UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

EMÍLIA ISABEL RABELO DE SOUZA

ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS: CONCEPÇÃO DE PROFESSOR DO ENSINO FUNDAMENTAL

ILHÉUS-BAHIA
2015

EMÍLIA ISABEL RABELO DE SOUZA

ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS: CONCEPÇÃO DE PROFESSOR DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática, sob orientação da Prof.ª. Drª. Sandra Maria Pinto Magina.

ILHÉUS-BAHIA
2015

S729 Souza, Emília Isabel Rabelo.
Estruturas multiplicativas: concepção de professor do ensino fundamental / Emília Isabel Rabelo Souza. – Ilhéus, UESC, 2015.
107f. : il.
Orientadora: Sandra Maria Pinto Magina.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática.
Inclui referências e apêndices.

1. Matemática (Ensino fundamental) – Estudo e ensino. 2. Matemática – Formação de professores. I. Magina, Sandra Maria Pinto. II. Título.

CDD – 372.7

EMÍLIA ISABEL RABELO DE SOUZA

ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS: CONCEPÇÃO DE PROFESSOR DO ENSINO FUNDAMENTAL

Ilhéus, 28 de agosto de 2015

____

Profª Drª Sandra Maria Pinto Magina
Universidade Estadual de Santa Cruz
(Orientadora)

____

Profª Drª Angélica da Fontoura Garcia Silva
Universidade Bandeirante de São Paulo

____

Prfª Drª Vera Lúcia Merlini
Universidade Estadual de Santa Cruz

À minha família (pais, filho, marido, irmãos), pelo apoio incondicional, sem o qual eu não conseguiria cumprir esta etapa de minha vida.

AGRADECIMENTOS

Ao Senhor Deus, por minha vida.

À Profª Drª Sandra Magina, pelas incansáveis orientações, por sua amizade, acolhimento e incentivo nos meus momentos de dúvida. A minha eterna gratidão.

À Profª Drª Vera Merlini, por sua solicitude, pelas sugestões, por todo seu carinho e amizade. Por sua disponibilidade na participação das bancas de avaliação.

À Profª Drª Angélica da Fontoura Garcia Silva, pela disponibilidade na participação da banca de avaliação e por suas contribuições.

À professora Marilena Bittar, por suas valiosas contribuições.

Aos meus colegas de turma, pela companhia e pelas sugestões que muito contribuíram para evolução deste trabalho.

Aos colegas do grupo GPEMEC, por todo carinho e acolhimento, pelas valiosas contribuições para constituição deste trabalho. Em especial a Vera, Débora, Alexis, Diná, Sandra, Manu e Cido, que dispuseram do seu tempo no papel de juízes.

Ao grupo *E-Mult*, pelo privilegio de ter compartilhado de ricos momentos de discussão durante as reuniões do grupo.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia-FAPESB no âmbito do projeto – PES 0019/2013, e a Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) no âmbito do projeto de número 15727, dentro do Edital Observatório da Educação, 049/2012, pela oportunidade de realização deste estudo.

À Rafael, secretário simpático e competente, por sua solicitude.

Aos professores do PPGEM, que com competência nos ajudaram nessa jornada.

À Carol, pela sua disponibilidade em ouvir, ler e sugerir. Por seu amor e amizade.

À Soninha, que com muita simpatia permitiu que sua casa fosse mais um espaço de estudo e orientação (com direito a almoço). Muitíssimo obrigada!

Em especial, aos professores, que gentilmente participaram deste estudo.

Nascer
outra e outra vez
indefinidmente
como a planta sempre nascendo
da primeira semente;
pensar o dia bom
até criar a claridade
e nela descobrir
a primeira sílaba
da primeira canção.

Carlos Drummond de Andrade

ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS: CONCEPÇÃO DE PROFESSOR DO ENSINO FUNDAMENTAL

RESUMO

Este estudo teve o objetivo de investigar a concepção do professor que ensina Matemática no Ensino Fundamental sobre o campo conceitual multiplicativo. Para tanto tomou para si a seguinte questão de pesquisa: Quais as concepções que os professores que atuam no Ensino Fundamental possuem no que tange ao campo conceitual multiplicativo? O estudo toma por aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1996, 2009), especificamente o campo conceitual multiplicativo (1983, 1988). Metodologicamente, tratou-se de uma pesquisa diagnóstica, envolvendo 59 professores da Rede Pública estadual e municipal das cidades de São José da Vitória e Ilhéus, ambos situados no sul da Bahia. Desses, 21 atuam do 1º ao 3º ano, 24 no 4º e 5º ano e 14 atuam do 6º ao 9º ano. O instrumento utilizado para a coleta de dados foi composto por duas partes. a primeira destinou-se a traçar o perfil dos sujeitos participantes da pesquisa, perguntando sobre tempo de serviço, formação inicial, etc. Já a segunda parte solicitava que o professor elaborasse individualmente e sem material de apoio, oito situações-problema distintas envolvendo multiplicação e ou divisão. A análise da classificação das situações-problema elaboradas foi baseada na releitura da classificação de Vergnaud proposta por Magina, Santos e Merlini, (2010, 2012, 2014). Os resultados obtidos mostraram que a esmagadora maioria das situações-problema elaboradas por esses professores foram do eixo proporção simples, em especial na classe um-para-muito. Os resultados apontam ainda que a concepção de professores generalistas e especialistas é muito próxima no que se refere a problema envolvendo uma estrutura multiplicativa. Tal concepção parece limitar-se a que mantém a filiação entre o campo conceitual aditivo e o multiplicativo. Uma possível explicação para a presença dessa concepção nos dois grupos de professores pode ser a influência de suas formações na Educação Básica. Espera-se que este trabalho possa contribuir para o debate sobre a formação do professor de Matemática.

Palavras-chave: Concepção. Estrutura multiplicativa, Ensino Fundamental. Situações-problema.

STRUCTURES MULTIPLICATIVE: CONCEPTION OF PRIMARY EDUCATION TEACHERS

ABSTRACT

This study aimed to investigate the teachers' concepts, that teach math in elementary school, about the multiplicative conceptual field. For that it took upon itself the following research question: What do teachers' conceptions who work in basic education have with regarding to multiplicative conceptual field? The study took as theoretical support the Conceptual Fields Theory, proposed by Vergnaud (1996, 2009), specifically the multiplicative conceptual field (1983, 1988). Methodologically, this was a diagnostic study, involving 59 teachers from state and municipal public school, sited in São José da Vitória and Ilhéus city, both located in southern Bahia. Of these, 21 operate from the 1^{st} to 3th school years, 24 from 4^{th} to 5^{th} school years and 14 teachers who acted from 6^{th} to 9^{th} school years. The instrument used for data collection consisted of two parts. The first was designed to outline the profile of the participators of the research, asking about how many years of work, initial formation, etc. The second part asked the teacher to elaborate, individually and without collateral, eight different problem situations involving multiplication, or division. The analysis of the classification of these elaborate problem situations was based on the reinterpretation of Vergnaud classification, proposed by Magina, Santos and Merlini, (2010, 2012, 2014). The results showed that the overwhelming majority of problem situations drawn up by these teachers were shaft simple proportion, especially in class one-to-lot. The results also indicate that the general design specialists and teachers is very similar as regards the problem involving a multiplicative structure. This conception seems to be limited to that maintains membership between the conceptual field additive and multiplicative. One possible explanation for the presence of this conception in the three groups of teachers can be the influence of their own learnt in Basic Education. It is hoped that this work can contribute to the debate on the formation of math teacher.

Keywords: Conception. Multiplicative structures. Primary Education. Problem-situations.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

A Matemática faz parte da vida estudantil desde os primeiros anos de escolarização e perpassa quase todos os níveis de ensino. Apesar de permear praticamente todas as áreas do conhecimento humano, ela ainda é tida como disciplina que produz exclusão.

Nas últimas décadas, estudos nacionais e internacionais, na área da Educação Matemática (Carraher, Carraher e Schliemann, 1988; Vergnaud, 1988, 1994; Nunes et al., 2009; Duval, 2011, apenas para citar alguns) têm refletido sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática escolar procurando diagnosticar as possíveis causas referentes às dificuldades dos estudantes e as relações dessas causas com o ensino da disciplina.

A nossa experiência como professora de Matemática da Educação Básica, em especial nos quatorze anos atuando na rede pública estadual, tem nos permitido reflexões sobre os inúmeros problemas que afetam o desempenho dos estudantes. Na busca por respostas para tais dificuldades temos participado de programas de formação continuada. O desejo de aprofundar essa investigação levou-nos a ingressar no Programa de Pós Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Dentro dele, no projeto de pesquisa: As Estruturas Multiplicativas e a Formação de Professores que Ensinam Matemática na Bahia, sob a coordenação da Profª Drª Sandra Maria Pinto Magina. Esse projeto contempla duas perspectivas de pesquisa: o ensino e a aprendizagem das estruturas multiplicativas, focando desde o 1º até o 9º ano do Ensino Fundamental.

O projeto citado é financiado pela Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB), sob o nº PES 0019/2013 e tem como objetivo geral investigar a prática dos professores no ensino das Estruturas Multiplicativas. Para tanto, propõe desenvolver a pesquisa no âmbito de rede, envolvendo seis núcleos de pesquisa.

Como parte integrante desse projeto, escolhemos como objeto de estudo as concepções dos professores. Assim, o presente estudo tem como objetivo:

> *Investigar a concepção dos professores que atuam no Ensino Fundamental sobre o ensino das estruturas multiplicativas*.

Mais especificamente queremos investigar:

A concepção do professor que ensina Matemática no Ensino Fundamental sobre o campo conceitual multiplicativo.

O estudo das Estruturas Multiplicativas que abordamos nesse trabalho refere-se ao Campo Conceitual Multiplicativo desenvolvido dentro da Teoria dos Campos Conceituais proposta pelo psicólogo francês Gérard Vergnaud.

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento da aprendizagem das competências complexas (MAGINA et al., 2012). Tem por finalidade contribuir para a compreensão das filiações e as rupturas entre conhecimentos (VERGNAUD, 1996). Essa teoria teve início no campo da Educação Matemática e atualmente tem se expandido para outras áreas, como os ensinos de Biologia e Física.

Na definição de Vergnaud (2009a)

> um campo conceitual é ao mesmo tempo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos: o conjunto de situações cujo domínio progressivo pede uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão; o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações (VERGNAUD, 2009, p. 29).

No que se refere às estruturas multiplicativas, por exemplo, conceitos como multiplicação, divisão, múltiplo, proporção, divisor e razão não são matematicamente independentes um do outro, pertencem ao mesmo campo conceitual e estão simultaneamente presentes em muitos problemas apresentados aos estudantes no âmbito do Ensino Fundamental.

Para exemplificar, consideremos a seguinte situação: *Para fazer um bolo dona Alda usa três ovos. Quantos ovos dona Alda irá usar para fazer 4 bolos com a mesma receita?* Nela, estão envolvidos conceitos referentes à operação de soma repetida, à operação de multiplicação, de proporcionalidade. Ou seja, a situação envolve mais de um conceito.

No que se refere ao termo “concepção” do professor, gostaríamos de esclarecer que o discutiremos em nosso estudo na mesma perspectiva que Ponte (1992). Para ele**,** as concepções de uma pessoa “têm natureza essencialmente cognitiva” (PONTE, 1992, p. 185)**,** são formadas num processo simultaneamente individual e social como resultado de elaborações sobre a própria experiência e do confronto dessas experiências com a dos outros (ibid, p.186). No que se refere à concepção sobre a Matemática**,** “são influenciadas pelas experiências que nos habituamos a reconhecer como tal e também pelas representações sociais dominantes” (ibid, p.186).

Na perspectiva de um trabalho envolvendo campos conceituais, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997) orientam que é necessário oferecer aos estudantes uma ampla experiência com situações-problema que os levem a desenvolver raciocínios mais complexos por meio de tentativas, explorações e reflexões. No Campo Multiplicativo, destaca a importância de um trabalho conjunto de situações-problema que explorem a multiplicação e a divisão, uma vez que há estreitas conexões entre as situações que os envolvem e a necessidade de trabalhar essas operações com base em um campo mais amplo de significados do que tem sido usualmente realizado.

É comum na prática educacional iniciar a apresentação do conceito de multiplicação com a ideia de adição repetida de parcelas iguais. Parece que aí reside uma filiação entre os campos aditivo e multiplicativo. No entanto, vários autores têm lançado dúvida sobre esse pressuposto e proposto alternativas ao ensino do conceito de multiplicação (NUNES et al., 2009).

Assim, partindo da hipótese de que as concepções dos professores são formadas social e individualmente por meio de suas experiências e que, por sua vez, influenciam na escolha de estratégias utilizadas por seus estudantes, em especial, para resolver problemas sobre o Campo Conceitual Multiplicativo, apresentamos nossa questão de pesquisa:

Quais as concepções que os professores que atuam no Ensino Fundamental possuem no que tange ao campo conceitual multiplicativo?

Com o objetivo e questão de pesquisa delineados, passamos a apresentar a problemática, seguida da justificativa para a realização deste estudo.

PROBLEMÁTICA

O conhecimento matemático é fruto de um processo de evolução do homem. Sua origem constitui-se a partir de uma coleção de regras isoladas, decorrentes da experiência e diretamente conectadas com a vida diária. Nessa perspectiva, é inegável a presença das operações elementares: adição, subtração, multiplicação e divisão no nosso dia a dia. E o significado dessas operações resulta das conexões que podemos estabelecer entre elas e o nosso cotidiano, entre elas e os diferentes temas matemáticos, ou ainda, entre elas e as demais disciplinas.

De acordo com orientações dos PCN**,** o conceito de multiplicação deve ser inserido ainda no primeiro ciclo. No entanto ressalta, nesse ciclo, devem ser priorizadas as situações de adição e subtração. Porém, pesquisas (NUNES et al., 2009, MAGINA et al., 2012) têm apontado que crianças de 5 anos, em idade pré-escolar, já são capazes de resolver problemas pictóricos que envolvem uma multiplicação explorando a relação de um para muitos com o significado de coleção.

Apesar de os estudos apontarem essa capacidade das crianças, os resultados das macroavaliações brasileiras, desde sua implementação, têm apresentado baixo desempenho dos estudantes do Ensino Básico no que diz respeito à disciplina de Matemática. Quando fechamos o foco, detendo-nos especificamente ao estado da Bahia, tal resultado se mostra ainda menos animador. O resultado da Prova Brasil 2011 mostrou que estudantes do 9º ano da escola pública da Bahia encontram-se no nível 5 (média de proficiência: 228,74), de uma escala de 0 a 12. Mostrou, ainda, que 63,59% dos estudantes não alcançam 50% da nota média da prova. De acordo com as matrizes de referências da Prova Brasil, isso significa que os estudantes não conseguem resolver satisfatoriamente problema envolvendo diferentes significados da adição e subtração, competência estabelecida para o nível 6 (BRASIL, 2008).

A Prova Brasil é uma avaliação nacional, criada para produzir informações sobre a qualidade do ensino público. Em Matemática, o eixo norteador da avaliação é a resolução de problemas. Não temos o objetivo aqui de discutir sua elaboração. Nosso objetivo é exemplificar, usando um parâmetro oficial, as dificuldades apresentadas pelos estudantes na resolução de problemas que envolva o campo multiplicativo.

A Matriz de Referência adotada no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB)/Prova Brasil é o documento que contém conjuntos de competências e habilidades que se espera que o estudante tenha desenvolvido ao final do 5º e do 9º anos do Ensino Fundamental. Ela elege o que será avaliado, ou seja, as questões que compõem a Prova Brasil são elaboradas a partir dessa matriz.

Em nossa análise, a Matriz de Referência de Matemática do 5º ano mostra que seus descritores ressaltam a importância do trabalho envolvendo Campo Conceitual Multiplicativo, por exemplo: descritor 20 (D20) “Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória" (BRASIL, 2008).

Considerando que o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) baseou-se nos PCN, nos currículos adotados pelas Secretarias Estaduais de Educação, em livros didáticos para selecionar as competências e habilidades a serem avaliados pela Prova Brasil e que os resultados indicam que mais de 60% dos estudantes baianos não alcançaram a média da escala de proficiência, fazem-se necessários estudos para identificar as possíveis causas dos resultados negativos.

Entendemos que são vários os fatores que interferem nesses resultados, questões de ordem social e cultural, o currículo adotado nas escolas, a formação do professor, dentre outros. Não é pretensão deste estudo discutir todos esses fatores. Nosso interesse é investigar apenas alguns aspectos cognitivos relacionados às concepções do professor sobre as Estruturas Multiplicativas.

Nesse contexto, entendemos que o estudo das estruturas multiplicativas é fundamental, pois contribui na formação de conceitos importantes para a resolução de problemas cotidianos e para a construção de conceitos matemáticos em níveis mais avançados.

JUSTIFICATIVA

Atendendo às finalidades da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), os PCN (Brasil, 1997) trazem objetivos que visam ações possíveis de criar condições para que todos os estudantes desenvolvam capacidades de ordem cognitivas, físicas, afetivas, de relação interpessoal e social, ética e estética e aprenda conteúdos necessários tanto para o exercício da cidadania, quanto para o desempenho de atividades profissionais.

No entanto, essas orientações têm refletido resultados tímidos no que se refere aos estudantes baianos em avaliações nacionais (prova Brasil, SAEB) e internacionais (Programme for International Student Assessment - PISA). Na busca de estudos que procuram diagnosticar os resultados dessas avaliações, encontramos Magina (2011a) ao afirmar que o baixo desempenho dos estudantes diante de situações-problema que envolve as quatro operações básicas está relacionado tanto ao raciocínio quanto ao domínio do procedimento. Reforçando esse argumento, Lara (2011), em estudo desenvolvido com estudantes do Ensino Fundamental I, afirma que há estudantes que resolvem algoritmos de forma mecânica e mnemônica.

Outro ponto levantado por Magina (2011a) é que existe uma estreita relação entre os resultados obtidos pelos estudantes da 4ª série do Ensino Fundamental, nos diagnósticos oficiais, e o tipo de problema que o professor elabora considerando o campo aditivo, referindo-se às estruturas aditivas da Teoria dos Campos Conceituais. Tal assertiva nos interessa de perto, pois pretendemos justamente investigar os tipos de problema que o professor elabora, porém no campo multiplicativo.

A afirmação dessa autora se baseia em um estudo com 103 professores da rede pública estadual de São Paulo, todos em serviço, em que foi solicitado que eles elaborassem e resolvessem oito problemas, quatro de estruturas aditivas e quatro de estruturas multiplicativas. Os resultados obtidos mostram que a maioria dos professores centram seu trabalho com estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental nos problemas aditivos considerados como protótipos[1], mudando apenas o contexto e ou a magnitude dos números envolvidos.

Já no que tange às estruturas multiplicativas, Merlini, Magina e Santos (2013) apresentam as concepções de 14 professoras dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental e o desempenho de seus estudantes do 2º ciclo em situações envolvendo multiplicação e divisão. Nesse estudo foi solicitado que as professoras elaborassem seis problemas cuja resolução envolvesse uma operação de multiplicação ou divisão ou ainda uma combinação dessas duas operações, enquanto que, para 183 alunos do 4º e 5º anos foi aplicado um teste diagnóstico contendo 13 questões relacionadas às estruturas multiplicativas. Os resultados encontrados permitiram identificar uma estreita relação entre os problemas elaborados pelas professoras e sucesso dos estudantes no teste.

Magina, Merlini e Santana (2013) apresentaram os resultados de um estudo que analisa situações-problema do campo multiplicativo elaborado por professores que ensinam Matemática. Participaram do estudo 39 professores do Ensino Fundamental e ou Ensino Médio. Destes, 23 cursavam a Licenciatura em Matemática no âmbito do Plano Nacional de Formação de Professores da Educação

---

1 - A autora define como protótipo as situações-problema menos complexas cognitivamente, as quais são resolvidas com sucesso por crianças bem novas (MAGINA, 2011a).

Básica (PARFOR), embora todos atuassem simultaneamente, como professores nesses níveis de ensino. Os demais professores eram formados em Matemática. Os resultados apontaram que ambos os grupos apresentaram visão estreita desse campo conceitual, uma vez que a maioria das situações-problema elaboradas foram classificadas do eixo proporções simples, na classe “um-para-muitos”[2] cuja resolução sugere uma operação de multiplicação. No Campo Conceitual Multiplicativo essas situações são consideradas protótipos.

Os estudos mencionados anteriormente trazem resultados que mostram que os professores apresentam visão limitada do campo conceitual multiplicativo. Isso significa que os professores pesquisados nesses estudos, em sua maioria, elaboraram situações-problema consideradas como protótipos. E mais, que tal visão contribui para que seus estudantes não consigam construir conceitos mais complexos.

Corroborando com essas ideias, Oliveira e Ponte (1997) assinalam que em certos aspectos essenciais parece haver lacunas nos conhecimentos de base dos professores acerca dos assuntos que ensinam e do modo como eles podem ser aprendidos.

Com o objetivo de discutir possíveis dificuldades com a aprendizagem, apresentadas por estudantes do 5º e 9º ano, analisamos a seguir os resultados de duas questões propostas pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB – 2009). Não temos a pretensão de encerrar a discussão, pois temos consciência de que essas dificuldades podem ter outras origens, como por exemplo, dificuldade de leitura e interpretação. Assim sendo, nossa analise residirá no que se refere ao campo conceitual multiplicativo.

1ª Questão*:*

UM CADERNO TEM 64 FOLHAS E DESEJO DIVIDI-LO, IGUALMENTE, EM 4 PARTES. QUANTAS FOLHAS TERÁ CADA PARTE?

(A) 14. **(B) 16**. (C) 21. (D) 32.

Essa questão foi aplicada aos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, isto é, àqueles que estão concluindo os anos iniciais desse nível de ensino. O

2 A classificação de uma situações-problema no eixo proporção simples, na classe um para muitos refere-se à classificação proposta por Magina et al. (2010). A classificação será explicitada no capítulo 1.

percentual de acerto na questão foi de 52%. O que é preocupante nesse resultado é constatar que a metade dos alunos do 5º ano não conseguem ter sucesso numa divisão partitiva, sem resto, com números na ordem de dezena e unidade.

> **2ª Questão***:*
>
> NUM CINEMA, HÁ 12 FILEIRAS COM 16 POLTRONAS E 15 FILEIRAS COM 18 POLTRONAS. O NÚMERO TOTAL DE POLTRONAS É
>
> (A) 192 (B) 270 **(C) 462** (D) 480

Esta questão foi aplicada aos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, isto é, estudantes que estão concluindo os anos finais desse nível de ensino. Sua resolução requer a adição dos dois produtos, sendo que esses dois produtos são os resultados de duas multiplicações entre dezenas. O percentual de acerto a essa questão foi de 57%, sendo que 30% dos estudantes marcaram as alternativas A ou B, numa indicação de que resolveram apenas um dos produtos.

Os descritores das duas questões referem-se à resolução de problemas com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações básicas (BRASIL, 2008).

Ao refletir sobre essas duas questões, notamos que elas são simples, envolvem a ideia de um para muitos (se 4 partes têm 64, 1 parte tem?, se 1 fileira tem 16 poltronas, 12 fileiras têm quantas poltronas?), refere-se ao conjunto dos naturais e trabalham com números pequenos. Apesar de tudo isso, apenas pouco mais da metade dos estudantes de ambos os anos conseguiram ter sucesso. Tais resultados indicam a premência do professor que ensina matemática trabalhar em suas aulas situações-problema explorando, por exemplo, os diferentes significados das estruturas multiplicativas.

No que tange aos procedimentos metodológicos adotados em nosso estudo, inspiramo-nos em estudos que buscaram entender as concepções de professores que ensinam Matemática, a partir da elaboração de situações-problema. Esse foi o caso de Magina e Campos (2008), com relação ao campo aditivo, Santos (2005) e Costa (2011), com relação à fração, Magina, Merlini e Santana (2013) com relação ao campo multiplicativo. No nosso caso, aplicamos um instrumento dividido em duas partes. A primeira traça o perfil de professores que atuam ao longo de todo o Ensino

Fundamental, e a segunda analisa a concepção desses professores no que tange à estrutura multiplicativa.

É a partir tal análise que pretendemos perceber e discutir as concepções dos professores que ensinam Matemática, especialmente quanto ao campo multiplicativo, voltadas para as operações de multiplicação e divisão.

Nesse sentido, nosso estudo pode ser definido, do ponto de vista do procedimento, como diagnóstico do tipo qualitativo. Para Rudio (2001), esse tipo de pesquisa permite observar, interpretar e analisar fenômenos. No nosso caso, as atividades produzidas por professores relacionadas às suas concepções a respeito de um dado conceito matemático.

Assim, iniciamos a redação do desenvolvimento deste estudo por meio dessa apresentação, momento em que apresentamos a problemática e justificativa, além do objetivo e questão de pesquisa. A seguir apresentamos uma breve síntese dos capítulos que compõe o trabalho.

No capítulo 1 será abordada a teoria que sustenta o estudo – a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983, 1988, 1996, 2009), dentro dela o conceito de estrutura multiplicativa. No mesmo capítulo apresentaremos a releitura da classificação de Vergnaud proposta por Magina, Santos e Merlini, a qual teve sua e primeira versão em 2010 (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2010) e foi reelaborada pelos autores em 2014[3].

No capítulo 2 apresentaremos algumas pesquisas que tiveram diretamente envolvidas na discussão do ensino e da aprendizagem do campo conceitual multiplicativo. Nele discutiremos, também, o significado do termo concepção que adotamos em nosso estudo.

O capítulo 3 descreverá o percurso metodológico, apresentando o universo da pesquisa, os sujeitos participantes e os procedimentos de coleta e de análise dos dados.

O capítulo 4 será destinado à apresentação da análise dos resultados obtidos na coleta de dados.

O último capítulo será destinado às considerações finais, com o intuito de responder a questão de pesquisa e refletindo sobre os resultados encontrados.

3 - Esse modelo foi apresentado por Magina, em sua palestra intitulada “As Estruturas Multiplicativas Sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais” proferida na formação de orientadores de estudos do PNAIC do polo 16, Itabuna, em 05/11/2014.

CAPÍTULO 1:

REFERENCIAL TEÓRICO

Esse capítulo tem o objetivo de apresentar o referencial teórico do presente estudo. Dentre as várias teorias possíveis, encontramos conceitos na Teoria dos Campos Conceituais que consideramos pertinentes para fundamentar nossa pesquisa.

Iniciaremos com uma discussão sobre conceitos-chave que compõe a referida teoria. Em seguida, faremos uma discussão detalhada do campo conceitual multiplicativo. Nosso primeiro ponto será acerca das filiações e rupturas entre tal campo e o aditivo. Na sequência, apresentaremos a releitura da classificação de Vergnaud proposta por Magina, Santos e Merlini (2010).

1 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) é uma teoria cognitivista, desenvolvida a partir dos estudos do psicólogo francês Gérard Vergnaud. Ela nos permite diagnosticar a aprendizagem do estudante e nos oferece elementos por meio dos quais é possível analisar o desenvolvimento de competências na aprendizagem desse estudante.

Para Vergnaud (2009), o desenvolvimento de competências matemáticas surge, particularmente, na resolução de uma situação-problema nova, quando o sujeito tem de adaptar os seus recursos cognitivos e enfrentar um problema desconhecido, seja ele de caráter teórico ou prático.

Dentro dessa visão, Vergnaud (1996) deixa claro que é importante avaliar a função adaptativa do conhecimento. Isto porque para determinada classes de situações o sujeito já dispõe das competências necessárias ao seu tratamento. Para outras, o sujeito ainda não dispõe totalmente de todas as competências, o que o obriga a refletir e explorar tentativas que o conduzirão ao êxito ou ao fracasso.

Para explicar sua visão adaptativa de conhecimento, Vergnaud (1996) usa o conceito de esquema. É importante enfatizarmos que a TCC retoma pontos que foram estudados por Piaget, como é o caso do conceito de *esquema*.

Piaget (1996) chama de esquema "o que, numa ação, é transponível, generalizável ou diferenciável de uma situação a seguinte, ou seja, o que há de comum nas diversas repetições ou aplicações da mesma ação" (PIAGET, 1996, p.16). Ou seja, para Piaget, o esquema significa a formação de um conceito ainda de forma limitada porque ele tem apenas um significado (MAGINA, 1994, p.76).

Vergnaud entende esquema como a *organização invariante da conduta para uma dada classe de situações* (VERGNAUD, 1996, p. 157, grifo do autor), ou seja, é a forma como o estudante organiza suas ações diante de uma dada situação-problema.

Assim, Vergnaud (ibid) considera que os esquemas, necessariamente, se referem às situações. Dessa forma ele explica, quando o sujeito já dispõe de competência necessária para resolver uma dada classe de situação, seus esquemas são, em sua maioria, automatizados. Quando ainda não possui as competências necessárias, são desencadeados vários esquemas, que irão competir ou combinar com os já existentes na busca por uma solução. Nesse processo, os esquemas serão acomodados, desacomodados, combinados e recombinados. Todo esse processo é, necessariamente, acompanhado por descobertas. O autor considera, ainda, que a análise da tarefa e das ações do estudante diante da tarefa são decisivas para analisar sua competência.

Antes de prosseguirmos iremos explicar como o autor citado entende competência.

Ele define o termo como "a forma operatória do conhecimento", o que permite fazer e ter êxito (VERGNAUD, 2009b, P.17 aspas do autor). No entanto, sua visão de competência vai além da identificação do acerto. Ele considera três aspectos: (a) é mais competente aquele que acerta, sendo esse considerado o primeiro grau de competência; (b) dentre os que acertam, é mais competente aquele que apresentou a resolução de maneira mais rápida ou mais elegante (c) ou ainda, é mais competente aquele que utiliza o melhor método para resolver uma situação nova.

Assim, a TCC defende a ideia que as competências e concepções[4] dos estudantes desenvolvem-se ao longo do tempo, através de experiências com um grande número de situações, tanto dentro quanto fora da escola. Dessa forma concordamos com Gitirana et al. (2014) quando salienta o papel do professor na formação e desenvolvimento da competências e concepções dos estudantes: “é dele a responsabilidade de fazer escolhas que possibilitem a criação de um ambiente favorável para o aluno avançar nesse processo” (p. 18).

Nesse estudo centraremos o foco no desenvolvimento de competências matemáticas, especialmente na apropriação de conceitos pertencente ao Campo Conceitual Multiplicativo.

Iniciamos nossa discussão com a seguinte afirmativa:

> O estudo do desenvolvimento de conceito requer que o pesquisador veja um conceito como uma terna de conjuntos: C = (**s, I, S**), onde **s** é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo, **I** é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações, e **S** um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles (VERGNAUD, 1988, P. 141).

O conjunto de situações (***s***) está relacionado com a realidade, é considerado como ponto de partida para a apropriação progressiva do conceito; Os invariantes (***I***) são componentes cognitivos essenciais aos esquemas, estão ligados a operacionalidade do conceito; a representação simbólica (***S***) são dentre outras, a linguagem natural, gráficos e diagramas e sentenças formais usados para representar as situações e os invariantes operatórios.

O conceito de invariantes operatórios é relevante na TCC, pois são considerados como componentes cognitivos essenciais aos esquemas. Eles podem ser explícitos ou implícitos. Quando explícitos, estão ligados a uma concepção. Quando implícitos, são designados por “conceito-em-ação” e “teorema-em-ação”; o primeiro é definido como “um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida como pertinente, relevante” (VERGNAUD, 1998, p. 168); o segundo é definido como “relações matemáticas que são levadas em consideração pelos estudantes quando eles escolhem uma operação ou uma sequência de

---

4 - As concepções dos estudantes são manifestadas por suas expressões verbais ou outras representações simbólicas (linguagem natural, esquemas e diagramas, sentenças formais, etc.) (MAGINA et al., 2008, p.11).

operações para resolver um problema" (VERGNAUD, 1988, p.144) podendo ser verdadeiros ou falsos.

É importante esclarecer que essas relações não estão conscientes para o estudante. Além disso, os teoremas-em-ação, que nascem com validade local, são um caminho para analisar as estratégias intuitivas dos estudantes e ajudá-los na transformação do conhecimento intuitivo em conhecimento explicito. Esse processo pode levar anos, mas os professores devem estar conscientes do longo prazo que envolve o processo ensino-aprendizagem.

Para melhor compreensão desses conceitos, vamos discuti-los a partir de um exemplo: *Um pacote de biscoito custa R$ 3,00. Quanto pagarei se comprar 4 pacotes desse biscoito?*

Para resolver a situação-problema, o estudante pode somar R$ 3,00 quatro vezes (3 + 3 + 3 + 3) ou pode multiplicar 4 x 3, ou seja, temos aqui duas estratégias diferentes para calcular o valor a pagar pelos 4 pacotes de biscoito. Segundo Vergnaud (1988), ao optar pela multiplicação (4 x 3 = 12) o estudante, possivelmente, traz em seu raciocínio a seguinte propriedade da função linear (teorema-em-ação): f(n x 1) = n x f(1), para qualquer numero real n. Ou seja, 4 pacotes de biscoito custa 4 vezes mais que um pacote – o custo (dos 4 pacotes) = 4 x o custo (de um pacote). Também, é possível identificar alguns conceitos-em-ação implícitos nesse esquema de ação do estudante: proporcionalidade, razão, operador escalar, operador funcional.

O outro esquema de ação citado para resolver a situação-problema proposta não é um procedimento multiplicativo, está baseado na adição de parcelas repetidas (3 + 3 + 3 + 3 = 12). Nesse caso, o estudante dá conta de resolver um conjunto de situações matemáticas com essa estrutura. Entretanto, torna-se inviável para valores maiores (com mais de dois dígitos, por exemplo) ou de outros domínios como, por exemplo, números racionais não inteiros.

De maneira geral, os estudantes não conseguem explicar ou mesmo expressar os conceitos-em-ação e teoremas-em-ação utilizados na resolução de uma situação-problema. Para Gitirana et al. (2014), nessa hora é importante a atitude de pesquisador que precisa ser assumida pelo professor, pois é ele que identifica o teorema e as relações por trás da ação do estudante, e a partir daí, pode propor novas situações-problema para ajudar ao estudante construir conceitos e teoremas de forma explicitas, ou que já são estabelecidos como saberes científicos.

Outro conceito importante na TCC é o de situação. Convêm esclarecer que a definição de situação adotada nessa teoria é colocada no sentido de tarefa. Vergnaud (1996) explica que os processos cognitivos e as respostas do sujeito estão em funções dos contextos nos quais o problema (ou tarefa) está inserido. Mas, não é baseado numa única situação que o estudante se apropria de um determinado conceito, assim como para resolver uma situação o estudante mobiliza diversos conceitos.

Assim sendo, são as situações que dão sentido aos conceitos, ou ainda, a formação de um campo conceitual, cuja apropriação requer a mobilização de diversos conceitos. Nesse sentido Vergnaud define:

> um campo conceitual é ao mesmo tempo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos: o conjunto de situações cujo domínio progressivo pede uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão; o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações (VERGNAUD, 2009b, p. 29).

Apropriação de um conceito nessa perspectiva nos leva a considerar que na ação do professor de Matemática, por exemplo, ao trabalhar com a multiplicação ele deve levar em conta que a multiplicação, a divisão, a fração, a razão, os números racionais, estão matematicamente inter-relacionados e por isso podem ser trabalhados conjuntamente. E é através de uma diversidade de situações[5], com níveis diferentes de complexidade e, ainda, com representações diferentes, que esses conceitos podem ser desenvolvidos pelos estudantes.

Em linhas gerais, podemos inferir que a Teoria dos Campos Conceituais fornece elementos que permitem o professor diagnosticar os estágios em que seus estudantes se encontram na apropriação de um determinado conceito, ou campo conceitual. Esses elementos, também contribuem para o professor elaborar situações que poderão ajudar aos estudantes a desenvolverem seus repertórios de esquemas e representações.

É nesse último aspecto que focalizaremos o nosso estudo, pois se de um lado está o desenvolvimento cognitivo do estudante, na outra ponta está o professor, responsável por elaborar o maior número possível de situações didáticas e realizar experimentações com elas. Isso vale tanto para objetivos de curto prazo, permitindo que os seus estudantes desenvolvam competências e concepções para uso

5 - Em nosso estudo usaremos os termos “situação” e “situação-problema” como sinônimos, ou seja, no sentido de tarefa.

imediato, quanto na perspectiva de longo prazo de lhes fornecer uma base para os conceitos que serão essenciais mais adiante.

Dentro dos vários campos conceituais estudados por Vergnaud, desenvolveremos nosso estudo no âmbito do Campo Conceitual Multiplicativo, ou simplesmente estruturas multiplicativas. Trataremos deste campo especifico na seção a seguir.

1.1 Campo Conceitual Multiplicativo

Pesquisas fundamentadas na TCC têm tomado como objeto de estudo as situações do Campo Conceitual Aditivo (Vergnaud, 1982; Magina e Campos, 2008; Nunes et al., 2009; Santana, 2010) e as situações do Campo Conceitual Multiplicativo (Vergnaud, 1983, 1988; Nunes et al., 2009, Magina et al., 2010; Gitirana et al., 2014), por exemplo.

Escolhemos como objeto desse estudo o Campo Conceitual Multiplicativo, que doravante trataremos simplesmente como *estruturas multiplicativas,* o qual consiste em todas aquelas situações que podem ser analisadas seja como situação-problema de proporção simples, dupla ou múltiplas, ou aqueles que envolvem comparações multiplicativas, ou, ainda, os que tratam de produto de medidas. Vários conceitos matemáticos estão vinculados às estruturas multiplicativas, tais como: funçãos linear e n-linear, espaço vetorial, análise dimensional, fração, razão, combinação, o número racional, entre outros.

Vergnaud (1988) afirma que há fronteiras cognitivas entre o Campo Conceitual Multiplicativo e o Aditivo. Esse último envolve operações aritméticas e noções do tipo aditivo, tais como: adição, subtração ou uma combinação dessas operações. Tais fronteiras não estão necessariamente bem definidas. As estruturas multiplicativas se apoiam, em parte, nas estruturas aditivas. Contudo, destaca o autor, existem também especificidades cognitivas que surgem ora por meio das estruturas aditivas, ora por meio das estruturas multiplicativas, que nos permitem estudar esses dois campos conceituais separadamente.

1.1.1 Adição e multiplicação: filiações (continuidades) e rupturas

É comum na prática escolar inserir o ensino da multiplicação e da divisão após terem sido ensinadas as operações de adição e subtração. Essa concepção está apoiada na ideia que a adição conduz à multiplicação. Aí reside uma filiação entre a multiplicação e adição, pois uma das formas possíveis de resolver uma situação-problema de multiplicação, como por exemplo: *Uma caixinha de chicletes vem com 2 chicletes. Comprando 5 caixinhas, quantos chicletes terei?* É por meio do esquema 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10, o qual se baseia na soma de parcelas iguais repetidas. É comum avançarmos para resolver essa situação no âmbito da estrutura multiplicativa, operando 5 x 2. Porém fica claro que 5 x 2 seria uma forma condensada do esquema 2 + 2 + 2 + 2 + 2, isso implica supor que o raciocínio implícito entre essas duas operações é o mesmo.

Entretanto, em situações do tipo *Um quilo de carne custa R$ 12,50. Preciso comprar um quilo e meio dessa carne, quanto pagarei?* Necessariamente, envolve níveis cognitivos diferentes da situação discuta anteriormente. Usar só a adição não dá conta de resolver essa última situação, vejamos porquê:

Ao somarmos 12,50 + a metade de 12,50 (que matematicamente seria: 12,50 + ½ 12,50) já estamos envolvendo o operador multiplicativo ½. Portanto, estamos raciocinando no âmbito das estruturas multiplicativas. Sendo assim, fazem-se necessárias explicações suplementares para o estudante entender a resolução dessa situação a partir da adição.

Os problemas de estrutura aditiva envolvem situações nas quais unimos ou separamos objetos (ou conjuntos de objetos) ou, quando os colocamos na correspondência um-para-um. Os problemas de estrutura multiplicativa envolvem situações de correspondência um-para-muitos ou de muitos-para-muitos, envolvendo relações entre duas ou mais variáveis de naturezas distintas ou iguais, os quais discutiremos nas seções seguintes.

Nunes et al., (2009) ressaltam que para os estudantes refletirem sobre as relações entre os diferentes aspectos das situações que envolvem a multiplicação, o professor, enquanto mediador entre o conhecimento matemático e o estudante, deve estar atento para “o que”, “como”, “quando” e “porque”, ensinar um dado conteúdo.

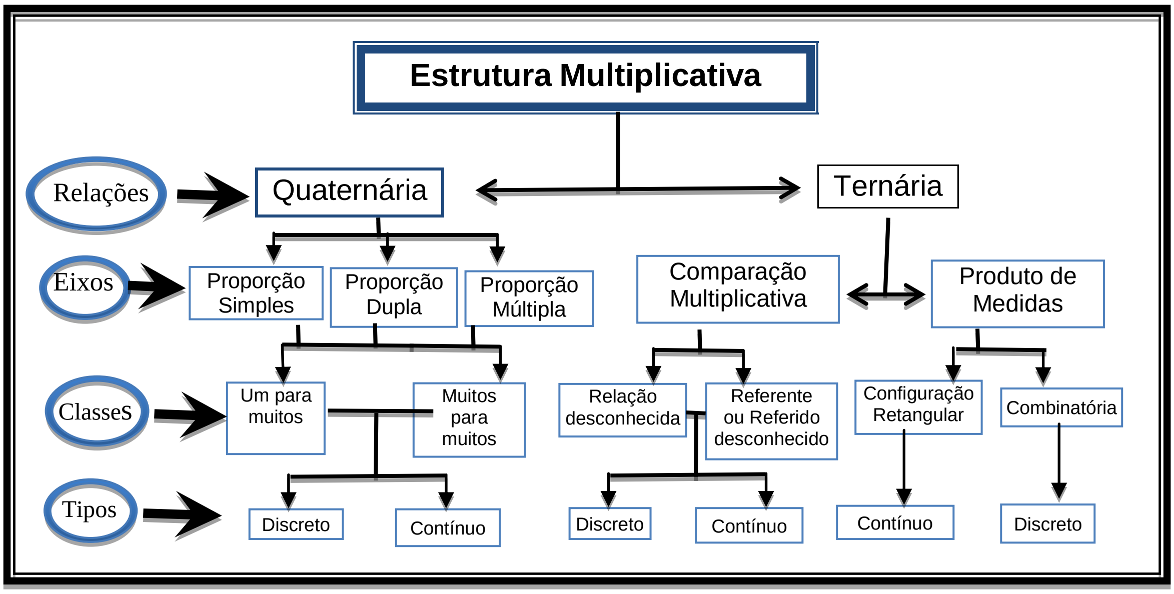
A próxima seção tem o objetivo de apresentar, de forma detalhada, uma discussão sobre os diferentes aspectos envolvidos no raciocínio multiplicativo. Esperamos que ela possa ser útil no entendimento da estrutura multiplicativa para além de uma consequência da adição.

Nela, apresentaremos uma classificação das situações multiplicativas proposta por Magina, Merlini e Santos (2010) baseados em uma releitura dos escritos de Vergnaud (1983, 1988, 1996, 2009).

1.2 Classificação de Situações Multiplicativas

Magina, Santos e Merlini (2010), propõem uma classificação de situações multiplicativas com o objetivo de sintetizar as ideias centrais desse campo, a qual apresentamos na figura 1.1.

Figura 1.1. Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo



Fonte: Magina, Santos e Merlini (2010)[6].

---

6 - Esquema atualizado em 2014.

A partir da classificação apresentada na figura 1.1 faremos uma breve discussão de cada relação, eixo e classe que compõe o esquema. Iniciaremos pela relação quaternária.

1.2.1 Relação quaternária

A relação quaternária é aquela que envolve quatro valores de duas grandezas[7], tomadas duas a duas. Nela são considerados três eixos: o da proporção simples, o da proporção dupla e o da proporção múltipla[8]. Cada eixo divide-se em duas classes: um para muitos e muitos para muitos.

1.2.1.1 *Proporção simples* (**PS**)

O tipo mais simples de uma situação multiplicativa envolvendo uma relação quaternária é provavelmente a correspondência de um-para-muitos (1pM). Essa correspondência é a invariável da situação, ela é a base do conceito de proporção.

O conceito de proporção é fundamental para essa relação. Nesse sentido, corroborando com Nunes e Bryant (1997), vamos assumir que uma proporção é "*expressada por um par de números que permanece invariável em uma situação mesmo quando o tamanho dos conjuntos varia*" (NUNES; BRYANT, 1997, p. 144).

Numa situação de proporção simples existe uma relação constante de correspondência entre as duas grandezas envolvidas. A fim de manter constante essa correspondência, ao adicionarmos (ou subtrairmos) quantidades de uma das grandezas a quantidade da outra grandeza sofrerá alterações de acordo com a proporção pré-estabelecida, ou seja, adicionamos números diferentes de objetos a cada grandeza.

Vamos analisar a classe um-para-muitos considerando a seguinte situação:

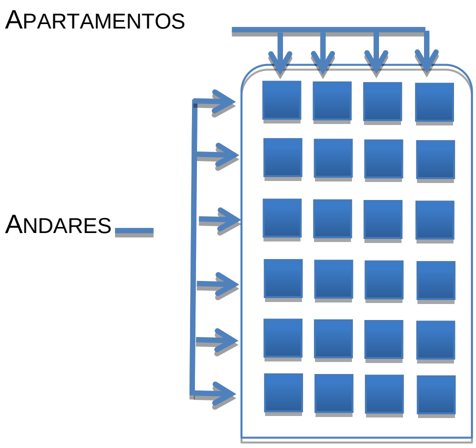
S1 – UM PRÉDIO DE APARTAMENTOS TEM 6 ANDARES. EM CADA ANDAR HÁ 4 APARTAMENTOS. QUANTOS APARTAMENTOS HÁ NO PRÉDIO TODO?

---

7 - Estamos assumindo aqui a visão tradicional que grandeza é tudo aquilo que pode ser contado ou medido e está diretamente relacionado ao objeto. Numericamente podemos assumir que é um par formado pelo número (medida) e sua unidade. Definição assumida no âmbito do Projeto *E-Mult*.

8 - Nos estudos Vergnaud, encontramos referências apenas para as proporções diretas. As proporções inversas não são citadas.

Essa é uma situação típica desta classe. Por vezes, são consideradas como uma relação ternária[9]. Isto porque esse tipo de situação lembra o produto de medida (x andares X y apartamentos), porém, não é o caso e discutiremos isso quando abordarmos as relações ternárias na seção 1.2.2. Iconicamente, poderíamos representar a situação em questão da seguinte maneira:

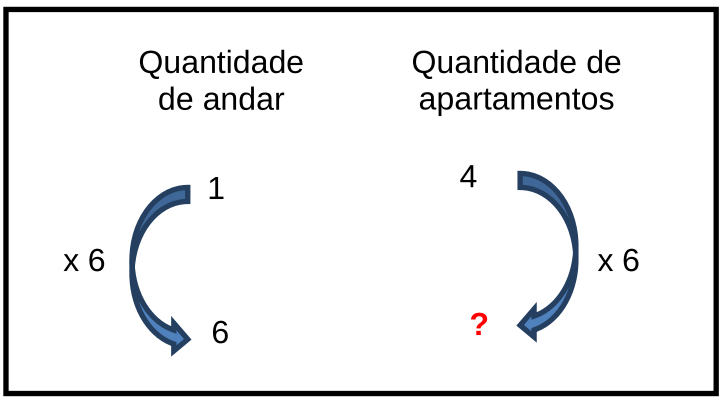


Podemos considerar três maneiras de interpretar a situação:

1) somar repetidas vezes o número de apartamentos por andar. Nesse caso poderíamos ter a seguinte solução para a situação: 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24. Essa solução se apoia na ideia de adição repetida e na relação a x b = c (6 x 4 = 24), desconsiderando a quantidade 1 da grandeza andar.

2) estabelecer uma relação multiplicativa escalar. A TCC propõe representar esse tipo de situação com o seguinte diagrama:

Figura 1.2: Esquema com operador escalar – Multiplicação

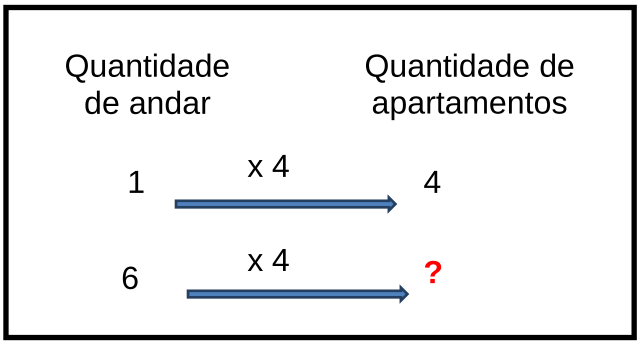


9 - Relação ternária será definida na seção 1.2.2.

No esquema apresentado na figura 1.2, observa-se que 1 e 6 são números que representam a quantidade de andares do prédio, 4 e *?* (*?* o termo desconhecido) representam a quantidade de apartamentos. A relação entre a quantidade de andares *x 6 é* um operador escalar (não tem dimensão), 6 andares é 6 vezes mais que 1 andar, e *?* apartamentos é 6 vezes mais a quantidade de apartamentos em 1 andar (em um andar tem quatro apartamentos, então *? = 24*). O operador escalar (no nosso exemplo: *x6*), não se refere a andares ou apartamentos, ele se refere ao número de replicações[10]. Para que a proporção permaneça constante, existe uma relação fixa (*x6*) entre duas grandezas (andar e apartamento). Nesse caso descobrimos que o operador utilizado na grandeza "quantidade de andar" (x6) e aplicamos esse mesmo operador na grandeza "quantidade de apartamentos”.

3) Por fim, outra interpretação possível para essa situação baseia-se no conceito de operador (ou fator) funcional, apresentado na figura 1.3.

Figura 1.3: Esquema com operador funcional – Multiplicação



No Esquema apresentado na figura 1.3 o fator *x4* refere-se ao operador funcional. Esse operador não representa nem a quantidade de andares nem a quantidade de apartamentos, mas uma relação entre as duas grandezas, isto é, para cada andar temos 4 apartamentos. Tal consiste no coeficiente: quantidade de apartamento/quantidade de andar.

Nesse esquema, consideramos o fato de que a proporção simples é um caso especial da função linear, e toda função linear pode ser escrita como: **f(nx) = *a*x**, sendo que *a* refere-se ao coeficiente de proporcionalidade: **f(1) = *a* x 1** e **f(6) = *a* x 6**,

10 - “Replicação envolve somar a cada conjunto a unidade correspondente para o conjunto de modo que a correspondência invariável um-para-muitos seja mantida” (NUNES, BRYANT, 1997, p. 144)

no qual *a* é a quantidade de apartamentos/andar. Portanto: $f_{(1)}$ = 4 (apartamentos/ andar) x 1 andar ou ainda $f_{(1)}$ = 4 e $f_{(6)}$ = 4 (apartamentos/andar) x 6 andares ou ainda, $f_{(6)}$ = 24. Então, representaríamos $f_{(6)} = 4 \times 6 \therefore f_{(6)} = 24$. A apropriação do conceito de fator funcional é importante para o estudo das funções, que acontecerá em anos posteriores.

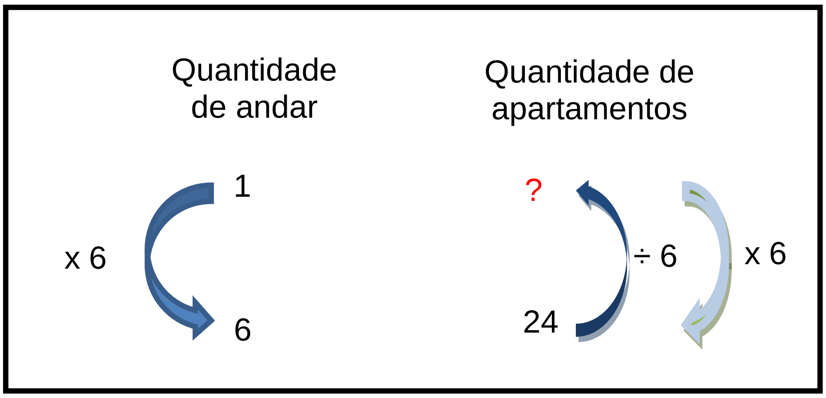
Observamos, ainda, que a operação usada nos esquemas das figuras 1.2 e 1.3 é uma multiplicação, e que o tipo de grandeza usada é de valor discreto. Outras situações podem ser usadas envolvendo grandezas de natureza contínua. Contudo, alerta Vergnuad (2009b) a variação no tipo de grandeza pode gerar dificuldades para o estudante.

Dificuldades de natureza diferentes são encontradas quando variamos a posição da incógnita. Usaremos os mesmos elementos da situação anterior variando a posição da incógnita.

S2 – UM PRÉDIO RESIDENCIAL DE 6 ANDARES TEM 24 APARTAMENTOS. QUANTOS APARTAMENTOS TÊM EM CADA ANDAR, CONSIDERANDO QUE CADA UM DELES TEM A MESMA QUANTIDADE DE APARTAMENTOS?

Uma resolução possível é usando o diagrama a seguir:

Figura 1.4: Esquema com PS – 1pM – Divisão Partitiva



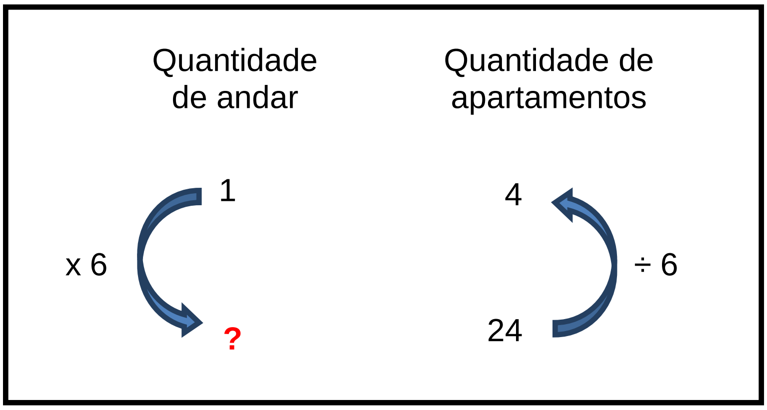
A situação apresenta da figura 1.4 envolve a ideia de partição (ou de distribuição equitativa) – distribuir igualmente os 24 apartamentos nos 6 andares. É possível encontrar o valor correspondente à unidade (*?*) usando o operador escalar *x6*. Para isso, procura-se o número que multiplicado por 6 dá 24. O operador *÷6* é, desse modo, inverso do operador *x6*, o qual faz passar de 1 andar para 6 andares. Para resolver essa situação a operação mais indicada é a divisão.

Vejamos agora como fica a situação com a incógnita em posição diferente das duas anteriores:

S3 – Um prédio residencial tem 24 apartamentos. Sabendo que nesse prédio cada andar tem, apenas, 4 apartamentos. Quantos andares têm esse prédio?

Vejamos uma solução possível apresenta na figura 1.5 a seguir.

Figura 1.5: Esquema com PS 1pM – Divisão Quotitiva



O raciocínio representado no esquema da figura 1.5 envolve a ideia de encontrar a quantidade de andares suficiente para distribuir cada quota de 4 apartamentos/andar. Ou seja, quantas quotas de 4 apartamentos/andar obtém-se com 24 apartamentos.

Para encontrar a solução usando esse esquema, dividimos apartamentos por apartamentos/andar que nos leva a obter um número. Esse número corresponde ao operador escalar (ou taxa) de proporcionalidade, ou simplesmente razão.

A fim de manter a relação constante entre as duas grandezas (andar e apartamentos), usamos o operador escalar inverso *x6* para encontrar a resposta para a situação. Portanto, para resolver a situação usamos uma divisão seguida de uma multiplicação. Como ressalta Gitirana et al. (2014), essa estratégia está apoiada na propriedade multiplicativa das proporções (ou do isomorfismo).

As situações S1, S2 e S3, como já afirmamos, apresentam dificuldades de naturezas diferentes. Esse fato tem respaldo em estudo realizados com objetivo de avaliar o desempenho e dificuldades dos estudantes (Nunes et al., 2009; Santos et al., 2014 e Gitirana et al., 2014, por exemplo). Entretanto, nossa intenção aqui é apenas o de apresentar esquemas possíveis de resolução para às situações, baseado no diagrama proposto pela TCC. É necessário ressaltar que as dificuldades aumentam quando os elementos numéricos da situação não são inteiros e ou múltiplos entre si.

Outro nível de dificuldade pode ser encontrado nas situações. Por exemplo, em situações as quais todos os valores envolvidos estão acima de uma unidade. Nesse caso, as situações foram agrupadas por Magina et al. (2010) na classe muito-para-muitos (**MpM**). Vergnaud (1983, 1988) e Gitirana et al. (2014) usam o termo quarta proporcional para a mesma classe de situações.

Vejamos uma situação que representa essa classe:

S4 - ALDA COMPROU 3 CANETAS POR R$ 5,00. QUANTO ELA IRÁ PAGAR PARA COMPRAR 12 CANETAS?

Esse tipo situação, em geral, é abordado na escola a partir do 7º ano. Normalmente é apresentada aos estudantes por meio da técnica denominada *Regra de Três*. Aplicar essa técnica à situação consiste em multiplicar a quantidade de canetas por real (12 x 5) e, em seguida, dividir o produto encontrado pela quantidade de canetas para, assim, encontrar o valor correspondente em real.

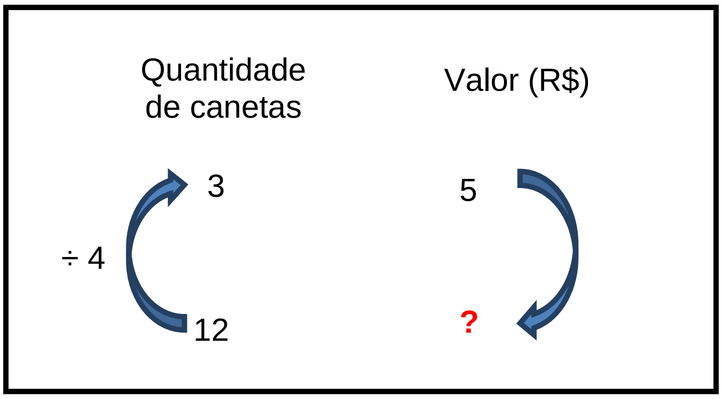
A estratégia da regra de três considera o fato das razões serem iguais:

$$\frac{3}{12} = \frac{5}{?}$$

Assim, para resolver a situação, usamos a propriedade das proporcionalidades, na qual o produto dos meios é igual ao produto dos extremos: **12 x 6 = 3 x ?**. Gitirana et al. (2014) chama atenção que essa estratégia é limitada, pois não deixa claro o significado da situação.

No entanto, podemos utilizar raciocínio semelhante ao apresentado no diagrama da figura 1.2 e/ou 1.3. Convém ressaltar que nas situações da classe muitos-para-muitos, uma vez que nenhum dos valores envolvidos é necessariamente a unidade, para encontrar a razão envolvida na situação precisamos fazer uma divisão. Assim, para resolver a situação, precisamos sempre fazer uso de uma multiplicação e uma divisão. O esquema apresentado na figura 1.6 a seguir revela o uso da divisão seguida da multiplicação.

Figura 1.6: Esquema com PS - MpM



Se, ao invés do fator escalar, fôssemos obter a razão entre essas duas grandezas, a situação-problema se tornaria bem mais difícil, pois sairíamos do conjunto dos inteiros; nesse caso teríamos que a razão entre a quantidade de canetas e o valor em real seria de 3/5. Tal número não torna as operações a serem feitas na busca da solução nem um pouco simples.

Um grau de dificuldade ainda maior ocorre se o operador escalar não for mais um número inteiro (não for mais o 4); Por exemplo, se Alda comprar 10 canetas ao invés de 12. Nesse caso, possivelmente, seria mais indicado encontrar o valor unitário da caneta para então calcular o valor correspondente às 10. Nesse caso a pessoa teria que trabalhar com os números racionais, em qualquer uma da interpretação utilizada, seja por meio do fator escalar (3/10), seja por meio do fator funcional (5/3).

Até o momento apresentamos o que Vergnaud (1996) considera situações mais simples de multiplicação e divisão. Em geral, são os que implicam uma proporção simples entre duas grandezas e que, efetivamente, pode gerar quatro classes de situações-problema elementares. O quadro a seguir sintetiza as classes de situações apresentadas até o momento.

Quadro 1.1 – Síntese dos esquemas envolvendo proporção simples

1 b c ? PS-1pM-multiplicação	1 ? b d PS-1pM-divisão partitiva
1 b ? d PS-1pM-divisão quotitiva	a b c ? PS-MpM

Fonte: Adaptado de Vergnaud (1996).

Cada esquema apresentado no quadro 1.1 têm níveis de dificuldades diferentes. Outro nível de complexidade pode ser encontrado em situações que envolvem a combinação de duas proporções simples. Neste caso, as situações podem ser classificadas: no eixo proporção dupla, ou proporção múltipla. Na seção seguinte discutiremos o eixo proporção dupla.

1.2.1.2 Proporção dupla (**PD**)

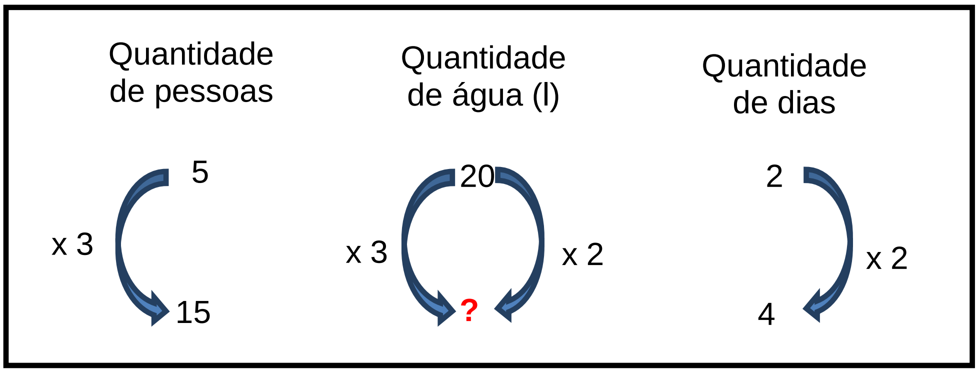
As situações de proporção dupla são aquelas que envolvem a combinação de, pelo menos, três grandezas (pelo menos seis valores) e "se faz por produto: z proporcional a x e a y: x e y independentes entre si" (VERGNAUD, 1996, p.175). Ou seja, uma delas é proporcional a duas outras, separadamente. Vejamos um exemplo dessa situação.

> **S5** – Um grupo de 5 pessoas consomem, em média, 20 litros de água em 2 dias. Considerando a mesma média, qual o consumo de 15 pessoas em 4 dias?

Nessa situação, relacionam-se três grandezas; no entanto, podemos considerar duas relações de proporção simples: quantidade de água e pessoas, quantidade de água e dias, contudo, não relação de proporcionalidade entre as quantidades de pessoas e quantidade de dias. Assim, enquanto Magina et al. (2014) chama de *Proporção Dupla*, Gitirana et al. (2014) chama esse tipo de situação de

Função Bilinear e explica que, comumente, elas são apresentadas na escola como problemas de r*egra de três composta*.

Figura 1.7: Esquema com proporção dupla (PD)



No esquema apresentado na figura 1.7, por se tratar de uma situação de proporção dupla, podemos resolver parcialmente como duas situações de proporção simples. Primeiro, descobrimos a relação existente entre as quantidades da grandeza pessoas (5 e 15), ou seja o operador escalar *x3*. Em seguida aplicamos este operador escalar na grandeza quantidade de água. Contudo, como se trata de uma proporção dupla, há outra grandeza envolvida, que é a quantidade de dias. Usando raciocínio semelhante, descobrimos a relação entre as quantidades da grandeza dias (2 e 4), que é o operador escalar *x2*. Igualmente aplicamos este operador escalar na grandeza quantidade de água, pois essa última varia de acordo coma as duas outras grandezas, quantidade de pessoas e a quantidade de dias.

Do ponto de vista funcional a quantidade de "água" depende da relação de proporcionalidade existente entre as quantidades de "pessoas e água" e "dias e água". Numericamente teríamos: f(2 x 2, 3 x 5) = 2 x 3 x f(2, 5); em termos gerais teríamos: $f(n_1x_1, n_2x_2) = n_1n_2f(x_1, x_2)$[11].

A situação S5 pertence à classe de muitos-para-muitos, pois nenhum dos valores envolvidos é a unidade.

Na próxima seção apresentamos o segundo tipo de combinação entre proporções simples, denominada por Vergnaud (1996) de proporção múltipla.

1.2.1.3 Proporção Múltipla (**PM**)

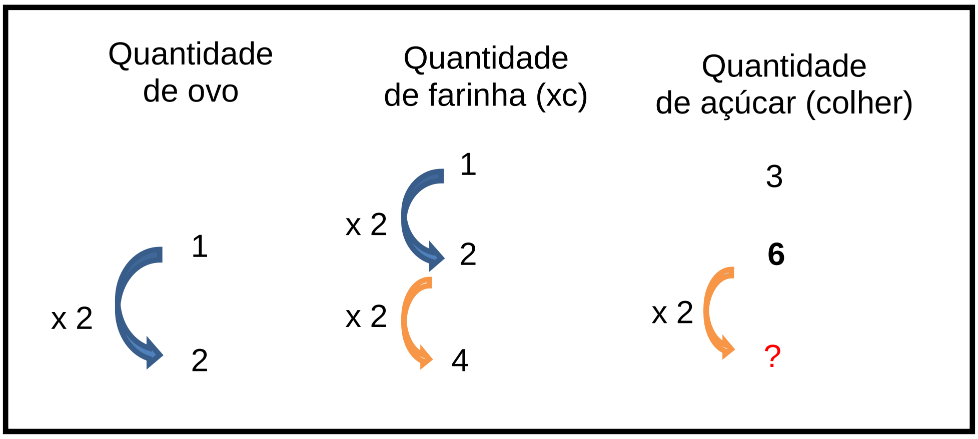
11 - Esquema semelhante foi usado por Santos (2015).

Diferentemente da proporção dupla, na proporção múltipla quando variamos o valor de uma grandeza, alteram-se todas. Vejamos um exemplo:

S6 – Para fazer certo tipo de biscoito D. Elza usa a seguinte receita: para cada ovo ela usa 2 xícaras de farinha, e para cada xícara de farinha, 3 colheres de açúcar. Para fazer a massa usando 2 ovos, quantas colheres de açúcar ela vai precisar?

Observamos que a situação S6 envolve três grandezas (quantidade de ovos, de farinha e de açúcar) e é mais complexo que S5. Vejamos um esquema possível para resolver essa situação:

Figura 1.8: Esquema com proporção múltipla (PM)



No esquema apresentado na figura 1.8 percebemos que para chegar à quantidade de açúcar pedida precisamos resolver a proporção simples envolve ovo e farinha. Assim, quando alteramos a quantidade de ovo alteramos a quantidade de farinha e alterando a quantidade de farinha, altera-se a quantidade de açúcar. Isso porque na proporção múltipla há uma concatenação de proporções, ou seja, "x é proporcional a y e y é proporcional a z" (VERGNAUD, 1996, p.175).

Notemos que os valores explícitos na situação são: 1 ovo, 2 xícaras de farinha, 3 colheres de açúcar. No entanto, tem um resultado da relação entre xícara de farinha (2) e colheres de açúcar (6) que está implícito e essa relação é fundamental para dar conta da situação, pois isso significa que para cada 1 ovo é preciso 6 colheres de açúcar. Portanto, 2 ovos, 12 colheres.

Supomos que pelo grau de dificuldade, oriundo das proporções implícitas presentes nesse tipo de situação-problema, ela é pouco trabalhada no Ensino Fundamental.

Em todos os exemplos de situações que apresentamos, utilizamos números inteiros e de pequena magnitude. Nossa intenção foi facilitar o entendimento do raciocínio usado nos esquemas baseados no diagrama proposto por Vergnaud (1983, 1988, 2009b). Ressaltamos que é possível, a partir desses esquemas, trabalhar com vários outros tipos de situações multiplicativas.

A seguir trataremos das relações ternárias, nas quais, assim como as relações quaternárias, encontramos diferentes níveis de complexidade.

1.2.2 Relação ternária

Nessa seção abordaremos das relações ternárias, aquelas que envolvem "três quantidades, das quais uma é o produto das outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional" (VERGNAUD, 2009, p.253). Nessas relações também temos dois eixos: o eixo da comparação multiplicativa e o eixo produto de medidas. Inicialmente apresentaremos o eixo comparação multiplicativa.

1.2.2.1 Comparação multiplicativa (**CM**)

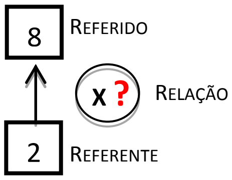
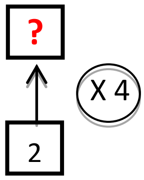
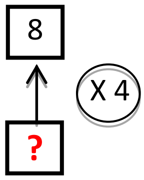
As situações-problema classificadas no eixo comparação multiplicativa são aquelas nas quais somente dois valores de mesma grandeza são comparados de forma multiplicativa por um escalar (razão da relação) – sendo um o referente e o outro o referido.

Magina, Merlini e Santos (2012) afirmam que nos anos iniciais de escolarização os estudantes já exploram situações que são protótipos[12] do eixo comparação multiplicativa (dobro, triplo, metade). Nesse eixo, temos duas classes: relação desconhecida (**Rel.D**) e referente ou referido desconhecido (**Ref.D**), conforme apresentado na figura 1.1. Vejamos situações-problema nas quais podemos perceber no que difere essas classes.

---

12 - Tipo de situação que exige raciocínio elementar ou mesmo intuitivo.

Quadro 1.2 - Tipos de situações de comparação Multiplicativa

Classe	Diagrama	Exemplo
Relação desconhecida		**S7**. Comprei uma caneta por R$ 2,00 e um caderno por R$ 8,00. Quantas vezes o caderno foi mais caro que a caneta?
Referido desconhecido		**S8**. Comprei uma caneta por R$ 2,00 e um caderno que custou 4 vezes mais que a caneta. Quanto custou o caderno?
Referente desconhecido		**S9**. Fui à papelaria para comprar uma caneta e um caderno. O caderno custou 4 vezes mais do que a caneta. Sabendo que o caderno custou R$ 8,00 quanto custou a caneta?

Fonte: Souza e Magina (2015).

Na situação S7, é conhecido o referente (valor da caneta) e o referido (valor do caderno) e pede-se para calcular a relação de preços entre eles. Para a resolução da situação, podemos dividir o valor do referido pelo valor do referente e achamos a relação entre esses valores (8 ÷ 2 = 4).

Na situação S8, conhece-se o referente (o valor da caneta), a relação de preço entre o referente e o referido (4 vezes mais) e pede-se para calcular o valor do referido (valor do caderno). Para a resolução da situação, podemos multiplicar o valor do referente pelo valor da relação para encontrar o valor do referido (2 x 4 = 8).

Em S9, é conhecido o referido (o valor do caderno), o valor da relação entre o preço do referente e do referido (4 vezes mais) e pede-se para calcular o valor do referente (o valor da caneta). Para a resolução dessa situação, podemos dividir o valor do referido pelo valor da relação e achamos o valor do referente (8 ÷ 4 = 2). Note que este exemplo apresenta uma situação que exige do estudante maior complexidade cognitiva para sua solução

As situações S8 e S9 pertencem à classe referido ou referente desconhecido. Observamos que no eixo comparação multiplicativa as expressões vezes mais, vezes, dobro, triplo, metade menos estarão sempre presentes no enunciado dessa forma de relação.

As situações-problema S7, S8 e S9, que definem uma relação multiplicativa de comparação na qual a pergunta leva a busca do referente, da relação ou do referido, podem gerar seis tipos de problemas, três problemas explorando a ideia "vezes mais" e outros três para "vezes menos". Elas diferem quanto ao nível de complexidade.

A complexidade de uma situação de comparação multiplicativa apresenta-se quando há, ou não, congruência entre as palavras utilizadas no enunciado da situação e a operação requerida para a sua resolução

> é provável que a congruência e a não-congruência, entre as expressões utilizadas no enunciado das situações aditivas, se manifestem também na resolução das situações multiplicativas, especialmente relacionadas àquelas com a ideia de comparação multiplicativa, em que estão presentes as expressões "vezes mais" ou "vezes menos" sejam traduzidas por duas operações consecutivas em cada caso. A expressão "vezes mais" pode significar para o estudante uma operação de multiplicação seguida de uma adição e a expressão "vezes menos" interpretada como uma operação de multiplicação seguida de uma operação de subtração entre os dados do problema (Magina, Santos e Merlini, 2011, p. 5).

Além da comparação multiplicativa, na relação ternária temos o eixo produto de medida, que apresentamos na seção seguinte.

1.2.2.2 Produto de Medidas – (**PrMe)**

Vergnaud (1983) explica que o produto de medida é uma estrutura que consiste de uma composição Cartesiana de duas medidas espaciais dentro de uma terceira. Duas classes de situações compõem esse eixo: configuração retangular (**CR**) e combinatória (**COM**).

Na classe configuração retangular são apresentadas duas grandezas com medidas contínuas para formar o produto cartesiano, como é o caso da área de um retângulo (GITIRANA et al., 2014, p.73). Vejamos um exemplo:

S10 – UMA SALA TEM 7 METROS DE COMPRIMENTO E 4 METROS DE LARGURA. QUAL A SUA ÁREA?

A situação S10 apresenta dois conjuntos de medidas, comprimento e largura, que se relacionam para formar um terceiro conjunto que é a área.

Vergnaud (1983) propõe o seguinte diagrama para representar essa situação:

Figura 1.9: Esquema com PrMe – CR

	1	...	7	Comprimento
1				
.				
.				
.				
4			?	
largura				Área

No esquema apresentado na figura 1.9 nota-se que não há relação entre o comprimento e a largura: podemos alterar o comprimento, modificando apenas a área e não a largura o mesmo pode ocorrer quando alteramos a largura sem alterar o comprimento. Ou seja, há uma relação de proporcionalidade simples entre comprimento e área e entre largura e área. Essa dupla correspondência Vergnaud (1988) chama de dupla proporcionalidade.

Nesse momento gostaríamos de trazer a S1 para discutirmos porque ela não é um produto de medida. A título de relembrar, situação-problema é

S1 – Um prédio de apartamentos tem 6 andares. Em cada andar há 4 apartamentos. Quantos apartamentos há no prédio todo?

Ora, a solução a esta situação não é apartamento/andar. Ela será x (no caso 24) apartamentos. Assim a interpretação é:

1 (andar) $\rightarrow$ 4(apartamentos)

6 (andares) $\rightarrow$ **?** (apartamentos). Resposta: *24 apartamentos*

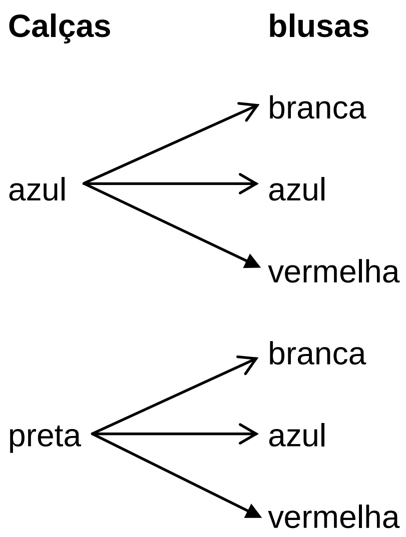
Vemos, então, que se trata de uma proporção simples um-para-muitos e não um produto entre dois valores, como é o caso da área, que é o produto do comprimento X largura. Neste caso o resultado, quer dizer, a área, não é nem o comprimento, nem a largura, mas o produto entre eles, que chamamos de área.

Nas situações pertencentes à classe combinatória o produto cartesiano parte de dois conjuntos disjuntos, de grandezas discretas, formando as possíveis combinações que podem ser contadas. Por exemplo:

S11 – Para ir à escola Clara usa uniforme completo composto de uma calça e uma blusa. Ela dispõe de duas calças: uma azul e outra preta e 3 blusas nas cores: branca, azul e vermelha. Sabendo que para ir à escola, ela sempre usa uma dessas calças e uma das blusas do uniforme, de quantas maneiras diferentes Clara pode se vestir?

Assim como na situação S10, em S11 temos dois conjuntos: calça e blusa para forma um terceiro: uniforme completo. Podemos usar um diagrama semelhante ao apresentado na figura 1.9 para representar essa situação ou usar o diagrama de árvore da figura a seguir.

Figura 1.10: Esquema com PrMe – COM



O diagrama de árvore apresentado na figura 1.10 auxilia na compreensão de que nessa situação a multiplicação está presente e articula os dois conjuntos.

Gitirana et al. (2014) corroborando com Vergnaud (1983, 1988, 2009b) ressaltam que situações-problema de combinação podem ter uma grande quantidade de variações. Por exemplo, fornecer no enunciado a quantidade de uniforme completo (calça e blusa) e a quantidade de calça e perguntar a quantidade de blusa.

A classificação que apresentamos está longe de encerrar a discussão sobre a complexidade do estudo sobre as estruturas multiplicativas. Pesquisas (NUNES et al. (2009), MAGINA et al. (2010), GITIRANA et al. (2014), por exemplo) têm apontado que uma determinada classe de situações oferece mais dificuldade cognitiva que outra. Ou seja, algumas são consideradas protótipos e outras oferecem a possibilidade de desenvolver raciocínios mais complexos. Nesse sentido, compete ao professor apresentar ao estudante diferentes tipos de problemas a fim de que ele possa mobilizar distintos raciocínios e dessa forma se apropriar do Campo Conceitual Multiplicativo.

Após termos discutido amiúde as ideias teóricas, de cunho psicológico, que dão suporte ao nosso estudo, discutiremos no próximo capítulo algumas pesquisas, as quais apresentam pontos que convergem com este estudo.

CAPÍTULO 2:

REVISÃO DE LITERATURA

No capítulo anterior apresentamos o referencial teórico do presente estudo. Este capítulo tem o objetivo de apresentar algumas pesquisas que estiveram diretamente envolvidas na discussão do ensino-aprendizagem do campo conceitual multiplicativo.

Primeiro, discutiremos alguns estudos que tiveram como foco identificar concepções do professor referentes às estruturas multiplicativas. Em seguida, apresentaremos um estudo que discutiu o desempenho de estudantes na resolução de situações-problemas envolvendo uma multiplicação e/ou uma divisão e o relaciona com dados de seus professores.

2. ESTUDOS SOBRE O PROFESSOR

Nesta seção apresentaremos alguns estudos que tiveram como objetivo discutir a concepção do professor sobre as estruturas multiplicativas. Inicialmente, gostaríamos de apresentar uma discussão sobre o significado do termo concepção que adotamos em nosso estudo.

2.1 Um Significado Para O Termo Concepção

A Matemática faz parte da vida estudantil desde os primeiros anos de escolarização e perpassa por quase todos os níveis de ensino. Assim, "é um assunto acerca do qual é difícil não ter concepção" (PONTE, 1992, p.186).

Para Ponte (ibid), os professores de Matemática, enquanto responsáveis pela organização das experiências de aprendizagem, estão num lugar chave para influenciar as concepções sobre a Matemática dos seus estudantes.

Em seus estudos, Ponte (1992) conceitua concepção como um “substracto conceptual” que tem papel determinante no pensamento e na ação. Para ele, as concepções formam-se num processo simultaneamente individual e social como resultado de elaborações sobre a própria experiência e do confronto dessas experiências com a dos outros.

Ao conceituar dessa forma, Ponte (ibid) atribui à concepção o status de filtro pois entende que se por um lado ela é indispensável para estruturar o sentido que é atribuído às coisas, por outro lado, seleciona a possibilidade de atuação diante de novas realidade ou de certos problemas. Ou seja, as concepções interpretam e organizam a visão do que temos e do que nos cerca e orientam nossas ações.

Outro aspecto relevante para o autor citado é que a concepção não se revela com facilidade nem para si nem para o outro. Isso significa que ela não é facilmente observável, particularmente, para os assuntos em que habitualmente não pensamos de uma forma reflexiva.

Entendemos que o conceito de concepção é amplo e subjetivo, não temos a pretensão de esgotá-lo. Esclarecemos que neste estudo discutiremos concepção do professor a cerca da Matemática e seu ensino, especialmente no que tange o campo conceitual multiplicativo, na mesma perspectiva que Ponte (1992): tem natureza essencialmente cognitiva, e apesar de condicionar nossas ações, nem sempre nos são conscientes ou racionalizadas.

Esse autor ressalta que para um estudo sobre as concepções dos professores, faz-se necessária uma discussão, ainda que breve, sobre a natureza do conhecimento. É sobre isso que trataremos na seção a seguir.

2.1.1. <u>O Saber e a Concepção</u>

Podemos analisar o saber sob alguns aspectos, dentre eles a sua natureza e os tipos de conhecimento.

Quanto à natureza, Ponte (1992) destaca: (a) a visão empirista que vê no mundo exterior a fonte do conhecimento, que o sujeito vai apropriando através da experiência; (b) a visão inatista que reconhece a necessidade de estruturas fundamentais de conhecimento para organizar a experiência em categorias e sistemas lógicos, e afirmam que se tratam de estruturas geneticamente pré-programadas; e (c) a visão construtivista cuja premissa é que os aspectos gerais do conhecimento são construídos pelo próprio indivíduo.

Quanto aos tipos de conhecimento Ponte (ibid) destaca três: (a) o científico - formado por um conjunto de conceitos inter-relacionados, caracterizado por um esforço de racionalidade, pela argumentação lógica e pelo confronto com a realidade empírica; (b) o profissional – marcado pela acumulação da experiência prática num dado domínio, que será mais eficaz quanto mais se puder referir a conhecimento de ordem científica; e (c) o comum – em cuja construção são decisivos os processos de socialização, que vão se articulando com a experiência de natureza mais imediata.

Entretanto, qualquer que seja o tipo de conhecimento, ele é sempre permeado por crenças, entendidas por Thompson[13] (1992, apud PONTE, 1992, p,195) "como criações livres da imaginação humana (individual ou coletiva)".

Para Ponte (ibid), a diferença entre "crença e conhecimento" é que a primeira é uma elaboração mais fantasiosa e sem a necessidade de confrontação com a realidade empírica, enquanto que no segundo predominam os aspectos experienciais e ou a argumentação racional.

As concepções são vistas pelo autor como "miniteorias", pois condicionam a forma de abordagem das tarefas, às vezes nos orientando para longe do que é considerado mais adequado.

2. 2 Concepções Sobre Estruturas Multiplicativas

O conhecimento matemático é fruto de um processo da evolução do homem. Assim, "as concepções sobre a Matemática são influenciadas pelas experiências matemáticas e pelas representações sociais dominantes. Isto porque a Matemática é uma ciência antiga e faz parte da vida escolar, tendo caráter obrigatório" (PONTE, 1992, p.186).

---

13 - THOMPSON, A. G. Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. In D.A. Grouws (Ed.) Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning. New York: Macmillan, 1992.

Numa discussão sobre a formação do professor, Nóvoa (2001) afirma que a formação é um ciclo que abrange a experiência do professor como estudante (educação de base), como estudante-mestre (graduação), como estagiário (práticas de supervisão), como iniciante (nos primeiros anos da profissão) e como titular (formação continuada).

Assim, a partir do exposto anteriormente, entendemos que para chegar à posição de professor, o indivíduo esteve durante um longo período de sua vida na condição de estudante. Isso pressupõe que suas concepções sobre a matemática, fortemente arraigadas, são frutos de suas experiências, em especial da sua experiência enquanto estudante.

Trazendo essa discussão para o ensino de conceitos pertencentes às estruturas multiplicativas, na revisão de literatura que realizamos encontramos alguns resultados que corroboram com as ideias dos autores citados. É sobre esses estudos que discutiremos na próxima seção.

2.2.1 O professor diante de do Campo Conceitual Multiplicativo

A Teoria dos Campos Conceituais, devido à sua importância para o campo educacional, tem sido largamente usada em pesquisas da área. Portanto, encontramos uma grande quantidade de trabalhos com esse tema cujos sujeitos eram ora o professor, ora o estudante e algumas que tiveram o objetivo de relacionar dados do professor e do estudante.

Nesta seção discutiremos alguns estudos realizados sobre a concepção do professor referente ao campo multiplicativo. A escolha por esses trabalhos deve-se ao fato de, numa leitura inicial, encontrarmos pontos convergentes com a proposta do nosso estudo.

Santos (2005) realizou um estudo que tinha por objetivo compreender as concepções do conceito de fração para professores que atuavam no Ensino Fundamental.

Para atender ao seu objetivo, o pesquisador fez um estudo diagnóstico com 67 professores, sendo 46 polivalentes e 21 especialistas[14], que atuavam na Rede Estadual no município de São Paulo.

A coleta de dados foi feita em dois momentos distintos: primeiro foi solicitado aos professores que elaborassem seis questões envolvendo o conceito de número racional em sua representação fracionária. No segundo momento foi solicitado que os mesmo professores resolvessem os problemas por eles elaborados.

As situações-problema elaboradas foram classificadas em consistentes ou inconsistentes[15]. Os consistentes foram categorizados de acordo com os diferentes significados de fração, a saber: número, parte-todo, medida, operador multiplicativo e quociente.

Os resultados encontrados mostram que na elaboração das situações, os professores, independente da sua formação, tendem a valorizar apenas um tipo de significado, o de operador multiplicativo. Na resolução das situações ficou evidenciada a valorização dos aspectos procedimentais, conjunto de técnicas e regras.

Diante dos resultados encontrados, Santos (ibid) conclui que as concepções dos professores carregam fortes marcas daquelas construídas enquanto estudante da Educação Básica. O autor deixa como sugestão a necessidade de um trabalho consistente de formação de professores, a partir de novos enfoques didáticos e pedagógicos sobre o ensino e a aprendizagem do conceito de fração.

O estudo realizado por Costa (2011) se propôs a responder a seguinte questão: quais as concepções e competências apresentadas por professores especialistas em Matemática que atuam no 3º e 4º ciclo do Ensino Fundamental sobre o conceito de fração em seus diferentes significados?

Esse estudo foi inspirado no trabalho realizado por Santos (2005), porém difere quanto ao publico alvo. Nesse, os sujeitos foram 21 professores especialistas,

---

14 - O autor considerou polivalente o professor que trabalhava nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com todos os componentes curriculares em suas respectivas séries e que teve formação no curso de Habilitação Específica para o Magistério. Professor especialista é àquele que trabalhava especialmente com o ensino da Matemática e com formação em cursos de licenciatura em Matemática ou similares (SANTOS, 2005, p.124).

15 - Consistente – apresenta clareza na linguagem, os dados fornecidos são coerentes com o contexto utilizados. Inconsistente – inadequação de linguagem, imprecisão na formulação da pergunta do problema, insuficiência de dados para a resolução, a resolução não requer o conceito de fração e apresenta erro conceitual (ibid, p,134).

com formação em cursos de Licenciatura em Matemática ou que tinham habilitação para lecionar tal disciplina.

O instrumento diagnóstico solicitava aos professores a elaboração de cinco situações-problema envolvendo o conceito de fração. Depois, assim como Santos (2005), foi solicitado que os professores resolvessem as situações-problema por eles elaboradas.

Para complementar seu estudo, Costa (2011) aplicou outro instrumento que continha cinco problemas, cada um envolvendo um significado de fração (número, parte-todo, operador multiplicativo, medida e quociente), uma resposta correta ou errada de um estudante fictício e os seguintes questionamentos: (a) como você resolveria o problema? (b) que estratégia de ensino você usaria para explicar a classe a melhor forma de resolver o problema?

Os resultados obtidos apontaram que na elaboração os professores apresentaram uma concepção restrita do conceito de fração, voltada apenas para dois significados: parte-todo e operador multiplicativo. Na resolução, a ênfase foi tratar fração apenas do ponto de vista do algoritmo.

Observamos que esses resultados assemelham-se ao encontrados por Santos (2005), o que reforça a sugestão da necessidade de investimento na formação continuada desses professores.

Os dois trabalhos mencionados condizem com as ideias de Ponte (1992) e Nóvoa (2001) no que se refere às concepções dos professores. Esses estudos apontam que tais concepções estão arraigadas nas experiências da vida escolar.

Canôas (1997) realizou um trabalho intitulado O Campo Conceitual Multiplicativo na Perspectiva do Professor das Séries Iniciais, que teve o objetivo de responder as seguintes questões: quais as concepções que o professor de matemática, com formação de magistério, tem do campo conceitual multiplicativo? Quais as representações simbólicas desses professores no campo conceitual das estruturas multiplicativas?

A pesquisa visou três aspectos: o processo de formação do conceito do professor, à forma na qual o professor lida com o conteúdo e expõe para seus estudantes, e a postura profissional do professor em sala de aula. No que se refere ao objeto matemático, o estudo buscou analisar situações envolvendo a divisão partitiva, a divisão quotitiva, divisão com resto diferente de zero e o entendimento da operação de multiplicação.

Foram sujeitos dessa pesquisa 40 professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A coleta de dados foi divida em três etapas: um teste inicial, uma oficina de quatro horas dividida em duas etapas e um teste final.

O primeiro teste detectou dificuldades do professor frente alguns conceitos, que foram evidenciados durante a formulação e a interpretação de situações-problemas e a preocupação em decorar algoritmos e não de entendê-los. Os resultados desse teste serviram de base para a elaboração e aplicação da oficina, assim como para a aplicação do teste final.

Os resultados apontaram que as professoras envolvidas no estudo têm visão limitada do campo conceitual multiplicativo e tendem a generalizar conceitos e procedimentos sem ter entendimento sobre o domínio de validade dos mesmos.

Garcia Silva e Alencar (2012) realizaram um estudo de campo com o objetivo de analisar o conhecimento profissional docente de professores que ensinam Matemática para alunos do 5.º ano do Ensino Fundamental.

Os sujeitos de pesquisa foram cinco professores de uma escola da rede pública de São Paulo, na qual os alunos se destacaram na avaliação de Matemática do SARESP[16] de 2009. Além da análise documental, a coleta de dados foi feita por meio de questionários, entrevistas, recolhimento das atividades de alunos e observação em sala de aula com anotações no diário de campo.

Os questionários visavam verificar a análise de duas questões, uma envolvia a ideia de proporcionalidade e a outra a habilidade de calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais, que, segundo o relatório de Matemática do SARESP 2009, foram consideradas difíceis pelos alunos que realizaram a prova. Tais itens foram apresentados aos docentes como se resolvidos por estudantes fictícios do 5.º ano, com a finalidade de investigar o conhecimento pedagógico do conteúdo.

Os resultados apontaram que os docentes entrevistados procuraram justificar as estratégias dos estudantes quase que exclusivamente pelo uso do procedimento do algoritmo, mas entram em contradição em suas justificativas. As autoras notaram que os professores possuem dúvidas e dificuldades quanto ao conteúdo matemático, o que, para elas, faz com que estes professores analisem superficialmente a resolução dos alunos.

16 - SARESP - Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo

Diante desses resultados, elas afirmam que um dos fatores que afetam dificuldades na tomada de decisões dos professores é a falta do conhecimento do conteúdo específico. E sugerem que há necessidade de aprofundamento do estudo da multiplicação, no geral, e da proporcionalidade, mais especificamente nos cursos de formação inicial e continuada, permitindo momentos de reflexão, principalmente para a análise das estratégias de resolução do aluno.

O trabalho de Yamanaka (2009) buscou responder a seguinte questão: quais são as concepções e competências dos futuros professores das séries iniciais do Ensino Fundamental sobre a utilização das estruturas aditivas e multiplicativas, como elementos propiciadores da introdução de problemas algébricos?

Os sujeitos desse estudo foram 23 professores das séries iniciais do Ensino Fundamental e 17 estudantes do 6º semestre do Curso Licenciatura Plena em Pedagogia aos quais foram aplicados três instrumentos de coleta de dados.

O primeiro tinha o objetivo de traçar o perfil dos sujeitos. No segundo foi solicitado que eles elaborassem seis problemas três de estruturas aditivas (adição e/ou subtração) e três de estruturas multiplicativas (multiplicação e/ou divisão) e em seguida fizesse um comentário sobre ele do tipo: (a) quais os conceitos estão inseridos, envolvidos, nesse problema que você elaborou, (b) você acha que ele é fácil ou difícil? Ele é apropriado para trabalhar em que série? E (c) no que você acha que o problema vai contribuir para a aprendizagem de seus estudantes?

O terceiro instrumento foi um questionário que pedia aos professores que resolvessem sete problemas de duas maneiras, aritmeticamente e por meio de um enfoque algébrico. E em seguida respondesse duas questões, a primeira sobre a possível dificuldade encontrada na resolução dos problemas propostos e a outra sobre a viabilidade de introduzir álgebra nas séries iniciais.

Os resultados encontrados apontam que os sujeitos desse estudo concebem problemas relacionados às situações prototípicas e às primeiras extensões das estruturas aditivas. Para as estruturas multiplicativas foram elaborados basicamente problemas de estruturas quaternárias. Em relação às competências, os sujeitos possuem maior desenvoltura no trato das representações aritméticas.

2.2.2. O professor, seu estudante e o campo conceitual multiplicativo

Nesta seção abordaremos um estudo que relaciona os dados de professores e de seus estudantes.

Merlini, Magina e Santos (2013) realizaram um estudo cujo objetivo foi comparar e discutir a concepção de 14 professoras dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental e o desempenho de seus estudantes do 2º ciclo em situações de estrutura multiplicativa.

A coleta dos dados foi realizada em dois momentos distintos. Primeiro foi solicitado que as professoras elaborassem seis problemas cuja resolução requeresse uma operação de multiplicação ou divisão ou ainda uma combinação dessas duas operações. Em seguida foi aplicado aos estudantes um teste diagnóstico, contendo 13 questões de estruturas multiplicativas. Essa aplicação foi feita de maneira coletiva pela professora de cada turma, com a supervisão dos três pesquisadores.

Os resultados obtidos mostraram que há uma relação entre as situações elaboradas pelas professoras e o desempenho de seus estudantes. Para os autores, isso significa que o tipo das situações mais contempladas na elaboração das professoras foram aquelas em que seus estudantes obtiveram maior sucesso.

Os autores concluíram que a análise comparativa apresentada permitiu identificar a tríade de Vergnaud (1994) maturidade/experiência/aprendizagem.

CAPÍTULO 3:

PERCURSO METODOLÓGICO

Este capítulo tem por finalidade apresentar o percurso metodológico da nossa pesquisa, cujo objetivo é investigar a concepção de professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental no tange as Estruturas Multiplicativas.

Para atingir tal objetivo, este estudo tem caráter descritivo, pois essa abordagem nos permite observar, descrever, classificar e interpretar fenômenos, que no nosso caso diz respeito às atividades produzidas pelos professores. Ao optar por um estudo descritivo, estamos interessadas em conhecer a natureza do fenômeno, sua composição, os processos que o constituem ou nele se realizam (RUDIO, 2003,). Dessa forma, Fiorentini e Lorenzato (2012) esclarecem que um estudo descritivo, geralmente, utiliza a observação sistemática ou aplicação de questionários padronizados a partir de categorias previamente definidas.

Nesta perspectiva a metodologia de nossa pesquisa foi assim desenhada: o estudo que contempla o universo de estudo, os sujeitos de pesquisa, os instrumentos utilizados para a coleta dos dados, os procedimentos da coleta de dados, os procedimentos da análise dos dados, que discutimos em seguida.

3 O ESTUDO

O estudo consistiu em solicitar a professores que ensinam Matemática, do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental em escolas públicas, que elaborassem, sem material de apoio, oito situações-problema que contemplassem o campo conceitual multiplicativo.

3.1 Universo de estudo

Iniciaremos essa seção situando nosso estudo no projeto: As Estruturas Multiplicativas e a Formação de Professores que Ensinam Matemática na Bahia.

O projeto citado é financiado pela Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB), Nº: PES 0019/2013 e tem como objetivo geral investigar e intervir na prática dos professores no que tange às Estruturas Multiplicativas, baseados no modelo de formação "ação-reflexão-planejamento-ação", tendo em vista a formação de um grupo com características colaborativas. Para tanto propõe desenvolver a pesquisa no âmbito de rede, envolvendo seis núcleos de pesquisa. Esse projeto tem parceira com outro projeto mais amplo, que envolve três estados – Bahia (sede), Pernambuco e Ceará – e é desenvolvido sob o número 15727, dentro do Edital Observatório da Educação, 049/2012, financiado pela Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Doravante, citaremos os projetos acima como *E-Mult*, nome escolhido pelo grupo de pesquisa, que significa: o estudo das "Estruturas Multiplicativas em Rede".

Nosso estudo se restringe aos dados do Núcleo de Ilhéus. Portanto, seu universo foi composto por cinco escolas públicas que denominamos de Escola A, B, C, D e E. Estas escolas estão distribuídas em duas cidades do Sul da Bahia: A, B e E em um município e C e D em outro município. Todas elas concederam acesso para o desenvolvimento do projeto de pesquisa *E-Mult.*

A **Escola A** pertence à rede Municipal de Ensino, possui 14 salas de aula, biblioteca, sala de informática e salas para a administração: direção, secretaria e coordenação.

A escola possui 803 estudantes do 4º ao 9º ano do Ensino Fundamental, distribuídos em 33 turmas, nos três turnos: matutino, vespertino e noturno. No turno noturno a escola oferece a modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA).

A **Escola B** possui 352 estudantes do 1º ao 4º ano do Ensino Fundamental, distribuídos em 14 turmas. Pertence à rede Municipal de Ensino. A escola é de pequeno porte, mas tem um espaço amplo para recreação, composta por sete salas de aula, uma biblioteca, uma sala com computadores que, atualmente, não está funcionando e duas salas dispostas para a direção e a coordenação. Essa escola funciona em dois turnos, matutino e vespertino sendo que no primeiro deles concentra a maior parte dos estudantes.

A **Escola C** pertence à rede Municipal de. Funciona nos turnos matutino e vespertino. Possui 535 estudantes do 1º ao 5º ano, divididos em 22 turmas, 11 em cada turno. A escola possui espaço amplo para recreação, sala de informática, biblioteca e salas para administração. O corpo docente é composto por 18 professores, todos com formação em nível superior (17 em Pedagogia e 1 em História) e duas coordenadoras pedagógicas, ambas com formação em Pedagogia.

A **Escola D** faz parte da rede Estadual de Ensino. Possui 15 salas de aula, biblioteca, sala de informática, laboratório de ciências e salas para administração. Atende 1230 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio e funciona nos três turnos: matutino, vespertino e noturno. Nessa escola a coleta de dados restringiu-se a professores que ensinam Matemática e que, por ocasião da coleta, atuavam do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental.

A **Escola E**, também é considerada de pequeno porte, atende a 68 estudantes do 1º ao 5º ano, distribuídos em 8 turmas, sendo seis no matutino, uma no vespertino, uma no noturno. No turno noturno a escola oferece a modalidade EJA. Essa escola atende, exclusivamente, estudantes da zona rural.

Nesta seção, apresentamos um breve relato do universo de estudo, a seguir falaremos sobre os sujeitos. Ressaltamos que, para esse estudo, nos restringimos somente aos dados de professores que ensinam Matemática.

3.2 Sujeitos

Os sujeitos do estudo foram professores que ensinam Matemática do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, totalizando 59 professores, que, por razões metodológicas, foram divididos em três grupos. O GRUPO 1, que denominamos **G1**, foi constituído por 21 professores generalistas[17] que atuavam do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental de forma integral, ou seja trabalhavam em uma única turma por turno e ensinam todos os componente curriculares. Mesmo sabendo que nessa fase

17 - Estamos chamando de “*professor generalista*” o profissional que, independente de sua formação, atua nos anos iniciais do Ensino Fundamental, ficando responsável por ensinar os conteúdos de todas as disciplinas referentes ao ano em que está atuando, tais como: Português, Matemática, História, etc. Esse profissional é contratado para atuar na escolar já com esse perfil. Ficam fora dessa categoria os professores que são contratados para ministrar disciplinas específicas como, Educação Física, Artes e outras, uma vez que eles atuarão apenas na disciplina para a qual foi contratado.

escolar são priorizadas as situações que envolvem adição e subtração, supomos que estes professores já lecionaram ou ainda poderão, no futuro, lecionar no 4º e 5º anos.

O GRUPO 2, que denominamos **G2**, foi formado por 24 professores generalista que atuavam no 4º e 5º ano do Ensino Fundamental que, assim como G1, trabalham com todos os componentes curriculares na turma que atua. Nessa fase de ensino, normalmente, são introduzido formalmente os conceitos referentes ao campo multiplicativo.

O GRUPO 3, denominado **G3,** foi constituído de 14 professores especialistas[18] que, na ocasião, atuavam do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, especialmente com o ensino da Matemática e alguns completam a sua jornada de trabalho semanal atuando em anos diferentes. A inclusão desse grupo justifica-se, pois nessa fase de ensino da Matemática há uma expansão dos conceitos referentes ao campo multiplicativo, por exemplo: extensão do universo dos conjuntos numérico (conjunto dos números racionais e conjunto dos números reais), conceitos de área e volume, conceito de função etc.

Os dados da tabela, a seguir, descrevem a distribuição dos professores por escola.

Tabela 3.1: Distribuição dos professores, por escola e por grupo.

Escola	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**Total**
Grupo 1	-	11	08	-	02	**21**
Grupo 2	12	-	08	-	04	**24**
Grupo 3	07	-	-	07		**14**
Total	**19**	**11**	**16**	**07**	**06**	**59**

De acordo com os dados a tabela 3.1, os 45 professores que compõem os grupos 1 e 2, atuam nas escolas A, B, C e E; os 14 professores do grupo 3 atuam nas escolas A e D.

18 - Estamos chamando de "*professor especialista*" o profissional que atua nos anos finais do Ensino Fundamental, ficando responsável por ensinar os conteúdos de uma disciplina específica. Esses profissionais, independente de sua formação, são contratados pela escola para ministrar disciplinas como: Português, Matemática, Ciências, Artes ou outra específica, atuando assim apenas na disciplina para a qual foi contratado.

Podemos perceber que a quantidade de professor que atua do 1º ao 5º ano ultrapassa a do professor do 6º ao 9º ano, uma vez que esse último pode atender a mais de uma classe, ou ainda mais de um ano escolar em um só período da escola em que leciona.

3.2.1 Perfil dos professores

Os grupos G1 e G2 são formados por 45 professores que atuam do 1º ao 5º ano. Eles trabalham em uma única turma, por turno, e são professores generalistas. A tabela 3.2 apresenta a distribuição desses professores segundo sua formação.

Tabela 3.2: Distribuição dos professores do 1º ao 5º ano (G1 e G2) de acordo com a sua formação

	Magistério	**Pedagogia**	**Letras**	**História**	**Cursando nível superior**
Quantidade de professores (N = 45)	5	26	2	1	11

A tabela 3.2 mostra que pouco mais da metade (57%) dos professores possuem formação em Pedagogia (um deles inclusive declarou possuir especialização na área da Educação) enquanto, aproximadamente um quarto deles (24,4%) ainda estão cursando faculdade (não declararam o curso), o que significa que há um grande número de professores que inicia sua carreira no magistério antes de completar a formação em nível superior. Porém, tal dado também é um indicador de que, mesmo iniciando a carreira no magistério sem formação superior, existe uma preocupação, por parte desses sujeitos, em buscar essa formação.

Observamos, ainda, que nenhum professor desse grupo possui formação em Matemática ou em cursos similares (Contábeis, Física, Ciência, etc). Com relação ao tempo de experiência, constatamos que a maioria (53,3%) possui menos de 10 anos de experiência.

O grupo G3 é formado por professores do 6º ao 9º ano que ensinam, especialmente, a disciplina Matemática e pode atender a mais de uma turma por turno, às vezes com ano de ensino diferente. Esse grupo foi constituído por um total de 14 sujeitos, dos quais 13 possuem formação em nível superior e um está cursando o último semestre de Licenciatura em Matemática. A tabela 3.3 apresenta a distribuição desses professores segundo sua formação.

Tabela 3.3: Distribuição dos professores do 6º ao 9º ano (G3) de acordo com a sua formação

Curso	Matemática	Pedagogia	Letras	Biologia/ Química	Cursando nível superior
Quantidade de professores (N = 14)	5	4	1	3	1

Podemos observar que a maioria (57,1%) desses não possui formação específica em Matemática, mesmo dedicando sua jornada de trabalho, especialmente, ao ensino dessa disciplina. Esse resultado não era esperado, uma vez que se trata do ensino específico de uma disciplina, e a região na qual essas escolas estão inseridas, possui uma universidade pública que oferece o curso de Licenciatura em Matemática. Entretanto, não é objetivo desse estudo discutir tal resultado. Nosso objetivo é investigar a concepção do professor que, no momento de coleta de dados, estava atuando no ensino da Matemática do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, tendo ele formação especifica ou não.

Com relação ao tempo de serviço, observamos que os professores do 6º ao 9º ano possuíam, em geral, um tempo maior de experiência no magistério que os professores do 1º ao 5º ano, se considerarmos que 71,4% dos sujeitos desse grupo possuíam, em média, mais de dez anos de experiência. Talvez resida aí uma explicação para que professores desse grupo, sem formação específica, sintam-se à vontade em atuar no ensino da disciplina nesses anos, pois todos eles declaram ter afinidade com a disciplina desde o tempo de estudante.

Entretanto, precisamos esclarecer que essa é, apenas, uma suposição nossa e que não está no âmbito desse trabalho discutir o porquê de professores sem formação especifica estarem atuando nessa ou em outra fase de ensino.

Os dados que estamos apresentando visam caracterizar o perfil dos sujeitos desse estudo com o objetivo de detectarmos outros tipos de análise, como por exemplo, se a concepção do professor com pouca experiência apresenta diferença significativa em relação ao professor mais experiente quando se trata do campo conceitual multiplicativo.

É importante, ainda, ressaltar que não temos a pretensão de qualificar como "melhor" ou "pior" a concepção desses professores em relação ao campo conceitual multiplicativo. Também não pretendemos generalizar nossos resultados para além do universo pesquisado.

No que tange ao Campo Conceitual Multiplicativo, tema deste estudo, acreditamos que nossos resultados podem contribuir para o debate acerca das concepções dos professores referentes ao tema específico.

Nesta sessão descrevemos amiúde os sujeitos deste estudo. Na próxima sessão descreveremos o instrumento que utilizamos para a coleta dos dados.

3.3 Instrumento

O instrumento utilizado na coleta de dados é composto de duas partes. A primeira foi elaborada apenas para traçar o perfil dos professores participantes da pesquisa. Portanto, trata-se de um instrumento elaborado para oferecer subsídios à metodologia, isto é, para contribuir no nosso conhecimento sobre os sujeitos da pesquisa. Assim, com base neste instrumento, apresentamos, na seção 3.2, características de nossa amostra[19].

Na segunda parte do instrumento (apêndice 03) foi solicitado que os professores elaborassem oito situações-problema distintas envolvendo multiplicação e ou divisão. Foi esclarecido aos professores que eles tinham total liberdade para a criação dessas situações.

3.4 Procedimentos

Neste item, para melhor detalhamento, o dividimos em duas partes, sendo que a primeira traz os detalhes da coleta dos dados e a segunda diz respeito aos subsídios para a análise desses dados.

19 - Para maiores detalhes sobre o instrumento que traçou o perfil dos professores, consultar o apêndice 2, que se encontra no final desta dissertação.

3.4.1 Procedimento de Coleta de Dados

No nosso primeiro contato com cada escola foi realizada uma reunião, agendada previamente por telefone, com a direção e coordenação, na qual foram expostos o objetivo e metodologia da pesquisa. Nessa reunião, agendamos um encontro com os professores no horário destinado às Atividades Complementares (AC)[20]

Com o grupo de professores, foram realizados três encontros. O primeiro teve duração de 50 minutos, foi destinado a apresentar o objetivo e metodologia do projeto *E-Mult*. Nesse momento, convidamos todos a participar do estudo. O segundo encontro teve uma hora de duração. Nele entregamos a cada professor participante uma cópia do resumo do projeto, momento em que foi feita uma leitura coletiva com pausas para esclarecimentos. Em seguida foi entregue o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (apêndice 1), que foi lido e assinado pelos professores. Por fim, foi entregue a primeira parte do instrumento: Perfil do Professor (apêndice 2).

No terceiro encontro foi entregue a segunda parte do instrumento (apêndice 3), no qual solicitamos que os professores elaborassem, individualmente, de forma livre e sem apoio, quer seja de livro didático ou plano de aula, oito situações-problema que contemplasse o campo conceitual multiplicativo. Esse encontro teve duração média de 50 minutos. Não houve resistência ou dúvida quanto ao preenchimento do instrumento.

A estratégia de coleta de dados possibilitou a análise dos enunciados das situações elaboradas na perspectiva de nosso objetivo, qual seja, investigar a concepção do professor em relação às estruturas multiplicativa, diante da classificação proposta por Magina et al. (2014).

3.4.2 Subsídios para a Análise dos Dados

---

18 - O Art 56 do Estatuto do Magistério Público do Ensino Fundamental e Médio do Estado da Bahia define Atividade Complementar (AC) como a carga horária destinada à preparação e avaliação do trabalho didático, às reuniões pedagógicas e ao aperfeiçoamento profissional, de acordo com a proposta pedagógica de cada Unidade Escolar.

De pose dos protocolos dos professores, fizemos a identificação dos sujeitos, definimos as categorias de análise e assumimos a formação de grupo de juízes para classificar os problemas.

Para preservar o anonimato dos professores participantes optamos por identificá-los com códigos, assim definidos: o primeiro dígito identifica o núcleo[21], o segundo identifica a escola que o professor atua, o terceiro identifica o nível de ensino e os dois últimos o número de ordem do professor. Por exemplo: o código **1A101** corresponde ao professor do Núcleo de Ilhéus (1), que trabalha na Escola A, atuando nos anos iniciais (1) e que corresponde ao professor “um” (01); **1D205** corresponde ao professor do Núcleo de Ilhéus (1) que trabalha na Escola D, atuando nos anos finais (2) e é o professor “cinco”, e assim sucessivamente.

Para validar nossa classificação contamos, com o julgamento feito por oito especialistas em Educação Matemática (três doutores, um doutorando, um mestre e três mestrandos), que denominamos de juízes. Todos esses professores fazem parte de um ou de outro projeto que juntos formam o *E-Mult*.

Os juízes foram divididos em quatro duplas. A dupla 1 ficou responsável por classificar as situações da escola C; a dupla 2, os da escola A, a dupla 3 os das escolas D e E e a dupla 4 julgou as situações elaboradas pelos professores da escola B. Cada juiz recebeu uma cópia do Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo (ver no capítulo 2 esse esquema, que é de autoria de Magina et al. (2014)) acompanhado de um exemplo para cada categoria do esquema. Recebeu, ainda, um arquivo em programa Excel contendo todas as situações-problema digitadas a serem classificados e as siglas das classificações a serem utilizadas, como mostra a figura 3.1 a seguir:

21 - Refere-se a um dos núcleos no âmbito do projeto *E-Mult*.

Figura 3.1: Planilha de Classificação das Situações Elaboradas pelos Professores

<table>
<tr><td colspan="9">Tarefa (Ta) - Branco = 0, Situação não multiplicativa = 1, Situação multiplicativa = 2, Operação arme e efetue = 3, Operação com enunciado = 4.
Questão (Qu) - Inadequada = 0, Adequada =1.
Situação (Si) – situação única = 0, Várias multiplicativas = 1, Várias: Multiplicativas e outras = 2.
Relação (Re) - Quaternária = 0, Ternária = 1, Quaternária e Ternária = 3.
Eixo (Ei) – Proporção Simples = 0, Proporção Múltipla = 1, Proporção Dupla = 2, Comparação Multiplicativa = 3, Produto de Medidas = 4, Combinações de eixos = 5
Classe (Cl) – Um para Muitos = 0, Muito para Muitos =1, Referente ou Referido Desconhecido = 2, Relação Desconhecida = 3, Configuração Retangular = 4, Combinatória = 5, Combinações de classes = 6.
Tipo (Ti) – Discreto = 0, Contínuo = 1.
Operação (OP) – Multiplicação = 0; Divisão = 1; Divisão por quota = 2; Divisão por partição = 3, Multiplicação e divisão (Mult-Div) = 4</td></tr>
<tr><td rowspan="2">SUJEITO - 1A101</td><td colspan="8">CLASSIFICAÇÃO</td></tr>
<tr><td>Ta</td><td>Qu</td><td>Si</td><td>Re</td><td>Ei</td><td>Cl</td><td>Ti</td><td>Op</td></tr>
<tr><td rowspan="8">Nessa parte foram descritas as oito situações-problema elaboradas pelo professor em questão. No caso desse exemplo, as oito elaboradas, pelo professor de Ilhéus, que trabalha na escola A atuando nos anos iniciais, sendo classificado como professor um.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

A classificação, por cada juiz, foi realizada individualmente e sem nossa interferência. Confrontamos o resultado de cada dupla de juiz de todas as situações uma a uma. Os casos de discordâncias foram enviados para um terceiro juiz, escolhido de outra dupla. Nos casos que houve persistência na discordância, os três juízes se reuniram para, então, entrar em consenso na classificação.

As categorias de análise foram definidas coletivamente por todos os núcleos que integram o projeto *E-Mult* em duas reuniões de trabalho, com duração de dois dias cada, as quais envolveram pesquisadores doutores, pesquisadores mestres, estudantes de doutorado, de mestrado e de graduação.

Na primeira reunião foram discutidas as dúvidas referentes à categorização para enquadrar as situações-problema dos professores de uma escola de cada núcleo, escolhida de forma aleatória. Ao final dessa reunião foi estabelecida uma primeira categoria de análise. Entretanto, essa primeira categorização não foi suficiente para contemplar toda a diversidade de situações elaboradas pelos professores. As categorias de análise, então, foram depuradas numa segunda reunião do grupo.

Concluída essa etapa, iniciou-se a etapa do julgamento das situações, feita por duplas de juízes. É importante salientar que a figura de juízes também foi utilizada em outros estudos no âmbito das estruturas multiplicativas e envolvendo professores. Foi o caso do estudo de Santos (2005) e do de Costa (2011).

Apenas após classificação realizada pela dupla de juízes, acertada e ajustada, quando necessário, por um terceiro juiz, é que pudemos passar para a etapa seguinte de nosso estudo, qual seja, a análise dos resultados.

É a partir dessa análise que pretendemos perceber e discutir as concepções dos professores que ensinam Matemática, especialmente, quanto ao campo multiplicativo, voltados para as operações de multiplicação e divisão.

Por se tratar de um estudo diagnóstico, entendemos que os fatores qualitativos de análise deverão emergir baseados na observação dos dados obtidos, possibilitando-nos, com base no nosso referencial teórico, a categorização dos procedimentos e das estratégias utilizadas pelos professores na elaboração das situações.

CAPÍTULO 4:

ANÁLISE DE DADOS

No capítulo anterior apresentamos o universo deste estudo e a metodologia utilizada na coleta de dados. O objetivo deste capítulo é apresentar, com base nos dados coletados, os resultados contemplando duas perspectivas de análise: a quantitativa e a qualitativa.

Consideramos importante, nesse momento, retomar algumas características da amostra deste estudo: todos os sujeitos são professores do Ensino Fundamental de escolas públicas; o grupo denominado **G1** foi constituído por **21** professores do **1º ao 3º ano**; o grupo denominado **G2** foi formado por **24** professores do **4º e 5º anos** e o grupo **G3** foi constituído por **14** professores que, no momento da coleta de dados, estavam atuando do **6º ao 9º ano**.

Passamos agora, à análise dos enunciados das situações-problema elaboradas.

4. ANÁLISE DAS SITUAÇÕES ELABORADAS

Nesta seção será observada a classificação das situações-problema elaboradas pelos professores, sujeitos de pesquisa.

Todas as situações-problema elaboradas pelos professores passaram por uma análise a priori, e posteriormente foram classificadas de acordo com o esquema de Magina et al. (2014).

Contudo, percebemos que, anterior a essa classificação, tivemos que fazer uma categorização a priori das 472 (59 x 8) possíveis situações-problema elaboradas. Elencamos quatro categorias, a saber: (0) branco; (1) situação não multiplicativa; (2) situação multiplicativa; (3) operação arme e efetue e (4) operação com enunciado.

Essas quatro categorias estão dentro de dois grandes grupos: das situações-problema elaboradas não válidas (0; 1; 3 e 4) e das elaboradas válidas (2).

Cabe ressaltar que na categoria (2) situação multiplicativa, tivemos o que denominamos de situação adequada e situação inadequada. Esta última se refere às situações que, apesar de ser de estrutura multiplicativa, faltam dados, o que impede a sua resolução.

Nas próximas subseções apresentaremos um exemplo clássico, retirado dos protocolos dos professores, que ilustram todas as categorias elencadas.

Sendo a situação classificada como adequada, observaremos se ela é uma relação quaternária e ou ternária; a qual eixo pertence: proporção simples (PS), proporção dupla (PD), proporção múltipla (PM), comparação multiplicativa (CM), produto de medidas (PrMe); a qual classe pertence: um-para-muitos (1pM), muitos-para-muitos (MpM), referente ou referido desconhecido (Ref.D), relação desconhecida (Rel.D), configuração retangular (CR), combinatória (COM); se o valor da grandeza usada é do tipo discreto ou contínuo; se a resolução da situação sugere uma operação de multiplicação, de divisão, de divisão por quota, de divisão por partição, ou ainda, uma combinação de operações.

Convém lembrar ao leitor que a classificação das situações elaboradas foi realizada por um grupo de juízes. Essa classificação foi validada por, pelo menos, dois juízes independentes[22].

4.1 Análise das Situações Elaboradas não Válidas

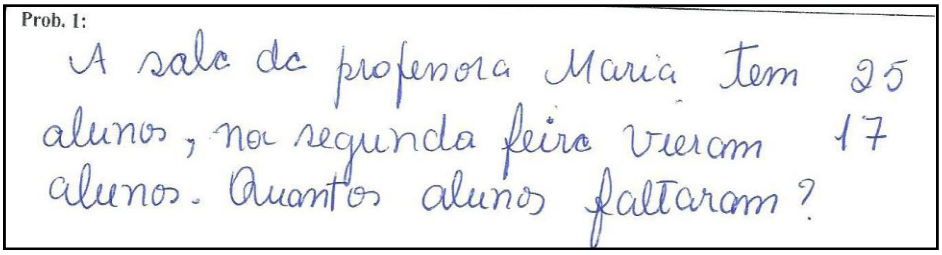
Como já fora citado, para este estudo foi solicitado que 59 professores, sujeitos de pesquisa, elaborassem oito situações, isso significa que será considerado, para a nossa análise, um total de 472 (59 x 8) situações-problema. Deste total, 57 foram categorizadas como situação não multiplicativa, 21 como uma operação com enunciado, seis foram deixadas em branco. Portanto, das 472 possíveis situações multiplicativas, foram perdidos 84 situações (18%), restando 388.

---

20 - Para outros esclarecimentos consultar o capítulo 3.

Para ilustrar, apresentaremos duas situações elaboradas, classificadas como não multiplicativa e operação com enunciado.

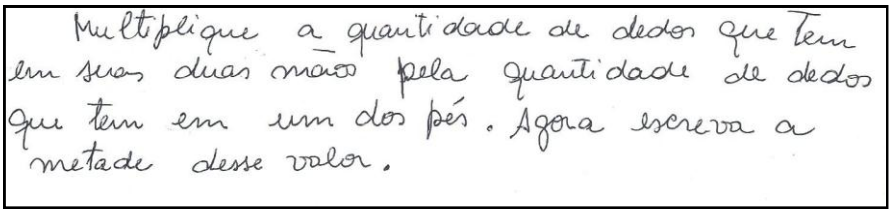
Figura 4.1: Situação não multiplicativa (G1 – P1-1C102)


Prob. 1:
A sala da professora Maria tem 25 alunos, na segunda feira vieram 17 alunos. Quantos alunos faltaram?

A situação apresentada na figura 4.1 foi elaborada por uma professora do grupo G1, que, no momento de nossa coleta, atuava no 3º ano do Ensino Fundamental. Ela tem menos de dez anos de experiência e formação em Pedagogia.

A situação foi considerada como não multiplicativa, pois sua resolução não exige uma operação de multiplicação ou divisão.

Figura 4.2: Operação com enunciado (G3 – P7-1A205)


Multiplique a quantidade de dedos que tem em suas duas mãos pela quantidade de dedos que tem em um dos pés. Agora escreva a metade desse valor.

A figura 4.2 apresenta uma situação elaborada por uma professora do grupo G3, que, no momento da coleta de dados, atuava no 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental. Essa professora tem mais de 10 anos de experiência e possui formação em Matemática.

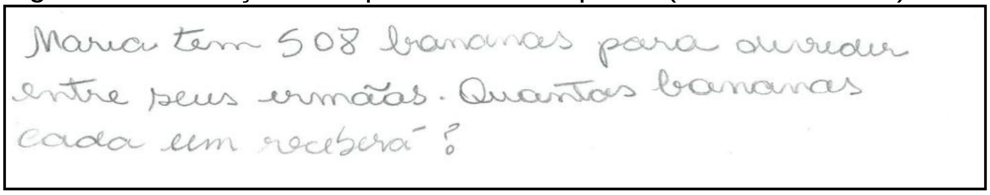
Consideramos a situação como uma operação com enunciado, pois a questão não propõe um problema envolvendo uma situação. Na verdade trata-se de um enunciado que solicita efetuar operações, sem que haja relação entre grandezas[23].

---

21 - Tal classificação é fruto de reflexões ocorridas dentro da reuniões de pesquisa no âmbito do projeto *E-Mult*.

Das 388 situações elaboradas e classificadas como multiplicativas 351 (90,5%) foram consideradas adequadas. A seguir apresentaremos dois exemplos de situações elaboradas classificadas como inadequada e adequada, respectivamente.

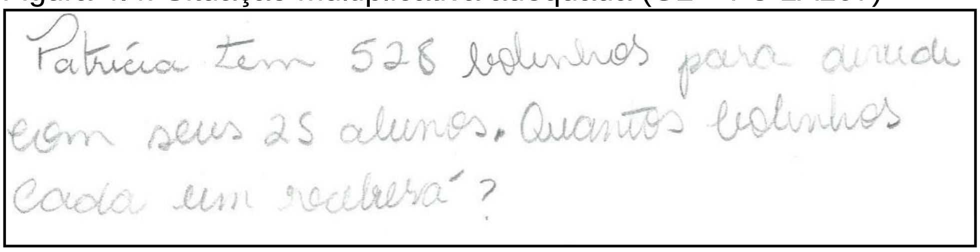
Figura 4.3: Situação multiplicativa inadequada (G2 – P1-1A107)


Maria tem 508 bananas para dividir entre seus ermãos. Quantas bananas cada um receberá?

A situação apresentada na figura 4.3 foi elaborada por uma professora do grupo G2 que, no momento da coleta de dados, atuava no 4º ano do Ensino Fundamental. Essa professora tem menos de cinco anos de experiência no magistério e possui formação superior incompleta.

A situação foi classificada como multiplicativa inadequada, pois, embora seu enunciado sugira uma divisão, ela não informa por quantos irmãos Maria irá dividir o total de bananas, ou seja, faltam informações no enunciado da situação, o que pode sugerir várias soluções. A seguir apresentamos um exemplo de uma situação multiplicativa adequada.

Figura 4.4: Situação multiplicativa adequada (G2 – P3-1A107)


Patrícia tem 528 bolinhos para dividir com seus 25 alunos. Quantos bolinhos cada um receberá?

A figura 4.4 apresenta uma situação elaborada pela mesma professora que elaborou a situação apresentada na figura 4.3.

Esta situação foi classificada como multiplicativa adequada, do ponto de vista desse estudo, pois, além de apresentar clareza no enunciado, sua resolução sugere uma multiplicação de divisão partitiva.

Assim, foram descartadas 37 situações tidas como inadequadas, sobrando para serem classificados 351. Isso significa que das 472 situações-problema que poderíamos ter obtidos da produção dos professores, 121 (25,6% - em torno de um quarto de todas as situações) foram descartadas. O quadro abaixo apresenta como se deu a distribuição dessas situações, por grupo e por classificação.

Quadro 4.1 – Distribuição das situações-problema elaboradas e descartadas

SIT. / GR.	EM BRANCO	SITUAÇÃO NÃO MULTIPLICATIVA	SITUAÇÃO DE OPERAÇÃO INDICADA NO ENUNCIADO	SITUAÇÃO MULTIPLICATIVA INADEQUADA	TOTAL SITUAÇÕES NÃO APROVEITADAS
G1 (N = 21)	2,38% (4 de 168)	20,24% (34 de 168)	0%	5,36% (9 de 168)	27,98% (47 de 168)
G2 (N = 24)	0,52% (1 de 192)	8,33% (16 de 192)	5,73% (11 de 192)	9,38% (18 de 192)	23,96% (46 de 192)
G3 (N = 14)	0,89% (1 de 112)	6,25% (7 de 112)	8,93% (10 de 112)	8,93% (10 de 112)	25% (28 de 112)
TOTAL	1,27% (6 de 472)	12,08% (57 de 472)	4,45% (21 de 472)	7,84% (37 de 472)	25,64% (121 de 472)

Embora o foco deste estudo resida na análise das situações-problema multiplicativas elaboradas pelos professores sob a ótica da classificação da Teoria dos Campos Conceituais, gostaríamos de refletir um pouco sobre as situações que retiramos de nossa classificação e que se encontram dispostas no quadro 4.1. Isto porque, além de elas representarem em torno de ¼ de todas as situações-problema elaboradas, os resultados apresentados apontam que tal acontece em todos os grupos, independente da formação ou do nível em que atua o professor.

Entendemos que esses dados nos conduzem a uma reflexão acerca da concepção do professor sobre a elaboração de situações-problema envolvendo conceito multiplicativo. Partimos das ideias de Ponte (1992) segundo as quais as concepções sobre a Matemática são influenciadas pelas experiências que nos habituamos a reconhecer como tal. Assim, supormos que, ao elaborar situações-problema, os professores revelam suas concepções acerca de determinado conteúdo, por exemplo, o Campo Conceitual Multiplicativo.

Primeiramente, gostaríamos de ressaltar a pouca quantidade (seis) de situações não elaboradas. Esse dado revela o comprometimento do grupo de professores ao ser solicitado a realizar a tarefa, além de mostrar seu interesse em participar da pesquisa. Isso se torna mais evidente ao constatarmos que das seis não elaboradas, três pertenciam ao protocolo de um único sujeito, que tem mais de 15 anos de experiência, possui formação no Magistério e atua no 1º ano.

Esse fato nos remete a levantar duas hipóteses para a ausência de elaboração. A primeira é que, possivelmente, por não estar trabalhando formalmente com o campo multiplicativo, esse sujeito tenha encontrado dificuldades ao elaborar situações-problema referentes a esse conteúdo. A segunda hipótese possível é falta de comprometimento com a pesquisa.

Os resultados dos totais apresentados no quadro 4.1 nos revelam também que das 466 situações-problema elaboradas 115 (24,68%) foram classificadas como inadequadas, não multiplicativas ou, ainda, como do tipo operação com enunciado e tal ocorreu em todos os grupos, com percentuais muito próximos uns dos outros. Esse resultado é preocupante, pois esperávamos que os professores do grupo G2, que estão trabalhando formalmente com os conceitos do campo multiplicativo com seus estudantes, apresentassem um índice percentual de situações adequadas superior ao do grupo G1. Também esperávamos que os professores do grupo G3, que trabalham especificamente com a disciplina de Matemática, apresentassem índice superior. O não acontecimento de tal fato sugere que os professores dos grupos G2 e G3 encontram tantas dificuldades para elaborar situações-problema quanto os professores do ciclo de alfabetização, que pouco ou nada trabalham, formalmente, com esses conceitos.

Por fim, é possível abstrair, a partir do quadro 4.1, que as situações-problema que não foram classificadas como adequadas, têm índices diferentes para os três grupos, considerando as diferentes categorias de análise. No grupo G1, dentre essas situações predominam as não multiplicativas, 20% do total. Supomos que tal índice reflete a experiência do professor, pois, do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental, a ênfase dada é para os conceitos aditivos em detrimento aos conceitos multiplicativos. Neste caso, entendemos que ele, o professor, repetiu sua rotina, elaborando situações não multiplicativas. Esse dado nos remete à Nóvoa (2001), que defende a ideia de que a experiência pode conduzir a uma mera repetição, por isso ela, por si só, não é formadora. Formadora é a reflexão sobre a experiência.

No grupo G3, observamos que o menor índice é, justamente, para situações não multiplicativas. E que, nesse grupo, 9% das situações elaboradas foram classificadas como operação com enunciado. Nessas questões, apesar da resolução ser possível por meio de multiplicação e ou divisão o que se observa é ênfase na algoritmização ou na memorização da tabuada. Esse dado nos leva a supor que a concepção desse grupo de professores, ao elaborar esse tipo de questão, "é a de que o cálculo é a parte mais substancial da Matemática, a mais acessível e mais importante" (PONTE, 1992, p. 205). Nesse aspecto, corroboramos com as ideias desse autor quando afirma que os aspectos do cálculo são importantes e não devem ser desprezados. Entretanto, identificar a Matemática como cálculo é reduzi-la a um dos seus aspectos mais pobres e de menor valor.

O percentual de situações não aproveitadas neste estudo assemelha-se aos encontrados por Santos (2005) ao solicitar que professores elaborassem situações-problema envolvendo o conceito de fração, quando consideramos o grupo de professores com formação inicial semelhante. O pesquisador mencionado trabalhou com professores que atuavam da 1ª a 6ª série do Ensino Fundamental. Os professores que trabalhavam da 1ª a 4ª série, que no nosso caso corresponde do 2º ao 5º ano, tinham formação inicial nos cursos de Habilitação Especifica para o Magistério (nível médio) e ou formação em curso superior de diferentes áreas. Nesse grupo o percentual de situações consistentes (adequadas), foi em torno de 77% na elaboração de situações-problema envolvendo o conceito de fração.

Quando observamos a variável "tempo de experiência" constatamos que ela, tal qual o nível em que o professor atual, não foi relevante na elaboração de situações consideradas inadequadas, pois encontramos situações inadequadas tanto nas situações elaboradas por professores com um ano de experiência como naqueles com mais de 15 anos de experiência.

Assim, entendemos que as concepções desses professores sobre o Campo Conceitual Multiplicativo pode estar atrelada ao resultado da experiência deles enquanto estudantes da Educação Básica, da atuação em sua sala de aula e das experiências fora do ambiente escolar. E que, talvez, as concepções desse grupo de professores sobre este tema não tenham sido objeto de reflexão e discussão nem na formação inicial nem no decorrer da experiência profissional, sendo mantida aquela construída na educação da base.

Após termos discutido as situações não válidas para a análise classificatória das situações-problema, passaremos a analisar as situações válidas, tomando por base a classificação proposta por Magina et al. (2014).

4.2 Análise das Situações Elaboradas Válidas

Nesta seção analisaremos as situações-problema classificadas como multiplicativas. Primeiro levaremos em consideração o tipo de relação, em seguida o eixo, depois a classe, seguido pelo tipo de variável, e por fim o tipo de operação. Nossa análise constará de 351 situações-problema consideradas adequadas, conforme discussão na seção anterior.

4.2.1 Quanto às Relações

Inicialmente, retomaremos, resumidamente, as ideias básicas de cada tipo de relação de nossas categorias de análise, embora já tenham sido explicitadas no capitulo 1. Os exemplos de cada uma das relações virão das situações-problema elaboradas pelos próprios professores e digitadas por nós.

A relação quaternária é aquela que envolve quatro quantidades de duas grandezas distintas, tomadas duas a duas.

Exemplo 1: Relação quaternária: situação elaborada pelo sujeito 1B101

Uma caixa de lápis de cor vem com 12 lápis. Quantos lápis vêm em 3 caixas?

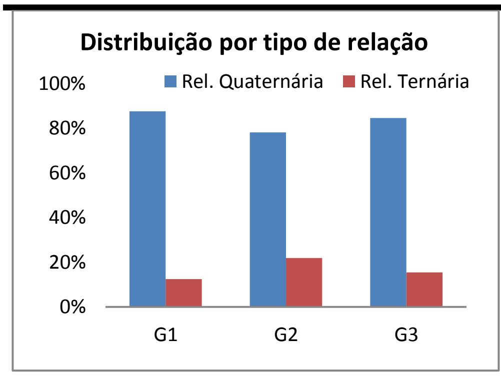
A relação ternária é aquela que envolve três quantidades, das quais uma é o produto das outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional.

Exemplo 2: Relação ternária: situação elaborada pelo sujeito 1D203

A quadra poliesportiva da nossa escola traz um desenho em forma retangular de aproximadamente 36m de comprimento por 12 de largura. qual a área desse desenho?

A figura a seguir apresenta a distribuição das situações-problema elaboradas e classificadas por tipo de ralação.

Figura 4.5: Distribuição por tipo de relação



	Quaternária	Ternária
G1	**87,6%** (106 de 121)	12,4% (15 de 121)
G2	78,08% (114 de 146)	21,92% (32 de 146)
G3	84,52% (71 de 84)	15,48% (13 de 84)
Total	82,91% (291 de 351)	17,09% (60 de 351)

Os resultados apresentados na figura 4.5 apontam uma predominância da relação do tipo quaternária em todos os grupos. Em que pese a quantidade de situações elaboradas ter sido maior nas relações quaternária, é importante ter em mente que essa predominância pode estar ligada à possibilidade de esse tipo de relação ser composta por um maior número de eixos (três) que a relação ternária (composta por dois eixos). Essa predominância também foi encontrada por Merlini et al. (2013) e Yamanaka (2009). Para o segundo autor, o professor costuma elaborar o tipo de situação que está guardada em sua memória, ou seja, os que são lembrados com mais facilidade, afirmando que, “se não lembra, indica que não trabalha” (p. 131).

Considerando a variável “tempo de experiência”, observamos que ela não foi relevante na elaboração de situações-problema, quando consideramos o tipo de relação. Ou seja, a grande maioria das situações elaboradas pelo professor, tenha ele um ou 15 anos de experiência, pertence à relação quaternária.

A figura 4.5 também mostra que o grupo G2 apresentou o maior índice percentual na elaboração de situações-problema da relação ternária. É possível que essa ocorrência esteja associada ao fato de que nessa fase de ensino inicia-se formalmente a introdução do conceito de multiplicação. É nela que são explorados problemas elementares envolvendo a ideia de dobro ou triplo. Na classificação proposta por Magina et al. (2010), esses conceitos pertencem ao eixo comparação multiplicativa da relação ternária. Mesmo considerando que esse grupo foi o que mais elaborou situações envolvendo uma relação ternária, está evidente a predominância de situações-problema pertencentes à relação quaternária.

Assim, no que se refere ao tipo de relação, os resultados encontrados apontam que, ao elaborar situações contemplando a multiplicação e a divisão, esse grupo de professores lembra com mais facilidade daqueles que envolvem uma relação quaternária. Possivelmente, esse é o tipo de situação que mais trabalham com seus estudantes. Os dados parecem apontar para uma limitação nos tipos de situações elaboradas, o que, por sua vez, pode acarretar em uma formação limitada dos estudantes, do ponto de vista da expansão do campo conceitual multiplicativo. Entretanto, não temos dados suficientes para tal afirmativa, uma vez que não é objetivo deste estudo averiguar o tipo de situação-problema que o professor usa em sua classe.

Na seção seguinte discutiremos a classificação das situações-problema elaboradas, em relação a cada eixo.

4.2.2 Quanto aos Eixos

Retomamos brevemente, nesse momento, às principais ideias presentes em cada eixo.

A relação quaternária é composta por três eixos: proporção simples (PS), proporção dupla (PD) e proporção múltipla (PM). Já a relação ternária apresenta dois eixos: comparação multiplicativa (CM) e produto de medidas (PrMe). No que tange aos eixos quaternários, todos se referem à proporção. O conceito de proporção é fundamental para a relação quaternária.

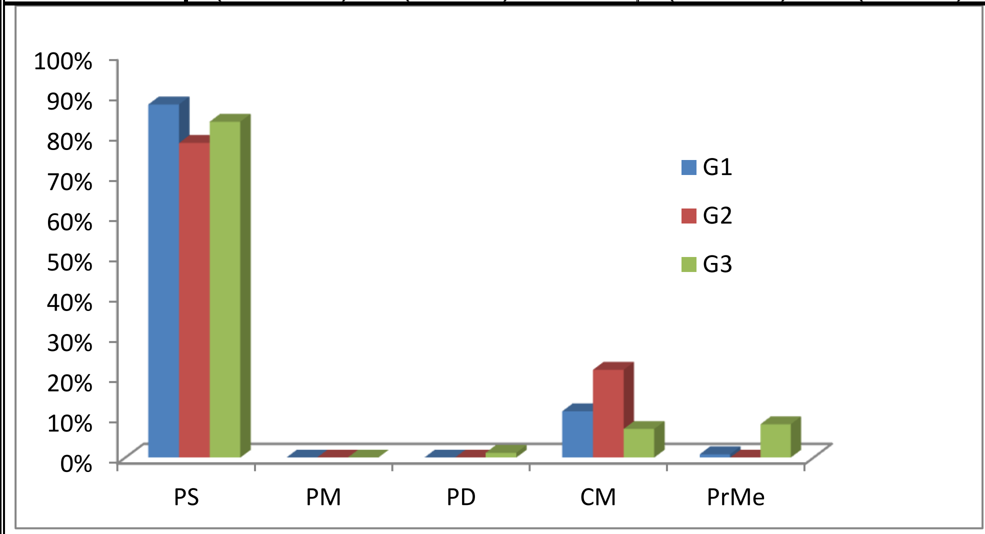
As situações mais elementares envolvem uma PS, nas quais existe uma relação constante de correspondência entre as duas grandezas envolvidas. A PD envolve a relação de, pelo menos, três grandezas, sendo que uma delas é proporcional a duas outras separadamente. A PM, também, envolve mais de duas grandezas, porém difere da PD, pois há uma concatenação de proporções, ou seja, quando variamos o valor de uma grandeza, alteram-se todas.

As situações classificadas no eixo CM são aquelas nas quais somente dois valores de mesma grandeza são comparadas de forma multiplicativa por um escalar (razão da relação) – sendo um o referente e a outro o referido. O PrMe é uma estrutura que consiste em uma composição Cartesiana de duas medidas dentro de uma terceira.

Nesta seção apresentaremos os dados correspondentes à classificação das situações-problema em relação ao eixo. Iniciamos pelos aspectos quantitativos.

Figura 4.6: Distribuição das situações por Eixo.

Relação	Quaternária			Ternária	
Eixo	PS	PD	PM	CM	PrMe
G1 (N = 21)	87,6% (106 de 121)	0	0	11,57% (14 de 121)	0,83% (1 de 121)
G2 (N = 24)	78,08% (114 de 146)	0	0	21,92 (32 de 146)	0
G3 (N = 14)	83,33% (70 de 84)	1,19% (1 de 84)	0	7,15% (6 de 84)	8,33% (7 de 84)
TOTAL	82,62% (290 de 351)	0,29% (1 de 351)	0	14,81% (52 de 351)	2,28% (8 de 351)



Os dados da figura 4.6 nos mostram que das 291 (82,91%) situações elaboradas que envolviam a relação quaternária apenas um foi de proporção dupla, os outros 290 (99,66% das situações quaternárias) pertenciam ao eixo da proporção simples.

O conceito de proporção oferece a possibilidade de formar um grande número de situações, fato já comentado na seção 4.2.1. Entretanto, os dados da figura 4.6 apontam que esse grupo de professores não lembraram (ou não consideraram) os conceitos de PD e PM ao elaborar as situações-problema. Nos estudos de Merlini et al. (2013) e de Yamanaka (2009) os sujeitos de pesquisa também não elaboraram situação envolvendo esses conceitos. Esse é um dado preocupante, pois dentre os três eixos pertencentes à relação quaternária, os professores desses estudos lembraram principalmente (ou consideram unicamente) daquele que é considerado por vários pesquisadores (Magina et al. 2010, Nunes et al. 2009, Gitirana et al. 2014, por exemplo) como de menor grau de complexidade.

Talvez resida aí uma possível explicação para os resultados tímidos encontrados em estudos cujo objetivo era avaliar o desempenho de estudantes referente aos conceitos de PD e PM (Merlini et al. 2013, Gitirana et al. 2014, por exemplo). Entretanto, essa é apenas uma suposição. Entendemos que seria necessário um estudo mais especifico para encontrar as causas do baixo desempenho dos estudantes, o que não foi objetivo deste estudo.

Ressaltamos que, em geral, situações que envolvem uma proporção dupla são abordadas na escola a partir do 7º ano. E o professor que elaborou a única situação classificada como PD atua justamente no 6º e 7º anos. Consideramos interessante apresentar a única situação de PD elaborada.

Figura 4.7: Situação de PD – (G3 – P3-1A201)

Seu João tem 3 galinhas poedeiras, no seu sítio. Cada galinha põe, em média, 6 ovos por semana. Quantos ovos põe as 3 galinhas em um mês?

A situação-problema apresentada na figura 4.7 relaciona as grandezas quantidade de galinha, quantidade de ovos e tempo. A grandeza tempo é usada em duas unidades de medida, semana e mês. Entendemos que essa duplicidade de informação oferece uma dificuldade a mais para a resolução da situação, embora o interesse do professor nessa duplicidade talvez tenha sido justamente apresentar unidades de medidas distintas para que o aluno transforme em uma única unidade (no caso, semana). Outra dificuldade é que matematicamente o mês tem 4 semanas. Será que o estudante sabe disso? Essa situação pertence à classe de 1pM.

No que tange a relação ternária, a figura 4.6 mostra que das 60 situações-problema (17,09% do total de todos os problemas válidos) envolvendo essa relação 52 (86,67%) pertenciam ao eixo comparação multiplicativa (CM). Isso significa que o eixo CM é o segundo mais lembrado, ainda que timidamente, por esse grupo de professores ao elaborar uma situação-problema de forma espontânea e sem material de apoio.

Assim, fica claro que esse grupo de professores lembrou com grande ênfase das situações-problema que envolvem uma proporção simples, seguido de muito longe daquelas que envolvem uma comparação multiplicativa e essas foram basicamente as únicas “lembradas” (ou consideradas) no âmbito do campo conceitual multiplicativo. Esse fato é preocupante quando levamos em conta a hipótese de que se o professor não lembra dos vários eixos, isto pode ser um forte indício de que ele não os trabalha.

Nessa perspectiva, entendemos que uma contribuição para a mudança do quadro encontrado seria uma proposta de reflexão *com* esse grupo de professores *a partir* desses dados. Ressaltamos que Verganud (1988) é enfático ao afirmar que o professor tem o desafio de traçar a filiação entre as concepções de proporção, fração e razão mais primitivas dos estudantes até seus conhecimentos mais elaborados. E, como parte desse desafio, seu trabalho é organizar situações didáticas que permitam aos estudantes o desenvolvimento de competências e concepções para uso imediato, mas também, para aqueles que lhes serão úteis na perspectiva de longo prazo.

Continuando com a análise das situações dos participantes de nossa pesquisa segundo a classificação adotada por este estudo, a seguir nos voltaremos a classificar as situações-problema elaboradas pelos professores de acordo com as classes.

4.2.3 Quanto às Classes

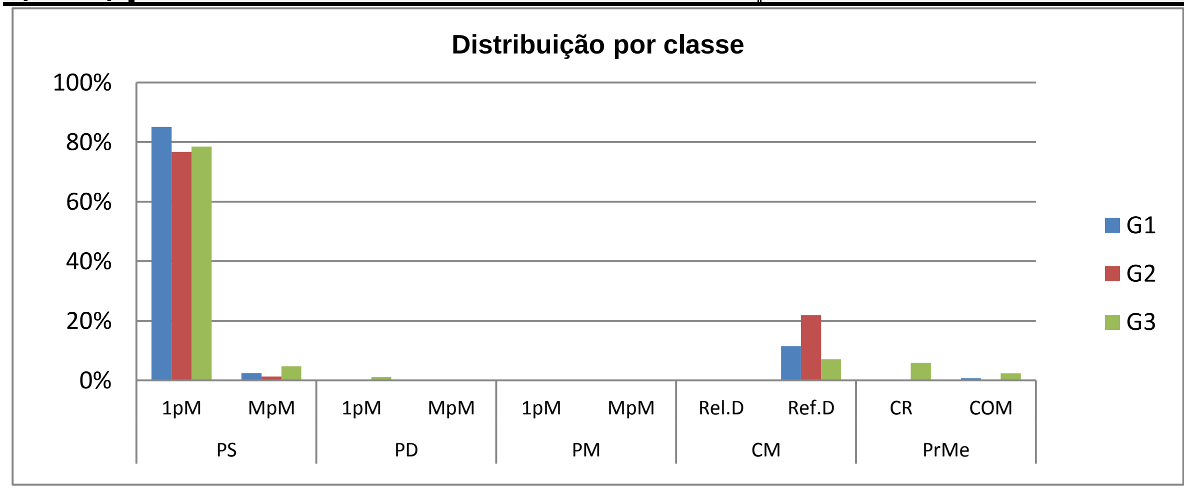
Partindo dos eixos, temos que os eixos PS, PD e PM podem ter suas situações-problema agrupadas nas classes um-para-muitos (1pM) ou muitos-para-muitos (MpM). Já o eixo CM pode ter as classes relação desconhecida (Rel.D) ou referente/referido desconhecido (Ref.D). Por fim, o eixo Produtos de Medida (PM) pode ter situações-problema na classe configuração retangular (CR) e na classe combinatória (COM). Faremos um breve relato do conceito que envolve cada uma dessas classes. É conveniente lembrar que eles já foram abordados, e com muito mais detalhes, no capítulo 1.

Para todos os eixos da relação quaternária, uma classe é chamada de 1pM quando um dos valores envolvidos na situação é a unidade. Quando todos os valores são diferentes da unidade, classificamos na classe MpM. Já no eixo CM, que pertencente à relação ternária, quando conhecemos dois dos valores envolvidos na situação e procuramos o valor do escalar (razão da relação), temos aí a classe da Rel.D. Se nesse mesmo eixo (CM) conhecemos o valor do escalar (razão da relação) e um dos dois valores envolvidos e procuramos o outro valor, temos, então, a classe de situações Ref.D. A classe CR é caracterizada por duas grandezas com medidas contínuas para formar o produto cartesiano. Por fim, a classe COM é formada pelo produto cartesiano das possíveis combinações que podem ser contadas. Essa classe trabalha apenas com grandezas discretas.

Apresentamos a seguir a distribuição das situações-problema elaboradas em relação à classe.

Figura 4.8: Distribuição das Situações por Classe.

Relação	**Quaternária**						**Ternária**			
Eixo	**PS**		**PD**		**PM**		**CM**		**PrMe**	
Classe	1pM	MpM	1pM	MpM	1pM	MpM	Rel.D	Ref.D	CR	COM
G1 (N = 21)	85,12% (103 de 121)	2,48% (3 de 121)	0	0	0	0	0	11,57% (14 de 121)	0	0,83% (1 de 121)
G2 (N = 24)	76,71% (112 de 146)	1,37% (2 de 146)	0	0	0	0	0	21,92% (32 de 146)	0	0
G3 (N = 14)	78,57% (66 de 84)	4,76% (4 de 84)	1,19% (1 de 84)	0	0	0	0	7,14% (6 de 84)	5,95% (5 de 84)	2,39 (2 de 84)
TOTAL (N = 59)	80,06% (281 de 351)	2,56% (9 de 351)	0,28 (1 de 351)	0	0	0	0	14,81% (52 de 351)	1,14% (5 de 351)	0,85% (3 de 351)



Os dados da figura 4.8 mostram uma concentração de situações-problema elaboradas por esse grupo de professores envolvendo um único conceito de estrutura multiplicativa, qual seja, o de proporção simples na classe um-para-muitos.

Fato que fica evidente ao compararmos os dados das figuras 4.6 e 4.8. Observamos que o percentual de 80,06% (281) de situações-problema envolvendo o conceito da classe de 1pM, fica muito próximo do percentual de 82,62% (290) pertencentes ao eixo PS. Isso aponta que, independentemente do nível em que o professor atua ou da variável “tempo de experiência”, esse grupo de professores, ao preencher nosso instrumento de coleta de dados, lembraram ou consideraram, com maior ênfase, aquelas cujo conceito envolve uma proporção simples na classe 1pM, seguido de muito longe da classe Ref.D (80,06% e 14,81%, respectivamente).

Corroboramos com as ideias de Gitirana et al (2014) quando consideram que as situações-problema agrupadas na classe 1pM do eixo PS são protótipos da multiplicação, pois sua resolução comumente se apoia numa relação ternária do tipo a x b = c; c ÷ a = b, e c ÷ b = a. Este tipo de resolução nos permite fazer uso da soma de parcelas iguais repetidas. Tal estratégia reside numa filiação entre o campo conceitual aditivo e o multiplicativo.

Assim, estes dados nos relevam que temos fortes indícios que a concepção deste grupo de professores, no que tange às estruturas multiplicativas, é que adição conduz à multiplicação. Concepção esta que, ressaltamos, não consideramos errada, mas incompleta. Pois, enfatizamos, o conceito de multiplicação não fica resumido aos aspectos aditivos, ele envolve, por exemplo, relações entre variáveis.

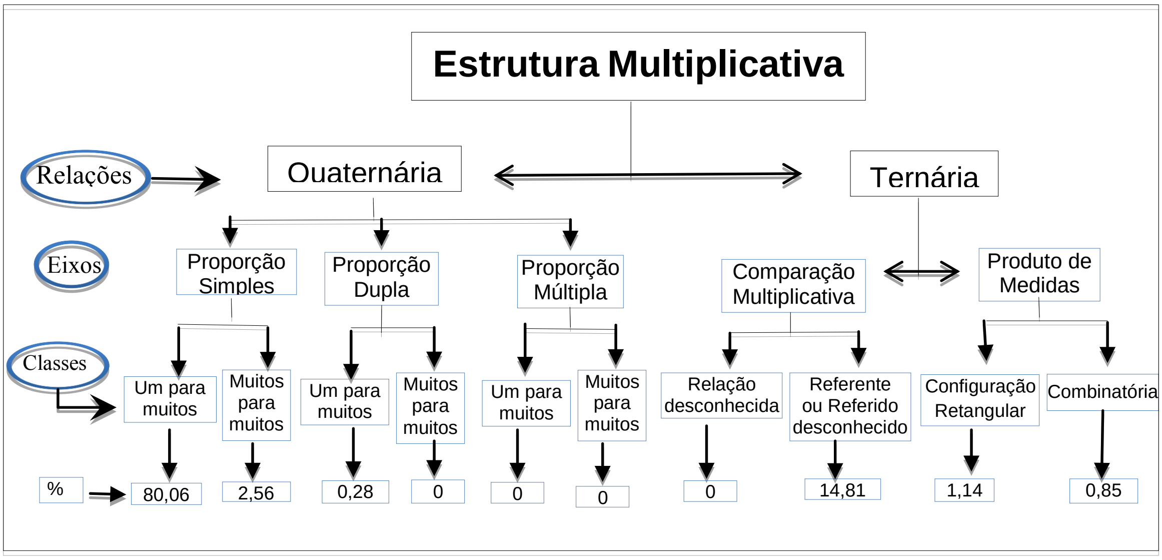
Nos estudos de Merili et al. (2013) o percentual de situações agrupadas no eixo PS, na classe 1pM foi de 90%, maior que o índice que encontramos. Este dado reforça nossa preocupação, ainda mais, quando comparamos esses dados com resultados de estudos cujo objetivo era avaliar o desempenho de estudantes (Merlini et al. 2013, Gitirana et al. 2014, por exemplo). Nos estudos citados o desempenho dos estudantes foi maior, exatamente, no eixo PS e na classe 1pM. Não temos a intenção de discutir a relação entre esses resultados. Apenas ressaltamos nossa preocupação e consideramos que estudos com tal objetivo podem trazer contribuições importantes para o campo da Educação Matemática.

Com relação à classe referente/referido desconhecido (Ref.D), em todas as 52 situações elaboradas a incógnita foi o referido desconhecido.

Ainda com relação aos dados da figura 4.8, observamos que no grupo G3 foram elaboradas situações-problema envolvendo conceitos de outras classes, mas o índice apresentado no eixo PS, na classe 1pM é, assim como nos demais grupos, próximo de 80%. Este resultado chama a atenção, pois esperávamos que esse grupo, por trabalhar com estudantes do 6º ao 9º ano, os quais possivelmente possuem maturidade cognitiva para expansão dos conceitos multiplicativos, diversificassem a elaboração das situações-problema. Neste aspecto, concordamos com Magina (2011) quando afirma que, para além dos protótipos, as demais situações precisam ser trabalhadas pelos professores para que possam ser apreendidos pelos estudantes.

Do ponto de vista do esquema apresentado na figura 1.1, as situações-problema elaboradas foram assim distribuídas:

Figura 4.9: Distribuição das Situações no esquema do Campo Conceitual Multiplicativo



Fonte: Adaptado de Magina et al. (2014)

A figura 4.9 sintetiza os dados apresentados e analisados até o momento, tomando como base o Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo apresentado na figura 1.1. Salta aos olhos a quantidade de situações-problema elaboradas na classe um-para-muitos do eixo proporção simples, seguido de muito longe da classe referente/referido desconhecido no eixo comparação multiplicativa.

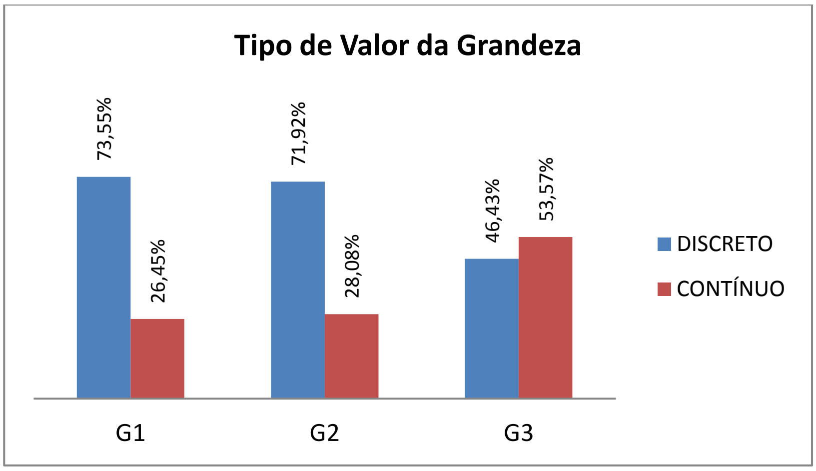
Dando prosseguimento à nossa análise e considerando que Vergnaud (2009) alerta que a variação no tipo de grandeza pode gerar dificuldades para a resolução de uma situação-problema, apresentamos na próxima seção a análise dos dados quando observados sob este aspecto.

4.2.4 <u>Quanto ao tipo de valor da grandeza</u>

Nesta seção apresentaremos a análise do emprego do tipo de valor da grandeza, quais sejam: discreto ou contínuo.

A figura a seguir apresenta os resultados encontrados.

Figura 4.10: Distribuição por Tipo de Valor Grandeza



Os dados da figura 4.10 nos mostram que os grupos G1 e G2 apresentam comportamentos muito próximos no que se refere ao uso de quantidade discreta ou contínua na elaboração das situações-problema. Nesses grupos, a maioria das situações (mais de 70%) envolve quantidade discreta. Já no grupo G3 a distribuição é mais equitativa, com uma ligeira preferência para situações envolvendo quantidade contínua.

Entendemos que tal resultado está associado ao fato de, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o ensino da Matemática ser centrado no universo dos números naturais e nos anos finais (do 6º ao 9º ano) os conceitos dos conjuntos numéricos são expandidos, primeiro com os números racionais e finalizando com os números reais. Talvez resida aí uma explicação para os professores dos anos finais elaborarem mais situações envolvendo quantidades continuas.

Uma análise mais amiúde desta variável, tipo de valor da grandeza, nos mostra que as categorias usadas nas situações-problema com valor contínuo são: idade, moeda (real), tempo, distância e área. Com exceção da área que pertence à classe CR, presente apenas no G3, todas as outras categorias foram encontradas em todos os grupos, também, em todos os grupos a mais usada foi “moeda” (real).

Parece-nos que esses dados reforçam a hipótese que ao elaborar as situações-problema os professores lembram mais daquelas presentes no seu cotidiano de ensino.

Por fim, gostaríamos de trazer, na seção a seguir, uma análise sobre o tipo de operação que podemos usar para resolver as situações-problema elaboradas.

4.2.5 Quanto à operação

A resolução de uma situação-problema envolvendo uma estrutura multiplicativa requer uma operação de multiplicação e/ou de divisão.

As categorias que usamos nesse item de classificação foram: multiplicação (Mult), divisão (Div), divisão quotiva (DivQ), divisão partitiva (DivP) e a combinação da multiplicação e divisão (Mult/Div).

Ressaltamos que classificamos como uma DivQ a situação que envolve a ideia de encontrar uma quantidade suficiente para dividir cada quota envolvida na situações, como mostra o exemplo a seguir, elaborado por um professor e digitado por nós.

Exemplo 3 – divisão quotitiva: situação elaborada pelo sujeito 1A109.

A AVÓ DE JOÃO GASTOU UMA DUZIA DE OVOS PARA FAZER 2 BOLOS. QUANTAS DÚZIAS SERIAM NECESSÁRIAS PARA FAZER 6 BOLOS?

E classificamos como uma divisão partitiva a situação que envolve a ideia de distribuição, como mostra o exemplo a seguir.

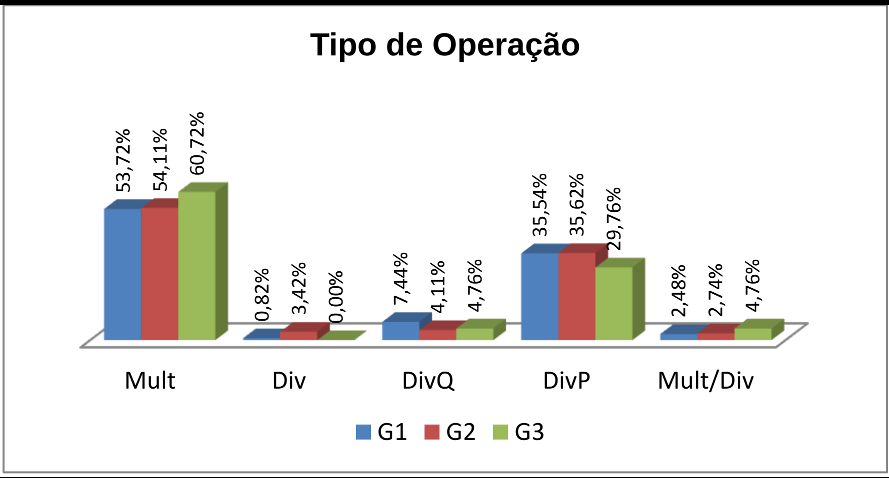
Exemplo 4 – divisão partitiva: situação elaborada pelo sujeito 1D204.

NUMA FESTA BENEFICENTE FORAM ARRECADADOS R$ 840,00 QUE SERÃO DISTRIBUÍDOS ENTRE 3 INSTITUIÇÕES. QUANTO CADA UMA IRÁ RECEBER?

A figura a seguir apresenta a distribuição das situações-problema elaboradas e classificadas quanto à operação indicada para sua resolução.

Figura 4.11: Distribuição Quanto à Operação

Op / Gr	Mult	Div	DivQ	DivP	Mult/Div
G1 (N = 21)	53,72% (65 de 121)	0,82% (1 de 121)	7,44% (9 de 121)	35,54% (43 de 121)	2,48% (3 de 121)
G2 (N = 24)	54,11% (79 de 146)	3,42% (5 de 146)	4,11% (6 de 146)	35,62% (52 de 146)	2,74% (4 de 146)
G3 (N = 14)	60,72% (51 de 84)	0%	4,76% (4 de 84)	29,76% (25 de 84)	4,76% (4 de 84)
TOTAL	55,56% (195 de 351)	1,71% (6 de 351)	5,41% (19 de 351)	34,19% (120 de 351)	3,13% (11 de 351)



Os dados da figura 4.11 mostram que quase 90% das situações-problema elaboradas por esse grupo de professores foram classificadas como Mult ou DivP. A distribuição percentual entre os grupos G1 e G2 é muito próxima, seja para a operação de Mult (aproximadamente 54%) ou de DivP (35%). No grupo G3 das situações propostas 60% podem ser resolvidos por uma multiplicação e quase 30% por uma divisão partitiva. Ou seja, do total de 351 situações elaboradas pelos professores, independentemente do nível de ensino em que atua ou do tempo de experiência, 195 (55,56%) podem ser resolvidas por uma multiplicação e em 120 (34,19%) podemos resolver com uma divisão por partição.

A partir dos resultados das figuras 4.11 e 4.8, os quais mostram que, do total de 351 situações-problema elaboradas, 281 (80,06%) envolvem o conceito de PS na classe1pM, pudemos constatar que em 49% delas a operação requerida para sua resolução é a multiplicação e que 42% podem ser resolvidas por uma divisão partitiva.

No que se refere ao conceito de CM na classe Ref.D, das 52 (14,81% do total) 88,5% podem ser resolvidas por uma multiplicação e as demais por uma divisão.

No estudo de Merlini et al. (2013) os índices encontrados divergem do nosso, apresentando uma concentração ainda maior na operação de multiplicação. Nesse estudo, 75% das situações elaboradas na classe 1pM do eixo proporção simples solicitavam para sua resolução uma operação de multiplicação e 25% solicitavam uma divisão partitiva. E todos as situações do eixo comparação multiplicativa requeriam, para sua resolução, uma operação de multiplicação.

Canôas (1997) detectou dificuldades do professor frente a alguns conceitos, envolvendo a divisão partitiva, a divisão quotitiva, divisão com resto diferente de zero e o entendimento da operação de multiplicação. Essas dificuldades foram evidenciadas durante a formulação e interpretação de situações-problemas.

Apesar deste estudo não ter o objetivo de discutir o conhecimento do professor, os resultados apresentados nos remetem a uma reflexão neste sentido. Nessa perspectiva, concordamos com Garcia Silva e Alencar (2012) ao sugerir aprofundamento do estudo da multiplicação nos cursos de formação inicial e continuada, permitindo momentos de discussões sobre possíveis dificuldades.

4.3 Síntese dos Resultados

A partir da análise dos dados pudemos observar que:

- houve uma predisposição por parte dos professores, tanto os generalistas como os especialistas, em elaborar situações-problema. Embora este resultado seja positivo, uma parte delas não puderam ser aproveitadas por causa de seu enunciado. A variável tempo de experiência não interferiu na elaboração das situações-problema não aproveitadas;
- houve uma predominância na elaboração de situações-problema envolvendo uma relação quaternária em detrimento da relação ternária em todos os grupos;

- com relação aos eixos houve, nos três grupos, grande ênfase na elaboração de situação-problema envolvendo apenas dois dos cinco eixos, destacando de sobremaneira o eixo proporção simples;
- na distribuição por classe fica evidente a concentração de situações-problema elaboradas na classe um-para-muitos seguido de longe pela classe referente/referido desconhecido;
- no que se refere ao uso de quantidade, percebemos uma influência do nível de ensino em que o professor atua;
- os professores tenderam a elaborar situações-problema" que podem ser resolvidas por uma operação de multiplicação e de divisão partitiva, com predominância na primeira operação.

CAPÍTULO 5:

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo tem o objetivo de apresentar nossas conclusões a partir da análise dos dados apresentados no capítulo anterior. É aqui que pretendemos responder a nossa questão de pesquisa com base nessa análise.

Para que o leitor possa compreender o estudo em sua totalidade, optamos por apresentar um resumo da nossa trajetória de estudo, seguido por uma síntese dos principais resultados obtidos e, por fim, apresentar uma resposta possível à nossa questão. Concluímos a dissertação com sugestões para futuros estudos. Essas sugestões apoiam-se em nossas reflexões a partir destas considerações finais.

5. A TRAJETÓRIA DE PESQUISA

Nosso estudo teve o objetivo de investigar a concepção de professores que ensinam Matemática sobre o campo conceitual multiplicativo.

Para alcançar o objetivo proposto, percorremos um longo caminho que teve início com elaboração da questão de pesquisa, problematização e justificativa (apresentação). Na sequência, buscamos um aporte teórico que subsidiasse o presente estudo. Encontramos na Teoria dos Campos Conceituais (1983, 1988, 1996, 2009), conceitos que consideramos pertinentes para fundamentar nossa pesquisa. Continuando com os estudos teóricos, utilizamos a releitura da classificação de Vergnaud proposta por Magina et al. (2014) para apresentar uma discussão sobre o campo conceitual multiplicativo (capítulo 1).

Em seguida procuramos, na revisão da literatura mais recente, pesquisas relacionadas ao nosso estudo (capitulo 2). Desta forma, encontramos em Santos (2005) uma metodologia que consideramos pertinente para a coleta de dados do presente estudo. A partir desse estudo, fizemos algumas alterações que julgamos apropriadas para nossos sujeitos de pesquisa (solicitamos a elaboração de oito ao invés de seis situações-problema e não pedimos para os professores resolvê-las).

Apoiadas nas ideias teóricas e nos estudos correlatos, construímos e definimos nosso percurso metodológico. Este teve como sujeitos de pesquisa 59 professores, entre generalistas e especialistas, que atuavam no Ensino Fundamental (do 1º ao 9º ano), distribuídos em cinco escolas públicas de duas cidades do sul da Bahia (capítulo 3).

Dando prosseguimento ao estudo, analisamos os dados a partir do instrumento de coleta (capitulo 4). Esta análise forneceu dados suficientes para responder a nossa questão de pesquisa, as quais, pela sua importância para nossas considerações finais, estão apresentadas na seção a seguir.

5.1. Síntese dos Principais Resultados

Nesta seção apresentaremos uma síntese dos principais resultados discutidos no capítulo da análise.

Com base na análise dos protocolos pudemos observar que houve uma predisposição por parte dos professores para elaborar situações-problema, tanto os generalistas como os especialistas. Embora este resultado seja positivo para nosso estudo, constatamos que em torno de ¼ das situações-problema não puderam ser aproveitadas por causa de seu enunciado. Sendo assim, esse quantitativo foi retirado de nossa classificação final. As situações-problema não válidas foram agrupadas em três categorias: situação não multiplicativa (o G1 apresentou maior índice 20,73%, seguido pelo com G2 8,38% e o G3 com 6,31%); situação de operação indicado no enunciado (G3 teve 9,01% seguido pelo G2 com 5,76% e o G1 não elaborou); e situação multiplicativa inadequada (G2 e G3 foram muito próximos, com 9,42% e 9,01%, respectivamente e do G1 foi de 5,49%).

Constatamos que a variável tempo de experiência não interferiu na elaboração das situações-problema agrupadas nessas categorias, ou seja, encontramos situações inadequadas tanto nos problemas elaborados por professores com um ano de experiência como naqueles com mais de 15 anos de experiência.

A elaboração das situações-problema não válidas possivelmente está relacionada a pouca reflexão e discussão desse grupo de professores sobre o tema. Assim sendo, estes resultados nos levam a refletir que a concepção deles sobre o campo conceitual multiplicativo parece ter sido construída enquanto estudantes da Educação Básica, da atuação dele em sala de aula e de suas experiências fora do ambiente escolar.

As situações-problema consideradas válidas foram classificadas quanto ao tipo de relação, quaternária ou ternária. Quanto ao eixo: proporção simples, proporção dupla, proporção múltipla, comparação multiplicativa, produto de medidas. Em seguida agrupamos às situações-problema considerando a qual classe pertence: um-para-muitos, muitos-para-muitos, referente ou referido desconhecido, relação desconhecida, configuração retangular, combinatória; ainda, se o valor da grandeza usada é do tipo discreto ou contínuo; se a resolução da situação sugere uma operação de multiplicação, de divisão, de divisão por quota, de divisão por partição, ou ainda, uma combinação de operações.

Com relação à distribuição por tipo de relação, os dados parecem apontar para uma limitação nos tipos de situações-problema elaboradas, pois saltou aos olhos a predominância da relação quaternária (82,91%) em detrimento da relação ternária em todos os grupos.

Quanto aos eixos, os dados mostram que 99,66% das situações-problema da relação quaternária pertenciam ao eixo proporção simples e 86,67% das situações-problema da relação ternária pertenciam ao eixo comparação multiplicativa. Ou seja, houve grande ênfase, em todos os grupos, na elaboração de situação-problema envolvendo apenas dois dos cinco eixos, destacando de sobremaneira o eixo proporção simples.

Na análise da distribuição por classe, fica evidente a concentração de situações-problema elaboradas por esse grupo de professores, já que quase 95% do total pertenciam as duas classes: um-para-muito (com 80,06%) e referente/referido desconhecido (com 14,81%). Isso aponta que independentemente do nível em que o professor atua ou do seu tempo de experiência, temos fortes indícios de que a concepção desse grupo de professores, no que tange às estruturas multiplicativas, é a de que multiplicação é uma consequência da adição.

No que se refere ao uso de quantidade discreta ou contínua na elaboração das situações-problema, os dados mostram que houve uma influência do nível de ensino em que o professor atua, já que os grupos G1 e G2 apresentam comportamentos muito próximos (cerca de 70% dos problemas envolveram quantidade discreta) enquanto o G3 essa distribuição é mais equitativa, com uma ligeira preferência por problemas envolvendo quantidade contínua. Uma possível explicação para tal ocorrência pode estar associada ao fato de que nos anos iniciais do Ensino Fundamental o ensino da Matemática centra-se no universo dos números naturais e nos anos finais (do 6º ao 9º ano) os conjuntos numéricos são expandidos.

Por fim, com relação à operação mais indicada para resolver as situações-problema elaboradas, os dados mostram que, independentemente do nível de ensino que atua ou do tempo de experiência, 55,56% delas são de multiplicação e 34,19% de divisão partitiva.

5.2 Respondendo a Questão de Pesquisa

Iniciamos nosso estudo discutindo o baixo desempenho de estudantes nas macroavaliações brasileiras. Sem ter a pretensão de atingir o amplo objetivo de discutir todos os fatores que interferem ou advém destes resultados, centramos nosso interesse em investigar alguns aspectos cognitivos relacionados às concepções do professor sobre as Estruturas Multiplicativas.

Partindo da hipótese de que as concepções dos professores são formadas social e individualmente por meio de suas experiências e que, por sua vez, influenciam na escolha de estratégias utilizadas por seus estudantes, em especial, para resolver situações-problemas sobre o campo conceitual multiplicativo, propomos a seguinte questão de pesquisa:

> **Quais as concepções que os professores que atuam no Ensino Fundamental possuem no que tange ao campo conceitual multiplicativo?**

Antes de responder à questão, convém ressaltar que nosso estudo foi realizado como uma amostra não aleatória e com uma quantidade pequena de professores (59, divididos em três grupos o G1 com 21 professores, o G2 com 24 e o G3 como 14). Portanto, temos a convicção que não podemos generalizar os resultados para além do universo pesquisado. Mas, mesmo assim, nos sentimos confortáveis em considerar que nossos dados, coletados e analisados com rigor científico, podem trazer contribuições para uma discussão sobre a concepção de professores que ensinam Matemática de 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental no que se refere às estruturas multiplicativas.

A partir dos estudos realizados no decorrer desta pesquisa e, principalmente, da análise dos resultados, restringindo sempre aos limites da nossa amostra, é razoável concluir que a concepção de professores generalistas e especialistas está bem próxima em relação à elaboração de situações-problema envolvendo uma estrutura multiplicativa. Podemos inferir que essa concepção é aquela que mantém a filiação entre o campo conceitual aditivo e o multiplicativo, visto que a esmagadora maioria das situações-problema elaboradas por eles são de proporção simples na classe um-para-muitos. Este tipo de situação comumente se apoia em uma relação ternária do tipo: $a \times b = c$; $c \div a = b$, e $c \div b = a$. Uma estratégia possível para resolver situações desse tipo é pela soma de parcelas iguais repetidas, ou seja, a concepção desses professores é que a multiplicação é uma consequência da adição – multiplicar é adicionar N parcelas iguais.

Mesmo considerando a concentração na elaboração de situações-problema na classe um-para-muitos, seguido de longe pela classe referente/referido desconhecido encontramos outras evidências contribuíram para tal inferência, tais como: (a) a baixa quantidade de situações elaboradas utilizando o conceito de divisão quotitiva; (b) nas situações que envolveram o conceito de comparação multiplicativa, a ausência da incógnita sendo referente ou relação desconhecida. Além disso, não encontramos situações-problema que explorava expressões como “vezes mais” ou “vezes menos”, cuja complexidade cognitiva é maior que “dobro”, “metade” ou “triplo”.

Partindo dos resultados encontrados, é momento de refletir se este é o conceito multiplicativo mais trabalhado em sala de aula. Se tal acontece, significa que tendo o professor uma concepção do campo multiplicativo limitada à filiação do campo aditivo e que considerando a hipótese que suas concepções influenciam as estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver situações-problema matemáticas, fica claro que a expansão dos conceitos multiplicativos, para o estudante, não acontece. Ou seja, a concepção do estudante também fica limitada a filiação que leva a entendimentos errôneos sobre o campo multiplicativo como, por exemplo, “multiplicação sempre aumenta”, “divisão sempre diminui”, “dividir significa repartir em parcelas iguais”, “multiplicar significa somar parcelas iguais”.

Convém ressaltar que uma dificuldade encontrada para a realização desta pesquisa foi a pouca quantidade de estudos correlatos, cujos sujeitos tenham sido professores do 3º ou 4º ciclo do Ensino Fundamental. Assim, consideramos que nosso estudo pode contribuir para o debate sobre a formação do professor de Matemática, em especial sobre a formação daqueles que atuam nos últimos ciclos do Ensino Fundamental, pois, corroboramos com Verganud quando afirma que os conceitos matemáticos desenvolvem-se ao longo do tempo, através de experiências com um grande número de situações. Portanto, para além dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental.

Temos a convicção que a expansão de um campo conceitual requer a mobilização de diversos conceitos. Nesse sentido, consideramos que a escola, na pessoa do professor, tem a responsabilidade de propor ao estudante o contato com diversas situações-problema, para que possa promover a ruptura entre o campo aditivo e o multiplicativo.

5.3 Sugestões para outras Pesquisas

Ao longo deste estudo, na busca de responder nossa questão de pesquisa, surgiram outras questões que consideramos inspiradoras para novas investigações.

A primeira sugestão é a proposta de um estudo cujo objetivo seja investigar quais conceitos multiplicativos são abordados, de fato, em sala de aula. Nesse sentido, entendemos que objetivo tão amplo poderia ser foco de quatro pesquisas distintas com mesmo objetivo nos quatro níveis do Ensino Fundamental.

Sugerimos que tais estudos sejam pautados em pesquisas de campo, a partir de observações em sala de aula, de questionários de professores e análise documental (planejamento e grade curricular, por exemplo).

Outra proposta de investigação seria um estudo dos conhecimentos do professor que ensina Matemática no Ensino Fundamental (do 1º ao 9º ano) no que tange ao campo conceitual multiplicativo baseado nas pesquisas de Shulman (1992, 2005). O foco de tal estudo seria tanto os conhecimentos do conteúdo específicos quanto os conhecimentos pedagógicos do conteúdo. O desenvolvimento desse projeto poderia perpassar pelas etapas de aplicação de questionários e entrevistas, ou ainda acompanhamento da fase de planejamento do professor.

Entendemos que a reflexão sobre essas experiências poderia contribuir para uma discussão ampla e, quiçá, vislumbre possibilidades de minimizar ou mesmo superar lacunas que diagnosticamos ao longo deste estudo.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1997.

____________Ministério da Educação. **PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores.** Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008.

CANÔAS. S. S. **O Campo Conceitual Multiplicativo na Perspectiva do Professor das Séries Iniciais (1ª a 4ª série)**. 1997. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 1997.

COSTA. F. M. **Concepções e Competências de Professores Especialistas em Matemática em relação ao Conceito de Fração e de seus Diferentes Significados**. 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2011.

CARRAHER,T N; CARRAHER, D W; SCHLIEMANN, ANA D. **Na Vida Dez, Na Escola Zero**. Os contextos culturais de aprendizagem da matemática. São Paulo: Cortez, 1988.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma:** entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Organização Tânia M.M. Campos. Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

FIORENTINI, D. & LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, Autores Associados, 2012.

GARCIA SILVA, A; ALENCAR, E. S.; **O conhecimento profissional docente e sua relação com a ideia de proporcionalidade.** Revista Eletrônica de Educação. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6. nº 2, p. 175-186. 2012.

GITIRANA, V; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S; SPNILLO, A. **Repensndo Multiplicação e Divisão: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais.** São Paulo: PROEM, 2014.

LARA, I C M**, O uso da Estrutura Multiplicativa na resolução de problemas nos anos iniciais da educação básica.** Revista Vidya, v. 31, n. 2, p. 105-122, jul./dez., 2011 - Santa Maria, 2011.

MAGINA, S. M. P**. Investigating the Factors which Influence the Child's Conception of Angle.** Tese (Doutorado em Mathematics Education) - University of London, UL, Inglaterra, 1994.

MAGINA, S. **A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente.** Educar Em Revista. Curitiba, 2011a

_____________. **A pesquisa em sala de aula de matemática das series iniciais do ensino fundamental. Contribuições teóricas da psicologia.** Educar em Revista, Curitiba, Brasil, n. Especial 1/2011, p. 63-75, 2011b.

MAGINA, S. et al. **Repensando adição e subtração.** São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S; MERLINI, V.L; SANTANA, E.R. **Situações–problema das Estruturas Multiplicativas sob a ótica do professor que ensina Matemática**. Ata do VII Congresso Ibero-americano de Educação Matemática – VII CIBEM. Montevideu, 2013

MAGINA, S; CAMPOS, T. **A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental**. Bolema, n. 31, p. 23-40, 2008.

MAGINA, S.; MERLINI, V.; SANTOS, A. **O Desempenho dos estudantes de 4ª Série do Ensino Fundamental frente a Problemas de Estrutura Multiplicativa**. In: X encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Ilheus : Via Literarum,. v. 1. p. 1-11, 2010.

______________. **A Estrutura Multiplicativa sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem.** 3º SIPEMAT, Fortaleza, 2012.

MERLINI, V. L; MAGINA, S; SANTOS, A. **Estrutura Multiplicativa: Um Estudo Comparativo entre o que a professora elabora e o desempenho dos estudantes**. Ata do VII Congresso Ibero-americano de Educação Matemática – VII CIBEM. Montevideu, 2013.

NÓVOA, A. Professor se forma na escola**. Revista Nova Escola.** Revista Nova Escola. 142 ed. Rio de Janeiro. maio 2001.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Criança Fazendo Matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação Matemática 1: números e operações numéricas**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2009.

OLIVEIRA, H; PONTE, J.P. (1997). **Investigação sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional de professores de Matemática**. Actas di SIEM VII (pp. 3-23), Lisboa: APM.

PIAGET, J. **Biologia e Conhacimento**. Petrópolis: Ed. Vozes, 1996.

PONTE, J. P. Concepção dos Professores de Matemática e Processos de Formação. In: BROWN, M. et al. **Educação Matemática: temas de investigação**. Lisboa: instituto de Inovação Educacional, 1992, p. 185-239.

SANTANA, E. **Estrutura Aditiva: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2010.

SANTOS, A. **O Conceito de Fração em Seus Diferentes Significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2005.

SANTOS, A. **Formação de Professores e as estruturas multiplicativas: reflexões teóricas e práticas.** 1 ed. Curitiba: Appris, 2015.

SANTOS, A.; MERLINI, V.; MAGINA, S.; SANTANA, E. **A noção de divisão para que não aprendeu a divisão: Perspectiva Psicopedagógicas.** Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v.7, nº 2, p. 38-64, 2014.

SHULMAN, L. **Those who Understand**: Knowledge Growth in Teaching. Educational Researcher, 15, p.4-14, 1992.

SHULMAN, L. **Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma.** Profesorado. Revista de Currículum y Formación del professorado, 9, 2, p.1-30, 2005.

SOUZA, E. I. R.; MAGINA, S. **Comparação Multiplicativa: Um Estudo Com Professores Do Ensino Fundamental.** Anais do IV Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matermática – IV SIPEMAT. Ilhéus, 2015.

RUDO, F. V. **Introdução ao Projeto de Pesquisa Científica**. 32ª edição. Petrópolis: Vozes, 2001.

VERGNAUD. G. A Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems. In. **Addition and Subtraction: a cognitive Perspective.** New Jerssey: Lawrense Erlbaun, 1982. P. 39-59.

_____________ Multiplicative Structures. Em R. Lesh & M. Landau (Eds.). **Acquisitions of mathematics concepts and procedures.** New York: Academic Press, 1983, pp.127-174.

_____________ Multiplicative structures. In: HIEBERT, H.; BEHR, M. (Ed.). **Research agenda in mathematics education**: number concepts and operations in the middle grades. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1988. p. 141-161.

______________ Multiplicative conceptual field: what and why? In. Guershon, H. e Confrey, J. (Eds.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1994. p. 41-59.

_____________ A Teoria dos Campos Conceituais. In BRUN, J. (Ed.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

_____________ **A comprehensive theory of representation for mathematics education**. Journal of mathematical Behavior, 17(2), 1998. P. 167-181.

_____________ O que é aprender? In: BITTAR, M; MUNIZ, C. A. (Orgs.). **A Aprendizagem Matemática na Perspectiva da Teoria dos Campos conceituais**. Curitiba: Editora CRV, 2009a. p. 13-36.

_____________ **A Criança, a Matemática e a Realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução: Maria Lúcia Faria Mouro. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2009b.

YAMANAKA, O. Y. **Estudo das concepções e competências dos professores: a passagem da aritmética à introdução da representação algébrica nas séries iniciais do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2009.

APÊNDICES

APÊNDICE 1

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Prezado(a) Prof/a.
Convido o Sr.(a) ________________________________ para participar como voluntário(a), na pesquisa "As **Estruturas Multiplicativas e a Formação de Professores que Ensinam Matemática na Bahia",** que tem por objetivo investigar a prática pedagógica adotadas pelos professores no ensino das Estruturas Multiplicativas. Ela se baseia na metodologia reflexão-planejamento-ação-reflexão do professor, a fim de promover o desenvolvimento de estratégias de ensino que possibilitem a expansão e apropriação deste campo conceitual pelos estudantes. Caso aceite o convite, ao Sr.(a) participará de uma formação continuada sobre os conceitos pertencentes ao campo conceitual multiplicativo, a qual acontecerá quinzenalmente em local e horário previamente acordado pelas partes. Nesses encontros de formação o Sr.(a) será solicitado a elaborar, em grupo, atividades didáticas que, após apresentadas e discutidas na formação, deverão ser desenvolvidas com seus alunos no horário das aulas de Matemática e entre um e outro encontro de formação. Os encontros também serão áudio-gravados, o que significa que eventuais falas suas também serão gravadas e farão parte da análise do estudo. Esse material produzido pelo(a) Sr(a) e por seus colegas servirão tanto para fundamentar a formação, como para compor os dados a serem analisados por esta pesquisa. Eles ficarão sob minha custódia por 5 anos, em sigilo total, após o que serão destruídos todos os dados.
Saliento que a sua participação nesses encontros de formação será importante para contribuir com a melhoria da qualidade de sua aula e, consequentemente, para o processo de aprendizagem de seus alunos. Os desconfortos previstos em decorrência da sua participação na nossa pesquisa será o tempo investido para estar presente na formação e para realizar as tarefas que deverão ser executadas pelo/a Sr/a entre um e outro encontro de formação.
Esclareço que o Sr.(a) terá liberdade para pedir esclarecimentos sobre qualquer questão, bem como para desistir de participar da pesquisa a qualquer momento, mesmo depois de ter assinado este documento, e não será, por isso, penalizado de nenhuma forma. Caso desista, basta avisar ao(s) pesquisador(es) e este termo de consentimento será devolvido, bem como todas as informações dadas pelo Sr.(a) serão destruídas.
Informo que o resultado deste estudo poderá servir para encontrar um bom caminho didático-pedagógico não só para o ensino das estruturas multiplicativas, bem como para os demais conteúdos matemáticos. Como responsável por este estudo comprometo-me em manter sigilo de todos os seus dados pessoais e indenizá-lo(a), caso sofra algum prejuízo físico ou moral decorrente do mesmo.
Sandra Maria Pinto Magina - Pesquisador Responsável Telefone para contato: (73) – 3231-4827/8827-8721
Eu, ____________________________________, RG________________________, aceito participar das atividades da pesquisa: As Estruturas Multiplicativas e a Formação de Professores que Ensinam Matemática na Bahia. Fui informado(a) que participarei de 10 a 14 encontros quinzenais de formação, a acontecer quinzenalmente em local e horário previamente acordado pelas partes. Estou também ciente de que desenvolverei com meus alunos, em minha sala de aula, as atividades elaboradas e planejadas, coletivamente, nos encontros de formação. Isso implica que dedicarei aproximadamente uma hora semanal do meu tempo para tais atividades. Esses momentos de atividades em sala de aula, poderá ter o acompanhamento e supervisão de algum membro do grupo de pesquisa. Estou ciente, ainda, de que em alguns momentos desses encontros as atividades poderão ser áudio-gravados, porém o grupo de pesquisadores se compromete a preservar o anonimato de todos, professores, e a escola. Qualquer dado de identificação ou pessoal não relacionado à pesquisa será tratado confidencialmente. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isso leve a qualquer penalidade.

______________, ___ de ___________ de 2014 ____

Assinatura do professor(a)

Obs: Informo que este documento será obtido em duas vias: uma via para o participante da pesquisa e a outra para a pesquisadora

APÊNDICE 2

PERFIL DO PROFESSOR

Nome: ____ Nº ___________

1ª Parte: Perfil do professor

1. Seu nível de instrução é: ☐ Magistério ☐ Superior incompleto ☐ Superior Completo Outro:_______________

2. Você tem Curso superior em: ______________________________ Concluído em (ano): ____________

3. Em qual(is) rede(s) você ministra aulas? ☐ Estadual ☐ Municipal ☐ Particular (pode marcar mais de uma)

4. Há quantos anos você ensina Matemática?
☐ Menos de 1 ano ☐ 1 a 5 anos ☐ 6 a 10 anos ☐ 11 a 15 anos ☐ mais de 15 anos

5. Quantas aulas de Matemática você leciona (em uma mesma turma) por semana?
☐ 1 aula ☐ 2 aulas ☐ 3 aulas ☐ 4 aulas ☐ 5 aulas ☐ mais de 5 aulas

6. Em sua trajetória estudantil, qual era o seu gosto pela Matemática?

☐ Detestava ☐ Gostava pouco ☐ Gostava mais ou menos ☐ Gostava muito ☐ Adorava

7. Esse gosto mudou? ☐ SIM ☐ NÃO
Se seu gosto mudou, explique: EM QUE? POR QUE? ____
____
____
____

8. Enumere os blocos de conteúdos abaixo na ordem em que você se sente mais seguro(a) para ensinar para seus alunos (1 = mais seguro, 4 = menos seguro).

☐ Tratamento da Informação ☐ Espaço e Forma
☐ Números e Operações ☐ Grandezas e Medidas

Explique o porquê de suas enumerações: ____
____
____
____

9. Em que ano você mais gosta de ensinar Matemática? ☐ 1ª ☐ 2ª ☐ 3ª ☐ 4ª ☐ 5ª ☐ 6ª ☐ 7º ☐ 8º ☐ 9º
☐ tanto faz ☐ nenhuma.

Aponte, pelo menos, 2 motivos para a sua resposta: ____
____
____

10. Marque o(s) material(is) de apoio didático que você utiliza em suas aulas de Matemática.

☐ Livro Didático ☐ Ábaco ☐ Material Dourado ☐ Blocos Lógico ☐ Soroban ☐ Escala Cusinare

☐ Software Educacional ☐ Lousa ☐ material pedagógico da SEE ☐ Outro, qual? __________________

11. Descreva pelo menos 2 atividades que você faz com esse(s) material(is):
Atividade 1: ____
____
____
Atividade 2: ____
____
____

APÊNDICE 3

Nome: ____ **Nº ___________**

Elabore, nos espaços abaixo, oito problemas distintos envolvendo multiplicação e/ou divisão (a seu critério).

Prob. 1:

Prob. 2:

Prob. 3:

Prob. 4:

Prob. 5:

Prob. 6:

Prob. 7:

Prob. 8:

APÊNDICE 4

PLANILHA DE CLASSIFICAÇÃO DAS SITUAÇÕES ELABORADAS PELOS PROFESSORES

Tarefa (Ta) - Branco = 0, Situação não multiplicativa = 1, Situação multiplicativa = 2, Operação arme e efetue = 3, Operação com enunciado = 4.

Questão (Qu) - Inadequada = 0, Adequada =1.

Situação (Si) – situação única = 0, Várias multiplicativas = 1, Várias: Multiplicativas e outras = 2.

Relação (Re) - Quaternária = 0, Ternária = 1, Quaternária e Ternária = 3.

Eixo (Ei) – Proporção Simples = 0, Proporção Múltipla = 1, Proporção Dupla = 2, Comparação Multiplicativa = 3, Produto de Medidas = 4, Combinações de eixos = 5

Classe (Cl) – Um para Muitos = 0, Muito para Muitos =1, Referente ou Referido Desconhecido = 2, Relação Desconhecida = 3, Configuração Retangular = 4, Combinatória = 5, Combinações de classes = 6.

Tipo (Ti) – Discreto = 0, Contínuo = 1.

Operação (OP) – Multiplicação = 0; Divisão = 1; Divisão por quota = 2; Divisão por partição = 3, Multiplicação e divisão(Mult-Div) = 4

SUJEITO - 1A101	CLASSIFICAÇÃO							
	Ta	Qu	Si	Re	Ei	Cl	Ti	Op
Nessa parte foram descritas as oito Situações-problema que foram elaboradas pelo professor em questão. No caso desse exemplo, as oito elaboradas, pelo professor de Ilhéus, que trabalha na escola A atuando nos anos iniciais, sendo classificado como professor um.								