UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ - UESC

EMANUELLA FILGUEIRA PEREIRA

ESQUEMAS UTILIZADOS POR ESTUDANTES DO 9º ANO AO RESOLVER SITUAÇÕES DA ESTRUTURA MULTIPLICATIVA

ILHÉUS-BA
2015

EMANUELLA FILGUEIRA PEREIRA

ESQUEMAS UTILIZADOS POR ESTUDANTES DO 9º ANO AO RESOLVER SITUAÇÕES DA ESTRUTURA MULTIPLICATIVA

Projeto de Pesquisa para obtenção do título de Mestre no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, sob orientação da Profa. Dra. Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana.

ILHÉUS-BA
2015

EMANUELLA FILGUEIRA PEREIRA

ESQUEMAS UTILIZADOS POR ESTUDANTES DO 9º ANO AO RESOLVER SITUAÇÕES DA ESTRUTURA MULTIPLICATIVA

Relatório de Pesquisa apresentado à banca examinadora do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Ilhéus, 25/08/2015.

BANCA EXAMINADORA

____

1º Membro
Prof. Dra. Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana
Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC/Ba

____

2º Membro
Prof. Dra. Veronica Gitirana Gomes Ferreira
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE/PE

____

3º Membro
Prof. Dr. Sandra Maria Pinto Magina
Universidade Estadual de Santa Cruz-UESC/Ba

P436 Pereira, Emanuella Filgueira.

Esquemas utilizados por estudantes do 9º ano ao resolver situações da estrutura multiplicativa / Emanuella Filgueira Pereira. – Ilhéus, BA: UESC, 2015.

104 f. : il.

Orientadora: Eurivalda Ribeiro dos S. Santana.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática.

Inclui referências e apêndices.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Multiplicação – Problemas, questões, exercícios. 3. Solução de problemas. 4. Desempenho. I. Título.

CDD 510.7

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos a reprodução total ou parcial dessa dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura________________________Local e Data__________________

A família que construí,
meu companheiro Ednaldo e
minha filha Lis Maria

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer primeiramente a Deus, que me deu forças para terminar este trabalho.

À minha orientadora Professora Doutora Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana, que contribuiu para a realização deste trabalho.

Aos professores-doutores da Banca Examinadora Sandra Maria Pinto Magina e Verônica Gitirana, pela atenção, comentários e sugestões.

A todos os professores, coordenadores, funcionários e colegas do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - PPGEM, pelo convívio, discussões e incentivo.

A todos os integrantes do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e em Ciências- GPEMEC, pelo convívio, discussões e risadas.

Em especial a professora Vera Merlini, pelo incentivo e por sempre saber dizer as palavras certas na hora certa.

À direção, coordenação e alunos das escolas Cristo Redentor e Móises Bohana pela participação nas atividades.

À CAPES e a FAPESB pela concessão da bolsa de estudos sem a qual a realização deste trabalho não seria possível.

À minha família, meu carinho, aos meus pais, Clara e Manoel que sempre me incentivaram e em especial ao meu irmão Thiago que sempre acreditou em mim.

À Ednaldo, meu amor e gratidão, pela compreensão e, sobretudo por ter me apoiado neste estudo.

À minha filha Lis Maria, que ao contrário de que muitos pensavam, o seu nascimento me deu forças de coragem para continuar esse trabalho.

Àquelas pessoas que direta, ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho: os amigos que conquistei ao longo do mestrado, Lemerton, Marcelo e Shirley. A minha sogra Luzia que cuidou da minha filha quando precisei me ausentar para assistir as aulas e aos amigos novos e os de sempre, Deliana Ricelli e Thamyres Cândida pela hospedagem em sua residência. A Jaqueline Barreto, Greiciane Prazeres e Ebson Brito pelo companheirismo.

A autora

RESUMO

PEREIRA, E., F. **Esquemas utilizados por estudantes do 9º ano ao resolver situações da Estrutura Multiplicativa**, Dissertação de Mestrado defendida junto ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, UESC, 2015.

RESUMO

Esta pesquisa aconteceu no âmbito de dois projetos, um realizado no Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e em Ciências (GPEMEC), intitulado "Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental, o qual chamamos de E-Mult, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) projeto 15727 e, o outro é, o projeto "A formação de professores que ensinam matemática na Bahia" - PEM, número PES0019/2013, financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB). Este recorte tem como objetivo analisar os esquemas utilizados por alunos, do 9º ano do Ensino Fundamental, ao resolverem situações-problema relacionadas à comparação multiplicativa. Para cumprimento de tal objetivo, foi adotada uma fundamentação, a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), mais especificamente as Estruturas Multiplicativas. Para tanto, foi elaborado um instrumento diagnóstico apoiado nos pressupostos teóricos das Estruturas Multiplicativas proposto na TCC e, nos descritores da avaliação de larga escala a nível nacional, Prova Brasil. O instrumento é composto de quatorze situações-problema. Contudo, para alcançar o objetivo proposto a análise circunscreveu três situações que abordam a ideia de comparação multiplicativa. Após a análise dos esquemas de solução utilizados pelos alunos, procedemos com uma entrevista semi-estruturada com os alunos que apresentaram, nos protocolos de pesquisa, esquemas de solução não compreendidos pelos pesquisadores. Foram envolvidas neste recorte duas escolas públicas, pré-selecionadas no âmbito dos projetos. Os resultados evidenciam que os alunos ao resolverem situações com a relação e o referido desconhecido, tem dificuldade em compreender as expressões linguísticas, principalmente nas situações em que a solução está atrelada ao conceito de divisão. Os esquemas mais utilizados foram o uso das operações de multiplicação e divisão.

Palavras-chaves: Estruturas Multiplicativas; Esquemas de solução; Desempenho; Comparação Multiplicativa.

ABSTRACT

Pereira,E.F. Structures used by 9th grade students to resolve multiplicative structures situations, Dissertação de Mestrado definida junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UESC, 2015.

ABSTRACT

This study happened at framework of the two research project, with one executed at Grupo de Pesquisa em Educação Matématica, Estatística e em Ciências (GPEMEC) entitled "A study on the domain of multiplicative structures at elementary school, which we call E-Mult-funded by Coodenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) Project 15727 and the other program is “A Formação de professores que ensinam matemática na Bahia” - PEM, number PES0019/2013, backed by Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB). This clipping has as purpose to analyze the diagram used by students of the 9th elementary school grade, when they have resolved problem-situations related to multiplicative comparison. To achievement of this objective, it was adopted a foundation the Teoria dos Campos Conceituais (TCC), specifically the multiplicative structures. For this purpose, it was made a diagnostic tool supported the theoretical assumptions of multiplicative structures defaults in TCC, and in large-scale assessment descriptors nationwide Prova Brasil. The instrument consists of fourteen problem-situations. However, to achieve the proposed objective the analysis circumscribed three situations that approach multiplicative comparison view. After analyzing the solution diagram used by students, we proceed a semi-structured interview with them who submitted to search protocols, resolution schemes have not understood by researchers. Two public schools were involved in this clipping, pre-selected under the works purview. The results show students have difficulty to understand linguistics terms when they have solve situations with the relationship and said unknown, especially in situations which the solution is linked to the division concept. The most frequently used schemes were use of multiplication and division operations.

Keywords: multiplicative structures; Solution diagrams; Performance; Multiplicative comparison.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
EJA	Educação de Jovens e Adultos
E-MULT	Estruturas Multiplicativas
OBEDUC	Observatório de Educação
PARFOR	Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
TCC	Teoria dos Campos Conceituais
UESC	Universidade Estadual de Santa Cruz

INTRODUÇÃO

Atuamos como professoras da educação básica e algumas inquietações foram surgindo ao longo dos anos; questionamentos tais como, qual a melhor forma de se ensinar e promover a aprendizagem? É possível que todos os estudantes aprendam de maneira uniforme? Por que os estudantes têm mais dificuldades em determinados conteúdos? Questionamentos como esses, que não conseguíamos responder, nos fizeram querer estudar mais, para tentar entender situações que aconteciam em sala de aula. Isso nos conduziu a tentar a seleção de mestrado.

Até aí nossos objetivos estavam totalmente voltados para a nossa sala de aula, acreditando que a pesquisa poderia trazer as respostas que procurávamos. Ao ingressar no mestrado, apresentamos uma proposta que relacionava os jogos matemáticos e a Teoria das Situações Didáticas.

Logo no início do primeiro semestre, nossa orientadora nos convidou para participar do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e em Ciências (GPEMEC), coordenado por ela. Estavam em andamento três projetos de pesquisa cuja base teórica é a Teoria dos Campos Conceituais, mas especificamente, as Estruturas Multiplicativas, proposta por Gérard Vergnaud.

As primeiras leituras sobre essa teoria foram difíceis, pois era algo que ainda não havíamos estudado. Contudo, as constantes discussões coletivas sobre os textos lidos começaram a clarear nossas ideias e nos permitir perceber a relação deles com a nossa prática enquanto professoras. Passamos a considerar que aquela teoria poderia responder a alguns dos questionamentos a respeito das quatro operações básicas.

A partir das inúmeras leituras, deparamo-nos com a comparação multiplicativa, um dos eixos do Campo Conceitual Multiplicativo, situação esta que muito nos interessou, pois a comparação é algo que está envolvido no cotidiano da criança. A comparação entre duas quantidades ou objetos é feita a todo o momento. Resolvemos, então, buscar entender como as crianças pensam e resolvem situações desse tipo.

Magina, Santos e Merlini afirmam que

> situações do campo conceitual multiplicativo envolvendo a ideia de comparação multiplicativa podem gerar dificuldades que residem não no fato de efetuar a operação de multiplicação ou de divisão, mas sim na complexidade de compreender o enunciado e traduzi-lo em uma operação matemática adequada para a resolução da situação. (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2011, p.11).

Dessa forma, situações do tipo comparação multiplicativa, que aparecem expressões como "vezes mais", "vezes menos" parecem simples, mas nossa prática docente aponta que há muita confusão por parte dos estudantes ao resolver essas situações. No entanto situações de comparação multiplicativa com expressões do tipo "dobro" e "triplo" são apresentadas aos alunos desde muito cedo, dessa forma essas situações se tornam simples de serem resolvidas. Tal inferência sustenta-se no fato de que:

> [...] problemas que envolvem a ideia de comparação multiplicativa com expressões do tipo "dobro", "metade", tal como "Maria tem 4 bolachas e Carlos tem o dobro dessa quantidade. Quanto tem Carlos?" são apresentadas aos estudantes desde muito cedo e que, em geral, não apresentam dificuldade em resolver. (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2011, p.11).

Situações como essas são consideradas simples para os estudantes, pois são "treinados" desde os anos iniciais a resolverem situações desse tipo, porém, quando são abordados com outras mais elaboradas, sentem dificuldade em resolvê-las.

A dissonância entre o parecer situações simples e a dificuldade apresentada por nossos estudantes para resolvê-las nos levou a investigar o tema. No início dos estudos, percebemos que ainda existem muitos concepções e conceitos a serem desmistificados no ensino de multiplicação.

Dado ser papel do professor, desmistificar o conceito da multiplicação, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) propõem que o professor, ao trabalhar com a Estrutura Multiplicativa, o faça em todos os eixos e classes com o intuito de utilizar tais conhecimentos no cotidiano.

Normalmente, a construção dos conceitos matemáticos, pelos estudantes, acontece gradativamente respeitando o tempo de aprendizagem de cada um deles e, por essa razão, o professor pode partir dos conhecimentos prévios para, somente depois, acrescentar novos conceitos utilizando a exploração e discussão de diferentes formas de representação para resolver situações-problema envolvendo a multiplicação.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p.87), afirmam que no ensino da multiplicação o estudante deve ser capaz de resolver situações-problema sobre o princípio multiplicativo, por meio de esquemas variados, como a construção de diagramas, tabelas e sem a aplicação de fórmulas.

Assim, acreditamos que os estudantes são capazes de resolver problemas multiplicativos de maneiras diversificadas. E qual o papel do professor?

Ewbank (2002) afirma que os professores concebem a multiplicação como uma simplificação da adição e todas as suas demais propriedades são entendidas como estratégias para exercícios e variações dessa adição reiterada de parcelas iguais.

Dessa forma, apresentar a multiplicação de números naturais como “adição de parcelas iguais” não é uma ideia errada, é somente um dos aspectos básicos para a compreensão dessa operação, mas ela não pode ser considerada como uma forma única de aprendê-la, mesmo porque ela fica limitada, quando lidamos com os números racionais.

Pensamos, ainda, que o uso de tal conceito seja proveniente da educação básica do próprio professor, pois, na graduação, não temos oportunidade de tais discussões acerca do seu currículo. A partir de leituras feitas sobre a formação de professores, percebemos que certas concepções inerentes à prática do professor, não são influenciadas pela formação inicial, mas sim por experiências anteriores a ela.

Ewbank (2002, p. 214) afirma que, conhecendo com mais profundidade os procedimentos multiplicativos, o professor tem a possibilidade de compreender as relações lógico-matemáticas que o estudante realiza na tentativa de apreender esse conteúdo.

Dessa forma, o professor será o mediador da construção desse conhecimento. Quanto ao estudante, na tentativa de solucionar situações multiplicativas utilizando seus esquemas, ele pode aprender muito além do conceito multiplicativo.

Para isso, tentaremos responder a seguinte questão de pesquisa: **Quais os esquemas utilizados por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental ao resolverem situações-problema relacionadas à comparação multiplicativa?**

Nesse sentindo, este trabalho tem como objetivo principal: **Compreender e analisar os esquemas utilizados por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental para a resolução de situações-problema relacionadas à comparação multiplicativa.**

Para responder à referida questão de pesquisa, analisaremos os esquemas utilizados por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental ao resolverem situações-problema relacionadas à comparação multiplicativa, assim como o seu desempenho e buscaremos identificar os invariantes operatórios apresentados nesses esquemas.

Neste caminhar, o trabalho foi organizado em quatro capítulos. No primeiro, faremos um estudo sobre a teoria que sustenta nosso trabalho, a Teoria dos Campos Conceituais, a Estrutura Multiplicativa e, por fim, a comparação multiplicativa.

No segundo capítulo, revisitaremos trabalhos que abordam a mesma temática, analisando a importância da teoria e dando ênfase à Estrutura Multiplicativa.

Em seguida, dissertaremos, no capítulo três, sobre os aspectos metodológicos, as escolas e os sujeitos da pesquisa, o percurso metodológico e o instrumento diagnóstico. No capítulo quatro, apresentaremos e descreveremos as análises dos resultados. E, por fim, as considerações finais.

CAPÍTULO I

1.TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Para que possamos desenvolver a pesquisa, faz-se necessário respaldar-nos em uma teoria e, para isso, teremos como aporte teórico, a Teoria dos Campos Conceituais (TCC).

Essa teoria foi desenvolvida pelo Francês Gérard Vergnaud é uma teoria concepção cognitivista, que visa à compreensão de como as crianças e os adolescentes constroem os conhecimentos. Sugere aos professores, pensar mais sistematicamente, propondo situações para os estudantes, de forma que aconteça o aprendizado.

A sua principal finalidade para Vergnaud

> é fornecer um quadro que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimento, nas crianças e nos adolescentes, entendendo por conhecimento, tanto o saber fazer como os saberes expressos. (VERGNAUD, 1996, p.155).

Sendo assim, essa teoria interliga o saber, o professor e o estudante. Estuda situações que envolvem o ensino e a aprendizagem, analisando o comportamento e os discursos produzidos pelos estudantes, assim como as escolhas e ações dos docentes.

1.1 Campos Conceituais

Para Vergnaud (1982), um Campo Conceitual é

> [...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, ações, conteúdos, e operações de pensamento, conectados uns aos outros e provavelmente interligados durante o processo de aquisição. (VERGNAUD, 1982, p.40 tradução nossa).

Sendo assim, o Campo Conceitual é um conjunto de tarefas cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos distintos mas que estão relacionados entre si. A TCC privilegia situações que atribuem um papel essencial aos próprios conceitos matemáticos.

A construção do Campo Conceitual depende de fatores relacionados à vida social e escolar. Santana (2010, p. 29) afirma que "aprendizagem é um fator que atua na construção do conhecimento da criança". Para isso, é indispensável a ação do professor e das pessoas que a rodeiam. Sendo assim:

> o âmbito escolar, muitas vezes ela depende diretamente da atuação do professor (suas escolhas, planejamentos e desenvolvimento de experimentos didáticos). No âmbito social, depende dos fatores alheios à vontade ou inferências do professor ou da escola, dentre eles: a alimentação, a estrutura familiar, o apoio da família. (SANTANA, 2010, p. 29).

Dessa forma, uma criança pode construir um Campo Conceitual, também, por meio de experiências cotidianas, como, por exemplo, ir ao supermercado fazer compras. Ao analisar qual o melhor produto a ser comprado pelo valor, qualidade e quantidade, ela utiliza conhecimentos adquiridos anteriormente ao ingresso na escola.

Na escola, as crianças podem utilizar suas experiências do cotidiano, quando confrontadas com novas situações, que necessitam da utilização de seus conhecimentos prévios, adquiridos em experiências, muitas vezes, vividas fora da escola e que são adaptadas às novas situações.

1.1.1 Conceitos

O que é conceito? Esta palavra nos leva logo a pensar em definição, concepção, ideia e opinião, pois o conceito abrange todas essas palavras para o seu entendimento. Para Vergnaud (1996, p.156), "um conceito não pode ser reduzido a sua definição, pelo menos quando nos interessa a sua aprendizagem e o seu ensino", uma vez que, através do conceito aprendido, poderemos entender e utilizar definições, teoremas, entre outros.

Ainda segundo Vergnaud (1996, p.156), "um conceito só faz sentido para a criança quando ele é adquirido por meio de situações a serem resolvidas", pois, ao tentar solucionar determinada situação ela utiliza todos os conhecimentos adquiridos dentro ou fora da sala de aula. Para Santana (2010, p.32), "cada situação envolve mais de um conceito e cada conceito não deriva apenas de um tipo de situação". Com isto, os conceitos e as situações são totalmente dependentes entre si, para fazerem sentido na interpretação da criança.

Sendo assim, conceitos novos podem ser adquiridos por meio de situações que podem ser teóricas ou práticas, porque o entendimento do estudante se dá quando ele é confrontado por mais de uma situação e, essa, envolve mais de um conceito. Para tal entendimento, ainda é muito importante o papel que a linguagem e o simbolismo desempenham na conceitualização e na ação da criança, pois é por meio deles que o conceito e a situação farão sentido para que aconteça a sua assimilação.

A utilização de situações pertinentes leva o estudante à percepção da conexão entre vários conceitos, fazendo com que ele consiga adquirir conhecimentos a partir de situações já vivenciadas ou não.

Vergnaud (1996, p. 166) afirma que:

> uma abordagem psicológica e didática da formação dos conceitos matemáticos conduz-nos a considerar o conceito como um conjunto de invariantes utilizáveis na ação. [...] Deste modo, a definição pragmática de um conceito faz apelo ao conjunto das situações que constituem as referências das suas diferentes propriedades, e ao conjunto dos esquemas utilizados pelos sujeitos nessas situações. (VERGNAUD, 1996, p. 166).

Nesse sentido, um conceito depende de um conjunto de situações e a criança, ao ser confrontada com a situação, pode usar, em seus esquemas de solução, invariantes pertinentes ao conceito.

A utilização de palavras, enunciados, símbolos e signos, são indispensáveis para a conceitualização. Assim, Vergnaud (1996) considera que um conceito é um tripé de três conjuntos: a situação, o significado e o significante.

Ainda para Vergnaud (1996, p. 166), o conjunto de situações (S) é o referente do conceito; o significado (I) "é o conjunto das invariantes nas quais assenta a operacionalidade dos esquemas" e o significante (R) é o "conjunto das formas pertencentes e não pertencentes à linguagem que permitem representar simbolicamente o conceito, as suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento". Estes três conjuntos são tratados pelo autor pelo símbolo C= (S,I,R).

De acordo com Zanella e Barros (2014, p. 17), para estudar o desenvolvimento e o funcionamento de um conceito durante os processos de ensino e aprendizagem, é necessário considerar que esses três conjuntos ocorram simultaneamente nas práticas escolares, uma vez que um conjunto depende do outro, para que ocorra o ensino e a aprendizagem em sala de aula.

1.1.2 Situação

As situações são tarefas que podem surgir no âmbito escolar e no âmbito social. Quando estão no âmbito escolar, visam as análises, os procedimentos cognitivos e as respostas dos estudantes quando estão diante delas. O conceito de situação limitada aos processos cognitivos remete-se a duas ideias: variedade e história.

> 1-ideia de variedade: existe uma grande variedade de situações num dado campo conceptual, e as variáveis de situação são um meio de gerar de forma sistemática o conjunto das classes possíveis;
>
> 2- ideia de história: os conhecimentos dos estudantes são formados pelas situações com que eles se deparam e que progressivamente dominaram, nomeadamente pelas primeiras situações suscetíveis de dar sentido aos conceitos e aos procedimentos que lhe pretende ensinar-lhes. (VERGNAUD, 1996, p. 171).

Assim, na ideia de variedade, um campo conceitual necessita de um grande número de situações para dar sentido ao conceito e, na ideia de história, o estudante vai construindo historicamente, progressivamente, os conceitos. Detalharemos, na próxima subseção, a organização dos invariantes operatórios.

1.1.3 Invariante Operatório

Os invariantes operatórios são muito importantes para a resolução de uma situação, pois são eles que dão significado ao conceito e que permitem à criança o reconhecimento dos elementos necessários à situação para a sua resolução.

Magina (2008) ressalta que o conjunto dos invariantes compreende os objetos, as propriedades e as relações que podem ser reconhecidas e usadas pela criança, para analisar e dominar as situações, e que expressam a sua compreensão sobre o conceito.

Segundo Vergnaud (1996), os invariantes operatórios são divididos em três tipos lógicos: proposição, funções proposicionais e argumento. Os invariantes tipo proposição são aqueles que podem ser verdadeiro ou falso e, ainda, para o autor, eles podem ser chamados de Teorema-em-ação.

Zanella e Barros (2014, p.19), abordam um exemplo de Teorema-em-ação que esclarece esse tipo de invariante: “no conjunto dos números naturais a operação de multiplicação equivale a somas sucessivas de parcelas iguais, que sempre aumentam”.

Uma afirmativa como essa é verdadeira apenas quando abordada no conjunto dos números naturais. Essa propriedade no conjunto como o dos números inteiros e racionais não é verdadeiro. Assim, os teoremas-em-ação somente têm validade para um determinado domínio da situação. Para Vergnaud (1996, p. 164), “estes conceitos são raramente explicitados pelos estudantes”.

Por exemplo: Samuel tem três cadernos e Lívia tem duas vezes mais cadernos que Samuel. Quantos cadernos Lívia tem? Nesta situação comparativa existe a relação estabelecida entre a quantidade de cadernos de Samuel e a de Lívia. A relação dá sustentação para o conceito de multiplicação envolvido na situação, porém não se constitui numa propriedade matemática da operação de multiplicação, mas num conceito que dá sentido a estrutura da situação.

Vergnaud (1996) revela uma estreita relação entre os invariantes do tipo proposicional e função proposicional, mas ambas têm suas particularidades, podendo afirmar que os invariantes do tipo argumento são uma junção dos dois tipos anteriores.

Para solucionar uma situação, possivelmente é utilizado mais que um invariante operatório, sendo necessário o entendimento e a compreensão de todos os tipos. Para expressarmos os invariantes operatórios, utilizamos representações, sejam elas verbais, algébricas, geométricas, desenhos, algoritmos, entre outros. A seguir, apresentaremos a representação simbólica também chamada significante.

1.1.4 Representação Simbólica

Para Zanella e Barros (2014), são as representações simbólicas que dão sentido às situações. Elas funcionam como intermediárias entre a situação e o esquema. Assim, o comportamento e a organização constituem o esquema e a representação simbólica permite expressar o esquema.

Vejamos no Quadro 1.1 um exemplo de situação proposta no modelo da prova Brasil (2011) que nos possibilita uma representação simbólica por meio de operações e representação pictórica.

Quadro 1.1: Situação apresentada no modelo da Prova Brasil (2011, p. 176)

Num cinema, há 12 fileiras com 16 poltronas e 15 fileiras com 18 poltronas. O número total de poltronas é: (A) 192. (B) 270. (C) 462. (D) 480.

Fonte: Brasil. Ministério da Educação. PDE: **Plano de Desenvolvimento da Educação**: Prova Brasil: Ensino Fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2011.

O Quadro 1.2 apresenta um dos possíveis esquemas de solução, utilizando a representação simbólica através de operações.

Quadro 1.2: Representação simbólica através de operações

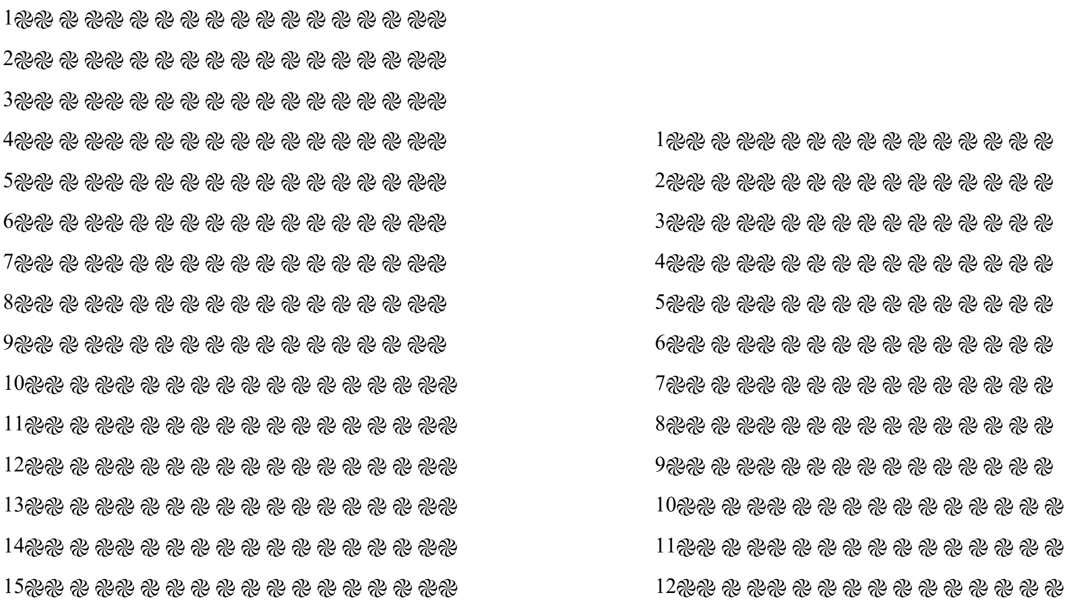
12	**e**	**15**	**192**
x16		**x18**	**+ 270**
192		**270**	**462**

Fonte: Feito pela autora

No quadro 1.2, foram usados, na organização do esquema, três operações. Primeiramente, duas multiplicações, seguidas da adição do produto dessas duas multiplicações. Esse é apenas um dos possíveis esquemas que podem levar o estudante à solução da situação. Geralmente, esse tipo de esquema é o mais utilizado em sala de aula, pois é o modo como os estudantes são ensinados formalmente.

Outra forma de representação simbólica que podemos utilizar para representar um esquema é a representação pictórica, por meio de desenhos, tracinhos ou qualquer outro símbolo que leve o estudante à solução da situação. A Figura 1.1 é um possível esquema por meio de representação pictórica da situação do Quadro 1.1.

Figura 1.1: Representação Simbólica através de Representação Pictórica



Fonte: Feito pela autora

Numa representação como essa, na Figura 1.1, a criança usa símbolos numéricos para representar as fileiras e o desenho para representar cada poltrona. Em seguida, conta os desenhos obtendo uma resposta para a situação. Mas, essa representação não é mais viável, porque a situação tem valores altos, o que faz com que o estudante demore muito para resolvê-la, correndo o risco de errar ao contar. São situações desse tipo que proporcionam ao estudante a possibilidade de elaborar a melhor estratégia de resolução, ou seja, aquela que lhe dará mais certeza da solução em um menor tempo.

A representação é algo que requer uma atenção maior por parte do professor e do estudante, pois nem sempre conseguimos representar simbolicamente o que estamos pensando. Por exemplo: quando queremos multiplicar dois valores para solucionar uma determinada situação multiplicativa, podemos utilizar dois signos que expressam a mesma coisa, que é o significado da multiplicação. Neste caso, temos o símbolo "*x*" (representação) e o símbolo "." (representação) representam o mesmo tipo de operação (invariante) que representa o produto de dois valores (situação).

Dessa forma, temos mais de uma representação para dar significado ao mesmo objeto e a representação é a interação entre os invariantes operatórios e as situações.

1.1.5 Esquemas

Para que possamos solucionar uma situação, é necessário que organizemos nossos pensamentos, estratégias e anotações, a fim de que possamos colocar em prática todos os conhecimentos necessários para a sua resolução. A esse comportamento e organização, damos o nome de esquemas de solução.

Para Vergnaud (1996):

> esquema é a organização invariante da conduta para uma dada classe de situações. É nos esquemas que se tem de procurar os conhecimentos em ato do sujeito, ou seja, os elementos cognitivos que permitem à ação do sujeito ser operatória. (VERGNAUD, 1996, p.157).

Portanto, é nos esquemas que aparecem os elementos cognitivos (conhecimento em ação), fazendo com que a ação da criança seja operatória. Com o passar do tempo, esses elementos automatizam-se, progressivamente, fazendo com que a criança tome decisões conscientes das estratégias utilizadas nos esquemas.

Dessa forma, quanto mais o estudante resolve o mesmo tipo de situação, a tendência é ele utilizar esquemas mais simples automaticamente. Para Vergnaud (1996), a automatização é evidentemente uma das manifestações mais visíveis do caráter invariante da organização na ação, sendo que isso não impede que o estudante controle qual esquema será o mais adequado para a situação.

Ao tentar solucionar uma situação, a criança utiliza esquemas implícitos e explícitos. Os esquemas implícitos são aqueles que estão no seu pensamento, como os conceitos e teoremas que utilizamos para resolver, mas não colocamos no papel, são os invariantes operatórios. Os esquemas explícitos são uma simplificação da ideia do esquema utilizado para solucionar a situação.

Na maioria das vezes, os esquemas utilizados pelos estudantes são eficazes, mas quando não são suficientes, as experiências passadas fazem com que eles sejam mudados ou alterados com o intuito de levá-los ao acerto. (VERGNAUD, 1996).

Nesse sentido, a criança, ao utilizar um esquema que não a conduz à solução, imediatamente tende a modificá-lo, utilizando-se de outro esquema, até encontrar o que a levará à solução correta, uma vez que o seu funcionamento cognitivo ocorre através de uma sequência de esquemas disponíveis, já formados, anteriormente, mas, no momento da ação, ela pode descobrir novos esquemas, a partir da sua necessidade para resolução.

Vergnaud (1996, p. 161) afirma que “cada esquema é relativo a uma classe de situações cujas características são bem definidas”, pois, quando o esquema já é operatório para a criança, a utilização de cada procedimento novo, provavelmente já foi empregada para solucionar algo semelhante anteriormente. “O reconhecimento de invariantes é, pois, a chave da generalização do esquema” (VERGNAUD, 1996, p. 161)

Muitas vezes, ao tentar solucionar uma situação, a criança utiliza esquemas muito extensos, fazendo com que a resolução se estenda, dificultando encontrar a solução, então, outras formas de organização são tomadas para tornar o esquema eficiente e efetivo.

> Se reconhece facilmente que um esquema é composto de regras de ações e de antecipações, uma vez que gera uma sequência de ações visando atingir determinado objetivo, nem sempre se reconhece que ele é geralmente composto, de forma essencial, por invariantes operatórias (conceito em ação e conhecimento em ação) e por inferências. (VERGNAUD, 1996, p. 162).

Ao utilizar seus conhecimentos previamente organizados, para resolver uma determinada situação, a criança está utilizando os invariantes operatórios e os símbolos explícitos para organizar seu esquema e levá-los à solução da situação.

1.2 Estrutura Multiplicativa

O Campo Conceitual Multiplicativo ou Estruturas Multiplicativas é apenas um dos vários Campos Conceituais existentes. A Teoria dos Campos Conceituais tem um olhar especial para as Estruturas Aditivas e Multiplicativas, pois elas têm diferentes estruturas de pensamento e vários conceitos fazem parte desses campos, conceitos que podem ser adquiridos bem antes de as crianças chegarem à escola, advindos do seu cotidiano.

Nesta pesquisa estudaremos o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, definido por Vergnaud (1991) como:

> o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar estas situações: proporção simples e proporção múltipla, função linear e n-linear, relação escalar direta e inversa, quociente e produção de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração relação, número racional, múltiplo e divisor, etc. (VERGNAUD, 1991, p.168).

Os conceitos inerentes ao Campo Conceitual Multiplicativo também podem ser aplicados em outros Campos Conceituais, sendo ilimitado o alcance do seu quadro teórico. Ele se aplica aos conceitos e teoremas matemáticos, físicos, químicos, biológicos, entre outros. Abrangem situações que envolvem operações, conceitos, teoremas, algoritmos sobre as operações de multiplicação e divisão.

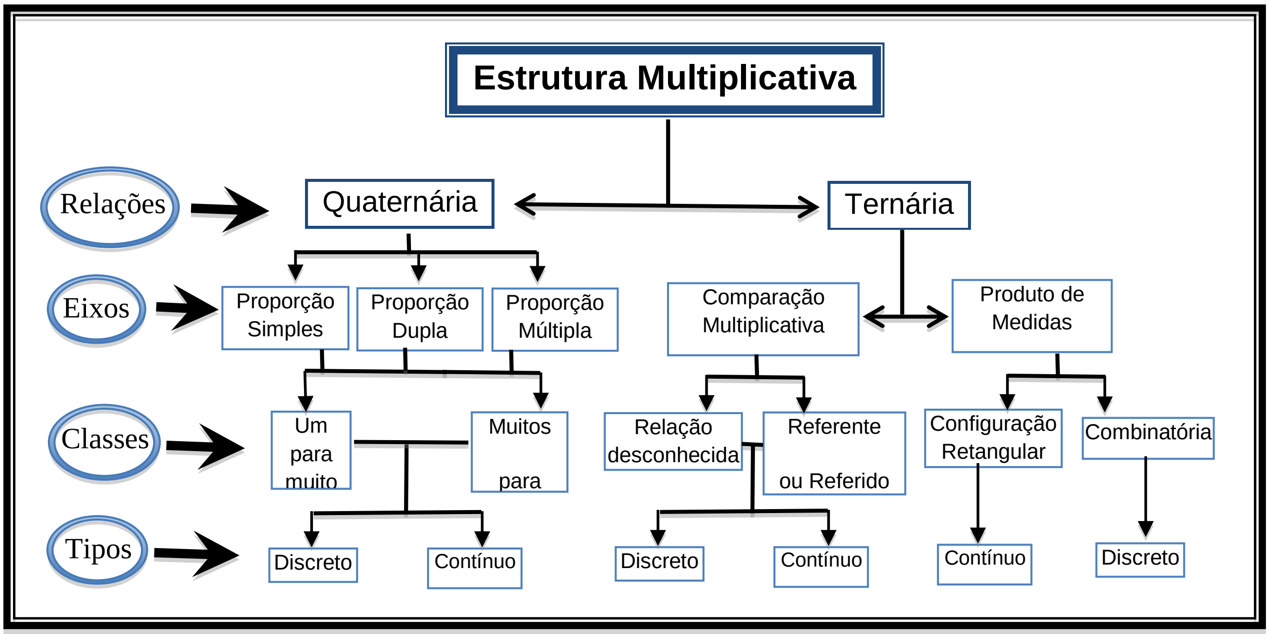
Sobre isso, Magina, Santos e Merlini afirmam que:

> ao trabalhar com problemas do campo conceitual multiplicativo, a escola, quase sempre, centra-se no ensino das tabelas de multiplicar e no manejo dos algoritmos, convertendo a memorização das multiplicações básicas em um dos objetivos centrais do ensino da matemática no Ensino Fundamental. (MAGINA; SANTOS; MERLINI 2011, p. 1).

Os autores afirmam que existe um tendência da escola induzir através do ensino de algumas regras da multiplicação a efetuarem por memorização. Esse tipo de procedimento não é o que se propõe a Estrutura Multiplicativa, que ressalta a necessidade de relações mais abrangentes, a fim de possibilitar ao estudante a utilização desses conhecimentos no seu cotidiano.

Para simplificar as subdivisões das Estruturas Multiplicativas, a Figura 1.2 apresenta o esquema que foi proposto por Santos (2015, p.105).

Figura 1.2: Esquema da Estrutura Multiplicativa proposto por Santos



Fonte: SANTOS (2015, p. 105).

Na sequência, detalharemos as relações, eixos, classes e tipos que compõem a Estrutura Multiplicativa e situaremos a nossa pesquisa dentro desse esquema proposto.

1.2.1 Relação Quaternária

A relação quaternária é a relação entre quatro quantidades: duas a duas distintas. O seguinte exemplo, retirado do Modelo da Prova Brasil (2011, p.123) ilustra esse tipo de relação:

Quadro 1.3: Situação proposta pelo modelo da Prova Brasil 2011

A avó de Patrícia mora muito longe. Para ir visitá-la, a menina gastou 36 horas de viagem. Quantos dias durou a viagem de Patrícia?

Solução:

Como sabemos que um dia tem 24 horas, estabelecemos a seguinte relação:

	Quantidade de tempo em dias	Quantidade de tempo em horas	
	1	24	
$\boxed{x36/24}$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\boxed{x36/24}$
	x	36	

Fonte: Brasil. Ministério da Educação. PDE: **Plano de Desenvolvimento da Educação**: Prova Brasil: Ensino Fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2011.

Nessa situação-problema, temos uma relação entre duas quantidades (dias e horas). Esse tipo de relação possibilita aos estudantes compreenderem, porque multiplicamos uma quantidade pela outra (dias e horas) e o resultado é expresso em uma quantidade, na nossa situação, em dias e não em horas. Possibilita, também, várias formas de resolução, ampliando a possibilidade de uso de diferentes esquemas pelos estudantes.

A relação quaternária divide-se em três eixos, Proporção Simples, Proporção Dupla e Proporção Múltipla. O exemplo anterior é uma situação do tipo proporção simples, pois ele faz relação com uma unidade de quantidade. Temos que um dia é equivalente a 24 horas, fazemos uma relação com 36 horas.

A Proporção Simples divide-se em duas classes, um para muitos e muitos para muitos. Estas podem ser do tipo discreto ou contínuo. Com a mesma estrutura, de um para muitos, é possível variar o valor desconhecido de três formas e, para cada valor, o nível de complexidade aumenta. Podendo ser multiplicação, divisão por parte ou divisão por quota.

Santos (2012, p. 104) ilustra essas três formas, no Quadro 1.4, a seguir.

Quadro 1.4: Quadro elaborado por Santos (2012)

Multiplicação	Divisão: busca do valor unitário (partitiva)	Divisão: busca da quantidade de unidades (quotitiva)
$1 \longrightarrow A$ $b \longrightarrow x$	$1 \longrightarrow x$ $b \longrightarrow c$	$1 \longrightarrow a$ $x \longrightarrow c$

Fonte: SANTOS, A.; **Processos de formação colaborativa com foco no campo conceitual multiplicativo: um caminho possível com professoras polivalentes,** Tese - (Doutorado) Pontifícia Católica de São Paulo: PUC, 2012.

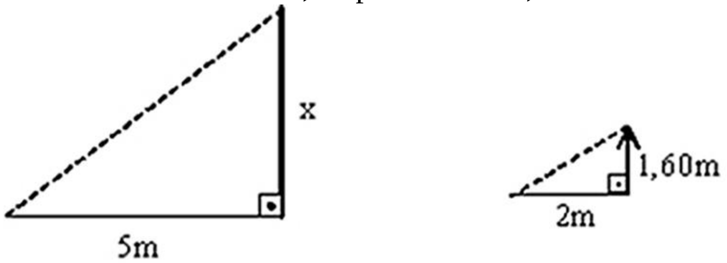
No Quadro 1.4, é possível observar que temos quatro quantidades, sendo que uma delas tem valor um. São três possibilidades de situações distintas, em que cada uma busca determinar um certa quantidade da relação quaternária estabelecida, sendo que numa é usada uma multiplicação, em outra a divisão por partes e, numa terceira, a divisão por quota.

Assim, identificamos que há três conjuntos de situações caracterizados pela movimentação da incógnita (X) na relação. Na multiplicação, temos uma relação do tipo $1 \times X = a \times b$. Para a divisão partitiva, podemos ter uma multiplicação e uma divisão, obtendo a quantidade correspondente ao valor unitário na outra grandeza dada, $b \times X = 1 \times c$. E, para a divisão quotitiva também temos uma multiplicação e uma divisão, $a \times X = 1 \times c$, mas a quantidade encontrada será a quantidade que se refere a mais unidades (isso considerando o conjunto numérico dos números inteiros).

A classe muitos para muitos não apresenta a relação unitária, conforme o exemplo, a seguir:

Quadro 1.5: Situação retirada do modelo da Prova Brasil

No pátio de uma escola, a professora de matemática pediu que Júlio, que mede 1,60m de altura, se colocasse em pé, próximo de uma estaca vertical. Em seguida, a professora pediu aos seus estudantes que medissem a sombra de Júlio e a da estaca. Os estudantes encontraram as medidas de 2m e 5m, respectivamente, conforme ilustram as figuras abaixo.



A altura da estaca media:

(A) 3,6m. (B) 4m. (C) 5m. (D) 8,6m.

Fonte: Brasil. Ministério da Educação. PDE: **Plano de Desenvolvimento da Educação**: Prova Brasil: Ensino Fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2011.

Situações como a que está colocada no Quadro 1.5 podem ser analisadas de duas formas: operador escalar (operador vertical) que não possui dimensão ou operador funcional (operador horizontal) que passa de uma grandeza para outra. Assim, nessa situação teríamos os seguintes esquemas:

Quadro 1.6: Representação de esquema com operador escalar

	Sombra em m	Altura em m	
	2	1,60	
$\boxed{x\ 2{,}5}$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\boxed{x\ 2{,}5}$
	5	*x*	

Fonte: Feito pela autora

No Quadro 1.6, temos uma multiplicação de 5 metros de sombra por 1,60 metros de altura. Em seguida, divide-se o resultado da multiplicação por 2 metros de sombra para encontrar *x* metros de altura, tal como representa a relação vertical de cima para baixo. O operador $\boxed{x2{,}5}$ é um operador sem dimensão, que apenas reproduz na coluna direita o que se passa na coluna esquerda, o que exprime a passagem de 2 metros de sombra para 5 metros de sombra. O operador $\boxed{x2,5}$ é de modo o operador inverso do operador $\boxed{:2,5}$ que se faz passar de 5 metros de sombra para 2 metros de sombra.

Quadro 1.7: Representação de esquema com operador funcional

Sombra em m		Altura em m
	$\boxed{x\ 0,8\ altura/sombra}$	
2	$\longrightarrow$	1,60
5	$\longrightarrow$	*x*
	$\boxed{x\ 0,8\ altura/sombra}$	

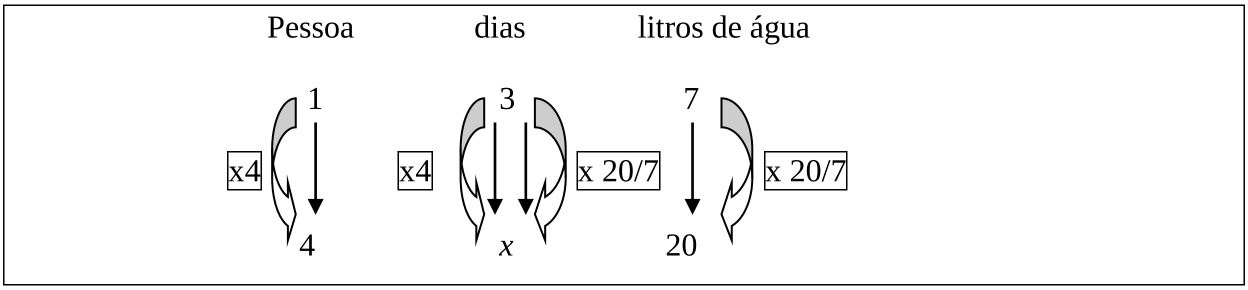
Fonte: Feito pela autora

No Quadro 1.7 temos também uma multiplicação de 5 metros de sombra por 1,60 metros de altura. Em seguida, divide-se o resultado da multiplicação por 2 metros de sombra para encontrar *x* metros de altura, tal como representa a relação horizontal da direita para a esquerda. Essa operação $\boxed{x0,8}$ é uma função inversa da função direta $\boxed{:0,8/sombra}$ que permite a passagem para a linha de cima de 2 metros de sombra ao valor proporcional da altura em metros, do valor proporcional a 5 metros de sombra. Em uma situação como esta, do Quadro 1.5, não encontraremos o valor da unidade, ou seja, de um metro de sombra para encontrarmos a altura equivalente.

A Proporção Dupla na Estrutura Multiplicativa, são situações que envolvem mais de duas grandezas que se relacionam duas a duas, separadamente, existe uma diferença entre as situações que abordam a proporção dupla e a múltipla. A Proporção Dupla, portanto, envolve ao menos três grandezas, em que uma delas é proporcional a duas outras separadamente" Gitirana et al (2014, p.81), diferentemente da proporção múltipla que os três pares de mesma natureza estão interligados. Vejamos o exemplo de uma situação da classe Proporção Dupla, seguido, no Quadro 1.8, do seu esquema com o operador escalar.

Exemplo: Em média, uma pessoa consome sete litros de água em três dias. Em quantos dias quatro pessoas consomem 20 litros de água?

Quadro 1.8: Representação de esquema com operado escalar



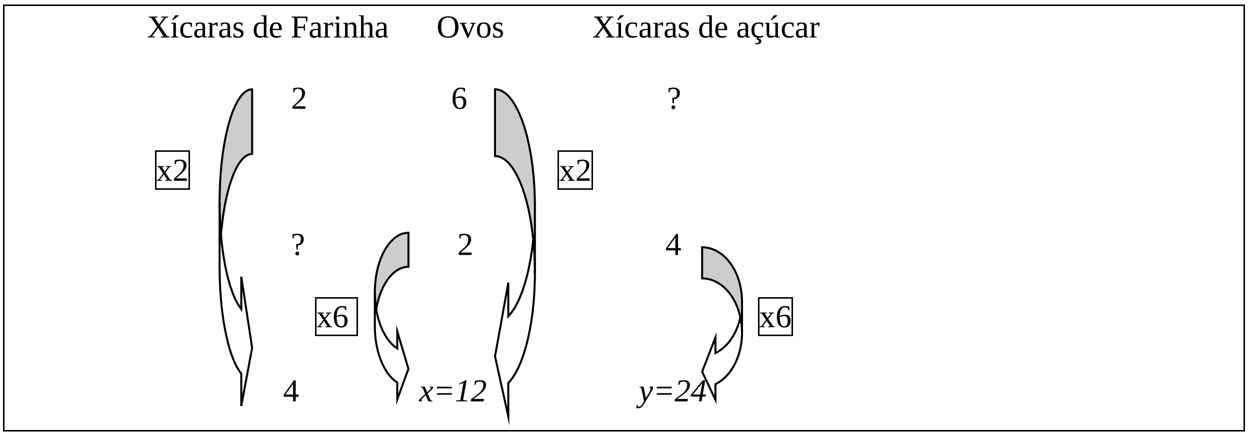
Fonte: Feito pela autora

O Quadro 1.8 apresenta o esquema com operador escalar, com três pares de mesma natureza, pessoas, dias e litros de água em que dias é proporcional a pessoas e proporcional a litros de água, separadamente.

A proporção múltipla se difere da dupla, pois envolve mais de duas grandezas relacionadas, duas a duas, juntamente. O exemplo, a seguir, evidencia a diferença entre elas, como vemos no esquema apresentado no Quadro 1.9, logo em seguida.

Exemplo: Para fazer um bolo, dona Maria utiliza a seguinte receita: para duas xícaras de farinha, ela usa seis ovos e, para cada dois ovos, quatro xícaras de açúcar. Para fazer o bolo usando quatro xícaras de farinha, quantas xícaras de açúcar vai precisar?

Quadro 1.9: Representação de esquema com operador escalar



Fonte: Feito pela autora

Primeiramente encontramos o valor de *x* para, em seguida, encontrar o valor de *y* que é a solução, mas este não é o único modo de encontrar a quantidade de xícaras de açúcar, pois poderíamos ter feito outra relação.

1.2.2 Relação Ternária

Vergnaud (2009, p. 57) define as relações ternárias como relações que ligam três elementos entre si e apresenta os seguintes exemplos: "Pedro está entre André e Joana; Sete é quatro a mais que três; Seis multiplicado por cinco dá trinta. Os habitantes da França que não são franceses são estrangeiros residindo na França".

Assim, através desses exemplos, podemos perceber que os elementos utilizados podem ser pessoas, números, conjuntos, enfim, objetos de diversas naturezas. As relações ternárias do Campo Multiplicativo são tratadas como uma ligação entre três quantidades.

Segundo o esquema feito por Santos (2015) (Ver Figura 1.2) a relação ternária divide-se em dois eixos, a comparação multiplicativa e o produto de medida. Este estudo se aterá à comparação multiplicativa e, por isso, teceremos mais detalhes.

Santos (2012, p.115) define a comparação multiplicativa como "a noção de comparação entre duas quantidades de mesma natureza", temos duas quantidades que estabelecem uma comparação de "vezes mais" ou "vezes menos".

Circunscrevendo as concepções da Estrutura Multiplicativa, destacadas no Magina, Santos (2015), o eixo comparação multiplicativa pode ter as classes: relação desconhecida; referido ou referente desconhecido.

Exemplo: ***José tem a metade da quantidade de bolas de gude de Carlos. Se José tem 50 bolas de gude. Quantas bolas de gude tem Carlos?***

Nesse exemplo, existe uma comparação entre a quantia de José e a de Carlos. Temos então, que José e Carlos são as quantidades de mesma natureza e "a metade" é a relação comparativa.

Exemplo de situação de comparação multiplicativa com a relação desconhecida***: Em uma loja de brinquedos, um carrinho custa R$ 15,00 e uma boneca custa R$ 30,00. Quantas vezes a boneca é mais cara do que o carrinho?***

Analisando o exemplo acima, veremos que o valor do carrinho e da boneca são as quantidades de mesma natureza, podemos dizer que o referido é a boneca, o referente é o carrinho e o resultado da operação 30/15 é a relação procurada.

No exemplo: ***Em uma loja de brinquedos, um carrinho custa R$ 15,00, e a boneca custa 2 vezes mais. Quanto custa a boneca?*** Aí temos o carrinho como o referente e "2 vezes mais" como a relação entre elas e, então, temos o resultado da operação 15x2 como o referido.

No exemplo: ***Em uma loja de brinquedos, o carrinho custa 2 vezes menos que a boneca. A boneca custa R$ 30,00. Quanto custa o carrinho?***

Temos o valor da boneca de R$30,00 que é o referido, "2 vezes menos", a relação entre elas, e o resultado da operação 30/2 é o referente.

Dessa forma, podemos ter três tipos distintos de situações que envolvem a comparação multiplicativa.

O outro eixo da relação ternária é o Produto de Medida que é uma relação entre três quantidades ou no plano numérico e no plano dimensional, sendo que uma delas é produto das outras duas. Esta se divide em duas classes, configuração retangular e combinatória. A configuração retangular é do tipo contínuo e a combinatória do tipo discreto.

A Configuração Retangular são situações que apresentam a ideia da organização retangular, o que permite tratá-las pelo modelo matemático (a x b = c ou c : a =b). Temos o seguinte exemplo: um terreno com formato retangular tem seis metros de comprimento e cinco de largura. Qual a área do terreno? Assim, pelo modelo matemático, temos: 6 metros x 5 metros = 30 metros quadrados.

Quadro 1.10: Representação de esquema proposto por Vergnaud (2009, p. 255)

x metros quadrados = 6 metros x 5 metros

Para números	para dimensões
x = 6 x 5	metros quadrados = metros x metros

No Quadro 1.10 encontramos um esquema no qual temos parte e parte e obtemos um inteiro. Seis metros e cinco metros são as partes, o produto da operação 6 x 5 é o todo, ou seja, 30 metros quadrados.

A ideia da Combinatória assemelha-se ao esquema da tabela cartesiana, pois é a noção de produto cartesiano que justifica a estrutura do produto de medidas, uma vez que o ele é a junção de pares ordenados, sendo que cada elemento do par ordenado pertence a um conjunto distinto.

Exemplo: Em um salão de festas há quatro moças e três rapazes. Todas as moças querem dançar com todos os rapazes. Quantos casais podem ser formados para dançar?

Sendo três conjuntos: moças, rapazes e casais, o produto é a quantidade de casais, que sofre influência das quantidades de moças e de rapazes, simultaneamente.

Para tal, temos o Quadro 1.11 que apresenta os pares combinados.

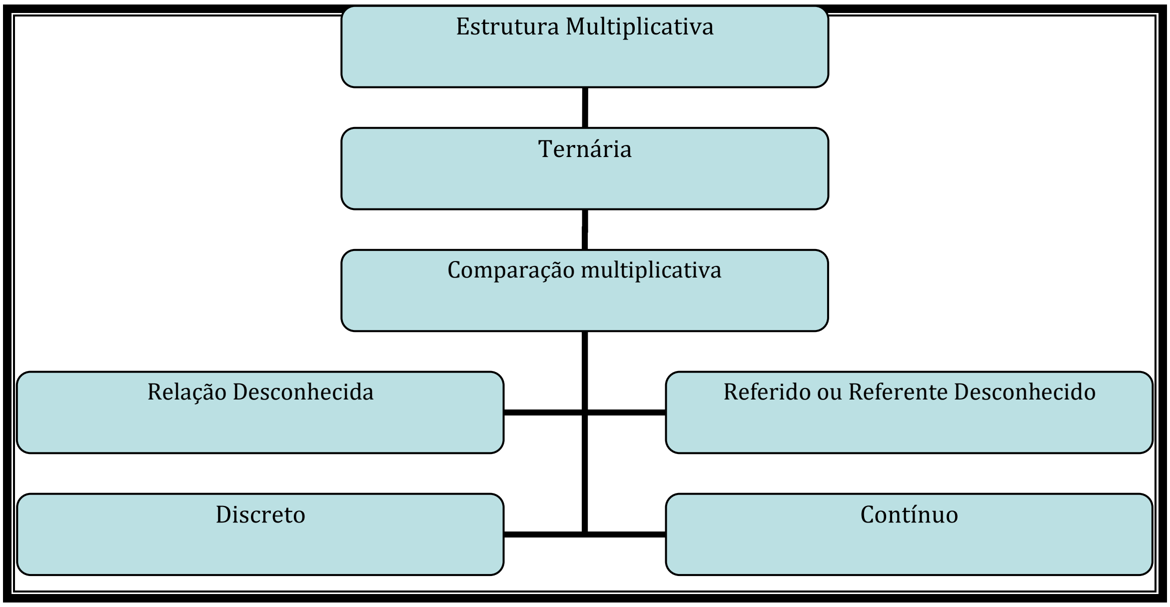
Quadro 1.11: Representação de esquema de tabela cartesiana proposta por Vergnaud (2009)

	Moça 1	Moça 2	Moça 3	Moça 4
Rapaz 1	***(R1,M1)***	***(R1,M2)***	***(R1,M3)***	***(R1,M4)***
Rapaz 2	***(R2,M1)***	***(R2,M2)***	***(R2,M3)***	***(R2,M4)***
Rapaz 3	***(R3,M1)***	***(R3,M2)***	***(R3,M3)***	***(R3,M4)***

Conforme apresentado no Quadro 1.11, existem doze possibilidades distintas de se formarem casais para dançar. Uma situação como essa pode ser demonstrada, também, através de uma operação, representada por uma relação ternária do tipo a x b = c. Mais especificamente, nessa situação, temos: 4 moças x 3 rapazes = 12 casais.

Após detalharmos toda a Estrutura Multiplicativa, olharemos especificamente para a classe da comparação multiplicativa, ficando nosso trabalho delineado teoricamente da forma em que está desenhada no Quadro 1.12, a seguir:

Quadro 1.12: Estrutura teórica do nosso trabalho



Fonte: Feito pela autora.

1.3 Síntese do capítulo

Neste capítulo, abordamos a Teoria dos Campos Conceituais proposto por Vergnaud (1983, 1991, 1996, 2009). Refletimos sobre a TCC e, mais especificamente, o Campo Conceitual Multiplicativo, as suas relações, classes, eixos e tipos. Focamos no eixo da comparação multiplicativa que faz parte do nosso objeto de estudo.

A TCC tem como objetivo entender como as crianças e os adolescentes constroem o conhecimento, auxiliando professor e estudante nessa jornada. Especificamente, a Estrutura Multiplicativa pode ajudar no entendimento dos vários conteúdos, teoremas, conceitos, propriedades, entre outros, que abordam uma multiplicação ou divisão.

Baseados nessa teoria, acreditamos que os professores devem trabalhar em sala de aula com uma quantidade maior e diversificada de situações visando o aprendizado do estudante, pois, ao tentar resolver um conjunto de situações, ele poderá mobilizar diferentes esquemas de solução, fazendo, assim, com que se aproprie do Campo Multiplicativo.

Organizamos o Campo Conceitual Multiplicativo da seguinte forma: relação quaternária constituída por três eixos: proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla; relações ternárias constituídas por dois eixos: o da comparação multiplicativa e o do produto de medidas.

Os eixos da relação quaternária subdividem-se nas classes: um para muito e muito para muitos. O eixo da comparação multiplicativa subdivide-se em referido, referente ou relação desconhecida e o eixo produto de medidas subdivide-se nas classes: configuração retangular e combinatória. As quantidades são discretas e contínuas, exceto a combinatória, que é somente quantidade discreta e a configuração retangular que é somente contínua. Salientamos que uma situação pode requer uma combinação de diferentes esquemas de solução pertencentes a dois ou mais eixos.

A seguir, abordaremos a Revisão de Literatura, abordando os principais trabalhos e autores que estudaram sobre o nosso tema.

CAPÍTULO II

2. REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo, apresentamos uma Revisão de Literatura que foi desenhada de modo a elencar pesquisas que abordam a aprendizagem dos estudantes do Ensino Fundamental no que diz respeito às Estruturas Multiplicativas, conforme o objetivo da pesquisa proposta, a qual busca a compreensão sobre os esquemas dos estudantes do 9º ano ao resolverem situações do Campo Multiplicativo, mais especificamente da comparação multiplicativa.

2.1 Aprendizagem das Estruturas Multiplicativas

Buscando entender os resultados de pesquisa que trabalham com a temática abordada neste estudo, elencamos trabalhos relacionados ao tema, no intuito de nos apropriarmos das perspectivas que estão sendo debatidas sobre a TCC em relação às Estruturas Multiplicativas, na área de educação matemática, principalmente aquelas que funcionam como aporte ao aprendizado dos conceitos pertinentes à operação de multiplicação.

Nesse sentido, elencamos a pesquisa desenvolvida por Guimarães (2004) intitulada: “Processos Cognitivos envolvidos na construção de Estruturas Multiplicativas”, que analisou as relações existentes entre os níveis de construção da noção de multiplicação e os níveis de generalização e como eles intervêm no desempenho dos sujeitos em situações que envolvem resolução de problemas de Estrutura Multiplicativa, antes e depois de serem submetidos a situações lúdicas, utilizando um jogo denominado Jogo de Argolas.

Os sujeitos participantes dessa pesquisa foram 30 estudantes, com idades de 8 a 11 anos, da 3ª e 4ª séries (4º e 5º ano) do Ensino Fundamental, os quais foram selecionados a partir de provas que foram aplicadas em quatro etapas.

A primeira foi uma Prova de Multiplicação e Associatividade Multiplicativa, composta por quatro situações, cujos resultados permitiram selecionar os 30 estudantes, sendo

10 sujeitos do Nível I, que correspondem aos sujeitos que consideram uma variável por vez, manipulando-as uma de cada vez e negligenciando-as quando passam para uma outra (GUIMARÃES, 2004, p. 91), 10 sujeitos do Nível II, os quais apresentam uma ausência de instrumentos operatórios de antecipação multiplicativa, entretanto, compreendem os ajustamentos de que as relações ultrapassam as simples somas (GUIMARÃES, 2004, p. 91) e 10 sujeitos do Nível III, em que os sujeitos apresentam a antecipação que possibilita aos sujeitos realizarem raciocínios em que os continentes se tornam multiplicadores e, os contidos, multiplicandos. (GUIMARÃES, 2004, p. 91).

A segunda etapa constou da resolução de seis situações que davam sentido a conceitos das Estruturas Multiplicativas, etapa que teve por objetivo observar os procedimentos de resolução escrita dos problemas utilizados pelos estudantes.

A terceira etapa utilizou a Prova da Generalização que Conduz ao Conjunto das Partes, composta por duas situações, feita com o intuito de verificar o nível de generalização em que se encontravam os estudantes.

A quarta etapa foi a realização do Jogo de Argolas de multiplicação, que teve como objetivo propor situações-problema que envolviam as Estruturas Multiplicativas.

E, por fim, a quinta etapa constituiu-se da Resolução Escrita de Problemas de Estrutura Multiplicativa que aconteceu após as análises da primeira, da segunda e da terceira etapa e da aplicação do Jogo de Argolas. O objetivo dessa fase foi a reaplicação dos problemas da Estrutura Multiplicativa, a fim de verificar os procedimentos de resolução escrita utilizados pelos estudantes após as atividades lúdicas.

Os resultados da análise estatística constataram que existe uma associação significativa entre os níveis de construção da noção de multiplicação apresentados pelos estudantes. A autora concluiu que o desempenho dos estudantes na resolução de problemas de Estrutura Multiplicativa foi melhor após as situações lúdicas com o Jogo de Argolas.

Por fim, a autora mostra, também, que, para ter o domínio da construção da noção de multiplicação, é preciso um nível anterior de generalização ainda que os Jogos de Argola, como situações lúdicas, permitiram apresentar situações diferenciadas das escolares e favoreceram um melhor desempenho, nos estudantes de níveis mais elevados, dos processos cognitivos envolvidos na construção das Estruturas Multiplicativas. (GUIMARÃES, 2004).

Outro trabalho que também aconteceu com estudantes do Ensino Fundamental, em 2009, foi o de Rasi intitulado “Estruturas multiplicativas: concepções de estudantes de Ensino

Fundamental”**.** Os estudantes participantes dessa proposta tinham idades um pouco mais elevadas que o grupo presente no trabalho de Guimarães (2004). A pesquisa abordou o aprendizado de multiplicação de forma mais específica como as seguintes questões de pesquisa: Estudantes de 11 a 13 anos, estabelecem uma relação ternária com a noção de transformação? Se estabelecem relações ternárias em situações que envolvem as propriedades da multiplicação?

Os sujeitos da pesquisa foram 10 estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, na faixa etária de 11 a 13 anos, selecionados em três escolas: uma particular e duas escolas públicas, todas localizadas na zona oeste de São Paulo.

Quanto à relação ternária e à noção de transformações, a autora constatou que todos os estudantes apresentaram um desempenho satisfatório ao resolver situações envolvendo uma transformação dos elementos iniciais, determinando corretamente os elementos finais e a *relação-elemento*. E quanto à segunda questão – S*e estabelecem relações ternárias em situações que envolvem as propriedades da multiplicação?* – foi *v*erificado que todos os estudantes do Estudo II (participaram 18 professores e o grupo de estudantes de escola pública) não estabeleceram relações ternárias, envolvendo uma lei de composição binária com o uso das propriedades da multiplicação. (RASI, 2009).

Os resultados demonstram a importância da ampliação do trabalho com as Estruturas Multiplicativas, de modo a promover grande variedade de situações e relações que dizem respeito ao Campo Conceitual Multiplicativo, em especial, às relações ternárias, como uma lei de composição binária com suas propriedades. (RASI, 2009).

A autora aponta, ainda, algumas deficiências, como o tempo de entrevista que deveria aumentar para que se possa melhorar a coleta de dados e o enunciado de uma situação que não levou a pesquisadora a um dos seus objetivos. Acredita, ela, no entanto, que sua pesquisa pode contribuir para mais um caminho em direção a outros estudos a respeito das relações ternárias, quaternárias e da noção de função.

Essa pesquisa aproxima-se do nosso trabalho, pois Rasi (2009) analisou atividades que tratam de situações multiplicativas do tipo produto de medidas que envolvem o conceito da multiplicação e suas propriedades e nós analisamos os esquemas de situações relacionadas ao eixo da comparação multiplicativa.

Outro estudo de caráter bastante relevante é a pesquisa de Silva (2010), que se apropria do Programa Ler e Escrever da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, já instituído, para realizar a coleta de dados e desenvolver a análise. A pesquisa tem como título: "Um estudo das estruturas multiplicativas nos guias de planejamento e orientações didáticas do Programa Ler e Escrever" e foi um estudo diagnóstico das Estruturas Multiplicativas, nas séries iniciais da educação básica, a partir do Programa Ler e Escrever, objetivando a melhoria na qualidade de ensino nos anos iniciais da escolaridade, cujo primeiro artigo da Resolução estabelece que:

> a partir do ano de 2008, todos os estudantes com idade de até oito anos deverão estar alfabetizados até 2010 e devem ter recuperada a aprendizagem de leitura e escrita, sendo pressuposto o avanço das aprendizagens das crianças nas outras áreas de conhecimento tão essenciais quanto ler e escrever. (SILVA, 2010, p. 31).

Os sujeitos de pesquisa foram 30 crianças da 3ª série (4º ano) de uma escola da rede estadual de São Paulo. Para obtenção dos resultados, foi aplicada uma sondagem inicial e uma final, propostas no Programa Ler e Escrever.

Os resultados em relação à sondagem inicial, apontaram um significativo avanço no sucesso do desempenho dos estudantes ao resolverem situações-problema envolvendo o raciocínio multiplicativo (SILVA, 2010).

No entanto, nem todos os sujeitos conseguiram escolher a operação necessária para a solução das situações-problema, nem mesmo disponibilizar os esquemas próprios da estrutura multiplicativa. As situações que tiveram maior acerto foram as de combinatória e, as de menor acerto, as de proporcionalidade na sondagem final.

Na mesma temática do nosso trabalho, citamos o artigo: "Comparação multiplicativa: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos estudantes" dos autores Magina, Merlini e Santos (2011), que teve como objetivo investigar o desempenho e as estratégias de resolução dos estudantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental em duas situações do Campo Conceitual Multiplicativo envolvendo a ideia da classe da comparação multiplicativa.

Os sujeitos da pesquisa foram 86 estudantes do 3º ano e 89 do 5º ano, de uma escola estadual da cidade de São Paulo. Foi observado, nos resultados, que os aspectos linguísticos influenciam fortemente nas estratégias de resolução e no desempenho dos estudantes quando lhes é solicitada a resolução de situações nas quais expressões como "vezes mais" e, principalmente, "vezes menos" estão presentes. Pois, ao se depararem com esse tipo de situação, muitos estudantes registraram duas operações, a multiplicação e, em seguida, adição. (MAGINA, MERLINI, SANTOS, 2011).

Um estudo, também importante para a educação matemática, está presente no livro "Repensando Multiplicação e Divisão: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais", das autoras Gitirana, Campos, Magina e Spinillo (2014), em que foi analisado o desempenho e os esquemas dos estudantes do Ensino Fundamental, no que tange às Estruturas Multiplicativas. Os sujeitos participantes foram 504 estudantes da 1ª ao 8ª série (2º ao 9º ano) do Ensino Fundamental em escolas públicas de São Paulo.

Um dos seus objetivos foi aprofundar a compreensão sobre como os estudantes raciocinam quando são desafiados a resolver situações que envolvem conceitos complexos como os inseridos no campo das Estruturas Multiplicativas.

Os dados obtidos pelas autoras evidenciam que o desempenho dos estudantes, em relação a situações do tipo comparação multiplicativa no Ensino Fundamental, é maior no 6º ano e menor no 2º ano. Acreditam que tais resultados justificam-se porque o ensino da multiplicação no 6º ano é mais frequente do que no 2ºano.

Quanto às classes de problemas e seus níveis de dificuldade, comparando o referido e o referente desconhecido, constataram que, quando o elemento solicitado na situação é o referido desconhecido, o percentual de acerto é maior.

Em relação às situações de referente e relação desconhecida, o desempenho dos estudantes chega a 64% do total e, quando a busca é pelo elemento relação desconhecida, é revelado um desenvolvimento tardio pelos estudantes, que só acontece no 7º ano. Constatou-se, ainda que, quando a situação é de inversão, na operação de divisão, em que a inversa é a própria divisão, observou-se um desempenho ainda mais baixo, não chegando a 50% do total. Quanto aos esquemas utilizados pelos estudantes nas situações de comparação multiplicativa, concluíram que os estudantes estão operando apenas com os números do enunciado sem compreender o que realmente o enunciado da situação propõe. (GITIRANA et al., 2014).

Com o passar dos anos, percebemos que o nível das pesquisas vem aumentando e tornando-se cada vez mais importantes para o ensino de multiplicação. Cada trabalho tem suas particularidades, mas todos estão em busca de diagnosticar possíveis dificuldades quanto ao ensino e à aprendizagem das Estruturas Multiplicativas. Existem muitas pesquisas relacionadas ao aprendizado da multiplicação, mas deixaremos para relacioná-los em um próximo trabalho. A intenção das pesquisas, aqui descritas, foi nortear os leitores sobre nossos estudos.

CAPÍTULO III

3. METODOLOGIA

Este estudo aconteceu no âmbito de dois projetos, um realizado no Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e em Ciências (GPEMEC), intitulado “Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental, o qual chamamos de E-Mult, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) projeto 15727 e, o outro é, o projeto “A formação de professores que ensinam matemática na Bahia” - PEM, número PES0019/2013, financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB). O E-Mult é desenvolvido em rede, envolvendo três estados nordestinos (Bahia, Pernambuco e Ceará). O PEM é desenvolvido numa rede estadual que envolve cinco regiões distintas da Bahia. O objetivo principal dos dois projetos permeia a investigação e a intervenção na prática de professores do Ensino Fundamental, no que tange às Estruturas Multiplicativas, baseados no modelo de formação “ação-reflexão-planejamento-ação”, tendo em vista a formação de um grupo com características colaborativas.

O presente estudo tem uma abordagem qualitativa, do tipo diagnóstico e descritivo. Para Fiorentini e Lorenzato (2009), uma pesquisa diagnóstica funciona como uma sondagem e visa verificar se uma determinada ideia de investigação é viável ou não e, além disso, esse tipo de pesquisa pode envolver levantamento bibliográfico, realização de entrevistas, aplicação de questionários ou testes ou, até mesmo, estudo de casos.

Ainda para esses autores, o tipo de pesquisa descritiva se dá pelo desejo do pesquisador em descrever ou caracterizar, com detalhes, uma situação, um fenômeno ou um problema e, geralmente, utiliza-se da observação sistemática ou da aplicação de questionários padronizados a partir de categorias previamente definidas.

Dessa forma, a pesquisa diagnóstica e a descritiva se completam para um melhor desenvolvimento do nosso estudo, utilizando uma metodologia que tem como objetivo responder à nossa questão de pesquisa.

Quanto à abordagem deste estudo, que é qualitativa, referimos Lüdke e André (1986), quando pontuam quanto à abordagem qualitativa.

> O ambiente natural como sua fonte direta de dados como principal instrumento […]. Dados coletados predominantemente descritivos […]. Preocupação maior com o processo e não com os resultados […]. Atenção em especial para os significados dados pelas pessoas às coisas e à sua vida […]. Análise de dados por meio de um processo indutivo. (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 11-13).

Dessa forma, a presente pesquisa se enquadra na abordagem qualitativa, pois, na coleta de dados, foi aplicado um instrumento diagnóstico, no intuito de analisar quais esquemas os estudantes utilizam para solucionar as situações-problema, não havendo nenhuma interferência dos pesquisadores.

3.1 O projeto E-Mult, as escolas e os sujeitos da pesquisa

Apresentaremos o contexto do projeto que consideramos ter maior abrangência, pois consideramos que assim estaremos atendendo a explanação do que ocorre nos dois projetos, assim mostraremos como surgiu e como se desenvolve o E-Mult. O perfil da escola e os sujeitos da pesquisa, bem como o ambiente físico em que foi desenvolvida a pesquisa se tornam elementos essenciais nessa apresentação.

3.1.1 O contexto do projeto E-Mult

O projeto de pesquisa E-Mult trabalha em rede, tem a participação de três núcleos, o núcleo-sede, em Ilhéus na Bahia, o núcleo de Recife, em Pernambuco e o núcleo de Fortaleza, no Ceará.

Os núcleos são compostos por pesquisadores, coordenadores, colaboradores, bolsistas e não bolsistas de graduação, mestrandos e doutorandos.

Todas as fases do projeto são planejadas pelos três núcleos e, para isso, uma vez por mês acontece uma reunião com os três núcleos via *adobe connect* e, semestralmente, acontece uma reunião presencial em um dos três estados. O objetivo dessas reuniões é discutir as teorias que dão aporte ao projeto, os métodos e instrumentos de pesquisa, entre outros alinhamentos a ela inerentes.

Na Bahia, a pesquisa acontece em quatro escolas parceiras, todas da rede pública de ensino, localizadas no Sul da Bahia, que aqui chamaremos de escolas X, Y, Z e W, sendo que, duas delas atendem somente o Ensino Fundamental I. Dessa forma, elas não entram neste estudo que acontece no 9º ano do Ensino Fundamental. Logo, nosso ambiente de estudo decorrerá em duas escolas, a X e a Y.

3.1.2 Perfil da escola X

A escola X é uma escola da Rede Municipal de Ensino, localizada em uma cidade do interior do Sul da Bahia. Dispõe de um espaço amplo e agradável, com 14 salas de aula, uma minibiblioteca, uma sala multifuncional, um infocentro, cinco salas na parte administrativa (secretaria, diretoria, direção e coordenação).

A partir de uma entrevista com a diretora e observações feitas na escola, obtivemos algumas informações importantes que descrevem o perfil da escola, dos professores e dos seus estudantes.

A escola funciona nos três turnos, matutino, vespertino e noturno. A maioria dos estudantes do matutino são moradores da cidade. No turno vespertino, os estudantes, em sua maioria, são oriundos do campo (fazendas e lugarejos pertencentes ao município) e que enfrentam muitos desafios para chegarem até a escola, além de serem estudantes em distorção ano/idade. Os estudantes do noturno são jovens e adultos que, em sua grande parte, trabalham durante o dia.

Abriga 33 turmas do 4º ao 9º de ensino, totalizando 803 estudantes e, em média, 30 estudantes por sala. Trabalham na escola oito professores que ensinam matemática, sendo quatro licenciados em matemática, um, cursando o Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR), duas são pedagogas e uma, licenciada em Ciências.

A escola dispõe de articuladores de área nos Anos Finais do Ensino Fundamental e coordenadores nos Anos Iniciais. As aulas têm a duração de 50 minutos e a escola tem reuniões com professores e pais/responsáveis, semanalmente, nos Anos Iniciais, quinzenais, nos Anos Finais e, quando necessário, encontros extraordinários. O livro didático de matemática utilizado é “Vontade de Saber Matemática”, dos autores Joamir Souza e Patrícia Moreno Pataro.

Os sujeitos da nossa pesquisa, nesta escola, são estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental, dos três turnos, num total de 31 estudantes, com idade de 15 a 18 anos.

3.1.3 Perfil da escola Y

A escola Y faz parte da Rede Estadual de Ensino, também localizada em uma cidade do interior do Sul da Bahia, composta por 15 salas de aula, uma biblioteca, uma sala de vídeo, uma da coordenação, uma sala da vice-direção, uma cozinha, uma sala dos professores, uma da direção e uma secretaria.

Funciona nos três turnos, matutino, vespertino e noturno. A maioria dos estudantes do matutino e vespertino são moradores da cidade, dos bairros próximos e, do noturno, são jovens e adultos da cidade que trabalham durante o dia.

Possui oito professores de matemática, 38 turmas, sendo 16 do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, 18 do 1º ao 3º, do ensino médio, dois do tempo juvenil e dois de Educação de Jovens e Adultos (EJA) que totalizam 1.241 estudantes, em uma média de 35 estudantes matriculados por sala.

A instituição conta com o apoio de coordenadores pedagógicos. As aulas são de 50 minutos durante o dia e 40 minutos à noite, as reuniões com professores e pais/responsáveis e equipe gestora, são bimestrais e, se necessário, são convocadas reuniões extraordinárias. O livro didático de matemática utilizado no Ensino Fundamental é “Projeto Teláris Matemática” do autor Luiz Roberto Dante.

Os sujeitos da nossa pesquisa, nesta escola, são estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental, das três turmas do matutino, totalizando 57 estudantes, com idade de14 a 15 anos.

3.2 O instrumento diagnóstico

Para elaboração do instrumento diagnóstico, tomamos como referência o Campo Conceitual Multiplicativo, proposto por Vergnaud (2009), em todos os seus eixos e, para isso, inicialmente, procuramos entender do que se tratava um Campo Conceitual nos seus mais diversos espaços e, por fim, adentramos a Estrutura Multiplicativa que nos deu base para a construção do instrumento. A outra fonte que nos aportou nessa construção foram os descritores da Prova Brasil (2011) do 5º ao 9º ano do Ensino Fundamental.

Para tal, estudamos a Prova Brasil para podermos iniciar uma busca nos seus descritores que envolvessem qualquer conceito inerte ao Campo Multiplicativo. Logo em seguida, focamos nosso olhar para o modelo da Prova Brasil de 2011, pois, com ela, formou-se o tripé (Estrutura Multiplicativa, Descritores da Prova Brasil e Modelo da Prova Brasil) para a elaboração do instrumento.

3.2.1 Estudo-piloto

O estudo-piloto desenvolvido dentro do Projeto E-Mult foi composto, inicialmente, por 18 situações (ver Apêndice A), em que cada situação faz parte de um eixo da Estrutura Multiplicativa. Após a análise feita pelos três núcleos, em reunião presencial, ficou decidido que, no instrumento, não seriam colocadas situações do tipo proporção múltipla, porque, situações desse tipo não apareciam no Modelo da Prova Brasil (2011) e a situações de combinatória fariam parte as do tipo produto cartesiano, pois na Estrutura Multiplicativa proposta por Vergnaud (2009) não aparecem situações do tipo permutação, arranjo ou combinação. Assim, o instrumento permaneceu com 15 situações-problema (ver apêndice B).

Após o delineamento do instrumento, partimos para a sua validação. Inicialmente, aplicamos com um grupo de estudantes, que não iriam participar diretamente da nossa pesquisa. Essa primeira aplicação teve como objetivo validar o instrumento diagnóstico para que, posteriormente, fosse aplicado nas escolas, obtendo dados satisfatórios para nossa pesquisa.

Em seguida, o grupo analisou e fez observações no instrumento a partir da primeira aplicação, retirou uma situação e modificou algumas, o que potencializou o instrumento final, que ficou com 14 situações-problema (ver Apêndice C) e foi aplicado nas escolas participantes do projeto. O Quadro 3.1 apresenta as situações de comparação multiplicativa no instrumento do estudo-piloto e as respectivas mudanças no instrumento final.

Quadro 3.1: Mudanças feitas no instrumento diagnóstico nas situações de comparação multiplicativa

Instrumento do Estudo-Piloto	Instrumento Final
a) Felipe comprou uma pipa por 5 reais e uma bola por 4 vezes mais. Quanto custou a bola?	A) A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?
Nessa situação, o grupo decidiu mudar o contexto do problema e permanecer com os valores estabelecidos, pois, pelos erros dos estudantes no estudo-piloto, entendemos que alguns deles não compreenderam a situação. Resolvemos, então, elaborar uma situação que se aproximasse mais da realidade desses estudantes.	
b) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 42 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?	B) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?
Nessa situação, permaneceu o problema e modificou-se a quantidade de carrinhos, pois o grupo achou que o valor estava muito alto e o intuito não é apenas saber se os estudantes sabem resolver algoritmos, mas, também, compreender os conceitos.	
c) Ontem, Tonho ganhou 18 figurinhas. E hoje ele ganhou 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele ganhou hoje?	C) Ontem, Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele tem hoje?
Nessa situação, foi somente substituído o verbo “ganhar” por “ter”, pois os estudantes poderiam questionar sobre a forma como Tonho ganhou figurinhas.	

3.2.2 Instrumento final

O instrumento final, após os reajustes, ficou contendo 14 situações-problema relacionadas ao Campo Conceitual Multiplicativo. Permaneceram seis de Proporção Simples, uma proporção múltipla, três de comparação multiplicativa, duas de Configuração Retangular e duas de Combinatória.

Como nosso olhar, nesta pesquisa, será apenas para as situações que contemplam o eixo da comparação multiplicativa, nossa análise será em torno das três situações, nas quais analisaremos os esquemas e, além disso, buscaremos compreender quais invariantes operatórios são utilizados pelos estudantes. A seguir, o Quadro 3.2 apresenta a classificação das três situações estudadas no instrumento diagnóstico.

Quadro 3.2: Classificação das três situações estudadas do instrumento diagnóstico na Estrutura Multiplicativa

E-Mult / Situações	Relações	Eixos	Classes	Tipos
2	Ternária	Comparação Multiplicativa	Referido Desconhecido	Contínuo
13				Discreto
10			Relação Desconhecida	

Fonte: Dados do Projeto E-Mult 2014.

Observa-se no Quadro 3.2 que das três situações de comparação multiplicativa, do instrumento diagnóstico final, duas são da classe referido desconhecido e, uma da classe relação desconhecida. Dessa forma, duas das situações buscam o mesmo elemento da relação ternária estabelecida numa situação de comparação multiplicativa.

Em seguida, apresentamos as três situações de modo a possibilitar a compreensão das diferenças conceituais existentes entre elas, bem como das possíveis representações de esquemas que podem ser utilizadas ao solucioná-las:

A) A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?

Essa situação propõe uma comparação de grandezas de mesma natureza, ou seja, a distância (referente). Observa-se, ainda, que o número 4, a relação desconhecida, representa um escalar ou um número sem dimensões, diferente do número 5, cuja dimensão é quilômetros. O Quadro 3.3 apresenta possíveis representações de esquemas para solucionar essa situação.

Quadro 3.3: Possíveis representações de esquemas de solução para a situação A

Vergnaud (2009)	**Uso da operação de multiplicação ou divisão**	**Uso de outras operações**	**Uso de adição de parcelas iguais**
Referido x **X4** **Relação** **Referente** 5	$\begin{array}{r} 5 \\ \underline{\times 4} \\ 20 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ \underline{+5} \\ 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ \underline{+5} \\ 10 \end{array}$ $\begin{array}{r} 10 \\ \underline{+10} \\ 20 \end{array}$	5+5+5+5=20

Fonte: Feito pela autora.

O Quadro 3.3 apresenta quatro possíveis representações de esquemas de solução os quais acreditamos que podem aparecer nas soluções dos estudantes. Sabemos que, provavelmente, não aparecem representações de esquemas como o proposto por Vergnaud (2009). Como nossos sujeitos são estudantes do 9º ano, esperamos que, nessa situação, utilizem operações ou a tabuada.

B) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

A quantidade de carrinhos de Cido (referido) é comparado com a quantidade dos carrinhos de José (referente). Como o referido é menor que o referente, o estudante está diante de uma relação que implica em uma divisão, no entanto não se sabe o valor da relação, sendo que os valores do referido e do referente são conhecidos. Assim, busca-se descobrir quantas vezes o referido cabe no referente, dado que a razão é “vezes menor ou divisão”. O Quadro 3.4 apresenta possíveis representações de esquemas para solucionar essa situação.

Quadro 3.4: Possíveis representações de esquemas de solução para a situação B

Vergnaud (2009)	**Uso da operação de multiplicação ou divisão**	**Uso de outras operações**	**Uso de adição de parcelas iguais**
Referido 6 ÷ x **Relação** **Referente** 24	24⌊6 0 4 ou 4 x6 24	24 - 6 18 18 - 6 12 12 - 6 6 6 - 6 0 4 vezes	6+6+6+6=24

Fonte: Feito pela autora.

Observa-se no Quadro 3.4 quatro possíveis representações de esquemas de solução que podem aparecer nos esquemas dos estudantes. O esquema como o proposto por Vergnaud (2009), não envolve o cálculo numérico, mas evidencia as relações existente entre as quantidades envoltas na situação. Essa evidência, facilita a compreensão e possivelmente o cálculo numérico. Contudo, acreditamos que representações do tipo do diagrama de Vergnaud não aparecem nas soluções dos estudantes, pois esses dificilmente são trabalhados pela escola.

Nessa situação, inferimos que o índice de acertos será menor do que a situação anterior, pois requer um esquema mais elaborado, pelo fato de a situação estar atrelada ao conceito de divisão. Acreditamos que, para a resolução dessa situação, alguns estudantes utilizem a operação de subtração por associar a palavra “menor” à subtração.

C) Ontem Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele tem hoje?

A quantidade de figurinhas que Tonho tinha ontem (referente) é comparada à quantidade de figurinhas que ele tem hoje (referido). Aí, temos um problema inverso da divisão: qual o número que, multiplicado por 3, dá 18? O Quadro 3.5 apresenta possíveis representações de esquemas para solucionar essa situação.

Quadro 3.5: Possíveis representações de esquemas de solução para a situação C

Vergnaud (2009)	**Uso da operação de multiplicação ou divisão**	**Uso de outras operações**	**Uso de adição de parcelas iguais**
Referente 18 $\downarrow$ ÷3 **Relação** **Referido** *x*	18⌊3 0 6 ou 3 x6 18	18 - 6 12 12 - 6 6 6 - 6 0	3+3+3+3+3+3= 18

Fonte: Feito pela autora.

O Quadro 3.5 apresenta, também, quatro possíveis representações de esquemas de solução que podem aparecer dentre a utilizadas pelos estudantes. Acreditamos ainda que representações de esquema proposto por Vergnaud (2009) não aparecerão nas soluções, dado que os estudantes usam o teorema em ação conectando a expressão “vezes” ao fato de adicionar e portanto aumentar e a expressão “menos” ao fato de subtrair , portanto diminuir, além disso, como já afirmamos é um esquema que possivelmente não é trabalhado pela escola.

Para essa situação, acreditamos que o número de acertos seja ainda menor, pois, além da confusão linguística da expressão “vezes menos”, é esperado que nas representações dos esquemas apareçam mais soluções com multiplicação do que com divisão, por influência da palavra “vezes” do enunciado.

Após a aplicação e análise dos instrumentos diagnósticos, escolhemos aqueles estudantes que não compreenderam a resolução e os convidaremos para uma entrevista. Elaboramos pontos específicos a serem contemplados com as suas respostas e, logo em seguida, fizemos a análise de todos os dados.

3.3 A entrevista

Após a análise dos esquemas e das representações dos estudantes, realizamos uma entrevista semiestruturada, na qual nosso objetivo foi compreender os esquemas e obter informações a respeito de registros feitos nas soluções das situações que não foram compreendidas pelas pesquisadoras. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009), esse tipo de entrevista articula as modalidades estruturadas e não estruturadas. A escolha da modalidade aconteceu devido ao fato de que estabelecemos um roteiro de pontos que deveriam ser contemplados durante a entrevista.

Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 120) afirmam que "a entrevista, além de permitir uma obtenção mais direta e imediata dos dados, serve para aprofundar o estudo [...]".

Para aperfeiçoar nossa entrevista, elencamos quatro critérios para a entrevista: i) não ultrapassar 15% da quantidade dos estudantes analisados, ii) os esquemas que não ficaram claros, iii) esquemas que deixam alguma dúvida e iv) os esquemas recorrentes que conduziram ao erro.

Voltamos às escolas e convidamos 14 estudantes, que responderam ao instrumento diagnóstico, para participarem da nossa entrevista e no dia combinado para a sua realização, apenas seis compareceram. Entregamos os instrumentos para que eles visualizassem suas respostas e se lembrassem do que tinham respondido em cada situação. Após 10 minutos, iniciamos a entrevista.

No momento da entrevista, achamos viável chamar as situações-problema de questões, pois é um termo que os estudantes têm mais familiaridade.

Assim, iniciamos perguntando seu nome e, em seguida, questionamos sobre suas respostas com perguntas do tipo: como você pensou para responder essa situação dessa forma? Por que você respondeu dessa forma? O que te ajudou a resolver essa situação? Hoje, você responderia dessa forma? Tem outra forma de responder que não seja essa que você respondeu?

Fizemos as perguntas e deixamos os estudantes à vontade para responder, sem nossa interferência e sem induzi-los a nenhuma resposta. Em algumas entrevistas, foram surgindo outros questionamentos a partir das respostas dos estudantes, pois alguns respondiam superficialmente. No próximo capítulo, iniciaremos a análise de dados, de início com o desempenho dos estudantes, seguido da análise dos esquemas e da entrevista.

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo, apresentamos a análise do desempenho, dos esquemas e da entrevista com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental ao resolver as situações relacionadas à ideia de comparação multiplicativa.

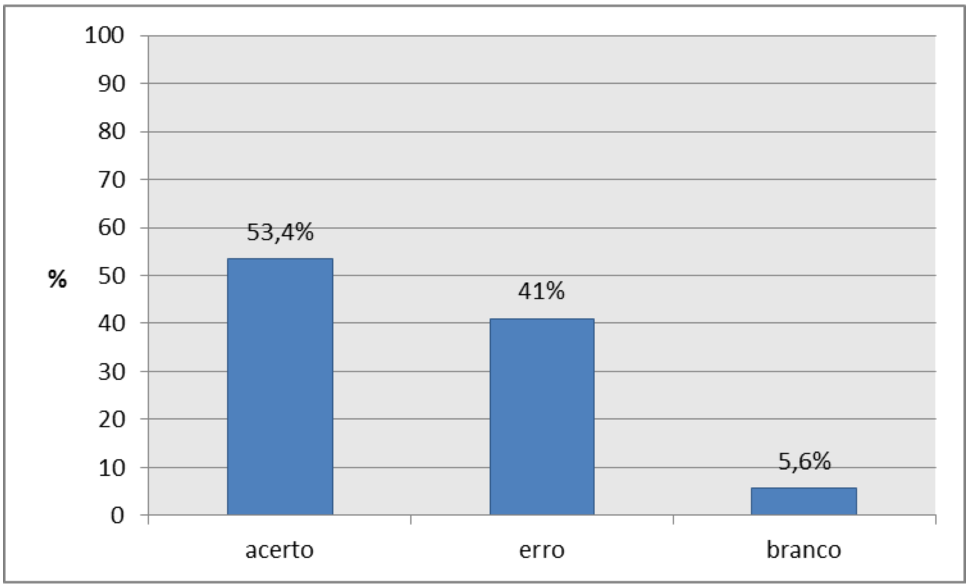
Foram analisadas 264 soluções, feitas por 88 estudantes. Ao analisarmos o desempenho dos estudantes, levamos em consideração a quantidade de acertos, de erros e de situações deixadas em branco. As situações foram consideradas como respondidas corretamente quando a solução revelava, pelo menos, uma intenção de acerto.

Na abordagem qualitativa, analisamos os esquemas revelados pelos estudantes na solução que ficou registrada no instrumento nas três situações de comparação multiplicativa e, para uma melhor compreensão de alguns esquemas, entrevistamos cinco estudantes.

4.1 Desempenho Geral

Participaram da pesquisa 88 estudantes na faixa etária de 14 a 17 anos que responderam as três situações de comparação multiplicativa. Os dados da Figura 4.1, a seguir, apresentam o percentual de acerto dos estudantes.

Figura 4.1: Desempenho geral dos estudantes em relação às três situações de comparação multiplicativa



Fonte: Dados do projeto E-Mult 2014.

Observa-se, na Figura 4.1, que pouco mais da metade (53,4%) dos estudantes acertaram as situações relacionadas à comparação multiplicativa. Os resultados não foram como esperávamos em relação ao número de acertos, pois, situações desse tipo são trabalhadas desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. Esses dados vão ao encontro do trabalho de Santos (2012) quando afirma que,

> Situações do Campo Conceitual Multiplicativo, envolvendo a ideia de comparação multiplicativa, podem gerar dificuldades de compreensão até para estudantes mais experientes. (SANTOS, 2012, p. 147).

Acreditamos que tais dificuldades podem não estar em armar e efetuar as operações de multiplicação e divisão, mas sim ao interpretar e compreender as expressões linguísticas presentes no enunciado da situação.

É importante observar que as situações deixadas em branco, 5,6%, expressam um percentual relevante, mas não sabemos o que levou esses estudantes a não responderem essas situações e, assim, não podemos fazer nenhum tipo de inferência sobre tais resultados.

Ressaltamos que, das três situações de comparação multiplicativa, duas solicitavam o elemento referido desconhecido e, entre elas, uma abordava o conceito de multiplicação e a outra o conceito de divisão. A terceira situação buscava o elemento relação desconhecida que abordava o conceito de divisão. Buscando compreender se essas abordagens interferem no desempenho dos 88 estudantes, analisamos, a seguir, o desempenho por situação.

O Quadro 4.1 apresenta o desempenho dos estudantes do 9º ano por classe do eixo da comparação multiplicativa em porcentagem.

Quadro 4.1: Desempenho geral por situação

Situação de comparação multiplicativa	Elemento e operação	Acerto (%)
A) A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?	Referido desconhecido- multiplicação	91,0
B) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?	Relação desconhecida-divisão	36,5
C) Ontem Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele tem hoje?	Referido desconhecido-divisão	33,0

Fonte: Dados da pesquisa E-Mult 2014.

Observando os resultados do Quadro 4.1, a situação A que busca o elemento referido desconhecido teve um grande índice de acerto (91%) e uma possível explicação para isso é a possibilidade de responder com uma multiplicação dos números apresentados no enunciado ou utilizando a multiplicação como soma de parcelas iguais. Tal resultado foi previsto, pois consideramos essa situação a forma mais simples da comparação multiplicativa.

A situação B, que busca o elemento relação desconhecida, teve 36,5% de acerto. Já esperávamos que o percentual de acerto dessa situação fosse menor que a situação A, por se tratar de uma situação que dá sentido ao conceito de divisão.

A situação C foi a que teve menor acerto, 33%, apesar de se tratar de uma situação que buscava, também, o elemento referido desconhecido, como a situação A, no entanto o conceito atrelado à situação C é a divisão, o que pode explicar os baixos desempenhos.

Nas situações que buscavam os elementos relação e referido desconhecido, os desempenhos foram baixos, 36,5% e 33%, respectivamente, e aparecem, no enunciado, as expressões “quantas vezes é menor” e “vezes menos”. Em relação a isso, Santos afirma que:

> [...] as possíveis dificuldades não residiam na habilidade de se efetuar a operação de multiplicação ou divisão, mas sim na complexidade de compreender o enunciado e traduzi-lo na operação matemática adequada para a resolução da situação. (SANTOS, 2012, p. 147).

Conforme o que coloca Santos (2012), não podemos considerar apenas que a operação de divisão pode ser mais difícil que a de multiplicação. Para Vergnaud (1983), isso acontece pela dificuldade de fazer a inversão mental da multiplicação para a divisão.

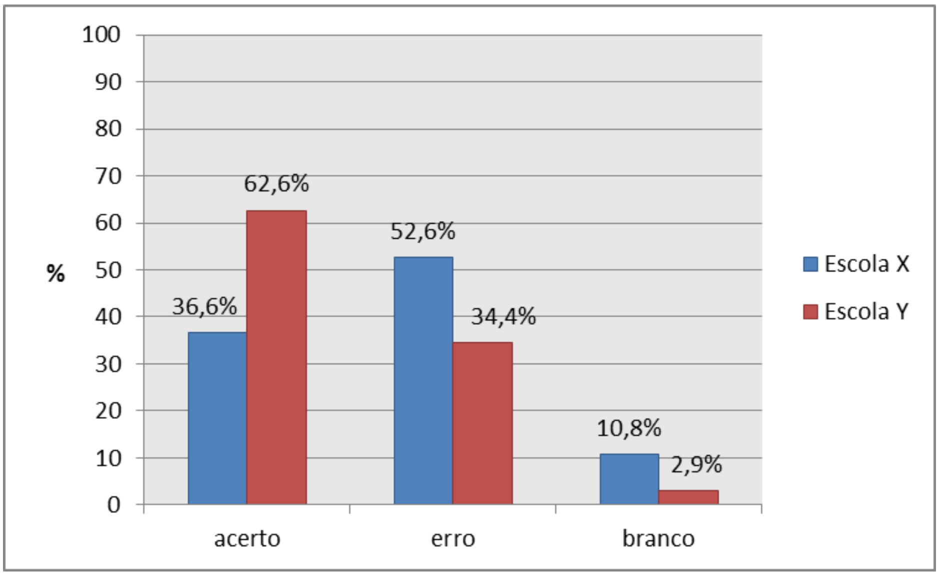
Nossos resultados com estudantes do 9º ano vão ao encontro do estudo de Merlini, Santos e Magina (2011), quando pesquisaram estudantes do 3º e 5º ano do Ensino Fundamental. Os estudantes apresentaram menor desempenho nas situações que envolviam a divisão na sua resolução. Os autores justificaram tais resultados aos aspectos linguísticos, pois os estudantes utilizavam a subtração, quando apareciam as expressões "*vezes menos*". Apesar de os sujeitos da referida pesquisa serem do 3º e 5º ano do Ensino Fundamental, os resultados se aproximam do nosso estudo, no 9º ano. Contudo, é preciso considerar que, nesse ano escolar, era esperado um melhor desempenho.

Mesmo fazendo essa análise por situação, é interessante analisar o que acontece em cada escola, para poder identificar se existe alguma diferença no desempenho. Nesse contexto, analisaremos os resultados por escola.

4.2 Desempenho por escola

Os sujeitos da nossa pesquisa se distribuíram da seguinte forma: 31 estudantes da escola X e 57 da escola Y. O gráfico da Figura 4.2 apresenta o desempenho dos estudantes por escola.

Figura 4.2: Desempenho nas três situações por escola



Fonte: Dados da pesquisa E-Mult 2014.

Os estudantes da escola Y, com 62,6%, obtiveram mais acertos do que os da escola X, com 36,6%, não existindo uma homogeneidade entre as escolas. Observamos, também, que os estudantes da escola Y não deixaram situações em branco, o que pode indicar que buscaram solucionar as situações.

No Quadro 4.2, a seguir, apresentamos o desempenho dos estudantes do 9º ano por escola em cada uma das três situações.

Quadro 4.2: Desempenho por situação

Situação de comparação multiplicativa	**Elemento e operação**	**Acerto (%)**	
		ESCOLA X	**ESCOLA Y**
A) A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?	Referido desconhecido-multiplicação	77,4	98,2
B) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?	Relação desconhecida-divisão	9,7	50,9

C) Ontem, Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele tem hoje?	Referido desconhecido-divisão	22,6	38,6

Fonte: Dados da pesquisa E-Mult 2014.

Observamos que, em ambas as escolas, a situação A obteve mais acerto e solicitava o elemento do referido desconhecido a partir da expressão “vezes mais”; as situações B e C, que solicitam os elementos da relação e referido desconhecido com “menor do que” a expressão “vezes menos”.

Como as escolas participantes têm quantidade de estudantes diferentes, a escola X, 31 e a escola Y, 57, achamos relevante observá-las individualmente para podermos fazer inferências com mais precisão sobre os resultados em cada situação.

Observamos que a escola Y obteve quase 98,2% de acerto na situação que aborda o conceito de multiplicação. A escola Y apresenta mais percentual nas três situações. A situação A teve maior acerto, seguida da situação B e depois da situação C.

No entanto, em relação às situações B e C existe uma inversão quanto ao número de acertos, pois a escola X acertou mais a situação C do que a situação B.

4.2.1 Análise comparativa do desempenho das escolas X e Y

Para compreender o nível de significância das diferenças observadas na análise comparativa entre os desempenhos das escolas foi feito um teste estatístico. Os resultados comprovam que o desempenho apresentado pela Escola Y é estatisticamente significativo quando comparado com o da Escola X. Para fazermos essa afirmativa utilizamos o teste qui-quadrado ($\chi^2_{(2)} = 19{,}000$; $p = 0{,}000$).

Quadro 4.3: Resultado do Testes qui-quadrado

	Valor	df	Significância Sig. (2 lados)
Qui-quadrado de Pearson	19,000[a]	2	,000
Razão de verossimilhança	18,928	2	,000
N de Casos Válidos	264		

a. 0 células (0,0%) esperavam uma contagem menor que 5. A contagem mínima esperada é 5,28.

Para tal, foi utilizado os seguintes dados: (0) para a situação com a solução errada, (1) para a solução correta e (2) para as soluções deixadas em branco. Os Quadros 4.4, 4.5 e 4.6 a seguir mostram como os dados foram dispostos.

Quadro 4.4: Disposição dos dados por escola

		Escola		
		X	Y	Total
Categoria	0	49	59	108
	1	34	107	141
	2	10	5	15
Total		93	171	264

Fonte: Dados da pesquisa E-Mult 2014.

Quadro 4.5: Dados da escola X

	Escola X				
Categoria	SitA	SitB	SitC	Total	%
0	4	26	19	49	52,7
1	24	3	7	34	36,6
2	3	2	5	10	10,8
Total	31	31	31	93	100

Fonte: Dados da pesquisa E-Mult 2014.

Quadro 4.6: Dados da escola Y

	Escola Y				
Categoria	SitA	SitB	SitC	Total	%
0	0	26	33	59	34,5
1	56	29	22	107	62,6
2	1	2	2	5	2,9
Total	57	57	57	171	100

Fonte: Dados da pesquisa E-Mult 2014

Observa-se nos quadros 4.5 e 4.6 que os estudantes da Escola Y apresentaram melhores desempenhos em todas as três situações.

Como não estudamos a realidade do ensino e do contexto escolar, ficamos impossibilitados de realizar qualquer inferência sobre os resultados que comparam os desempenhos entre as escolas.

Para uma apreciação mais detalhada, analisamos os esquemas utilizados pelos estudantes, categorizamos e apresentamos exemplos.

4.3 Classificação das operações presentes nas representações das soluções

A partir das três situações analisamos 88 protocolos e, identificamos 275 representações de esquemas atrelados as soluções feitas pelos estudantes. Dessa análise emergiram três categorias de esquemas, pois há situações com mais de uma representação de esquema. Ressaltamos que, da análise feita nas representações de esquemas, emergiram quatro categorias definidas, a seguir:

a) **Uso da operação de multiplicação ou divisão:** Foram classificados, nessa categoria, as representações de esquemas que apresentaram a operação de multiplicação ou de divisão.

b) **Uso de outra operação:** Foram classificados, nessa categoria, as representações de esquemas que apresentaram uma operação de adição, de subtração ou outro tipo de operação, como raiz cúbica.

c) **Uso de adição repetida:** Foram classificados, nessa categoria, as representações de esquemas que usaram a adição de parcelas iguais.

d) **Outros:** Foram classificados, nessa categoria, as representações de esquemas que apresentaram somente o resultado, o uso de ícones (desenhos, diagramas ou listas) ou em branco.

A Tabela 4.1, a seguir, apresenta o percentual de ocorrência de cada um dessas representações de esquemas em todas as situações.

Tabela 4.1: Percentual de ocorrência de representação de esquemas de solução

Esquema	Ocorrência (%)
Uso da operação de multiplicação ou de divisão	48,0
Uso de outra operação	25,5
Uso de adição repetida	1,8
Outros (não registra cálculo, ícones, em branco, uso de números que não estão no enunciado)	24,7

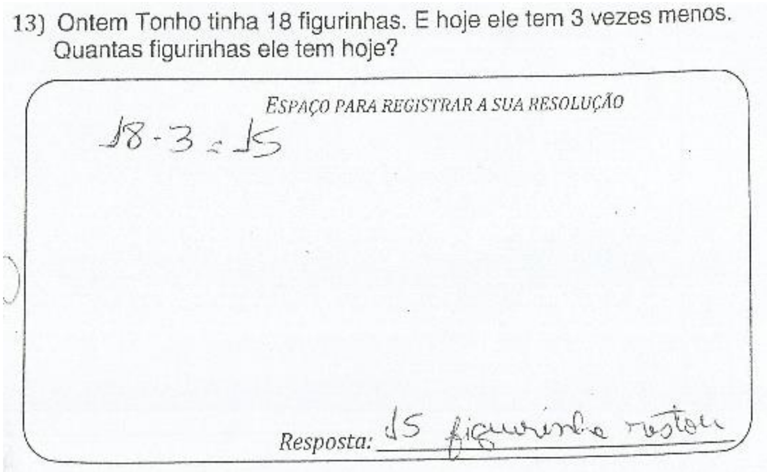
Fonte: Dados do projeto E-mult, 2014.

Observamos que a maioria das representações de esquemas, 48%, foram da categoria uso da operação de multiplicação ou de divisão. Tal resultado era esperado, visto que tais conceitos e situações desse tipo são estudados nos anos anteriores ao 9º ano. Entre essas representações, 84% conduziram ao acerto. Isso significa que, em sua maioria, os estudantes, ao utilizarem as operações de multiplicação ou de divisão, o fizeram corretamente.

Para a categoria uso de outra operação, as representações de esquemas apresentados foram operações de adição ou subtração, configurando 25,5% dos esquemas utilizados. Entre eles, apenas 2,9% obtiveram acerto, a maioria dos estudantes mobilizaram a representação de operação de subtração nas situações B e C e, possivelmente, isso se deve à expressão “vezes menor” ou “vezes menos” usada no enunciado dessas situações. Como afirmam Magina, Merlini, Santos (2001) que a expressão linguística *“vezes menos”* requer uma interpretação mais sofisticada, do ponto de vista cognitivo, assim, contribuindo para o insucesso dos estudantes.

Associamos esse uso à falta de compreensão das relações e conceitos envolvidos na situação. A Figura 4.3, a seguir, apresenta um exemplo do uso de outra operação.

Figura 4.3: Representação de esquema com uso de operação de subtração



Fonte: Dados do projeto E-Mult 2014.

Observe que o estudante faz a operação 18-3 e, responde: 15 figurinhas restou. Observamos que foi frequente o uso da palavra restou, nas respostas dadas, para as situações que o estudante utilizou a subtração no esquema representado. Nessa situação o esquema está ligado ao enunciado, pois o estudante encontra a solução a partir dos valores que aparecem no enunciado, fazendo uma conta de tabuada.

Em relação a esquemas desse tipo, Silva (2010) afirmou, em seu trabalho, que nem todos os sujeitos conseguem escolher a operação necessária para a solução do problema, nem mesmo disponibilizam os esquemas próprios da estrutura multiplicativa.

Ao entrevistar o estudante Lilo[1] sobre a representação do esquema utilizado, que está apresentado na Figura 4.3, temos a confirmação de nossas inferências.

Segue a transcrição da entrevista:

A pesquisadora mostra o protocolo da situação C respondido pelo estudante Lilo e pergunta:

[1] Para preservar a identidade dos sujeitos da pesquisa que participaram da entrevista, usaremos pseudônimos.

Pesquisadora: Por que que você fez desse jeito?

Lilo: (O estudante para e fica pensando) *Porque ele tinha 18 figurinhas e aí hoje ele só tem 3 vezes menos.*

Pesquisadora: Ah, então você fez por causa dessa parte aqui do enunciado? Ele tem 3 e hoje ele tem 3 vezes menos.

Lilo: Foi.

Pesquisadora: Dava pra responder de outra forma?

Lilo: Não.

Dessa forma, inferimos que o estudante associa o termo "vezes menos" à operação de subtração. Acreditamos que, ao resolver tal situação, ele usa a "palavra dica", menos.

Além disso, o estudante parece está convicto de que a operação de subtração é a única maneira para resolver a situação pois, quando perguntamos se existe outra forma, ele é categórico ao afirmar que não.

Um resultado que chama a atenção é que a categoria outros teve mais da metade do percentual da categoria uso de multiplicação ou de divisão. Contudo, precisamos considerar que nela estão agrupados os esquemas, branco, implícito e ícone, o que justifica o alto percentual de ocorrência. Em relação às nove situações deixadas em branco, não é possível fazer inferências, mas apenas supor que os estudantes tiveram dificuldades de compreensão ou podem ter decidido não resolver todas as situações do instrumento diagnóstico, pois foram 14 situações.

No total foram 41 representações de esquemas que não registraram cálculos, foram aqueles que apresentaram apenas um valor numérico como resposta, não fica explícita a organização feita pelo estudante para determinar esse valor numérico. Buscamos compreender um desses esquemas entrevistando o estudante Nado.

Durante a entrevista, o estudante Nado nos revela o seu esquema na situação B, no qual ele colocou apenas um número como resposta. A seguir, a transcrição dessa entrevista.

A pesquisadora mostra o protocolo da situação B respondido pelo estudante Nado e pergunta:

Pesquisadora: Como foi o cálculo que você fez?

Nado: (Estudante pensando) *Professora, essa aqui eu diminuí, fiz a soma de diminuir e, aí, eu achei o cálculo.*

Pesquisadora: Hum, entendi. Por que que você achou que era pra diminuir?

Nado: Porque tem de pôr que tem de achar a quantidade de quantos carrinhos José tinha de menos nera? Chovê...Cido tem uma coleção de 6 carrinhos, José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José? É 16 carrinhos, 16 vezes, 16 não, 18.

Aqui, o estudante Nado nos revela como pensou para resolver a situação B, na qual só havia colocado a resposta. Observamos que Nado também se confunde com as expressões linguísticas presentes no enunciado e afirma que a solução será encontrada por meio de uma operação de subtração, fazendo a operação mentalmente.

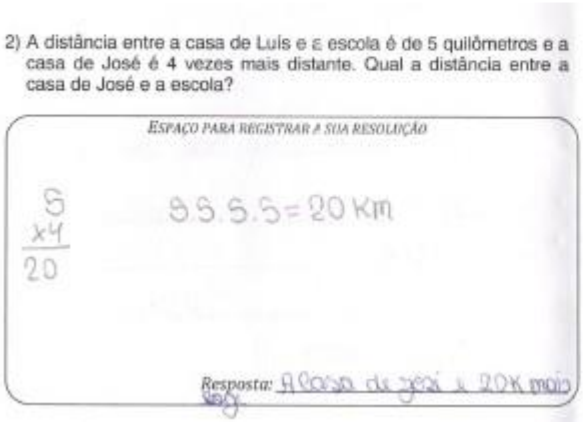
Ele usa a expressão "fiz a soma de diminuir", ou seja, mesmo usando a linguagem matemática de maneira equivocada, Nado deixa evidente que utilizou a operação de subtração ao resolver a situação.

No que diz respeito à presença de representações de esquemas com uso de ícones, foram encontradas sete. Inferimos que essa frequência esteja associada a faixa etária dos estudantes (de 14 a 17 anos) e por estarem no último ano do Ensino Fundamental. Esses resultados corroboram com os da pesquisa de Santana e Oliveira (2013), ao observarem que, nos anos finais de escolarização, o uso de ícones como esquema de solução para resolver uma situação diminui.

A categoria uso de adição repetida teve um percentual de 1,8% do total, não era esperado que fosse encontrado esse esquema, pois para esse nível escolar, o conceito de multiplicação precisa estar além da adição repetida e a relação da comparação multiplicativa não é algo que explicite repetição de uma medida.

Isso evidencia que ainda existem estudantes no processo de transição do conceito aditivo para o multiplicativo. Entre esses esquemas, 40% acertaram a situação, sendo que a maioria dos estudantes que utilizaram esse tipo de representação de esquema, o apresentaram acompanhado por outro tipo sendo, assim, razoável supor que o esquema utilizado esta ligado a confirmação da resposta. Utilizaram para validar, confirmar o resultado obtido na representação do esquema de operação de multiplicação ou divisão. A Figura 4.4 é um exemplo de representação de esquema desse tipo.

Figura 4.4: Representação de esquema com uso da adição de parcelas iguais



Fonte: Dados do projeto E-Mult 2014.

O procedimento do estudante revela uma representação do esquema pautado na operação de multiplicação, no entanto, ele usou o conceito de adição de parcelas iguais para resolver a operação. Ao ser entrevistado Ruy revela o esquema utilizado ao fazer a solução apresentada na Figura 4.4. Segue a transcrição da entrevista.

A pesquisadora mostra o protocolo da situação A respondido pelo estudante Ruy e pergunta:

Pesquisadora: Por que que você respondeu desse jeito?

Ruy: Porque tinha...a pergunta perguntou 5 quilômetros a 4, aí eu multipliquei 5, 4. (apontando para o esquema)

Pesquisadora: Sim, por que que você multiplicou?

Ruy: Porque aqui fala que é a distância entre a casa de Luis e a distância da casa de José. Aí a de Luis é 5 quilômetros e a de José é 4 vezes maior.

Pesquisadora: Ah, entendi.

Ruy: Aí, eu multipliquei.

Pesquisadora: Tá. Mas aqui, além de você fazer essa operação (apontando para o 5x4=20), *você fez essa outra* (apontando para o 5.5.5.5=20*).*

Ruy: Foi.

Pesquisadora: Por que que você fez essa outra? (apontando para o 5.5.5.5=20)

Ruy: Eu fiz essa, aqui, primeiro (apontando para o 5x4=20)*, mas aí eu achei ...pra fazer mais, bom eu fiz assim* (apontando para o 5.5.5.5=20) *pra ficar mais fácil.*

Pesquisadora: Ah, então você fez esta (apontando para o 5x4=20) *e fez essa outra* (apontando para o 5.5.5.5=20) *só pra confirmar?*

Ruy: Eu só não fiz a solução cá (apontando para o 5x4=20)*, mas eu fiz por cá* (apontando para o 5.5.5.5=20)

Pesquisadora: Ah, você armou aqui (apontando para o 5x4=20) e depois fez essa solução (apontando para o 5.5.5.5=20) *e colocou aqui* (apontando para o 5x4=20)?

Ruy: Sim

Pesquisadora: Hum entendi. Por que você colocou é é...porque aqui você colocou 5.5.5.5=20. Esse sinal aqui é de quê?

Ruy: Multiplicar.

Pesquisadora: É, mas se eu fizer 5x5x5x5 vai dar 20?

Ruy: Não.

Pesquisadora: Ah, então, ao invés de multiplicar, você fez o quê?

Ruy: Vezes mais.

Pesquisadora: Ah, então, no caso, você fez mais, né? Certo. Então, você se confundiu aqui no sinal? (apontando para os pontos entre os 5)

Ruy: Foi.

A entrevista revela que o estudante ainda precisa se apoiar nas estruturas aditivas para responder uma situação das estruturas multiplicativas. Ruy se refere à multiplicação, mas continua a usar a adição de parcelas iguais porque acha mais fácil. Com isso, podemos inferir que Ruy ainda não se sente confiante para resolver a situação multiplicativa usando a operação de multiplicação. Por isso, ele arma a continha e busca auxílio na adição para resolver a situação. Além disso, confunde o símbolo que representa a adição e utiliza um símbolo da multiplicação, mas acerta a situação, ou seja, parece existir certa compreensão das relações envolvidas, mas a dificuldade com a operação de multiplicação é evidente.

Quanto a isso, Vergnaud afirma que:

> o desencadeamento sucessivo de diversos esquemas que podem entrar em competição e que, para desembocarem na solução procurada, devem ser acomodados, descombinados e recombinados; este processo é necessariamente acompanhado por descobertas. (VERGNAUD, 1996, p.156).

É o que acontece com Ruy, quando dispõe de outro esquema para solucionar a situação de forma eficaz. Acreditamos que o equívoco com os símbolos deve-se à expressão linguística "vezes mais". Observe que, quando perguntamos o que ele fez ao invés de multiplicar, ele diz: vezes mais. Assim, ele usou o símbolo de multiplicar, mas somou os números.

Nesse ano escolar, espera-se que o estudante seja capaz de operar as quatro operações básicas com números naturais, usando sua simbologia. Tal dificuldade precisa da mediação da escola, no sentido de possibilitar ao estudante uma ampliação do conceito.

Quanto as representações de esquemas classificados como outros, obtiveram 39,7% de acerto, no entanto não podemos nada inferir a partir das representações desses esquemas.

Em seguida, apresentamos as representações dos esquemas que os estudantes usam em cada uma das situações, no intuito de compreender os invariantes operatórios envolvidos nos esquemas.

4.3.1 Esquemas por situação

Para compreender melhor os esquemas, sua relação com as situações e com o tipo de elemento (referido, referente ou relação) que se busca, analisamos as soluções utilizadas pelos estudantes por situação. A Tabela 4.2 apresenta o percentual de representação de esquemas utilizados pelos estudantes na situação A, na qual o referido é o elemento desconhecido.

Tabela 4.2: Percentual de ocorrência de representação de esquemas para a situação A, com o referido desconhecido

Esquema	**Ocorrência (%)**
Uso da operação de multiplicação ou de divisão	74,7
Uso de outra operação	5,5
Uso de adição repetida	2,2
Outros (não registra cálculo, ícones, em branco, uso de números que não estão no enunciado)	17,6

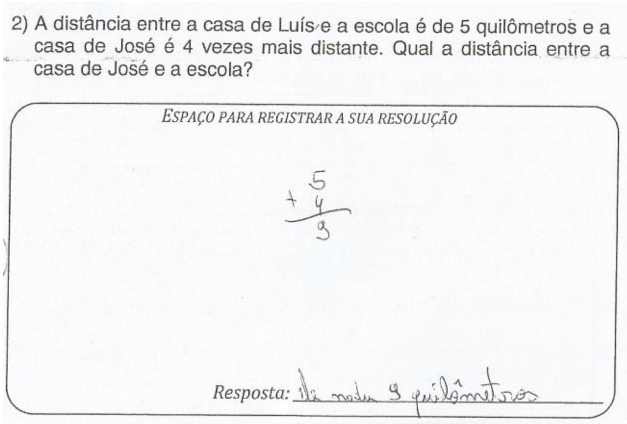
Fonte - Dados do projeto E-mult, 2014.

A categoria, o uso da operação de multiplicação ou de divisão foi a representação do esquema mais utilizado nas soluções da situação com o referido desconhecido (74,7%), quando o conceito abordado era a multiplicação. Esse tipo de situação é considerada por nós a mais simples do eixo da comparação multiplicativa, pois pode ser resolvida por uma operação de multiplicação. Relembramos que, das três situações analisadas, essa foi a que obteve o maior índice de acertos, sendo que a multiplicação foi a operação mais utilizada para determinar a resposta correta.

Um fator observado nas representações dos esquemas utilizados foi a categoria outros que teve um percentual de 17,6%, um valor relativamente alto comparado à categoria uso de outra operação e à categoria uso de adição repetida que tiveram valores menores.

Para a categoria uso de outra operação (5,5%), a maioria dos estudantes usou a operação de adição e acreditamos que a presença da expressão “vezes mais” induziu o estudante a compreendê-la como uma situação aditiva. Concordando com Merlini, Santos e Magina (2011, p. 8), "a palavra *"mais"*, da expressão linguística empregada "*vezes mais"*, pode ter sido o fator que induziu a operação de adição na resolução". A Figura 4.5 apresenta um exemplo de esquema que faz o uso da adição.

Figura 4.5: Representação de esquema com o uso da adição na situação A

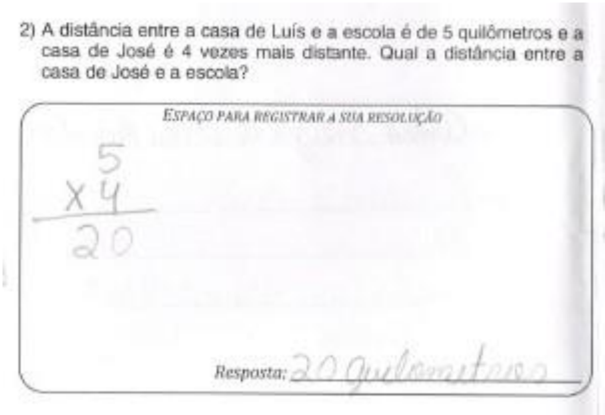


Fonte - Dados do projeto E-mult, 2014.

Observa-se, na Figura 4.5, que o estudante utilizou a distância da casa de José e a relação de quatro vezes mais como parcelas da soma, considerando que esses valores se referiam a um mesmo elemento. Mais uma vez o estudante usou um esquema atrelado aos números que estão no enunciado, no qual o aluno usa os valores que aparecem na situação e logo em seguida procuram a "palavra dica" para efetuar a operação.

Durante a entrevista, verificamos que alguns estudantes não tinham certeza do que tinham respondido e mudavam de opinião, entendemos que esse pode ser o processo de acomodação, descombinação e recombinação apontado por Vergnaud (1996). Vejamos a resolução do estudante Nado, na Figura 4.6, e o que ele falou durante a entrevista.

Figura 4.6: Representação de esquema com o uso da multiplicação na situação A feito pelo estudante Nado


2) A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

5
x 4
20

Resposta: 20 quilometros

Fonte - Dados do projeto E-mult, 2014.

Entrevistamos o estudante Nado, que fez o esquema apresentado na Figura 4.6.

A pesquisadora mostra o protocolo da situação A respondido pelo estudante Nado e pergunta:

Pesquisadora: O que é que você faria, então, para responder essa questão?

Nado: (Estudante pensando) *Rapaz...*

Pesquisadora: Pode ficar tranquilo.

Nado: (Estudante pensando) *A distância dava de 9 quilômetros.*

Pesquisadora: Hum, 9? Por que que você achou 9?

Nado: Porque tem 4 quilômetros a mais da casa de Luis, né?

Pesquisadora: Hum, e por que você tinha feito 5x4=20?

Nado: Porque eu tava muito apressado pra ir embora.

Pesquisadora: Ah, então você acha que é 9?

Nado: Hum?

Pesquisadora: Você acha que é 9 a resposta?

Nado: É professora.

Nado volta atrás de uma situação que estava com a resposta correta. Afirma que a sua pressa o fez errar. Mais uma vez o esquema desse estudante foi procurar uma “palavra-dica” do enunciado, no caso “vezes mais” e fazer mentalmente uma operação de adição. Vergnaud (1996, p. 155) afirma que “[...] a criança utiliza um esquema ineficaz para determinada situação, experiência o conduz, quer mudar de esquemas, quer a alterar o esquema”. No caso de Nado, acreditamos que a falta de certeza da eficácia da resposta o conduziu à mudança.

Além disso, a mudança de Nado pode ser efeito de um pensamento quase comum entre os estudantes de que só se discute uma solução com o estudante quando ela está errada. Portanto, ao questiona-lo na entrevista o estudante pode ter pensado que nós estávamos agindo como o professor corrigindo.

Outra explicação pode ser a que é colocada na pesquisa de Gitirana et al. (2014, p.107) quando afirmam que “a adição e a subtração são as operações mais comumente aplicadas em casos em que os estudantes não compreendem o que é requerido pelo problema”. Além disso, Lima (2012, p. 74) afirma que “[...] o uso do algoritmo nem sempre caracteriza a compreensão de conceitos”. Isso fica evidente, pois, anteriormente, Nado havia armado e efetuado corretamente, mas, mesmo assim, ficou inseguro quanto a sua resposta, mudando o seu esquema.

Na situação B, a relação é desconhecida. A Tabela 4.3 apresenta o percentual dos esquemas utilizados pelos estudantes nessa situação.

Tabela 4.3: Percentual de ocorrência de representação de esquemas de solução para a situação B, com a relação desconhecida

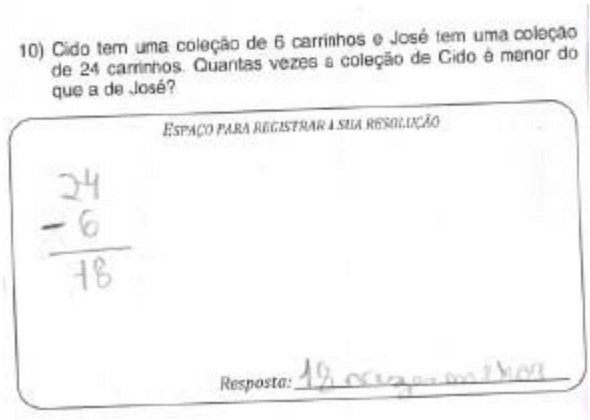
Esquema	**Ocorrência (%)**
Uso da operação de multiplicação ou de divisão	36,0
Uso de outra operação	37,2
Uso de adição repetida	3,2
Outros (não registra cálculo, ícones, em branco, uso de números que não estão no enunciado)	23,6

Fonte - Dados do projeto E-mult, 2014.

Na situação B, observamos que o maior percentual de esquemas (37,2%) foi a categoria uso de outras operações, sendo, a mais usada, a operação de subtração.

Em seguida, aparece o uso da categoria, o uso da operação de multiplicação e divisão (36%), sendo, o mais usado, o da operação de multiplicação, ressaltamos que essa diferença no percentual de ocorrência das duas categorias não chega a ser significativa. Acreditamos que três fatores podem ter influenciado na escolha dessas representações de esquemas com uso de outras operações na situação B: as expressões que aparecem no enunciado “menor do que”, a complexidade de a situação ser mais alta que a situação A; o conceito de divisão estar atrelado à resolução da situação. A Figura 4.7 é um exemplo do uso da operação de subtração.

Figura 4.7: Representação de esquema com o uso da operação de subtração na situação B


10) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

24
− 6
18

Resposta:

Fonte - Dados do projeto E-mult, 2014.

Observa-se, na Figura 4.7, que o estudante utilizou a operação de subtração como representação do esquema de solução e acreditamos que esse uso está associado à expressão “menor do que”, que induz o uso da operação de subtração, conforme reafirma Lilo.

Entrevistamos o estudante Lilo, que fez o esquema apresentado na Figura 4.7.

A pesquisadora mostra o protocolo da situação B respondido pelo estudante Lilo e pergunta:

Pesquisadora: Você lembra porque que você respondeu dessa forma?

Lilo: Lembro.

Pesquisadora: Por quê?

Lilo: Porque tinha de diminuir 6 desse 24 aí.

Pesquisadora: Ham. Por que que tinha de diminuir 6 de 24?

Lilo: (estudante pensando) *Esse, esse... Cido tem menos carrinho ...mais carrinho que José.*

Pesquisadora: Hum

Lilo: (lê a situação sussurrando) *Cido tem menos carrinho do que José.*

Pesquisadora: Certo. Você fez isso porque Cido tem menos carrinho que o José. Aí você fez essa operação? Certo.

Lilo: Diminuí 6.

Pesquisadora: Tem outra forma de fazer isso? Na sua cabeça, passa outro jeito de responder essa questão?

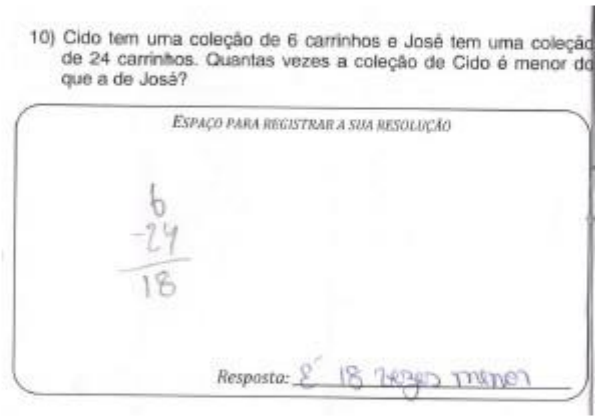
Lilo: Não.

Mais uma vez inferimos que a falta de compreensão e de domínio dos conceitos envoltos na situação podem explicar as escolhas feitas para os esquemas identificados, pois o estudante responde "18 vezes menor" e não interpreta o resultado encontrado, pois a resposta dada é impossível para a situação apresentada.

Resultado semelhante foi apontado por Gitirana et al. (2014, p.120) ressaltando que "erros deste tipo são frequentes e demonstram que os estudantes estão operando somente os números do enunciado sem compreender, de fato, o que o enunciado do problema propõe".

Ainda de acordo com Gitirana et al. (2014, p. 94), sabe-se atualmente, que os erros apresentados pelos estudantes expressam suas dificuldades de compreensão. A Figura 4.8, a seguir, é uma representação do esquema feito pelo estudante Ruy.

Figura 4.8: Representação de esquema com o uso da subtração na situação B, feito pelo estudante Ruy



Fonte – Dados do projeto E-mult, 2014.

Observamos na Figura 4.8 que Ruy usou uma operação de subtração, na qual o subtraendo é maior que o minuendo. Para compreender o esquema representado por Ruy fizemos uma entrevista.

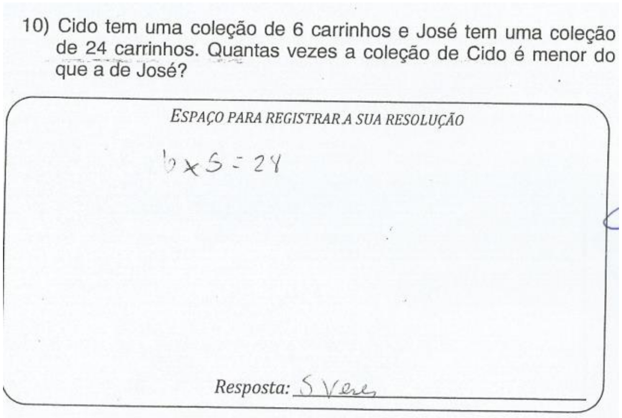
A pesquisadora mostra o protocolo da situação B respondido pelo estudante Ruy e pergunta:

Pesquisadora: Por que que você respondeu essa questão desse jeito?
Ruy: Porque Cido tem, 6 carros ...
Pesquisadora: Certo
Ruy: E José tem uma coleção de 24, aí, quando ele disse que, quantas vezes a coleção de Cido é menor do que José.
Pesquisadora: Há, entendi. Vou fazer outra pergunta. Por que você colocou o 6 em cima e o 24 em baixo?
Ruy: Tava com pressa pra ir pra casa.
Pesquisadora: Ah, então você já sabia a resposta? Você só fez colocar mesmo pra registrar?
Ruy: É que quando eu vi aqui o 6 e o...que eu leio e o número que vem, eu já vou colocando cá (no papel).
Pesquisadora: Entendi.
Ruy: Aí o 6 é o que vinha na frente.
Pesquisadora: Entendi. E você consegue fazer essa operação desse jeito? O número menor em cima e o maior em baixo?
Ruy: Eu fiz assim, só porque eu já sabia a reposta.
Pesquisadora: Ah, entendi.
Ruy: Mas assim não dá, não.
Pesquisadora: Entendi. Tem outra forma de responder essa questão?
Ruy: Tem não.

O estudante Ruy, além de confundir qual operação iria usar, não arma a operação de forma correta. Ele vai lendo a situação e colocando os dados de acordo com a ordem do enunciado. Nesse caso o aluno usa o esquema ligado ao enunciado e o esquema ligado a solução da operação, pois afirma na entrevista que já sabia o resultado final da operação.

Identificamos, também, esquemas nos quais o estudante parece compreender a situação, mas erra ao efetuar a operação. A Figura 4.9 apresenta um esquema desse tipo.

Figura 4.9: Representação de esquema com o uso da multiplicação na situação B


10) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

6 x 5 = 24

Resposta: 5 vezes

Fonte – Dados do projeto E-mult, 2014.

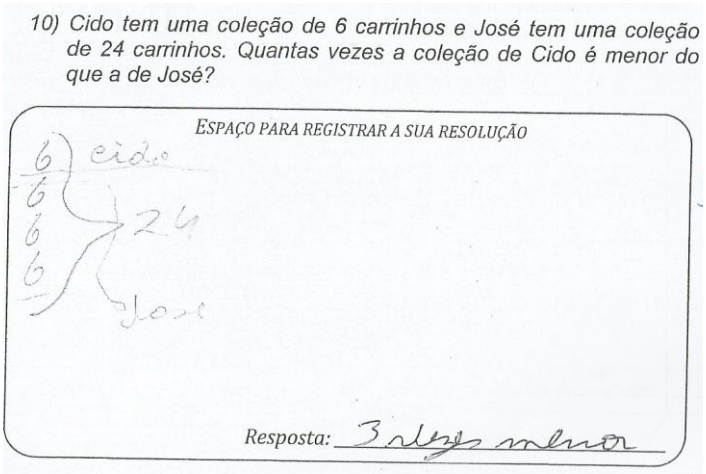
Ao analisar a Figura 4.9, podemos presumir que esse estudante identifica a situação como problema do campo multiplicativo, pois utiliza como esquema uma operação de multiplicação. É possível que o estudante tenha compreendido a situação, pois ela exigia o conhecimento do conceito de divisão e o estudante opta por resolver por multiplicação, que é a operação inversa da divisão. Encontra um número que, multiplicado por seis, o seu resultado seja igual a 24. Logo esse estudante usa um esquema ligado a solução da operação.

Gitirana et al. (2014, p. 117) afirma que “os erros conceituais, diferem daqueles denominados ‘erro de cálculo’, que dizem respeito a falhas decorrentes da pontuação dos dados, mas que nem sempre indicam dificuldades na compreensão do conceito”.

É o que percebemos, pois, mesmo compreendendo a situação, o estudante erra ao efetuar a multiplicação, revelando a sua dificuldade em resolver pequenas operações e não no conceito abordado pela situação.

Um outro tipo de esquema que os estudantes demonstraram indícios do conceito multiplicativo, mas erraram a situação, foi ao representar o esquema com o uso de adição de parcelas iguais. A Figura 4.10 nos mostra um esquema desse tipo.

Figura 4.10: Representação de esquema com o uso de adição de parcelas iguais na situação B



10) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

6 cido
6
6 24
6
José

Resposta: 3 vezes menor

Fonte - Dados do projeto E-mult, 2014.

O estudante soma quatro parcelas de seis, mas coloca o resultado “3 vezes menor” e, dessa forma, ele está utilizando o conceito da multiplicação, como sendo a adição de parcelas iguais.

Acreditamos que o esquema do estudante foi fixar uma parcela de seis, como sendo a quantidade de carrinhos de Cido e contou as três parcelas restantes, considerando ser a quantidade de vezes menor que a de José, acontecendo um equívoco na resposta.

Sobre esse procedimento de resolução de adição de parcelas iguais, Gitirana et al. (2014, p. 100) afirma que “esse é um procedimento de resolução que se aproxima dos cálculos matemáticos que a escola deve promover – indicando haver um maior domínio do estudante sobre os sistemas simbólicos próprios da linguagem matemática”.

Na situação C, o referido é o elemento desconhecido e, das três situações analisadas, essa foi que apresentou o menor percentual de acertos (32,9%). A Tabela 4.4, a seguir, apresenta o percentual dos esquemas utilizados pelos estudantes ao solucionar a situação C.

Tabela 4.4: Percentual de ocorrência de representação de esquemas de solução para a situação C, com o referido desconhecido

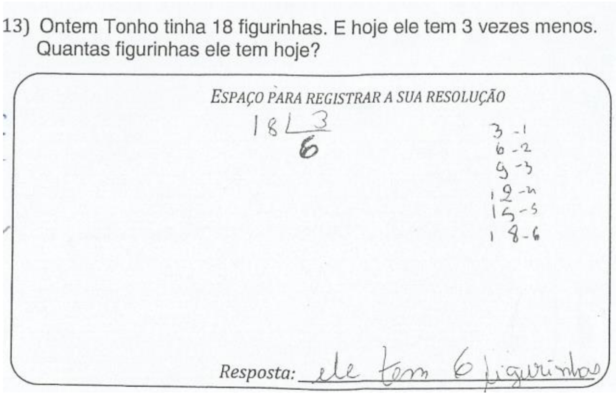
Esquema	**Ocorrência (%)**
Uso da operação de multiplicação ou de divisão	34,0
Uso de outra operação	33,0
Uso de adição repetida	0,0
Outros (não registra cálculo, ícones, em branco, uso de números que não estão no enunciado)	33,0

Fonte - Dados do projeto E-mult, 2014.

A Tabela 4.4 apresenta o percentual das representações de esquemas dos estudantes na situação C, observa-se que na categoria uso da operação de multiplicação ou de divisão, esse percentual, foi de 34% e, neles foi possível identificar que os estudantes usaram mais a operação de multiplicação. Nas categorias outros e uso de outra operação, houve a ocorrência de 33% dos esquemas, consideramos que esses esquemas foram recorrentes, visto que a situação poderia ser resolvida por uma operação de divisão.

A Figura 4.11 apresenta um exemplo do uso de ícones junto com a operação de divisão como esquema.

Figura 4.11: Representação de esquema com o uso da operação de divisão na situação C



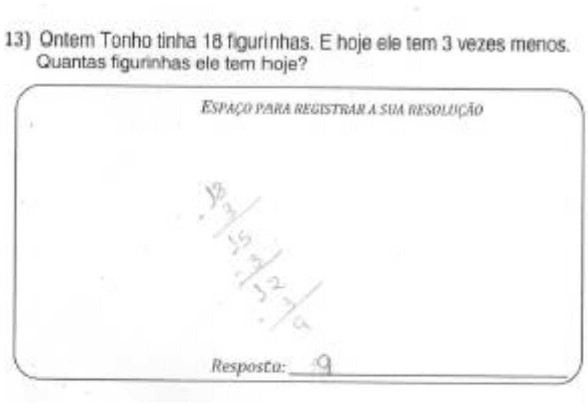
Fonte - Dados do projeto E-mult, 2014.

Observa-se o uso de dois tipos de representações, a operação de divisão e um agrupamento de três em três quantidades. Provavelmente, o estudante usou o esquema da lista de números para calcular. Gitirana et al. (2014, p. 93) afirma que "possibilidade de um mesmo problema ser resolvido de diferentes maneiras – apropriadas ou inapropriadas – é, sem dúvida, uma faceta importante e instigante da resolução de problemas".

Ao registrar o esquema da lista de números, o estudante deixou evidente que ele mobilizou seus conhecimentos acerca da divisão, contando o valor total de figurinhas e separando de três em três. Acreditamos que nessa situação o estudante usou o esquema ligado a confirmação da resposta, ao fazer dois tipos de representação de esquema de solução para a mesma situação.

Muitos estudantes usaram a operação de subtração para resolver essa situação. A Figura 4.12 é um exemplo do uso da operação de subtração.

Figura 4.12: Representação de esquema com o uso da subtração na situação C



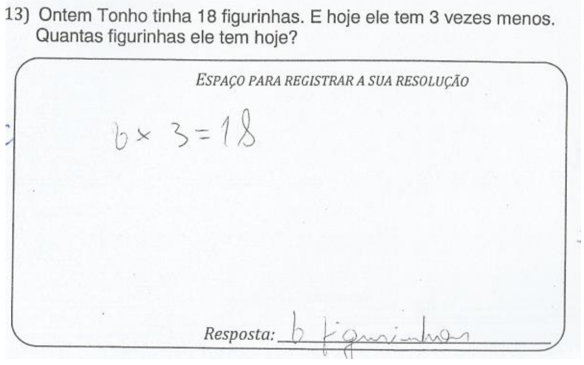
Fonte - Dados do projeto E-mult, 2014

Analisando a Figura 4.12, inferimos que o estudante pensou que “três vezes menos” fosse subtrair três vezes o número três, consecutivamente, observe que o estudante parece conduzir seu esquema de solução pelo que está no enunciado, isso se evidencia ao subtrair três vezes o numero três.

Concordando com Merlini, Santos e Magina (2011, p. 11), “parece que a expressão linguística *“vezes menos”* que requer uma interpretação mais sofisticada, do ponto de vista cognitivo, contribuiu, sobremaneira, para o insucesso dos estudantes”, pois essa foi a situação com menor número de acertos.

A Figura 4.13 apresenta um exemplo do uso da operação inversa da divisão.

Figura 4.13: Representação de esquema com o uso da operação de multiplicação na situação C



Fonte - Dados do projeto E-mult, 2014.

Ao observar a Figura 4.13 identificamos que ele usou a operação de multiplicação. Apesar de a multiplicação ser a operação inversa da divisão, acreditamos que a expressão “três vezes menos” influenciou o estudante a utilizar a multiplicação em seu esquema. Essas evidências nos conduzem a associar esse uso à busca da “palavra-dica”.

Mais, uma vez é possível identificar que o esquema utilizado nessa situação esta ligado ao enunciado, pois o estudante usa a expressão “três vezes menos” para fazer a multiplicação e usa o resultado da operação para encontrar o fator desconhecido.

Conforme Santana (2010), as palavras dicas são palavras que sugerem o uso de uma determinada operação. Exemplo: se no enunciado constar a palavra *menos*, têm-se a sugestão para subtrair e, se for *mais*, têm-se a sugestão para adicionar.

Sobre situações desse tipo, Gitirana et al. (2014, p. 49) diz que “trata-se de um problema inverso e, nesse caso, é muito comum o estudante se confundir e usar a operação de multiplicação para resolvê-lo chegando a uma resposta errada”, o que não se evidencia, nesse caso, pois o estudante encontra a resposta correta.

4.4 Possível Invariante Operatório

Conforme abordado anteriormente no Referencial Teórico, o conceito é composto por uma tríade de conjuntos: situações, invariantes operatórios e as representações simbólicas.

Segundo Vergnaud (1996), os esquemas podem ser compostos por invariantes operatórios, que são os conhecimentos contidos nos esquemas. Assim, podemos afirmar que os invariantes operatórios são elementos essenciais dos esquemas de solução utilizados pelo estudante e, neles pode ser possível identificar conhecimentos em ação denominados por Vergnaud (1996) como Conceito-em-ação ou Teorema-em-ação.

O Conceito-em-ação são os conceitos implícitos que são pertinentes à ação da situação, ao esquema. O Teorema-em-ação é uma proposição verdadeira ou falsa a uma dada situação. Os conceitos e teoremas explícitos são uma pequena parte da conceitualização, pois, sem a parte implícita formada pelos invariantes operatórios, a parte explícita não teria significado.

Ao analisarmos os esquemas, foi possível observar ações pertinentes ao usar a propriedade do inverso multiplicativo da definição de *corpo*. Inicialmente, apresentaremos a verdade universal e, logo após, vamos analisar a resolução dos estudantes.

Para Lima (1979, p. 49), "um *corpo* é um conjunto K de duas operações chamadas adição e multiplicação, que satisfazem a certas condições, chamadas os axiomas de *corpo*".

Entre essas condições, temos a propriedade do inverso multiplicativo apresentado por Lima (1979, p. 50):

Inverso multiplicativo - Todo $x \neq 0$ em K possui um inverso x^{-1} tal que $x \cdot x^{-1}=1$.

Ainda para o autor, dados x e y em K, com $y \neq 0$, podemos escrever x/y em vez de $x \cdot y^{-1}$. Assumindo-se, assim, x/y como uma operação de divisão e o seu resultado como quociente.

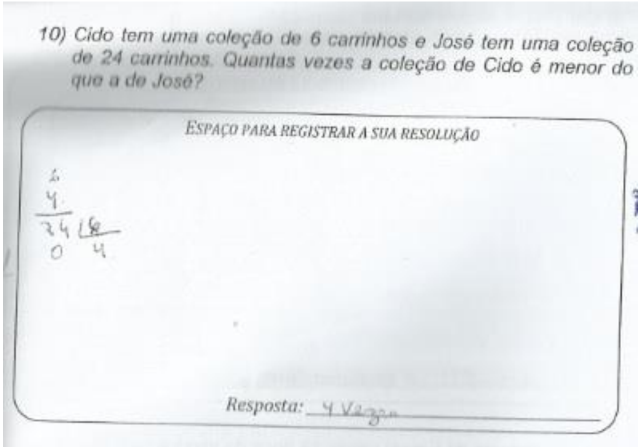
Desse modo, é possível obter a relação: se $y \neq 0$, têm-se $x/y=z$ se e, somente, se $x=y.z$, (LIMA, 1979, p.50). Com essa relação é possível se garantir a propriedade da inversibilidade entre as operações de multiplicação e de divisão.

Ao analisarmos os esquemas e suas representações nos instrumentos diagnósticos, foi possível observar que 25 estudantes usaram Teorema-em-ação, atrelados a inversibilidade entre as operações de multiplicação e de divisão, nos esquemas da situação B e C que necessitavam do conceito de divisão e, entre esses esquemas, 11 conduziram a resposta correta. Os estudantes utilizaram ações pertinentes ao resolver situações que necessitavam do conceito de divisão usando uma multiplicação, ou seja, a operação inversa da divisão para um esquema mais eficiente.

Em resumo, para fazer a inversibilidade entre as operações de multiplicação e de divisão: divide-se o produto pelo multiplicando para encontrar o multiplicador ou, então, o produto pelo multiplicador para encontrar o multiplicando. Se a divisão der resto igual a zero, a conta está certa. Essa prova também se chama prova real.

Por exemplo: considere a operação de multiplicação: 2x3=6 se fizermos 6:3=2 ou, ainda, 6:2=3. Temos que a multiplicação é a operação inversa da divisão e vice-versa. Uma das funções da operação inversa é "tirar a prova" de uma determinada operação que efetuamos e estamos em dúvida se está correta. A Figura 4.14 apresenta um exemplo do uso desse invariante operatório.

Figura 4.14: Uso do invariante operatório, inversa da divisão


10) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: 4 Vezes

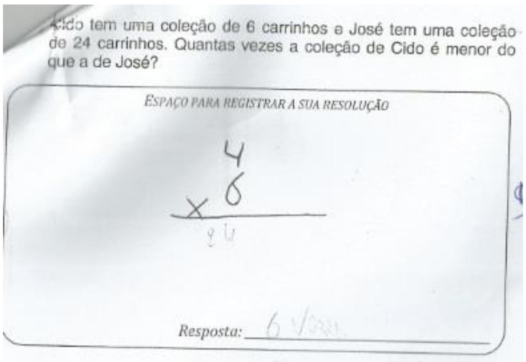
Fonte - Dados do projeto E-mult, 2014.

Ao analisar a representação do esquema apresentado na Figura 4.14, identificamos que o estudante usou como Teorema-em-ação a operação de multiplicação que, como vimos, é a operação inversa da divisão. Encontrou um número que, multiplicado por 6, o resultado é 24 e, para verificar sua validade, ele tirou a prova fazendo uma divisão de resto zero, logo confirmando que a resposta está correta.

De acordo a Vergnaud (1983), devido à dificuldade de se fazer a inversão mental da relação de multiplicação para divisão, algumas crianças preferem encontrar o resultado multiplicando valores, até obter o resultado, ou seja, por tentativa e erro, sendo chamado, esse procedimento, valor desconhecido. Nesse caso, o valor desconhecido é o quatro.

Mais da metade dos esquemas de operação inversa não obtiveram sucesso e acreditamos que os estudantes tinham capacidade para tal, pois os erros cometidos eram ao colocar a resposta final. Erraram qual número era a resposta pedida. A Figura 4.15 apresenta uma representação de esquema desse tipo.

Figura 4.15: Operação inversa da divisão, resultado errado


Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

4
× 6

Resposta: 6 Vezes

Fonte - Dados do projeto E-mult, 2014.

Observa-se na Figura 4.15, que o estudante efetua a operação corretamente, mas, ao colocar o resultado, coloca seis vezes. O que não seria possível, pois seis era a quantidade de carrinhos de Cido e não a relação entre as quantidades de carrinho de Cido e de José.

Percebemos que o aluno usa corretamente o conceito da multiplicação como a operação inversa da divisão, contudo parece não interpretar corretamente a situação, pois apresenta a resposta incorretamente.

A seguir, abordaremos nossos resultados finais e alguns questionamentos para uma próxima pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para retomar, de forma resumida, as ações desenvolvidas durante o trabalho, vamos relembrar a questão de pesquisa: "Quais os esquemas utilizados por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental ao resolver situações-problema relacionadas à comparação multiplicativa?". Para responder tal pergunta, analisamos três situações relacionadas à comparação multiplicativa, apresentadas por 88 estudantes do 9º ano, sendo duas de referido desconhecido e uma de relação desconhecida.

Para identificar os esquemas e os invariantes operatórios, buscamos aporte na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. O instrumento diagnóstico e a entrevista foram a principal fonte de dados para a identificação e análise dos esquemas.

Quanto aos resultados do desempenho, pouco mais da metade dos estudantes acertaram as situações relacionadas à comparação multiplicativa. A situação A, que busca o elemento referido desconhecido, atrelada ao conceito de multiplicação teve um grande índice de acertos e, a C, em que o referido é o elemento desconhecido, atrelada ao conceito de divisão apresentou o menor percentual de acertos.

Os estudantes da escola Y, obtiveram mais acertos do que os estudantes da escola X, não existindo uma homogeneidade entre as escolas. Em ambas as escolas, a situação A obteve mais acerto, assim como no desempenho geral.

No que diz respeito as representações dos esquemas utilizados, observamos a mesma tendência em todas as situações. Para a situação A, com referido desconhecido atrelada ao conceito de multiplicação, a categoria **o uso da operação de multiplicação ou de divisão** foi a representação mais utilizada nas soluções.

Na situação B, com a relação desconhecida e atrelada a operação de divisão, o maior percentual foi a categoria **uso de outras operações**, sendo a mais usada a operação de subtração. Quase todos os esquemas que utilizaram procedimentos aditivos não chegaram à solução correta.

O maior percentual dos esquemas dos estudantes na situação C, com referido desconhecido e atrelada a operação de divisão, concentrou-se na categoria uso da operação de multiplicação ou de divisão e, nesse caso pode ser constatado que eles usaram mais a operação de multiplicação. Se torna possível afirmar que no geral, a representação dos esquemas vez uso mais recorrente na categoria uso da operação de multiplicação ou de divisão.

Contudo, se torna importante ressaltar pontos que foram observados ao se analisar na representação dos esquemas. A propriedade que permite relacionar a operação de multiplicação e a de divisão, entre três números de um conjunto, com um dos números (o quociente) diferente de zero, foi usada nos esquemas da situação B e C, nas quais era esperado o uso do conceito de divisão. Entre esses esquemas, 11 estudantes conduziram a resposta correta e, com esse invariante operatório, percebemos que para resolver uma divisão o estudante utiliza, também, essa relação existente entre as duas operações.

As representações dos esquemas classificados na categoria uso de adição de parcelas iguais indicam que dentre os estudantes pesquisados, que estavam cursando o 9º ano do Ensino Fundamental, existem os que apresentam um processo de ruptura entre o campo conceitual aditivo e o campo conceitual multiplicativo.

Outro ponto importante refere-se à interpretação do enunciado, pois os estudantes resolvem as situações procurando uma "palavra-dica" e, quando se tem a presença da palavra "vezes", eles utilizam uma multiplicação. Quando as expressões linguísticas são acompanhadas de expressões como "vezes mais", "vezes menos", "menos do que", os estudantes tendem a fazer operações de adição e subtração, respectivamente. E, ainda, há os que fazem duas operações como a multiplicação e, em seguida, a adição ou subtração.

Identificamos algumas limitações em nossa investigação que não interferiram nos nossos objetivos, mas são importantes para serem consideradas em futuras pesquisas, tais como a quantidade de sujeitos, o número de situações-problema e a inserção de situações com o elemento referente desconhecido, pois, essa diversificação pode gerar uma maior variedade de esquemas e invariantes operatórios para serem identificados. Ainda acrescentar situações que apareçam as expressões como: dobro, triplo e a terça parte, pode possibilitar uma visão mais abrangente dos esquemas utilizados pelos estudantes para resolver situações que dão sentido ao conceito de comparação multiplicativa.

Avaliamos, também, que o tempo de entrevista com os sujeitos poderia ter sido maior, a fim de ser explorada com mais profundidade, uma vez que, por meio da verbalização, podemos compreender melhor os esquemas e identificar os invariantes operatórios.

Deixamos, como sugestão, que os professores trabalhem com uma maior variedade de situação da comparação multiplicativa, desde os anos iniciais, abordando todos os seus elementos, referido, referente e relação desconhecida.

"Devemos lembrar que a forma de ensinar e de se posicionar diante do conhecimento matemático influencia diretamente o aprendizado dos estudantes" (GONÇALVES, 2008, p. 222). Sendo assim, uma forma de o professor avaliar o conhecimento do estudante, é investigando como ele procede ao solucionar uma situação-problema.

Em síntese, evidenciamos, em nossa análise, que o maior desempenho dos estudantes foi na situação que requeria o elemento referido desconhecido e que estava atrelada ao conceito de multiplicação. A maioria das representações dos esquemas utilizados foram as operações, de multiplicação e ou divisão. O invariante operatório mais evidente foi a inversibilidade entre as operações de multiplicação e de divisão, com quase 50% de acertos nas situações dos estudantes que o utilizaram. A maioria dos erros da situação está vinculada à interpretação das expressões linguísticas, presentes nos enunciados, como "vezes mais", "vezes menos" e "menor do que". Os esquemas utilizados pelos estudantes estão ligados ao enunciado ou a solução da operação ou a confirmação da resposta.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: **Matemática**/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: **Matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC /SEF, 1998.

Brasil. Ministério da Educação. PDE : **Plano de Desenvolvimento da Educação** : Prova Brasil : ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília : MEC, SEB; Inep, 2011.

BRASIL, Matemática – **Avaliação do Rendimento Escolar, Prova Brasil**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2011.

EWBANK, M. S. A; **O ensino da multiplicação para crianças e adultos:** conceitos, princípios e metodologias-(Tese) Doutorado, UNICAMP, 2002.

FIORENTINI, D. L, S. **Investigação em Educação Matemática.** Campinas: Autores Associados, 2009.

GUIMARÃES, K.P.; **Processos cognitivos envolvidos na construção de estruturas multiplicativas** - (Tese) Doutorado, UNICAMP, 2004.

GONÇALVES, H.A. **Educação Matemática e Cálculo Mental: uma análise de Invariantes Operatórios a partir da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud – (**Tese) Doutorado, UFF,2008.

LIMA, E. L. **Análise Real, Vol. 1, Rio de Janeiro,** IMPA. Coleção Matemática Universitária, 1979.

LIMA, R. R.,**Campo Multiplicativo, estratégias de resolução de problemas de divisão de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental em escolas públicas de Maceió,** Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática,UFA, 2012.

MAGINA, S., SANTOS. A., MERLINI. V. **Comparação multiplicativa: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos alunos,** XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

MAGINA, S., SANTOS. A., MERLINI. V **. A estrutura multiplicativa sob a ótica da teoria dos Campos conceituais: Uma visão do ponto de vista da aprendizagem.** III SIPEMAT, Fortaleza, Brasil, 2012.

MERLINI, V.L; **As potencialidades de um Processo Formativo para a Reflexão *na* e *sobre* a Prática de uma Professora das Séries Iniciais: um Estudo de Caso**, Tese-(Doutorado**)** Pontifícia Católica de São Paulo: PUC, 2012

.
RASI, G. C. **Estruturas multiplicativas: concepções de alunos de Ensino Fundamental**. Dissertação (mestrado profissional em Ensino de Matemática). PUC/SP, São Paulo, Brasil, 2009, 91f.

SANTANA, E. R. S.; **Estruturas Aditivas: O Suporte Didático influencia a aprendizagem do Aluno?** Tese-(doutorado). Universidade Pontifícia Católica de São Paulo: PUC, 2010.

SANTANA, S., OLIVEIRA, T. **O desempenho de alunos do Ensino Médio em situações problema de Análise Combinatória,** VII CIBEM, Montevideo, Uruguay, 2013.

SANTOS, A.; **Processos de formação colaborativa com foco no campo conceitual multiplicativo: um caminho possível com professoras polivalentes,** Tese- (Doutorado) Pontifícia Católica de São Paulo: PUC, 2012.

SANTOS, A.; **Formação de Professores e as Estruturas Multiplicativas: Reflexões teóricas e práticas**/Aparecido dos Santos – 1 ed- Curitiba: Appris, 2015.

SILVA, S. R. F. **Um estudo das estruturas multiplicativas nos Guias de Planejamento e Orientações Didáticas do Programa Ler e Escrever**, 2010. 216 f. Dissertação de Mestrado – Pós Graduação Stritu Senso Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2010.

VERGNAUD, G., **Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems.** In. Addition and Subtraction: a cognitive Perspective. New Jerssey: Lawrence Erlbaun, 1982. p. 39–59.

VERGNAUD,G.,**A Teoria dos Campos Conceituais**, Didática da Matemática, Direção Jean Brun, Coleção Horizontes Pedagógicos, 1996.

VERGNAUD, G., **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar** / tradução Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. – Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

ZANELLA, M. S. BARROS, R. M. O. **Teoria dos Campos Conceituais: Situações problemas da estrutura aditiva e multiplicativa de Naturais**.1.ed.-Curitiba,PR:CRV,2014.

APÊNDICE A

Instrumento Inicial

1) Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana têm?

2) Um supermercado fez uma promoção: “Leve 4refrigerantes por apenas 12 reais”. Quanto vai custar cada refrigerante?

3) A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?

4) Em uma gincana na escola SABER, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno ganha 4 pontos. Alex deu 12 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele ganhou?

5) A lanchonete de Caio vende suco. Certo dia ele vendeu 12 litros de suco e ganhou 42 reais. Quanto ele ganha com a venda de 2 litros?

6) O professor Ernani comprou 35 cartolinas para trabalhar com seus alunos. Ele dará 5 cartolinas para cada 3 alunos. Com quantos alunos ele poderá trabalhar ?

7) Uma pessoa consome, em média, 5 litros de água em 2 dias. Quantos litros de água consumiria uma família composta por 4 pessoas em 6dias

8) Para passar 7 dias acampando, 3 escoteiros consomem 2 Kg de arroz. Quantos quilos de arroz 15 escoteiros precisarão para passar 14 dias?

9) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 42 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

10) Felipe comprou uma pipa por 5 reais e uma bola por 4 vezes mais. Quanto custou a bola?

11)Ontem Tonho ganhou 18 figurinhas. E hoje ele ganhou 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele ganhou hoje?

12)O muro da casa de Rute tem 2m de altura e 18m de comprimento. Qual a área deste muro?

13)O jardim da casa de Vera é retangular e tem $35m^2$ de área. A largura é 5m. Qual é comprimento desse jardim?

14)Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi , Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

15)A Lanchonete Delícia vende sanduíches. Para cada sanduíche é usado um tipo de pão (pão de forma, pão de leite e pão francês) e um tipo de recheio. Quantos recheios diferentes são necessários para fazer 15 tipos de sanduíche?

16) A escola IDEIA precisa de um grupo de 4 alunos para representá-la na Olimpíada do Conhecimento. Candidataram-se 5 alunos (Ana, João, Maria, Pedro e Carlos). De quantas maneiras é possível formar esse grupo?

17) Numa competição de Natação participam 5 atletas (Juca, Mário, Ari, Saul e Lucas). Serão premiados os dois primeiros lugares. Quantas são as possibilidades de premiação para essa competição?

18) Um banco de praça tem 4 lugares. De quantas maneiras diferentes 4 amigas (Gina, Paula, Lea e Tati) podem se sentar lado a lado nesse banco?

APÊNDICE B

Instrumento do Estudo Piloto

Nome ___________________________________Idade______ Ano Escolar_________________

1) Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana têm?

Resolução

Resposta__________

2) Um supermercado fez uma promoção: "Leve 4 refrigerantes por apenas 12 reais". Quanto vai custar cada refrigerante?

Resolução

Resposta__________

3) A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?

Resolução

Resposta__________

Resolução

Resposta__________

5) A lanchonete de Caio vende suco. Certo dia ele vendeu 12 litros de suco e ganhou 42 reais. Quanto ele ganha com a venda de 2 litros?

Resolução

Resposta__________

6) O professor Ernani comprou 35 cartolinas para trabalhar com seus alunos. Ele dará 5 cartolinas para cada 3 alunos. Com quantos alunos ele poderá trabalhar?

Resolução

Resposta__________

7) Uma pessoa consome, em média, 5 litros de água em 2 dias. Quantos litros de água consumiria uma família composta por 4 pessoas em 6 dias?

Resolução

Resposta__________

8) Para passar 7 dias acampando, 3 escoteiros consomem 2Kg de arroz. Quantos quilos de arroz 15 escoteiros precisarão para passar 14 dias?

Resolução

Resposta__________

9) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 42 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

Resolução

Resposta__________

10) Felipe comprou uma pipa por 5 reais e uma bola por 4 vezes mais. Quanto custou a bola?

Resolução

Resposta__________

11) Ontem Tonho ganhou 18 figurinhas. E hoje ele ganhou 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele ganhou hoje?

Resolução

Resposta__________

12) O muro da casa de Rute tem 2m de altura e 18m de comprimento. Qual a área deste muro?

Resolução

Resposta___________

13) O jardim da casa de Vera é retangular e tem 35m^2 de área. A largura é 5m. Qual é comprimento desse jardim?

Resolução

Resposta___________

14) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi , Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

Resolução

Resposta___________

15) A Lanchonete Delícia vende sanduíches. Para cada sanduíche é usado um tipo de pão (pão de forma, pão de leite e pão francês) e um tipo de recheio. Quantos recheios diferentes são necessários para fazer 15 tipos de sanduíche?

Resolução

Resposta___________

APÊNDICE C

Instrução de Aplicação

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ - UESC

Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas – DCET

Programa de Mestrado em Educação Matemática - PPGEM

Projeto de Pesquisa: Um estudo sobre o Domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental

Prezado(a) colaborador(a),

Para que o presente trabalho possa atingir seus objetivos, se faz necessário ser o mais imparcial possível durante a aplicação dos instrumentos, segue algumas instruções:

1. Você precisa explicar que a atividade não é para nota, que está aplicando o instrumento para saber como os alunos pensam para poder ajudar a fazer livros mais legais e contribuir no ensino da Matemática, a fim de deixar eles mais a vontade;
2. Você não pode dar dicas de como resolver as situações-problema (é importante salientar isso entre os alunos, para que haja fidelidade nos dados);
3. No caso de alguma dúvida, você deve ler as perguntas sem fazer entonações que passem dicas para interpretação, e sem nada mais dizer. Os alunos tendem a fazer perguntas do tipo: "ah, não tô entendendo, mas o que é pra fazer?"; "é pra somar?"; "quantos a mais como: é pra multiplicar?"; "Professora, tá certo o que eu fiz? É assim que faz?"; "É de multiplicar ou de dividir?" E essas perguntas têm a finalidade de obter de você a operação que ele, o aluno, tem que fazer para responder a situação proposta. E se você não estiver atento(a) acabará indicando o caminho ou a resposta. A leitura do instrumento será necessária com os alunos que ainda não estão alfabetizados, nestes casos o ideal é ler uma situação por vez e, aguardar que os alunos respondam para fazer a leitura da próxima situação;
4. É necessário se organizar de forma que dê o tempo necessário para o aluno responder o instrumento. Acreditamos que o tempo máximo de duas horas aula é o suficiente;
5. Esta aplicação deverá ser realizada no período de 24 de abril a 05 de maio de 2014 e os instrumentos devem ser levados para a reunião da ANPEPP. De preferência com alguma análise dos erros e acertos;
6. Os instrumentos devem ser aplicados conforme o modelo que segue em anexo, com pelo menos dois alunos de cada ano escolar, objeto de estudo do projeto, ou seja, do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, preferencialmente nas escolas parceiras do projeto;
7. Preencha as informações abaixo e anexe aos instrumentos respondidos pelos respectivos alunos da turma:

7.1. Nome da escola parceira____

____

7.2 Ano escolar da turma que aplicou o instrumento: ____

7.3. Turno que aplicou o instrumento: Matutino Vespertino

7.4 Nome do professor de Matemática da turma: ____

7.5. Horário de início da aplicação ______________Horário de encerramento__________________

Espaço para relatório caso necessário: ____

____

____

____

____

Nome do(a) colaborador(a) que aplicou: ____

Núcleo: Ilhéus ( ) Recife ( ) Fortaleza ( )

Data de aplicação: _____/_____/2014.

Instrumento Diagnóstico

14) Uma pessoa consome, em média, 5 litros de água em 2 dias. Quantos litros de água consumirá uma família composta por 4 pessoas em 6 dias?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ___________________________

*Escola:*___________________________ Nº ________

*Nome:*___________________________

*Idade:*___________________________

Ano escolar: ___________________________

Período em que estuda:

( ) Manhã *( ) Tarde*

1) Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana têm?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ___________________________

2) A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ________________________

3) Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ________________________

12) Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno marca 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele marcou?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ________________________

13) Ontem Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele tem hoje?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ________________________

10) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ______________________________

11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ______________________________

4) A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ______________________________

5) Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ______________________________

6) Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco quanto precisaria pagar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ____________________

7) A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem $24m^2$. A largura é 4m. Qual é comprimento em metros desse jardim?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ____________________

8) Um supermercado fez uma promoção: "Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais". Quanto vai custar cada litro de suco?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ____________________

9) A Lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ____________________