da Resolução de Problemas,* encontra-se a descrição da relação existente entre o objeto de pesquisa, minha trajetória de vida e os caminhos que me levaram a optar pela escolha do mestrado em Educação Matemática, e na seção *Questões de pesquisa e objetivos do trabalho*, a pauta é sobre a questão de pesquisa e os objetivos almejados com a utilização da Metodologia de Ensino-aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Ao investigar a Resolução de Problemas no Processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática na e além da sala de aula – com a intenção de verificar se esta

[1] Utilizo nesta pesquisa a primeira pessoa do singular ao me referir ao trabalho realizado, uma vez que ele trouxe elementos significativos para minha prática pedagógica enquanto professor-pesquisador. Isto não significa que o uso da primeira pessoa do singular desmereça a participação daqueles que contribuíram com a composição deste trabalho, muito pelo contrário, apenas ratifica a minha posição enquanto pesquisador da minha própria prática.

metodologia constituía-se num bom caminho para a construção de conceitos e conteúdos trigonométricos, por alunos do Ensino Profissional Técnico em Agrimensura –, percebi que houve um crescimento de motivação, tanto por parte do professor quanto por parte dos alunos em aprender.

1.1 ESTRUTURA ORGANIZATIVA DO TRABALHO

Este trabalho de dissertação está organizado em quatro capítulos, acrescidos das considerações preliminares. Na introdução, intitulada *Provocações iniciais: situando o objeto de estudo e a estrutura organizativa da pesquisa,* viso discutir a estrutura do trabalho, a minha trajetória pessoal e profissional, levando à definição do meu fenômeno de interesse: *o Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Trigonometria no Triângulo Retângulo através da Resolução de Problemas.* Ela foi estruturada a partir de três seções iniciais que sistematicamente discutem: *A estrutura organizativa do Trabalho*; *A minha relação com o Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática através da Resolução de Problemas*, e *Questões de pesquisa e objetivos do trabalho*.

No segundo capítulo, intitulado *Resolução de Problemas: perspectivas e objeto* matemático são destacados os fundamentos teóricos basilares da pesquisa a partir de quatro eixos principais, a saber: 2.1 – Resolução de Problemas: perspectivas emergentes; 2.2 – Resolução de Problemas enquanto Metodologia de Ensino; 2.3 – Trigonometria no Triângulo Retângulo: conceitos e razões trigonométricas e 2.4 – A minha pesquisa situada nos trabalhos mapeados. São abordados, neste capítulo, estudos de teorias sobre Resolução de Problemas, desde os conceitos fundamentais até a sua concepção como uma metodologia de ensino, além da descrição da Trigonometria no Triângulo Retângulo através da Resolução de Problemas, utilizando trabalhos relevantes ao objeto de estudo em questão e a relação que existe entre esta pesquisa e as demais pesquisas mapeadas.

No Terceiro capítulo, intitulado *As trilhas da pesquisa: metodologia, instrumentos e interlocutores,* apresento a construção metodológica desenvolvida sob uma abordagem qualitativa e na pesquisa participante, a qual se caracteriza na participação direta do professor-pesquisador, analisando e refletindo sobre sua própria prática em sala de aula. Foi também fundamentada, principalmente, nas técnicas de produção de dados: análise de documentos elaborados pelos alunos, observação participante através de intervenções e registros feitos em diário de campo, e entrevistas semiestruturadas.

No quarto capítulo, intitulado de *Descrição e análise dos dados produzidos: descortinando o objeto de estudo promovido,* como o próprio título aponta, é feita a descrição de todos os dados produzidos durante a pesquisa assim como também a sua análise, divididas em duas seções, associadas respectivamente aos objetivos específicos deste trabalho, nas quais analiso, respectivamente, como a Resolução de Problemas pode contribuir para que os alunos, da Educação Profissional Técnica, demonstrem habilidade de investigação na aprendizagem de Matemática, e como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir na aprendizagem dos discentes no que se refere à Trigonometria no Triângulo Retângulo.

Finalmente, as considerações preliminares, intituladas *Reflexões preliminares acerca do objeto pesquisado* nas quais são retomadas a questão de pesquisa, a fim de sintetizar as compreensões obtidas, desenvolvidas em todo o processo, como também destacar as dificuldades e as novas questões que poderiam ser trabalhadas a partir desse estudo.

A seguir, apresento a minha relação com a metodologia de Ensino-Aprendizagem-avaliação, enquanto objeto de pesquisa, descrita na seção abaixo.

1.2 A MINHA RELAÇÃO COM O ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A fim de esclarecer as razões de minhas escolhas, iniciarei contando um pouco da minha história pessoal, educacional e profissional, e em quais momentos tive a oportunidade de lecionar Matemática. Lembro-me com alegria da minha infância; nasci numa fazenda no município de Itarantim-Bahia, uma cidade localizada no centro-sul baiano, com cerca de 18.500 habitantes, situada a 654 km da capital e que tem a pecuária como a principal atividade econômica do município.

Quando eu tinha cinco anos de idade, minha família mudou-se para Itapetinga-Bahia, localizada também no centro-sul baiano, com população aproximada de 74.500 habitantes, situada a 562 km da capital. Esta cidade também tem como principal atividade econômica a pecuária, além de um polo industrial calçadista.

Sendo o segundo de seis filhos, e devido às condições financeiras, estudei todo o Ensino Fundamental, antigo primário e ginásio, em escola pública durante os anos de 1972 a 1981. Estudei o Ensino Médio em escola particular religiosa, que oferecia os cursos Científico e Técnico em Laboratório de Análise Clinica. Optei por cursar este último por ter um ensino pautado numa perspectiva profissional técnica, visto que este curso também poderia me dar um incentivo na minha escolha para o curso superior que pretendia fazer, que era o Curso de Medicina.

Ao concluir o Ensino Médio, em 1984, minha perspectiva era a de enfrentar o vestibular para poder cursar uma Universidade. Como na região onde eu morava não tinha Faculdade de Medicina, então optei em prestar o vestibular para um curso – dentre as possibilidades oferecidas – que eu mais me identificava.

Neste contexto, aconteceu o meu ingresso no curso de Ciências com Habilitação em Matemática, na Federação das Escolas Superiores de Ilhéus e Itabuna (FESPI)[2], o qual era oferecido como licenciatura, embora eu nem tivesse a ideia do que isso significava na época, mas como sempre gostei da disciplina Matemática e dos professores que ensinavam esta disciplina, segui em frente na opção, já que não poderia cursar Medicina.

Como calouro, e por falta de tempo para os estudos, sentia muita dificuldade no decorrer do curso, visto que os conteúdos abordados pelos professores sempre estiveram camuflados nos métodos de ensino, com aulas mecanizadas e chatas, assim como acontecia no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, com aulas essencialmente expositivas, exercícios de fixação, apostilas, livros didáticos e provas escritas individual ou em dupla.

Nos primeiros passos na docência em Matemática, minhas aulas foram baseadas nos exemplos de práticas de ensino apresentadas por professores que passaram pela minha vida de estudante. Esses sempre trabalharam seguindo uma sequência lógica presente nos livros didáticos, aplicando uma metodologia sempre para o mesmo modo de trabalho: a) apresentação do conteúdo, seguido de exemplos e exercícios para que os alunos pudessem exercitar bastante e b) a repetição de alguns exemplos-chave para resolverem outros exemplos, tornando, dessa forma, o ensino de Matemática quase que mecânico. Assim, percebi que o meu trabalho na docência, durante todo meu percurso como professor de Matemática, estava sendo abordado sob um ensino da Matemática que levava em consideração apenas as aplicações de algoritmos para que os alunos pudessem ter uma aprendizagem, ou seja, centrado apenas na transmissão e resolução de exercícios, a partir de passos e regras formais. Partindo de uma abordagem mais crítica, passei a conduzir o meu trabalho de forma a sempre relacionar teoria e prática para que fosse dado um sentido ao ensino da matemática na sala de aula.

[2] A FESPI era uma faculdade particular mantida basicamente pela CEPLAC e pelas mensalidades pagas pelos estudantes que a cursavam. Na década de 80, após várias lutas e discussões entre governo, comunidade estudantil e comunidade regional, o governo decide pela estadualização dessa instituição, passando ela a ser a Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC – situada no distrito de Salobrinho município de Ilhéus, Bahia.

Vale ressaltar que, entendendo o contexto em que esses professores estavam inseridos, e embora as aulas tenham sido abordadas a partir de uma perspectiva mecanicista, sempre contei com excelentes professores que buscavam repassar os conhecimentos matemáticos necessários para minha atuação como professor de Matemática

Este cenário de formação fez com que eu quisesse inovar e modificar minha prática, assim como também construir possibilidades de trabalho de pesquisa com práticas inovadoras baseadas no que defendem Pensin e Nikolai (2013), uma prática pedagógica com uma ação intencional de inovar a minha prática não se reduzindo apenas à questão didática ou às metodologias e estratégias do estudar e do aprender, mas voltada, principalmente, para o processo de ensino-aprendizagem na busca de uma relação entre teoria e prática. Sendo assim, através da formação adquirida e da minha atuação como professor, pretendo promover uma melhoria significativa em minha prática docente.

Tive a minha primeira experiência, como professor, no ensino público a partir do contratado temporário para ensinar na 7ª e 8ª séries do antigo 1º grau, no ano de 1992, hoje correspondendo ao 8º e 9º ano do Ensino Fundamental. Não demorou muito para que eu fosse contratado por uma escola particular que tinha os cursos Científico e Profissionalizante, atualmente corresponde ao ensino de educação profissional técnica de nível médio, esta escola só funcionava em um turno (o noturno), nela, passei a ensinar o componente curricular Matemática e, partir de então, nunca mais deixei a educação. Foi nesta experiência como professor do Ensino Médio que comecei a observar o quanto era interessante o conteúdo Trigonometria, principalmente a Trigonometria do Triângulo Retângulo, suas particularidades, seus conceitos e suas aplicabilidades, o que não havia percebido durante o curso na graduação.

Dessa forma, o meu interesse e a tessitura do objeto de minha investigação – a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática através da Resolução de Problemas – nasceu da minha vivência enquanto professor de Matemática na Educação Básica, na qual pude perceber que os alunos têm dificuldades em resolver questões que são propostas a partir de numa abordagem mais contextualizada, ou seja, a partir de um problema matemático.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) (BRASIL, 1999) orientam que o ensino da Matemática potencialize a intuição e a dedução dos alunos, além de demonstrar os valores da Matemática a partir da contextualização. Neste sentido, a Resolução de Problemas para o ensino de Matemática torna-se uma peça central, a qual é apontada pelos PCNEM como ponto de partida das atividades envolvendo a matemática. Neste contexto, os documentos oficiais nacionais abordam a Resolução de Problemas como um foco do currículo da Matemática no Ensino Médio.

Conforme as Orientações Curriculares Nacionais, "a resolução de problemas é peça central para o ensino da Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios" (BRASIL, 2006, p. 112). Assim, o ensino da Matemática, através da Resolução de Problemas, pode proporcionar ao aluno o movimento de argumentar e decidir como resolver determinado problema.

Segundo os PCNEM (BRASIL, 1999), o ensino da Matemática através da Resolução de Problemas prioriza o aluno a desenvolver criatividade; senso crítico; competências e habilidades relacionadas à investigação e à compreensão, tais como: identificar o problema, procurar selecionar e interpretar informações relativas ao problema, formulação de hipóteses e prever resultados, selecionar estratégias, interpretar e criticar resultados em situações concretas, distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos, fazer e validar recorrendo a modelos, esboços, relações e propriedades, discutir e produzir ideias e argumentos convincentes. Desse modo, a Resolução de problemas proporciona aos alunos a construção de relações entre as estratégias de raciocínio, empregadas na resolução, e os conceitos envolvidos nos conteúdos matemáticos ensinados.

Em consonância com o exposto, hoje, a Resolução de Problemas vem recebendo o destaque que já deveria ter recebido por sua importância e profundidade do assunto; essa assertiva pode ser validada pelo grande número de produções (dissertações e teses) que abordam o tema em questão, produções estas que trazem importantes caminhos para uma aprendizagem significativa.

As pesquisadoras Onuchic e Allevato (2012) afirmam que os PCNs, no que tange aos objetivos gerais da disciplina Matemática na escola, buscam contemplar várias linhas para trabalhar a disciplina Matemática no contexto escolar, visando uma aprendizagem através da Resolução de Problemas, possibilitando pensar matematicamente de forma a levantar ideias, estabelecer relações, desenvolver formas de raciocínio, estabelecendo conexões entre temas matemáticos e fora da Matemática. Assim, a Resolução de Problemas passa a ser pensada como metodologia de ensino e se torna um lema de estudos e pesquisas nos anos 1990. Tal perspectiva ganha ressonância também na recomendação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999), que orientam que o ensino da matemática potencialize a intuição e a dedução dos alunos, além de demonstrar os valores da matemática a partir da contextualização. Portanto, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática através da Resolução de Problemas é vista como um caminho para o ensino-aprendizagem da Matemática, metodologia esta que vem sendo discutida ao longo dos últimos anos, sendo considerada de extrema relevância para a Educação Matemática.

Com base na metodologia acima, pretende-se elaborar uma proposta didática como produto final desta pesquisa. Deste modo, o presente trabalho – inserido no âmbito da Educação Matemática pretende, também, contribuir com as futuras pesquisas que venham envolver trabalhos sobre a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática através da Resolução de Problemas. Dessa forma, na próxima seção serão apresentados as questões de pesquisa, os objetivos geral e específico, e um quadro síntese da relação entre questões de pesquisa e objetivos.

1.3 QUESTÕES DE PESQUISA E OBJETIVOS DO TRABALHO

Os conhecimentos matemáticos são fundamentais para que o aluno possa compreender a matemática não como uma simples atividade de memorização de conteúdo, mas como um processo fundamental na construção de seus conhecimentos. Portanto, sua aprendizagem se constitui em elemento essencial na formação e preparação do sujeito para a cidadania, atuando na formação do cidadão crítico e autônomo.

Assim, “a aprendizagem é entendida como espécie de aproveitamento do organismo das oportunidades oferecidas ou criadas pelo processo de desenvolvimento” (TEIXEIRA, 2005, p. 221). Dessa maneira, a aprendizagem se constitui um elemento essencial na formação do cidadão e na preparação do sujeito; formação e preparação que não podem se configurar apenas como tarefa do professor ou da escola; devem funcionar, também, como apoio para que o aluno possa se tornar um cidadão crítico, reflexivo e autônomo.

As pesquisas em Educação Matemática, abordadas por Allevato (2005), Huanca (2006), Nunes (2010), Rossi (2012) e Azevedo (2014), têm discutido a necessidade de o aluno compreender que ele pode ser um agente do seu próprio aprendizado ao oportunizar lhe a criação de métodos próprios e estratégias no desenvolvimento e estruturação de um pensamento lógico matemático. Especificamente Allevato (2005), em seu trabalho de pesquisa, apresenta uma análise de como os alunos se relacionam entre si e o que fazem na sala de aula ao utilizarem o computador; numa proposta metodológica do ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas, o professor estabelece um paralelo entre procedimentos e os conhecimentos que os alunos utilizam na resolução de problemas.

Tendo como ponto central também o aluno, e apresentando defesa semelhante à de Allevato (2005), no que diz respeito à metodologia, Huanca (2006), em seu trabalho de pesquisa, aborda que dentro da Educação Matemática, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas constitui um caminho alternativo para a construção de conceitos e conteúdos trigonométricos elaborados pelos alunos do Ensino Médio. Ele considera que esta metodologia alternativa visa um trabalho centrado no aluno, a partir de problemas geradores a fim de se construir novos conceitos da Trigonometria no Triângulo Retângulo.

Neste cenário, Nunes (2010) enfoca, como fenômeno de interesse, o trabalho com Geometria Euclidiana numa abordagem dinâmica com alunos de um curso de licenciatura, futuros professores, no intuito de evidenciar a potencialidade didático-matemática, da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, no processo de ensinar e aprender Geometria. Nesse trabalho, a autora sugere que os professores, em formação inicial, visem nesta metodologia de ensino a sua própria formação, no sentido de incrementar a aprendizagem e melhorar os processos de ensino de Matemática, sobretudo o de geometria.

Já Rossi (2012), nas observações das dificuldades existentes na aprendizagem dos alunos, a respeito da conexão entre a Integral Indefinida e Equações Diferenciais, buscou investigar como se realiza o processo de aprendizagem dos discentes quando da aplicação de resoluções das Equações Diferenciais através da Resolução de Pesquisa como aplicação da Integral Indefinida. Para isso, a autora emprega em sua pesquisa a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas na defesa de que essa metodologia leva o aluno a aprender Matemática resolvendo problemas. Assim, durante sua pesquisa percebeu que a aprendizagem aconteceu de forma clara e expressiva.

Por fim, Azevedo (2014) constata que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é um potente caminho no preparo do futuro professor de Matemática, buscando relacionar teoria e prática na aquisição do conhecimento matemático e dar sentido à Matemática que se trabalha em sala de aula.

A partir das discussões elencadas anteriormente, as pesquisas produzidas convergem para que a Metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas venha a ser consolidada como um conjunto de estudos privilegiados que influencia a aprendizagem da matemática, de forma que o problema passe a ser o ponto de partida na busca de um desenvolvimento do trabalho a se realizar na sala de aula de Matemática, Allevato e Onuichic (2014).

A partir de estudos produzidos nesse cenário por pesquisadores como Allevato; Onuchic (1999; 2009; 2012; 2014), Botta (2010), Merichelli (2010), Prado (2010), Santos (2010), Abdelmalack (2011), Puti(2011) e Redling (2011), esta metodologia de ensino prima pela construção de conhecimentos matemáticos, bem como pelo desenvolvimento cognitivo dos alunos, a fim de melhorar seu raciocínio e sua capacidade de interpretação, pois o aluno tende a adquirir conhecimentos inerentes ao seu cotidiano, desenvolvendo não só problemas matemáticos, mas, também, problemas que possam estar surgindo no seu dia a dia.

A matemática é parte integrada nas variadas situações do cotidiano, pois mesmo sem perceber estamos em contato com a esta ciência, seja quando fazemos pequenos cálculos, compramos ou pagamos algo, passamos um troco, quando calculamos as despesas do mês, uma infinidade de práticas cotidianas requer que pensemos matematicamente; Sendo assim, há necessidade, portanto, de proporcionar aos alunos uma construção de conhecimentos matemáticos a partir de uma metodologia que venha inseri-los num contexto social através da criticidade na Resolução de Problemas em Matemática.

Com base nos interesses da pesquisa, apresento, como referência, a seguinte questão norteadora: *Como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir na construção de espaços de aprendizagem da Trigonometria no Triângulo Retângulo?*

Tomando como ponto de partida esse questionamento, proponho algumas questões complementares com a intenção de nortear especificamente o estudo:

- Como a Resolução de Problemas pode contribuir para que os alunos da Educação Profissional Técnica demonstrem habilidades de investigação na aprendizagem de Matemática?
- Como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para aprendizagem dos discentes no que se refere à Trigonometria no Triângulo Retângulo?

A partir destes questionamentos, apresento a intencionalidade desse estudo através do seguinte objetivo geral:

- Compreender como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para a construção de espaços de aprendizagem da Trigonometria no Triângulo Retângulo.

Complementando esta intencionalidade através dos seguintes objetivos específicos:

- Analisar como a Resolução de Problemas pode contribuir para que os alunos da Educação Profissional Técnica demonstrem habilidades de investigação na aprendizagem de Matemática.

- Analisar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir na aprendizagem dos discentes no que se refere à Trigonometria no Triângulo Retângulo.

A questão central da pesquisa, juntamente com suas questões norteadoras e o objetivo geral, apoiados nos objetivos específicos da pesquisa, está descrita nos quadro 1 e 2 que trazem uma síntese da relação entre questões e objetivos, a seguir:

Quadro 1 – Síntese da relação entre questão principal e objetivo geral da pesquisa

QUESTÃO PRINCIPAL	OBJETIVO GERAL
Como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para construção de espaços de aprendizagem da Trigonometria no Triângulo Retângulo?	Compreender como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para construção de espaços de aprendizagem da Trigonometria no Triângulo Retângulo.

Fonte: Quadro Elaborado pelo autor, baseado no modelo apresentado por Miranda (2008).

Quadro 2 – Síntese da relação entre questões específicas ou norteadoras e objetivos específicos da pesquisa

QUESTÕES ESPECÍFICAS OU NORTEADORAS	OBJETIVOS ESPECÍFICOS
Como a Resolução de Problemas pode contribuir para que os alunos da Educação Profissional Técnica demonstre habilidades de investigação na aprendizagem de Matemática?	Analisar como a Resolução de Problemas pode contribuir para que os alunos da Educação Profissional Técnica demonstrem habilidades de investigação n aprendizagem de Matemática.
Como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para aprendizagem dos discentes no que se refere à Trigonometria no Triângulo Retângulo?	Analisar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para aprendizagem dos discentes no que se refere à Trigonometria no Triângulo Retângulo.

Fonte: Quadro elaborado pelo autor, baseado no modelo apresentado por Miranda (2008).

As sínteses apresentadas nos quadros 1 e 2 mostram respectivamente a relação existente entre as questões e objetivos da pesquisa. Isto posto, a seguir encontra-se uma discussão sobre os elementos metodológicos utilizados no desenvolvimento da investigação proposta nesse trabalho para, daí, ser explicitado de que forma esta proposta metodológica se mostra compatível com a fundamentação teórica e com as proposições que norteiam esta pesquisa.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: PERSPECTIVAS E OBJETO MATEMÁTICO

> Um objetivo de se aprender matemática é o de poder transformar certos problemas não rotineiros em rotineiros. O aprendizado, deste modo, pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com esses símbolos).
>
> (ONUCHIC, 1999, p.207)

Apresento neste capítulo, os pressupostos teóricos que fundamentaram a Resolução de Problemas, situando-a num contexto histórico e definindo os aspectos relevantes desta metodologia para uma aprendizagem da Matemática, especificamente em relação à Trigonometria no Triângulo Retângulo. Consoante ao descrito acima, este capítulo está estruturado a partir de quatro eixos teóricos basilares para o desenvolvimento desta pesquisa, a saber:

Na primeira seção, intitulada a *Resolução de Problemas: perspectivas emergentes*, apresento os fundamentos da Resolução de Problemas com base nas principais concepções que norteiam tal perspectiva, com vistas a situar o que é o problema e os fundamentos do ensinar *sobre, para e através* da sua Resolução, destacando-o como ponto de partida da atividade matemática a ser desenvolvida em sala de aula.

Na segunda seção, a *Resolução de Problemas enquanto metodologia de ensino*, trago uma abordagem da Metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas apresentada por Onuchic (1999, 2012) e por Allevato e Onuichic (2014), na busca de um ensino de Matemática baseado numa perspectiva de uso da Resolução de Problemas no currículo escolar, tendo como objetivo o desenvolvimento da compreensão dos alunos, num ambiente de investigação, para se chegar a uma solução de problemas propostos, mostrando que essa perspectiva pode ser trabalhada como suporte na oposição ao ensino tradicional, memorístico e expositivo.

Terceira seção, *a Trigonometria no Triângulo Retângulo: conceitos e razões trigonométricas*, nela encontra-se a descrição da Trigonometria no Triângulo Retângulo, a partir de uma abordagem tangencial, no que diz respeito aos seus aspectos históricos, com ênfase nos conceitos, elementos, razões e relações e nas questões que são utilizadas nas resoluções de problemas trigonométricos que envolvam o Triângulo Retângulo.

Já para na quarta seção, *A minha pesquisa situada nos trabalhos mapeados*, apresento síntese de pesquisas que se encontram no universo de estudo aqui apresentado. Esses trabalhos foram encontrados no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). A procura por esses estudos se deu no período de junho de 2011 a junho de 2015; para este feito, eu tomei como ponto de partida as palavras-chave que estavam relacionadas com as da minha pesquisa, com o fito de trazer uma discussão dos pontos que aproximam ou distanciam estas pesquisas deste trabalho. Na próxima seção estarei apresentando, através do eixo teórico, uma fundamentação sobre a Resolução de Problemas e suas diferentes concepções para que o leitor possa situar meu objeto de pesquisa.

2.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: PERSPECTIVAS EMERGENTES

Desde a história antiga do Egito, da China e da Grécia que os problemas matemáticos já apareciam e continuam sendo abordados até os dias atuais e, assim, tem sido motivo de estudos e pesquisa nos últimos tempos, tanto no sentido filosófico quanto na prática. Nesse aspecto, há um crescente movimento da Matemática dentro da sociedade, passando desde a sociedade rural, a qual exigia muito pouco das pessoas, e veio evoluindo para a Revolução Industrial com uma exigência maior da Matemática, mesmo que seja apenas para uma reprodução de conhecimentos pré-fixados que foram transformados ao longo dos anos, pela necessidade de entender, aprender e dominar os assuntos matemáticos (ONUCHIC, 1999).

Nas últimas décadas, o ensino da Matemática tem estado presente nas discussões entre pesquisadores, gerando um leque muito amplo sobre a abordagem da metodologia da Resolução de Problemas para uma aprendizagem da Matemática. Isso porque os estudos promovidos, com ênfase nas discussões sugeridas por Onuchic e Allevato (2009, 2012, 2014), têm avaliado a forma como os alunos resolvem problemas e as características que têm feito estes bons resolvedores de problemas durante o desenvolvimento de atividades matemáticas construídas a partir de elementos desafiadores.

Nestes termos, Onuchic e Allevato (2009, p. 170-171) salientam que “a escola precisa começar a ajudar os estudantes nesse processo de descoberta. É preciso promover mudanças: [sobretudo] [...] empregar novas metodologias de ensino nas aulas de Matemática”. Nesta concepção, a Resolução de Problemas vem sendo utilizada como uma metodologia de ensino na qual a escola e seus professores propõem aos estudantes condições de mudanças para que eles possam explorar conceitos novos e inovadores na aprendizagem de Matemática. Assim,

> A resolução de problemas é [...] como uma situação onde o aluno aprende matemática, desenvolve procedimentos, modos de pensar, desenvolve

> habilidades básicas como verbalizar, ler, interpretar e produzir textos em diferentes áreas do conhecimento que podem estar envolvidas em uma situação. Isso indica que a resolução de problemas deve ser vista como uma metodologia de ensino e que o professor de matemática, ao utilizar-se dela, estará contribuindo para o desenvolvimento da capacidade de comunicação e das habilidades leitoras (RIBEIRO, 2010, p. 116).

Nas palavras de Ribeiro (2010) a Resolução de Problemas promove a aprendizagem matemática através de diferentes modos de pensar e de habilidades intrínsecas a uma determinada situação, viabilizando procedimentos básicos, tais como interpretar e produzir textos, os quais viabilizam a leitura em qualquer área do conhecimento e, assim, o professor que utiliza esta metodologia, tende a contribuir com desenvolvimento intelectual do aluno.

Desse modo, é oportuno demarcar o conceito de problema adotado neste trabalho de pesquisa e, para tanto, inicialmente, busco, etimologicamente, um dos seus significados, indicado como "[...] tarefa de calcular uma ou várias quantidades desconhecidas (incógnita) relacionada a outra conhecida (dados)" (HOUAISS, VILLAR, 2009, p. 1553). Nesse sentido, os autores vinculam os problemas à mera realização de tarefas de cálculo, associando quantidades desconhecidas a outras quantidades conhecidas, esta abordagem limita a compreensão do problema a uma mera atividade mecânica, para a qual os alunos detêm um conjunto de conceitos pré-existentes para resolvê-los.

Com vistas à ressignificar tal pressuposto, adoto como unidade basilar para a compreensão de problemas, as propostas trazidas por Allevato (2005, p. 41) ao afirmar que "uma questão será um problema se o aluno ainda não conhece os meios necessários à resolução, mas está interessado em resolvê-la". Nestes moldes, a autora traz para o centro da atividade matemática um problema como uma questão instigadora e desafiante para o estudante, através da qual se dará início ao desenvolvimento dos trabalhos investigados, e ele não tem meios prescritos para resolvê-la de forma mecânica ou memorística.

Tal concepção ganha respaldo também nos trabalhos propostos por Onuchic (1999), ao defender que um problema "[...] é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver", acrescentando que "o problema não é um exercício no qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou uma determinada técnica operatória [...]" (p. 215), mas, sim, "qualquer tarefa ou atividade para o qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta" (VAN DE WALLE, 2009, p. 42).

Desta forma, é recomendável que o problema proposto pelo professor incentive o aluno a formular hipóteses, modificar os dados, discutir com a classe seus resultados e explicar a resolução. Neste contexto, os alunos poderão se envolver com problemas reais e abertos que possam favorecer o desenvolvimento de soluções e a formulação matemática para qualquer problema que venha ser proposto pelo professor. Assim, é oportuno que um problema bem formulado possa despertar o senso investigativo do estudante, preferencialmente envolvendo aspectos da vida real e cotidiana[3], ratificado nos termos, segundo sugere Onuchic (2012) ao dizer que um problema pode ser alguma coisa que ao ser observada nos traz inquietações e curiosidade para poder resolvê-la, com ou sem conhecimentos de meios ou caminhos pré-estabelecidos.

Com isso, a Resolução de Problemas em Matemática ganha destaque como uma tendência privilegiada a partir da derrocada, do ponto de vista didático-pedagógico, do Movimento da Matemática Moderna, o qual segundo D'Ambrósio (2004) surge, de um lado, motivado pela "Guerra Fria"[4] entre Rússia e os Estados Unidos e, de outro, como resposta à constatação, após a Segunda Guerra Mundial, de uma considerável defasagem entre o progresso científico-tecnológico e o currículo escolar então vigente.

Para Miorim (1995), o descompasso que existia entre os estudos desenvolvidos nas Universidades, os quais eram baseados em novos avanços da Matemática, e a Matemática que era ensinada nas escolas secundárias seriam um dos argumentos utilizados pelos reformadores para uma introdução de novos conteúdos matemáticos, os quais, segundo Onuchic (1999), até aquela época, não faziam parte do programa escolar, como, por exemplo, as estruturas algébricas, a teoria de conjuntos, a topologia e as transformações geométricas.

Nestes termos, Miorim (1995) destaca que foi durante o século XIX que acontece um rompimento entre os estudos matemáticos com as necessidades práticas, envolvendo a mecânica e a astronomia, surgindo, assim, os campos especializados, numa preocupação com o rigor e a revolução na geometria. Dessa forma, as discussões em relações as questões educacionais eram centradas nos graus médio e superior, levando tanto aos educadores quanto os governantes a se preocuparem com as propostas reformadoras para o ensino de matemática. Em linhas gerais, a Matemática Moderna ganha força a partir de um movimento internacional de renovação do ensino da matemática, cujas bases podem ser encontradas na Alemanha, a partir dos estudos produzidos por Félix Klein (1849-1925), ao final do século XIX, A partir do

[3] O que é comum a todos os dias (HOUAISS, VILLAR, 2009, p. 563).

[4] É chamada de "fria" por não envolver conflito direto, fruto da iminência de uma guerra nuclear entre os blocos socialista, liderado pela extinta URSS, e capitalista, liderado pelos EUA, os quais se rivalizaram no pós Segunda Guerra Mundial, apesar de estimularem conflitos em outros países: Guerra da Coréia, Guerra do Vietnã. (RIBEIRO, 2015).

qual conseguiriam fornecer elementos fundamentais para impulsionar as mudanças na Matemática, dentre as quais podem ser citadas a introdução do Cálculo infinitesimal, o qual, segundo o próprio Klein (apud MIORIM,1995) garante "tanto ao naturalista como ao técnico de seguros o instrumento que irá necessitar em seu trabalho". Neste cenário, a proposta de Klein representa o rompimento definitivo entre uma formação geral e uma prática, entre o desenvolvimento do raciocínio em oposição ao desenvolvimento prático, sendo o início de uma formação matemática para todos.

Mas, foi nas décadas de 60 e 70, do século passado, que a Matemática Moderna chega ao Brasil e em outros países do mundo em ressonância deste movimento internacional, como um processo de renovação, gerando mudanças radicais e criando um forte movimento na comunidade acadêmica. Nesse cenário, a Matemática Moderna era diferenciada porque, além de ressaltar a teoria dos conjuntos, utilizava muitas abstrações matemáticas. Segundo Onuchic (1999), este movimento apoteótico, do ponto de vista matemático, não obteve bons resultados referente à aprendizagem, pois passou a ter preocupações excessivas com a formalização, distanciando o ensino de Matemática cada vez mais das questões práticas.

Deste modo a Resolução de Problemas vem sendo enfaticamente discutida por estudiosos, dentre os quais podem ser destacados os trabalhos de Huanca (2006), Souza (2010) e Ribeiro (2010), motivados particularmente como alternativa viável para a superação da derrocada do Movimento da Matemática Moderna, do ponto de vista didático-pedagógico, conforme relatado anteriormente e expresso nas palavras a seguir:

> Durante a década de 80, muitos recursos em Resolução de Problemas foram desenvolvidos, visando ao trabalho de sala de aula, na forma de coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho em Resoluções de Problemas. Muitos desses materiais passaram a ajudar os professores a fazer da Resolução de Problemas o ponto central de seu trabalho. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2012, p. 235).

Nesse ínterim, muitos desses recursos e materiais, desenvolvidos nesta década, passaram a auxiliar os professores de matemática na sala de aula com estratégias e orientações de atividades utilizando a Resolução de Problemas como ponto chave de seu trabalho. Por isso, a importância dada à Resolução de Problemas é bem recente; no início da década de oitenta foi apresentada "Uma Agenda para a Ação", pelos National Councilof Teachers of Mathematics (NCTM)[5]dos Estados Unidos, que recomendava a Resolução de Problemas como foco da

[5] O NCTM é uma organização profissional sem fins lucrativos. Tem mais de 125 000 membros e é a principal organização para professores de Matemática nos níveis K-12 (nos EUA, o ensino obrigatório corresponde aos, assim denominados, *pré kindergarten* até grade 12, pré-primário até a escola secundária). (ALLEVATO, 2005. P. 49).

Matemática Escolar, sem uma indicação clara de como os professores de Matemática poderia utilizá-la em sala de aula.

Onuchic e Allevato (2012) mostram que a Resolução de Problemas é destacada em vários estudos da revista Journal for Research in Mathematics Education e, após vários outros trabalhos como os Standards 2000, oficialmente publicado como Principles and Standards for School Mathematics. O Standards 2000 é um documento que contém seis princípios[6], cinco padrões de conteúdo e cinco padrões de processo[7] nos quais os professores devem apoiar suas práticas no desenvolvimento de uma Matemática forte para todos. No Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM, 1991), a Resolução de Problemas é indicada como primeiro padrão de processo que busca reunir estudiosos em Educação Matemática a fim de desenvolver uma Educação Matemática melhor.

No Brasil foram criados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, abordando uma série de sugestões e recomendações de mudanças para o ensino da Matemática (BRASIL, 1997, 1998, 1999). Dentre elas, destaca-se a Resolução de Problemas como uma tendência privilegiada, a qual considera a atividade matemática realizada a partir de uma situação desafiadora. Estes aspectos ganham reflexo nas discussões propostas por Onuchic e Allevato (2012, p. 238) ao indicarem a "[...] Resolução de Problemas como ponto de partida das atividades matemáticas e [discutirem] caminhos para se fazer Matemática na sala de aula" e, desse modo, o ensino pode permitir que "[...] o aluno tanto aprende Matemática resolvendo problemas como aprende Matemática para resolver problemas" (ONUCHIC, 1999, p. 210-211). Dessa forma, em relação ao ensino da Matemática, podemos destacar "[...] três caminhos diferentes de abordar Resolução de Problemas, a saber: ensinar *sobre* Resolução de Problemas; ensinar *para* resolver problemas de matemática e ensinar *através* da Resolução de Problemas" (REDLING, 2011, p. 27, grifos do autor). *Ensinar sobre a resolução de Problemas*, conforme ratifica Allevato (2005, p. 48), "corresponde a considerá-la como um novo conteúdo e tem sido associado às opções de ensino feitas após a Matemática Moderna", o que ressoa nas ideias produzidas por Redling (2011, p. 27), ao destacar que tomar esse caminho "significa trabalhar esse assunto como um novo conteúdo matemático, como uma teoria". Nestes termos, o quadro de insucesso didático desenvolvido pela Matemática Moderna traz à tona a Resolução de Problemas como uma alternativa metodológica para se trabalhar o

[6] São eles: "[...] Equidade; Currículo; Ensino; Aprendizagem; Avaliação; e Tecnologia". (ONUCHIC; ALLEVATO, 2012, p. 237).
[7] São eles: a) "[...] Padrões de conteúdo: Números e Operações; Álgebra; Geometria; Medida e Análise de Dados de Probabilidade [...] b) Padrões de Processo: Resolução de Problemas; Raciocínio e Prova; Comunicação; Conexões; e Representação [...]." (ONUCHIC; ALLEVATO, 2012, p. 237).

conteúdo matemático associado às muitas heurísticas[8] ou estratégias para se chegar à solução do problema. Segundo Nunes (2010), o professor que ensina sob a resolução de problemas vem realçar o modelo de Pólya (2006) ou alguma variação abordada por ele. Alguns autores, como Dante (2002), utilizam a Resolução de Problemas como um novo conteúdo a ser ensinado e recomendam roteiros de como proceder para resolver problemas matemáticos.

É importante ressaltar que Pólya teve, e ainda tem, muitos seguidores, como autores de livros didáticos, pesquisadores e professores que seguem essa abordagem, entre eles o Dante (2002, 2009), na defesa de que a concepção de ensinar sob a resolução de problema é a necessidade de se adotar estratégias que possam ser utilizadas como orientação especifica de como resolver um problema.

Nesta concepção de ensino, Dante (2002, p. 11-15), apresenta alguns objetivos para a Resolução de Problemas: “fazer o aluno pensar produtivamente; desenvolver o raciocínio do aluno; ensinar o aluno a enfrentar situações novas; dar ao aluno a oportunidade se envolver com aplicações da matemática; tornar as aulas de Matemática mais interessantes; [...] e dar uma boa base matemática às pessoas”.

Dessa forma, em seu livro intitulado *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática*, Dante (2009) em sua visão, aborda que os problemas podem ser classificados em seis tipos: quebra cabeça; aplicação; processo ou heurística; exercícios de algoritmos; padrão e reconhecimento. Vale ressaltar que apesar de ser um livro voltado para professores do Ensino Fundamental, ele traz informações e orientações bastante ricas em relação à utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino nas práticas educacionais.

Retomando, para Pólya (2006), o planejamento e o desenvolvimento de atividades envolvendo a Resolução de Problemas estão estabelecidos em quatro fases independentes na Resolução de Problemas matemáticos. Segundo ele, a resolução de um problema exige a compreensão da tarefa, uma concepção de um plano que leve a uma meta pretendida, à execução desse plano e á análise para determinar se a meta será alcançada, ou seja, o objetivo esperado. Essas etapas são muito conhecidas e, ainda hoje, citadas por diversas literaturas e nos trabalhos sobre a Resolução de Problemas.

Na *compreensão do problema*, o aluno deve não só entendê-lo, mas também sentir o desejo de resolvê-lo. Para isso, é necessário que o problema seja bem escolhido ou formulado

[8] Heurística, Heurética era o nome de certo ramo de estudo, não bem delimitado, pertencente à Lógica, à Filosofia, ou à Psicologia, [...]. O objetivo da Heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção. (POLYA, 2006, p. 99)

de maneira que não seja nem muito fácil e nem muito difícil para que o aluno possa fazer sua resolução. Na segunda fase, que é *estabelecer um plano* de resolução, é necessário um longo percurso que vai desde a compreensão do problema proposto até o estabelecimento do plano na escolha de estratégias ou caminho adequados para a sua resolução.

Na perspectiva de *execução do plano* escolhido, o aluno já deverá ter a ideia da resolução através de conhecimentos adquiridos anteriormente, de hábitos mentais, de concentração e paciência para executar a solução do problema, utilizando o plano que foi escolhido por ele. A quarta fase será aplicada após a resolução do problema proposto e escrita a sua solução. Dessa forma é preciso fazer um *retrospecto* da solução completa, revisando o resultado e o caminho que o levou até ele, dessa forma o aluno poderá aperfeiçoar e consolidar seu conhecimento e aprimorar a sua capacidade de resolver problemas.

Para um melhor entendimento, descrevo as fases, acima descrita, no quadro a seguir:

Quadro 3 – Fases do Processo de Resolução de Problemas proposto por George Pólya (2006)

(Continua)

ETAPA	**SUGESTÕES**	**QUESTÕES**
1. Compreensão do problema	É preciso compreender o problema. Adote uma notação adequada.	Qual é a incógnita? Quais são os dados? É possível satisfazer o condicionante? A condicionante é suficiente para determinar à incógnita? É possível traçar uma figura?
2. Estabelecimento de um plano	Encontre a conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares. É preciso chegar a um plano. Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver algum problema correlato. Procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. Volte às definições.	Já o viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece um problema correlato? Conhece um problema que lhe poderia ser útil? Em caso de um problema correlato, é possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? E o seu método? É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo de outra maneira? É possível resolver uma parte do problema? Utilizaram-se todos os dados? Levaram-se em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?

Quadro 3 – Fases do Processo de Resolução de Problemas proposto por George Pólya (2006)
(Conclusão)

ETAPA	SUGESTÕES	QUESTÕES
3. Execução do plano	Execute o seu plano. Verifique cada passo da execução.	É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?
4. Retrospecto	Examine a solução obtida.	É possível verificar o resultado? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Fonte: Chaves, (2014).

Assim, o trabalho de George Pólya é muito importante não somente no contexto de Resolução de Problemas, mas também num amplo âmbito da Educação Matemática. Entretanto, a concepção de ensinar Matemática sobre Resolução de Problemas apoia-se na crença de que o aluno aprende a resolver problema utilizando estratégias da Resolução de Problemas, independentes do assunto a ser abordado. A resolução de um problema envolve aspectos relacionados ao conteúdo matemático específico envolvido, exigindo fazer e testar procedimentos, aprender conteúdos, desenvolver raciocínios e apresentar explicações que nem sempre são previstas. Muitas vezes, mesmo que os alunos possuam domínio e estratégias, não garante que ele tenha a compreensão do conteúdo ou a capacidade de utilizá-la corretamente no momento adequado.

Por sua vez, ao *ensinar para resolver problemas* de matemática, o professor se concentra e se preocupa com as habilidades dos alunos em transferir o que está sendo ensinado, de maneira que possam aplicar seus aprendizados na resolução de problemas rotineiros, os quais são utilizados pelos professores repetidas vezes, modificando apenas alguns dados, assim como os não rotineiros. Dessa forma, "um grande perigo da adoção dessa visão é que ela pode levar a configurar a resolução de problemas como atividade que o aluno só pode realizar após a introdução de um conceito, ou após o treino de algumas habilidades de cálculo ou de algum algoritmo" (ALLEVATO, 2005, p. 53). Nesta concepção, raramente a Matemática será ensinada sem a utilização de suas aplicações.

Estando de acordo com esta concepção, os professores costumam utilizar os problemas para apresentar uma aplicação prática dos conteúdos matemáticos que foram vistos teoricamente a partir de seus aspectos de formalização, definições, exercícios de aplicação etc., sugerindo estes problemas como instrumentos para a resolução de questões essencialmente práticas. Assim,

> [...] Essa é a visão que considera a Matemática como utilitária de modo que, embora a aquisição de conhecimento matemático seja de primordial importância, o propósito principal do ensino é ser capaz de utilizá-lo. Nessa concepção o professor concentra-se no modo como a Matemática que está sendo ensinada pode ser aplicada na resolução de problemas. Ele se preocupa com a habilidade dos alunos de transferirem o que aprenderam num contexto para problemas em outros contextos, ou seja, ele ensina para a resolução de problemas. (ALLEVATO, 2005, p. 52-53).

A autora considera que esse tipo de ensino pode nos dar a impressão de que a Matemática tem aplicação imediata, o que pode limitar a atividade do estudante na resolução de problemas comuns e rotineiros, ignorando o desenvolvimento do raciocínio, da capacidade de abstração, da relação, da representação, da criação e da tomada de decisões na resolução do problema. Nesta concepção, segundo Allevato (2005), os problemas matemáticos se apresentam como questões abordadas ao final dos conteúdos, como aplicação da teoria mediada pelo professor, ou seja, a Resolução de Problemas é geralmente utilizada no intuito de dotar a teoria num significado prático. Nessa concepção,

> o aluno capta, repete estilos e aceita processos e resultados; sua atividade se limita a tentar assimilar os conceitos teóricos aplicando-os e reconstruindo processos. O professor propõe e contextualiza o problema, espera e corrige as respostas dos alunos, oferece chaves semânticas explícitas e implícitas e, finalmente, expõe seu processo de resolução como o mais correto (ALLEVATO, 2005, p. 53-54).

Nesta concepção, o professor se concentra de modo que à Matemática que está sendo ensinada pode ser aplicada na Resolução de Problemas no dia a dia do aluno, com um propósito que este aluno possa aprender Matemática e que seja capaz de usá-la. Nesse cenário são dados muitos exemplos, pelo professor, de conceitos sobre o conteúdo abordado em sala de aula. Assim, “um grande risco do uso desse aspecto é que o professor pode ver a Resolução de Problemas apenas como uma atividade que os alunos só podem realizar depois da introdução de um novo conceito ou depois de praticar certas habilidades”. (REDLING, 2011, p. 30). Deste modo, quando o professor ensina para resolver problemas, ele se preocupa com a habilidade dos alunos em saber transferir o que eles aprenderam no contexto da resolução de um problema para outros.

Allevato (2005), citando Brasil (1994), ressalta que, tradicionalmente, o problema ou a atividade matemática era empregado pelo professor como meio na verificação e na fixação da aprendizagem, meio este que geralmente não surtia efeitos positivos, pois os alunos fracassavam pela falta de estabilidade dos conhecimentos adquiridos sem nenhuma funcionalidade. Contrariando esta perspectiva, a concepção de ensinar Matemática para resolver problemas corresponde à realização de aplicações dos conteúdos matemáticos já vistos, ou seja, a Resolução de Problemas normalmente é praticada após uma introdução do conceito ou conteúdo novo, favorecendo a ideia de que a Matemática é útil e prática.

De acordo com essa visão, no ensino para resolver problemas, a Matemática é normalmente ensinada separada de suas aplicações, visto que os problemas são apresentados como exercícios ao final dos temas e aplicações da teoria desenvolvida. Dessa forma, a Resolução de Problemas é utilizada para dotar a teoria de um significado prático, ignorando o potencial formador da Matemática, no tocante ao desenvolvimento do raciocínio, da capacidade de abstração e na tomada de decisão pelo aluno.

Desta forma, na concepção de ensinar para resolver problemas, há uma dicotomia em que nem sempre o saber matemático significa saber aplicá-la e vice-versa. No entanto, infelizmente, essa é uma prática frequente nas salas de aula em nosso país, a partir da qual se ensina Matemática como um discurso simbólico interminável, abstrato e incompreensível.

Numa concepção do *ensino da matemática através da Resolução de Problemas*, Onuchic (1999; 2012) e Onuchic e Allevato (2009; 2012 2014) baseiam sua proposta na noção do uso da Resolução de Problemas no currículo escolar, objetivando desenvolver a compreensão de Matemática nos alunos, de modo a confrontar situações problemáticas com o propósito de aprender matemática através desta Resolução de Problemas.

Na perspectiva do ensino da Matemática através da Resolução de problemas Onuchic (1999; 2012) recomenda que o ensino de Matemática deve ocorrer em um ambiente de investigação, e que essa esta deve ser orientada pela metodologia da Resolução de Problemas. Nesse contexto, o ponto de partida das atividades matemáticas deixa de ser a definição e passa a ser o problema; tais considerações nos levam a pensar a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, na qual

> [...] o problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento. Sob esse enfoque, problemas são propostos ou formulados de modo a contribuir para a formação dos conceitos antes mesmo de sua apresentação em linguagem matemática formal. (ONUCHIC, 1999, p. 207).

Assim, para a autora, um problema deve ser olhado como elemento de um processo de construção do conhecimento de maneira a contribuir na formação conceitual do aluno antes mesmo de uma apresentação formal pelo professor. Segundo Onuchic e Allevato (2012), ensinar matemática nessa concepção é desenvolver o raciocínio lógico do aluno, levando-o a pensar, a criar e a ter capacidade de resolver novos problemas. Para isto, faz-se necessário que os professores criem situações problemas que possibilitem a reflexão, a abstração, a autoconfiança dos estudantes, permitindo que se tornem cidadãos criativos e críticos atuando de forma consciente na sociedade.

Pode-se dizer que a aprendizagem se constitui um elemento essencial na formação do cidadão e na preparação do sujeito para a cidadania. Não se trata de uma tarefa restrita do professor ou da escola, mas como a escola é um espaço de sociabilidade, ela precisa, portanto, funcionar como apoio na formação do cidadão crítico, reflexivo e autônomo.

Dessa forma, um ponto importante na contribuição da aprendizagem dos conteúdos matemáticos será o de oportunizar ao aluno o reconhecimento e a aplicabilidade dos conhecimentos na Resolução de Problemas. O melhor critério para organizar, selecionar ou formular problemas matemáticos é privilegiar situações que possibilitam ao estudante pensar, raciocinar e ter prazer em resolvê-los.

Assim, a caracterização dessa metodologia "reflete uma tendência de reação à caracterizações passadas como conjunto de fatos, domínio de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental" (ONUCHIC, 1999, p.203). Desse modo, ao se ensinar utilizando essa concepção, o professor poderá apresentar situações-problema, reais e abertos, que possam envolver o aluno de tal maneira que favoreça, a ele, o desenvolvimento de representações[9] mental e simbólica. O professor precisa se preocupar com a escolha de modo a estabelecer o tipo correto dos problemas para sua aula, pois eles precisam fornecer subsídio suficiente e apropriado para o estudante desenvolver estratégias necessárias e essências para a solução de problemas propostos. Portanto,

> [...] É importante ter a visão de que compreender deve ser o principal objetivo do ensino, apoiados na crença de que o aprendizado de matemática, pelos alunos, é mais forte quando é autogerado do que quando lhes é imposto por um professor ou por um livro texto. Quando os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão. (ONUCHIC, 1999, p.208).

Considerando o exposto acima, para a pesquisadora, é importante ter a percepção de que o objetivo principal do ensino da Matemática é a concepção de que o aprendizado é mais forte quando é autogerado pelos alunos do que quando se caracteriza uma imposição do professor, ou seja, ela traz aí o fortalecimento do ensino de Matemática através da Resolução de Problemas, tornando sua compreensão mais rica e profunda, aguçando suas habilidades. Segundo Redling (2011, p. 32), "nessa concepção, os problemas servem para introduzir ou

---

[9] "As representações mentais e simbólicas de um mesmo conceito matemático, formuladas a partir da resolução de problemas, são peças essenciais no processo de abstração matemática." (MENDES, 2009, p.76)

desenvolver conceitos de matemática”. Dessa forma, na introdução de novos conceitos matemáticos através da Resolução de Problemas, o aluno poderá construir um novo conhecimento e uma nova compreensão da disciplina.

Para Allevato (2005), mesmo entre os matemáticos em que a prática de ensino da Matemática reflete no geral como uma prática tradicional, usando sequência de definições, aplicações de exemplos, há também uma necessidade de buscar o equilíbrio desse ensino no currículo, através de elementos fundamentais como: conceituação, manipulação e aplicação. Assim, a autora, citando Lima (1999), deixa clara a opinião em relação aos males que a supervalorização da manipulação, que estão presente em muitos livros adotados na escola, causa no ensino da Matemática.

Reiterando o posicionamento acerca da manipulação, Onuchic (1999) aborda que a verdadeira força da Resolução de Problemas não pode restringir apenas ao domínio de particularidade técnicas ou de conceitos, mas deve visar o entendimento de como estão relacionados e como estes princípios se unificam. Dessa forma, é importante salientar que, a metodologia de ensino *através* da Resolução de Problemas, defendida pela autora, não tende a exclui as outras duas concepções, visto que, ao serem adotadas pelo professor, os alunos tanto aprendem *sobre* a Resolução de problemas quanto aprende Matemática *para* resolver problemas, enquanto estão aprendendo Matemática *através* da Resolução de Problemas.

Portanto, ao finalizar esta seção, destaco como ponto relevante a esta concepção, o fato de que o ensino de Matemática *através* da Resolução de Problemas não tem a intenção de excluir as demais concepções abordadas, ela traz um estudo mais completo e abrangente em relação às demais, segundo ratifica Allevato (2005). Dessa forma, há aumento, na capacidade e na confiança – tanto do professor quanto do aluno –, do conhecimento construído, fazendo mais sentido especialmente para o aluno, possibilitando sua aprendizagem.

Na próxima seção estarei abordando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Matemática, o qual é o foco principal de meu trabalho.

2.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENQUANTO METODOLOGIA DE ENSINO

> É importante reconhecer que a Matemática deve ser trabalhada através da Resolução de Problema, ou seja, que tarefas envolvendo problemas ou atividades sejam pelo qual um currículo deve ser desenvolvido. A aprendizagem será uma consequência do processo de Resolução de Problemas. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2012, p. 240-241)

Neste trabalho, estarei adotando como proposta de pesquisa, no contexto da sala de aula, a concepção de ensino através da Resolução de Problemas que consiste numa metodologia de ensino que prioriza a construção de conceitos por meio de problemas propostos. Dessa forma, particularmente, adotei a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a qual se harmoniza e se integra com a forma de trabalho que pretendo utilizar com meus alunos, com vistas à aprendizagem do objeto matemático, abordado em sala de aula.

Assim, antes de adentrar na metodologia propriamente dita, faço uma abordagem sobre o surgimento da concepção adotada. No Brasil, essa concepção vem sendo analisada e pesquisada pelo Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas (GTERP), coordenado por Lourdes de La Rosa Onuchic, da Universidade Estadual Paulista e Júlio de Mesquita Filho (UNESP\Campus de Rio Claro). Desse modo, as publicações sobre o significado, as possibilidades e as implicações desses trabalhos do grupo podem ser encontradas em Onuchic (1999; 2001; 2012).

Segundo Onuchic e Allevato (2009), foi no ano de 1989, juntamente com um grupo de professores de um curso de formação, que as autoras elaboraram um roteiro de atividades, com sete pontos de referência, os quais serviriam de orientação para que eles pudessem desenvolver o ensino de Matemática *através* da Resolução de Problemas, a saber: 1) Formar grupos e entregar a atividade; 2) Observar e incentivar; 3) Auxiliar nos problemas secundários; 4) Registrar na lousa; 5) Realizar uma plenária; 6) Buscar um consenso e 7) Formalizar o conteúdo.

Este roteiro de atividade vem sendo aprimorado, a cada ano, principalmente com o apoio do GTERP, que tem como “objetivo maior colocar seus trabalhos desenvolvidos e resultados obtidos a serviços de uma boa formação do aluno: um cidadão que seja crítico, que saiba pensar e tomar decisões e que, ao sair da escola, seja útil a sociedade em que vive” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009, p. 176).

Então, numa nova publicação, as autoras Onuchic e Allevato (2014) apresentam uma sugestão mais atualizada para o trabalho através da Resolução de Problema, reformulando o roteiro de atividade em 2014, o qual passou a ser composto por dez etapas, a saber: 1) Proposição do problema; 2) Leitura individual; 3) Leitura em conjunto; 4) Resolução do problema; 5) Observar e incentivar; 6) Registro das resoluções na lousa; 7) Plenária; 8) Busca de consenso, 9) Formalização do conteúdo e, 10) Proposição e resolução de novos problemas. Estes pontos estão apresentados detalhadamente no final desta seção, demonstrados num quadro síntese.

Assim, “ensinar Matemática através da Resolução de Problemas é uma abordagem consistente [...], pois conceitos e habilidades matemáticos são aprendidos no contexto da Resolução de Problemas”. (ONUCHIC, ALLEVATO, 2012, p. 242). Dessa forma, seguindo estas recomendações, pode-se desenvolver o processo de pensamento, e o trabalho de ensino da Matemática pode acontecer num ambiente de investigação orientada pela Resolução de Problemas.

> [...] os conceitos matemáticos que os alunos criam, num processo de construção, não são ideias bem formadas concebidas pelos adultos. Novas ideias são formadas pouco a pouco, ao longo do tempo, quando os alunos refletem ativamente sobre elas e as testam através dos muitos diferentes caminhos que o professor pode lhes oferecer. Ai está o mérito das discussões entre os estudantes em grupos de trabalho. Quanto mais condições se dêem aos alunos para pensar e testar uma ideia emergente, maior é a chance dessa ideia ser formada corretamente e integrada numa rica teia de ideias e de compreensão relacional. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2012, p. 240).

Nesse contexto, as autoras abordam que num processo de construção, os alunos são capazes de criarem conceitos matemáticos ao longo do tempo, testando através de caminhos diferentes na busca do que o professor está propondo, para que sua ideia seja formada corretamente e integrada numa compreensão do todo.

> O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é diferente daquele em que regras de “como fazer” são privilegiadas. [...] Trata-se de um trabalho onde um problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento far-se-á através de sua resolução. Professor e alunos, juntos, desenvolvem esse trabalho e a aprendizagem se realiza de modo colaborativo em sala de aula. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p. 6).

Para as autoras, na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, os processos de ensino e aprendizagem devem ocorrer simultaneamente, durante e através da Resolução de Problemas propostos, tendo, assim, o professor como guia, os alunos como protagonista e o problema como ponto de partida na construção do conhecimento.

Dessa forma, a avaliação, integrada ao ensino-aprendizagem, visa acompanhar os alunos em seu crescimento, reorientando as práticas em sala de aula. Assim, nessa metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes mesmo do conteúdo matemático ter sido apresentado formalmente. Deste modo, para Onuchic e Allevato (2009), a avaliação acontece de forma contínua, processo em que as dificuldades de aprendizagem desenvolvidas pelos alunos são diagnosticadas durante a Resolução de Problemas.

Nessa metodologia,

> Os professores de Matemática devem envolver em seu trabalho, entre os quais destaca a habilidade de planejar e selecionar tarefas de modo que os estudantes aprendam Matemática num ambiente de resolução de problemas, a habilidade de integrar a avaliação ao processo para aumentar a aprendizagem e aprimorar, no dia a dia, o ensino. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 43-44).

Nessa perspectiva, a intenção do professor de Matemática é envolver o seu aluno numa forma diferente de trabalho, deixando-o usar o seu raciocínio lógico, os conhecimentos prévios, provenientes de experiências anteriores que dispõe, com o intuito de estimular sua criatividade.[10] Por meio dessa metodologia, ao resolver um problema matemático, o aluno tem a oportunidade de construir seu conhecimento, e o professor de contribuir para a construção desse conhecimento adquirido pelos alunos.

Nesse sentido, é necessário repensar algumas ideais que predominam sobre o significado da avaliação em Matemática; é preciso a verificação da compreensão dos conceitos, do desenvolvimento de atitudes e procedimentos, e até mesmo da criatividade dos alunos nas soluções buscando aplicar sua capacidade e competência que lhes são exigidas no enfrentamento de situações-problema a serem resolvidas, com vista ao reconhecimento do professor na evolução dos alunos na sala de aula.

Dessa forma, a avaliação também precisa fornecer ao professor informações de como está ocorrendo a aprendizagem como: os conhecimentos construídos, os raciocínios desenvolvidos, os hábitos, as crenças e os valores incorporados, o domínio de estratégias que possam propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos, mesmo que consolidados parcialmente.

Assim, ao ensinar Matemática, nessa concepção, a aplicação dos problemas é importante não somente como propósito de se aprender Matemática, mas, também, como primeiro passo para a aprendizagem. Desse modo, o problema passa a ser olhado como um agente que pode desencadear um processo de construção do conhecimento.

Nos últimos anos, a forma de se trabalhar com problemas matemáticos tem passado por um processo de mudanças levando a novas formas de trabalho em sala de aula. Nessa metodologia Allevato e Onuchic (2014) sugerem que, com o intuito de viabilizar a realização do ensino, da aprendizagem e da avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas em sala de aula, as atividades sejam encaminhadas seguindo as dez etapas (passos) indicadas por elas juntamente com o GTERP, com o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino e a aprendizagem devem ocorrer em conjunto durante a construção do conhecimento,

---

[10] Não é interesse e nem o objetivo deste trabalho apresentar teorias que venham tratar de conhecimentos.

tendo o professor e alunos como agentes ativamente participativos como co-construtores desse conhecimento através da Resolução de Problemas.

O primeiro passo é o momento em que o professor planeja a atividade desejada para se trabalhar em sala de aula, elaborando um problema chamado de problema gerador, sem perder o foco que é a realidade do aluno e a sua meta. Deve sempre procurar elaborar atividade que desperte a curiosidade do estudante, levando a aprendizagem do conteúdo planejado. Assim, ao ser entregue o problema, no segundo passo, o professor deve orientar cada aluno a fazer a leitura do problema proposto, sem esquecer que a maioria dos alunos tem dificuldade na interpretação de texto, para isso, é importante dar mais atenção a essa leitura. Após esta leitura, a classe pode ser dividia em pequenos grupos de alunos, para que a leitura seja feita com toda a classe, para a aplicação do terceiro passo.

Ao entrar no quarto passo, os alunos poderão utilizar seus conhecimentos prévios e as técnicas que escolherem, para o desenvolvimento de processos e conceitos, usando as habilidades que possuem, para seguir o caminho que acharem mais adequada para a solução, e o professor pode observar o processo de compartilhamento entre eles estimulando sua cooperação e a importância de se trabalhar em grupo. Para o quinto passo, o professor não pode e nem deve dizer como a aluno pode resolver o problema, mas orientar e incentivar a sua resolução. O professor será apenas o mediador, circulando pela sala, levantando questões que orientem os alunos mostrando-lhe que eles podem utilizar métodos diferentes para a solução do problema, sempre incentivando-os e estimulando-os quando sentirem dificuldades.

Após a resolução, para a aplicação do sexto passo, o professor convida os alunos a colocarem na lousa os resultados obtidos pelo grupo, para que sejam feitas comparações e discussões. É importante que todas as resoluções sejam escritas mesmo que estas estejam erradas. Dessa forma, ao concluírem o painel de soluções, passa-se ao sétimo passo, no qual cada grupo irá explicar a toda a sala sua resolução, o que levou a resolver daquele modo e o porquê daquela resolução. Neste momento, o professor deve intermediar e fazer questionamentos, promover reflexões sobre o que foi colocado, tomando cuidado para que a discussão na assembleia ocorra de maneira tranquila. No oitavo passo, o professor, juntamente com a classe, deve buscar o consenso para determinar qual resolução eles acham que está certa e analisar o porquê. Poderão aparecer diferentes posições, mas se a discussão for bem encaminhada o consenso será rápido.

O nono e penúltimo passo, é o momento em que o professor retomará o protagonismo da atividade em parceria com os alunos, desenvolvendo, formalmente, o conteúdo matemático previsto para a aula, apresentando a teoria e relacionando-a com o problema que foi resolvido.

Neste momento é que acontece a construção do conhecimento através da Resolução de Problemas, fazendo sentido para o aluno, Adentrando no décimo e último passo, o professor deverá propor novos problemas geradores, analisando se o aluno compreendeu os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido na aula e consolidar a aprendizagem construída nos passos anteriores, aprofundando e ampliando as compreensões acerca do conteúdo ou tópico matemático.

Assim, apresento a seguir um quadro resumo dos dez passos do processo de Resolução de Problemas para o Ensino-Aprendizagem-Avaliação em sala de aula baseado no trabalho de Onuchice Allevato (2014).

Quadro 4 – Fases do Processo de Resolução de Problemas segundo Onuchic e Allevato (Continua)

	PROPOSIÇÃO DO PROBLEMA	
Primeiro	É preciso preparar o problema.	Selecionar um problema visando à construção de um novo assunto. Esse será o problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo necessário para sua resolução ainda não foi trabalhado em sala de aula.
	LEITURA INDIVIDUAL	
Segundo	Apresentar o problema na escrita.	Ao apresentar o problema, solicitar que seja feita sua leitura.
	LEITURA EM CONJUNTO	
Terceiro	Formar pequenos grupos.	Solicitar que seja feito uma nova leitura do problema, agora em grupo, para que possam compreendê-lo.
	RESOLUÇÃO DO PROBEMA	
Quarto	Pedir que dê início à resolução do problema.	Em grupos, os alunos devem buscar resolver o problema.
	OBSERVAR E INCENTIVAR	
Quinto	O professor deve apenas observa os grupos.	O professor omite-se da tarefa de transmissor do conhecimento; ele dará tempo e oportunidade para que os alunos pensem, incentivando a troca de ideias entre eles.
	REGISTRO DAS RESOLUÇÕES NA LOUSA	
Sexto	Os representantes dos grupos são convidados a ir à frente da lousa.	Solicitar a cada representante do grupo que apresente na lousa a sua resolução ao problema.

Quadro 4 – Fases do Processo de Resolução de Problemas segundo Onuchic e Allevato

(Conclusão)

PROPOSIÇÃO DO PROBLEMA		
	PLENÁRIA	
Sétimo	Mediar um debate sobre as soluções apresentadas.	O professor chama todos os alunos para discutirem as soluções realizadas pelos colegas.
	BUSCA DE CONSENSO	
Oitavo	Buscar um consenso para as soluções apresentadas.	Depois de sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado.
	FORMALIZAÇÃO DO CONTEÚDO	
Nono	Apresentação formal do conteúdo	O professor deve apresentar formalmente o conteúdo matemático envolvido no problema para a turma.
	PROPOSIÇÃO E RESOLUÇÃO DE NOVOS PROBLEMAS	
Décimo	Propor e resolver novos problemas	O professor após a formalização do conteúdo estudado, deverá objetivar uma avaliação continua, propondo novos problemas relacionados ao problema gerador. Os quais possibilitem a compreensão essencial do conteúdo matemático introduzido.

Fonte: quadro elaborado a partir das ideias de Allevato e Onuchic (2014).

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas integra uma concepção mais atual, a qual leva em consideração três elementos que podem ocorrer simultaneamente: enquanto o professor ensina, o aluno aprende, e a avaliação é realizada por ambos. Inicialmente é proposto um problema gerador que será o ponto de partida e, através da resolução, realizada pelo aluno, inicialmente, será possível analisar e discutir os métodos empregados, as justificativas sobre sua resolução, buscando sempre a construção do conhecimento. O professor analisa os resultados obtidos pelos alunos e reorienta as práticas necessárias, se julgar oportuno. Por fim, os alunos poderão expor novamente suas concepções em relação ao problema resolvido e ao conteúdo matemático aprendido e até propor novos problemas relacionados ao conteúdo pretendido pelo professor naquela aula.

2.3 TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: CONCEITOS E RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Neste tópico, apresentarei um olhar sobre a Trigonometria no Triângulo Retângulo enquanto objeto matemático e suas relações com a sala de aula. Tais perspectivas se evidenciam a partir de um breve histórico introdutório sobre a abordagem da Trigonometria, seguida de alguns aspectos que caracterizam as razões trigonométricas na abordagem do Triângulo Retângulo, tais como: alguns conceitos e elementos relacionados com o Triângulo Retângulo; as relações existentes entre o seno, o cosseno, a tangente e a cotangente e as razões trigonométricas especiais.

Historicamente, segundo Boyer (1996), em sua publicação “Trigonometria e mensuração na Grécia” – traduzida por Elza F. Gomide, no livro História da Matemática –, a trigonometria, assim como outros ramos da Matemática, não foi obra de um homem só ou de uma nação apenas. Os antigos egípcios e babilônios já tinham conhecimento e usavam o teorema sobre as razões entre lados de triângulos semelhantes. No período pré-helênico foi sentido falta de conceitos de medida de ângulo; assim, “um tal estudo seria melhor chamado de “trilaterometria”, ou medida de polígonos de três lados (triláteros), do que “trigonometria”, a medida das partes de um triângulo”. (BOYER, 1996, p. 108). Porém tal estudo não surtiu efeito visto que a trigonometria permanece até nossos dias.

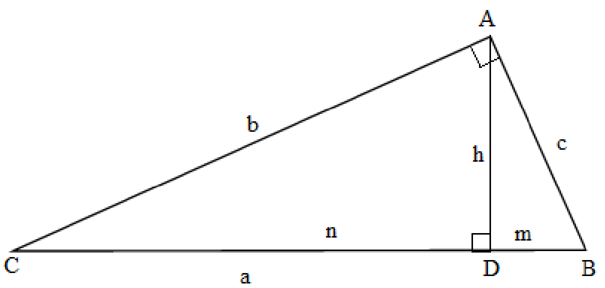
A Trigonometria surgiu no século V a.C., com o intuito de resolver problemas práticos proveniente das necessidades humanas. Para Huanca (2006), a trigonometria surgiu da necessidade do homem em resolver problemas específicos de Astronomia, Geodésia, Agrimensuras entre outros problemas que possam ser resolvidos através desse estudo, utilizando conceitos básicos da Matemática, ampliando as possibilidades de resolução de problemas mais complexos do que aqueles que utilizavam apenas as relações métricas dos triângulos retângulos, permitindo assim, relacionar as medidas de lados e de ângulos.

Durante o século XVIII, com Euler (1748), surge o Cálculo Infinitesimal e a Trigonometria passa a ter essa forma atual, como as noções de seno, do cosseno e da tangente. Assim, com a evolução de outras teorias, a Trigonometria tem desempenhado um papel de grande importância em diversas áreas, principalmente em Cálculo e Matemática Aplicada.

Segundo Facchini (2006), a palavra trigonometria é formada por três radicais gregos: *tri* = três, *gonos* = ângulos e *metron* = medir. Daí o seu significado: medida dos triângulos. Inicialmente, a trigonometria era considerada a parte da Matemática que tinha como objetivo o cálculo das medidas dos elementos de um triângulo, ou seja, lados e ângulos. A trigonometria tem hoje um enorme valor prático em variados campos, como Engenharia, Arquitetura, Agrimensura, navegação marítima ou navegação aérea e na astronomia. Mas ela também está presente em estudos de fenômenos da Física, da Medicina e da Eletrônica.

Dentro dos aspectos que envolvem a trigonometria, abordo as discussões sobre as razões trigonométricas no Triângulo Retângulo (todo triângulo que tem um de seus ângulos reto) com base nos estudos produzidos por Iezzi (2004), Dante (2005) e Facchini (2006). Assim, em todo triângulo retângulo, os lados que formam o ângulo reto são denominados de catetos; o lado oposto ao ângulo reto é chamado de hipotenusa; os ângulos agudos são complementares, pois, como a soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180º e, no caso do Triângulo Retângulo temos um destes ângulos como ângulo reto, logo, a soma das medidas dos ângulos agudos do triângulo retângulo é 90º. Os elementos que compõem um triângulo retângulo, conforme figura abaixo, são:

Figura 1 – Elementos do triângulo retângulo



- $\overline{BC}$ é a hipotenusa do triângulo ABC ou BCa sua medida;
- $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ são os catetos e c (ou AB[11]) e b (ou AC), são as medidas respectivamente;
- $\overline{AH}$ é a altura relativa à hipotenusa e h (ou AH), a sua medida;
- $\overline{BH}$ é a projeção ortogonal do cateto $\overline{AB}$ sobre a hipotenusa e m (ou BH), sua medida;
- $\overline{HC}$ é a projeção ortogonal do cateto $\overline{AC}$ sobre a hipotenusa e n (ou CH), sua medida;
- $B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$ e $A\hat{C}B$ são ângulos internos e $\hat{A}$, $\overline{B}$ e $\hat{C}$, respectivamente, suas medidas.

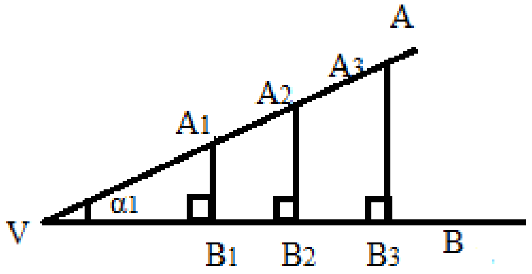
Segundo Dante (2005), um dos teoremas mais conhecidos da Matemática foi demonstrado pela Escola Pitagórica, criado pelo matemático grego Pitágoras de Samos (séc. VI a.C. que é o Teorema de Pitágoras. Este teorema estabelece uma relação entre as medidas dos lados de um Triângulo Retângulo, mostrando que: em todo triângulo retângulo, o quadrados da medida da hipotenusa é igual a soma dos quadrados das medidas dos catetos.

[11] AB simboliza a medida do segmento de extremos A e B.

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

Para as razões trigonométricas no triângulo retângulo, Segundo Facchini (2006), considere, inicialmente, o ângulo de medida α_1, da figura 2 a seguir, de vértice V e lados $\overline{VA}$ e $\overline{VB}$.

Figura 2 – Ângulo α_1 do triângulo AVB



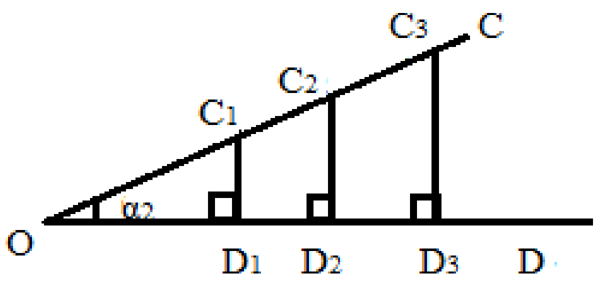
No lado $\overline{VB}$, considere pontos quaisquer B_1, B_2, B_3,... e os segmentos $\overline{A_1B_1}$, $\overline{A_2B_2}$, $\overline{A_3B_3}$, ..., perpendiculares a $\overline{VB}$. Os triângulos VA_1B_1, VA_2B_2, VA_3B_3,... são todos semelhantes[12]. Logo:

$$\boxed{\frac{A_1B_1}{VA_1} = \frac{A_2B_2}{VA_2} = \frac{A_3B_3}{VA_3} = \ldots = K_1}$$

Assim, para Facchini (2006), tendo estas igualdades, pode-se deduzir que os valores de k_1 não depende do triângulo retângulo escolhido. Ele é o mesmo para qualquer triângulo.

Considere, agora, o ângulo de medida α_2 com $\alpha_2 \neq \alpha_1$ da figura 3 a seguir, de vértice O e lados $\overline{OC}$ e $\overline{OD}$, e os triângulos OC_1D_1, OC_2D_2, OC_3D_3, ... , retângulos em D_1, D_2, D_3,..., todos semelhantes.

Figura 3 – Ângulo α_2 do triângulo COD



[12] Dois triângulos são semelhantes se, e somente se, possuírem os três ângulos ordenadamente congruentes, e os lados homólogos proporcionais. (DANTE, 2005, p. 127).

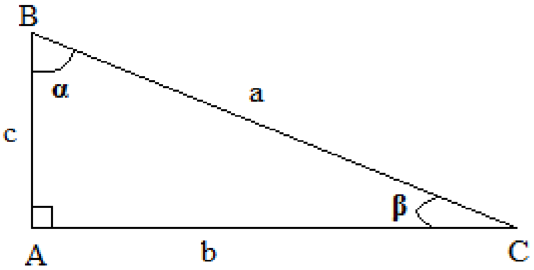
Assim, pode-se escrever:

$$\frac{C_1D_1}{OC_1} = \frac{C_2D_2}{OC_2} = \frac{C_3D_3}{OC_3} = \ldots = K_2, K_2 \neq K_1$$

Embora tenham sido usados os mesmos processos para calcular os valores de k_1 e k_2, foi encontrado $k_1 \neq k_2$. A diferença entre as figuras 2 e 3 está em $\alpha_1 \neq \alpha_2$. Daí pode-se concluir que o valor da constante k, razão entre a medida do cateto oposto e a medida da hipotenusa de cada Triângulo Retângulo, depende somente da medida do ângulo considerado.

Em qualquer situação, a razão k é uma característica de cada ângulo α, e seu valor é chamado de seno do ângulo α (sen α). Assim, tem-se a ideia de seno no triângulo ABC.

Figura 4 – Triângulo retângulo



$$\text{sen } \propto = \frac{\text{medida do cateto oposto a} \propto}{\text{medida da hipotenusa}} \text{ ou sen } \propto = \frac{AC}{BC} = \frac{b}{a}$$

Podemos definir outras razões entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo cujos valores dependem somente da medida do ângulo considerado, utilizando o mesmo procedimento usado para o seno.

Análogo a ideia do seno, a ideia do cosseno do ângulo α (cos α) é a razão entre a medida do cateto adjacente a α e a medida da hipotenusa.

$$\cos \propto = \frac{\text{medida do cateto adjacente a} \propto}{\text{medida da hipotenusa a} \propto} \text{ ou } \cos \propto = \frac{AB}{BC} = \frac{c}{a}$$

A tangente do ângulo α (tg α) é a razão entre a medida do cateto oposto a α e a medida do cateto adjacente a α.

$$\text{tg} \propto = \frac{\text{medida do cateto oposto a} \propto}{\text{medida do cateto adjacente a} \propto} \quad \text{ou} \quad \text{tg} \propto = \frac{\text{AC}}{\text{AB}} = \frac{\text{b}}{\text{c}}$$

A cotangente do ângulo α (cotg α) é a razão entre a medida do cateto adjacente a α e a medida do cateto oposto a α, ou seja, a cotangente de α é o inverso da tangente de α.

$$cotg \propto = \frac{medida\ do\ cateto\ adjacente\ a \propto}{medida\ do\ cateto\ oposto\ a \propto} \quad ou \quad cotg \propto = \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b}$$

Aqui, descrevo as relações que envolvem seno, cosseno e tangente de ângulos agudos. No triângulo retângulo ABC reto em A (Figura 4), em que α é a medida de $\widehat{B}$e β é a medida de $\hat{C}$, tem-se:

$$\text{sen} \propto = \frac{\text{b}}{\text{a}}; \quad \cos \propto = \frac{\text{b}}{\text{a}}$$

$$\text{tg} \propto = \frac{\text{b}}{\text{c}}; \ \text{cotg} \ \propto = \frac{\text{c}}{\text{b}}$$

Então:

$$\text{a} \,.\, \text{sen} \ \propto = \text{b} \ \text{ e } \ \text{a} \,.\, \cos \beta = \text{c}$$

De acordo com as relações acima, podemos demonstrar através do teorema de Pitágoras ($b^2 + c^2 = a^2$), a relação fundamental entre o seno e o cosseno de um ângulo agudo do triângulo retângulo.

$$\text{b}^2 + \text{c}^2 = \text{a}^2$$

$$(\text{a} \,.\, \text{sen} \propto)^2 + (\text{a} \,.\, \cos \propto)^2 = \text{a}^2$$

$$\text{a}^2 \,.\, \text{sen}^2 \propto + \text{a}^2 \,.\, \cos^2 \propto = \text{a}^2$$

Portanto, temos:

$$\text{sen}^2 \propto + \cos^2 \propto = 1$$

Das relações envolvendo o seno, o cosseno e a tangente, podemos ter outra relação como é o caso da tangente e cotangente de um ângulo agudo.

A relação tangente de α:

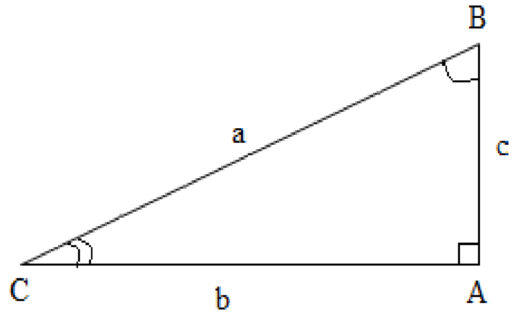
$$\text{tg} \propto = \frac{\text{b}}{\text{c}}, \text{ou seja}, \text{tg} \propto = \frac{\text{sen}\propto}{\cos\beta}$$

A relação cotangente de α é a relação inversa da tangente:

$$\text{cotg} \propto = \frac{1}{\text{tg} \propto} = \frac{1}{\frac{\text{sen}\propto}{\text{cos}\propto}} = 1.\frac{\cos \propto}{\text{sen} \propto} = \frac{\cos \propto}{\text{sen} \propto}, \text{ou seja, cotg} \propto = \frac{\cos \propto}{\text{sen} \propto}$$

Para seno, cosseno, tangente e cotangente dos ângulos complementares, considere a figura 5:

Figura 5 – Triângulo retângulo: ângulos complementares



Assim, $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$, $\hat{A} = 90°$ e $\hat{B} + \hat{C} = 90°$. Então, $\hat{B} = 90° - \hat{C}$ e $\hat{C} = 90° - \hat{B}$, podemos dizer que os ângulos agudos $\hat{B}$ e $\hat{C}$ são ângulos complementares. Dessa forma, pode-se observar que o seno de um ângulo é igual ao cosseno do seu complemento. O cosseno de um ângulo é igual ao seno do seu complemento.

$$\left.\begin{array}{r} \text{sen}\,\hat{B} = \frac{b}{a} \\ \cos\hat{C} = \frac{b}{a} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{sen}\hat{B} = \cos\hat{C}$$

$$\left.\begin{array}{r} \text{sen}\,\hat{C} = \frac{c}{a} \\ \cos\hat{B} = \frac{c}{a} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{sen}\,\hat{C} = \cos\hat{B}$$

$$\left.\begin{array}{r} \text{tg}\,\hat{B} = \frac{b}{c} \\ \text{cotg}\,\hat{C} = \frac{b}{c} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{tg}\,\hat{B} = \text{cotg}\,\hat{C} \text{ ou } \text{tg}\,\hat{B} = \frac{1}{\text{tg}\,\hat{C}}$$

$$\left.\begin{array}{r} \text{tg}\,\hat{C} = \frac{c}{b} \\ \text{cotg}\,\hat{B} = \frac{c}{b} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{tg}\,\hat{C} = \text{cotg}\,\hat{B} \text{ ou } \text{tg}\,\hat{C} = \frac{1}{\text{tg}\,\hat{B}}$$

Dessa forma, apresento no quadro 5, a seguir, um resumo sobre as relações trigonométricas do triângulo retângulo:

Quadro 5 – Quadro-resumo sobre triângulo retângulo

Relação entre os lados (relação de Pitágoras): $a^2 = b^2 + c^2$

- Relação entre os ângulos: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$
- Relação entre lados e ângulos:

$$\operatorname{sen}\hat{B} = \frac{b}{a} \qquad \cos\hat{B} = \frac{c}{a} \qquad \operatorname{tg}\hat{B} = \frac{b}{c} \qquad \operatorname{cotg}\hat{B} = \frac{c}{b}$$

$$\operatorname{sen}\hat{C} = \frac{c}{a} \qquad \cos\hat{C} = \frac{b}{a} \qquad \operatorname{tg}\hat{C} = \frac{c}{b} \qquad \operatorname{cotg}\hat{C} = \frac{b}{c}$$

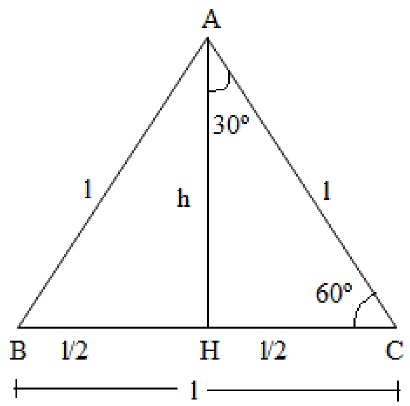
- Relação entre seno, cosseno, tangente e cotangente dos ângulos agudos:

$$\begin{matrix} \operatorname{sen}^2\hat{B} + \cos^2\hat{B} = 1 & \operatorname{tg}\hat{B} = \frac{\operatorname{sen}\hat{B}}{\cos\hat{B}} & \operatorname{cotg}\hat{B} = \frac{\cos\hat{B}}{\operatorname{sen}\hat{B}} \\ \operatorname{sen}^2\hat{C} + \cos^2\hat{C} = 1 & \operatorname{tg}\hat{C} = \frac{\operatorname{sen}\hat{C}}{\cos\hat{C}} & \operatorname{cotg}\hat{C} = \frac{\cos\hat{C}}{\operatorname{sen}\hat{C}} \end{matrix} \quad \left.\begin{matrix} \operatorname{sen}\hat{B} = \cos\hat{C} \\ \operatorname{sen}\hat{C} = \cos\hat{B} \end{matrix}\right\} \text{Pois } \hat{B} + \hat{C} = 90°.$$

Fonte: Dante (2003).

Para concluir este estudo sobre a Trigonometria no Triângulo Retângulo, abordarei um pouco sobre os ângulos ditos especiais, ou seja, os ângulos notáveis, que são os ângulos de 30º, 45º e 60º, que aparecem com frequência nos cálculos com problemas que envolvem a Trigonometria. O cálculo do seno, cosseno, tangente e cotangente pode ser feito utilizando, como base, o triângulo equilátero da figura 6, para os ângulos de 30º e 60º.

Figura 6 – Triângulo equilátero



- No triângulo equilátero cada ângulo interno mede 60º;
- $\overline{AH}$ é a bissetriz de $B\hat{A}C$;

- $\overline{\text{AH}}$ é a mediana relativa ao lado $\overline{BC}$, é também a altura do triângulo ABC relativo ao lado BC e H que é ponto médio de $\overline{BC}$;
- A medida h da altura é $h = \frac{\text{l}\sqrt{3}}{2}$.

  A fórmula da altura h do triângulo equilátero é encontrada pelo teorema de Pitágoras:

$$\text{a}^2 = \text{b}^2 + \text{c}^2 \Rightarrow \text{l}^2 = \left(\frac{\text{l}}{2}\right)^2 + \text{h}^2 \Rightarrow \text{h}^2 = \text{l}^2 - \frac{\text{l}^2}{4} = \frac{4\text{l}^2 - \text{l}^2}{4}$$

$$\text{h}^2 = \frac{3\text{l}^2}{4} \Rightarrow \text{h} = \sqrt{\frac{3\text{l}^2}{4}} \Rightarrow \text{h} = \frac{\text{l}\sqrt{3}}{2}$$

A seguir demonstro como são encontrados os valores dos ângulos notáveis:

- Do ângulo de 30°

$$\text{sen}30° = \frac{\text{c.o}}{\text{hip}} = \frac{\frac{\text{l}}{2}}{\text{l}} = \frac{\text{l}}{2} \cdot \frac{1}{\text{l}} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30° = \frac{\text{c.a}}{\text{hip}} = \frac{\text{h}}{\text{l}} = \frac{\frac{\text{l}\sqrt{3}}{2}}{\text{l}} = \frac{\text{l}\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\text{l}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg}30° = \frac{\text{c.o}}{\text{c.a}} = \frac{\frac{\text{l}}{2}}{\text{h}} = \frac{\frac{\text{l}}{2}}{\frac{\text{l}\sqrt{3}}{2}} = \frac{\text{l}}{2} \cdot \frac{2}{\text{l}\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{cotg}30° = \frac{\text{c.a}}{\text{c.o}} = \frac{\text{h}}{\frac{\text{l}}{2}} = \frac{\frac{\text{l}\sqrt{3}}{2}}{\frac{\text{l}}{2}} = \frac{\text{l}\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\text{l}} = \sqrt{3}$$

- Do ângulo de 60°

$$\text{sen}60° = \frac{\text{c.o}}{\text{hip}} = \frac{\text{h}}{\text{l}} = \frac{\frac{\text{l}\sqrt{3}}{2}}{\text{l}} = \frac{\text{l}\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\text{l}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

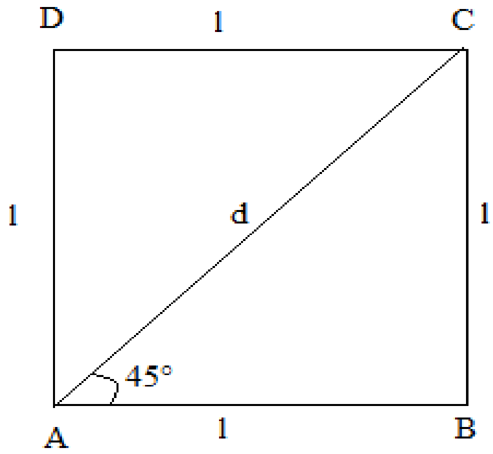
$$\cos 60° = \frac{\text{c.a}}{\text{hip}} = \frac{\frac{\text{l}}{2}}{\text{l}} = \frac{\text{l}}{2} \cdot \frac{1}{\text{l}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg}60° = \frac{\text{c.o}}{\text{c.a}} = \frac{\text{h}}{\frac{\text{l}}{2}} = \frac{\frac{\text{l}\sqrt{3}}{2}}{\frac{\text{l}}{2}} = \frac{\text{l}\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\text{l}} = \sqrt{3}$$

$$\text{cotg}60° = \frac{\text{c.a}}{\text{c.o}} = \frac{\frac{\text{l}}{2}}{\text{h}} = \frac{\frac{\text{l}}{2}}{\frac{\text{l}\sqrt{3}}{2}} = \frac{\text{l}}{2} \cdot \frac{2}{\text{l}\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Para o cálculo das razões trigonométricas para o ângulo de 45°, vamos considerar um quadrado ABCD, conforme figura a seguir:

Figura 7 – Quadrado ABCD



Vamos considerar o triângulo ABC, retângulo em $\widehat{B}$, onde a diagonal forma 45° com os lados, e sua medida d é encontrada com a utilização do Teorema de Pitágoras $a^2 = b^2 + c^2$.

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow d^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow d^2 = 2l^2 = d = \sqrt{2l^2} \Rightarrow d = l\sqrt{2}$$

Para o seno, o cosseno, a tangente e a cotangente do ângulo de 45°, temos:

$$\text{sen}45° = \frac{\text{c.o}}{\text{hip}} = \frac{l}{d} = \frac{l}{l\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos45° = \frac{\text{c.a}}{\text{hip}} = \frac{l}{d} = \frac{l}{l\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{tg}45° = \frac{\text{c.o}}{\text{c.a}} = \frac{l}{l} = 1$$

$$\text{cotg}45° = \frac{\text{c.a}}{\text{c.o}} = \frac{l}{l} = 1$$

Os valores referentes aos ângulos notáveis estão representados no quadro 6, logo abaixo.

Quadro 6 – Ângulos notáveis

Razão \ Ângulo	30º	45º	60º
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
Cotangente	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Fonte: Iezzi (2004).

2.4 A MINHA PESQUISASITUADA NOS TRABALHOS MAPEADOS

Nesta seção, inspirado na discussão de Allevato (2005), que diz que o pesquisador deverá procurar conhecer publicações de pesquisas já desenvolvidas que estejam relacionadas com o seu tema, devendo conhecer o que pensam os outros pesquisadores, suas ideias e as concepções teóricas da pesquisa, para poder identificar as lacunas do estudo analisado e como as ideias e concepções contidas poderão ampliar, explicar ou modificar o modelo preliminar de seu trabalho.

Desse modo, procurei conhecer as pesquisas já desenvolvidas no cenário da Educação Matemática e busquei relacioná-las com meu tema, pois conhecer o que os outros pesquisadores têm abordado sobre o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas me proporcionou um direcionar específico para o meu trabalho de pesquisa, situando o problema como o ponto de partida para o desenvolvimento da atividade de Matemática relacionada com Trigonometria no Triângulo Retângulo.

Tais reflexões deram à minha pesquisa as devidas aproximações e os necessários afastamentos aos trabalhos já produzidos. Metaforicamente, isto pode ser entendido como um efeito de *zoom*, estabelecendo os parâmetros necessários para a formalização da temática estudada. Para situar tais discussões, metodologicamente busquei, no banco de Teses e Dissertações da CAPES, os trabalhos de pesquisa produzidos nos últimos 5 anos, no período de junho de 2011 a junho de 2015, usando como descritores, de forma associada e interrelacionada, as palavras-chave que compõem o meu trabalho de pesquisa, a saber: Resolução de Problemas; Ensino-Aprendizagem-Avaliação; Trigonometria do Triângulo Retângulo.

Nesse ínterim, foram encontrados 15 trabalhos acadêmicos, assim descritos: 12 dissertações de mestrado, sendo sete em nível acadêmico e cinco em nível profissional, e três teses de doutorado. Embora eu tenha colocado como descritores as palavras-chave de meu trabalho de pesquisa de forma associada, muitas vezes o aparecimento de trabalhos relacionados estava ligados a uma das perspectivas teóricas abordadas, ou seja, ou se relacionava à resolução de problemas, ou ao ensino-aprendizagem-avaliação ou à Trigonometria no Triângulo Retângulo, respectivamente, de maneira pontual e localizada.

A partir deste levantamento pude concluir que apesar de existirem estudos sobre a Resolução de Problemas, poucos são aqueles que discutem esta perspectiva como uma metodologia de ensino no currículo de Matemática da Educação Básica e menos ainda aqueles que a situam de forma relacionada com o objeto matemático da Trigonometria do Triângulo Retângulo. Com vistas a resolver estas questões, debrucei-me sobre os resumos de tais estudos, buscando localizar suas inter-relações com meu trabalho de pesquisa. Neste aprofundamento teórico-metodológico, delimitei este universo para cinco trabalhos, sendo quatro dissertações de mestrado acadêmico e uma tese de doutorado, os quais, mesmo abordando singularidades, em linhas gerais, convergem para uma mudança na prática dos professores e nos currículos de Matemática, de modo a incentivar os alunos em sua aprendizagem.

O primeiro trabalho mapeado foi o de Abdelmalack (2011), no qual são abordadas as dificuldades apresentadas pelos alunos no curso de Engenharia com a aprendizagem de derivadas. Nesse estudo, o objetivo principal foi o de averiguar como se realiza a aprendizagem de derivadas através da Resolução de Problemas. O autor utilizou como procedimentos metodológicos as observações, observações participantes e análise de documentos. A pesquisa foi desenvolvida em seis encontros com aplicação de problemas geradores de diversos conteúdos relacionados ao conceito de derivadas enfocando a importância da utilização de questões abertas, o que levou os alunos a formularem hipóteses e estabelecerem estratégias de Resolução de Problemas.

O meu trabalho de pesquisa se aproxima das discussões sugeridas pela autora, pois eu também abordo a perspectiva do trabalho metodológico com a Resolução de Problemas a partir de problemas geradores, vinculados à metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, os quais desencadearam o desenvolvimento da atividade matemática a partir do objeto matemático em estudo. Além deste aspecto, utilizo também a observação participante, enquanto técnica de produção de dados, já que meu trabalho se localiza numa discussão sobre a reflexão em relação a minha própria prática enquanto professor.

No entanto, meu trabalho ganha independência, diferenciando-se da perspectiva de Abdelmalack (2011), em ralação a alguns aspectos relevantes, tais como: o meu está direcionado para a Educação Básica, voltado, especificamente, para as discussões sobre a aprendizagem de Trigonometria no Triângulo Retângulo, na Educação Profissional Técnica de nível médio, na modalidade subsequente, enquanto que o trabalho estruturado pela autora se encarrega de discutir a aprendizagem de Derivadas na perspectiva da Educação Superior.

Dando continuidade a este mapeamento, a segunda pesquisa analisada foi a de Redling (2011), A pesquisadora aborda que atualmente a tendência das propostas educacionais é promover, aos alunos, a possibilidade de participar ativamente da construção do seu próprio conhecimento. Traz como objetivo principal desta pesquisa identificar e analisar a compreensão e a prática de professores de matemática no Ensino Fundamental II sob a metodologia de resolução de problemas e sua importância no processo de ensino-aprendizagem. A pesquisa foi desenvolvida por meio de observação, aplicação de questionário e entrevista com professores. Assim, para a autora, o Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de Problemas é concebido como uma metodologia alternativa que visa um trabalho centrado no aluno, no qual cada um desenvolve sua capacidade de aprendizagem autônoma.

Neste aspecto, a minha pesquisa se aproxima das discussões sugeridas pela autora, pois também abordo a perspectiva do trabalho metodológico com a Resolução de Problemas, a partir da construção de conhecimentos do próprio aluno. Quanto à metodologia, também temos uma aproximação, visto que ambos os trabalhos tratam do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática através da Resolução de Problemas. Para o desenvolvimento de sua pesquisa, utilizou assim como eu, a pesquisa qualitativa, fazendo uso das observações e entrevistas enquanto técnicas de produção de dados.

Porém, meu trabalho ganha independência, diferenciando-se da perspectiva produzida pela autora, pois o meu estudo está direcionado para os alunos da Educação Básica, voltado especificamente para as discussões sobre a aprendizagem de Trigonometria no Triângulo Retângulo, enquanto que o trabalho estruturado pela autora se encarrega de discutir não só a aprendizagem com foco no aluno, mas também na compreensão do professor de Matemática na perspectiva do Ensino Fundamental II, embora não deixe explicito qual o objeto matemático trabalhado com estes professores.

Por conseguinte, Puti (2011), em seu trabalho de pesquisa, aborda como fenômeno de interesse, o Ensino-Aprendizagem de Equações Polinomiais do 2º grau, trazendo como objetivo analisar o ensino-aprendizagem de equações polinomiais do 2° grau. Neste trabalho, a autora apoia a sua pesquisa em três eixos norteadores: a Álgebra Escolar, a Produção de Significados e a Resolução de Problemas, em que foi criado um projeto de Ensino-Aprendizagem-Avaliação para se trabalhar as equações polinomiais do 2º grau, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na qual os alunos devem ser co-construtores do seu próprio conhecimento durante o processo da resolução de problemas proposto, levando-os à construção de novos conceitos, conteúdos e técnicas operatórias matemáticos. Para coletas de dados, foi utilizada a observação participante, registros de trabalhos de alunos em diferentes momentos; e para análise de dados foram utilizadas as atividades produzidas pelos alunos em sala de aula.

O meu trabalho de pesquisa tem aproximação com as discussões sugeridas pela autora, pois, também abordo a perspectiva metodológica com a Resolução de Problemas a partir de problemas geradores. Nossos trabalhos estão vinculados à metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, os quais desencadearam o desenvolvimento da atividade matemática, a partir do objeto matemático em estudo; além deste aspecto, a autora utiliza também a observação participante enquanto técnica de produção de dados. Quanto à análise de dados, os trabalhos se aproximam a partir de registros produzidos pelos alunos durante a resolução das atividades com os problemas geradores.

Este é um dos trabalhos, dentre os pesquisados, que mais se aproximou da minha proposta de pesquisa, diferenciando-se apenas a partir do objeto matemático trabalhado, haja visto que as equações polinomiais do 2º grau foram desenvolvidas no contexto dos anos finais do Ensino Fundamental, e meu objeto matemático foi trabalhado para uma turma da Educação Profissional Técnica de Nível Médio, modalidade subsequente.

Nesse ínterim, o quarto trabalho mapeado refere-se à pesquisa de Rossi (2012). Ela aborda as dificuldades existentes na aprendizagem dos alunos a respeito da conexão entre Integral Indefinida e Equações Diferenciais, trazendo como objetivo investigar como se realiza a aprendizagem das Equações Diferenciais através da Resolução de Problemas como aplicação da Integral Indefinida. A autora emprega em seu trabalho de pesquisa a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas, a qual leva o aluno a aprender Matemática resolvendo problemas. Os procedimentos metodológicos aplicados foram a pesquisa participante, a observação participante e a análise documental. Assim, durante sua pesquisa a autora percebeu que a aprendizagem aconteceu de forma clara e expressiva, tornando os alunos mais criteriosos e proporcionando uma confiança na sua aprendizagem. Esta pesquisa foi realizada com alunos de um curso superior de uma disciplina intitulada Métodos de Cálculo II.

O meu trabalho de pesquisa se aproxima das discussões sugeridas por Rossi (2012), pois eu também abordo como perspectiva metodológica a Resolução de Problemas a partir de problemas geradores propostos, vinculados à metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Além deste aspecto, utilizo em meu trabalho, como técnica de produção de dados, a observação participante e análise documental, que foram utilizadas a partir de documentos produzidos pelos alunos nas atividades realizadas em sala de aula. Dessa forma, meu trabalho se localiza numa reflexão em relação a minha própria prática enquanto professor-pesquisador

No entanto, o meu trabalho ganha independência, pois o meu objeto matemático de estudo está relacionado a uma perspectiva diferente da apresentada pela autora, além das pesquisas serem realidades em modalidades de ensino diferentes, a saber: o meu trabalho está vinculado à Educação Básica, e o trabalho da autora envolve a Educação Superior.

Por fim, o quinto trabalho de pesquisa mapeado foi o de Azevedo (2014), o qual diferentemente dos anteriores, constitui-se uma tese de doutoramento, com abordagem de interesse pela formação inicial de Professores de Matemática. Traz como objetivo investigar suas contribuições no extenso campo de saberes necessários aos Professores de Matemática. A fim de alcançar seu objetivo, foram elaborados dois projetos aplicados simultaneamente em duas disciplinas intituladas *Tendências em Educação Matemática II* e *Seminário de Práticas Educativas VI* para alunos do 6º semestre de um Curso de Licenciatura em Matemática. Para a aplicação desses dois projetos foi utilizado a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, sendo que no primeiro projeto os alunos tiveram a oportunidade de conhecer uma tendência atual e verificar de que modo poderiam melhorar sua formação como futuros professores que trabalham com problemas voltados a Educação Básica; e no segundo, os alunos pesquisaram sobre a forma de como aplicar essa metodologia em sala de aula. Assim, a autora considera a resolução de problemas como um potente caminho na formação inicial do professor de Matemática, buscando relacionar teoria e prática na aquisição do conhecimento matemático e dar sentido à Matemática que se trabalha em sala de aula.

Desse modo, meu trabalho de pesquisa se aproxima das discussões sugeridas por esta pesquisadora, pois em ambas as pesquisas abordamos como perspectiva teórico-metodológica o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através Resolução de Problemas. No entanto, estes trabalhos diferenciam-se do ponto de vista da trilha metodológica adotada, pois o trabalho de Azevedo (2014) vincula-se às discussões de Romberg (1992), enquanto que o meu emerge numa abordagem eminentemente qualitativa. Além desses aspectos, outro ponto de divergência está no público-alvo envolvido nas pesquisas: o meu está direcionado para alunos da Educação Básica, e o trabalho, acima descrito, se encarrega de discutir a aprendizagem referente à formação inicial de professores de Matemática, através de dois projetos aplicados em duas disciplinas do Curso de Licenciatura em Matemática.

3 AS TRILHAS DA PESQUISA: METODOLOGIA, INSTRUMENTOS E INTERLOCUTORES

> A metodologia é um instrumento extremamente útil e seguro para a gestação de uma postura amadurecida frente aos problemas científicos, políticos e filosóficos que nossa educação universitária enfrenta.
>
> SEVERINO (1996, p. 18)

Neste capítulo são apresentadas a abordagem e a discussão sobre a opção metodológica que delimita o processo de desenvolvimento desta pesquisa em Educação Matemática, tomando como referência a complexidade da temática pesquisada e a busca pela compreensão do objeto de estudo, especificamente em entender como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir com a construção de espaços de aprendizagem na Trigonometria no Triângulo Retângulo, configurando, assim, o objetivo principal desta pesquisa.

Estudos de Allevato (2005), Huanca (2006) e Souza (2010), sobre metodologia de pesquisa, vêm apontando algumas concepções, algumas crenças que, com efeito, somente a experiência e o tempo podem oferecer, ao pesquisador, uma relação entre o conjunto de informações e os princípios aprendidos durante os estudos metodológicos e o seu desenvolvimento.

Allevato (2005) aponta que, para se fazer pesquisa em Educação Matemática, é preciso buscar subsídios para configurar e conduzir o trabalho de investigação científica consistente. Desta forma, uma pesquisa científica pode produzir um conhecimento novo que seja relevante à comunidade científica. Tratando também da importância de subsídios para a realização do trabalho científico, Huanca (2006) afirma que a metodologia de pesquisa é de importância fundamental para o pesquisador, possibilitando a este tratar do assunto dentro de limites fixos, circunscrito, fazendo com que o pesquisador não enverede por caminhos que o afaste do seu tema. Nesta concepção, Souza (2010) diz que a utilização de uma metodologia de pesquisa adequada é fundamental pra todo o desenvolvimento do trabalho, servindo de guia para o pesquisador, pois os métodos escolhidos, de forma consciente, garantem a fidelidade e a qualidade da pesquisa. Na concepção dos autores, a escolha adequada da metodologia de pesquisa pode possibilitar ao pesquisador subsídios fundamentais para a condução do trabalho de investigação, podendo contribuir com ou na produção de um conhecimento novo, sem que haja um afastamento do tema abordado, e que seja relevante junto à comunidade científica.

Metodologicamente, a pesquisa em questão, se configura em uma investigação de cunho qualitativo. Para justificar esta opção, utilizei como base os pressupostos de Bogdan e Biklen (1994), entendendo que dentre os interesses que constam nesta pesquisa, ela é interpretativa, descritiva e interventiva, pois “o investigador faz uma interpretação dos dados, descreve os participantes e os locais, analisa os dados para configurar temas ou categorias e retira conclusões” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.16). Assim, através da descrição dos dados, dos participantes e da área da realização da pesquisa, estudos foram feitos para que houvesse melhor interpretação na retirada de conclusões sobre o tema abordado.

Desta forma, foram feitas algumas opções iniciais que serão discutidas nos seções seguintes, tomando resumidamente, como referência, a abordagem qualitativa e a natureza da pesquisa participante, enquanto opção metodológica, a intervenção realizada durante o processo da pesquisa, as técnicas de produção de dados qualitativos, e as respectivas fases da pesquisa; lembrando que estas fases não são lineares, elas são uma opção de sistematização para sua posterior análise, sempre associadas aos objetivos específicos e as intencionalidades gerais deste trabalho.

3.1 ABORDAGEM QUALITATIVA E A PESQUISA PARTICIPANTE ENQUANTO OPÇÕES METODOLÓGICAS

A natureza desta pesquisa é qualitativa, pois “a abordagem da investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para construir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 49). Portanto, a escolha do objeto de estudo depende da sensibilidade e da experiência do pesquisador para compreender situações detalhadas deste objeto, estabelecendo procedimentos e estratégias.

Desse modo, “o processo de condução de investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos [...]” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 51), e podem traduzir os dados abordados de forma que haja maior neutralidade possível nas informações das atividades, nos procedimentos e nas interações diárias dos pesquisadores. A condução da pesquisa se dá a partir das intervenções em que o pesquisador e os interlocutores dialogam numa perspectiva da neutralidade do pesquisador na busca de alcançar o objeto pesquisado.

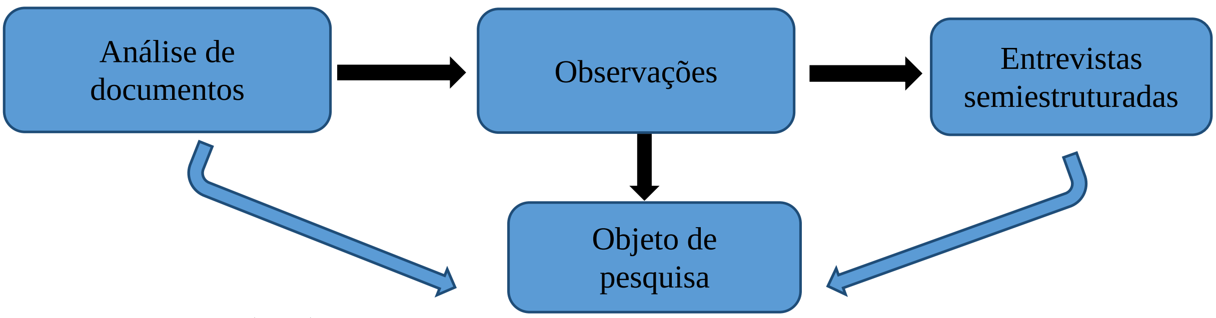
As pesquisas qualitativas em Educação Matemática abordam informações de forma mais descritivas e essas possuem cinco características importantes, conforme destaque a seguir:

> 1) [...] a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; 2) A investigação qualitativa é descritiva; 3) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; 4) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva e 5) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47-50)

Estas características descrevem a ligação direta entre o pesquisador, os dados da pesquisa e o seu ambiente, buscando dar mais ênfase ao processo do que aos resultados propriamente ditos, buscando retratar as ideias dos participantes. Desse modo, numa abordagem qualitativa os fatos e situações são analisados de maneira minuciosa durante toda a pesquisa, ligando o pesquisador ao ambiente e a situação a ser investigada.

Segundo Bicudo (2006), as pesquisas qualitativas englobam a ideia do subjetivo, passivo de expor sensações e opiniões. Desta forma, este tipo de pesquisa utiliza métodos que buscam juntar fatos sociais que possam ser descritos e interpretados por meio da análise de conteúdo através da análise de documentos, observações e entrevista semiestruturada ou questionários, a fim de alcançar o objeto da pesquisa, conforme mostra o esquema da figura a seguir.

Figura 8 – Esquema conceitual para abordagem qualitativa



Fonte: Santos (2011).

Deste esquema, depreende-se que, numa investigação de natureza qualitativa, a análise de documentos, as observações e as entrevistas semiestruturadas corroboram com as convergências específicas para um melhor delineamento das evidencias empíricas do objeto de estudo em questão, com destaque para as complexidades vividas neste processo de investigação.

Em consonância com o acima exposto, foi utilizada a pesquisa participante que é “[...] uma estratégia que envolve [...] não só a observação direta, mas todo um conjunto de técnicas metodológicas pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada” (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 28). Assim, o pesquisador participante busca, dentro de observações feitas com os membros do grupo pesquisado, um contexto que venha expressar a realidade, na necessidade de uma maior aproximação entre o pesquisador e os sujeitos da pesquisa.

Dentro dessa perspectiva, ao observar o grupo e interagir com seus membros, atuo não só como professor, mas também como pesquisador de minha própria prática docente, na busca de respostas junto às indagações acerca da resolução de problemas situados na Trigonometria no Triângulo Retângulo, meu objeto matemático.

A pesquisa participante "significa, de todos os modos, repulsa frontal da manipulação das comunidades, buscando produzir o saber por meio da análise coletiva e mantendo o controle nas mãos" (DEMO, 2004, p. 94). Diante deste pressuposto, a pesquisa participante combina coletivamente com a investigação social e tem o enfoque principal no papel do pesquisador dentro da situação investigada, integrando todos os momentos da pesquisa, com vistas a proporcionar ao pesquisador o conhecimento da realidade que irá estudar, desde a escolha do objeto de estudo, passando pela produção de dados, até a análise dos resultados.

Desse modo, na pesquisa participante, o pesquisador está integrado aos processos da investigação, não somente observando, mas também desempenhado, dentro da pesquisa, com seus interlocutores, uma possível relação de confiança entre pesquisador e pesquisados, podendo melhorar as condições de captação de informações necessárias. Logo, a pesquisa participante, de acordo com o que defende Demo (2004), une pesquisa com formação e ação, sob alguns postulados: potencialidade do grupo; participação do interessado; confrontação crítica com os resultados (retroalimentação); o técnico é educador; pesquisa e ação andam juntas; a população tem expectativas, recursos, reações.

Segundo este autor, a pesquisa participante pode ser focada na formação e ação com a potencialidade da comunidade, na busca de uma transformação social, em benefício dos participantes envolvidos e que vivenciam o trabalho realizado e aprimoram os conhecimentos numa expectativa de descobrir novos caminhos. Dessa forma, na pesquisa participante, a participação do interessado está voltada diretamente para o pesquisador.

Para isso, é importante a relação entre o pesquisador e o grupo pesquisado, interagindo, aprendendo, ensinando e direcionando para uma ação dinâmica entre teoria e prática. Demo (2004) afirma que a pesquisa participante se constrói no contexto em termo do relacionamento dialético adequado entre a teoria e a prática, onde o conhecimento pode se tornar útil, histórico e realizado se for prático.

Isto posto, optei por esta construção metodológica pela importância da minha participação como professor-pesquisador[13] junto ao objeto de estudo, buscando a própria prática, na perspectiva da dinâmica entre teoria e prática, a partir de um olhar investigativo do pesquisador como participante da pesquisa.

Na subseção que se segue há uma descrição do local onde foi realizada a pesquisa de campo, com seus devidos contornos e as demais justificativas metodológicas que se fizeram necessárias para a materialização dos estudos aqui apresentados.

3.1.1 Situando o local da pesquisa: a escola pesquisada

A pesquisa foi desenvolvida com alunos de uma turma do primeiro semestre do Curso de Agrimensura, da Educação Profissional Técnica de Nível Médio, na modalidade de Ensino Subsequente[14], de uma escola pública do interior da Bahia. A escolha por esta instituição de ensino está associada a três questões principais, a saber: a) a acessibilidade e receptividade da Direção para a realização da investigação; b) por ser professor da turma; e c) pela existência de poucas pesquisas em Educação Matemática realizadas neste ambiente de ensino, apesar de este se estruturar como uma escola de referência para a região.

Portanto, o local da pesquisa é uma instituição escolar que contém uma estrutura como salas de aula, salas de professores, laboratórios de informática, sala de desenho técnico, biblioteca, refeitório, setor administrativo, salas de coordenações, cantina, sala de convivência, campo de futebol, quadra esportiva, secretaria, setor de informática, auditório para 150 pessoas, consultório médico, consultório odontológico, plantações, área de pasto, criação de bovinos, almoxarifado, recursos tecnológicos, entre outras estruturas existentes. Em resumo, a estrutura física da escola está dividida em 49 setores, distribuídos em salas de aula, direção, secretaria, biblioteca, cantina, laboratórios e demais seções importantes para o funcionamento da escola, quantificadas conforme quadro 7, a seguir.

---

[13] "A concepção de Professor-pesquisador apresenta formas concretas de articulação, tendo a prática como ponto de partida e como finalidade, sem que isto signifique a supremacia prática sobre a teoria" (STEBAN; ZACCUR, 2002, p. 20).

[14] O Decreto nº 2.208/1997, revogado em 2004 pelo Decreto 5.154/2004, caracterizou a Educação Profissional em três níveis, a saber: "[...] *básico* (não formal e livre), *técnico* (habilitação de nível médio) e *tecnológico* (graduação de nível superior) [...]". A modalidade *subsequente*, desenvolvida "[...] após o ensino médio, quando este é pré-requisito de matrícula [...]" se apresenta como uma das formas de nível técnico com a articulação com o Ensino Médio. As demais formas se estruturam como a modalidade *integrada,* "[...] em curso na mesma instituição de ensino, com matrícula única pelo aluno e com ampliação de carga horária [...]", e a modalidade *concomitante* "[...] na mesma instituição ou em instituições distintas, com matrículas distintas, e com ou sem convênios de intercomplementaridade para o desenvolvimento de projetos pedagógicos unificados [...]" *(*REGATTIERI, CASTRO, 2009, p. 25-27).

Quadro 7 – Estrutura física da escola

Espaço Físico	Quantidade
Salas de aula	17
Laboratórios de Informática	03
Laboratório de Geomática[15]	02
Biblioteca	01
Secretaria	01
Consultório Médio/Dentista	02
Salas de coordenações	07
Salas de Professores	06
Sala diretores	02
Almoxarifado	01
Fábrica de Alimentos	01
Guarita	01
Logística	01
CTA	01
Sala da Assistência Social	01
Sala do Psicólogo	01

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa de campo.

Os sete cursos existentes na escola possuem Projeto Pedagógico, Plano de Cursos e Proposta Curricular. Nas observações e consultas feitas nesta instituição, foi constatado que existem 121 servidores; esses representam um número significativo de profissionais, em diversas áreas, distribuídos por cargos e funções, conforme quadro 8 a seguir:

Quadro 8 – Números de profissionais existentes na escola

(Continua)

Cargo ou Função	Números de profissionais
Diretor geral	01
Diretor de Ensino	01
Coordenador Geral de Ensino	01
Coordenador de Núcleo	05
Coordenador de Curso superior	02
Professor	43
Secretário escolar	01

[15] O Laboratório de Geomática é destinado à automação e processamento de softwares específicos utilizados nos componentes curriculares do curso de Agrimensura como: Auto CAD, Topográfic, leitura de GPS, TrackMaker, MPGEO2010, OSGeo4W, Google Eart, GRASS GIS, Quantum GIS, MSYS e LibreOffice.

Quadro 8 – Números de profissionais existentes na escola

(Conclusão)

Cargo ou Função	**Números de profissionais**
Auxiliar de secretaria	05
Bibliotecário/auxiliar	02
Setor Administrativo	34
Auxiliar de serviços gerais	12
Médico/Enfermeiro/Dentista	03
Segurança	06
Motorista	03
Psicólogo	01
Assistente social	01
Assistente de aluno	02

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa de campo.

Feitos os devidos contornos sobre as características da escola pesquisada e sobre o objeto matemático trabalhado (o estudo da Trigonometria no Triângulo Retângulo), a escolha da turma do primeiro semestre do Curso de Agrimensura foi feita pelo fato de os alunos desta turma constantemente fazerem uso dos equipamentos de medição e dados que estão relacionados aos conceitos trigonométricos.

Nas pesquisas sobre Resolução de Problemas, esta proposta é feita em um único encontro; mas, em função do grande número de alunos na turma, da especificidade de seu trabalho – pois estamos trabalhando com alunos da Educação Profissional Técnica de Nível Médio, na modalidade Subsequente ao ensino médio, que muitas vezes estão vendo este objeto matemático pela primeira vez –, e em função da disponibilidade de aulas empregadas na escola, foi preciso dividir os trabalhos da ação interventiva em três etapas, concretizadas em seis encontros, de duas horas-aulas de 50 min. cada, no período de 20 de maio a 12 de junho de 2015.

As etapas da atividade interventiva foram ministradas tomando como referência a proposta do Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, defendida por Onuchic e Allevato (2014), a partir dos dez passos[16], que serão mais detalhados na descrição da atividade de intervenção desenvolvida a seguir. Para tanto, foi elaborada uma atividade com

[16] Revisitando a descrição metodológica, as autoras utilizam a expressão *etapas*, em vez da expressão *passos*, para o trabalho com a resolução de problemas enquanto metodologia de ensino em Matemática. Aqui, para evitar uma incompreensão do leitor, e melhor sistematizar a escrita do meu texto, denomino como etapas os encontros realizados na minha ação interventiva e opto por chamar de passos a proposta metodológica descrita por Onuchic e Allevato (2014, p. 44-45), a saber: “(1) proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas.”

dois problemas geradores, na qual os alunos realizaram a resolução dos problemas, visando os objetivos de cada questão, sem perder o foco principal que é a Trigonometria no Triângulo Retângulo, objeto matemático abordado durante a pesquisa de campo.

A turma era formada por 40 alunos, com idade entre 17 a 53 anos, sendo apenas uma aluna menor de idade. Os sujeitos participantes da pesquisa não têm suas identificações reveladas de maneira nenhuma. Respeitando-se a ética na pesquisa realizada, os nomes citados no corpo do relatório são fictícios com o intuito de preservar os envolvidos no processo, desde a escola escolhida como lócus da pesquisa até os protagonistas do estudo, serão preservadas as suas identidades.

Para se trabalhar com essa turma foi feita a divisão em dois grupos, com 20 alunos cada um, os quais foram denominados de Grupo A (GA) e Grupo B (GB), para a primeira etapa do desenvolvimento da atividade de intervenção, a qual será relatada a seguir, adotando o mesmo critério estabelecido pela Coordenação de Curso, para o trabalho em componentes curriculares de aulas práticas[17]. Estes grupos foram subdivididos em grupos menores, aqui denominados de subgrupos, formados por quatro subgrupos com três alunos e dois subgrupos com quatro alunos, para melhor acompanhamento da dinâmica do trabalho da primeira etapa da intervenção. Para as demais etapas, trabalhei com toda a turma no desenvolvimento da pesquisa.

Antes de dar início à pesquisa de campo, foram expostos e explicados o seu título, as suas condições e os seus respectivos objetivos para que os alunos ficassem cientes do que realmente iria acontecer a fim de que eles pudessem afirmar, ou não, a sua participação. Com o apoio de todos os presentes, foram distribuídos o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (Apêndice D) e o Termo de Autorização de Imagem (TAI) (Apêndice F). No GB havia uma aluna menor de idade e, em função deste dado, foi entregue a ela o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) (Apêndice E) para que seus responsáveis pudessem assiná-lo. Após o recolhimento dos respectivos termos, assinados pelos alunos, deu-se início ao trabalho de pesquisa de campo.

Na próxima seção, encontra-se a proposta da atividade de intervenção, desenvolvida durante a pesquisa de campo.

[17] Neste caso, utilizei a mesma divisão feita pela coordenação do curso, na qual a turma é dividida em duas turmas: A e B. Neste procedimento, a turma é listada por ordem alfabética, condição para que fosse feita a sua divisão. No caso dessa turma, a divisão ficou assim: turma A, que aqui na pesquisa chamei de Grupo A, composta por 20 alunos, do primeiro até o vigésimo aluno; e a turma B, que chamei de Grupo B, composta por 20 alunos, do vigésimo primeiro até o quadragésimo aluno.

3.2 DESCRIÇÃO DA INTERVENÇÃO REALIZADA

Conforme assinalei na seção anterior, a atividade de intervenção foi elaborada com base na proposta metodológica de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, neste contexto,

> Embora ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática se constituam em elementos distintos, que não ocorrem necessariamente ao mesmo tempo ou como decorrência um do outro, o que se considera ideal é que ensino e aprendizagem se realizem, sim, integrados nas situações de sala de aula; com esse sentido é que, não raro, se emprega a expressão ensino-aprendizagem. Ocorre que, mais recentemente, também o conceito de avaliação começou a ser repensado e, a partir da compreensão da necessidade de adotar princípios de avaliação contínua e formativa, ela passou a ser incorporada mais ao desenvolvimento dos processos e menos ao julgamento dos resultados obtidos com esses processos. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 42-43).

Na concepção das autoras acima citadas, o ensino, a aprendizagem e a avaliação não acontecem obrigatoriamente ao mesmo tempo; mas, certamente, o ensino e a aprendizagem estão ligados diretamente ao contexto da sala de aula, numa ação conjunta entre professor e aluno, levando em consideração que a avaliação deve ser trabalhada a partir da compreensão do desenvolvimento do processo, preferencialmente adotando como princípio uma avaliação continua[18] e formativa.

Desse modo, Allevato e Onuchic (2014) enfatizam que o ensino, a aprendizagem e a avaliação podem ser trabalhadas numa dinâmica simultânea do conhecimento transmitido pelo professor e adquirido pelo aluno. Assim, o Ensino-Aprendizagem-Avaliação pode ser realizado durante a Resolução de Problemas, integrando, ao ensino, o acompanhamento do crescimento dos alunos, aumentando dessa forma a aprendizagem na sala de aula. Deste modo, o professor em sua prática passa a atuar como guia e mediador do processo.

Assim, na metodológica proposta por Allevato e Onuchic (2014), o problema é considerado como ponto de partida na orientação e organização para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos. Desse modo, a organização do problema gerador pode levar o professor a inserir novos procedimentos em seu trabalho em sala de aula para os alunos.

Nessa perspectiva de inserção é que foi elaborada a intervenção para se trabalhar com os alunos participantes da pesquisa, na busca de desenvolver os passos propostos na

---

[18] Segundo Villas Boas (2004, 2009), a avaliação formativa é uma avaliação integrada ao processo de ensino e aprendizagem que não se preocupa só com os resultados, mas também com os processos de construção da organização do trabalho pedagógico, os quais promovem a aprendizagem do aluno, do professor e o desenvolvimento da escola.

Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

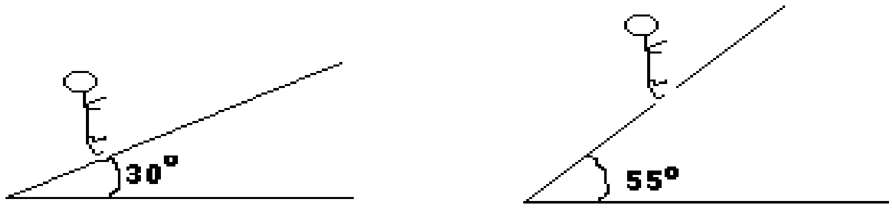
A intervenção teve três etapas. Estas etapas foram realizadas em seis encontros, de duas horas-aulas cada, totalizando 1h40min de atividade em cada encontro, perfazendo 12 aulas de 50min. Conforme foi relatado anteriormente, foi preciso fragmentar a turma para a realização da atividade interventiva, por conta das especificidades de onde realizei a pesquisa de campo. Cada etapa segue os "*passos*" propostos por Onuchic e Allevato (2014).

A primeira etapa envolveu quatro encontros no período de 20 de maio a 05 de junho de 2015, sendo dois encontros para trabalhar o problema 1, com o GA e o GB, e mais dois encontros para trabalhar o problema 2, com os respectivos grupos. É importante ressaltar que a subdivisão descrita aqui foi apenas para a realização do trabalho de pesquisa, pois a turma investigada tinha 40 alunos. Durante o desenvolvimento dos trabalhos, a dinâmica foi a mesma para o GA e o GB. Nesta etapa realizei os cinco primeiros "*passos*" da proposta metodológica defendida por Onuchic e Allevato (2014), conforme descrito anteriormente. Para ambos os grupos, o trabalho transcorreu da seguinte maneira:

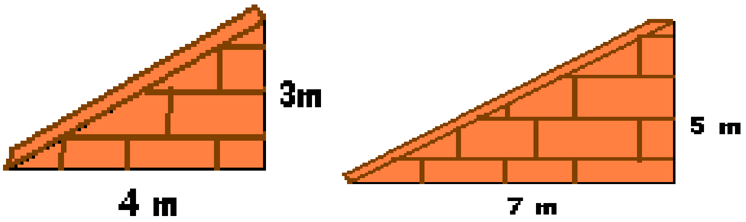
O primeiro passo foi *a proposição do problema*, uma ação exclusiva, empregada nesta pesquisa, como professor pesquisador. Nesta ação, foi elaborada uma atividade com dois problemas geradores, visando à construção do objeto matemático cuja elaboração se deu juntamente com os alunos – o estudo da Trigonometria no Triângulo Retângulo. Assim, para o primeiro encontro foi distribuída atividade impressa em papel A4 (apêndice G) para os alunos do problema 1 que foi chamado de P1, e do problema 2, chamado de P2 (apêndice H), conforme as respectivas figuras a seguir.

Figura 9 – Problema 1

Ao observar dois alunos que sobem dois tipos de ladeira que dá acesso à diretoria de ensino às salas de aulas do curso de Agrimensura, o professor que irá iniciar o conteúdo de Trigonometria esboça o desenho abaixo na lousa e faz o seguinte questionamento a seus alunos:



Pode-se dizer que a segunda ladeira é mais íngreme ou que tem aclive maior, pois seu ângulo de subida é maior (55º > 30º). Com base nesta afirmação e sem conhecer os ângulos de subida, como saber qual das duas ladeiras a seguir é a mais íngreme, conforme as figuras abaixo?



Fonte: Problema adaptado do livro de Dante (2005).

Ao elaborar essa questão, o Problema 1, a pretensão era a de que os alunos pudessem: a) Analisar as razões trigonométricas como uma relação que envolve os lados e o ângulo de um triângulo retângulo e b) explorar e relacionar as ideias de seno, cosseno e tangente, através da proporcionalidade dos valores decorrentes da semelhança de triângulos retângulos.

Figura 10 – Problema 2

Numa aula de campo, o professor de Matemática pediu aos estudantes de uma determinada turma que observassem um poste de iluminação, existente em frente ao pavilhão de salas de aula, a fim de que fosse feita uma atividade de trigonometria na aula de Matemática. Com o uso de um teodolito, de um ponto fixo, o professor observou e encontrou um ângulo de elevação, da base do aparelho até o topo do poste de 30º. Ao encontrar esse ângulo, pediu aos alunos que medisse a distância da base do teodolito até o poste, encontrando a medida de 21m. Levando em consideração a altura do aparelho do chão até a base correspondente a uma altura de 1,6m, qual é altura do poste? Como deveria ser feito o cálculo dessa altura?

Fonte: Problema elaborado pelo professor-pesquisador em maio de 2015.

Com a resolução do Problema 2 que teve como um dos objetivos explorar a Trigonometria no Triângulo Retângulo, através de situações problemas do cotidiano do aluno no curso Técnico em Agrimensura, utilizando razões métricas do Triângulo Retângulo, objetivou-se que os alunos pudessem: a) identificar simultaneamente as razões e as relações trigonométricas através da ideia do seno, do cosseno ou da tangente e b) realizar construções e interpretações de desenhos elaborados a partir da leitura do problema.

Para o início do segundo passo do problema proposto, intitulado *a leitura individual*, os alunos receberam a atividade, ainda não agrupados em seus respectivos subgrupos, e realizaram a leitura dos problemas P1 e P2, para a qual foi dado um tempo de dez minutos para a sua realização, respeitando a condição de leitura de cada aluno. Com essa leitura, o aluno manteve um contato direto com a linguagem matemática (particular do problema), possibilitando, assim, a sua reflexão sobre o enunciado da atividade, condicionando-o a desenvolver uma compreensão lógica da questão.

Para o terceiro passo, foi solicitado aos alunos que formassem os subgrupos para que a leitura fosse feita novamente em conjunto. No primeiro e segundo encontro, para o trabalho com GA e GB, compareceram 20 alunos em cada grupo, sendo formados quatro subgrupos com três componentes e dois subgrupos com quatro componentes para a resolução do P1. Já para o terceiro e quarto encontro, compareceram para GA 20 alunos, mantendo a mesma formação dos subgrupos do encontro anterior, e para GB compareceram apenas 12 alunos, formando apenas quatro subgrupos com três componentes.

Dessa forma, *a leitura em conjunto* foi uma ação entre o professor-pesquisador e os alunos, objetivando a discussão do problema. A leitura foi feita por um integrante de um dos subgrupos e, neste processo, eu, como professor-pesquisador, auxiliei os alunos na compreensão do problema, numa tentativa de sanar suas dúvidas referentes à passagem da linguagem materna para a linguagem matemática, com a intenção de que eles pudessem exercitar a expressão de ideias do problema, utilizando e aprimorando a linguagem matemática com clareza e coerência no entendimento da resolução do problema.

No quarto passo, que é *a resolução do problema*, esta ação foi, exclusivamente, desenvolvida pelos alunos. Foi sugerido que inicialmente a resolução fosse individual e que após cada um ter resolvido, ou tentado resolver, começassem a discutir entre eles sobre a resolução e solução do P1 e P2. O intuito desse movimento foi para que os subgrupos buscassem uma resolução única para o problema; solução essa que os conduzissem à construção dos conhecimentos prévios do conteúdo planejado. Nesse passo, além das discussões, as ações dos alunos foram voltadas à expressão escrita; eles utilizaram a linguagem matemática e/ou outros recursos como construção de desenhos e esquemas que conduziram a uma resolução.

No quinto e último passo desse encontro, que ocorreu paralelamente ao quarto passo, foi uma ação feita exclusivamente pelo professor-pesquisador/autor *observando e incentivando os alunos*, a fim de auxiliá-los na resolução do problema. No caso desta pesquisa, eu como pesquisador-professor da turma, assumi o papel de observador e incentivador e mediador dos alunos na resolução do P1 e P2.

Enquanto os subgrupos tentavam resolver o problema sugerido no encontro, circulei por entre os subgrupos, mas somente observando cada subgrupo individualmente. Quando surgia alguma dúvida, e os alunos não conseguiam chegar a um acordo, eram feitas as intervenções e observações necessárias que pudessem levá-los à utilização dos conhecimentos já adquiridos e das técnicas operatórias já conhecidas, de maneira que fossem auxiliados na troca de ideias e nas dificuldades, sem fornecimento de respostas prontas. Assim, o trabalho para a resolução de P1 e a resolução de P2 foi feita de maneira análoga, respeitando todos os cinco primeiros passos descritos acima.

A segunda etapa da proposta interventiva aconteceu no quinto encontro, no dia 09 de junho de 2015, com todos os alunos da turma reunidos, melhor dizendo, sem agrupá-los. Para esta etapa, foi necessária a utilização de um período de quatro aulas de 50min cada. Portanto, foi dado início aos trabalhos do quinto encontro com a realização simultânea do sexto, sétimo e oitavo passos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

O sexto passo, que foi *o registro das resoluções na lousa*, foi uma ação realizada exclusivamente pelos alunos. Para isso, foi solicitado de cada subgrupo um representante para que este fizesse o registro das resoluções de P1 e P2 na lousa. Primeiro foi proposto a resolução de P1, seja essa resolução certa, errada ou feita por diferentes processo e métodos, foi criado um painel de soluções elaborados pelos discentes. Após a conclusão do painel de P1, foi feito o mesmo para o registro das resoluções dos subgrupos para P2.

O sétimo passo foi *o da plenária*, realizado como uma ação conjunta entre o professor-pesquisador e os alunos participantes da pesquisa. Neste processo, os alunos puderam expressar e discutir as resoluções dos outros colegas, defendendo o ponto de vista do Subgrupo do qual participou. Cabe destacar a importância que o professor-pesquisador assume nesse percurso, procurando incentivar e estimular a participação dos alunos na exposição de suas ideias e de seu ponto de vista, comparando, discutindo as diferentes soluções e avaliando suas próprias resoluções de maneira a aprimorar sua escrita.

O oitavo passo, que foi *a busca do consenso*, foi uma ação elaborada conjuntamente entre o professor-pesquisador e os alunos participantes da pesquisa. Assim, este foi o momento em que ocorreu uma estreita relação entre professor-pesquisador e alunos na perspectiva de buscar e chegar a um consenso da resolução do P1 e também do P2, e aprimorar a apresentação escrita da resolução e do resultado correto. Este passo foi realizado com a intenção de aprimorar a leitura e a escrita matemática por parte dos alunos, a fim de que eles, após uma análise das respostas (de P1 e P2) e discussões acerca das respostas – com a intervenção do professor-pesquisador, construíssem conhecimento sobre a Trigonometria no Triângulo Retângulo através da Resolução de problemas.

A terceira e última etapa da intervenção foi realizada no dia 11 de junho de 2015; nesta etapa, também aconteceu o sexto encontro no qual foi aplicado os dois últimos passos da Metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para toda a turma, visto que são passos da formalização do conteúdo Trigonometria do Triângulo Retângulo e a proposição de novos problemas.

No nono passo, foi trabalhada *a formalização do conteúdo*, propriamente dito, uma ação do professor-pesquisador em conjunto com a turma pesquisada. Neste passo apresento e formalizo para os alunos da turma o conteúdo Trigonometria no Triângulo Retângulo, mantendo uma organização lógica e estruturada numa linguagem matemática do conteúdo, padronizando as definições, os conceitos, os princípios e os procedimentos que foram construídos nos passos anteriores através da resolução de problemas, com o destaque de diferentes técnicas operatórias. (Apêndice I)

O décimo passo corresponde *à proposição e resolução de novos problemas*, ação conjunta entre professor-pesquisador e os alunos da turma presente na aula. Dessa forma, nesta etapa que aconteceu após a formalização conteúdo Trigonometria no Triângulo Retângulo, foram propostas novas atividades com problemas que abordaram o conteúdo estudado, com o intuito de observar e analisar a real compreensão dos alunos quanto aos elementos essenciais e investigar, assim, se o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de problemas pode condicionar a construção de novos conhecimentos acerca do objeto matemático estudado. (Apêndice J)

Logo, na perspectiva da intervenção, foram realizados todos os passos necessários, os quais se configuram como condição para dar continuidade a esta pesquisa. Sendo assim, na seção seguinte estão descritas as etapas essenciais para a fundamentação e produção dos dados deste trabalho de pesquisa.

3.3 A PRODUÇÃO DE DADOS NA PESQUISA: A ANÁLISE DOCUMENTAL, AS OBSERVAÇÕES PARTICIPANTES E AS ENTREVISTAS SEMIESTRUTURADAS

Para o desenvolvimento da presente pesquisa, houve a necessidade de escolher alguns procedimentos e alguns instrumentos que foram utilizados para a produção de dados e informações inerentes à investigação. Para tanto, três técnicas foram utilizadas na produção de dados: análise documental, observação participante e entrevista semiestruturada. Na subseção que se segue, encontra-se a abordagem dos procedimentos e instrumentos utilizados para a produção de informações.

3.3.1 Procedimentos e Instrumentos de Produção de Informações

A escolha dos procedimentos e instrumentos de produção de informações é uma tarefa que exige do pesquisador um cuidado no processo de composição da pesquisa. No presente estudo, destaca-se um conjunto de técnicas associadas à abordagem qualitativa, dentre as quais há ênfase para a análise documental, a observação participante e a entrevista semiestruturada, enfatizando, especificamente, como cada uma delas contribuiu para a pesquisa realizada.

A análise documental é uma técnica bastante utilizada em pesquisas qualitativas, conforme Lüdke e André (1986), pois revela novos problemas que podem ser explorados por outros métodos, complementa informações obtidas por outras técnicas e é uma rica fonte de dados, podendo ser mantida ao longo dos anos para novas e futuras pesquisas, além de ser de baixo custo. A análise documental se faz, preferencialmente, sobre documentação escrita.

Essa técnica de pesquisa "[...] busca identificar informações factuais nos documentos a partir das questões [...] de interesses" (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 38). Desta forma, através da análise de documentos, pode ser analisado qualquer material escrito pelo pesquisador e que possa ser usado como fonte de informação que seja de interesse da pesquisa em andamento, com intuito de o pesquisador compreender e utilizar informações contidas no documento de estudo. Assim, a análise tem como propósito armazenar e tratar as informações que venham a ser colhidas pelo pesquisador; este, através deste tratamento, elabora procedimentos que possam facilitar o processo da pesquisa, isto é, a análise de documentos é usada para suplementar informações obtidas por outras técnicas.

Assim, uma grande vantagem de analisar um documento é que o pesquisador poderá e deverá analisar somente aqueles documentos que sejam relevantes para sua pesquisa. Isso implica em algumas questões, apontadas por Ludke; André (1986), que estão diretamente relacionadas ao modo de como esses documentos serão analisados e à decisão de qual tipo de documento será usado (se será do tipo oficial, do tipo técnico ou do tipo pessoal). Além disso, deverá ser levado em consideração se o documento envolverá informações de arquivos oficiais ou arquivos escolares ou ambos, se o material será institucional ou um trabalho escolar ou se Incluirá um único tipo desses materiais ou uma combinação deles. Portanto, a escolha dos documentos não pode ser aleatória, ela terá que ter um propósito para que os documentos selecionados pelo pesquisador possam auxiliar na sua pesquisa.

Desse modo, para este trabalho de pesquisa foram consultados os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Médio, com o intuito de apresentar os aspectos contemplados em relação à Resolução de Problemas no Ensino de Matemática e a utilização da matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; as produções escritas dos alunos, referentes aos registros das resoluções dos problemas propostos, resolvidos durante a fase interventiva da pesquisa, a fim de analisar as estratégias de resolução utilizadas, nos problemas propostos pelos alunos, e também a presença/ausência de formalização no desenvolvimento das questões. Para isto, tomou-se como referência um roteiro de análise, construído com esta finalidade. (Apêndice A)

Desse modo, a consulta documental, em relação aos PCNEM, me permitiu compreender a Resolução de Problemas no processo de ensino de Matemática, a qual proporcionou ao aluno o desenvolvimento de sua capacidade de raciocínio dedutivo, habilidades necessárias para selecionar informações e tomar decisões no uso da linguagem, procedimentos e formas de pensar matematicamente. Assim, para as aplicações da Trigonometria na Resolução de Problemas, os PCNEM (BRASIL, 1999) asseguram que o ensino deste conteúdo envolva medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondam às aplicações e as possibilitem, evitando o investimento excessivo no cálculo algébrico, de acordo com Onuchic (1999), os PCN visam à construção de um referencial que oriente a prática escolar, e a Resolução de Problemas é indicada como ponto de partida para a atividade matemática[19].

Em relação às produções escritas, resolvidas na atividade interventiva, elas nos proporcionaram uma análise aprofundada de cada solução elaborada pelos alunos, suas estratégias, as etapas utilizadas e como fizeram uso dos próprios erros cometidos para buscarem novas alternativas. Alguns alunos demonstraram habilidades e discernimento em suas soluções, mesmo sem ter utilizado cálculos para a resolução. Desta forma, Onuchic (1999) defende que o ensino da Matemática através da Resolução de Problema possibilita aos alunos melhorar a atuação no processo de construção do conhecimento, ampliando-o para a resolução de diversos problemas propostos.

Complementando esta perspectiva, foi adotada a observação participante. Para Houaiss (2009), observar é prestar atenção, é estudar e participar, quer dizer, compartilhar é ter parte ativa. Assim, na observação participante, o pesquisador passa a tomar parte da situação observada, juntamente com os sujeitos da pesquisa; isso implica que o observador participante terá que ter habilidades suficientes para estabelecer uma relação de confiança com estes sujeitos; saber ouvir; formular questões inteligentes; ter flexibilidades para lidar com situações inesperadas, sem pressa de obter resultados.

A observação é uma técnica de coleta de dados utilizada na pesquisa qualitativa, a qual necessita ser controlada e sistemática. Segundo Lüdke e André (1986), essa técnica implica na construção de um planejamento cuidadoso do trabalho de pesquisa, no trabalho de coleta de

---

[19] A concepção de atividade matemática, admitida neste estudo, toma como fundamento as ideias propostas por Da Rocha Falcão (2008), ao afirmar que esta atividade aborda um contexto complexo de atividades que abarcam não somente o contexto escolar, mas, igualmente, o contexto da Matemática do cotidiano e a chamada Matemática dos matemáticos. Esta última admitida não como caráter da Matemática Superior ou verdadeira Matemática, mas, sim, no entendimento de que os objetos matemáticos ministrados em sala de aula sofrem transformações e adaptações num processo conhecido como transposição didática, no qual o saber sábio se transforma em saber ensinado. (CHEVALLARD, 1996).

dados, numa preparação minuciosa do observador; ela depende de um conjunto de situações que o pesquisador tenha passado.

A observação participante é “uma estratégia que envolve não só a observação direta, mas todo um conjunto de técnicas metodológicas pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada” (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 28). Assim, para as autoras, através da observação participante, podem-se utilizar técnicas e estratégias no campo da pesquisa, as quais combinem técnicas como a análise documental, a entrevista dos interlocutores e a participação direta do pesquisador no objeto de estudo.

Para Lüdke e André (1986), na observação participante um mesmo objeto pode ser compreendido de maneiras diferentes por pessoas diferentes. Para que a observação seja válida como meio de investigação, e confiável como método cientifico, faz-se necessário ter um plano de trabalho cuidadoso, organizado, e uma preparação do investigador. Assim, faz parte da observação planejar, discutir e esclarecer dúvidas antes do início de qualquer observação para que o pesquisador possa ter ideias esclarecidas do que ele vai executar.

Dentre os aspectos a serem observados neste estudo, destacam-se os espaços físicos, funcionais e pedagógicos da escola campo, os quais foram analisados através de roteiro previamente construído com tal finalidade (Apêndice B). Em relação aos aspectos físicos e funcionais, foi realizada uma visita às instalações da escola a fim de poder transcrever toda sua estrutura física e de pessoal. As observações aconteceram entre os meses de março a junho de 2015, com 10 encontros de duas/horas-aula cada, totalizando 20 horas-aula observadas. Os dados e as informações produzidos foram registrados em notas num diário de campo, com a finalidade de registrar por escrito as observações realizadas durante toda a pesquisa.

Em relação aos aspectos pedagógicos, houve uma inspeção direta na sala; foram observados os subgrupos que foram formados, a maneira como estavam sendo analisadas as questões, e como cada subgrupo fazia suas resoluções. Desta forma, observou-se que apesar de todos os alunos da turma já terem concluído o Ensino Médio, muitos deles não sabiam por onde começar a resolução do problema; isso se dava, segundo eles, por não conhecer o que se queria no problema proposto sobre a Trigonometria no Triângulo Retângulo.

Mas após algumas intervenções com conversas e questionamentos como: o que você entende por uma subida íngreme? Será que neste problema o percurso pode indicar se uma subida é mais íngreme do que a outra? Com esses questionamentos, entre outros, os alunos começaram uma discussão entre si e partiram para as resoluções, conforme o entendimento de cada um.

O professor-pesquisador participou da pesquisa no papel de mediador do processo. Contudo, o papel do professor nessa discussão se efetiva pela opção metodológica da pesquisa, entendida como pesquisa participante. Nesse cenário, o docente passa a ser um pesquisador de sua própria prática, aliando investigação à aprendizagem. É importante mencionar que as observações aconteceram num clima de muita receptividade por parte da equipe da escola observada e por parte dos alunos, tornando possível a realização da pesquisa em pauta. As observações contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho considerando que elas serviram para ratificar dois importantes aspectos: os alunos do curso de Agrimensura têm um nível de maturidade e de entendimento do processo de Ensino-Aprendizagem de maneira que são sujeitos capazes de aprender, apreender e, que, na sua maioria, não desistem de um desafio facilmente; o outro aspecto está relacionado à compreensão dos alunos de como a Resolução de Problema apresenta meios de solucionar questões mesmo sem ter o conteúdo formalizado.

Além dos aspectos acima descritos, o registro dos dados é um aspecto importante. Lüdke e André (1986) advertem que o observador precisa saber fazer os registros; separar o que é importante do que é irrelevante; saber organizar; ser rígido e exato para legitimar as observações. O observador precisa saber o que olhar e como olhar a fim de identificar e relatar o processo estudado.

Com o intuito de complementar o processo de produção de dados, foram elaboradas entrevistas, visto que, de acordo com Szymanski (2004, p. 63), "[...] trata-se de uma prática que auxilia o pesquisador a superar intuições ou impressões precipitadas e possibilita a desocultação de significado invisíveis à primeira vista. Dessa forma, a entrevista é uma etapa da produção de dados que "pode ser estendida a qualquer análise de dados obtidos em pesquisas qualitativas, além de permitir a captação imediata de informações necessárias à pesquisa. Sendo assim, nesta pesquisa utilizou-se a entrevista semiestruturada por dar ao pesquisador a possibilidade de descartar e/ou introduzir questões com a intenção de dar andamento ao estudo, uma vez que este tipo de entrevista é produzido a partir de perguntas prévias que podem ou não ser utilizadas durante a entrevista.

Assim, foram entrevistados quatro alunos, sendo dois do GA e dois do GB, a partir de um roteiro produzido, mas com possibilidades de modificações, (Apêndice C). O critério de seleção dos alunos a serem entrevistados deu-se a partir da análise da atividade realizada durante a primeira etapa e que, consequentemente, foi apresentada pelos subgrupos durante a segunda etapa da intervenção. Os alunos escolhidos para a entrevista foram aqueles que conseguiram aproveitamento de mais de 60% da atividade[20], com a resolução dos dois problemas geradores, e que, simultaneamente, demonstraram estratégias de resolução diversificadas para os problemas propostos, a partir da Metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, abordado pelo professor-pesquisador.

Todas as entrevistas foram realizadas sem o conhecimento prévio dos alunos selecionados do roteiro semiestruturado, elaborado pelo entrevistador com a finalidade de evitar a construção de discursos formais e sem espontaneidade. Deu-se o início à entrevista pedindo aos entrevistados que comentassem sobre sua experiência escolar com a Matemática. Nesse momento, os alunos foram orientados a relembrar suas experiências com este componente curricular a partir das atividades já desenvolvidas nas etapas anteriores da Educação Básica. Em seguida, a ênfase foi dada para as questões específicas do roteiro, com o olhar apurado para as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas geradores.

Cada entrevista teve a duração em média de 40min, totalizando 2h40min de gravação, realizada no dia 13 e 14 de julho de 2015. Quanto ao registro delas, combinaram-se anotações e gravações que foram posteriormente transcritas e solicitadas aos interlocutores que analisassem seus próprios depoimentos de modo que a ideia central de suas discussões fosse mantida. Nos parágrafos seguintes, descrevo e caracterizo os meus interlocutores.

O primeiro foi André, 18 anos de idade, fez todo o Ensino Médio em escola pública estadual, terminando este nível de ensino no ano de 2014. Esse estudante afirma que durante todo seu estudo Fundamental e Médio, a Matemática foi a matéria que mais lhe chamava atenção, e as exatas sempre foram o seu forte, ficando mais focado em Matemática.

O segundo aluno foi o Ian, com 29 anos de idade, fez seu Ensino Médio em escola pública e concluiu seu curso no ano de 2003. Sempre gostou de Matemática, mas, para ele, seu forte mesmo era as disciplina da área de humanas. Completa dizendo que entendia a matemática em razão de seu pai sempre o ensinar. Ele fez o curso de Artes Plásticas e após alguns anos resolveu voltar a estudar e optou pelo curso técnico em Agrimensura.

O terceiro interlocutor foi Mário, aluno com 32 anos de idade, que concluiu seu curso técnico em Zootecnia em uma escola da EMARC[21], em nível de Ensino Médio em 2003. Este aluno sempre teve dificuldade em Matemática, e só a aprendia aplicando algumas fórmulas e

---

[20] Este índice de aproveitamento foi utilizado para a seleção, considerando que é o mesmo índice que a escola utiliza como média de aprovação dos alunos nos componentes curriculares.
[21] EMARC - Escola Média de Agropecuária Regional da CEPLAC.

sempre tinha que praticá-la muito, do contrário a esquecia com facilidade, visto que nunca teve afinidade com esta disciplina.

Já o quarto e último aluno a participar da pesquisa foi Thadeu, 18 anos de idade, estudou o Ensino Médio – Curso de Informática – na mesma escola que cursa hoje o subsequente em Agrimensura; Concluiu o curso de Informática no início do ano de 2015. Durante o Ensino Fundamental, a Matemática era a matéria que ele mais gostava; mas no Ensino Médio, começaram a aparecer algumas dificuldades que o impediram de entender bem os conteúdos e, assim, começou a deixar essa matéria de lado, passando a não ter mais aquela simpatia que tinha inicialmente.

A entrevista não se restringiu somente o um roteiro pré-estabelecido seguido de respostas verbais. No decorrer da entrevista sobrevieram várias formas de linguagem por parte dos sujeitos da pesquisa, como "gestos, expressões, entonações de voz, sinais não-verbais, hesitações e alterações do ritmo, cuja captação é muito importante para a compreensão e a validação do que foi realmente dito" (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 36). Para as autoras acima citadas, os gestos e expressões dos sujeitos dão ao pesquisador informações importantíssimas para sua pesquisa. Assim, nesta perspectiva, as entrevistas foram utilizadas para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo o desenvolvimento intuitivamente de uma ideia sobre como os alunos interpretam aspectos do objeto pesquisado.

Neste caso, a entrevista, além de proporcionar uma captação imediata da informação do objeto pesquisado, possibilitou, também, o aprofundamento de pontos que foram levantados a partir de outras técnicas de coletas. Por conseguinte, as entrevistas foram utilizadas com o objetivo de analisar as estratégias utilizadas pelos interlocutores na Resolução dos Problemas geradores utilizados na pesquisa. Esta técnica representa um dos instrumentos básicos na busca de informações diretas e imediatas.

Para Miranda (2008), a entrevista permite tanto ao professor-pesquisador quanto aos sujeitos pesquisados uma imersão bem maior na realidade que envolve a pesquisa, uma vez que as diversas formas de captar as nuances na pesquisa ficaram mais perceptíveis, desvendando alguns pontos nebulosos durante o desenvolvimento da atividade de intervenção, cabendo tanto ao entrevistador quanto ao entrevistado situações flexíveis deste processo interativo de produção de informações. As entrevistas semiestruturadas com os sujeitos participantes permitiram que eu caracterizasse estes sujeitos, além de conhecer as estratégias utilizadas por eles no desenvolvimento das soluções dos problemas geradores e de destacar as contribuições da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para a aprendizagem da Trigonometria no Triângulo retângulo.

Por reconhecer que os procedimentos de pesquisa qualitativa devem ter uma sincronia entre as questões e objetivos que norteiam os estudos de forma a contribuir para a análise dos dados auxiliados pela fundamentação teórica e, com isso, alcançar o objetivo esperado, que é responder a questão de pesquisa, encontra-se, a seguir, um quadro síntese da relação entre as questões específicas ou norteadoras, os objetivos específicos e os procedimentos abordados na pesquisa. Na seção seguinte, são relatados os procedimentos utilizados na análise dos dados qualitativos produzidos neste trabalho.

Quadro 9 – Síntese da relação entre questões específicas ou norteadoras, objetivos específicos e os procedimentos abordados na pesquisa

Questões específicas ou norteadoras	Objetivos específicos	Procedimentos
Como a Resolução de Problemas pode contribuir para que os alunos da Educação Profissional Técnica demonstrem habilidades de investigação na aprendizagem de Matemática?	Analisar como a Resolução de Problemas pode contribuir para que os alunos da Educação Profissional Técnica demonstrem habilidades de investigação na aprendizagem de Matemática.	Análise Documental Observação participante Entrevista semiestruturada
Como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para aprendizagem dos discentes no que se refere à Trigonometria no Triângulo Retângulo?	Analisar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para aprendizagem dos discentes no que se refere à Trigonometria no Triângulo Retângulo.	Observação participante Entrevista semiestruturada

Fonte: Quadro elaborado com base no modelo apresentado por Miranda (2008).

3.4 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA

A escolha de procedimentos e instrumentos para a coleta de informações foi uma tarefa que exigiu muito cuidado no processo de constituição da pesquisa. Em conformidade com todo o processo que envolve esta investigação, optei pela análise do conteúdo, visto como

> um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando a obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (qualitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (BARRDIN, 1977, p. 42)

Na análise de conteúdo, destacam-se duas funções na aplicação das técnicas, as quais foram utilizadas nesta pesquisa: a verificação de hipótese ou problemas, que possa encontrar resposta para as questões do trabalho de investigação; e a descoberta, por parte do pesquisador, do conteúdo das mensagens do informante; no caso aqui, em particular, do que alunos estão declarando na sua atividade.

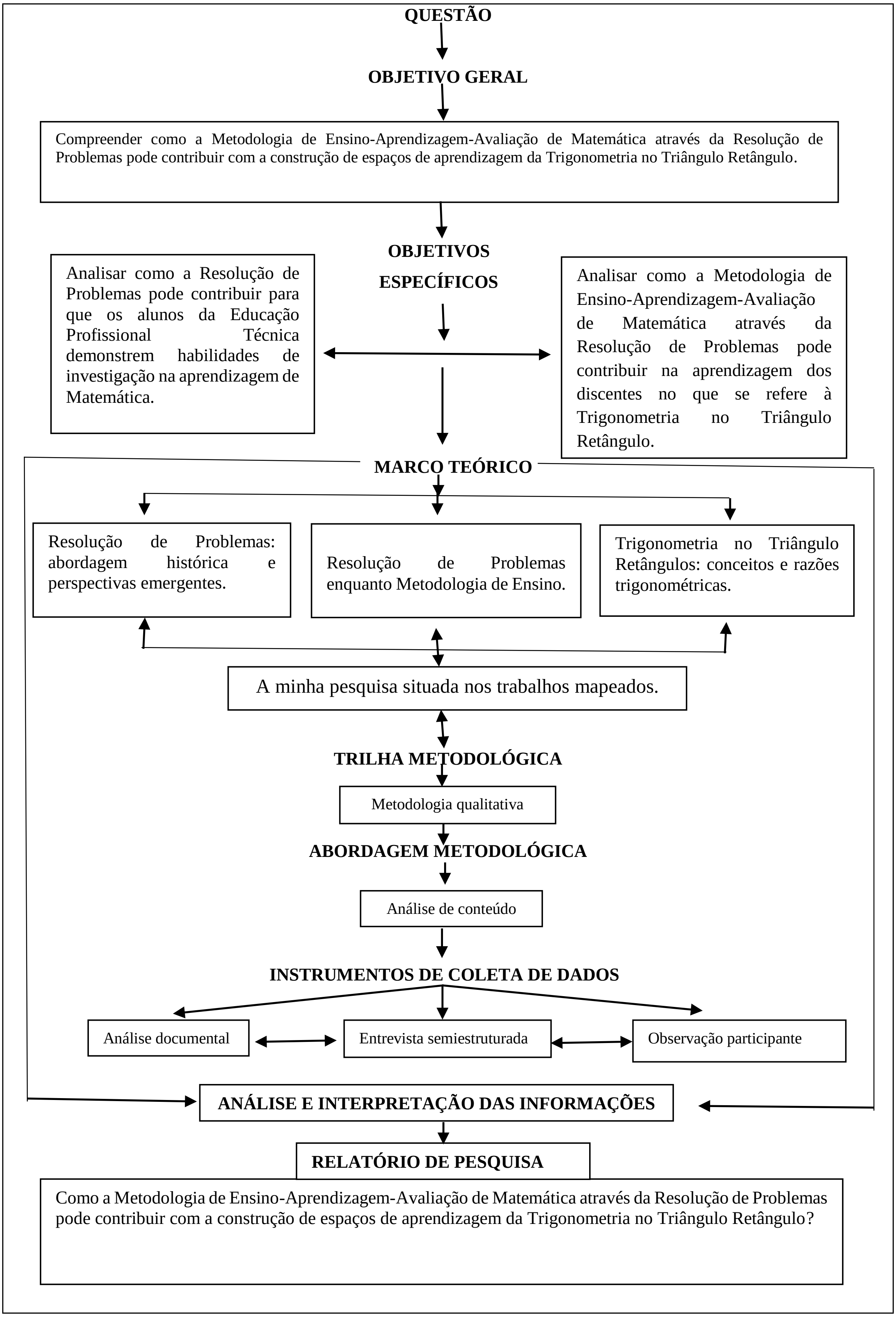
A Análise de Conteúdo trabalha com materiais textuais escritos; portanto, durante esse procedimento, faz-se necessário o desenvolvimento do processo de categorização que ajuda a responder as questões de pesquisa. A análise de dados qualitativos "significa "trabalhar" todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos de observação, as transcrições de entrevista, as análises de documentos e as demais informações disponíveis" (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 45). Por isso, nesta fase é essencial a organização de todas as informações e de todos os materiais colhidos no percurso do estudo.

Em razão disso, foi adotada a estratégia da análise do conteúdo que, segundo Bardin (1977), é uma forma de aumentar o rigor metodológico da pesquisa, buscando uma leitura dos dados qualitativos. Sob essa visão, esta análise se deu a partir de duas categorias, previamente selecionadas, as quais compõem as discussões presente no capítulo de análise de dados. São elas: a) *Resolução de Problemas: relações metodológicas que se entrelaçam na aprendizagem de Matemática,* e b) *a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Trigonometria no Triângulo Retângulo através da Resolução de Problemas.*

Normalmente, toda pesquisa começa com uma curiosidade sobre um fenômeno particular do mundo real. Esta pesquisa não começou diferente, pois na Educação Matemática, o fenômeno que está sendo pesquisado envolve tanto o professor quanto o aluno: como é que este aluno aprende e interage com a matemática? Na busca por possíveis respostas foi que surgiram a questão desta pesquisa, os objetivos e, consequentemente, a metodologia adequada para a realização deste estudo.

Assim, a análise de dados esteve presente em todas as fases dessa produção, conforme salienta Lüdke e André (1989), as diferentes fases da pesquisa não se completam de forma linear, mas elas se cruzam em vários momentos através de uma continua revisão das informações, intensificadas na fidelidade da pesquisa em foco. Desse modo, apresento, na sequência, um quadro síntese dos procedimentos que foram utilizados nesta pesquisa, o qual dá possibilidades ao leitor de ter uma visão ampla deste trabalho de investigação numa abordagem de pesquisa qualitativa.

Quadro 10 – Síntese da pesquisa



Fonte: Quadro baseado no modelo de Miranda (2008).

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS PRODUZIDOS: DESCORTINANDO O OBJETO DE ESTUDO PROMOVIDO

Apresento neste capítulo uma análise dos resultados do estudo realizados nesta pesquisa, encontrados em face da aplicação da atividade com os problemas geradores na atividade interventiva, articulando-os aos pressupostos teóricos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, com base nas discussões propostas por Allevato e Onuchic (2014).

Em busca de respostas para minha questão de pesquisa, dividi a presente análise em duas seções, as quais compõem as discussões deste capítulo, assim dispostas: a *Resolução de Problemas: relações metodológicas que se entrelaçam na aprendizagem de Matemática* e *a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Trigonometria no Triângulo Retângulo através da Resolução de Problemas.*

Na primeira seção, analiso as discussões presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, para o Ensino de Matemática, identificando suas orientações quanto à Resolução de Problemas, especificamente com vistas a situar as estratégias metodológicas propostas neste cenário. Em seguida, descrevo e analiso a atividade interventiva realizada, situando as entrevistas semiestruturas, realizadas com meus sujeitos da pesquisa, com vistas a apresentar os primeiros resultados deste trabalho em relação à forma como a Resolução de Problemas pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades investigativas na aprendizagem de Matemática.

Já na segunda seção, busquei analisar o processo de intervenção realizado, procurando compreender os pilares deste processo, a partir do ensino, da aprendizagem e da avaliação, através da Resolução de Problemas que envolvem a Trigonometria no Triângulo Retângulo; também procurei verificar quais a contribuições foram observadas na aprendizagem do objeto matemático por parte dos alunos pesquisados. Para tanto, analiso as entrevistas semiestruturadas, realizadas de forma presencial, gravadas em áudio e transcritas, com o intuito de dar protagonismo aos sujeitos participantes da proposta interventiva.

De certa forma essas duas seções se intercalam ao mostrar apontamentos convergentes entre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e a construção de espaços de aprendizagem da Trigonometria no Triângulo Retângulo. Para a realização deste feito, analisei os resultados obtidos nas soluções dos problemas geradores, aplicados na atividade em sala de aula, observando as interpretações que foram utilizadas pelos alunos e suas estratégias frente às situações encontradas para a solução dos problemas, fazendo ainda uma revisitação nos pressupostos do referencial teórico da pesquisa. Por conseguinte, espero que as análises e as reflexões sobre as resoluções de problemas auxiliem outros professores a repensarem suas práticas docentes, além de, também, possibilitar contribuições valiosas para o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas.

Na seção seguinte encontram-se as reflexões sobre o entendimento das resoluções dos problemas propostos, as dificuldades encontradas e as estratégias utilizadas nas resoluções, todas essas questões estão relacionadas aos protagonistas da pesquisa. Além disso, consta, também, a exposição dos resultados encontrados no instrumento de produção de dados que figura na entrevista semiestruturada.

4.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: RELAÇÕES METODOLÓGICAS QUE SE ENTRELAÇAM NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Busco nesta seção analisar como a Resolução de Problemas pode contribuir para que os alunos da Educação Profissional Técnica demonstrem habilidade de investigação na aprendizagem de Matemática. Neste cenário, parto da análise dos parâmetros que são recomendados para o ensino de Matemática – os PCN do Ensino Médio (BRASIL, 1999) e, com base nesta análise, destaco as falas realizadas pelos meus alunos interlocutores, através das entrevistas semiestruturadas, situando as observações participantes realizadas neste processo, com vistas a atender a intencionalidade, destacada inicialmente, que apresenta os pontos relevantes da atividade para a aprendizagem de Matemática nesta ação.

Embora esta pesquisa tenha sido desenvolvida com foco na Educação Profissional Técnica de Nível Médio, esta análise feita sobre os PCN do Ensino Médio se justifica uma vez que esses parâmetros devem ser concebidos de forma integrada às diferentes formas de educação, ao trabalho, à ciência e à tecnologia a serem priorizadas em articulação com o ensino regular, com vistas a superar a ideia de que a profissionalização está unicamente direcionada para a formação de mão-de-obra especializada, como se o trabalho profissional fosse desenvolvido de forma automatizada, numa relação que não se concretiza com foco na dialética, planejamento e execução.

Em face disso, em relação à análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Médio (BRASIL, 1999), destaco duas questões relevantes: a primeira, centrada nas considerações sobre a importância da Matemática no Ensino Médio, e a segunda, centrada nos objetivos para que o ensino dessa disciplina possa resultar em uma aprendizagem real para os alunos, selecionando e utilizando "metodologias [...] adequadas para a resolução de problemas" (BRASIL, 1999, p. 21). Nestes termos,

> [...] A essas concepções da Matemática no Ensino Médio se junta a idéia de que, no Ensino Fundamental, os alunos devem ter se aproximado de vários campos do conhecimento matemático e agora estão em condições de utilizá-los e ampliá-los e desenvolver de modo mais amplo capacidades tão importantes quanto as de abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade. (BRASIL, 1999, p. 41)

Desse modo, os documentos analisados orientam a importância de um trabalho a ser desenvolvido com foco na Resolução de Problemas, aproximando o conhecimento matemático a outros campos do conhecimento, preferencialmente através de atividades que priorizem certas características, eminentes ao pensamento matemático, tais como a abstração e a valorização do raciocínio lógico, com vistas à interpretação da realidade. Esta discussão ganha respaldo também nas propostas defendidas por Onuchic e Allevato (2012, p. 238), ao afirmarem que no trabalho com a Resolução de Problemas os alunos podem "levantar ideias matemáticas, estabelecer relações entre elas, [...], desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e fora da Matemática e desenvolver capacidade de resolver problemas". Tais reflexões ganham espaço também nas discussões a seguir:

> [...] cabe à Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida. Sem dúvida, cabe a todas as áreas do Ensino Médio auxiliar no desenvolvimento da autonomia e da capacidade de pesquisa, para que cada aluno possa confiar em seu próprio conhecimento. (BRASIL, 1999, p. 41)

Diante do exposto, observa-se que estes documentos também abordam algumas atribuições da Matemática no Ensino Médio, de modo que os alunos sejam capazes de se colocar como protagonistas de seu trabalho de aprendizagem, especificamente em Matemática, desenvolvendo autonomia e confiança na construção desse conhecimento. Para tanto, há "necessidade [...] de transmissão de conhecimento e transferir para o aluno grande parte da responsabilidade por sua própria aprendizagem, colocando-o como protagonista de seu processo de construção de conhecimento" (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014, p. 40). No entanto, este processo não poderá ser construído num movimento involuntário, como se aprender fosse algo construído automaticamente, semelhante à metáfora de acionamento de um interruptor, ao se tentar acender uma lâmpada: num momento, aprendemos, quando a lâmpada está acesa;

noutro momento, não aprendemos, quando a lâmpada está apagada. O processo de aprendizagem é uma construção complexa que envolve muitos fatores, dentre eles, a construção de um ambiente favorável a tais perspectivas. É isso que salientam os PCN, ao concluírem que:

> Esse domínio passa por um processo lento, trabalhoso, cujo começo deve ser uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de diversos tipos, com o objetivo de elaborar conjecturas, de estimular a busca de regularidades, a generalização de padrões, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático [...] (BRASIL, 1999, p. 41).

Tais implicações trazem à tona a complexidade do processo de aprendizagem, conforme fora destacada anteriormente, situando a Resolução de Problemas como uma metodologia viável para auxiliar o aluno na elaboração de conjecturas, na busca de regularidades e generalizações, entre outros elementos fundamentais para a compreensão do conhecimento matemático. Neste contexto, para Onuchic e Allevato (2014, p. 40), “o desenvolvimento da criatividade, da autonomia e de habilidades de pensamento crítico e de trabalho em grupo deve ser promovido”. Dessa forma, esta abordagem caracteriza a atividade matemática como uma atividade autônoma que nega o desenvolvimento da aprendizagem matemática através de uma atividade de repetição de fórmulas e exercícios propostos, centrados numa abordagem essencialmente mnemônica e repetitiva. Neste contexto, ganha especificidade as discussões centradas na Trigonometria, em particular as voltadas para o meu objeto de estudo, situado na Trigonometria no Triângulo Retângulo, pois:

> Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática [...] é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, [...] (BRASIL, 1999, p. 44).

Assim, a Trigonometria é vista como uma das relações de aprendizagem em Matemática, o que permite sua associação direta com a Resolução de Problemas como uma alternativa viável para a superação do tratamento trigonométrico, centrado apenas no excessivo cálculo algébrico das identidades e equações. Assim, a relação que existe entre o desenvolvimento de competências e habilidades e a aprendizagem de Matemática é a Trigonometria, “desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos”. (HUANCA, 2006, p. 68). A partir de suas aplicações em problemas que envolvam medições e cálculos inacessíveis, este objeto passa a ser ressignificado, inclusive para aqueles alunos que não têm a intenção de prosseguir seus estudos para a área dita de exatas. Assim,

> [...] a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos confrontados com situações-problema, novos, mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem auto-confiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (BRASIL, 1999, p. 45).

Por fim, os PCN recomendam a Resolução de Problemas como uma importante estratégia de ensino, uma vez que os alunos diante de problemas geradores possam adquirir estratégias condizentes com uma atividade matemática investigativa, com ênfase no planejamento de etapas, na verificação de regularidades e no espírito da pesquisa. Dessa forma, a Resolução de Problemas “passa de uma atividade limitada a engajar os alunos na aplicação do conhecimento, depois da aquisição de certos conceitos e determinadas técnicas, para ser tanto um meio de adquirir novo conhecimento como um processo no qual o aluno pode aplicar o que previamente havia construído” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 48).Tais perspectivas se associam aos objetivos para a aprendizagem de Matemática, também expresso nestes documentos norteadores, tais como o de “desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo; utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos; [...] selecionar estratégias de resolução de problemas. (BRASIL, 1999, p. 42-46)

Estas discussões refletem um desenvolvimento intelectual do aluno, imerso numa atividade com estas características, com vistas a reforçar sua inteligência criativa e o desenvolvimento de uma matemática com significado, ratificando as ideias presentes nas discussões de Onuchic e Allevato (2012, p. 242), ao afirmarem que “o aprendizado [...] pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com estes símbolos).”

Os pressupostos presentes nos PCN inspiraram o desenvolvimento da atividade interventiva apresentada neste trabalho. Desse modo, utilizei as entrevistas semiestruturadas para analisar duas questões de extrema importância: inicialmente, a compreensão dos alunos interlocutores sobre seu entendimento acerca dos problemas propostos e quais as dificuldades vivenciadas neste processo; e posteriormente, qual a estratégia utilizada por eles para responder cada problema proposto, com a intenção de analisar se houve alguma mudança na forma de resolver estas questões, individualmente falando, com vistas a favorecer a perspectiva investigativa mencionada nos PCN e a proposta na minha questão complementar de pesquisa.

Em relação ao primeiro questionamento, eu o estruturei de maneira separada, analisando as questões relativas a P1 e a P2, uma vez que os problemas geradores propostos foram resolvidos em dois momentos distintos, por conta do alto número de alunos presentes na turma, conforme destacado na metodologia do trabalho. Nestes termos, passo a analisar as discussões propostas por Mário, o que acrescenta suas reflexões sobre seu entendimento e suas dificuldades em relação ao P1, (Apêndice G):

> Entendi com facilidade. Vi logo de cara que não era nada relacionado com números fracionários, porque senão complicaria bastante, uma vez que tenho dificuldades em resolver questões referentes às frações. Intuitivamente, me veio à cabeça um desenho que eu poderia fazer a partir da imagem do problema. Fiz este desenho e medi tudo com a régua e em seguida expliquei aos colegas o raciocínio que utilizei. (Fala de Mário em entrevista semiestrturada em 14/07/2015)

A fala de Mário destaca que ele não teve dificuldade para entender o problema proposto. Sua dificuldade, entretanto, se expressa apenas no nível das atividades que envolvam frações. Dessa forma, ele foi reconhecer se havia dados fracionários que permitissem que ele resolvesse o problema proposto. Ao perceber que o problema não apresentava dados com frações, Mário passou a resolvê-lo utilizando um desenho que melhor pudesse explicar qual o caminho a ser seguido na resolução. Este caminho foi discutido com os colegas durante o trabalho no seu subgrupo. Assim,

> Durante as minhas observações no subgrupo 1, formado por Mário, André e mais dois alunos da turma pesquisada, percebi que Mário tentava convencer seus colegas sobre uma estratégia que ele utilizava para resolver este problema, uma vez que ele não encontrava uma fórmula específica que trouxesse a solução do problema. Dessa forma, ele começa a utilizar uma representação retangular, no formato 7cm x 5cm, a qual permitiu que o ele traçasse retas representando as subidas das ladeiras, a partir de um ponto fixo, para que pudesse decidir qual a subida seria mais íngreme. Segundo ele, esta estratégia estava sendo utilizada uma vez que sentiu dificuldade em relação aos ângulos da figura. Esta discussão se configurou numa troca de ideias entre os participantes; Mário juntamente com André, apresentava as estratégias utilizadas por eles aos seus colegas, e estes chegaram à conclusão que a estratégia utilizada por Mário deveria ser a apresentada pelo grupo na

> resolução do problema gerador. (Diário de Campo, observação realizada em 21/05/2015)

Assim, a constante troca de ideias entre os sujeitos participantes do subgrupo 1 acerca das estratégias a serem utilizadas, fez com que Mário influenciasse os demais membros deste subgrupo na busca de respostas para o problema proposto. Suas ideias foram preponderantes. Nesta visão, “a compreensão de Matemática, por parte dos alunos, envolve a ideia de que compreender é essencialmente relacionar” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 47). Assim, a compreensão de Mário em relacionar o problema gerador com sua estratégia de resolução, utilizando a representação retangular 7cm x 5cm, mostra que essa relação entre a resolução do problema e a figura geométrica plana retangular proporcionou a possível compreensão e solução do problema gerador por ele e os demais colegas que compuseram o subgrupo 1. Nestes moldes, Mário acrescenta suas reflexões em relação ao problema P2:

> Sim, eu achei claro, porém tive dificuldade para interpretar o ângulo e o grau trazidos no problema e novamente de traçar o desenho que representasse estes dados, pois não sabia qual fórmula deveria usar na resolução do problema proposto. (Fala de Mário na entrevista semiestruturada em 14/07/2015)

A fala de Mário demarca sua compreensão em relação ao texto do problema gerador. Em sua leitura individual, ele confessa que teve dificuldades para entender o que estava sendo referido ao ângulo e ao grau que vinham expressos na figuras do problema gerador. Além disso, sua preocupação imediata era encontrar uma fórmula pronta para resolver o problema. Neste contexto, é interessante ratificar que “[...] o problema não é um exercício no qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou uma determinada técnica operatória; [...]” (ONUCHIC, 1999, p. 215) e, dessa forma, Mário não conseguiria resolvê-lo, pois o referido problema não foi concebido nestes moldes. Em face disso foi necessário que ele dialogasse com os colegas de seu subgrupo, com vistas a encontrar novas estratégias de resolução, conforme observação mencionada a seguir:

> Minha observação para este subgrupo permitiu que eu avaliasse a interação entre os alunos. Eles trocavam ideias entre si, em relação ao problema proposto. Discutiram as estratégias de resolução, baseados nas informações contidas no problema. O que me chamou atenção foi a troca de ideias entre Mário e André para a resolução do problema gerador em questão. Enquanto André utilizava o escalímetro para esboçar seu desenho em sua atividade, Mário fazia cálculos aleatórios para conseguir expressar o seu resultado do problema gerado. (Diário de Campo, observação realizada em 28/05/2015)

Dessa forma, mais uma vez a troca de ideias entre os interlocutores participantes da pesquisa no subgrupo foi um fator preponderante em suas discussões. Assim, as estratégias utilizadas pelos seus membros, principalmente o diálogo entre Mário e André, se constituíram fator decisivo em suas resoluções para o problema gerador proposto. Dando continuidade a este processo, André fala sobre seu entendimento acerca de P1:

> No primeiro momento, não [referindo-se a não entender o passo da leitura individual do problema], mas depois, com a ajuda dos colegas, entramos num consenso e comecei a entender o problema. A minha dificuldade principal foi em saber o jeito que eu ia calcular para achar qual figura ia ser mais alta, mais íngreme. Olhei a resolução feita pelo meu colega, pensei num outro jeito de fazê-la e, assim, eu consegui achar o resultado. (Fala de André em entrevista semiestruturada em 13/07/2015)

A fala de André demarca que na leitura individual ele teve dificuldades em entender o que era proposto. No entanto, após a leitura feita em conjunto, ele consegue, através do consenso com os colegas, compreender o que estava sendo solicitado no problema gerador, fato este que ganha ressonância nas discussões sugeridas por Allevato e Onuchic (2014, p. 45) ao expressarem que os alunos "nessa fase exercitam a expressão de ideias para o que necessitarão utilizar e aprimorar a linguagem, a fim de expressar-se com clareza e coerência e fazer-se entender". Estas informações também puderam ser verificadas durante as minhas observações no trabalho do subgrupo em questão, conforme descrevo a seguir:

> A discussão aconteceu a partir da dificuldade de saber qual das ladeiras era a mais íngreme, e André, em conversa com os colegas, expressou sua dificuldade para resolver o problema. Ele utilizou a regra de três, diminuindo as bases da figura na intenção de obter uma figura **A** equivalente a figura **B**, mostrada no problema proposto, chegando ao seu resultado. Enquanto que seus colegas utilizaram outra forma de encontrar a solução. (Diário de Campo, observação realizada em 21/05/2015, grifo do nosso)

Nestes moldes, a interação realizada com o grupo, descrita na fala de André e ratificada através da observação do trabalho desenvolvido pelo seu subgrupo, demarcou que este processo interativo foi uma contribuição importante para que este aluno conseguisse realizar a atividade em questão. Assim, ele acrescenta em relação ao problema P2:

> Nesse problema, eu acho que para a gente que estuda Topografia e Desenho ficou um pouco mais fácil. Eu consegui entender com mais facilidade, pois a gente usou escala, recurso, este muito utilizado nas duas disciplinas que mencionei anteriormente. Em relação à dificuldade, não foi fácil não, nós no grupo debatemos muito e, com a ajuda do colega Mário, conseguimos achar uma fórmula das escalas pra achar a altura do poste. (Fala de André em entrevista semiestruturada em 13/072015)

A fala de André destaca a facilidade do entendimento do problema a partir de outras disciplinas estudadas no curso. Como a questão envolvia características que ele dominava, de outros campos do saber, ele conseguiu associar estes conhecimentos já instalados à proposta da atividade matemática, a qual envolvia o cálculo da altura de um poste, conhecendo-se o seu ângulo e a sua distância até o aparelho de medição. Assim, conforme salientam Onuchic e Allevato (2009), a Resolução de Problemas permite que os alunos possam utilizar os conhecimentos prévios ou técnicas, adquiridos anteriormente, para auxiliá-los na resolução de problemas propostos, a partir de recursos que eles dispõem. Portanto, o discente conseguiu entender e resolver o problema com o uso de escalas, chegando à formalização, após as discussões com seu grupo de trabalho, especificamente a partir das interações com Mário. No trabalho desenvolvido pelo grupo, pude observar as estratégias utilizadas pelos alunos participantes:

> Durante o trabalho desenvolvido no subgrupo 1, os alunos trocavam ideias entre si em relação ao problema proposto. Eles discutiam estratégias de resolução, com base nas informações contidas no problema. O que me chamou atenção foi o diálogo entre André e Mário para a resolução desta questão. André desenhou em sua atividade um triângulo e usava um escalímetro, com escala de 1:200, para medir a distância entre o ponto que indicava o teodolito e o ponto que indicava o poste. Por sua vez, Mário utilizando cálculos aleatórios conseguiu expressar o resultado da questão, convencendo os colegas sobre os dados encontrados. (Diário de Campo, observação realizada em 28/05/2015)

Novamente, a troca de ideias entre os participantes do subgrupo foi um fator preponderante nestas discussões. As estratégias utilizadas pelos seus membros puderam explicitar o que estava sendo discutido, e o diálogo entre André e Mário foi um elemento decisivo para que ambos resolvessem a questão proposta, uma vez que “os alunos investigam quando buscam, usando seus conhecimentos já construídos, descobrindo caminhos e decidindo quais decisões tomar para resolver o problema, trabalhando colaborativamente, relacionando ideias e discutindo o que deve ser feito para se chegar à solução” (ONUCHIC, ALLEVATO, 2009, p. 177).

Dando continuidade à análise, passo a examinar as discussões propostas por Ian, terceiro sujeito pesquisado, que acrescenta suas reflexões sobre seu entendimento em relação ao primeiro problema proposto e as dificuldades vivenciadas, por ele, neste contexto:

> Entendi, acho que foi bastante claro [referindo-se à leitura do problema]. Minha dificuldade foi na hora de aproximar depois que eu encontrei o valor dos catetos, pois os números ficaram fracionados com os radicais e eu fiquei sem saber. Eu fiz a questão à mão, sem utilizar a calculadora, e, dessa forma, para achar o número mais próximo da raiz de 74, por exemplo, fui fazendo os cálculos aproximadamente. Por isso demorei de encontrar o resultado da questão. (Fala de Ian em entrevista semiestruturada, 13/07/2015)

Assim, a fala de Ian vem demarcando que a leitura individual do problema já deixou bem claro o que era proposto, uma vez que ele não teve dificuldade para entender o que estava sendo solicitado na questão. As suas dificuldades foram expressas exatamente nas aproximações dos números irracionais, quando ele, por tentativa e erro, determinava as aproximações necessárias para o atendimento da questão. Esse contexto afirma o que Allevato e Onuchic (2014, p. 45) orientam ao apontar que os alunos durante a Resolução de Problemas "têm possibilidade de refletir, de colocar-se em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua própria compreensão do problema proposto". Nestes moldes, Ian acrescenta em relação ao problema P2:

> Eu achei que estava bastante claro o que estava sendo pedindo no problema, mas em relação ao grupo, eu percebi que muitas vezes as pessoas faziam Pitágoras e esqueciam que tinham essa altura, de 1,6m do aparelho. [referindo-se à altura do teodolito]. As vezes, a pessoa calculava esse cateto, mas esquecia de adicionar o 1,6m que era altura do aparelho. Tem uma tabelinha, que nem todo mundo lembrava [referindo-se à tabela dos ângulos notáveis de 30º, 45º e 60º estudada anteriormente em seu percurso formativo], uma vez que o ângulo expresso na questão era de 30 graus. (Fala de Ian na entrevista semiestruturada em 13/07/2015)

Percebe-se que a fala de Ian deixa explícito o seu entendimento pelo problema proposto, a partir de sua leitura. No entanto, ele expressa que no grupo algumas pessoas resolviam esta questão de maneira errônea, primeiro por utilizarem uma estratégia voltada ao Teorema de Pitágoras, de forma que não conseguiriam resolver, pois precisariam de mais informações do que as explícitas na situação-problema; segundo, porque se esqueciam de levar em consideração a altura do teodolito, informada no contexto da situação-problema.

Ele ainda acrescenta que a dificuldade encontrada pelo grupo foi a de lembrar a tabela dos ângulos notáveis, objeto matemático estudado por eles em anos anteriores, o que ratifica que o aluno "diante de um problema, busca em sua mente o conhecimentos prévio através da resolução desse problema, e que ao elaborar sobre esse conhecimento, o transforma em saber, mesmo antes de ter solucionado o problema" (NUNES, 2010, p. 200), fato este também confirmado a partir das minhas observações, durante o momento em que o subgrupo 2, formado por Ian e mais dois estudantes da turma pesquisada, resolvia a referida atividade:

> No trabalho que envolvia a resolução do problema **P2**, Ian e seus colegas estavam resolvendo o referido problema utilizando o teorema de Pitágoras, mesmo tendo o conhecimento de que não havia informações no corpo do problema gerador que pudessem indicar a utilização de tal estratégia. Ian chamava a atenção dos colegas em relação a este aspecto durante as discussões. Também percebi que eles esqueciam que para calcular a altura do poste deveriam levar em consideração a altura do aparelho (teodolito) que

> tinha sido informada no problema. Este fato também foi mencionado por Ian nas discussões promovidas pelo subgrupo. Durante tais discussões, Ian influencia o subgrupo percebendo que o problema gerador poderia ser resolvido através da tabela de ângulo notáveis, que eles haviam estudado anteriormente, uma vez que o ângulo de 30º estava expresso no problema proposto. (Diário de Campo, observação realizada em 28/05/2015,)

Neste contexto, aparece novamente a importância da troca de ideias entre os alunos participantes do subgrupo, visto que, através da fala de Ian e na observação, percebi que o diálogo entre eles se dava com a intenção de tentar solucionar o problema. Dessa forma, eles perceberam que as estratégias utilizadas não estavam dando certo, e que seria necessário lembrar de conhecimentos adquiridos anteriormente, como os da tabela dos ângulos notáveis, nesse caso. Mais uma vez, a utilização desses conhecimentos passa a ser fundamental na Resolução da situação-problema. Por esta razão, para a resolução do problema proposto, o aluno sente "a necessidade e a importância de se ter um conhecimento prévio necessário para a construção de novo conhecimento pretendido" (NUNES, 2010, p. 139).

Nesta perspectiva, analiso as discussões propostas por Thadeu, sendo este o quarto e último sujeito pesquisado, que acrescenta as reflexões sobre seu entendimento para o primeiro problema proposto e as dificuldades que foram vivenciadas por ele neste contexto:

> Sim, sim. A dificuldade maior foi, primeiramente, achar uma fórmula já existente pra poder aplicar, pra resolver o problema e, como é que se diz..., vendo que não tinha como eu achar, porque eu não lembrava mais, eu fui buscando novos meios de tentar resolver, solucionar. Acho que esta foi a parte que mais complicou. Então fui buscar novos meios pra tentar solucionar o problema. (Fala de Thadeu na entrevista semiestruturada em 14/07/2015)

Nesta fala, Thadeu expressa claramente seu entendimento acerca da leitura do problema gerador; porém, afirma que sua maior dificuldade foi em achar uma fórmula, já existente, para que ele pudesse aplicar na sua resolução, recorrendo ao mesmo procedimento já destacado anteriormente por Mário. Como ele não encontrou essa fórmula, buscou novos meios para solucionar sua dificuldade e assim resolver o problema gerador proposto. Logo, é importante que tanto o aluno quanto o professor saibam que "não há uma fórmula mágica para se colocar em prática essa metodologia" (AZEVEDO, 2014, p. 77), fato este demarcado nas observações a seguir:

> Ao observar o subgrupo 3, o qual Thadeu fazia parte juntamente com mais dois colegas, percebi a busca incessante de todos em encontrar uma fórmula pronta para resolver o problema gerador. Vários cálculos foram feitos por eles e principalmente por Thadeu, que preencheu toda uma folha de ofício com esses cálculos e fórmulas. Através desses cálculos, ele conseguiu a resposta correta do problema, juntamente com o subgrupo. Esses cálculos consistiam em questões a serem resolvidas por tentativa e erro, de modo que estas

> estratégias fizessem com que eles chegassem à solução do problema. Ele, então, utilizou em alguns desses cálculos o teorema de Pitágoras e as razões trigonométricas seno, cosseno e a tangente. (Diário de Campo, observação realizada em 22/05/2015)

Assim, novamente encontro em um subgrupo a procura por uma fórmula pronta para tentar resolver o problema gerador proposto. Mais uma vez a troca de ideias entre os componentes participantes do subgrupo fez com que eles percebessem que não havia uma fórmula específica para a resolução do problema, daí ser necessário procurar outros meios para solucionar determinado impasse. Sendo assim, as discussões no subgrupo tornam-se um fator preponderante nas resoluções dos alunos. Essa assertiva é legitimada pelas reflexões de Thadeu sobre o entendimento e dificuldades encontradas na resolução de P2:

> Bom, eu entendi o que estava pedindo sim, porém tive um pouco de dificuldade; no entanto, nada de extraordinário. Minha dificuldade, por exemplo, foi a questão do poste. Tentamos buscar meios para poder encontrar a solução, mas só que a cada solução que aparecia, sempre tinha algo que mudava. Por exemplo, a resposta do subgrupo foi o surgimento do dado de 1,6m que aparece na informação. Inicialmente nós não sabíamos onde iríamos aplicar esta informação. Após muitas discussões, conseguimos compreender como utilizar este dado na resolução do problema. (Fala de Thadeu na entrevista semiestruturada em 14/07/2015)

Thadeu em sua fala explicita que entendeu a leitura do problema, mas que teve dificuldade em relação à altura do poste. Segundo ele, seu subgrupo tentou resolver este impasse de várias formas, mas cada um dos membros utilizava uma solução diferente, sem expressar o que deveria fazer primeiro para encontrar esta altura. Além disso, outra dificuldade citada por ele foi a de como usar o resultado de 1,6m que correspondia à altura do aparelho (teodolito), utilizado na medição da distância entre ele e o poste a fim de determinar o ângulo de elevação cujo limite se dava até o topo; De acordo com Thadeu, igualmente a ele, nenhum dos componentes do grupo sabia como usar e quando usar este resultado. Após algumas discussões descobriram que deveriam aplicar essa informação ao final da resolução.

> Portanto, na observação do subgrupo, no qual Thadeu participou, percebi que os alunos estavam tentando resolver o problema proposto através das relações de seno e cosseno, só que ficaram naquele impasse, pois cada um encontrava uma solução com valores diferentes em relação as informações dadas no problema. Após algumas tentativas, sem chegar a um consenso, lembraram das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente (e usaram a tangente), mas mesmo com a utilização da tangente, eles ainda não sabiam quando deveriam utilizar a informação da altura do aparelho (teodolito). Com as discussões realizadas, chegaram a um acordo que a informação teria que ser usada no final da resposta, logo após o cálculo da tangente. (Diário de Campo, observação realizada em 4/06/2015)

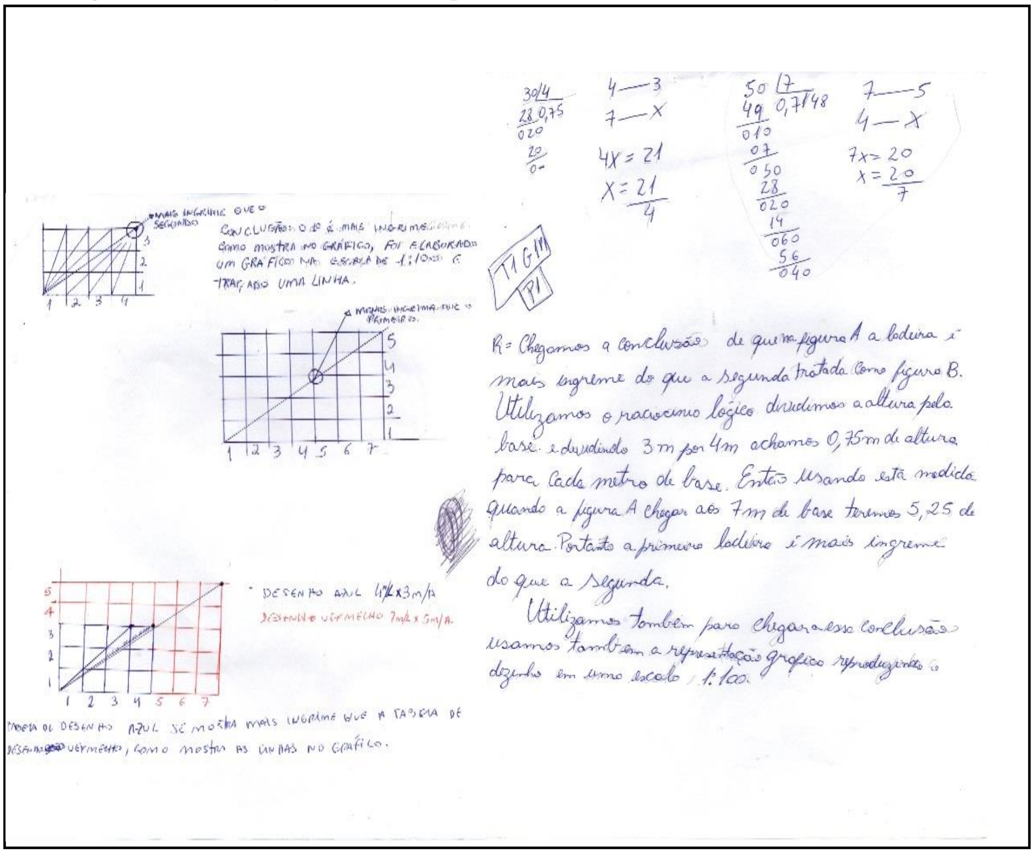
Neste contexto, como nas outras abordagens anteriores, nota-se a importância da troca de ideias entre os alunos participantes do subgrupo e como as suas discussões contribuíram para que os eles pudessem perceber se as resoluções feitas por eles estavam certas ou não e, o porquê de obterem resultados diferentes sendo que as informações são as mesmas para todos. Assim, para sanar as dúvidas, o diálogo nesta metodologia é muito interessante. Dessa forma, eles ao perceberem que suas estratégias não estavam dando certo, partiram para troca de ideias do porquê não dar certo. Nessa concepção de troca de ideias está o mérito das discussões entre os estudantes em grupos de trabalho. “Quanto mais condições se dêem aos alunos para pensar e testar uma ideia emergente, maior é a chance de essa ideia ser formada corretamente [...]”. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2012, p. 240).

Após a análise das reflexões sobre o entendimento dos problemas geradores propostos e as dificuldades que os alunos apresentaram neste processo, passo a analisar as estratégias que os alunos utilizaram para a resolução dos problemas e se eles seriam capazes de resolver os problemas propostos usando uma estratégia diferente da que foram usadas por eles em suas resoluções. Neste contexto, para Onuchic e Allevato (2009), é importante que os alunos participantes possam resolver os problemas propostos utilizando os conteúdos e as estratégias que julguem mais convenientes para suas resoluções, respeitando as condições trazidas por cada um no que se referem ao conhecimento, às experiências, às estratégias, etc. Assim, a resposta dada por Mário em relação a P1 foi a seguinte:

> Eu tracei uma representação retangular de 7cm por 5cm pra ter facilidade e dividi de forma quadriculada. Fui fracionando. Do ponto inicial, eu tracei o primeiro desenho, depois tracei o segundo desenho em cima do próprio esquema onde já dá a resposta. Eu teria como resolver por outro modo, só que fora da área de fórmulas. Eu usaria outro método de desenho, e chegaria ao resultado também. (Fala de Mário na entrevista semiestruturada em 14/07/2015)

A fala de Mário revela que ele utilizou uma representação retangular para facilitar seu entendimento de como resolver o problema proposto. Ele quadriculou o seu desenho e foi fracionando os espaços utilizados de forma a encontrar um mesmo esquema de resolução para o problema. A estratégia descrita por Mário pode ser melhor compreendida a partir do esquema utilizado por ele, conforme figura abaixo:

Figura 11 – Resolução de Mario do problema 1



Fonte: Pesquisa de Campo (2015)

Ao resolver o problema gerador, Mário desenhou um retângulo 7cm x 5cm, dividindo-o em quadrados de 1cm cada com o intuito de iniciar sua resolução. Dessa forma, ele pegou o ponto inicial do quadrado 1x1 com o objetivo de traçar as retas correspondentes à subida da ladeira. Assim, ele conseguiu chegar ao resultado esperado.

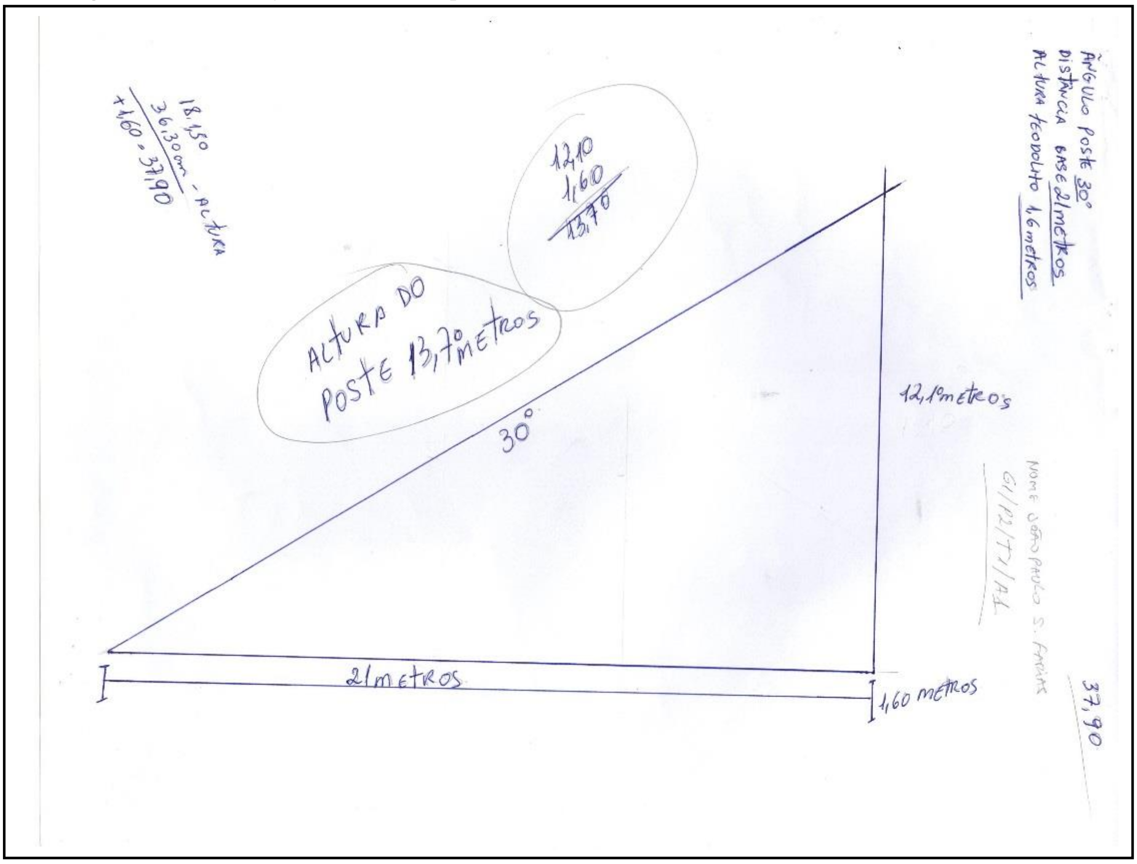
A resolução do problema feita por Mário apresenta traços das representações que são defendidas nos Standards 2000, ao afirmarem que “a forma pela qual as ideias matemáticas são representadas é essencial para o modo como as pessoas compreendem e utilizam essas ideias”. (NCTM, 2000, p. 75). As representações devem ser tratadas como elementos essenciais no apoio à compreensão, por parte dos alunos.

Quando questionado se ele poderia usar outra estratégia para a resolução do mesmo problema, ele afirma que só conseguiria sem o uso de fórmula, como foi feito nesta resolução. Nesta perspectiva, o uso de estratégias diferentes “faz com que se valorize o raciocínio e o conhecimento prévio dos alunos, possibilita ao aluno construir seu próprio conhecimento, permitindo-o sair do método tradicional de ensino”. (NUNES, 2010, p. 252). Nestes mesmos termos, para o P2, Mário responde que:

> Não usei nenhuma estratégia não. Quando eu vi que meu desenho não ia dá certo e que ia perder muito tempo, conversei com o grupo, e um colega lembrou de um assunto que já tinha visto, e ele lembrou da fórmula da tangente que seria mais cabível pra achar o resultado. (Fala de Mário na entrevista semiestruturada em 14/07/2015)

Em relação a P2, Mário se reporta ao uso da fórmula da tangente para chegar à resposta correta, aspecto este estudado pelo aluno, anteriormente. Embora relate esta perspectiva do uso de fórmulas para a chegada das discussões propostas, ele enfatiza que a discussão com o grupo foi um fator que o levou a utilizar esta estratégia mais rápida de resolução, embora ele reconheça que esquematicamente traz um desenho, o qual o auxilia ao tentar representar a resolução do problema gerador P2, conforme destaco a seguir:

Figura 12 – Resolução de Mario do problema 2



Fonte: Pesquisa de Campo (2015)

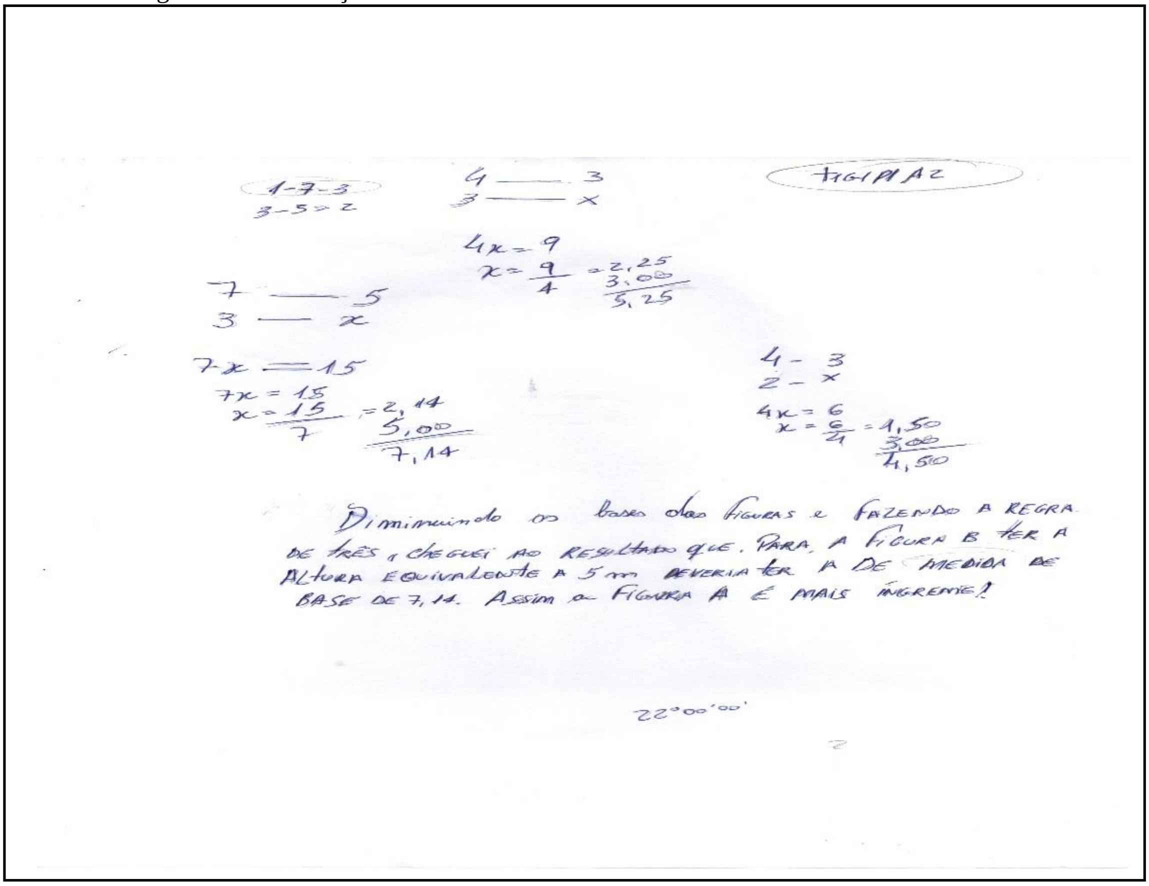
No intuito de responder o segundo problema gerador, Mário traça um triângulo retângulo, com as medidas informadas no enunciado do problema; apesar de não demonstrar, na figura, nenhum cálculo referente ao seu resultado, este estava expresso na folha que continha seu desenho. A análise da representação utilizada pôde auxiliar Mário na resolução do problema proposto, pois ele descreve no esquema anterior as medidas utilizadas no problema. No entanto, a necessidade de resolver o problema P2 de uma maneira mais aligeirada, fez com que ele, após a consulta ao grupo, utilizasse a fórmula da tangente na resolução proposta. Neste ponto, identifico a necessidade de ressignificação no trabalho com a Resolução de Problemas na aprendizagem de Matemática, conforme sugere Onuchic (1999, p. 211), pois apesar dos avanços significativos, vividos na área e dos trabalhos desenvolvidos, muitos problemas "[...] são utilizados apenas como uma forma de aplicação de conhecimentos anteriores adquiridos pelos alunos."

Esta não foi a minha intencionalidade ao elaborar este problema gerador, mas certamente, o aligeiramento proporcionado pelo grupo, as ideias que Mário detinha anteriormente, e após serem materializadas no esquema utilizado, fizeram com que ele não refletisse sobre o melhor caminho a ser adotado e chegasse a uma resposta sem se preocupar com o processo de resolução. Por sua vez, analisando a estratégia utilizada por André, destaca-se para P1 o seguinte:

> Eu usei as medidas. Primeiro peguei o comprimento e a altura da figura **A**, depois peguei e diminui pelo comprimento da figura **B**. Por fim, botei quatro e fiz o jogo de multiplicação cruzada e achei o resultado. Conseguiria sim [referindo-se a utilização de outra estratégia para a resolução do problema], depois que cheguei em casa, pensei com um pouco mais de calma e vi que utilizando a hipotenusa também daria para saber. (Fala de André na entrevista semiestruturada em 13/07/2015, grifo nosso)

A fala de André deixa demarcada a estratégia utilizada por ele na resolução do problema proposto. Ele utilizou as medidas do comprimento e da altura de cada figura para tentar encontrar o resultado através da multiplicação desses valores. Na resposta expressa para o primeiro problema gerador, André mostra os cálculos desenvolvidos por ele na tentativa de chegar ao resultado do problema. Em sua justificativa, ele diminui as bases das figuras encontrando o resultado 3, fazendo com este valor e com os valores de cada figura uma regra de três, encontrando, assim, para a figura A, o valor de 5,25 e para a figura B, o valor de 7,14; segundo ele, a figura A seria mais íngreme, conforme fica expresso no esquema apresentado a seguir:

Figura 13 – Resolução de André do Problema 1



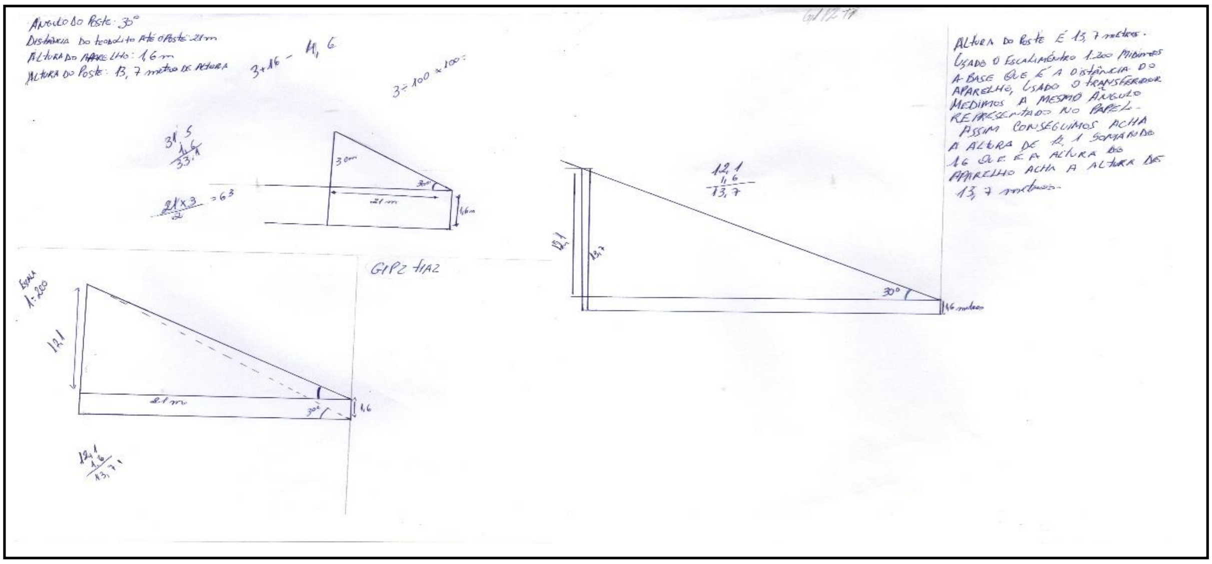
Fonte: Pesquisa de Campo (2015).

Além disso, me chamou atenção em seu discurso a reflexão que ele traz posteriormente sobre o desenvolvimento de novas estratégias para a resolução do problema proposto. Neste aspecto, André afirmou que só depois que chegou em casa e, pensando no problema que tinha sido resolvido por ele em sala de aula, chegou à conclusão que o problema poderia ser resolvido utilizando a relação da hipotenusa e que, assim, chegaria ao resultado esperado, uma vez que "novas ideias são formadas pouco ao pouco [...] quando os alunos refletem ativamente sobre elas e as testam através dos muitos caminhos diferentes [...]", conforme salientam Onuchic e Allevato (2012, p. 240). Nestes termos, para o P2, André acrescenta que:

> Foi em forma da escala [referindo-se à sua estratégia utilizada]. Eu usei a escala um para duzentos. Com isso, a gente conseguiu achar uma altura e depois somamos a altura do aparelho que foi citado no problema. Em relação à utilização de novas estratégias para a resolução do problema eu não conseguiria resolvê-lo de outra forma. Só consegui pensar neste sentido depois que o professor formalizou o conteúdo com a turma. Após a formalização eu conseguiria resolver este problema de outro jeito. Antes não. (Fala de André na entrevista semiestruturada em 13/07/2015).

Para o P2, André afirma que sua principal estratégia foi o uso da escala de 1:200, através do escalímetro. Com essa estratégia, ele conseguiu encontrar o valor de uma altura, que somada com a altura do aparelho (teodolito), chegaria à altura do poste solicitado. E em relação à resolução desse problema, utilizando outras estratégias para sua resolução, André afirmou que durante a atividade não conseguiria fazê-las, mas após a formalização do conteúdo, apresentado pelo professor-pesquisador – embora não tenha descrito as novas estratégias utilizadas –, ele acredita ser capaz de encontrá-las para expressar novas formas de se resolver o problema gerador.

Figura 14 – Resolução de André do problema 2



Fonte: Pesquisa de Campo (2015)

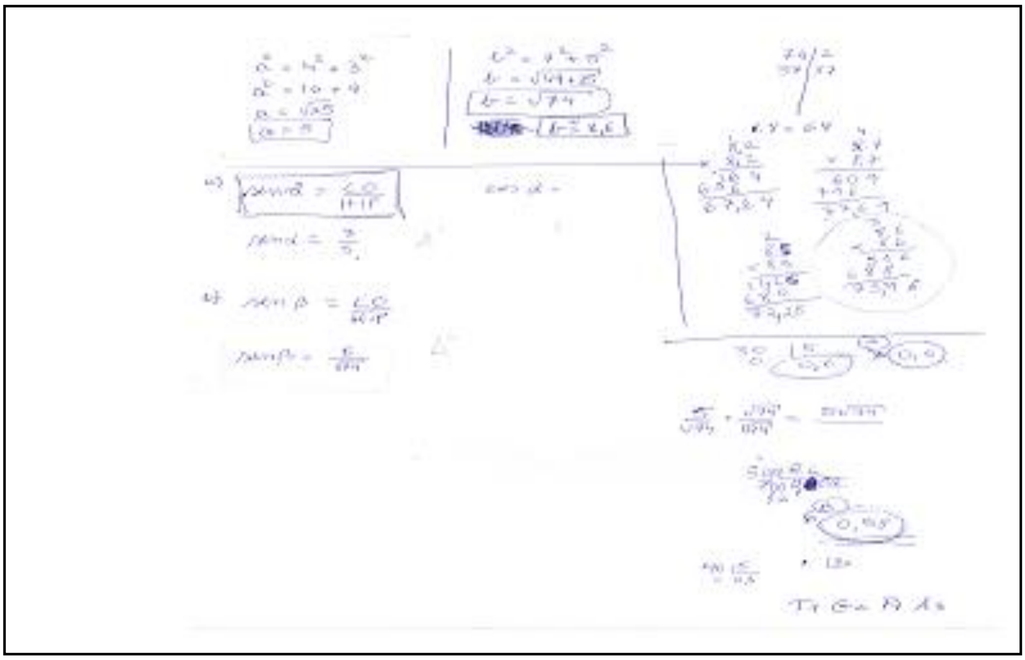
André, na resolução de P2, fez o desenho de uma triângulo retângulo utilizando uma escala de medida 1:200 com o uso do escalímetro com o propósito de situar seu desenho à figura dada no problema gerador. Fazendo cálculos, conseguiu chegar ao resultado esperado.

Nesta mesma perspectiva, analiso a resposta dada por Ian sobre a estratégia usada por ele no P1:

> Em P1 foi no caso achar a primeira hipotenusa através da fórmula de Pitágoras. Depois da fórmula de Pitágoras, encontrei quem é o seno do ângulo de trinta graus. Usei o seno, encontrando a relação 3/5 que deu igual a 0,6. No segundo triângulo, uso a mesma fórmula do seno, só que o ângulo era de 55º, dando um valor para a hipotenusa de raiz quadrada de 74. Para saber o valor dessa raiz, então multipliquei 8,6 x 8,6 que deu igual a 73,96, que é uma aproximação da raiz quadrada de 74. Aí, ficou 5/74, o valor mais próximo assim, aí deu 0,58 aproximadamente. (Fala de Ian na entrevista semiestruturada em 13/07/2015)

Na fala de Ian, ele afirma que a sua estratégia foi a de encontrar a hipotenusa através do Teorema de Pitágoras para a primeira figura, e com o valor dessa hipotenusa, ele procurou o seno. Para a segunda figura, ele utilizou a mesma estratégia utilizada na primeira figura do problema. Segundo a fala de Ian, ele conseguiu resolver o problema gerador usando aproximações para fazer sua conclusão em relação ao solicitado na questão proposta, o que pode ser verificado na figura a seguir que contempla o esquema utilizado:

Figura 15 – Resolução de Ian do problema 1



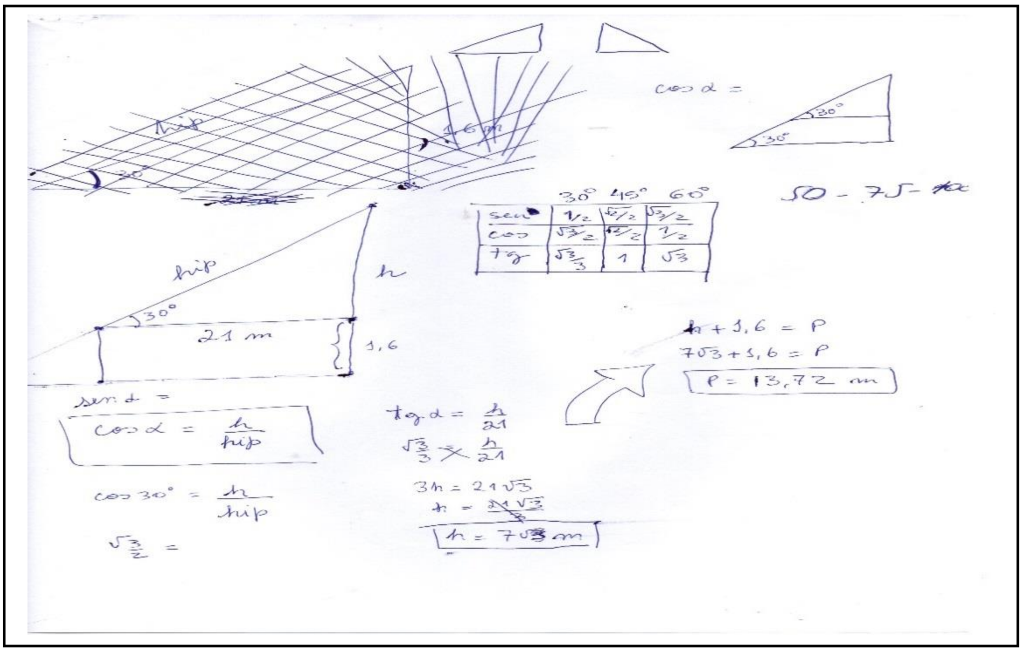
Fonte: Pesquisa de Campo (2015).

Na resolução de P1, Ian fez inicialmente o uso do teorema de Pitágoras para achar a hipotenusa da figura A e B. Assim, ele buscou algumas formas de resolver o problema, dividindo a altura da figura pelo valor de sua hipotenusa, encontrou os valores de 0,6 para a figura A e 0,58 para a figura B, concluindo assim o seu resultado. Nestes termos, para o P2, Ian, diz que:

> Eu acho que foi a mesma estratégia, pois tinha a distância da base e tinha essa coisa da altura de onde estava o teodolito, onde eu deveria adicionar um detalhezinho para solucionar a questão. Depois usei a fórmula da tangente. Acho que não conseguiria resolver este problema utilizando outra estratégia. (Fala de Ian na entrevista semiestruturada em 13/07/2015)

Ian diz em sua fala que utilizou a mesma estratégia usada na resolução do P1, só que não em sua totalidade, visto que, na altura do poste, a qual era um cateto, teria que ser adicionado o valor da altura do aparelho (teodolito) em relação ao ponto utilizado. Segue o esquema apresentado por ele para demonstrar esta estratégia:

Figura 16 – Resolução de Ian do problema 2



Fonte: Pesquisa de Campo (2015)

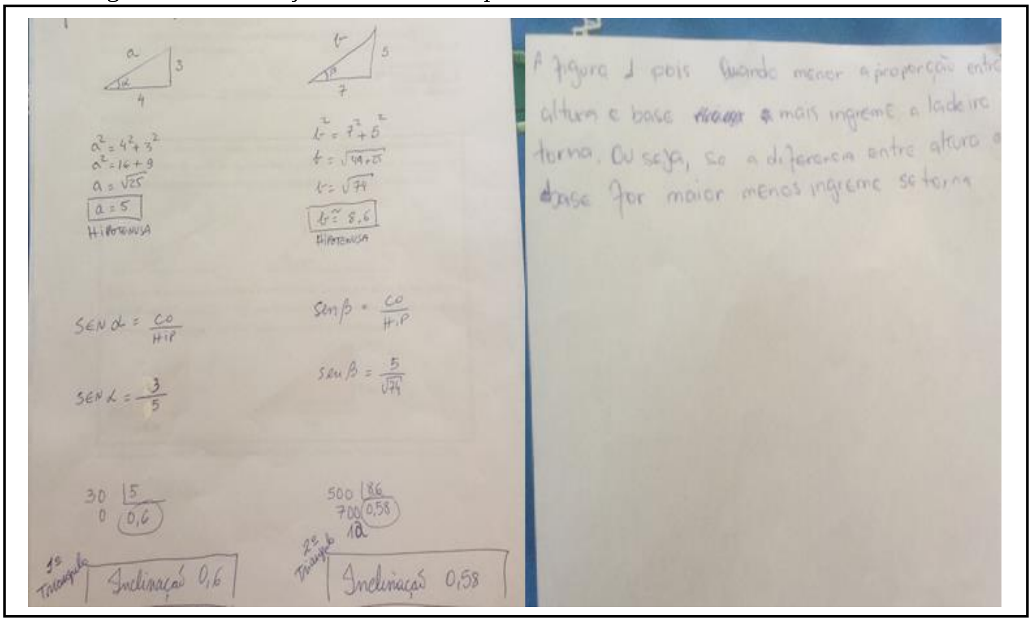
Ian esboça a figura de um triângulo retângulo, seguindo as informações do problema gerador para situar sua resolução, desenhou a tabela dos ângulos notáveis e utilizou a razão trigonométrica da tangente para encontrar o resultado. Ele afirma também que não conseguiria resolver este problema utilizando outra estratégia diferente da fórmula da tangente.

Abaixo, passo a analisar as discussões apresentadas por Thadeu, que destaca que:

> Eu fui buscar no convívio do dia a dia, porque eu observava que, no dia a dia, quanto mais uma ladeira é curta e mais alta ela possui uma inclinação maior e quanto mais longa, uma inclinação menor. Fiz esta associação a partir da ladeira do alto da igreja que é alta e curta. Ela é mais íngreme do que a próxima a ela que é mais comprida e menos alta. Se eu usaria outra estratégia diferente para resolver este problema? Eu acredito que sim, deve demorar mais um pouco, tentando buscar novos meios, sim. (Fala de Thadeu na entrevista semiestruturada em 14/07/2015)

Thadeu utiliza aspectos de sua vida cotidiana para resolver P1. Em sua fala fica demarcada a presença de situações que lhe são corriqueiras, quando ele compara o problema proposto com as inclinações de duas ladeiras localizadas na rua da igreja da cidade onde ele reside. “Quando os alunos conseguem estabelecer conexões entre ideias matemáticas, a sua compreensão é mais profunda e duradoura. Podem observar a existência de conexões na abundante interação entre os vários tópicos matemáticos, em contexto que relacionam a matemática com outras disciplinas e nos seus próprios interesses e experiências vividas” (NCTM, 2008, p. 71). Tomando como base esta experiência de sua vida prática, Thadeu enfatiza o que foi utilizado como critério de referência para a sua resolução. Seu esquema revela:

Figura 17 – Resolução de Thadeu do problema 1



Fonte: Pesquisa de Campo (2015).

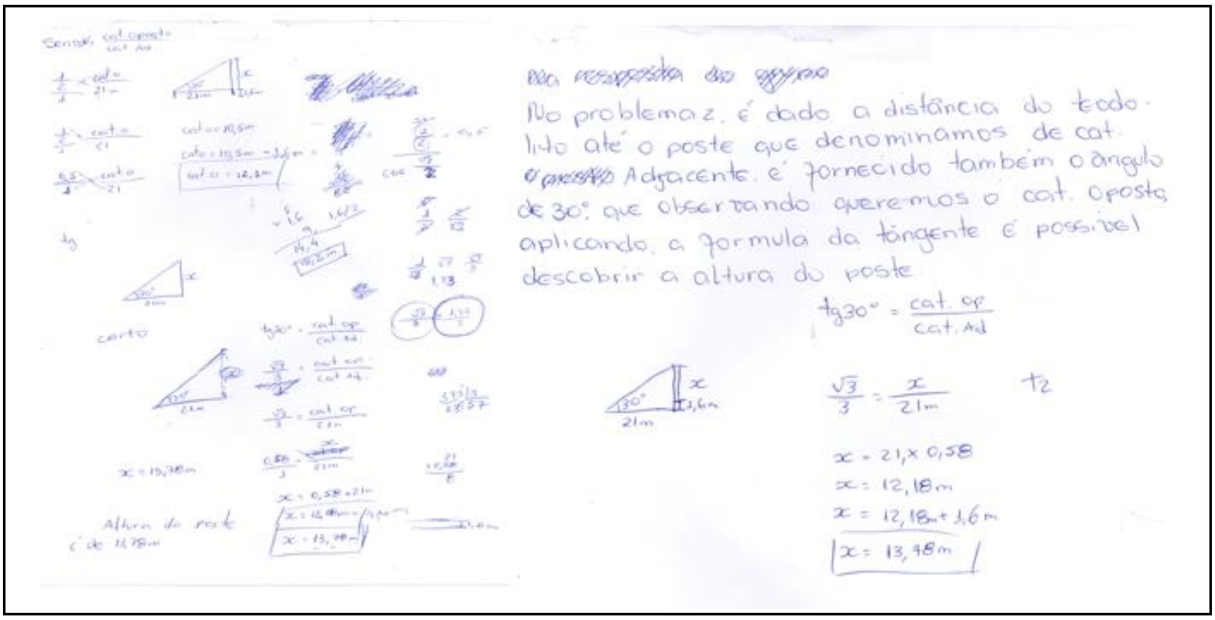
Em sua resolução Thadeu começa com a utilização do Teorema de Pitágoras para ambas as figuras do problema gerador, encontrando, assim, a hipotenusa, seguindo a mesma estratégia utilizada por Ian para a resolução deste mesmo problema. Dividindo a altura da figura pela hipotenusa. Já em relação a P2, Thadeu destaca:

> Essa daqui foi a da tangente, que é a tangente é igual ao cateto oposto sobre o cateto adjacente. Bom, tinha às vezes essas informações que o problema passa, só pode ser aplicada, eu acredito, que só com a tangente. Acho que neste só com a tangente mesmo [referindo-se as outras estratégias de resolução a serem utilizadas]. (Fala de Thadeu na entrevista semiestruturada em 14/07/2015)

Thadeu deixa visível que utilizou a estratégia da tangente para a resolução de seu problema e deixa explícita a ausência de novas estratégias para a resolução deste problema. Na figura a seguir, pode-se observar na imagem da esquerda o excesso de cálculos que ele realizou para tentar resolver o problema gerador; no entanto, à direita, ele exprime com mais detalhes e de maneira organizada, através da linguagem corrente, a construção realizada.

Nesse sentido, ele destaca que alguns dados foram fornecidos no problema, como o ângulo de elevação da base do aparelho até o topo do poste, a distância do teodolito até o poste e a altura do teodolito em relação ao solo. De posse desses dados, ele explica que utilizou a fórmula da tangente do ângulo de 30º para chegar ao resultado do problema.

Figura 18 – Resolução de Thadeu do problema 2



Fonte: Pesquisa de Campo (2015)

Demonstradas as estratégias utilizadas pelos meus interlocutores, passo a seção seguinte com a intenção de discutir as contribuições da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para a aprendizagem da Trigonometria do Triângulo Retângulo, objeto matemático tratado no seio deste trabalho de pesquisa.

4.2 METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Busco nesta seção analisar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir na aprendizagem dos discentes no que se refere à Trigonometria no Triângulo Retângulo. Neste cenário, parto de uma análise em relação aos dez passos, sugeridos por Allevato e Onuchic (2014), os quais compuseram a estrutura da atividade interventiva realizada neste estudo. Descrevo analiticamente a atividade realizada, inter-relacionando aspectos relevantes, materializados a partir das observações participantes realizadas, e, por fim, apresento a fala dos meus alunos protagonistas nas entrevistas semiestruturas quando eles se posicionam, se referindo à metodologia utilizada nas aulas, explicitando as contribuições para a aprendizagem em relação ao objeto matemático trabalhado e qual a sua postura diante do trabalho realizado.

Nestes termos, pretendo apresentar os pilares da metodologia[22] adotada, a partir de três aspectos relevantes: a) quando descrevo analiticamente a atividade desenvolvida, centro-me nas atividades de ensino e no olhar irrestrito do professor-pesquisador; b) quando analiso as falas de meus protagonistas, centro-me em seu processo de aprendizagem, com vistas a demarcar as construções oferecidas por este processo, relativas ao objeto matemático pesquisado; c) tomando como referência as duas perspectivas anteriores, produzo as minhas reflexões sobre este processo, avaliando as construções realizadas, com foco no meu fazer docente, enquanto professor-pesquisador.

A sistematização apresentada anteriormente não significa dizer que este processo não foi realizado de forma integral, como uma ação complexa. Tal subdivisão é meramente sistemática para que o leitor possa compreender os pilares utilizados metodologicamente, numa ação integrada que compõe o processo de ensino, aprendizagem e avaliação, conforme recomendam Allevato e Onuchic (2014, p. 43) ao destacar que "a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador".

A primeira etapa da atividade interventiva consistiu no desenvolvimento dos cinco primeiros passos sugeridos por Allevato e Onuchic (2014), a saber: 1 – proposição do problema; 2 – leitura individual; 3 – leitura em conjunto, 4 – resolução do problema e 5 – observar e incentivar. Em função do número de alunos presentes na turma pesquisada, esta primeira etapa teve de ser desenvolvida em dois momentos distintos, para que eu conseguisse sistematizar melhor os dados produzidos, conforme descrevi em detalhes na metodologia do trabalho proposto.

O desafio neste estudo está em realmente conseguir desenvolver o objeto matemático pesquisado através de um processo inverso nas aulas de Matemática, nas quais o trabalho desenvolvido passa a ser centro do problema gerador proposto, para o qual preferencialmente os alunos não devem ter métodos ou técnicas prescritas para resolvê-los. Assim, "esse problema inicial é chamado problema gerador, pois visa à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para a resolução do problema [...]" (ALLEVATO, ONUCHIC, 2014, p. 45). Desse modo, propus

[22] Inspirado em Allevato e Onuchic (2014, p. 43), "a expressão metodologia será empregada no lugar de Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas a fim de evitar repetições", exceto em casos específicos quando se fizer necessário o emprego da especificação da metodologia.

os problemas P1 e P2, em diferentes momentos, conforme destacado na metodologia, a partir das atividades planejadas (Apêndice G e H) para que os alunos pudessem avançar para o passo seguinte, centrado na leitura individual dos problemas geradores propostos, o que pode ser verificado na figura 19 a seguir:

Figura 19 – Alunos fazendo a leitura individual do problema 1

Fonte: Pesquisa de Campo (2015).

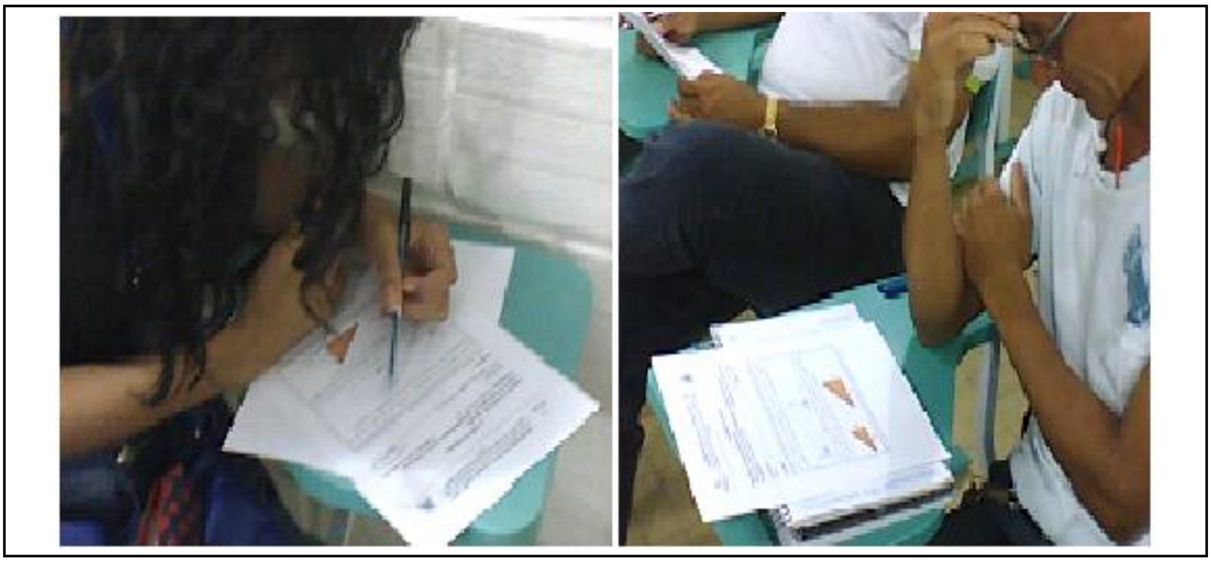
A seguir, os alunos formaram pequenos subgrupos, compostos por três ou quatro participantes e realizaram novamente a leitura em conjunto, com vistas a interpretar e compreender o que estava sendo solicitado nos problemas geradores (ONUCHIC, ALLEVATO, 2009), enquanto eu, como professor-pesquisador, circulava entre os subgrupos com vistas a auxiliá-los nas dúvidas referentes à resolução do problema, conforme figura 20, apresentada a seguir:

Figura 20 – Alunos reunidos em subgrupos fazendo a leitura em conjunto

Fonte: Pesquisa de Campo (2015).

Dessa forma, após a leitura em conjunto, pedi aos alunos que começassem a resolução do problema, avançando para o quarto passo da aplicação da metodologia, intitulado *resolução do problema*, o qual, segundo Allevato e Onuchic (2014, p. 45), "é o fazer da resolução do problema gerador propriamente dito, que conduzirá o aluno à construção de conhecimento sobre o conteúdo matemático planejado pelo professor [...]". Mesmo estando reunidos em seus subgrupos, solicitei que primeiro cada um tentasse realizar a resolução do problema individualmente, preferencialmente utilizando os conhecimentos prévios adquiridos em anos anteriores. Para tanto, eles poderiam usar a estratégia necessária para o desenvolvimento de sua solução e, dessa forma, eles ficaram centrados no problema e começaram sua resolução, conforme pode ser verificado a partir das imagens da figura 21 apresentadas abaixo:

Figura 21 – Alunos resolvendo o problema 1 individualmente



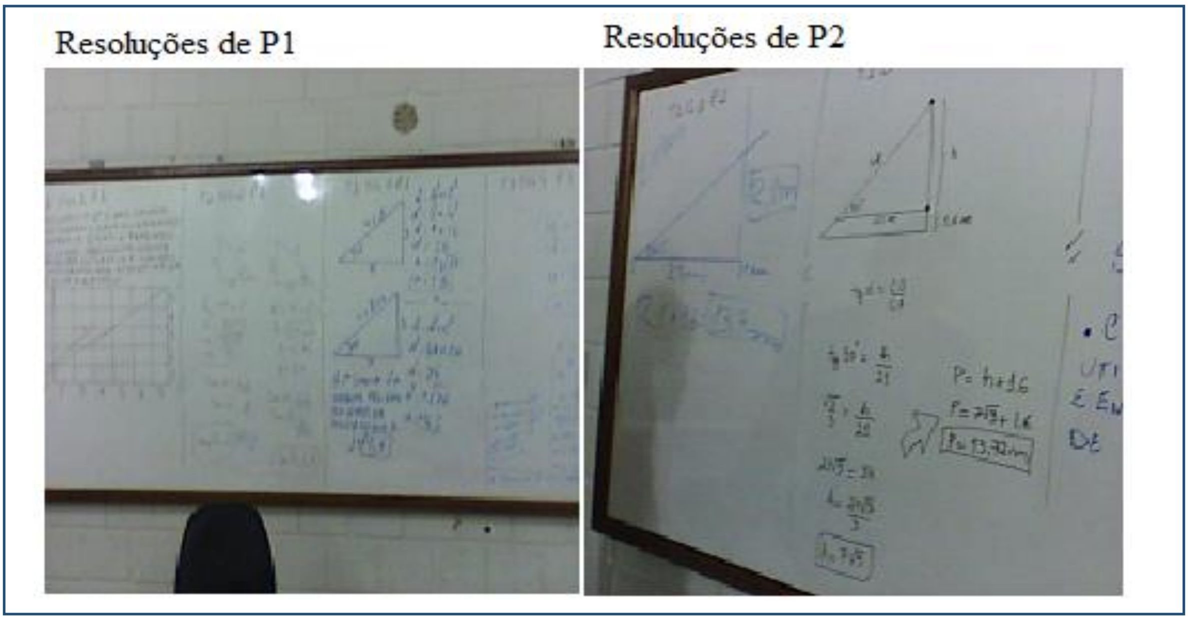
Fonte: Pesquisa de Campo (2015).

Enquanto os alunos resolviam o problema proposto, eu circulava pela sala de aula, atendendo ao que recomendam Allevato e Onuchic (2014, p. 45 - 46), "o professor age, enquanto isso, observando o trabalho dos alunos e incentivando-os ao utilizar seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas, e incentivando a troca de ideia. Auxilia nas dificuldades sem, contudo, fornecer respostas prontas, [...]".

A segunda etapa da atividade interventiva consistiu no desenvolvimento dos três próximos passos sugeridos por Allevatto e Onuchic (2014), a saber: 6 – registro das resoluções na lousa; 7 – plenária; e 8 – busca do consenso. Ela aconteceu no quinto encontro com todos os alunos da turma. Assim, para esta etapa, foi necessária a utilização de quatro aulas de 50min cada, no mesmo dia, para que fosse possível a realização dos três passos.

O registro das resoluções na lousa foi uma ação realizada exclusivamente pelos alunos. Dessa forma, o representante de cada subgrupo fez a resolução de P1 e P2, registrando na lousa as soluções encontradas por diferentes processos, mesmo que seus resultados estivessem certos ou errados (ALLEVATO, ONUCHIC, 2014). Para isso, foi criado um painel de soluções; primeiramente foram colocadas todas as soluções do problema P1 e depois do problema P2, conforme pode ser verificado a seguir:

Figura 22 – Painel de soluções de P1 e P2



Fonte: Pesquisa de Campo (2015).

Ao concluir o painel de soluções e diante dele, “o professor estimula os alunos a compartilhar e justificar suas ideias, defender pontos de vista, comparar e discutir as diferentes soluções, [...]” (ALLEVATO, ONUCHIC, 2014, p. 46), avançando para o passo seguinte, o qual consiste na realização da plenária. Nesse momento, os alunos expressaram suas opiniões, em relação a cada solução proposta, de modo que elas fossem explicadas pelos seus respectivos representantes. Estas exposições foram relatadas conforme descrição a seguir, a partir das minhas observações participantes, a qual envolveu três subgrupos, assim definidos: Subgrupo 1 – formado pelos interlocutores André e Mário e mais dois participantes da turma; Subgrupo 2 – formado pelo interlocutor Ian e mais dois alunos da turma; Subgrupo 3 – formado pelo interlocutor Thadeu e mais dois participantes da turma.

> Para o problema **P1**, Mário foi o aluno representante do subgrupo 1 para apresentar sua resposta. Ele mostrou, através de seu desenho, que seria possível resolver o problema utilizando sua estratégia. Com sua explicação, os alunos da turma concordaram com sua resposta. André, em suas

> ponderações sobre a resolução de Mário, disse que ele tinha resolvido o problema utilizando outra maneira, mas o subgrupo decidiu apresentar a forma que Mário fez, porque acharam muito mais interessante a sua estratégia. Em relação ao **P2**, André foi quem explicou a resolução realizada pelo subgrupo, como uma aplicação de uma escala 1:200 utilizada para fazer o desenho e, a partir dele, encontrar a altura do poste solicitada. (Diário de Campo, observação realizada em 09/06/2015).

Durante a apresentação do subgrupo 1, Mário e André tiveram posição de destaque, apresentando as suas resoluções para os demais colegas da classe. Conforme relatado anteriormente, eles assumiram o protagonismo das soluções, mostrando ao grupo quais as estratégias utilizadas na solução dos problemas geradores, enquanto que eu, como professor-pesquisador, estimulava o subgrupo a justificar suas ideias, socializando as estratégias utilizadas, o que ganha ressonância com as discussões promovidas por Allevato e Onuchic (2014, p. 46) ao afirmarem que "o professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos, pois este é um momento bastante rico para a aprendizagem". Desse modo, passo para a descrição do segundo subgrupo, o qual Ian era membro:

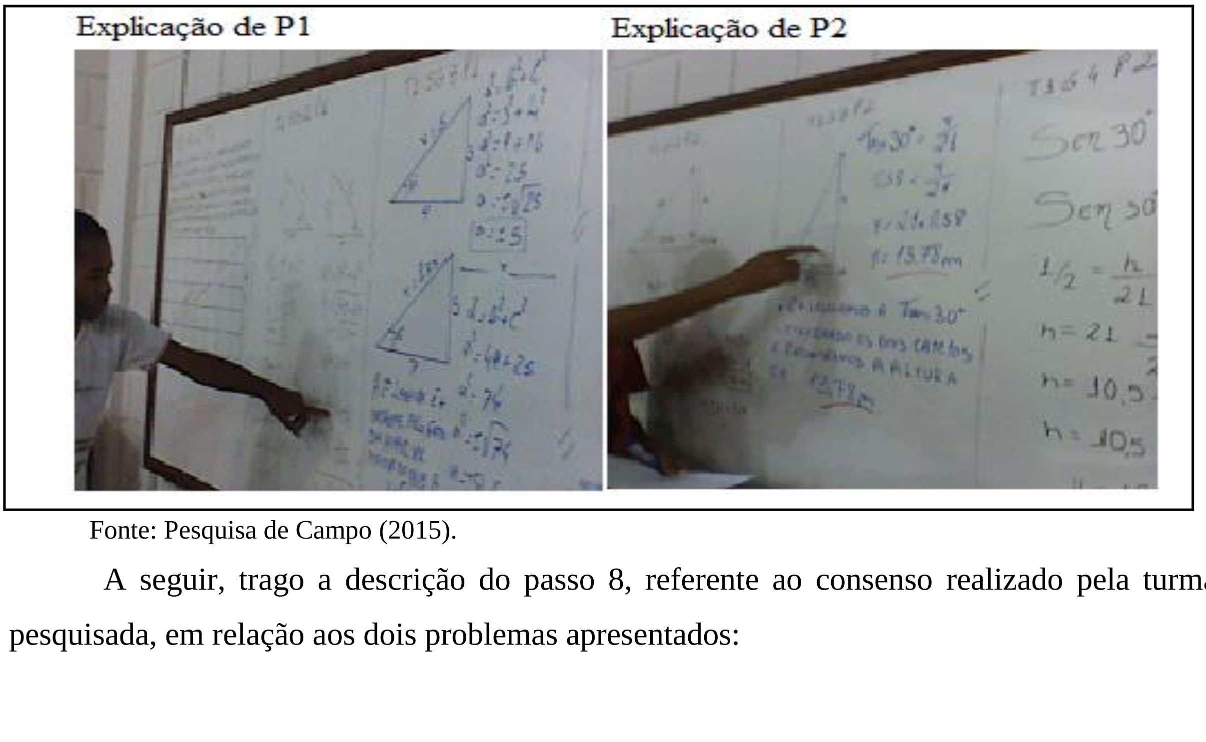
> Ian foi o aluno escolhido pelo subgrupo 2 para fazer as exposições de P1 e P2. Em relação ao **P1**, ele primeiramente buscou encontrar o valor da hipotenusa das figuras, encontrando para um desses valores a raiz quadrada de 74. Através de cálculos auxiliares, ele fez aproximações para determinar o resultado dessa raiz, encontrando um valor aproximado. Em seguida, dividiu o valor informado da altura do triângulo pelo valor da hipotenusa, encontrando os valores 0,6 para o primeiro triângulo e 0,58 para o segundo triângulo, o que o fez concluir que a primeira ladeira era mais íngreme do que a segunda. Em relação ao **P2**, Ian, através do desenho esboçado por ele, explicou que precisaria saber o valor do ângulo de 30° e, para isso, ele disse que se lembrou da tabela dos ângulos notáveis de 30°, 45° e 60°, para seno, cosseno e tangente. Com essa informação em mãos, ele fez o cálculo da altura a partir da base do aparelho e, em seguida somou ao resultado encontrado ao valor de 1,6 cm que corresponde a altura dada para o aparelho em relação ao solo. (Diário de Campo, observação realizada em 09/06/2015)

Nesse cenário, Ian também assume uma posição de protagonista em relação à resolução dos problemas propostos. De maneira muito criteriosa e estratégica, ele explica novas perspectivas para se abordar os problemas geradores, descrevendo uma proposta de resolução diferente do que foi explicitado no subgrupo anterior, o que confirma a recomendação de Allevato (2005) quando expressa que a Resolução de Problemas permite que o mesmo problema seja resolvido de diversas maneiras. Esta característica reforça o incentivo à aprendizagem, ratificando que o trabalho de ensinar através dessa metodologia começa aonde estão os alunos e não de maneira contrária, como tradicionalmente se expressa no posicionamento expositivo dos professores (VAN DE WALLE, 2009). Feitos os devidos contornos, volto à descrição do terceiro subgrupo, no qual está inserido Thadeu:

> Para o subgrupo 3, Thadeu foi o escolhido para fazer a apresentação dos problemas P1 e P2. Em relação ao **P1**, ele falou que uma das estratégias utilizada por Ian tinha também sido utilizada por ele. O seu subgrupo também buscou encontrar primeiramente a hipotenusa dos triângulos retângulos e só depois de fazerem vários cálculos auxiliares conseguiram chegar a um resultado do problema gerador proposto. Em relação ao **P2**, Thadeu por sua vez fez a explanação da solução realizada pelo subgrupo 3, dizendo que primeiro buscou saber quem eram os catetos, a hipotenusa e o ângulo dado no problema P2. Com base nestas informações, ele explica que poderia fazer uso de alguma coisa que expressasse uma relação entre essas informações. Dessa forma, ele usa a relação da tangente para resolver o problema proposto. (Diário de Campo, observações realizadas em 09/06/2015).

Por sua vez, o subgrupo 2 e 3 trazem neste caso estratégias semelhantes para a resolução do problema gerador P1. O que chama atenção, neste caso, é o fato de o terceiro subgrupo enfatizar, como estratégia de resolução, o cálculo de P2 pela fórmula da razão trigonométrica da tangente do ângulo de 30º, inter-relacionando os valores dos catetos propostos no triângulo retângulo criado a partir dos dados do problema. Nas demais apresentações, as resoluções dos outros subgrupos expressam também a participação ativa dos alunos da turma pesquisada a partir de resoluções certa e errada que foram amplamente debatidas durante a plenária, com vistas à construção de um consenso para as resoluções, próximo passo a ser observado. Por fim, trago algumas imagens dos painéis de soluções para expressar o trabalho desenvolvido pelos alunos da turma pesquisada.

Figura 23 – Alunos explicando a solução elaborada pelo subgrupo



Fonte: Pesquisa de Campo (2015).

A seguir, trago a descrição do passo 8, referente ao consenso realizado pela turma pesquisada, em relação aos dois problemas apresentados:

> Para o passo da busca do consenso, durante a plenária e após as discussões das resoluções do problema gerador 1, foram analisadas todas as respostas possíveis, chegando-se à conclusão de que, para este problema, não existe uma maneira única de se chegar a sua solução e, por isso, as resoluções apresentadas pelos subgrupos 1, 2 e 3 estão todas corretas e foram aceitas pela turma como válidas. Quanto às discussões na plenária sobre o problema gerador 2, também foram analisadas todas as respostas colocadas na lousa para a composição do painel de soluções e, após as discussões, os alunos chegaram a seguinte conclusão: para este tipo de problema as aplicações das razões trigonométricas seno, cosseno, e tangente e com o conhecimento prévio dos valores constantes na tabela dos ângulos notáveis, seriam as formas mais viáveis de se chegar à solução do problema. Dessa forma, a plenária concluiu que as resoluções apresentadas pelos subgrupos 1 e 2 se aproximam da solução do problema, mais as do 2 do que as do 1; porém a solução do subgrupo 3 seria a mais viável para expressar a altura do poste solicitada na questão P2, chegando ao resultado esperado de aproximadamente 13,7 metros. (Diário de Campo, observação realizada em 09/06/2015).

Assim, o consenso realizado pela turma expressa que, em relação ao P1, a sua solução depende das estratégias utilizadas pelos alunos, uma vez que a plenária ratificou as três soluções como corretas e possíveis para expressar uma resposta ao problema proposto. Em relação ao P2, encontro aqui mais uma vez um obstáculo causado pelo fato de os alunos participantes da pesquisa já terem estudado este objeto em outro momento de sua formação, anterior a esta pesquisa. Isso fez com que eles optassem por uma resolução centrada na aplicação da fórmula da razão trigonométrica da tangente como a melhor opção para expressar a solução do problema P2.

A terceira etapa da atividade interventiva consistiu no desenvolvimento dos dois últimos passos sugeridos por Allevatto e Onuchic (2014), a saber: 9 – formalização do conteúdo, e 10 – proposição e resolução de novos problemas. Nessa perspectiva, Allevato e Onuchic (2014, p. 46) expressam, que na “formalização, o professor registra na lousa uma apresentação [...] organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos [...], destacando diferentes técnicas operatórias [...]”. Dessa forma, transcrevo a observação participante para a formalização do objeto proposto:

> Fui à lousa iniciei o estudo da trigonometria no triângulo retângulo, a partir de uma sucinta abordagem histórica, para que os alunos pudessem se situar quanto ao contexto do objeto estudado. Em seguida coloquei na lousa dois desenhos formados por duas semi-retas partindo do mesmo ponto formando ângulos de 30° e 55°, similar à estratégia utilizada no problema P1, explicando sobre o índice de subida, numa relação entre o ângulo e o índice de subida indicados. Explico, em seguida, a ideia das razões trigonométricas de seno, cosseno e da tangente, associando esta ideia respectivamente às razões entre altura e o percurso, o afastamento e o percurso e entre este e o afastamento. Daí em diante, defino formalmente seno, cosseno e tangente por meio da

> semelhança de triângulos, dando continuidade às explicações contidas nos subtópicos do objeto abordado. (Diário de Campo, observação realizada em 11/06/2015)

Dessa forma, fazendo uma avaliação do trabalho realizado até aqui, pude perceber que o trabalho com a aplicação desta metodologia deu novos contornos a minha prática docente, gerando novas reflexões sobre a forma como ensinar trigonometria do triângulo retângulo. Antes de ter conhecimento dessa metodologia, as minhas aulas eram bem lineares, pautadas na formalização do conteúdo, abordando os conceitos, definições e fórmulas, para depois chegar à resolução de exercícios, os quais mais ou menos repetiam o que eu havia ensinado expositivamente. Na realização deste trabalho, percebi que ao formalizar a Trigonometria do Triângulo Retângulo os alunos ficaram mais interessados na aula, e consequentemente mais participativos, questionando e dando sugestões acerca do que estava sendo abordado, tornando mais interativa e menos expositiva a nossa relação no desenvolvimento das aulas de Matemática.

Apesar dos obstáculos vivenciados, considerar o problema como ponto de partida para o desenvolvimento da atividade matemática, no contexto abordado por Allevato e Onuchic (2014), tem me permito perceber uma compreensão emergente acerca da metodologia como uma proposta de mudança de prática pedagógica, condizente com a aprendizagem dos alunos envolvidos neste processo. Isto pôde ser verificado quando fiz a proposição e a resolução de novos problemas, último passo da metodologia a ser desenvolvido, fato este que mobilizou a turma pesquisada na resolução dos problemas propostos, conforme descrevo a seguir:

> Nos últimos trinta minutos de aula, solicitei que os alunos resolvessem dois novos problemas, no contexto da Trigonometria do Triângulo Retângulo. Ao circular pela sala, durante o momento em que eles resolviam as atividades, pude perceber que eles voltavam a discutir entre si as suas estratégias de resolução, sem necessariamente formarem grupos de resolução. A ida ao colega para questionar a forma como o outro resolvia seu problema, ou para apresentar a sua própria forma de resolução, se constituiu em um processo natural, independia de que eu solicitasse, por exemplo, que a atividade fosse realizada em grupo. (Diário de Campo, observação realizada em 11/06/2015)

Assim sendo, ao trabalhar com esta metodologia percebi a motivação e o incentivo dos alunos no desenvolvimento de um trabalho em parceria, conforme asseguram Allevato e Onuchic (2014, p. 47) ao afirmarem que “a avaliação do crescimento dos alunos é feita, continuamente, durante a resolução do problema”. Nesse sentido, procurei saber de que forma essa metodologia pôde contribuir para a aprendizagem dos alunos pesquisados no que diz respeito à Trigonometria no Triângulo Retângulo, através das entrevistas semiestruturas realizadas com meus interlocutores. A seguir, apresento suas reflexões, em decorrência do processo vivenciado:

> Achei o trabalho desenvolvido pelo professor muito bom, pois a gente pôde discutir com os colegas de que forma iríamos resolver os problemas propostos. Isso ficou tão forte que passamos a resolver os próximos problemas com este mesmo nível de parceria, discutindo, conversando, mostrando nossos exemplos resolvidos uns aos outros. (Fala de André na entrevista semiestruturada, em 13/07/2015)

Neste depoimento, o aluno André deixa demarcado que o trabalho desenvolvido pelo professor, com a metodologia proposta, foi muito bom, pois ele pôde discutir com os colegas as formas que eles iriam resolver os problemas propostos. O participante enaltece a perspectiva de parceria desenvolvida que a metodologia proporcionou, pois sempre procurava os colegas para discutir os problemas a serem resolvidos, mesmo que o professor não solicitasse que a atividade fosse feita em grupo. Tal perspectiva ganha força também no diálogo de Mário ao afirmar que:

> Participei das discussões do meu subgrupo, juntamente com meus colegas, onde cada um do subgrupo dava opinião diferente. Porém, quando eu comecei fazer meu desenho, os colegas ficaram brincando comigo, dizendo que aquele desenho não tinha nada a ver com a solução do problema. No entanto, quando eu expliquei o que eu queria fazer, eles mesmos acataram minha opinião, ao afirmarem ser mais fácil desenvolver e ter a certeza do resultado. (Fala de Mário na entrevista semiestruturada, em 14/07/2015)

Dessa maneira, Mário também reforça a sua participação e o seu protagonismo diante do subgrupo de trabalho. Ele enfatiza que a princípio o grupo desconfiava da forma como ele pretendia resolver o problema gerador, através do esquema que vinha estabelecendo, mas ao dar explicações aos colegas sobre o que pretendia fazer com aquele esquema, eles se convenceram da proposta de solução realizada. Neste mesmo cenário Ian traz novas perspectivas para destacar a sua aprendizagem com a metodologia:

> Eu acho que ajuda sim, porque a gente, por exemplo, tem de entender o que está pedindo o problema, ou seja, temos de interpretar a questão. Através desta interpretação, nós vemos quais métodos podemos utilizar para elaborar uma resposta para aquela pergunta. (Fala de Ian na entrevista semiestruturada, em 13/07/2015)

Em sua fala, Ian chama atenção pela maturidade em destacar a interpretação do problema como algo importante no desenvolvimento do trabalho com a metodologia. Para ele, esta interpretação irá possibilitar que as devidas estratégias de resolução ganhem força na atividade de resolver o problema proposto, conforme recomendam Onuchic e Allevato (2012,

p. 243), que "ao resolver problemas, os alunos necessitam refletir sobre as ideias que estão inerentes e/ou ligadas ao problema." A fala de Ian ressoa nas ideias de Thadeu acerca da atividade realizada, pois:

> Eu acredito que sim, pelo motivo de essa metodologia fazer com que o aluno busque descobrir meios para tentar resolver, e depois o professor apresentar as respostas. Se ele acertou [referindo-se ao aluno quando este identifica que acertou o problema a partir da intervenção do professor], ele já está sabendo como se faz, ou seja, ele ganha força para aprender. (Fala de Thadeu na entrevista semiestruturada, em 13/07/2015)

As palavras de Thadeu trazem à tona as contribuições da metodologia para a aprendizagem do objeto matemático proposto, quando ele enfatiza que a metodologia proporciona ao aluno descobrir formas de tentar resolver os problemas com a intermediação do professor, pois "a Resolução de Problemas desenvolve o 'poder matemático'. Os estudantes [...] se engajam em todos os cinco padrões de procedimentos descritos nos Standarts 2000"[23] (ONUCHIC, ALLEVATO, 2012, p. 243), os quais representam formas significativas da atividade matemática para além do conteúdo proposto no currículo escolar.

A seguir, apresento as considerações desta proposta, ressaltando as dificuldades vivenciadas neste processo e as possibilidades de novas pesquisas que poderão ser desenvolvidas a partir das considerações apresentadas.

[23] São eles: "resolução de problemas, raciocínio e prova, comunicação, conexão e representação" (Onuchic, Allevato, 2012, p. 243).

REFLEXÕES PRELIMINARES ACERCA DO OBJETO PESQUISADO

Apresento neste capítulo as considerações preliminares do trabalho de pesquisa realizado, compreendendo que a atividade de pesquisa é cíclica e seus devidos contornos promovem novas discussões para o trabalho aqui realizado, articulando-os aos pressupostos teóricos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Desta forma, com o intuito de responder aqui a minha questão de pesquisa: *como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir na construção de espaços de aprendizagem da Trigonometria no Triângulo Retângulo,* busco esboçar um percurso que retoma pontos importantes da itinerância desenvolvida até aqui. Meu interesse pelo objeto de minha investigação, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, nasceu da minha vivência enquanto professor de Matemática na Educação Básica – na qual pude perceber que os alunos têm dificuldades em resolver questões que são propostas a partir de uma abordagem mais contextualizada – e, também, a partir de minha entrada no mestrado em Educação Matemática, a qual me deu subsídios necessários para trabalhar a metodologia de ensino que escolhi como objeto de trabalho de pesquisa.

A partir do contato com a literatura especializada nestes campos de saber, o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e o ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo, início os primeiros passos na pesquisa científica e na carreira acadêmica, compreendendo os fundamentos necessários para a construção metodológica e a importância da minha participação como professor-pesquisador junto ao objeto de estudo, buscando na própria prática a perspectiva da dinâmica entre teoria e prática, a partir de um olhar investigativo do pesquisador como participante da pesquisa.

Desse modo, proponho-me a compreender como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir na construção de espaços de aprendizagem da Trigonometria no Triângulo Retângulo. Para atingir este objetivo, analiso tal perspectiva numa turma do curso de Agrimensura para alunos da Educação Profissional Técnica de Nível Médio, na modalidade de Ensino Subsequente, de uma escola pública do interior da Bahia, escolhida por eu ser professor da turma pesquisada e, principalmente, pela disponibilidade da Direção Geral na realização desse trabalho de pesquisa.

A pesquisa de campo foi desenvolvida no período de maio e julho de 2015, com carga horária total de 12 horas-aulas, de 50 minutos cada, envolvendo uma atividade interventiva desenvolvida em três etapas, a qual contou com a participação dos 40 alunos da turma pesquisada, com o protagonismo de quatro sujeitos da pesquisa, escolhidos por um critério específico. Durante a aplicação dessas etapas, foi desenvolvida uma atividade matemática contendo dois problemas geradores, dentre os quais caberiam aos alunos a sua resolução, sem que antes tenha sido abordado o objeto matemático pretendido para aquelas aulas.

Neste cenário, busquei como objetivos específicos: a) analisar como a Resolução de Problemas pode contribuir para que os alunos da Educação Profissional Técnica demonstrem habilidades de investigação na aprendizagem de Matemática; e b) analisar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir na aprendizagem dos discentes no que se refere à Trigonometria no Triângulo Retângulo.

Metodologicamente, este trabalho situou-se numa abordagem qualitativa, do tipo pesquisa participante, e para chegar às respostas da minha questão de pesquisa lancei mão de alguns procedimentos e instrumentos metodológicos, dentre eles: análise documental, a observação participante e a entrevista semiestruturada, realizada de maneira presencial e gravada. Nesse ínterim, elejo como sujeitos da pesquisa quatro alunos, aqui denominados de André, Ian, Mário e Thadeu, selecionados dentre os quarenta participantes da turma pesquisada cuja seleção deu-se a partir da análise da atividade realizada, durante a primeira etapa da pesquisa de campo, e apresentada na plenária pelos subgrupos na segunda etapa interventiva.

Assim, os alunos escolhidos foram aqueles que obtiveram no mínimo 60% de aproveitamento na resolução dos dois problemas geradores sobre a Trigonometria no Triângulo Retângulo, e que demonstraram estratégias diversificadas para a solução destes problemas. Para a análise dos dados, foi utilizada a análise do conteúdo, sistematizada em duas categorias que compuseram as seções presentes no capítulo anterior, a partir dos achados para cada questão complementar de pesquisa.

Analisando as contribuições sobre a importância da Matemática para o Ensino Médio, os documentos analisados revelaram a presença da Resolução de Problemas como eixo motriz da atividade matemática a ser desenvolvida no currículo escolar, com ênfase em atividades problematizadoras que enfatizem a investigação como uma proposta a ser desenvolvida. Desse modo, as aulas de Matemática, desenvolvidas num movimento inverso – proposto a partir de um problema gerador, para o qual os alunos não têm um conjunto de soluções previamente estabelecidas –, podem contribuir para aprendizagem desses discentes de forma a valorizar o raciocínio lógico e a investigação num contexto que priorize a interpretação da realidade.

Neste contexto, os alunos passaram a ser colocados como protagonistas do processo de descoberta, e a posição do professor passou a ser a de mediador das atividades matemáticas que estavam sendo desenvolvidas num processo complexo e sem aligeiramentos comum às inovações realizadas no contexto educativo. A elaboração de conjecturas, a análise interpretativa, o contato com problemas decorrentes de aplicações do conhecimento trigonométrico democratizam o papel do aluno no contexto de sua aprendizagem Matemática, dando-lhe voz e vez, e colocam o professor numa situação privilegiada como um sujeito que compartilha seus conhecimentos de forma dialogada e construtiva, num movimento dialético entre concreto e abstrato, dando ao conhecimento matemático suas devidas relações de significado.

Por sua vez, estas contribuições ganham ressonância nos objetivos trazidos para o ensino de Matemática, resultando numa aprendizagem real para os alunos envolvidos no contexto da Resolução de Problemas, com vistas a atender o que expressa Allevato (2005), em relação aos objetivos da Resolução de Problemas na Educação Matemática, ao afirmar que essa atividade representa uma valiosa contribuição para a aprendizagem matemática, permitindo ao professor analisar os progressos conquistados pelos seus alunos, auxiliando-os individualmente e em grupos de trabalho.

Os alunos envolvidos na atividade interventiva revelam unanimidade; seu entendimento em relação aos problemas geradores propostos e às discussões em grupo se caracterizou estratégias utilizadas para que eles pudessem sanar as dificuldades iniciais geradas neste processo. Mário e Thadeu buscavam em suas soluções uma fórmula que pudesse resolver os problemas propostos de uma forma rápida e sem nenhuma reflexão, reduzindo a atividade de resolução de problema a um mero conjunto de exercícios que se resolveria através de seus aspectos memorísticos, contrariando o que tem sido explícito por Onuchic e Allevato (2009/ 2012). No entanto, o diálogo com os colegas dos subgrupos em que estavam envolvidos fez com que eles percebessem que o problema gerador P1 não seria resolvido através de fórmulas prontas.

Para André, as dificuldades encontradas na resolução dos problemas geradores foram exatamente as de não saber como iniciar a resolução e como deveria calcular, ou seja, ele não sabia qual estratégia deveria utilizar; porém, para sanar essas dificuldades foi necessária uma discussão com o grupo para se chegar a um consenso sobre quais estratégias ou métodos eles poderiam usar para resolver os problemas geradores. Já no caso de Ian, sua maior dificuldade foi em aproximar os valores encontrados para os catetos no primeiro problema gerador; e para o segundo problema gerador, a dificuldade, que não foi só dele, mas de todo o grupo, está relacionada à altura do aparelho que aparecia no enunciado do problema gerador.

Em relação às estratégias utilizadas pelos sujeitos da pesquisa, elas demonstraram alguns aspectos que colaboram para o desenvolvimento de habilidades investigativas no trabalho desenvolvido através da Resolução de Problemas; porém, algumas dificuldades foram expressas neste contexto. Mário, influenciado pelo grupo, não traz as reflexões vivenciadas em seu esquema de resolução e responde ao problema P2 de forma direta, com uma aplicação da fórmula da tangente. André afirma ser possível utilizar outras estratégias para a resolução do problema P2, afirmativa esta que se deu depois da formalização do conteúdo destacado por mim, professor-pesquisador. Ian e Thadeu expressam apenas a fórmula da tangente para expressar sua estratégia de resolução.

Em síntese, apesar das dificuldades, a Resolução de Problemas no contexto apresentado na minha primeira unidade de análise demonstrou a presença de habilidades de investigação desenvolvidas pelos sujeitos da pesquisa, a partir de sua experiência com os problemas geradores propostos, embora em alguns casos eu tenha vivenciado algumas dificuldades neste processo, quando alguns sujeitos, com base em seus conhecimentos prévios, optam por uma prática memorística em detrimento de um trabalho reflexivo, relacionado à aprendizagem da Trigonometria do Triângulo Retângulo.

Analisando como a metodologia pode contribuir com a aprendizagem dos alunos no que se refere à Trigonometria do Triângulo Retângulo, posso destacar que as etapas desenvolvidas na atividade interventiva revelaram que houve participação ativa dos estudantes no desenvolvimento da atividade matemática proposta. Especificamente, na primeira etapa, foi observado o entendimento dos alunos em relação à leitura individual, e em conjunto, dos problemas geradores, permitindo que eles dialogassem entre si a fim de chegarem às propostas de soluções encontradas. Além disso, propiciou a mim, enquanto professor-pesquisador, interagir com o grupo de alunos, a partir de seus respectivos subgrupos, assumindo uma postura mediadora durante o desenvolvimento da atividade.

A segunda etapa democratizou a atividade matemática desenvolvida em sala de aula, pois o conhecimento gerado tomou como ponto de partida o protagonismo assumido pelos alunos participantes da pesquisa, pois a plenária e a busca pelo consenso levaram em consideração as apresentações registradas no painel de soluções dos problemas geradores; Já a terceira etapa, permitiu que eu, enquanto professor-pesquisador, formalizasse o objeto matemático e percebesse maior participação dos alunos no desenvolvimento da aula e dos novos problemas que foram resolvidos posteriormente à formalização.

Nas entrevistas semiestruturadas, os sujeitos participantes revelaram que a metodologia contribuiu para o processo de aprendizagem em torno de alguns aspectos: favoreceu o diálogo entre eles, uma vez que quando o professor não solicitava que aquela atividade fosse desenvolvida em grupo, ainda assim eles se reuniam para compartilhar suas ideias e soluções acerca dos problemas propostos; foi também valorizada pelos sujeitos da pesquisa a questão da interpretação dos problemas propostos, habilidade esta que possibilitava que os alunos definissem as estratégias que seriam utilizadas na resolução de problemas, o que contribuiu para a construção de uma aprendizagem da Trigonometria no Triângulo Retângulo, no contexto pesquisado.

Dessa forma, posso concluir que a metodologia contribuiu para a construção de espaços de aprendizagem, no contexto pesquisado, considerando que as evidências empíricas revelaram um ambiente de trabalho investigativo, o qual deu aos alunos participantes o protagonismo no desenvolvimento da atividade matemática proposta durante a intervenção. Além disso, ficou também evidenciado um trabalho horizontalizado, com minha mediação enquanto professor-pesquisador, principalmente durante a realização da plenária e na busca de um consenso para a resolução dos problemas propostos, momentos estes em que os alunos revelam suas avaliações sobre o desenvolvimento da proposta de pesquisa.

Outras características que se agregam às já elencadas são: a presença da Resolução de Problemas como um eixo motriz para o desenvolvimento da atividade matemática no currículo escolar, conforme recomendam os PCN (BRASIL, 1999); as estratégias apresentadas pelos estudantes participantes da pesquisa, principalmente quando eles relatam seus trabalhos individualmente e nos subgrupos que participaram; por fim, a minha avaliação enquanto professor-pesquisador quando eu reflito sobre a minha própria prática docente, no desenvolvimento deste trabalho, ao considerar que os alunos se sentiram motivados durante a atividade interventiva, evidentemente nos passos da formalização do objeto matemático e na proposição de novos problemas.

No entanto, algumas dificuldades foram vivenciadas neste processo: a) a liberação do comité de Ética da Universidade para a realização da pesquisa de campo, fato este que atrasou o cumprimento de algumas etapas do trabalho de pesquisa. É importante que a Universidade repense critérios mais objetivos para o retorno dessas questões que as envolvem a ética nos projetos de pesquisa institucionais; b) o atraso no início do ano letivo de 2015 da escola pesquisada, em função da reposição dos dias parados no movimento grevista que acometeu na instituição no ano anterior; c) as ausências de alguns alunos na primeira etapa da atividade interventiva, o que alterou a composição de alguns subgrupos, não previsto no planejamento inicial; d) a realização das entrevistas semiestruturadas com os estudantes pesquisados, que só puderam ser efetivadas depois do recesso junino, em função das férias docentes e discentes realizadas neste período; e) a resolução do segundo problema gerador, nesse momento houve resistência por parte dos alunos, pois eles só queriam resolver esse problema através de fórmulas prontas.

Uma vez elencadas as dificuldades encontradas para a realização dessa trabalho, apresento as questões de pesquisa que poderiam ser desenvolvidas a partir do estudo realizado: a) analisar o desempenho da turma em um bimestre inteiro com o trabalho da metodologia associado a outros objetos matemáticos, com a finalidade de perceber as vantagens do trabalho desenvolvido neste contexto; b) propor novas sequências didáticas que possam ser desenvolvidas, ainda no contexto da Trigonometria no Triângulo Retângulo, com foco na Resolução de Problemas, através de atividades que possam ser desenvolvidas associadas às tecnologias digitais..

O caráter cíclico desta pesquisa, no cenário da *Metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas,* informada no início deste capítulo, está presente neste trabalho devido à complexidade que envolve a aprendizagem de Matemática, no contexto da Trigonometria no Triângulo Retângulo. Por esta razão, nesta pesquisa, não apresento considerações ou prescrições finais. Assim, espero que este estudo possa ser divulgado a outros pesquisadores no cenário da Educação Matemática, servindo dessa forma como inspiração para a criação de outras pesquisas na Educação Profissional Técnica, que ainda é um nível de ensino pouco pesquisado.

REFERÊNCIAS:

ABDELMALACK, A. **O Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Derivada para o Curso de Engenharia Através da Resolução de Problemas.** Dissertação (mestrado) – Programa em Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo – SP, 2011.

ALLEVATO, N. S. G. Associando o computador à resolução de problemas fechados**:** análise de uma experiência. Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociência e Ciências Exatas, Rio Claro - SP, 2005.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-avaliação: por que através da resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et all (Orgs.). **Resolução de Problemas**: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, pp. 35-52, 2014.

______. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática através da resolução de problemas: uma nova possibilidade pra o trabalho em sala de aula. In: **REUNIÃO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA DO CONE SUL**, 7, 2006, Águas de Lindóia, SP. **Atas...,** Água de Lindóia, São Paulo, 2006.

AZEVEDO, E. Q. **O Processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto da formação inicial do Professor de Matemática**. Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, SP, 2014.

BARDIN, L**. Análise de Conteúdo**. Lisboa, Portugal: Edições 70, LDA, 1977.

BOGDAN, R. C. BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Lisboa: Porto Editora, 1994.

BOTTA, E. S. **O Ensino do Conceito de Função e Conceitos relacionados a partir da Resolução de Problemas**. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, SP, 2010.

BOYER, C. B. História da Matemática. **Revista por Uta C. Merzbach**; tradução Elza F. Gomide – 2ª ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacional do Ensino Médio**: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica, 1999.

______. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacional. Brasília: Ministério da Educação/Secretária de Educação Média e Tecnológica, 2002.

______. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio**: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2006. v. 2.

CHAVES, V. D. **Heurística e suas possibilidades de emergência nas aulas de matemática**. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Programa de Pós-graduação em Educação Matemática. Ilhéus, BA, 2014.

CHEVALLARD, Y. Conceitos fundamentais da didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, p. 115-153, 1996.

DA ROCHA FALCÃO, J. P. **Psicologia da Educação Matemática**: uma introdução. 1. reim. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 11. ed. Campinas, SP: Papirus, 2004. (Coleção Perspectiva em Educação Matemática)

D`AMBRÓSIO, U. Prefácio. In: BORBA, M. C; ARAUJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**.12. ed. São Paulo: Editora Ática, 2002.

______, **Matemática**. Volume único. São Paulo: Editora Ática, 2005.

______, **Formulação e resolução de problemas de matemática***:* teoria e prática. 1. Ed. São Paulo: Editora Ática, 2009.

DEMO, Pedro. **Pesquisa Participante**: saber pensar e intervir juntos. Série Pesquisa em Educação. Brasília: Liber Livro Editora, 2004.

ESTEBAN, M. T.; ZACCUR, E. A pesquisa como eixo de formação docente. In: ESTEBAN, M. T.; ZACCUR, E. (Orgs.). **Professora pesquisadora**: uma práxis em construção. Rio de Janeiro: DP & A, pp. 11-23, 2002.

FACCHINI, W. **Matemática para a escola de hoje**. Livro único. São Paulo: FTD, 2006.

GONZAGA, A. M. A pesquisa em educação: um desenho metodológico centrado na abordagem qualitativa. In: PIMENTA, S. G. (Orgs.). **Pesquisa em Educação**: alternativas investigativas com objetos complexos. São Paulo: Edições Loyola, 2006.

HUANCA, R. R. H. **A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem-avaliação de matemática na e além da sala de aula**. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio claro, 2006.

HOUAISS, A.; VILLAR, M. S. **Dicionário Houaiss da língua portuguesa**. 3. ed. Rio de Janeiro: Editora Objetiva, 2009.

IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar 3. Trigonometria**. 8ª edição. São Paulo: Editora Atual, 2004

KILPATRICK, J. **Fincando Estacas**: uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. In: ZETETIKÊ, Campinas, SP: v.4, n.5, p. 99-120, jan/jun. 1996, pp. 99 - 120.

LUDKE, M. e ANDRÉ, M. D. A. **Pesquisa em Educação**: abordagem qualitativa. Editora Pedagógica e Universitária Ltda, São Paulo, 1986.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula**: Tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2. Ed. S. Paulo. Livraria da Física. 2009.

MERICHELLI, M. A. J. **O ensino dos logaritmos através da resolução de problemas**. Dissertação (mestrado) – Programa em Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo – SP, 2010.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.). **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. 29. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

MIORIM, M. A. **O ensino de Matemática***:* evolução e modernização. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas, SP, 1995.

MIRANDA, J. R. **O currículo da formação inicial de professores que atuam na educação de jovens e adultos**: do concebido ao vivido. Dissertação (mestrado) – Universidade de Brasília, Faculdade de Educação. Brasília, 2008.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Edição Portuguesa. Tradução de MELO, Madga. 2ª Edição, 2008.

NUNES, C. B. **O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas**: perspectivas didático-matemáticos na formação inicial de professores de matemática. Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, SP, 2010.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). ***Pesquisa em Educação Matemática***: concepções e perspectivas. S. Paulo: Editora UNESP, pp. 199-218, 1999.

______. **A Resolução de Problemas na Educação Matemática**: onde estamos e para onde iremos? In: IV Jornada Nacional de Educação Matemática - XVII Jornada Regional de Educação Matemática. De 06 a 09 de maio de 2012. Universidade Federal de Passo Fundo: 2012.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. 4ª ed. São Paulo: Cortez, pp. 232-252, 2012.

______. **Pesquisa em Resolução de Problemas**: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**. Boletim de Educação Matemática, UNESP – Rio Claro/SP, v. 25, p. 73-98, 2011.

______. Formação de professores – Mudanças urgentes na licenciatura em matemática: pesquisas e debates. In: FROTA, M. C. R; NASSER, L. (org.). **Educação Matemática no Ensino Superior**: pesquisas e debates. Recife: Cortez, v. 5, pp. 169-187, 2009.

PENSIN, D. P.; NIKOLAI, D. **A inovação e a prática pedagógica no contexto da educação superior**. Unoesc & Ciência – ACHS, v. 4, n. 1, p.31-54, jan./jun. 2013.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Trad. e adapt.: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PRADO, M. A. do. **O ensino-aprendizagem-avaliação do teorema de Tales através da resolução de problemas**. Dissertação (mestrado) – Programa em Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo – SP, 2010.

PUTI, T. C. **A produção de significados durante o processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação**: avaliação de equações polinomiais. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, SP, 2011.

REDLING, J. P. **A Metodologia de Resolução de Problemas**: concepções e práticas pedagógicas de professor de matemática do ensino fundamental. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, Bauru – SP, 2011.

REGATTIERI, M., CASTRO, J. M. Integração entre o Ensino Médio e Educação profissional In: ______ (Org.) **Ensino Médio e Educação Profissional:** desafios da integração. Brasília: UNESCO, 2009, p. 13-90.

RIBEIRO, M. M. **Guerra Fria**. Uruçuca: IFBAIANO, 2015. (Material de aula, texto não publicado.

RIBEIRO, M. V. **O ensino do conceito de integral, em sala de aula, como recurso da história da matemática e da resolução de problemas**. Dissertação (mestrado) – Universidade de Estadual Paulista, Instituto de Geociência e Ciências Exatas, Rio Claro – SP, 2010.

ROMBERG, T.A. (1992) **Perspectivas sobre o conhecimento e Métodos de pesquisa**. Tradução: Lourdes Onuchic de La Rosa e Maria Lucia Boero. **Bolema**, Rio Claro/SP, ano 20, n 27, p. 93-139. 2007.

SANTOS, R. H. dos. **Uma abordagem do ensino da análise combinatória sob a ótica da resolução de problemas**. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2011.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho cientifico**. 20ed. São Paulo: Cortez, 1996.

SOUZA, A. C. P. **Análise combinatória no ensino médio apoiada na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas**. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociência e Ciências Exatas, Rio Claro – SP, 2010.

SZYMANSKI, H.; ALMEIDA, L. R.; PRANDINI, R. C. A. R. Perspectivas para a análise de Entrevista. In: SZYMANSKI, H. (Org.). **A entrevista na Pesquisa em Educação**: a prática reflexiva. Série Pesquisa em Educação. Brasília-DF: Liber Livro Editora Ltda, pp. 63-286, 2004.

TEIXEIRA, E. S. **Relações temporais entre aprendizagem e desenvolvimento e periodização da escolarização**: uma reflexão na perspectiva vigotskiana. Educar, Editora UFPR, Curitiba, n. 26, p. 215-231, dez/2005.Disponivel em: http://www.scielo.br/scielo. Acesso em: 08 novembro, 2014.

VAN DE WALLE, J. A. **A Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6ª edição. Tradução de Paulo Henrique Colonese. Editora Artmed. 2009.

VILLAS BOAS, Benigna Maria de Freitas. **Portfólio, avaliação e trabalho pedagógic***o*. Campinas: Papirus, 2004. (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

VILLAS BOAS, Benigna Maria de Freitas. **Virando a Escola pelo Avesso por meio da Avaliação**. 2. ed. Campinas: Papirus, 2009). (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

APÊNDICES

APÊNDICE A – ROTEIRO PARA A ANÁLISE DOCUMENTAL

Objetivos

- Compreender como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para a construção de espaços de aprendizagem na Trigonometria do Triângulo Retângulo.
- Analisar como a Resolução de Problemas pode contribuir para que os alunos de uma turma da Educação Profissional Técnica demonstrem habilidades de investigação na aprendizagem de Matemática.
- Analisar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir Para a aprendizagem da Trigonometria do Triângulo Retângulo.

Documentos

Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática no Ensino Médio;
Atividades escritas desenvolvidas pelos estudantes durante a intervenção.

Alguns eixos que nortearão a análise.

- Aspectos da Resolução de Problemas presentes nos PCNS:
    - Importância da Matemática no Ensino Médio;
    - Objetivos para que o ensino dessa disciplina resulte em aprendizagem real para os alunos.

- Atividades desenvolvidas pelos estudantes
    - Estratégias de resolução utilizadas;
    - Presença/Ausência de formalização no desenvolvimento das questões.

APÊNDICE B – ROTEIRO DE OBSERVAÇÃO PARTICIPANTE

Objetivos

- Compreender como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para a construção de espaços de aprendizagem na Trigonometria do Triângulo Retângulo.
- Analisar como a Resolução de Problemas pode contribuir para que os alunos de uma turma da Educação Profissional Técnica demonstrem habilidades de investigação na aprendizagem de Matemática.
- Analisar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para a aprendizagem da Trigonometria do Triângulo Retângulo.

Alguns tópicos a serem observados:

- Caracterização da escola: Mantenedora, nível de atuação, localização, número de alunos, aspectos materiais, etc.;
- Serviços prestados ao público-alvo;
- As funções do diretor para a obtenção dos objetivos propostos no Projeto Político Pedagógico;
- A estrutura e o funcionamento da escola em função dos recursos materiais e humanos utilizados;
- A atuação do pessoal docente, técnico e administrativo;
- As relações que se estabelecem na escola entre professores, corpo técnico-administrativo e alunos;
- A apreciação acerca das condições dos móveis e utensílios e das instalações físicas;
- A apreciação das condições e uso da Biblioteca e Laboratórios;
- Apreciações das condições de uso da Cantina, Sanitários, quadras e áreas de convivência;
- As relações da escola com a comunidade;
- A utilização racional dos recursos materiais e humanos para atingir os objetivos da instituição;

- Ação do pessoal envolvido com os vários serviços da instituição para obtenção dos objetivos institucionais;
- Descrever a forma como o professor faz referência aos alunos;
- Descrever como são trabalhados os conteúdos curriculares de Matemática e sua contribuição social na formação do técnico em agrimensura;
- Descrever como os alunos são avaliados em relação às suas aprendizagens no conteúdo pesquisado;
- Descrever como se dá a relação professor – aluno, aluno – professor e aluno – aluno durante o trabalho desenvolvido na metodologia de Resolução dos Problemas;
- Descrever como é a relação no trabalho pedagógico em aspectos como: organização do espaço físico, material didático e o currículo vivenciado;
- Descrever como os alunos e o professor referem-se à educação, a escola;
- Descrever a receptividade do professor aos alunos e vice-versa e como é a participação dos alunos em sala de aula;
- A relação da direção da escola com os alunos, coordenação e professores do curso pesquisado.

APÊNDICE C – ROTEIRO DE ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA AOS ALUNOS PARTICIPANTES

Objetivos:

- Compreender como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para a construção de espaços de aprendizagem na Trigonometria do Triângulo Retângulo.
- Analisar como a Resolução de Problemas pode contribuir para que os alunos de uma turma da Educação Profissional Técnica demonstrem habilidades de investigação na aprendizagem de Matemática.
- Analisar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para a aprendizagem da Trigonometria do Triângulo Retângulo.

Identificação:

Nome: ....Idade:.....................

Sexo: M ( ) F ( )

Questões:

- Comente a sua experiência com a disciplina Matemática antes da sua chegada ao curso de agrimensura.
- Quais foram as suas dificuldades na resolução dos problemas?
- Ao ler os problemas propostos, você conseguiu entendê-los com facilidade?
- Qual o tempo que você levou para responder cada problema em média?
- Qual foi a estratégia utilizada para responder cada problema proposto?
- Você conseguiria resolver estes problemas utilizando estratégia diferente da usada por você?
- Quais as atitudes tomadaa por você diante das dificuldades que enfrentou na resolução do problema?
- As estratégias utilizadas por você na resolução destes problemas podem ser utilizadas para a resolução de qualquer problema semelhante a estes?
- Em que sentido a metodologia de Resolução de Problemas nas aulas de matemática pode contribuir para sua aprendizagem sobre a trigonometria do triangulo retângulo? Comente esse processo.

- De que forma o trabalho desenvolvido com a metodologia da Resolução e Problemas contribuiu com sua formação profissional técnica?
- Qual a sua postura durante a realização do trabalho nos grupos responsáveis pela resolução das questões? Você participava das discussões? De que maneira? E por quê?

APÊDICE D - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado (a) Sr./Sra.

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa intitulada: **O Ensino-Aprendizagem-avaliação de Trigonometria no Triângulo Retângulo Através da Resolução de Problemas**. A presente pesquisa tem como objetivo geral, Compreender como a Resolução de Problemas enquanto metodologia de ensino (trabalho em sala de aula) pode contribuir para a construção de espaços de aprendizagem no estudo da Trigonometria do Triângulo Retângulo; e como objetivos específicos, analisar como uma proposta interventiva elaborada na perspectiva da Resolução de Problemas em Matemática pode contribuir para que os estudantes demonstrem habilidades investigativas na Trigonometria do Triângulo Retângulo; analisar como as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas trigonométricos podem contribuir para a aprendizagem da Trigonometria do Triângulo Retângulo. O motivo que me leva a este estudo é que a metodologia da Resolução de Problemas mostra-se como uma oposição ao ensino memorístico e expositivo de Matemática, com vistas ao desenvolvimento de habilidades que favoreçam a aprendizagem, a reflexão e o questionamento, a partir dos problemas matemáticos propostos. Para esta pesquisa adoto os seguintes procedimentos de coleta de dados utilizando as seguintes técnicas: análise documental, a partir da qual analisarei os documentos oficiais da escola, a entrevista semiestruturada e a observação participante. Todas estas ações ocorrerão na própria unidade escolar, sem a necessidade de deslocamento para outros ambientes. Enquanto participante da pesquisa você estará sujeito a alguns riscos, a saber: 1) Constrangimentos em não evidenciar que você não sabe resolver problemas, a partir da metodologia adotada na pesquisa. Diagnosticado esse risco será feito uma intervenção necessária para que você possa superá-lo, a partir de estudos em horários de atendimento individualizado já previsto na carga horária do professor identificado na pesquisa; 2) Competição entre os alunos que potencialmente podem ser selecionados como sujeitos da pesquisa, a partir do critério de escolha estabelecida na nossa metodologia. Diagnosticado esse risco, será feito intervenção necessária para que os alunos possam compreender que não há necessidade de competições entre os mesmos visto que a aprendizagem é coletiva; 3) Não compreensão pelo sujeito da pesquisa do conceito de trigonometria nos Triângulos Retângulos a partir da metodologia da Resolução de Problemas. Diagnosticado esse risco durante a pesquisa, será proposta a ampliação do período de intervenção, a partir de estudos complementares em horários alternativos que não comprometam as atividades escolares da turma pesquisada e 4) O fator de o professor participante ser o próprio professor da turma, pode acontecer um envolvimento pessoal com os alunos na tentativa de auxiliá-los no desenvolvimento das soluções. Portanto, diagnosticado esse risco durante o trabalho em sala de aula, procurarei me relacionar com os alunos participantes de maneira bastante profissional e não pessoal. Com a sua participação, esta pesquisa contribuirá, através da metodologia de Resolução de Problemas, para um melhor desenvolvimento no seu desempenho nas resolução de problemas na disciplina Matemática. Para participar deste estudo o Sr.(a) não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Apesar disso, caso seja identificado e comprovado danos provenientes desta pesquisa, você tem assegurado o direito a indenização. Terá o esclarecimento sobre o estudo em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se a participar. Poderá retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido pelo pesquisador, que tratará a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Os resultados da pesquisa estarão à sua disposição quando finalizada. Seu nome ou o material que indique sua participação não será liberado sem a sua permissão. Você não será identificado em nenhuma publicação que possa resultar. Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, sendo que uma cópia será arquivada pelo pesquisador responsável, cujo endereço está abaixo, e a outra será fornecida ao senhor(a). Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 (cinco) anos, e após esse tempo serão destruídos. Os pesquisadores tratarão a sua identidade com padrões profissionais de sigilo, atendendo a legislação brasileira (Resolução Nº 466/12 do Conselho Nacional de Saúde), utilizando as informações somente para os fins acadêmicos e científicos.

Eu, ____, portador do documento de Identidade ____________________ fui informado (a) dos objetivos da pesquisa **"O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Trigonometria no Triângulo Retângulo Através da Resolução de Problemas"**, de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e modificar minha decisão de participar se assim o desejar. Declaro que concordo em participar desse estudo. Recebi uma cópia deste termo de consentimento livre e esclarecido e a mim foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Ilhéus Ba. _________ de __________________________ de 2015.

____

Nome | Assinatura participante | Data

____

Nome | Assinatura pesquisador | Data

Em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, você poderá consultar:

CEP - Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humano - UESC
Campus Universitário Estadual de Santa Cruz – UESC
Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, Km 16, Bairro: Salobrinho. Torre Administrativa - 3° andar
Pró-Reitoria de Pesquisa
CEP: 45.662-900
Fone: (73) 3680-5319 / E-mail: cep_uesc@uesc.br e cep_uesc@yahoo.com.br

Pesquisador Responsável: Ivanilton Neves de Lima
Endereço: Rua do Cruzeiro, 354 – 1º andar – Bairro João Soares
CEP: 45.604-620 – Itabuna – BA
Fone: (73) 3211-5797 e (73) 9136-1352
E-mail: ivannlima@hotmail.com

APÊNDICE E –TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado (a) Sr./Sra.

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa intitulada: **O Ensino-Aprendizagem-avaliação de Trigonometria no Triângulo Retângulo Através da Resolução de Problemas**. A presente pesquisa tem como objetivo geral, Compreender como a Resolução de Problemas enquanto metodologia de ensino (trabalho em sala de aula) pode contribuir para a construção de espaços de aprendizagem no estudo da Trigonometria do Triângulo Retângulo; e como objetivos específicos, analisar como uma proposta interventiva elaborada na perspectiva da Resolução de Problemas em Matemática pode contribuir para que os estudantes demonstrem habilidades investigativas na Trigonometria do Triângulo Retângulo; analisar como as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas trigonométricos podem contribuir para a aprendizagem da Trigonometria do Triângulo Retângulo. O motivo que me leva a este estudo é que a metodologia da Resolução de Problemas mostra-se como uma oposição ao ensino memorístico e expositivo de Matemática, com vistas ao desenvolvimento de habilidades que favoreçam a aprendizagem, a reflexão e o questionamento, a partir dos problemas matemáticos propostos. Para esta pesquisa adoto os seguintes procedimentos de coleta de dados utilizando as seguintes técnicas: análise documental, a partir da qual analisarei os documentos oficiais da escola, a entrevista semiestruturada e a observação participante. Todas estas ações ocorrerão na própria unidade escolar, sem a necessidade de deslocamento para outros ambientes. Enquanto participante da pesquisa você estará sujeito a alguns riscos, a saber: 1) Constrangimentos em não evidenciar que você não sabe resolver problemas, a partir da metodologia adotada na pesquisa. Diagnosticado esse risco será feito uma intervenção necessária para que você possa superá-lo, a partir de estudos em horários de atendimento individualizado já previsto na carga horária do professor identificado na pesquisa; 2) Competição entre os alunos que potencialmente podem ser selecionados como sujeitos da pesquisa, a partir do critério de escolha estabelecida na nossa metodologia. Diagnosticado esse risco, será feito intervenção necessária para que os alunos possam compreender que não há necessidade de competições entre os mesmos visto que a aprendizagem é coletiva; 3) Não compreensão pelo sujeito da pesquisa do conceito de trigonometria nos Triângulos Retângulos a partir da metodologia da Resolução de Problemas. Diagnosticado esse risco durante a pesquisa, será proposta a ampliação do período de intervenção, a partir de estudos complementares em horários alternativos que não comprometam as atividades escolares da turma pesquisada e 4) O fator de o professor participante ser o próprio professor da turma, pode acontecer um envolvimento pessoal com os alunos na tentativa de auxiliá-los no desenvolvimento das soluções. Portanto, diagnosticado esse risco durante o trabalho em sala de aula, procurarei me relacionar com os alunos participantes de maneira bastante profissional e não pessoal. Com a sua participação, esta pesquisa contribuirá, através da metodologia de Resolução de Problemas, para um melhor desenvolvimento no seu desempenho nas resolução de problemas na disciplina Matemática. Para participar deste estudo o Sr.(a) não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Apesar disso, caso seja identificado e comprovado danos provenientes desta pesquisa, você tem assegurado o direito a indenização. Terá o esclarecimento sobre o estudo em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se a participar. Poderá retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido pelo pesquisador, que tratará a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Os resultados da pesquisa estarão à sua disposição quando finalizada. Seu nome ou o material que indique sua participação

não será liberado sem a sua permissão. Você não será identificado em nenhuma publicação que possa resultar. Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, sendo que uma cópia será arquivada pelo pesquisador responsável, cujo endereço está abaixo, e a outra será fornecida ao senhor(a). Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 (cinco) anos, e após esse tempo serão destruídos. Os pesquisadores tratarão a sua identidade com padrões profissionais de sigilo, atendendo a legislação brasileira (Resolução Nº 466/12 do Conselho Nacional de Saúde), utilizando as informações somente para os fins acadêmicos e científicos.
Eu, ____, portador do documento de Identidade ____________________ fui informado (a) dos objetivos da pesquisa **"O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Trigonometria no Triângulo Retângulo Através da Resolução de Problemas"**, de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e modificar minha decisão de participar se assim o desejar. Declaro que concordo em participar desse estudo. Recebi uma cópia deste termo de consentimento livre e esclarecido e a mim foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Ilhéus Ba. _________ de __________________________ de 2015.

____

Nome Assinatura participante Data

____

Nome Assinatura pesquisador Data

Em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, você poderá consultar:

CEP - Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humano - UESC
Campus Universitário Estadual de Santa Cruz – UESC
Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, Km 16, Bairro: Salobrinho. Torre Administrativa - 3° andar
Pró-Reitoria de Pesquisa
CEP: 45.662-900
Fone: (73) 3680-5319 / E-mail: cep_uesc@uesc.br e cep_uesc@yahoo.com.br

Pesquisador Responsável: Ivanilton Neves de Lima
Endereço: Rua do Cruzeiro, 354 – 1º andar – Bairro João Soares
CEP: 45.604-620 – Itabuna – BA
Fone: (73) 3211-5797 e (73) 9136-1352
E-mail: ivannlima@hotmail.com

APÊNDICE F– AUTORIZAÇÃO DE IMAGEM

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA- PPGEM

A U T O R I Z A Ç Ã O

Eu, ____, portador(a) de cédula de identidade nº _______________________, **autorizo** a **Ivanilton Neves de Lima** a gravar em vídeo e veicular minha imagem e depoimentos em qualquer meio de comunicação para fins didáticos, de pesquisa e divulgação de conhecimento científico sem quaisquer ônus e restrições.

Fica ainda **autorizada**, de livre e espontânea vontade, para os mesmos fins, a cessão de direitos da veiculação, não recebendo para tanto qualquer tipo de **remuneração.**

Uruçuca, Bahia, _____ de _______________ de 2015.

____

Assinatura

APÊNDICE G - ATIVIDADE DE PESQUISA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA- PPGEM

Atividade

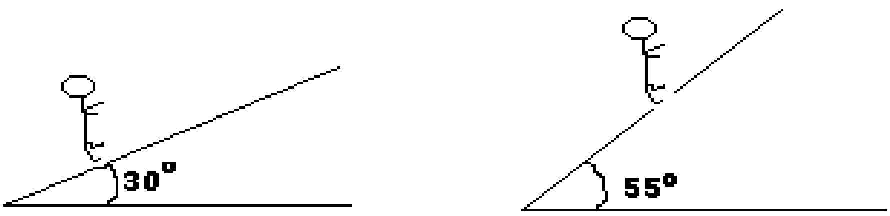
Mestrado em Educação Matemática
Área(s) de concentração: Educação Matemática, Cultura e Diversidade
Pesquisador: Ivanilton Neves de Lima **Orientador:** Alex Andrade Alves

Identificação Nº

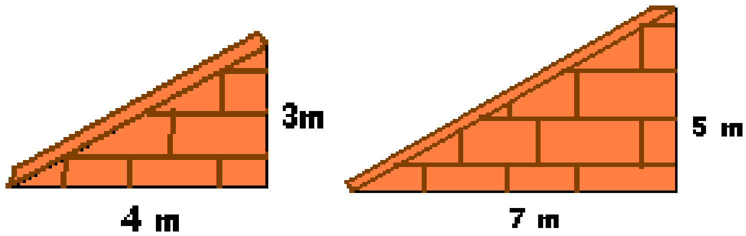
Nome: ____ Idade: _______

Problema 1

Ao observar dois alunos que sobem dois tipos de ladeira que dá acesso a diretoria de ensino às salas de aulas do curso de Agrimensura, o professor que irá iniciar o conteúdo de Trigonometria, esboça o desenho abaixo na lousa e faz o seguinte questionamento a seus alunos:



Pode-se dizer que a segunda ladeira é mais íngreme ou que tem aclive maior, pois seu ângulo de subida é maior (55° > 30°). Com base nesta afirmação e sem conhecer os ângulos de subida, como saber qual das duas ladeiras a seguir é a mais íngreme, conforme as figuras abaixo?



Problema adaptado do livro Matemática, volume único; DANTE, Luís Roberto; São Paulo: Ática, 1ª ed., 2005.

APÊNDICE H - ATIVIDADE DE PESQUISA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA- PPGEM

Atividade

Mestrado em Educação Matemática
Área(s) de concentração: Educação Matemática, Cultura e Diversidade
Pesquisador: Ivanilton Neves de Lima **Orientador:** Alex Andrade Alves

Identificação Nº

Nome: ____ Idade: _______

Problema 2

Numa aula de campo, o professor de Matemática pediu aos estudantes de uma determinada turma, que observassem um poste de iluminação existente em frente ao pavilhão de salas de aulas para que fosse feito uma atividade de trigonometria na aula de Matemática. Com o uso de um teodolito de um ponto fixo, o professor observou e encontrou um ângulo de elevação da base do aparelho até o topo do poste de 30º. Ao encontrar esse ângulo, pediu aos alunos que medissem a distância da base do teodolito até o poste, encontrando a medida de 21m. Levando em consideração a altura do aparelho do chão até a base correspondente a uma altura de 1,6m e baseados nas informações, qual é altura do poste? Como deveria ser feito o cálculo dessa altura?

Problema elaborado pelo professor pesquisador em maio de 2015.

APÊNDICE I - FORMALIZAÇÃO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA- PPGEM

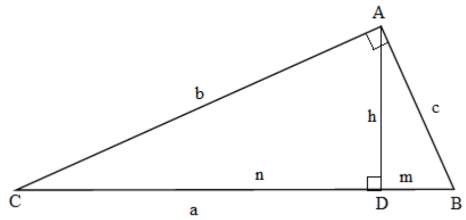
Formalização do Objeto de estudo

Mestrado em Educação Matemática
Área(s) de concentração: Educação Matemática, Cultura e Diversidade
Pesquisador: Ivanilton Neves de Lima **Orientador:** Alex Andrade Alves

Razões e Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo.

- Introdução sobre a Trigonometria.
  - Discutir um pouco da história da trigonometria, a partir dos aspectos destacados por Facchini (2006)

- Triângulo retângulo: relações métricas no triângulo retângulo
- Considere a figura a seguir.



- Temos os seguinte elementos do triângulo retângulo:
  - $\overline{BC}$ é a hipotenusa, e **a** sua medida;
  - $\overline{AB}$ *e* $\overline{AC}$ são os catetos, **c** e **b**, respectivamente, suas medidas;
  - $\overline{AD}$ é a altura relativa à hipotenusa, e **h** a sua medida;
  - $\overline{BD}$ é a projeção ortogonal do cateto $\overline{AB}$ sobre a hipotenusa, e **m** sua medida;
  - $\overline{DC}$ é a projeção ortogonal do cateto $\overline{AC}$ sobre a hipotenusa, e **n** sua medida;
  - $B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$ E $A\hat{C}B$ são os ângulos internos e $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$, respectivamente suas medidas.

- Observando o triângulo retângulo da figura anterior, temos as seguintes relações métricas no triângulo retângulo e o teorema de Pitágoras.
  - $a = m + n$
  - $c^2 = a \cdot m$ e $b^2 = a \cdot n$
  - $b \cdot c = a \cdot h$
  - $h^2 = m \cdot n$

- Teorema de Pitágoras

  - $a^2 = b^2 + c^2$

APÊNDICE J - ATIVIDADE DE PESQUISA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA- PPGEM

Atividade pós formalização

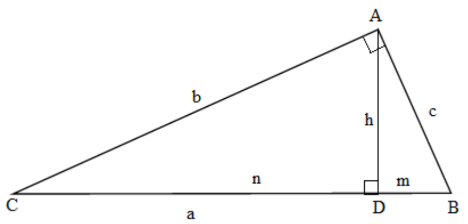
Mestrado em Educação Matemática
Área(s) de concentração: Educação Matemática, Cultura e Diversidade
Pesquisador: Ivanilton Neves de Lima **Orientador:** Alex Andrade Alves

Nome: ____

01 – Um garoto está empinando sua pipa, e o fio forma com a horizontal um ângulo de 30°. Desprezando a altura do garoto, calcule a que altura do solo se encontrará a pipa quando ela estiver na vertical passando por uma árvore situada a 350m do garoto.

02 – Um topógrafo deseja medi a largura de um rio. Então, de um ponto da margem mede o ângulo de elevação do topo de uma árvore situada na margem oposta, obtendo um ângulo de 60°. Afastando-se 50m, ele obtém um novo ângulo de 30°. Calcule a largura do rio.

O3 – Dado o triângulo ABC, conforme figura abaixo, têm-se as seguintes informações: o cateto b mede 12 m e o cateto c mede 5m. Com base nestas informações, determine os valores da hipotenusa a, da altura relativa à hipotenusa e das projeções ortogonais dos catetos m e n.



04 – Num triângulo retângulo os lados têm medidas x – 1, x e x + 1. Determine os valores da hipotenusa e dos catetos desse triângulo.

Problemas adaptados do livro *Matemática para a escola de hoje*. FACCHINI, W. São Paulo: FTD, 2006.